

Simulación de un módulo del detector MATHUSLA-LHC del CERN

TESIS

*PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS*

PRESENTA

**Ing. Mario Armando Talamantes
Johnson**
(Alumno)

Facultad de Ciencias
Físico Matemáticas
Posgrado en Física
Aplicada

**Benémerita Universidad
Autónoma de Puebla**

Dr. Mario Rodríguez Cahuantzi
mario.rodriguez@correo.buap.mx
(Director de tesis)



FCFM

7 de julio de 2023
Puebla, Puebla.

BUAP

A mi Dios:

*Los hombres hablarán del poder de
tus hechos portentosos, y yo contaré
tu grandeza.*

Salmos 145:6

I

Agradecimientos

Primero, gracias, Padre por permitirme concluir esta etapa con mucha satisfacción y mucho aprendizaje. Este logro es tuyo.

Gracias a Laura, Ricky y Jessi, porque desde el principio estuvieron conmigo, me apoyaron y aún a la distancia permanecemos juntos, gracias por inyectarme de ánimo y fuerza cada día, también por sus consejos siempre oportunos.

Agradezco mucho a mi asesor porque me introdujo en un área de la física que desconocía y por sus asesorías, clases y consejos que realmente me ayudaron mucho para encontrar temas y actividades de mi interés.

A todos mis amigos y familia gracias por estar atentos.

II

Resumen

Este trabajo se estudió la sensibilidad de una propuesta del detector MATHUSLA que es una medida de la capacidad de detección de las partículas en un detector, este estudio se realizó mediante simulaciones basadas en el método de Monte Carlo aplicado en la física de altas energías empleando el software FairROOT. El detector MATHUSLA es una propuesta en evaluación por el CERN para detectar partículas de larga vida, estas partículas tienen origen en física más allá del modelo estándar y son importantes ya que permitirían avanzar en la comprensión de problemas como la materia oscura, masa de neutrinos, gravedad, etc. En la primera parte de este estudio nos dedicamos a realizar simulaciones con 1, 2, . . . , 7 plásticos de CsI con área de 0.89m^2 disparando un muon a diferentes momentos y obtener a partir de los resultados los planos de incidencia de las partículas e histogramas de energía depositada. A los histogramas de energía depositada se les aplicó un ajuste tipo *landau* y con este se dividió el histograma en 2 secciones: de mayor o menor energía que la máxima que se obtuvo mediante el ajuste de los histogramas. La segunda parte de este estudio se dedicó a obtener la sensibilidad en función de las secciones de los histogramas de la energía depositada, así se obtuvieron 2 curvas de sensibilidad para cada uno de los arreglos del detector obteniendo así para la propuesta de 7 plásticos una sensibilidad alrededor del 90 %.

Índice general

I. Agradecimientos	III
II. Resumen	V
Índice general	VIII
Índice de figuras	XII
1. Partículas elementales	1
1.1. Del átomo al neutrón	1
1.2. Rayos cósmicos	4
1.3. Modelo estandar	5
2. Principios físicos y matemáticos	9
2.1. Principio de relatividad	9
2.2. Relatividad especial	10
2.2.1. Dinámica relativista	14
2.3. Pérdida de energía por la colisión con un electrón libre	18
2.3.1. Energía máxima transferida	18
2.4. Energía perdida de partículas cargadas	20
2.4.1. Ecuación de Bethe	20
2.5. Método de Monte carlo	22
2.5.1. Principios del funcionamiento	23
2.5.2. Cálculo de integrales mediante el MMC	25

2.5.3. MMC en altas energías	26
2.6. Física más allá del modelo estándar	27
3. Simulaciones	29
3.1. Detector MATHUSLA	29
3.1.1. Plástico centellador	32
3.2. FairROOT	32
3.3. Descripción de la simulación	33
3.3.1. Consideraciones generales	34
4. Análisis de resultados	37
4.1. Descripción de la extracción de información	38
4.1.1. Plástico 1	39
4.1.2. Plástico 7	43
4.2. Sensitividad	47
5. Conclusiones	49
Referencias	51
A. Ajuste tipo Landau	55
B. Resultados de las simulaciones	57
B.1. Plástico 2	57
B.2. Plástico 3	62
B.3. Plástico 4	66
B.4. Plástico 5	70
B.5. Plástico 6	74

Índice de Figuras

1.1. Diagrama del circuito eléctrico del experimento de rayos catódicos	2
1.2. Diagrama del efecto fotoeléctrico.	3
1.3. Descripción de un rayo cósmico y su descomposición debido a la colisión con la atmósfera. Imagen tomada de [1].	5
1.4. Diagrama de Feynman que describe la interacción electromagnética entre dos electrones que se repelen e intercambian un foton virtual que explica la repulsión.	6
2.1. Dos sistemas de referencia inerciales S y S' . S' se desplaza con velocidad V hacia la derecha respecto de S	10
2.2. En (a) se muestra a una partícula de masa M que viaja hacia un electrón en reposo con masa m_e . Si se considera que la colisión es elástica entonces podemos trazar los vectores del momento lineal como en (b) por la conservación del momento lineal.	19
2.3. Se representa graficamente como es posible determinar el área de una región mediante el MMC, en este ejemplo se llena la región R de puntos distribuidos aleatoriamente para determinar el área de B	23
3.1. Propuesta del detector MATHUSLA en CMS.	29
3.2. Modelos teóricos sobre la física más allá del Modelo Estándar y sus propables LLP [26].	30
3.3. Visualización de la propuesta de construcción del detector y sus módulos.	31
3.4. Visualización de la propuesta de construcción del detector y sus módulos.	32

3.5. Representación gráfica del funcionamiento de FairROOT para hacer simulaciones, reconstrucción de eventos y análisis de datos.	33
3.6. Diagrama de flujo simplificado de una simulación simple en FairROOT.	34
3.7. Diagrama de flujo de una simulación ejecutada con la salida de archivos de análisis.	35
3.8. Representación de la geometría simulada para el plástico 1.	35
3.9. Representación de la geometría simulada para MATHUSLA.	35
4.1. Diagrama de flujo del análisis de datos.	38
4.2. Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 1.	39
4.3. Histogramas de la energía depositada en el plástico 1, disparando muones a diferentes momentos. Se realizo un ajuste tipo Landau en concordancia con la Sección 2.3.1.	40
4.4. Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 1.	41
4.5. Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 1.	42
4.6. Calculo de la Sensitividad para el plástico 1.	42
4.7. Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 7.	43
4.8. Histogramas de la energía depositada en el plástico 3, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.	44
4.9. Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 7.	45
4.10. Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 7.	46
4.11. Calculo de la Sensitividad para el plástico 7.	46
4.12. Primera parte de la comparación de la Sensitividad del primer plástico contra los demás.	47
4.13. Segunda parte de la comparación de la Sensitividad del primer plástico contra los demás.	47
4.14. Comparación de la energía depositada del primer plástico contra los demás plásticos.	48

A.1. Tres métodos para calcular la distribución de Landau, la línea continua negra es mediante las librerías de Wolfram MATHEMATICA y se uso de referencia para contrastar los puntos azules que calcula ROOT con sus librerías y en puntos rojos implementando métodos numéricos. Se señalan además para que valor sobre el eje x se encuentra el valor más probable.	55
A.2. Calculo de la distribución de Landau, en línea roja usando la expresión (2.73) y en línea roja la expresión (A.1).	56
B.1. Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 2.	57
B.2. Histogramas de la energía depositada en el plástico 2, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.	59
B.3. Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 2.	60
B.4. Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 2.	61
B.5. Calculo de la Sensitividad para el plástico 2.	61
B.6. Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 3.	62
B.7. Histogramas de la energía depositada en el plástico 3, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.	63
B.8. Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 3.	64
B.9. Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 3.	65
B.10. Calculo de la Sensitividad para el plástico 3.	65
B.11. Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 4.	66
B.12. Histogramas de la energía depositada en el plástico 3, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.	67
B.13. Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 4.	68
B.14. Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 4.	69
B.15. Calculo de la Sensitividad para el plástico 4.	69
B.16. Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 5.	70
B.17. Histogramas de la energía depositada en el plástico 5, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.	71
B.18. Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 5.	72

B.19.Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 5.	73
B.20.Calculo de la Sensitividad para el plástico 5.	73
B.21.Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 6.	74
B.22.Histogramas de la energía depositada en el plástico 6, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.	75
B.23.Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 6.	76
B.24.Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 6.	77
B.25.Calculo de la Sensitividad para el plástico 6.	77

Capítulo 1

Partículas elementales

1.1. Del átomo al neutrón

Para dar una definición de *partícula elemental* es necesario conocer los dos grandes modelos que tratan de describir la materia [2]. El primero de ellos es considerar la materia como un continuo, es decir el modelo es *holístico*. El holismo postula que, para explicar un sistema, es necesario hacerlo mediante todo lo que lo compone como uno solo, por ejemplo, una enciclopedia que se autorreferencia para dar a entender la definición que se consultó. Este modelo usa una entidad que está en contacto e interactúa con toda la materia, y lo que percibimos como materia es el resultado de esas interacciones [2].

El segundo es el atomismo, que tiene origen entre los siglos IV y V a.C. [3–5], los primeros exponentes de este modelo fueron los griegos, quienes postularon que toda la materia se reduce a entidades singulares e indivisibles que pueden o no interactuar entre sí. A estas entidades se les conoce como átomos. Para Gerard't Hooft y Richard Feynman, el ejemplo más claro para reconocer que la materia está formada de átomos es la gota de agua, es decir, iniciamos con un recipiente lleno de agua, después, vertimos el agua en 2 recipientes de igual tamaño pero más pequeños que el original, después, el contenido de cada recipiente se vierte en 2 nuevos recipientes de igual tamaño pero más pequeños que el anterior, y continuamos hasta obtener una serie de gotas que ya no se pueden repartir en recipientes más pequeños. El atomismo es el modelo que al largo de los siglos se ha mantenido y que fue fundamental para explicar también los estados de la materia [2, 6, 7].

Si tomamos una de las gotas de agua del ejemplo anterior y la observamos encontraríamos 3 esferas unidas, dos de estas esferas corresponden al hidrógeno y la restante al oxígeno [6, 7]. Bajo esta óptica hemos encontrado la primera evidencia de lo que se llama actualmente como átomos, que son las esferas, y estas esferas se les llama elementos químicos. Con el desarrollo de la química entre los siglos XVIII y XIX d.C., se habían encontrado alrededor de 20 elementos químicos, y todos tenían en común que estaban formados por átomos. Fue hasta 1897, Thompson encuentra el electrón con el experimento de rayos catódicos [2, 7]. Este experimento tuvo origen al estudiar las descargas eléctricas entre dos placas de metal a una se le llamo cátodo y a la otra se le llamo ánodo, las placas estaban conectadas a una diferencia de potencial muy alto y entre las dos placas había un gas a muy baja presión. Thompson encontró que algo pasaba del cátodo al ánodo, este algo es el electrón. En la Figura 1.1 se describe la configuración del experimento de rayos catódicos [3, 4].

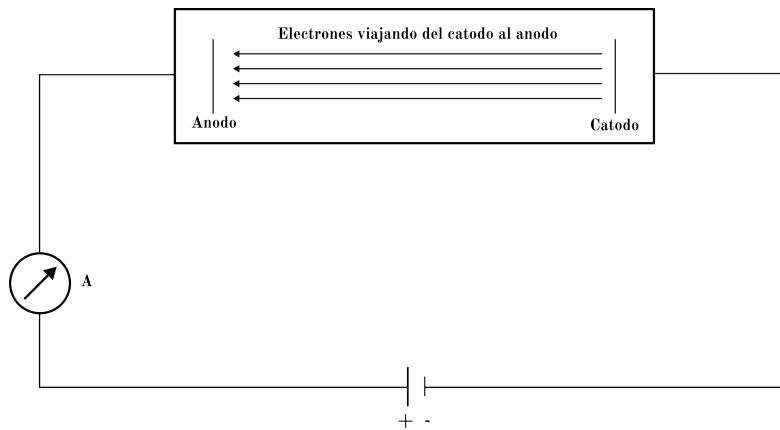


Figura 1.1: Diagrama del circuito eléctrico del experimento de rayos catódicos

Entre 1900 y 1911, Rutherford realizó dos experimentos cruciales para entender la estructura de los elementos químicos, en el primero de ellos encontró un tipo de radiación, los rayos alfa, usando campos magnéticos. Y usando los rayos alfa realizó el experimento que lleva su nombre, que consistió en disparar rayos alfa a una placa de oro, con sus resultados él negó el modelo atómico de Thompson, y encontró que los núcleos atómicos tienen carga opuesta al electrón, él propuso que en el núcleo debe existir una partícula con esa carga y con esto se llegó al descubrimiento del protón [3]. Para 1932, el modelo atómico quedó completo con el descubrimiento del neutrón, partícula descubierta por Chadwick, con un

experimento que consistió en disparar rayos alfa a una placa de Berilio, de la placa salía una nueva clase de radiación que son los neutrones, esta radiación no estaba ligada a ninguna partícula eléctricamente cargada porque no se desviaba si se aplicaban campos eléctricos o magnéticos. Chadwick confirmó que eran neutrones porque después de la placa de Berilio colocó a distancia una placa de Parafina y la radiación que salía de ésta eran protones [2, 3].

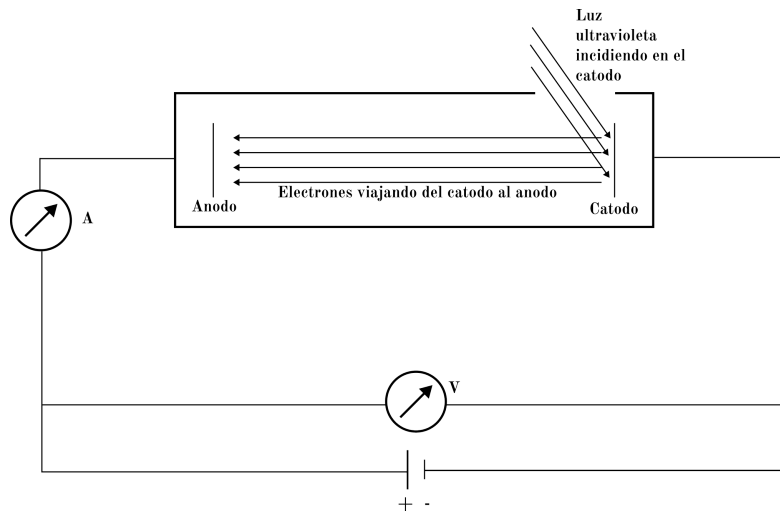


Figura 1.2: Diagrama del efecto fotoeléctrico.

A principios del siglo XIX, el problema de radiación emitida por un cuerpo negro condujo a los físicos de la época al periodo conocido como *la catástrofe del ultravioleta*, este problema fue resuelto por Planck en 1900, proponiendo que la radiación emitida por el cuerpo debía ser en forma de paquetes, a los que llamo *cuantos* [2, 5, 7]. Fue hasta 1905, que Einstein adoptó esta idea para describir el efecto fotoeléctrico, Einstein encontró que cuando la luz ultravioleta incidía sobre los electrones, la energía de estos *cuantos* era absorbida por estos y era posible que los electrones viajaran entre el ánodo y cátodo, Figura 1.2. Y entre 1921 y 1923, usando está misma idea se explicó el efecto Compton. Una de las principales características de los *cuantos* es su relación directa con la luz, esto implicó que son de origen electromagnético, por lo que fueron renombrados como fotones [2, 3], se comportan como partículas neutras que con el experimento de Michelson-Morley se encontró que viajan a $c = 299,792,458\text{m/s}$.

1.2. Rayos cósmicos

A la par del descubrimiento del protón, se detectó usando electroscopios preparados y aislados para diferentes pruebas que detectaban cargas eléctricas con origen desconocido. Fue hasta 1912, Hess, en conjunto con otros científicos detectaron esta radiación a 5,200m de altura. Notaron también que esta radiación aumentaba conforme a la altura, de estos experimentos concluyeron que [3]: esta radiación está constituida por partículas con origen fuera de la tierra [3, 4, 8, 9], los rayos cósmicos chocan con la atmósfera y se produce una colisión protón-aire [4, 8, 9], la composición de los rayos cósmicos es alrededor de 90 % núcleos de hidrógeno, el 10 % restante son núcleos ionizados y núcleos de elementos más pesados [4, 8, 9], una vez que los rayos cósmicos chocan con la atmósfera se producen partículas secundarias, las mediciones a diferentes alturas fue crucial para detectar estas nuevas partículas [3, 4, 8, 9].

La primera partícula que se detectó mediante rayos cósmicos fue el positrón por Anderson en 1932, usando cámaras de niebla y campos magnéticos, Anderson ya conocía las trazas que dejaban los electrones, él encontró trazas que correspondían a electrones, pero tenía orientación opuesta, esto llevó a concluir que existía una partícula idéntica al electrón, pero con carga opuesta a la que se le llamó como positrón [3]. Posteriormente en 1937, Anderson y Neddenmeyer, analizaron trazas de partículas en cámaras de burbujas y encontraron partículas con magnitud de carga igual a la del electrón, pero más pesadas que el electrón, a estas partículas se les llamó muon positivo y negativo por su carga eléctrica. Después de la colisión de los rayos cósmicos con la atmósfera, se generan estas partículas y llegan a la superficie de la tierra en abundancia [3, 8, 10].

Lattes, Muirhead, Occhialini, y Powell en 1947, vieron trazas de partículas en placas de emulsión nuclear que expusieron a rayos cósmicos a gran altura, algunas de estas correspondían a partículas con magnitud de carga igual a la del electrón y también más pesadas que el electrón. Encontraron al pion positivo y negativo. El pion es una partícula inestable, esto quiere decir que se desintegra muy rápidamente, fue un logro detectarlos con rayos cósmicos, y más tarde en 1948, con el ciclotrón de la Universidad de Berkeley se obtuvo el primer haz de piones [3, 8, 10].

Una descripción actual sobre el recorrido y la descomposición de los rayos cósmicos se encuentra en la Figura 1.3, donde se aprecia que la colisión es sobre la atmósfera y se generan los piones, y de ahí se forman varios decaimientos hasta llegar a los muones y la superficie de la tierra.

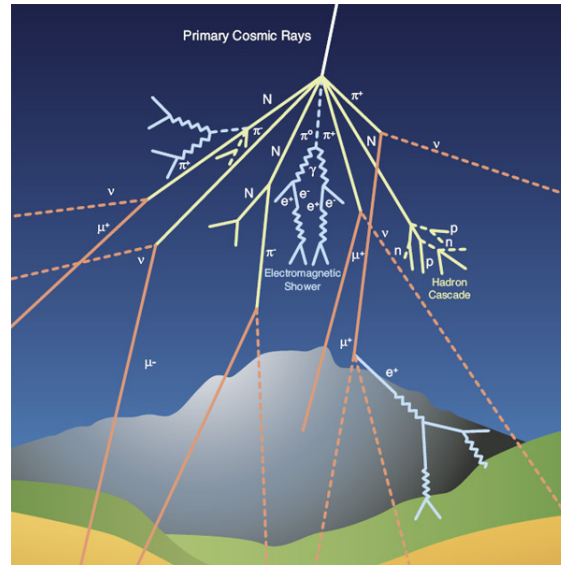


Figura 1.3: Descripción de un rayo cósmico y su descomposición debido a la colisión con la atmósfera. Imagen tomada de [1].

1.3. Modelo estandar

La interacción electromagnética, que se sabía era de alcance infinito y mediante las ecuaciones de Maxwell de la electrodinámica y los trabajos de Planck y Einstein se llegó al consenso de la dualidad onda-partícula de la luz [2–4, 7], más adelante sirvió para explicar porque se repelen dos partículas con cargas con el mismo signo, por ejemplo si dos electrones se acercaran uno al otro, entonces habría un intercambio de fotones *virtuales* (porque no se pueden medir debido a que existen un breve instante de tiempo [7]) entre ellos que estarían impactando entre ellos alejándolos entre si (No sé si vale la pena insertar una imagen aquí sobre el intercambio de fotones) [2–4, 7].

Una segunda interacción que llamaba la atención fue ¿cómo se mantienen tan cerca los protones y los neutrones dentro del núcleo atómico? El primero en dar una solución fue

Yukawa en 1934, quien encontró un potencial que relacionaba la atracción de neutrones y protones [4, 11]. Yukawa pensó que, así como el fotón era el responsable de las interacciones electromagnéticas, debía existir una partícula que fuese la responsable de las *interacciones fuertes* que tienen sujetos los protones y nucleones en el núcleo atómico. La partícula que encajaba con los cálculos que hizo Yukawa coincidían con el pion [3, 4, 7].

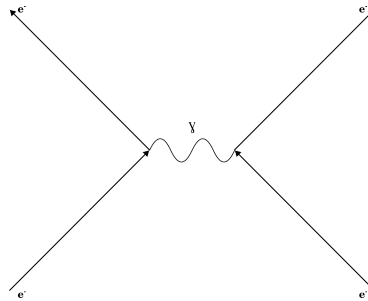


Figura 1.4: Diagrama de Feynman que describe la interacción electromagnética entre dos electrones que se repelen e intercambian un fotón virtual que explica la repulsión.

Hasta 1964, se consideraba al protón y al neutrón como partículas elementales, en esa misma época ya estaba en funcionamiento un acelerador de partículas en el SLAC, en Estados Unidos, e hicieron colisionar electrones acelerados a 20 GeV contra protones y como el experimento de Rutherford, lo que se quería observar era la desviación de los electrones debido al protón, la hipótesis era, si la carga en el núcleo está distribuida uniformemente los electrones tendrían que desviarse todos ligeramente, de lo contrario, si la carga se concentra en pequeñas regiones del protón debería observarse desviaciones drásticas en los electrones, los resultados arrojaron la presencia de 3 cargas eléctricas [3, 4]. A la par M. Gell-Mann y G. Zweig de forma independiente propusieron que partículas como los protones y nucleones que estaban catalogados como *hadrones* debían estar formados de partículas más elementales y por Gell-Mann son llamados quarks arriba, abajo y extraño. Con esta nueva estructura fue que propusieron la existencia del gluón y esta partícula también es virtual y es producto de las interacciones entre quarks [3, 4].

Existe una última interacción que a diferencia de la *fuerte* se podía explicar con mayor claridad y sencillez, la interacción *débil* que está ligada al decaimiento de las partículas [3–5]. Fermi en 1933, realizó un estudio sobre los decaimientos de partículas beta sin tomar en

cuenta una partícula que fuera la responsable, para 1962, los decaimientos eran ya bien conocidos al punto de que Glashow, Weinberg y Salam predijeron tres partículas y sus masas. Para 1983, en CERN, Suiza, se confirmó la existencia de estas tres partículas, W^\pm y Z^0 y se reportaron las masas.

El nacimiento del *modelo estándar de partículas elementales* se dio cuando Higgs propuso un método que dotaba de masa a las partículas y era compatible con las teorías que engloba a las partículas elementales. Glashow, Weinberg y Salam fueron quienes aplicaron este método a su teoría sobre las interacciones electrodébiles. El *modelo estándar de partículas elementales* contempla 3 tipos de partículas elementales, la primera familia son los *leptones*, que significa ligero, y su principal característica es que solo son susceptibles a las interacciones débiles y electromagnéticas, aquí se encuentran el electrón, muon y tau con sus respectivas antipartículas. La partícula tau fue predicha y detectada alrededor de 1974 [4].

La segunda familia de partículas elementales, los quarks y sus antipartículas, que son susceptibles a las interacciones fuertes, que al principio se hallaron tres, arriba, abajo y extraño. Pero más adelante se hallaron tres más: encanto, bottom y top, estos 3 fueron hallados en 1970, 1978 y 1994 respectivamente por el desarrollo de la teoría y de los experimentos como en el caso de la partícula tau [4].

La última familia de partículas elementales son los bosones, son los mediadores de las interacciones electromagnéticas: fotón, débil: W^\pm y Z^0 y fuerte: gluón. También se incluye la partícula de Higgs asociada a los procesos que dotan de masa a las partículas. El modelo estándar junta a las teorías electrodébil y la cromodinámica cuántica, tratando de formar una sola teoría [4].

Capítulo 2

Principios físicos y matemáticos

La historia de la relatividad especial es tan extensa como la del modelo estándar de partículas elementales, a continuación, se hace un breve resumen para abordar los temas relacionados con los procesos que involucran a los detectores en la física de partículas.

2.1. Principio de relatividad

La relatividad nació con Galileo entre los siglos XVI y XVII, con uno de los experimentos más famosos de la física que es el plano inclinado. El experimento trata sobre el movimiento de un objeto sobre la superficie del plano. Antes de Galileo, Aristóteles, consideraba que el estado natural de la materia es el reposo. Con el experimento que realizó Galileo observó que si el plano se desplazaba con velocidad constante entonces el movimiento del objeto que se desplazaba sobre su superficie era el mismo que si se encontraba en reposo. Este es el Principio de inercia o Principio de invariancia, *las leyes de la física son idénticas para todos los observadores moviéndose con velocidad constante entre ellos*, y más adelante Newton con ayuda del principio de inercia formula su Primera ley, todo cuerpo continua en reposo o movimiento constante, hasta que una fuerza externa lo modifique [2, 12].

Galileo entonces define los sistemas de referencia inerciales y formula su transformación entre observadores que cumplen el Principio de inercia, Figura 2.1.

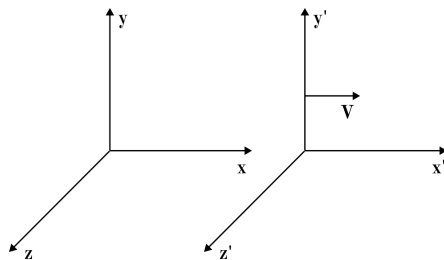


Figura 2.1: Dos sistemas de referencia inerciales S y S' . S' se desplaza con velocidad V hacia la derecha respecto de S .

$$x = x' + Vt, \quad (2.1)$$

$$y = y', \quad (2.2)$$

$$z = z', \quad (2.3)$$

donde V es la velocidad en la dirección del eje x con la que se aleja el sistema de referencia inercial S' de S . Galileo asumió también que el tiempo medido en S es el mismo que en S' [2, 12].

2.2. Relatividad especial

Medir la velocidad de la luz fue el desafío por consecuencia del problema de aberración de luz de Bradley en 1725, una de las principales conclusiones fue que la luz debía tener velocidad finita. Después en 1862, Maxwell enunció sus cuatro ecuaciones del electromagnetismo, en 1881, Michelson y Morley miden la velocidad de la luz y demuestran que es la misma en cualquier dirección, finalmente Einstein en 1905, publica su trabajo *On the electrodynamics bodies*, donde deduce con ayuda del electromagnetismo y la descripción de los frentes de onda electromagnéticos la transformación de Lorentz de la relatividad especial [2, 12, 13].

El experimento de Michelson-Morley dio origen al segundo postulado de la relatividad especial que enunció Einstein en 1905, *la velocidad de la luz en el vacío es la misma en cualquier*

sistema de referencia inercial. El primer postulado es el Principio de relatividad de Galileo [12–14].

Consideremos dos sistemas de referencia inerciales, S y S' . S' se desplaza respecto de S con velocidad constante $\mathbf{V} = V\hat{i}$, se propone una transformación lineal que relacione las coordenadas de S' a S como a continuación se muestra,

$$x' = \alpha x + \epsilon t, \quad (2.4)$$

$$y' = y, \quad (2.5)$$

$$z' = z, \quad (2.6)$$

$$t' = \delta x + \eta t, \quad (2.7)$$

lineal por el Primer postulado de la relatividad especial [12]. Las constantes α, ϵ, δ y η son coeficientes de la transformación. Ahora calculamos las velocidades, primero determinamos las diferenciales de las ecuaciones (2.4) - (2.7).

$$dx' = \alpha dx + \epsilon dt, \quad (2.8)$$

$$dy' = dy, \quad (2.9)$$

$$dz' = dz, \quad (2.10)$$

$$dt' = \delta dx + \eta dt, \quad (2.11)$$

y definimos las velocidades como $\frac{dx}{dt} = v_x$, $\frac{dy}{dt} = v_y$, $\frac{dz}{dt} = v_z$, $\frac{dx'}{dt'} = v_x'$, $\frac{dy'}{dt'} = v_y'$ y $\frac{dz'}{dt'} = v_z'$, y desarrollando se obtiene

$$v_x' = \frac{\alpha v_x + \epsilon}{\delta v_x + \eta}, \quad (2.12)$$

$$v_y' = \frac{v_y}{\delta v_x + \eta}, \quad (2.13)$$

$$v_z' = \frac{v_z}{\delta v_x + \eta}. \quad (2.14)$$

$$(2.15)$$

La rapidez en ambos sistemas de referencia es

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}, \quad (2.16)$$

$$v' = \sqrt{v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2}. \quad (2.17)$$

Si ahora nos fijamos en un punto $P = (x', y', z', t')$ en S' , y se encuentra en reposo, entonces las componentes de la velocidad en S' son cero y visto desde S , P se desplaza con velocidad $\mathbf{V} = V\hat{i}$, aplicando en las ecuaciones (2.12) y (2.14) se obtiene que

$$V = -\frac{\epsilon}{\alpha}. \quad (2.18)$$

Ahora nos fijamos en un punto $P = (x, y, z, t)$ en S , y se encuentra en reposo, entonces de las ecuaciones (2.12) y (2.14) se obtiene que

$$V = -\frac{\epsilon}{\eta}, \quad (2.19)$$

combinando las ecuaciones (2.18) y (2.19) resulta que

$$\alpha = \eta. \quad (2.20)$$

Ahora sustituyendo en (2.13) las ecuaciones (2.13) - (2.14) se obtiene que

$$v' = \frac{1}{\delta v_x + \alpha} \sqrt{(\alpha v_x)^2 + 2\alpha\epsilon v_x + \epsilon^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

y aplicando al último resultado las ecuaciones (2.16) y (2.19) se obtiene que

$$v' = \frac{1}{\delta v_x + \alpha} \sqrt{(\alpha^2 - 1)v_x^2 - 2V\alpha^2 v_x + (V\alpha)^2 + v^2} \quad (2.21)$$

Se aplica el Segundo postulado de la relatividad especial, es decir, si $v' = c$ entonces $v = c$ [12], elevando al cuadrado la ecuación (2.21) y desarrollando encontramos una ecuación de segundo grado para v_x que es

$$(\alpha^2 - 1 - (c\delta)^2)v_x^2 + (-2V\alpha^2 - 2c\alpha\delta)v_x + (V\alpha)^2 + c^2 - (c\alpha)^2 = 0, \quad (2.22)$$

y como se sabe que $v_x \neq 0$ entonces resulta el siguiente sistema de ecuaciones

$$(\alpha^2 - 1 - (c\delta)^2) = 0, \quad (2.23)$$

$$(-2V\alpha^2 - 2c\alpha\delta) = 0, \quad (2.24)$$

$$(V\alpha)^2 + c^2 - (c\alpha)^2 = 0, \quad (2.25)$$

y resolviendo, se obtiene que

$$\alpha = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \quad (2.26)$$

$$\delta = \mp \frac{V}{c^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \quad (2.27)$$

$$\epsilon = \mp \frac{V}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}. \quad (2.28)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.26) - (2.28) tomando el signo de arriba para que coincida con el sistema descrito en la Figura 2.1 en las ecuaciones (2.4) - (2.7) se obtiene la transformación de Lorentz de la relatividad especial .

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \quad (2.29)$$

$$y' = y, \quad (2.30)$$

$$z' = z, \quad (2.31)$$

$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \quad (2.32)$$

$$(2.33)$$

2.2.1. Dinámica relativista

Las componentes de la velocidad quedan determinadas sustituyendo las ecuaciones (2.26) - (2.28) en las ecuaciones (2.12) - (2.14), y desde S , toman la siguiente forma

$$v_x = \frac{v_x' + V}{1 + \frac{v_x'V}{c^2}}, \quad (2.34)$$

$$v_y = \frac{v_y'}{\gamma \left(1 + \frac{v_x'V}{c^2}\right)}, \quad (2.35)$$

$$v_z = \frac{v_z'}{\gamma \left(1 + \frac{v_x'V}{c^2}\right)}, \quad (2.36)$$

definiendo

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}. \quad (2.37)$$

La velocidad medida en S esta dada por la siguiente expresión

$$\mathbf{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k}, \quad (2.38)$$

sustituyendo las ecuaciones (2.34) - (2.36), la velocidad esta dada por

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{v}' + (\gamma - 1) \frac{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{V}}{V^2} \mathbf{V} + \gamma \mathbf{V}}{\gamma \left(\frac{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{V}}{c^2} \right)}. \quad (2.39)$$

y calculando la rapidez al cuadrado con las ecuaciones (2.17), (2.34) - (2.36) queda como

$$v^2 = c^2 \left[1 - \frac{\left(1 - \left(\frac{v'}{c}\right)^2\right)}{\gamma \left(1 + \left(\frac{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{V}}{c^2}\right)^2\right)} \right]. \quad (2.40)$$

Para un sistema de N -partículas, la masa total M del sistema y el momento lineal total \mathbf{P} del sistema medido en S esta dada por las expresiones

$$M = \sum_{i=1}^N m_i, \quad (2.41)$$

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{v}_i. \quad (2.42)$$

Se introducen las siguientes dos expresiones en (2.40),

$$\gamma_{vi} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_i}{c}\right)^2}}, \quad (2.43)$$

$$\gamma_{v'i} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_i'}{c}\right)^2}}, \quad (2.44)$$

para obtener que

$$\gamma_{vi} = \gamma_{v'i} \left(1 + \left(\frac{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{V}}{c^2} \right)^2 \right) \quad (2.45)$$

usando este último resultado en la velocidad dada por (2.39), se obtiene una expresión simplificada para las velocidades de las i -ésimas partículas del sistema

$$\mathbf{v} = \frac{\gamma_{v'i}}{\gamma_{vi}} \left(\mathbf{v}' + (\gamma - 1) \frac{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{V}}{V^2} \mathbf{V} + \gamma \mathbf{V} \right), \quad (2.46)$$

y usando la ecuación (2.46), en el momento total del sistema se obtiene la siguiente expresión

$$\mathbf{P} = \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_{v'i}}{\gamma_{vi}} m_i \mathbf{v}' + (\gamma - 1) \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_{v'i}}{\gamma_{vi}} m_i \frac{\mathbf{v}' \cdot \mathbf{V}}{V^2} \mathbf{V} + \sum_{i=1}^N \frac{\gamma_{v'i}}{\gamma_{vi}} m_i \mathbf{V}, \quad (2.47)$$

ahora nos fijamos en la masa total m' y el momento lineal total \mathbf{P}' medidas en S' que se definen como

$$M' = \sum_{i=1}^N m_i', \quad (2.48)$$

$$\mathbf{P}' = \sum_{i=1}^N m_i' \mathbf{v}_i', \quad (2.49)$$

e introduciendo en el último resultado, se encuentra que la masa m' en S' tiene la forma de

$$m_i' = \frac{\gamma_{v'i}}{\gamma_{vi}} m_i, \quad (2.50)$$

de la ecuación (2.50) se halla una masa que no cambia en S y en S' , a esta masa se le conoce como *masa en reposo* m_0 y está dada por

$$m_{0i} = \frac{m_i}{\gamma_{vi}} = \frac{m_i'}{\gamma_{v'i}}, \quad (2.51)$$

y por lo tanto la masa medida en S o S' se encuentra mediante las siguientes expresiones

$$m_i = \gamma_i m_{0i}, \quad (2.52)$$

$$m_i' = \gamma_i' m_{0i}, \quad (2.53)$$

y el momento queda definido de forma similar

$$\mathbf{p}_i = \gamma_{vi} m_{0i} \mathbf{v}_i, \quad (2.54)$$

$$\mathbf{p}_i' = \gamma_{v'i} m_{0i} \mathbf{v}_i', \quad (2.55)$$

finalmente, usando las ecuaciones (2.48), (2.49) y (2.50) en la ecuación (2.47) obtenemos el momento lineal total \mathbf{P} del sistema medido en S

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}' + (\gamma - 1) \frac{\mathbf{P}' \cdot \mathbf{V}}{V^2} \mathbf{V} + M' \mathbf{V}. \quad (2.56)$$

Consideremos que se tiene una partícula libre, el trabajo W para mover la partícula del reposo hacia cualquier otra ubicación se halla mediante la definición de trabajo

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}, \quad (2.57)$$

de la segunda ley de Newton, sabemos que

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{v}) = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} + \frac{dm}{dt}\mathbf{v}. \quad (2.58)$$

Introduciendo las ecuaciones (2.52), (2.58) en la ecuación (2.57) e integrando desde el reposo hasta la velocidad con la que se desplaza la partícula de masa m , se encuentra que el trabajo depende únicamente de la velocidad y tiene la forma

$$W = m_0c^2(\gamma_v - 1), \quad (2.59)$$

este trabajo corresponde a la energía cinética de la partícula [12], y definimos a la energía como

$$E = \gamma_v m_0 c^2, \quad (2.60)$$

calculando la magnitud del momento lineal dado por la ecuación (2.54) y despejando la velocidad de la partícula e introduciendo en la ecuación (2.43), se obtiene la energía como función del momento lineal y la energía en reposo de la partícula que está dada por

$$E^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2 \quad (2.61)$$

2.3. Perdida de energía por la colisión con un electrón libre

2.3.1. Energía máxima transferida

Se considera ahora un sistema formado por 2 partículas puntuales, una de ellas será un electrón con masa en reposo m_e , y se encuentra en reposo situado en el origen del sistema de referencia S . La segunda partícula con masa en reposo M viaja con dirección \hat{i} y momento \mathbf{p}_1 e impacta al electrón. Si la colisión es elástica, el electrón es dispersado con momento \mathbf{p}_2 y la partícula de masa M es dispersada con momento \mathbf{p}_3 , como se muestra en la Figura

2.2b. Al ser una colisión elástica, el momento lineal y la energía del sistema se conservan. Se determina la energía máxima con la que el electrón es dispersado. De la magnitud de la conservación del momento, la magnitud del momento con que la partícula de masa M fue dispersada es

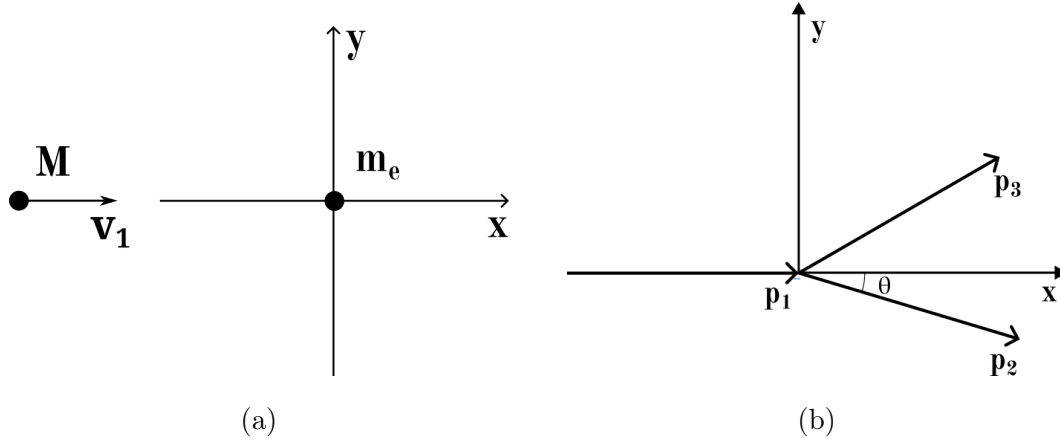


Figura 2.2: En (a) se muestra a una partícula de masa M que viaja hacia un electrón en reposo con masa m_e . Si se considera que la colisión es elástica entonces podemos trazar los vectores del momento lineal como en (b) por la conservación del momento lineal.

$$p_3^2 = p_1^2 + p_2^2 - 2p_1p_2 \cos(\theta), \quad (2.62)$$

donde θ , es el ángulo entre los momentos \mathbf{p}_1 y \mathbf{p}_2 . de la conservación de la energía para el momento p_3^2 se tiene que

$$p_3^2 = \frac{1}{c^2} \left[\left(\sqrt{M^2c^4 + c^2p_1^2} - T \right)^2 + Mc^2 \right], \quad (2.63)$$

donde T , es la energía cinética con la que fue dispersado el electrón, esta dada por la ecuación (2.59)

$$T = \sqrt{m_e^2c^4 + c^2p_2^2} - m_e c^2, \quad (2.64)$$

Igualando las expresiones (2.62) y (2.63) y sustituyendo el momento p_2 de (2.64) se encuentra que la energía cinética T del electrón dispersado es

$$T = \frac{2m_e c^2 \cos^2(\theta)}{\left(m_e c^2 + \sqrt{M^2 c^4 + c^2 p_1^2}\right)^2 - c^2 p_1^2 \cos^2(\theta)}. \quad (2.65)$$

Los máximos y mínimos de la ecuación (2.65) están en $\theta = \frac{n\pi}{2}$, con $n = 0, 1, 2, \dots$, en $\theta = 0$, la energía cinética T es máxima [15], y tiene la forma

$$T_{max} = \frac{2m_e \gamma_{v_1}^2 v_1^2}{1 + 2\gamma_{v_1} \frac{m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2}. \quad (2.66)$$

La ecuación (2.66) se le conoce como la energía máxima transferida al electrón en una sola colisión [15, 16].

2.4. Energía perdida de partículas cargadas

2.4.1. Ecuación de Bethe

Del problema de dispersión de Thompson, se tiene que la dispersión está dada por

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{ze^2}{2pv}\right)^2 \csc^4\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (2.67)$$

donde ze es la carga de la partícula incidente de masa M , v es la velocidad, p es el momento lineal del electrón y θ es el ángulo de dispersión [14]. En términos de la energía cinética reescribimos la ecuación (2.67) y se obtiene que

$$\frac{d\sigma}{dT} = 2\pi \frac{(ze^2)^2}{mv^2} \frac{1}{T^2}. \quad (2.68)$$

Si se integra mecánica cuántica al cálculo de la ecuación (2.68) [14], entonces surge un factor de corrección debido al spin del electrón dado por

$$\frac{d\sigma}{dT} = 2\pi \frac{(zZe^2)^2}{Mv^2} \frac{1}{T^2} \left(1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \frac{T}{T_{\max}} \right). \quad (2.69)$$

Ahora, calculamos la energía perdida (o depositada en los electrones) por unidad de distancia, considerando un volumen de N átomos por unidad de volumen y cada átomo con Z electrones, entonces

$$\frac{dE}{dx} = NZ \int_{\epsilon}^{T_{\max}} T \frac{d\sigma}{dT} dT,$$

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi NZ \frac{z^2 e^4}{mv^2} \left[\ln \left(\frac{2m\gamma_v^2 v^2}{\epsilon} \right) - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right], \quad (2.70)$$

donde ϵ es una energía menor que T . En 1930, Bethe encuentra una expresión para el caso de ϵ mayores que la energía cinética T [14], y esta definida como

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi NZ \frac{z^2 e^4}{mv^2} \left[\ln \left(\frac{2m\gamma_v^2 v^2 T_{\max}}{I^2} \right) - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right], \quad (2.71)$$

La ecuación (2.71) se le conoce como la ecuación de Bethe [14–16]. Mas tarde Bloch haría una nueva corrección resultando en

$$\frac{dE}{dx} = 2\pi NZ \frac{z^2 e^4}{mv^2} \left[\ln \left(\frac{2m\gamma_v^2 v^2}{\epsilon} \right) - 2 \left(\frac{v}{c} \right)^2 - \delta - U \right], \quad (2.72)$$

a este último resultado se le conoce como la ecuación de Bete-Bloch, sus últimos dos términos corresponden a términos de efectos de densidades de ionización [15, 16].

Por último, tenemos la distribución de Landau [16, 17], está dada por la siguiente expresión [17]

$$f(x) = \frac{1}{\pi c} \int_0^{\infty} \exp(-t) \cos \left(t \left(\frac{x - \mu}{c} \right) + \frac{2t}{\pi} \ln \left(\frac{t}{c} \right) \right) dt. \quad (2.73)$$

Esta distribución modela la distribución de energía depositada en detectores, pero tiene la peculiaridad de que no está definida la media, moda y mediana para esta distribución [16, 18]. Landau la encontró a partir de su estudio sobre procesos que involucran ionización [16, 17].

2.5. Método de Monte carlo

Surgió en 1949, por J. Von Neumann y S. Ulam, para resolver problemas matemáticos mediante el uso de variables aleatorias [19,20].

Quizá la mayor utilidad del Método de Monte Carlo (MMC) es calculando integrales, aunque también es ampliamente utilizado para resolver ecuaciones diferenciales, sistemas de ecuaciones, o modelos matemáticos mas complicados [21,22]. Un ejemplo de como emplear el MMC es el siguiente, considérese la región R , de área igual a uno. Dentro de está región se encuentra la región B , que corresponde al área que se desea encontrar y la región C como se muestra en la Figura 2.3, el área de la región queda expresada

$$\text{Area}(R) = \text{Area}(B) + \text{Area}(C) = 1. \quad (2.74)$$

Aunque la ecuación (2.74) no es útil para determinar el $\text{Area}(B)$, pero nos permite encontrar la proporcionalidad

$$\mu = \frac{\text{Area}(B)}{\text{Area}(R)}, \quad (2.75)$$

ahora, hay diferentes métodos para determinar la constante de proporcionalidad μ , que en este caso coincide con el $\text{Area}(B)$, se introducen dos variables aleatorias independientes $X \in [0, a]$ y $Y \in [0, b]$, y colocamos la condición [19]

$$U = \begin{cases} 1 & \text{si } (X, Y) \in B \\ 0 & \text{si } (X, Y) \notin B \end{cases} \quad (2.76)$$

a continuación, se generan n parejas de números aleatorios y se les aplica U , contando así cuantos puntos hay en la región B .

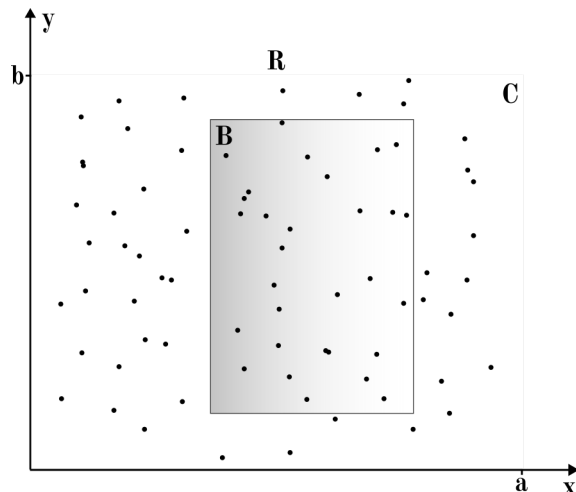


Figura 2.3: Se representa graficamente como es posible determinar el área de una región mediante el MMC, en este ejemplo se llena la región R de puntos distribuidos aleatoriamente para determinar el área de B .

Si n es muy grande, llenara el Area (R), y por consiguiente podemos modificar la ecuación (2.75) calculando Area (R) y Area (B) con el número de puntos p_R y p_B respectivamente [19] como se muestra en la Figura 2.3, por lo tanto

$$\text{Area}(B) = \frac{p_B}{p_R}. \quad (2.77)$$

2.5.1. Principios del funcionamiento

Se definen algunas cantidades importantes dentro del contexto de la Probabilidad y la Estadística. Una variable aleatoria X se define como una función de valor real definida en un espacio muestral [23]. Si el espacio muestral es discreto o continuo la variable aleatoria debe ser también discreto o continuo respectivamente [23]. A partir de esto podemos definir la función de densidad tal que

$$f(x) = f(X = x), \quad (2.78)$$

donde $P(x)$ representa la probabilidad de que X tome el valor x [23]. Una propiedad que debe cumplir f es que la suma de los elementos de f debe ser 1, para el caso discreto, se considera un espacio muestral de n elementos y $X \in D$, entonces

$$\sum_{i=0}^{n-1} f(x) = 1, \quad (2.79)$$

para el caso continuo se considera que $X \in D$ y

$$\int_D f(x)dx = 1. \quad (2.80)$$

Se define el valor esperado como

$$E(X) = \sum_{i=0}^{n-1} x f(x), \quad (2.81)$$

o

$$E(X) = \int_D x f(x)dx. \quad (2.82)$$

Las ecuaciones (2.81) corresponden a la media aritmética dada por

$$\mu = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} x_i}{n} \quad (2.83)$$

donde la media aritmética μ esta definida como el promedio de un conjunto de mediciones x_i de un experimento realizado [23]. Si ahora tomamos una función $g(X)$, siendo X una variable aleatoria con densidad de probabilidad $f(x)$, entonces el valor esperado de $g(Y)$ esta dado por la ecuaciones (2.81) y (2.82) de la siguiente forma

$$E(g(X)) = \sum_{i=0}^{n-1} g(x) f(x), \quad (2.84)$$

y

$$E(g(X)) = \int_D g(x)f(x)dx. \quad (2.85)$$

por último, la varianza esta definida como el valor esperado de $(Y - \mu)^2$ [23] y esta representado por

$$V(Y) = E((Y - \mu)^2), \quad (2.86)$$

si se calcula la raíz cuadrada de la varianza se obtiene la desviación estándar.

2.5.2. Cálculo de integrales mediante el MMC

Considere la siguiente integral

$$\theta = \int_D f(x)dx. \quad (2.87)$$

Usando la definición de valor esperado por la ecuación (2.85), donde se va a pedir que $p(y)$ es la densidad de probabilidad asociado a la variable aleatoria $Y \in D$. Y se va a pedir que el valor esperado de $g(Y)$ sea precisamente el valor de la integral dada por la ecuación (2.87) [21, 22], entonces

$$E(g(Y)) = \int_D f(y)dy = \theta. \quad (2.88)$$

Si consideramos el caso donde $D = [a, b]$, y Y toma valores aleatorios con densidad uniforme $p(y) = \frac{1}{b-a}$, de la ecuación (2.87) entonces

$$\begin{aligned} E(g(Y)) &= \int_a^b \frac{g(y)}{b-a} dy \\ &= \frac{1}{b-a} \theta, \end{aligned} \quad (2.89)$$

y por lo tanto

$$\theta = (b - a)E(g(Y)). \quad (2.90)$$

Para estimar $E(g(Y))$, por ejemplo, se puede aproximar θ con la siguiente función [21, 22]

$$\hat{\theta} = (b - a) \frac{\sum_{i=0}^{m-1} f(y_i)}{m}, \quad (2.91)$$

y aplicando el valor esperado y la varianza se obtiene que

$$E(\hat{\theta}) = \int_a^b f(y) dy, \quad (2.92)$$

$$V(\hat{\theta}) = \frac{(b - a)^2}{m} \int_a^b \left(f(x) - \int_a^b f(t) dt \right)^2 dx. \quad (2.93)$$

Las ecuaciones (2.92) y (2.93) se obtienen precisamente del hecho de que $\hat{\theta}$ es un promedio multiplicado por el factor $(b - a)$, y esto representa una forma en la que se puede usar el MMC para determinar el valor de una integral [21, 22].

2.5.3. MMC en altas energías

Estas técnicas son empleadas en varias etapas como el desarrollo de detectores, generación de diagramas de Feynman, cálculos de teoría de campos. En lo que respecta a los detectores y como simularlos se cuenta con los métodos de transporte de partículas [20, 24, 25].

Estos modelos contemplan partículas que se generan con dirección, momento, energía aleatorias, e impactan con los materiales que para fines prácticos de la simulación, se modelan como colisiones con electrones estáticos [20].

Para modelar el paso de una partícula con carga neutra y su interacción con un medio material se tiene la relación lineal de Boltzmann y está dada por

$$\hat{\Omega} \cdot \nabla \psi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + \Sigma_t(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d\Omega' \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') + S(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \quad (2.94)$$

donde el primer término hace referencia al flujo de partículas, el segundo a las colisiones entre partículas y los núcleos, el tercer término es sobre la dispersión de partículas y el cuarto término es sobre la fuente de partículas [20, 24, 25].

Como este modelo, hay diferentes modelos para diferentes tipos de partículas, y pueden contemplar mas factores, la metodología para determinar las propiedades que son de interés según el modelo, como por ejemplo la energía depositada en el material, la posición y momento de la partícula, contemplar efectos como centelleo conllevan a resolver en muchos casos integrales, es donde se aprovecha el MMC [20, 24, 25].

2.6. Física más allá del modelo estándar

El modelo estándar se verificó experimentalmente con el descubrimiento del bosón de Higgs en el 2012, pero, el modelo estándar intenta conectar la teoría del electromagnetismo, electrodébil y la cromodinámica, a esto se le conoce como una teoría de unificación. Sin embargo, hay problemas que el modelo estándar no es capaz de responder como, por ejemplo: violación CP y está relacionado con la antimateria, oscilaciones de neutrinos y la materia y energía oscura [26].

Hay un fuerte interés en partículas asociadas a modelos teóricos de física más allá del modelo estándar como la supersimetría, llamadas Partículas de Larga Vida, y tienen la característica de ser neutras eléctricamente. Estas partículas son importantes ya que hay ciertos modelos teóricos que predicen la existencia de ellas y sus decaimientos son en partículas del modelo estándar y otras partículas que predice dicho modelo, actualmente, en CERN los detectores están diseñados para medir las partículas del modelo estándar. En el Capítulo 3 se abordará con mayor énfasis sobre la física más allá del modelo estándar Partículas de Larga Vida y el mecanismo de detección que se plantea con el detector MATHUSLA [26, 27].

Algunas de las posibles fuentes de Partículas de Larga Vida son los rayos cósmicos ultra energéticos, muones provenientes del punto de interacción de LHC, neutrinos atmosféricos y neutrinos producidos por las colisiones. Usando estas fuentes, el estudio para determinar una Partícula de Larga Vida consiste en estudiar trayectorias de las partículas, producción de partículas y tiempos de decaimiento [26,27].

Capítulo 3

Simulaciones

3.1. Detector MATHUSLA

El detector CMS (Compact Muon Solenoid) es un detector especializado en la reconstrucción de muones y vértices cercanos al punto de interacción. Está optimizado para coleccionar datos a una gran luminosidad como la esperada en la actualización del LHC que es de mayor a 380 fb^{-1} [28]. Massive Timing Hodoscope for Ultra-Stable neutral pArticles (MATHUSLA) es un detector propuesto para ser instalado por encima del Compact Muon Solenoid (CMS), detector del LHC [26, 29]. En la Figura 3.1, se muestra la propuesta general, que consiste en trazar una distancia mínima de 100 m hacia la superficie desde el Punto de Interacción en CMS, se observa también que llegan Partículas de Larga Vida (LLP, Long Lived Particles) hacia el volumen del detector donde se espera que decaigan y logren impactar el Multi-layer tracker que es una serie de detectores que sirven para conocer las trayectorias de las partículas [26, 29].

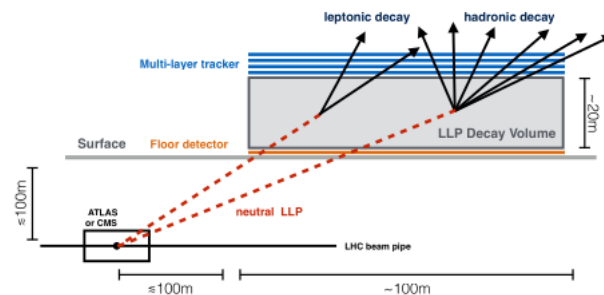


Figura 3.1: Propuesta del detector MATHUSLA en CMS.

Como parte del programa de actualización para el funcionamiento del LHC con alta luminosidad se ha propuesto al detector MATHUSLA que será capaz de identificar y reconstruir eventos físicos donde pudieran identificarse LLP y por lo tanto encontrar indicios de nueva física más allá de la descrita en el modelo estándar de la física de altas energías. Bajo el modelo teórico donde se este trabajando se puede preparar al detector MATHUSLA para detectar las LLP mediante la reconstrucción de los eventos de decaimiento. No se pueden detectar las LLP directamente mediante las técnicas que envuelven al detector MATHUSLA debido a su principal característica: son partículas electricamente neutras. Un segundo motivo es que son partículas que no se componen o bien no fueron predichas por el Modelo Estándar, sin embargo como se muestra en la Figura 3.2 existen varios modelos teóricos que se espera que el detector MATHUSLA pueda trabajar.

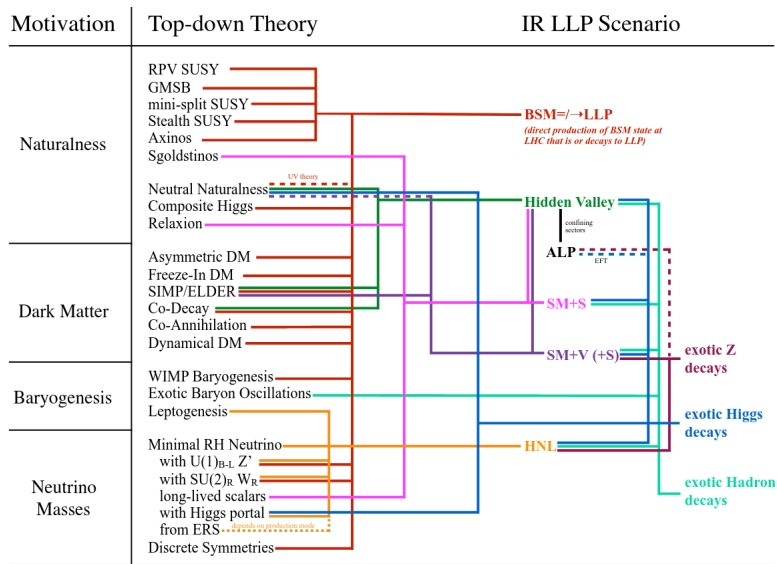


Figura 3.2: Modelos teóricos sobre la física más allá del Modelo Estándar y sus propables LLP [26].

Por ejemplo, en la teoría de supersimetría, la partícula “Neutralino” [30] que es la supercompañera del neutrino, es quien ayudaría a comprender el problema de la materia oscura [27]. Para tratar de explicar estos fenómenos, se han formulado a partir del modelo estándar, teorías donde las LLP que no pertenecen al modelo estándar decaen en partículas del modelo estándar, se pueden generar LLP mediante colisionadores y rayos cósmicos [26, 31, 32].

Un último motivo por el cual los detectores del CMS no pueden detectar LLP es por sus tiempos de vida media, estos son tales que no pueden ser fácilmente registradas por los arreglos experimentales actuales en el LHC. [26,31]. El detector MATHUSLA diseñado para registrar en partículas con vida media mayor a 10^{-7} segundos [26,27]. En la Figura 3.2, se muestran algunos modelos teóricos y las LLP que intervienen.

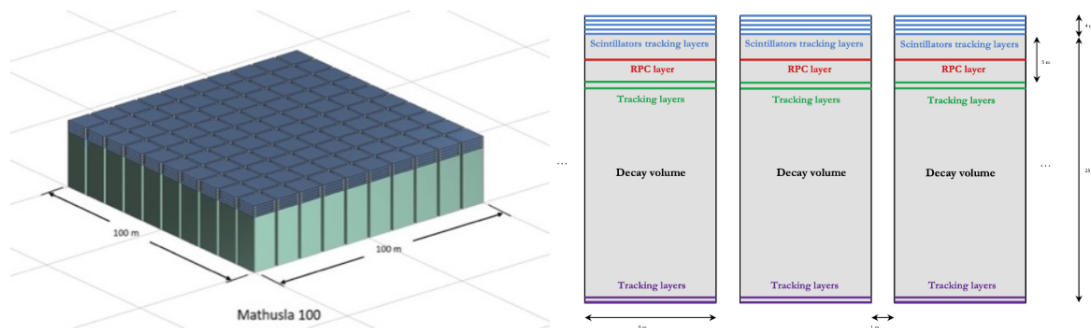


Figura 3.3: Visualización de la propuesta de construcción del detector y sus módulos.

La propuesta del detector MATHUSLA se conoce como MATHUSLA100, que hace referencia al área de detección del detector que sería 100 m^2 . En la Figura 3.3, se visualiza la estructura general, hay 100 estaciones que serán alimentadas de una fuente de alto voltaje y de gas, y cuentan con su centro de información, en conjunto las 100 estaciones están distribuidas para tener un área de 100 m^2 , cada estación está compuesta de un sistema de rastreo de nueve plásticos centelladores distribuidos en tres bloques, el primero de ellos tiene cinco plásticos centelladores distribuidos en 4 m , el segundo está 5 m debajo del primer bloque y están distribuidos dos plásticos centelladores más, y el último bloque está a nivel de suelo a 20 m debajo del segundo bloque y también se distribuyen dos plásticos centelladores. Entre el primer y segundo bloque de plásticos hay una capa de RPC. Todas las capas de plásticos centelladores y RPC tienen área de 9 m^2 . En la Figura 3.4, se muestra una simulación con datos ya recolectados en el detector ATLAS, y se emplearon datos sobre plásticos centelladores ya empleados en Tevatron Run II DØ y RPC son del experimento ARGO-YBJ, el área de este detector MATHUSLA es de 2.5 m^2 .

3.1.1. Plástico centellador

Son de origen orgánico e inorgánico, el principio de su funcionamiento es que al paso de una partícula cargada se deposita energía en el material. El material emite fotones debido al

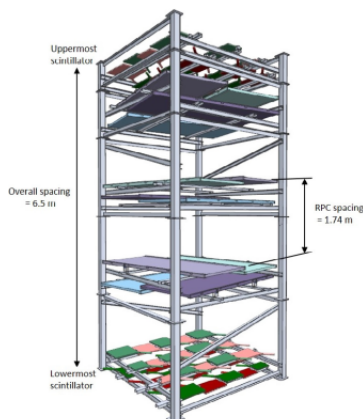


Figura 3.4: Visualización de la propuesta de construcción del detector y sus módulos.

paso de la partícula en el visible y el ultravioleta, estos fotones son recolectados mediante arreglos ópticos y dirigidos hacia fotosensores.

3.2. FairROOT

FairROOT es el software de código abierto que se utilizó para las simulaciones de este trabajo.

Es capaz de hacer simulaciones basadas en Monte Carlo, reconstrucción de eventos y análisis de datos. El diseño del software implementa en casi todas sus rutinas las librerías diseñadas por el grupo de ROOT, que es un lenguaje de comandos diseñado para análisis de datos por físicos de altas energías en el CERN. ROOT permite la integración de diferentes herramientas como Python y R.

FairROOT genera una serie de librerías para ejecutar las rutinas de simulación, esto suprime la necesidad de compilar el código y tener un ejecutable único para la simulación. Entre las librerías que genera se encuentran las de geometría descrita como arreglos de compilados escritos con ROOT o bien con archivos de texto ASCII que conectan con GEANT que es

una herramienta de código abierto usada para simular las interacciones de la radiación con la materia.

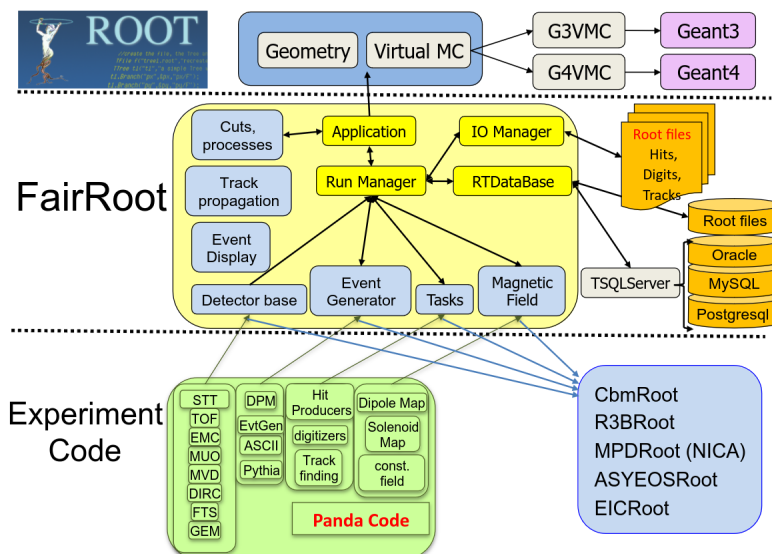


Figura 3.5: Representación gráfica del funcionamiento de FairROOT para hacer simulaciones, reconstrucción de eventos y análisis de datos.

FairROOT cuenta con su propio visualizador de eventos, herramientas para la administración de bases de datos, y herramientas para generar las condiciones necesarias para simular un experimento, en posible generar herramientas para calibrar los detectores según mediciones realizadas previamente. El encargado de comunicarse con GEANT es una herramienta de código abierto llamada Virtual MonteCarlo, que es la encargada de implementar el MMC a las simulaciones. Ver Figura 3.5.

FairROOT facilita los procesos de simulación, reconstrucción y análisis, generando una serie de librerías útiles que están escritas en el mismo lenguaje de comandos que se utiliza en física de altas energías, evita la necesidad de generar un solo ejecutable o una sola rutina para simular un experimento, permitiendo generar códigos simples que pueden modificarse para adaptar a las necesidades del trabajo realizado.

3.3. Descripción de la simulación

3.3.1. Consideraciones generales

Una simulación en FairROOT se describe mediante el diagrama de flujo en la Figura 3.6.

Los requisitos para ejecutar una simulación están dados por:

- El número de eventos, esto hace referencia al principio revisado en la sección 2.3.1 y 2.3.2 del Capítulo 2, es necesario repetir muchas veces el experimento para tener un valor esperado y una varianza acorde a lo esperado en un experimento físico.
- El rango del momento p en que las partículas generadas van a viajar hacia el detector.
- La dirección de las partículas que también se declara como un rango en los ángulos θ y ϕ .
- El motor, que para este trabajo es GEANT4 el encargado de recolectar la información de la partícula y del detector.

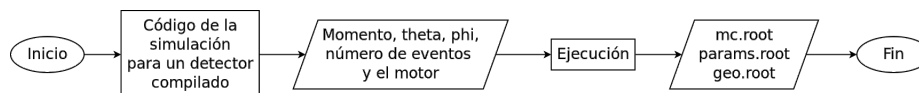


Figura 3.6: Diagrama de flujo simplificado de una simulación simple en FairROOT.

La información se escribe en un archivo con terminación *mc.root*, donde existen 4 clases de información, 3 de ellas sirven para reconstrucción de evento, esto quiere decir que están ligadas a la partícula, la clase restante describe al detector y no aporta información sobre la identidad de las partículas si es que incidieron detector simulado.

Para optimizar el tiempo, y dada la naturaleza de FairROOT, es posible crear una sola rutina que ejecute las simulaciones y genere 2 archivos nuevos que corresponden a las clases de análisis de datos que se identifican como *MyClass.C* y *MyClass.h*. Como se muestra en la Figura 3.7, no se modifica la ejecución solo se añaden la instrucción de archivos de análisis.

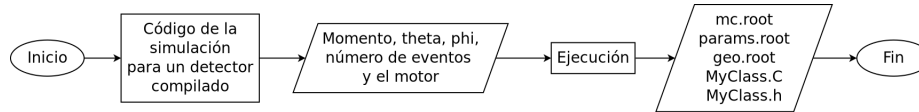


Figura 3.7: Diagrama de flujo de una simulación ejecutada con la salida de archivos de análisis.

Para la geometría, se optó por la opción de describir la geometría de detector con archivos .geo, que son derivados de GEANT, para que nos permita añadir. La geometría desarrollada el primer plástico se describe en la Figura 3.8.

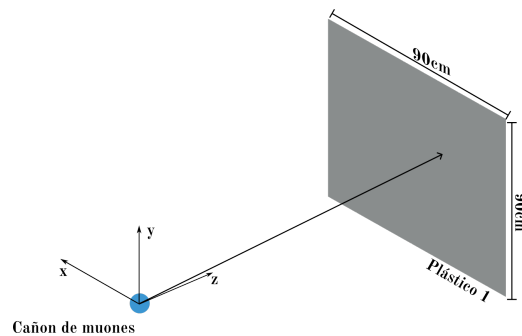


Figura 3.8: Representación de la geometría simulada para el plástico 1.

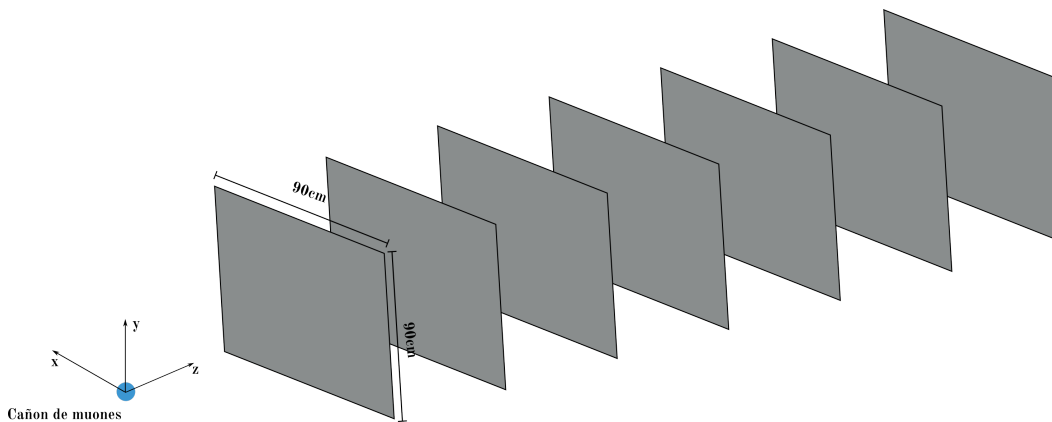


Figura 3.9: Representación de la geometría simulada para MATHUSLA.

El arreglo completo consiste en 7 plásticos centelladores de CsI , de área de detección de 0.81m^2 , son cuadrados de 0.9m de lado. El cañón de partículas se colocó desplazado del origen en el eje z medio metro, como se muestra en la Figura 3.9. Se resalta el hecho de que

las simulaciones se dividieron en 7 partes que corresponden a la integración de un plástico centellador nuevo cada vez y repetir las rutinas de simulación. A continuación se presentan los esquemas que corresponden a las simulaciones. Una restricción que se impuso fue que cada partícula disparada debe atravesar todos los plásticos en la simulación para que se almacene su información, esta es nuestra definición de *hit*.

Finalmente, las consideraciones para este trabajo son: 10 mvalores fijos de momento para las partículas generadas, la dirección se estableció como $\phi \in [0^\circ, 360^\circ]$, $\theta \in [0^\circ, 0.01^\circ]$, el número de eventos fue de 100,000 por cada valor fijo de momento generado usando Geant4 para el transporte de las partículas simuladas a través de los detectores.. Por plástico se realizaron 10 simulaciones con 1,000,000 de repeticiones, multiplicado por el número de plásticos nos da 70 simulaciones con 70,000,000 de repeticiones totales. Todo este proceso se ejecutó con la rutina descrita en la Figura 3.9, donde aparece también una sección de análisis que se discutirá en el Capítulo 4.

Capítulo 4

Análisis de resultados

El procedimiento para hacer el análisis de datos se describe en la Figura 3.9, para profundizar un poco sobre este análisis se debe recordar que al finalizar la simulación se generaron 2 archivos que corresponden a una clase llamada *MyClass*, y gracias al diseño de FairROOT podemos escribir un archivo maestro de análisis con todas las instrucciones necesarias para realizar el análisis y usar este archivo maestro para reemplazar los archivos *MyClass.C* de cada simulación, los archivos *MyClass.h* no deben modificarse porque corresponden a las librerías ligadas a los archivos *.root* de las simulaciones.

Siguiendo entonces la metodología descrita lo que se realizó primero es generar los histogramas de energía depositada del detector, a estos histogramas se les hizo un ajuste tipo *Landau* que está definido según [18]. Del ajuste se obtienen los parámetros μ y c , según [18] μ correspondería al máximo de la distribución, entonces los histogramas de energía depositada los dividimos en 2 regiones, región 1: $E_{\text{loss}} < \mu$ y región 2: $E_{\text{loss}} \geq \mu$, y contabilizamos cuantos eventos de los 100000 se encuentran por región, aquí es donde introducimos la sensibilidad definida como

$$S = \frac{M}{N}, \quad (4.1)$$

donde M es el número de eventos que se encuentran en la región 1 o 2, y $N = 100000$. Se extraen los siguientes valores: las coordenadas de impacto (x, y) en el plástico, E_{loss} , μ y los dos valores de S . Estos valores se escriben en archivos de texto independientes. Este procedimiento se describe en el diagrama de flujo en la Figura 4.1.

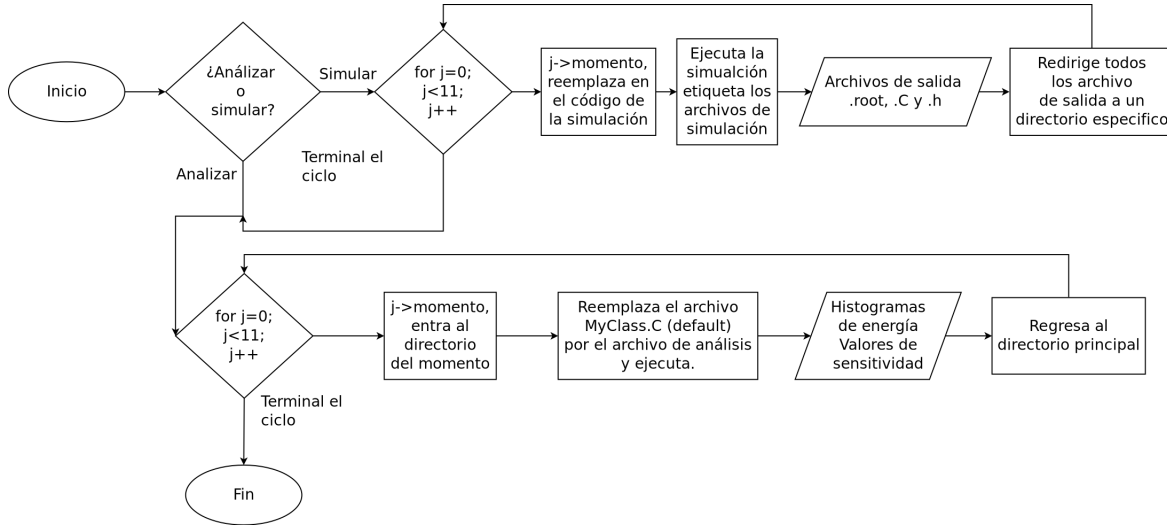


Figura 4.1: Diagrama de flujo del análisis de datos.

4.1. Descripción de la extracción de información

Un primer objetivo es extraer la energía depositada en cada uno de los plásticos centelleadores. Conociendo la ubicación del plástico y configurando el detector para que registre la información de aquellas partículas que lograron atravesar el plástico, usamos esto como filtro para recolectar la información sobre la posición de incidencia en el plano (x, y) para saber como se realizaron los procesos de colisión en el detector y la energía depositada en forma de histograma. Al histograma de energía depositada se le aplica un ajuste tipo Landau, de acuerdo a lo visto en la Sección 2.3.1. El parámetro μ , según [18], corresponde a la energía depositada máxima del histograma, se recolecta este parámetro para determinar la ecuación de Bethe-Bloch.

Lo segundo que se determina es la Sensitividad, usando el parámetro μ , a los histogramas de energía depositada los dividimos en dos partes: $dE/dx < \mu$ y $dE/dx \geq \mu$. Usamos esta información para estimar cuantos eventos son válidos según las dos divisiones, a partir de esto se calcula la Sensitividad de acuerdo con la ecuación (4.1).

A continuación se presenta la información obtenida de las simulaciones de cada plástico simulado.

4.1.1. Plástico 1

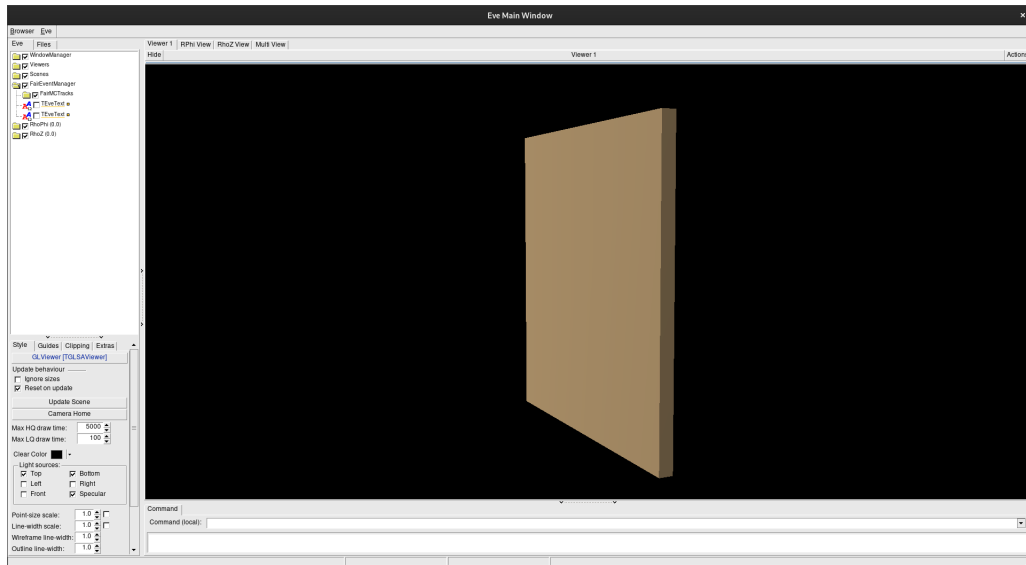
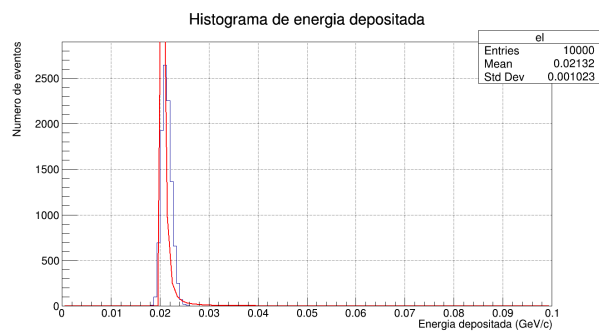
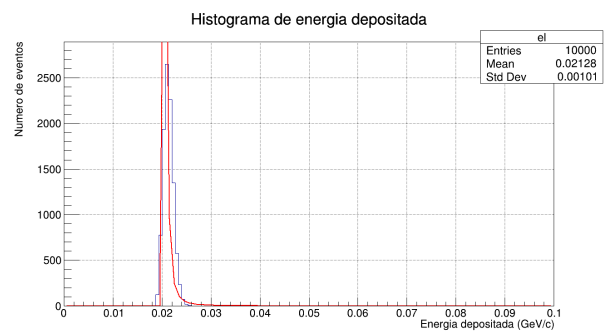


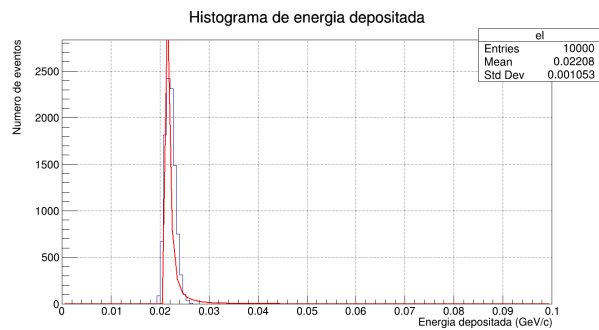
Figura 4.2: Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 1.



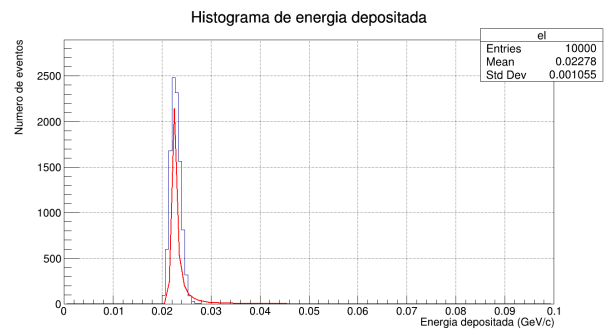
(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$

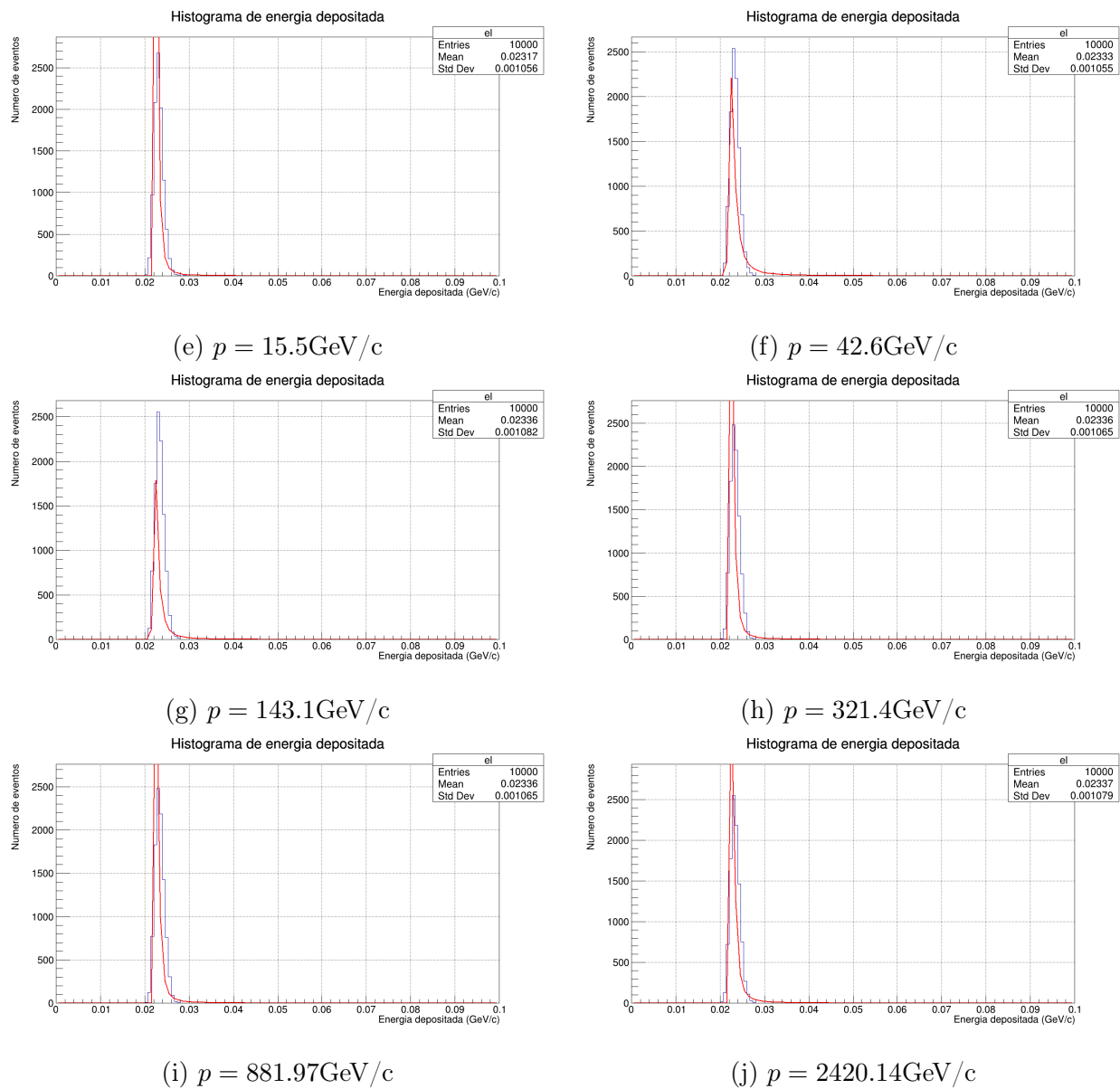
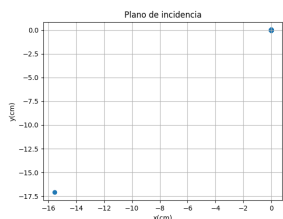
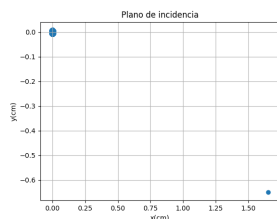


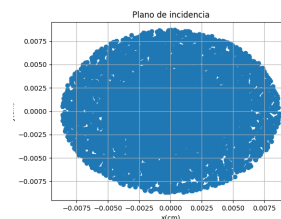
Figura 4.3: Histogramas de la energía depositada en el plástico 1, disparando muones a diferentes momentos. Se realizó un ajuste tipo Landau en concordancia con la Sección 2.3.1.



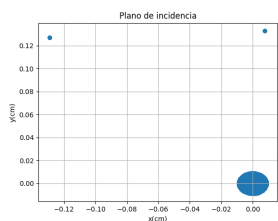
(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



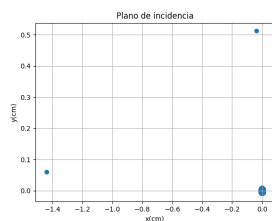
(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



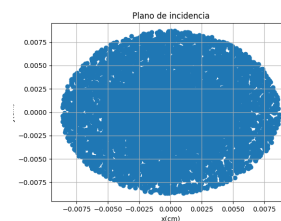
(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



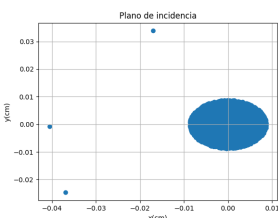
(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$



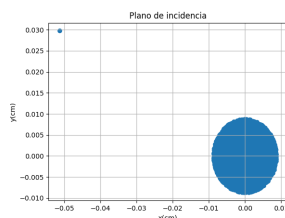
(e) $p = 15.5\text{GeV}/c$



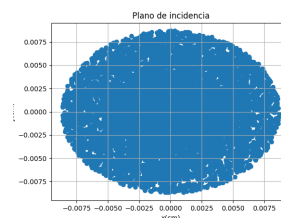
(f) $p = 42.6\text{GeV}/c$



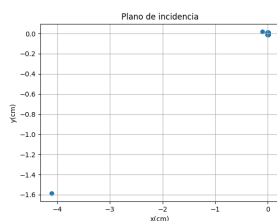
(g) $p = 143.1\text{GeV}/c$



(h) $p = 321.4\text{GeV}/c$



(i) $p = 881.97\text{GeV}/c$



(j) $p = 2420.14\text{GeV}/c$

Figura 4.4: Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 1.

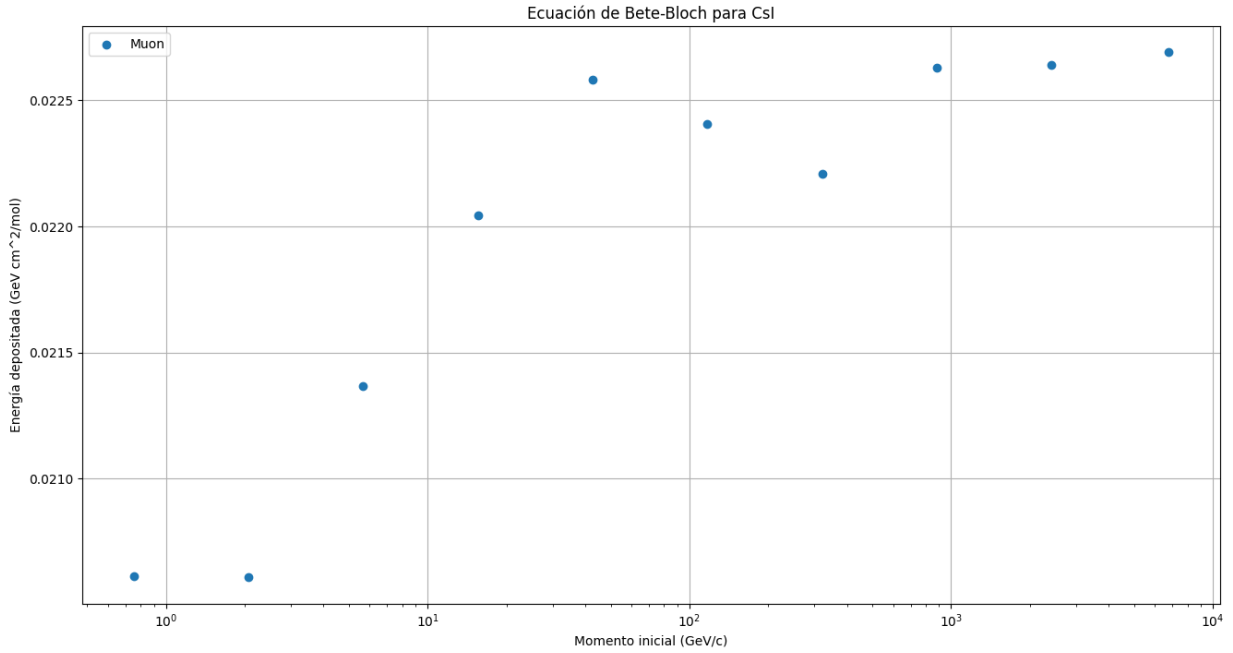


Figura 4.5: Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 1.

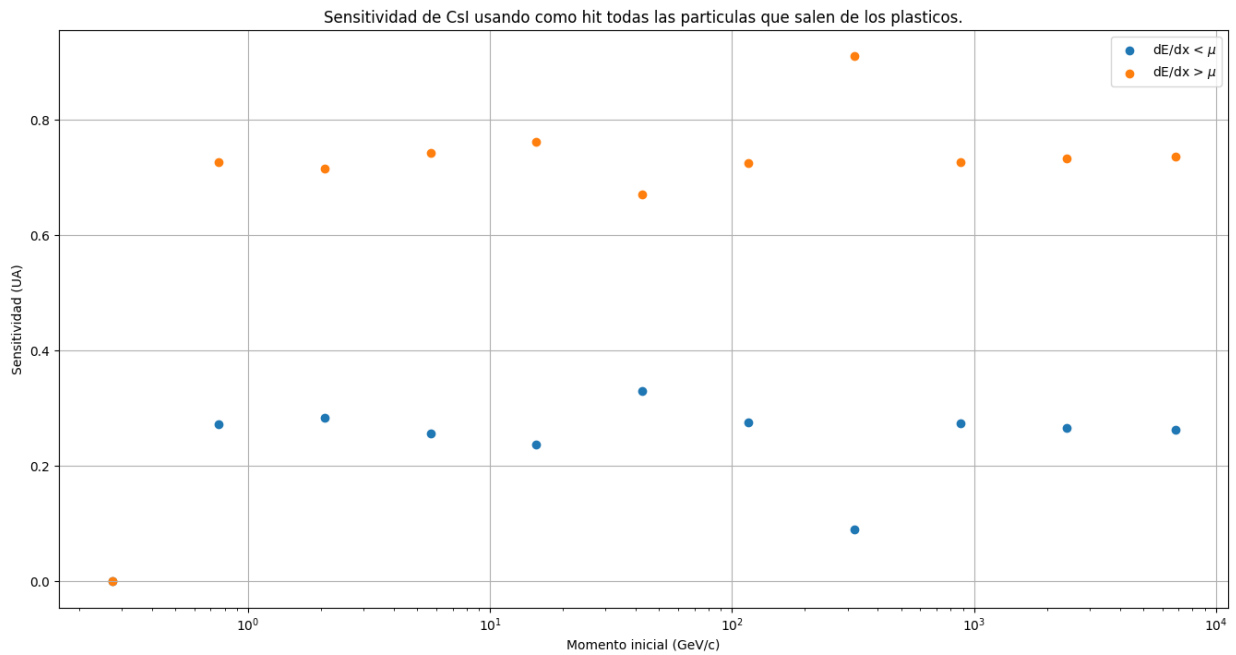


Figura 4.6: Calculo de la Sensitividad para el plástico 1.

4.1.2. Plástico 7

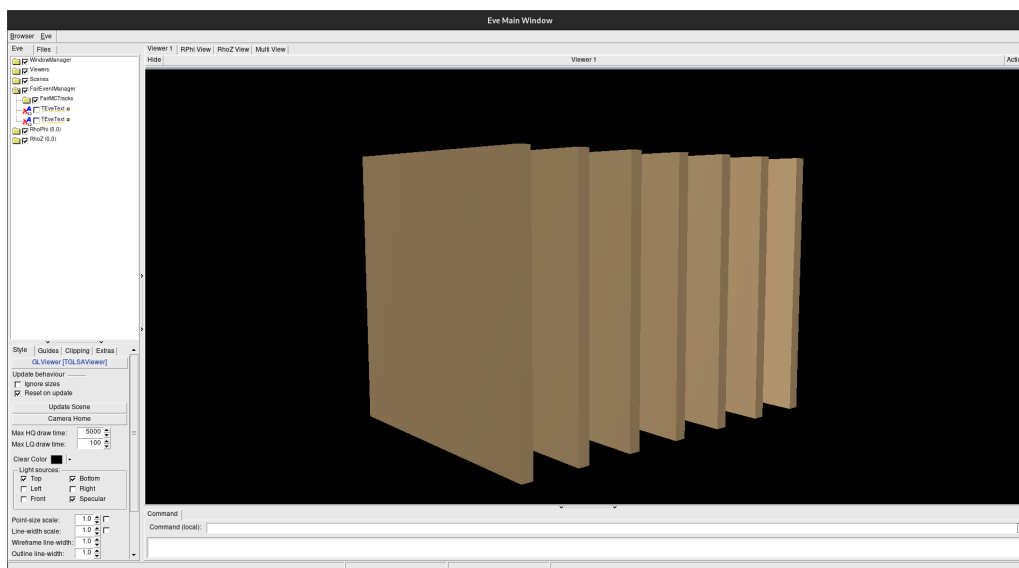
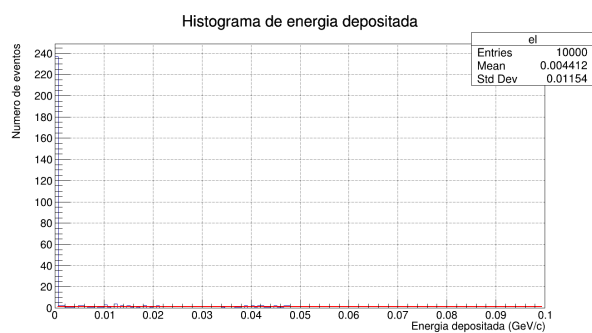
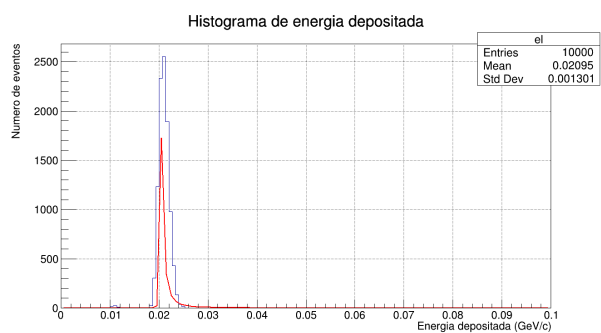


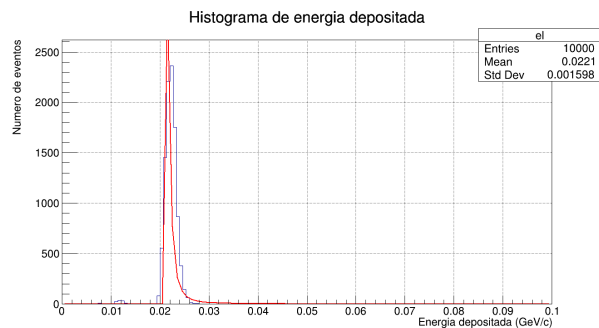
Figura 4.7: Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 7.



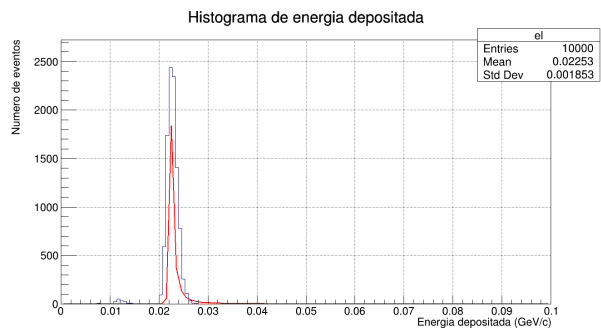
(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



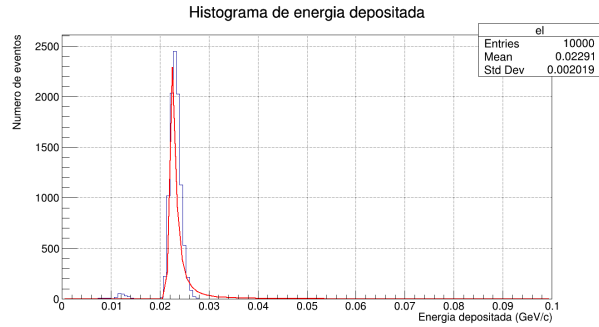
(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



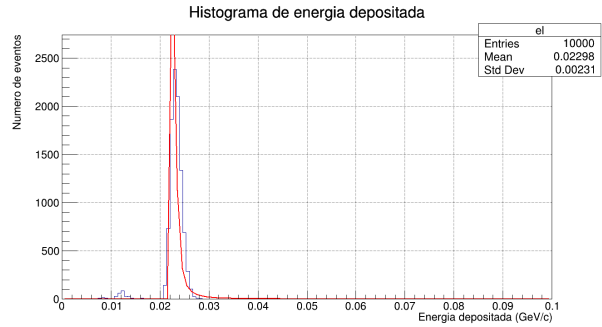
(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$



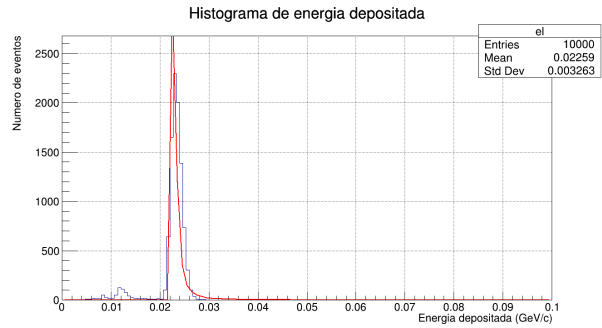
(e) $p = 15.5\text{GeV}/c$



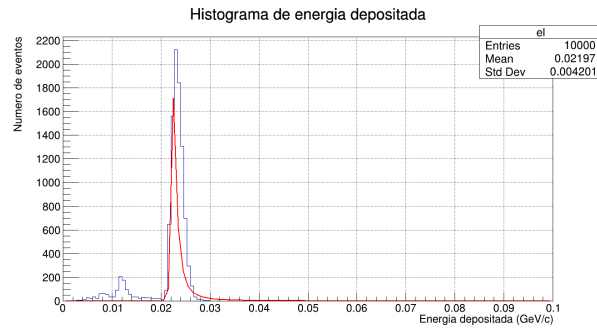
(f) $p = 42.6\text{GeV}/c$



(g) $p = 143.1\text{GeV}/c$



(h) $p = 321.4\text{GeV}/c$



(i) $p = 881.97\text{GeV}/c$

Figura 4.8: Histogramas de la energía depositada en el plástico 3, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.

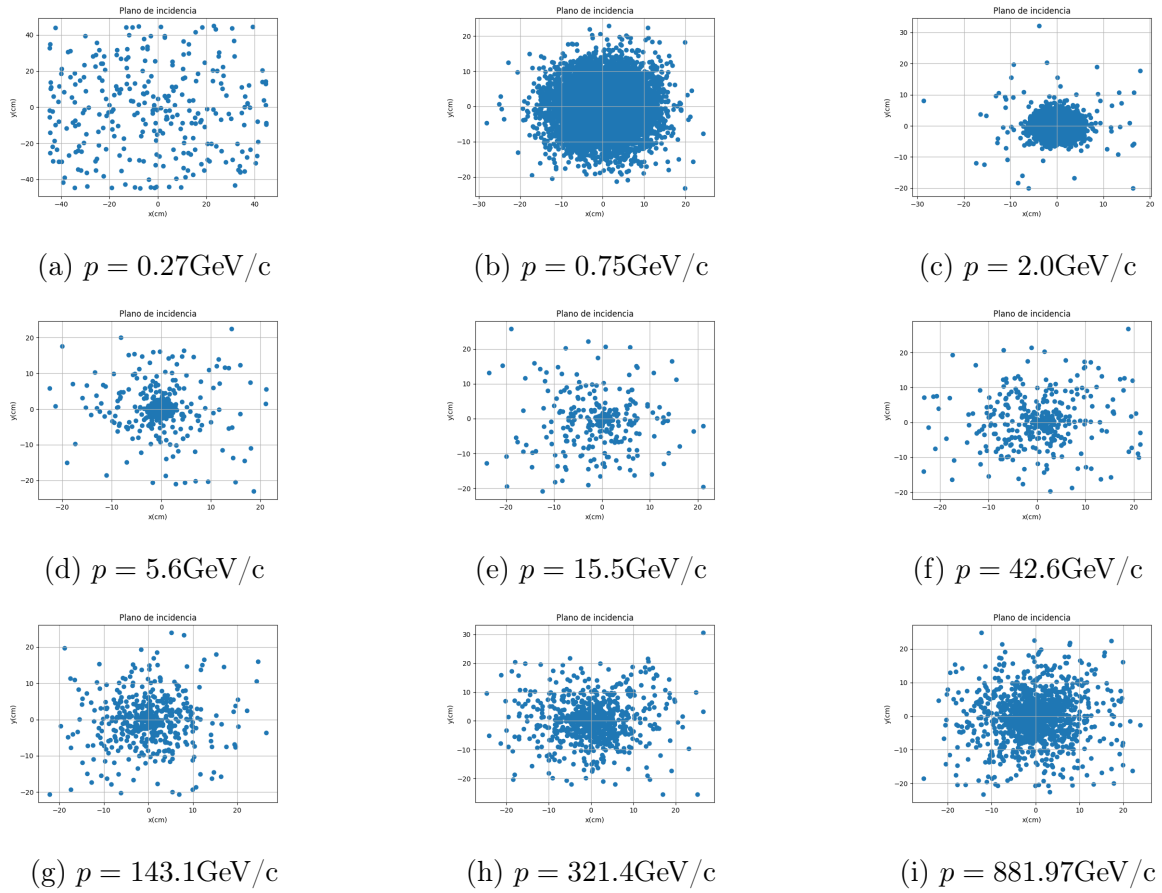


Figura 4.9: Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 7.

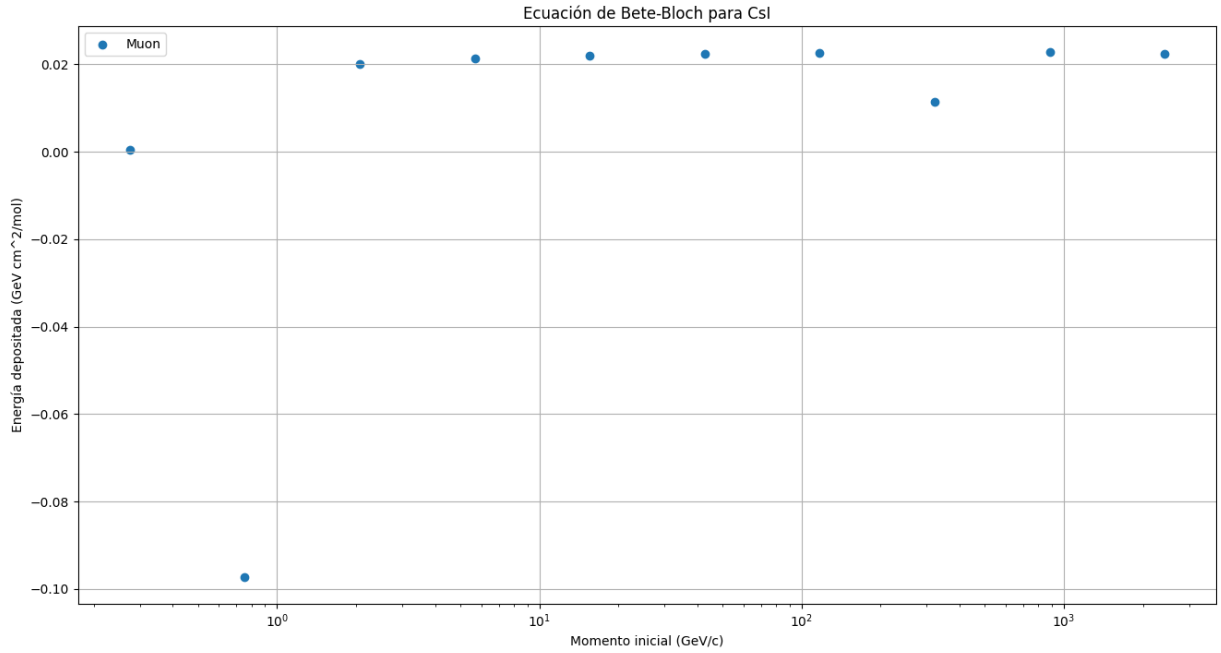


Figura 4.10: Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 7.

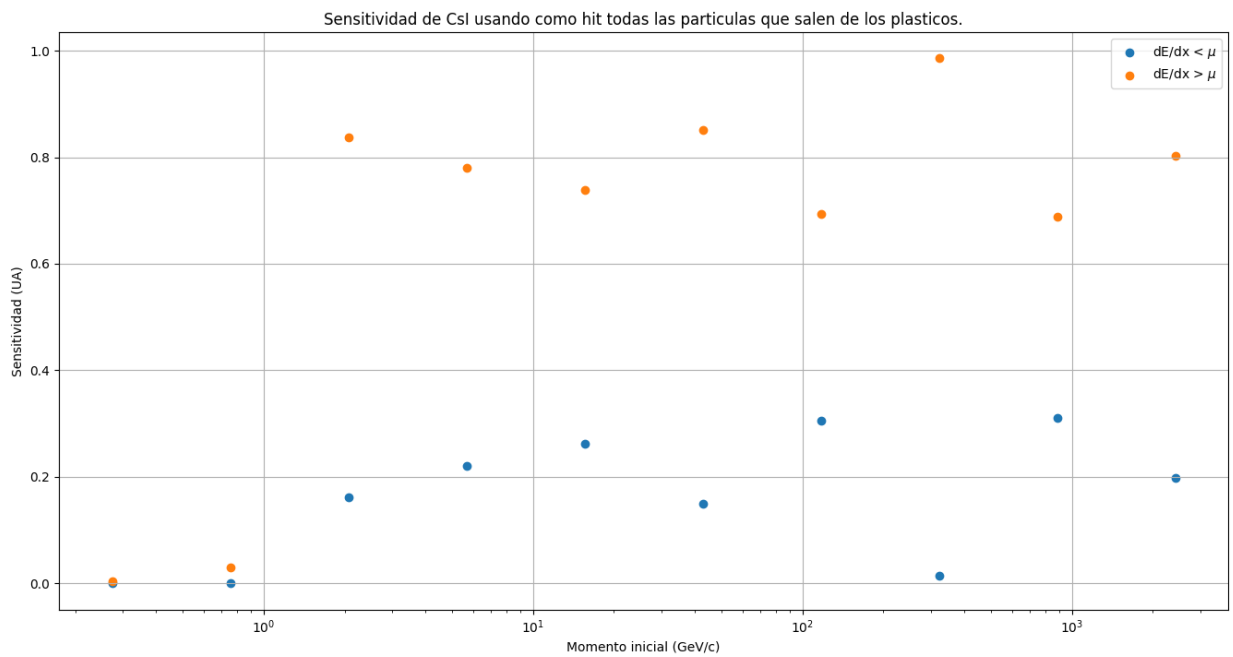


Figura 4.11: Calculo de la Sensitividad para el plástico 7.

4.2. Sensitividad

Para estudiar la Sensitividad se realizaron dos estudios, el primero se muestra en las Figuras 4.6, 4.11, B.5, B.10, B.15, B.20 y B.25, que muestra que el comportamiento de la Sensitividad y se aprecia que no cambia mucho con el aumento de los plásticos en ambas regiones. A continuación, para verificar los resultados anteriores se presentan los gráficos de la Sensitividad del primer plásticos contra el último plástico en cada etapa.

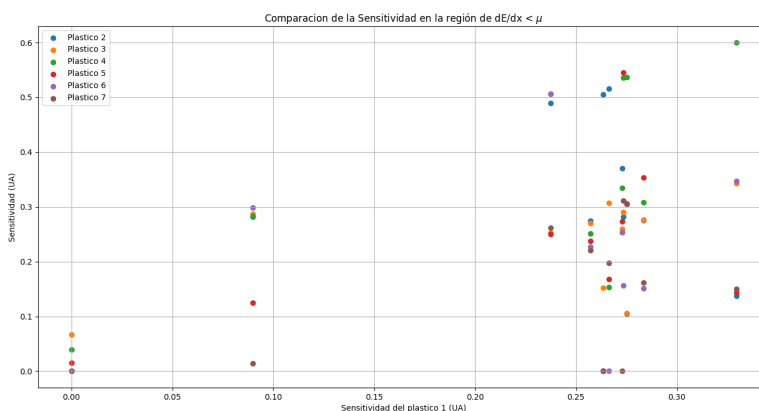


Figura 4.12: Primera parte de la comparación de la Sensitividad del primer plástico contra los demás.

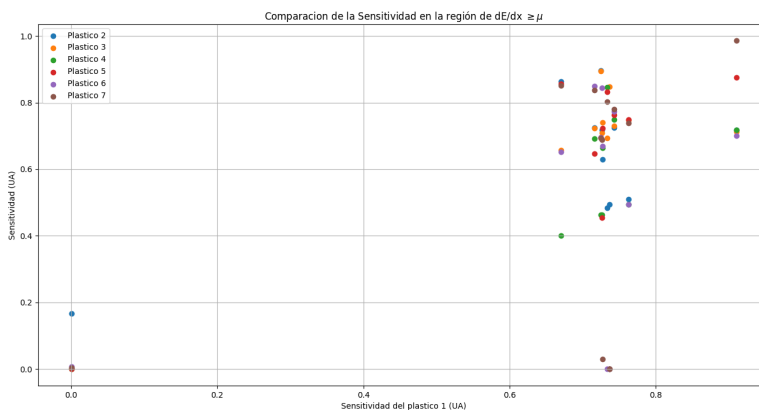


Figura 4.13: Segunda parte de la comparación de la Sensitividad del primer plástico contra los demás.

Es difícil interpretar los gráficos en las Figuras 4.12 y 4.13, hay una acumulación de puntos

en ambos gráficos, sin embargo no muestran una relación lineal no constante, lo que si muestra es que tiene dos zonas de menor y mayor eficacia. Por otro lado, se realizó el mismo procedimiento con la energía depositada, se muestra en la Figura 4.14, y en este gráfico si se pueden observar ciertas regiones donde la energía del primero plástico y las restantes tienen tendencias lineales, también hay una acumulación de puntos. Una parte del error de estos resultados se debe a que los ajustes tipo Landau son poco precisos como especifica [18].

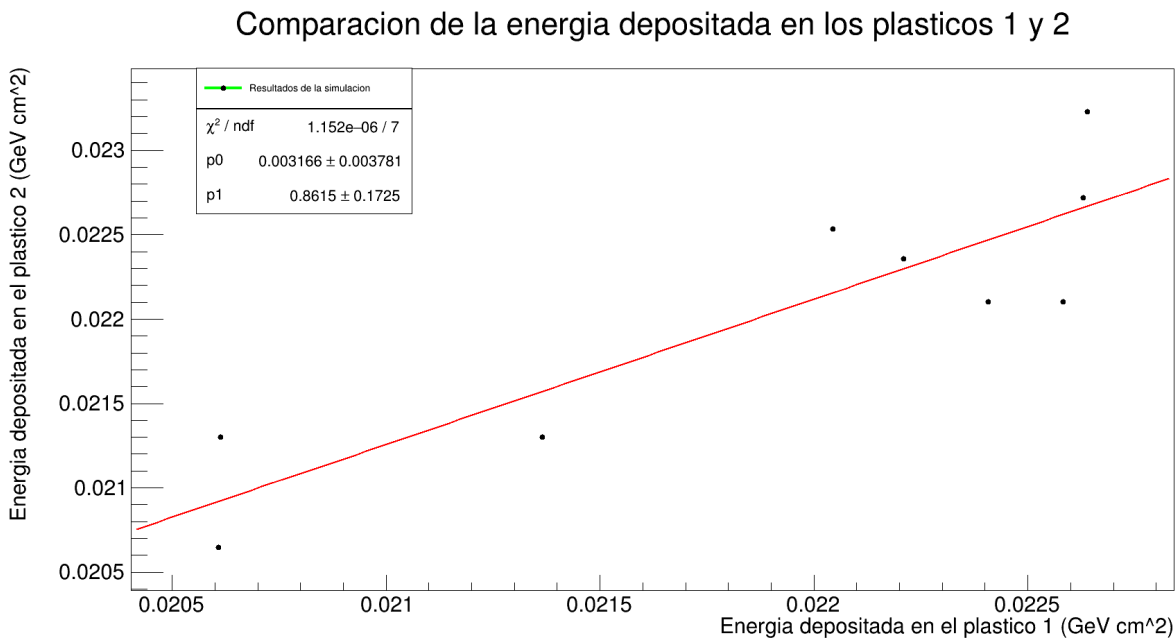


Figura 4.14: Comparación de la energía depositada del primer plástico contra los demás plásticos.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se desarrollaron herramientas que permitieron implementar simulaciones de un módulo del detector MATHUSLA, con 7 plásticos de área 0.81 m^2 y espaciados 50 cm.

En este trabajo se logró medir la sensibilidad con muones a diferentes energías. Se implementó un algoritmo que mejora el ajuste de tipo Landau, este se hizo primero mediante métodos numéricos, pero no convergía la solución, después se calcularon aproximaciones que daban buenos resultados para μ y c mayores que 1, en los histogramas de energía como se observan en el Capítulo 4, los parámetros de ajuste eran mucho menores que uno, esto si dificultó el trabajo y se observa en los gráficos de energía depositada puntos fuera de la curva teórica. Sin embargo a través de la aproximación del ajuste tipo Landau se encontraron buenos gráficos que ayudaron a comprender si la geometría de MATHUSLA es la óptima.

Se logró estimar la sensibilidad mediante la energía depositada en los plásticos centelladores. Como se mostró en la Figura 21, la sensibilidad de un plástico centellador este alrededor del 20% o bien del 70% según la región que se use de la energía depositada. A partir de esto, en las Figuras 22 - 27, nos muestran pequeñas variaciones en la sensibilidad añadiendo más plásticos hasta tener el detector completo, este fenómeno se observa bien en la Figura 28, donde se observan 2 regiones donde el detector estaría funcionando. Obtener además la curva de la ecuación de Bethe, ayuda a caracterizar este detector para muones. Finalmente, comparando la energía entre cada plástico respecto del primero se observa que hay una relación lineal entre ellos.

Se calculó la sensibilidad para un plástico individual y varias capas. Estas curvas nos ayudan

a comprender que nuestro detector podría detectar cualquier evento si consideramos que la energía registrada es mayor que la máxima calculada. Esto, en vez de ser positivo para el estudio, podría ser poco beneficioso, porque podría resultar fácil confundir muones con otras partículas o con ruido esto impediría detectar las LLP con precisión.

Finalmente, es necesario mejorar la sensibilidad del detector, usando más especies de partículas, y también haciendo la parametrización con el número de fotones de centelleo como lo hacen otros estudios con el detector ALICE, esto simularía la señal de un detector electrónico y sería posible comparar estos resultados con otros reportes o artículos relacionados con la detección de partículas.

Referencias

- [1] Marzena Lapka. CMS Knowledge Transfer: Cosmic rays. CMS Collection., 2017.
- [2] Mendel Sachs. *Concepts of Modern Physics*. Imperial College Press, 2007.
- [3] Ramón Fernandez Álvarez Estrada and Marina Ramón Medrano. *Partículas Elementales*. La ciencia para todos. Fonde de Cultura Económica, 1999.
- [4] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. Wiley-VCH GmbH, December 2008.
- [5] Tom W.B. Kibble. The standard model of particle physics. *European Review*, 23(1):36–44, jan 2015.
- [6] Richard P. Feynman. *Seis piezas fáciles*. Booket Planeta.
- [7] Gerard Hoof't. *Partículas elementales*. Booket Paidós.
- [8] Thomas K. Gaisser, Ralph Engel, and Elisa Resconi. *Cosmic Rays and Particle Physics*. Cambridge University Press, jun 2016.
- [9] Alessandro De Angelis and Mario Pimenta. *Introduction to Particle and Astroparticle Physics*. Springer International Publishing, 2018.
- [10] Lillian Hoddeson, Laurie M. Brown, Max Dresden, and Michael Riordan. *The Rise of the Standard Model*. Cambridge University Press, 1997.
- [11] Hideki Yukawa. On the interaction of elementary particles. i. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 1:1–10, 1955.

- [12] Costas Christodoulides. *The Special Theory of Relativity Foundations, Theory, Verification, Applications*. Springer, 1st edition, 2016.
- [13] A. P. French. *Special Relativity (M.I.T. Introductory Physics Series)*. W. W. Norton, 1968.
- [14] John David Jackson. *Classical Electrodynamics*. Wiley, 3rd edition, 1998.
- [15] Claude Leroy. *Principles of radiation interaction in matter and detection*. World Scientific, 2nd edition, 2009.
- [16] R. L. Workman et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022:083C01, 2022.
- [17] L.D. Landau. ON THE ENERGY LOSS OF FAST PARTICLES BY IONISATION. In *Collected Papers of L.D. Landau*, pages 417–424. Elsevier, 1965.
- [18] K.S. Kölbig and B. Schorr. A program package for the landau distribution. *Computer Physics Communications*, 31(1):97–111, jan 1984.
- [19] J. M. Söbol. *Método de MonteCarlo*. Lecciones populares de matemáticas. MIR, Moscu, 2a edition, 1983.
- [20] Alireza Haghghat. *Monte Carlo Methods for Particle Transport*. Taylor & Francis Group, 2020.
- [21] Diego-Bricio Hernández-Castaños and Luis-Javier Alvarez. *Método Monte Carlo*, volume II of *Obras Completas*. Sociedad Matemática Mexicana, México, 1a edition, 1995.
- [22] James E. Gentle. *Random Number Generation and Monte Carlo Methods (Statistics and Computing)*. Springer, 2004.
- [23] Dennis Wackerly, William Mendenhall, and Richard L. Scheaffer. *Mathematical Statistics with Applications*. Duxbury Press, 2007.
- [24] Maria Grazia Pia and Georg Weidenspointner. Monte carlo simulation for particle detectors. July 2012.
- [25] Hooshang Nikjoo, Shuzo Uehara, and Dimitris Emfietzoglou. *Interaction of Radiation with Matter*. Taylor & Francis Group, 2016.

- [26] Cristiano Alpigiani, Austin Ball, Liron Barak, James Beacham, Yan Benhammo, Tingting Cao, Paolo Camarri, Roberto Cardarelli, Mario Rodriguez-Cahuantzi, John Paul Chou, David Curtin, Miriam Diamond, Giuseppe Di Sciascio, Marco Drewes, Sarah C. Eno, Erez Etzion, Rouven Essig, Jared Evans, Oliver Fischer, ..., and Jose Zurita. A letter of intent for mathusla: a dedicated displaced vertex detector above atlas or cms. November 2018.
- [27] David Curtin, Marco Drewes, Matthew McCullough, Patrick Meade, Rabindra N. Mohapatra, Jessie Shelton, Brian Shuve, Elena Accomando, Cristiano Alpigiani, Stefan Antusch, Juan Carlos Arteaga-Velázquez, Brian Batell, Martin Bauer, Nikita Blinov, Karen Salomé Caballero-Mora, Jae Hyeok Chang, Eung Jin Chun, Raymond T. Co, Timothy Cohen, Peter Cox, ..., and José Zurita. Long-lived particles at the energy frontier: The mathusla physics case. June 2018.
- [28] Oliver Brüning and Lucio Rossi. The high-luminosity large hadron collider. *Nature Reviews Physics*, 1(4):241–243, mar 2019.
- [29] Maf Alidra, Cristiano Alpigiani, Austin Ball, Paolo Camarri, Roberto Cardarelli, John Paul Chou, David Curtin, Erez Etzion, Ali Garabaglu, Brandon Gomes, Roberto Guida, W. Kuykendall, Audrey Kvam, Dragoslav Lazic, H.J. Lubatti, Giovanni Marsella, Gilad Mizrachi, Antonio Policicchio, Mason Proffitt, Joe Rothberg, Rinaldo Santonico, Yiftah Silver, Steffie Ann Thayil, Emma Torro-Pastor, Gordon Watts, and Charles Young. The mathusla test stand. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 985:164661, 2021.
- [30] Paolo Gondolo, Joakim Edsjö, Piero Ullio, Lars Bergstrom, Mia Schelke, and Edward A. Baltz. DarkSUSY 4.00 neutralino dark matter made easy. *New Astronomy Reviews*, 49(2-6):149–151, may 2005.
- [31] John Paul Chou, David Curtin, and H. J. Lubatti. New detectors to explore the lifetime frontier. June 2016.
- [32] Henry Lubatti, Cristiano Alpigiani, Juan Carlos Arteaga-Velázquez, Austin Ball, Liron

Barak James Beacham, Yan Benhammo, Karen Salomé Caballero-Mora, Paolo Camarri, Tingting Cao, Roberto Cardarelli, John Paul Chou, David Curtin, Albert de Roeck, Giuseppe Di Sciascio, Miriam Diamond, Marco Drewes, Sarah C. Eno, Rouven Essig, Jared Evans, Erez Etzion, Arturo Fernández Téllez, Oliver Fischer, Jim Freeman, Stefano Giagu, Brandon Gomes, ..., and Jose Zurita. *Mathusla: A detector proposal to explore the lifetime frontier at the hl-lhc.* 2019.

Apéndice A

Ajuste tipo Landau

A continuación se muestra gráficamente los 3 métodos para obtener la distribución de Landau.

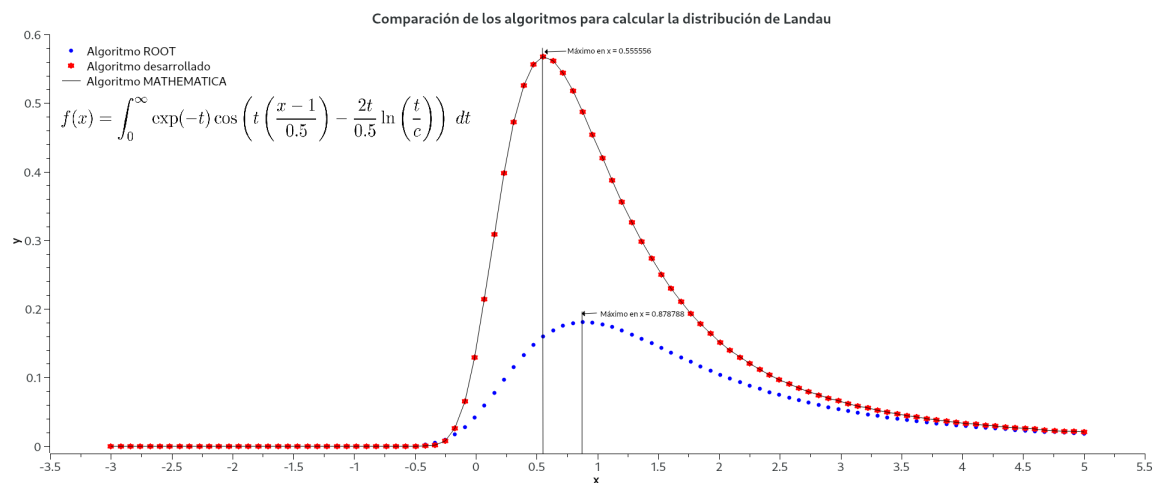


Figura A.1: Tres métodos para calcular la distribución de Landau, la línea continua negra es mediante las librerías de Wolfram MATHEMATICA y se uso de referencia para contrastar los puntos azules que calcula ROOT con sus librerías y en puntos rojos implementando métodos numéricos. Se señalan además para que valor sobre el eje x se encuentra el valor más probable.

Como se muestra en la Figura A.1, para valores de $\mu = 1$ y $c = 0.5$, se obtuvieron 3 curvas, donde se concluye que hay un error de cálculo entre los puntos generados por ROOT mostrados en azul y la curva roja calculada con MATHEMATICA y los calculados empleando métodos numéricos. La diferencia entre los valores sobre el eje x donde se halla el valor más

probable es de 0.323228. Con base en esto se implementaron nuevas rutinas y cambios de variables sobre la distribución de Landau dada por la ecuación (2.73) como la siguiente

$$f(x) = \frac{1}{\pi c} \int_0^1 \cos \left(\frac{2}{\pi} \ln(t) \ln \left(\exp \left(\frac{\pi x - \mu}{2} \frac{1}{c} \right) \ln \left(\frac{t^{-1}}{c} \right) \right) \right) dt, \quad (\text{A.1})$$

a esta integral se le aplico la *regla de Simpson 1/3 con aplicación múltiple* y comparando las expresiones (2.73) y (A.1) se observan curvas similares como se muestra en la Figura A.2. Finalmente para valores de $\mu < 1$ y $c < 10.1$ no tenia convergencia la expresión (A.1) usando métodos numéricos para determinar los valores de la distribución.

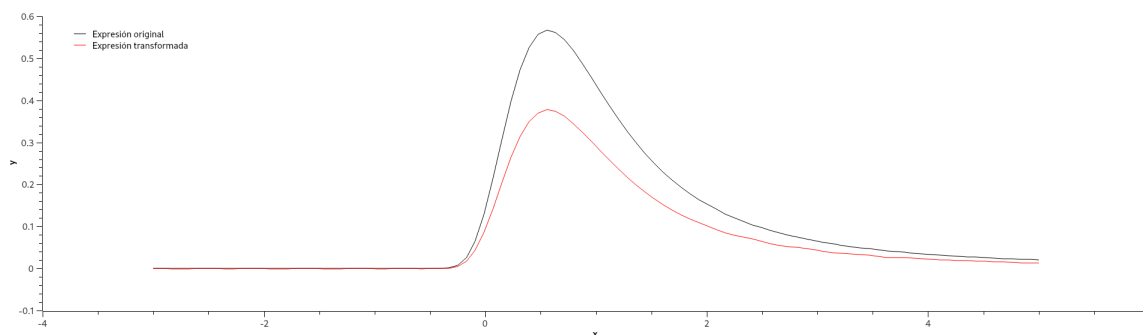


Figura A.2: Calculo de la distribución de Landau, en línea roja usando la expresión (2.73) y en línea negra la expresión (A.1).

Apéndice B

Resultados de las simulaciones

B.1. Plástico 2

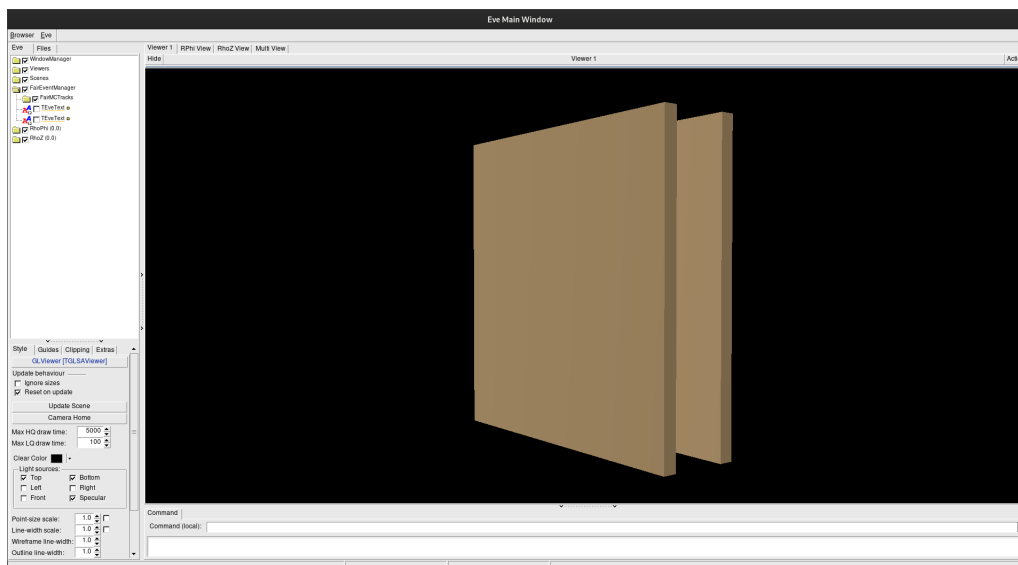
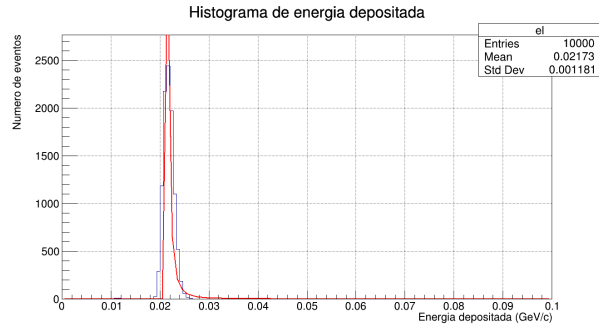
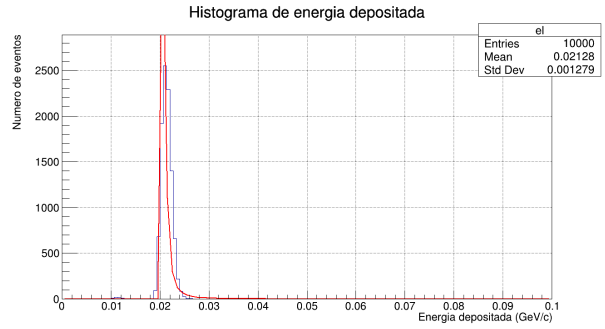


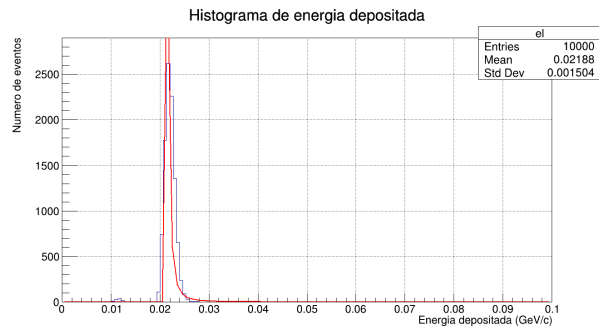
Figura B.1: Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 2.



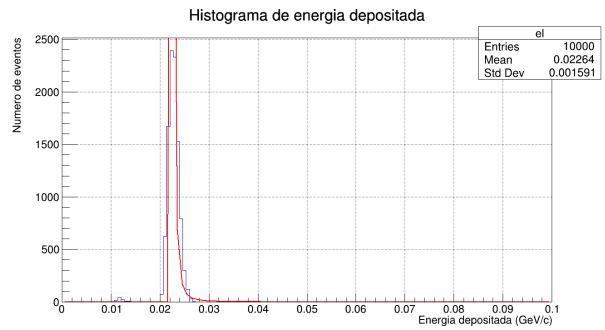
(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$

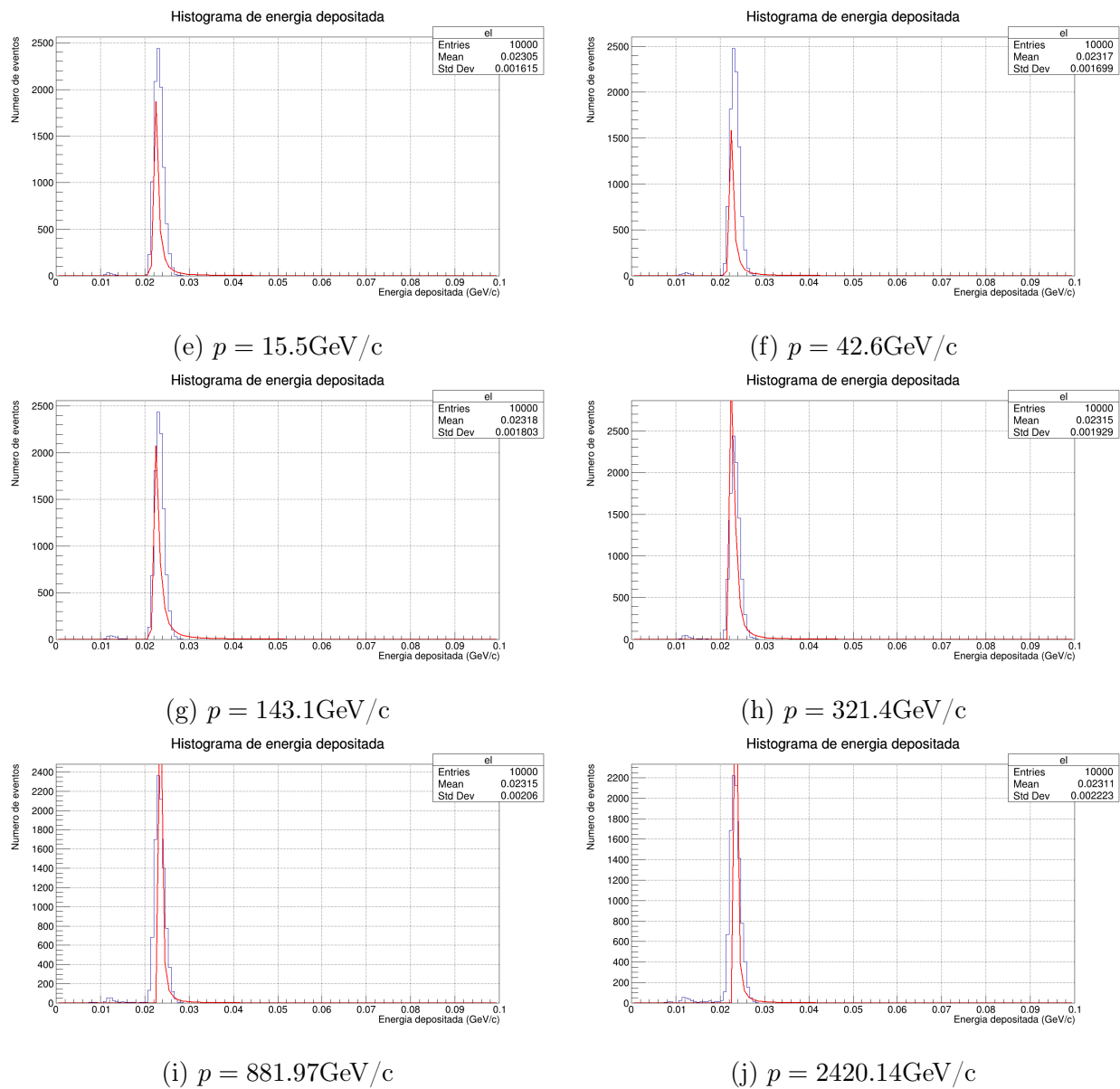


Figura B.2: Histogramas de la energía depositada en el plástico 2, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.

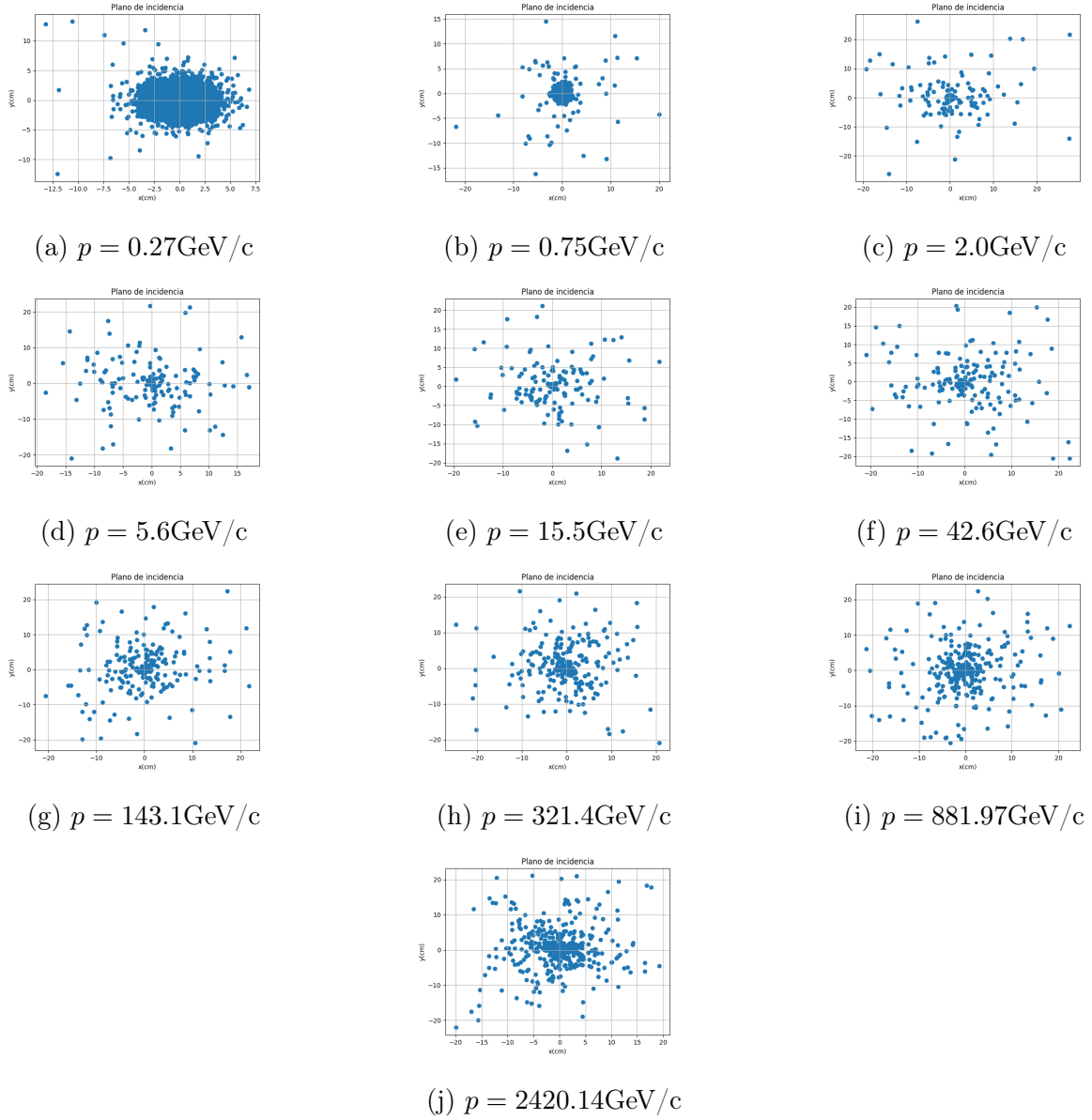


Figura B.3: Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 2.

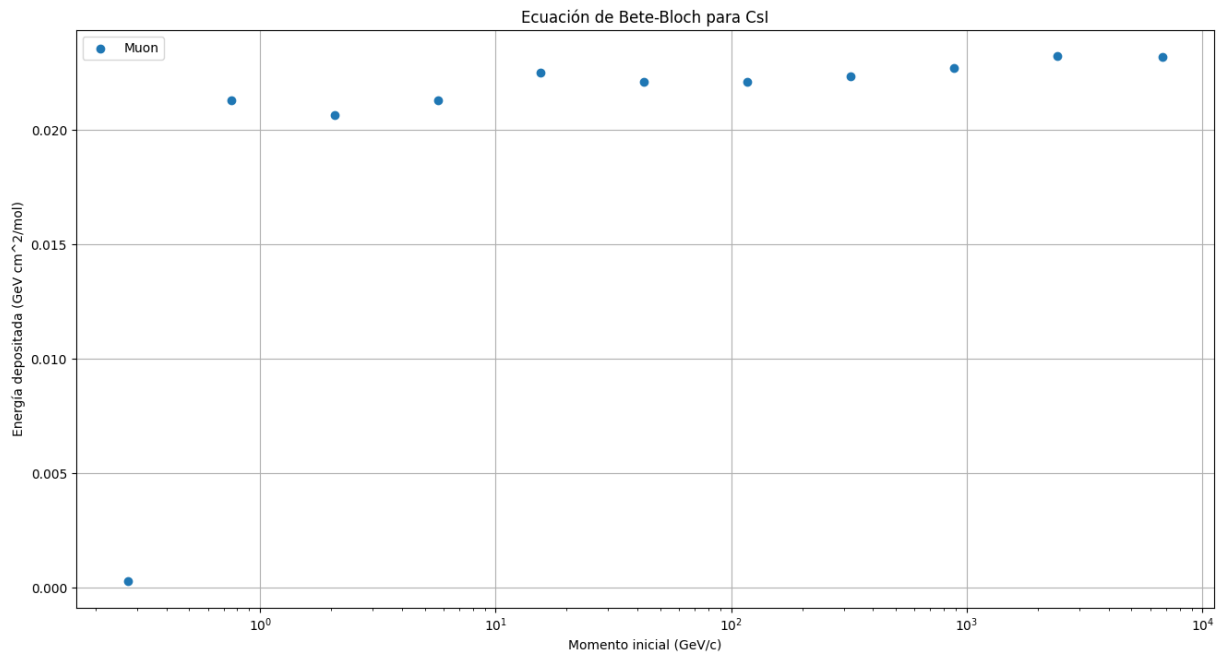


Figura B.4: Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 2.

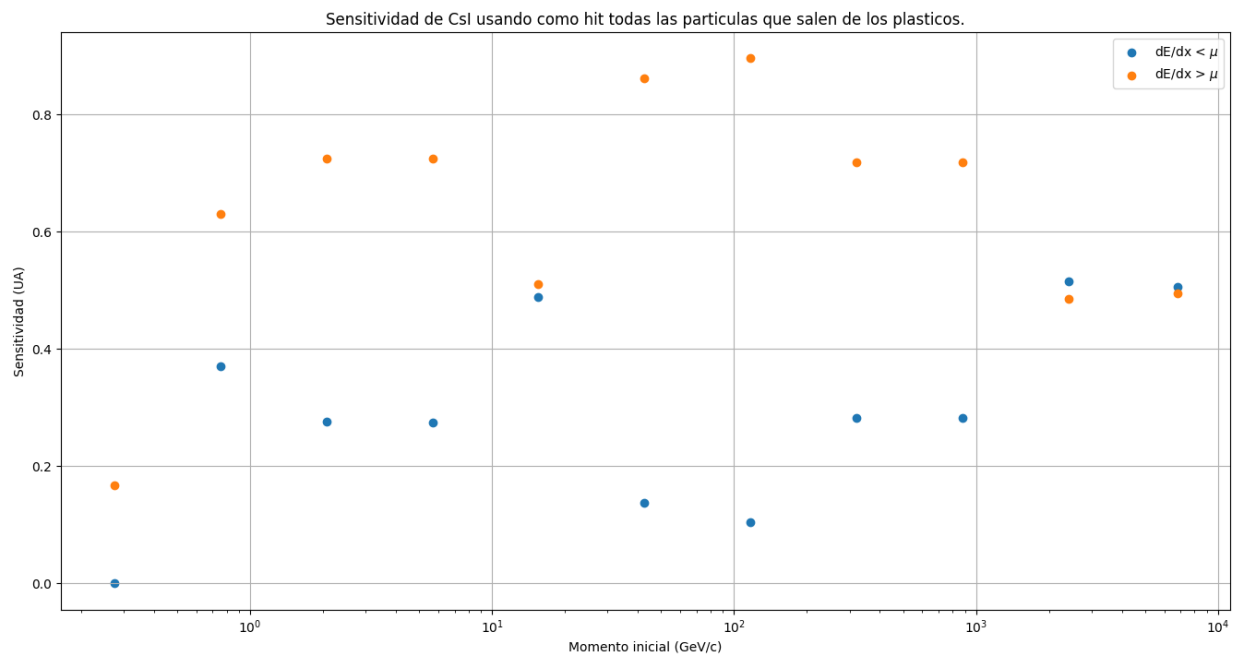


Figura B.5: Calculo de la Sensitividad para el plástico 2.

B.2. Plástico 3

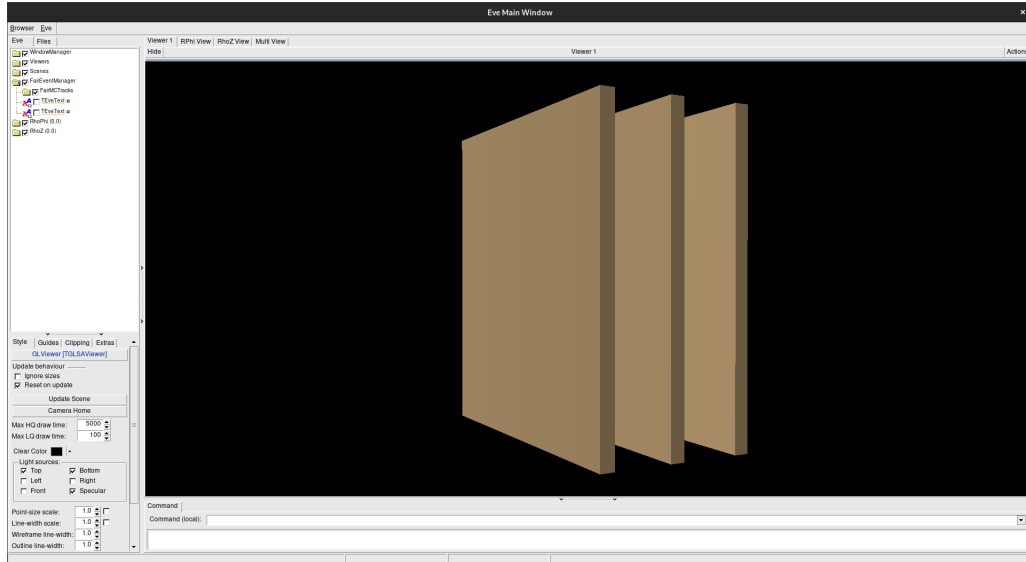
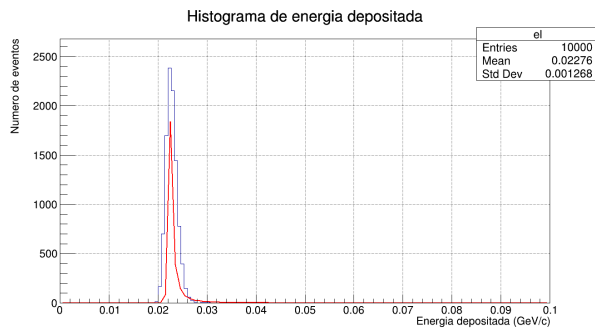
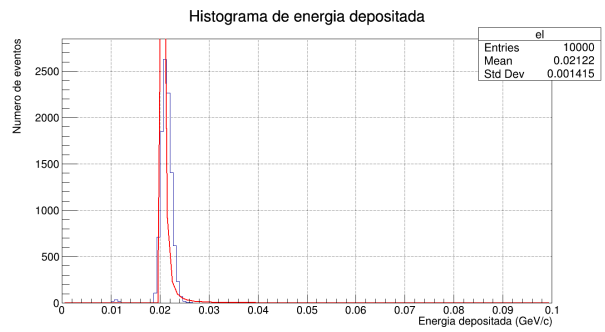


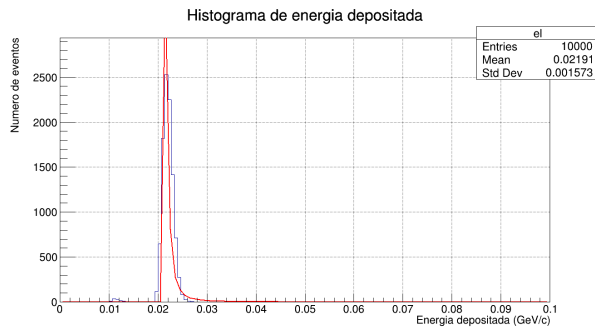
Figura B.6: Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 3.



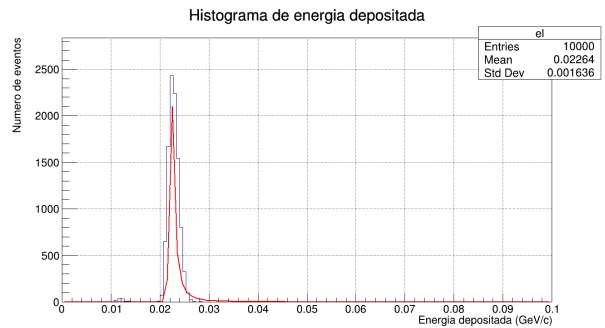
(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$

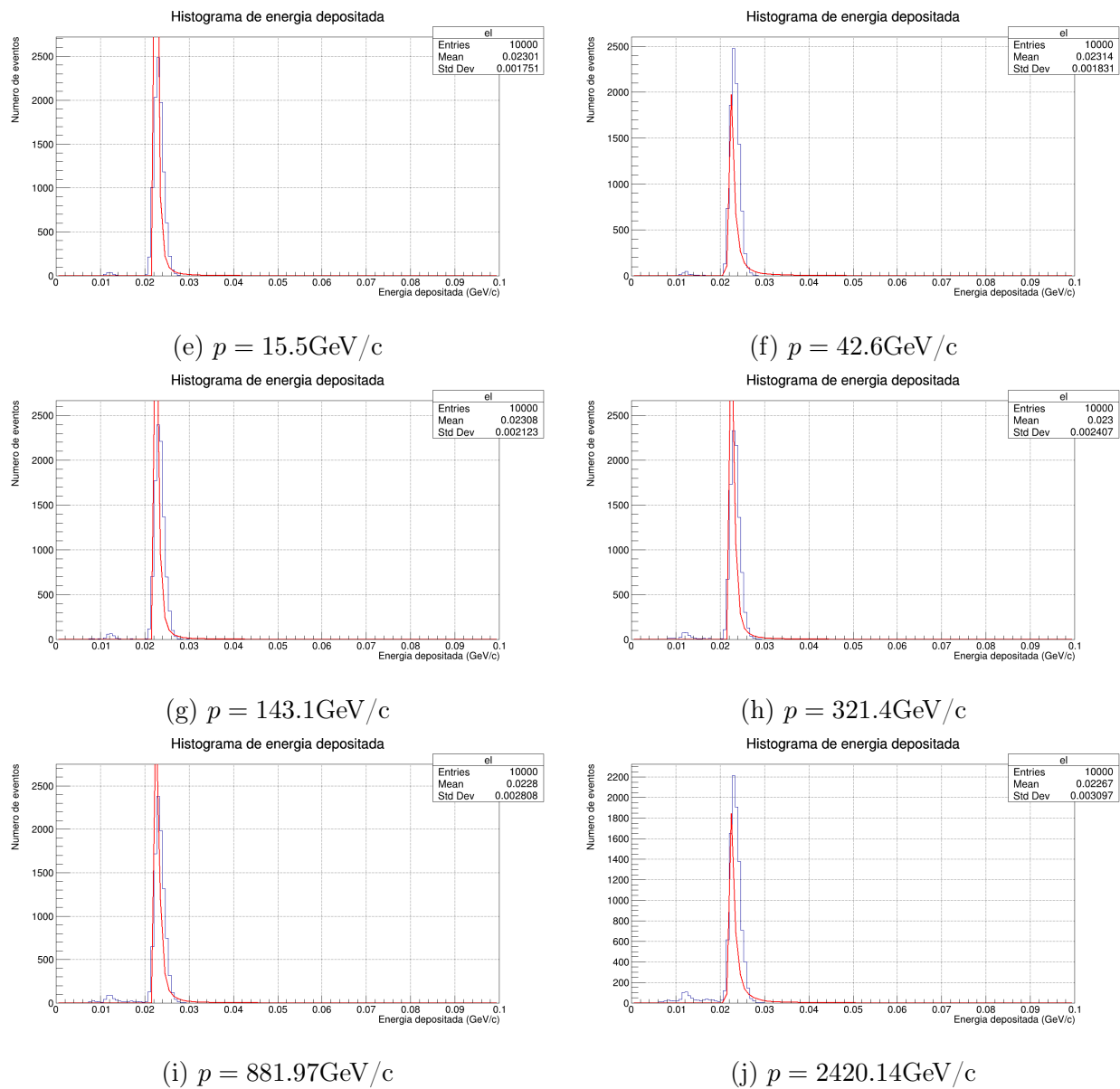


Figura B.7: Histogramas de la energía depositada en el plástico 3, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.

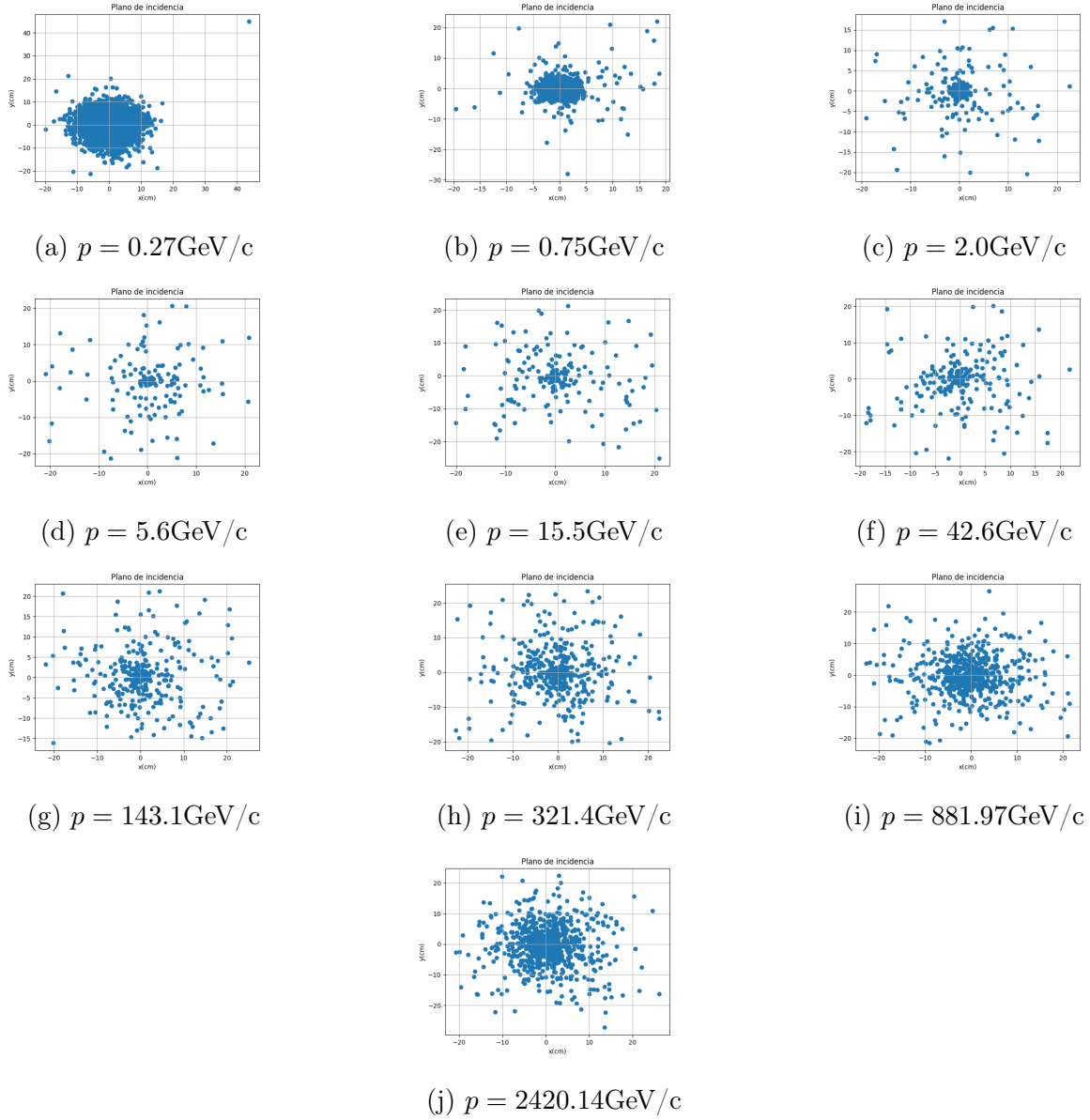


Figura B.8: Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 3.

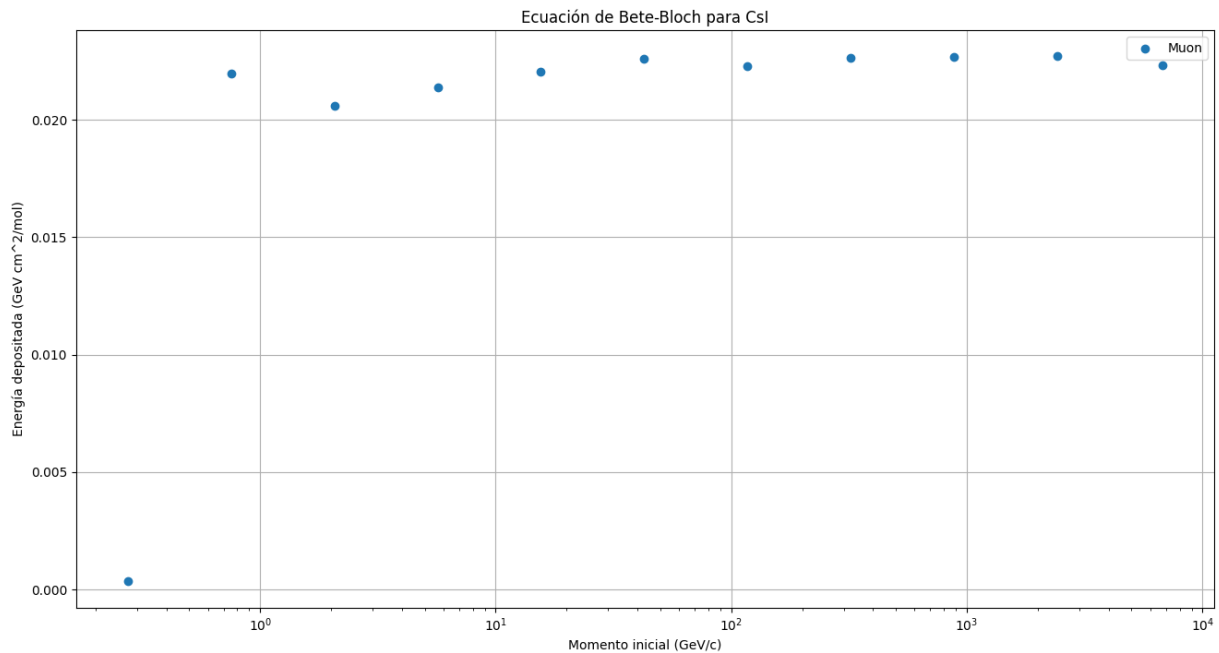


Figura B.9: Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 3.

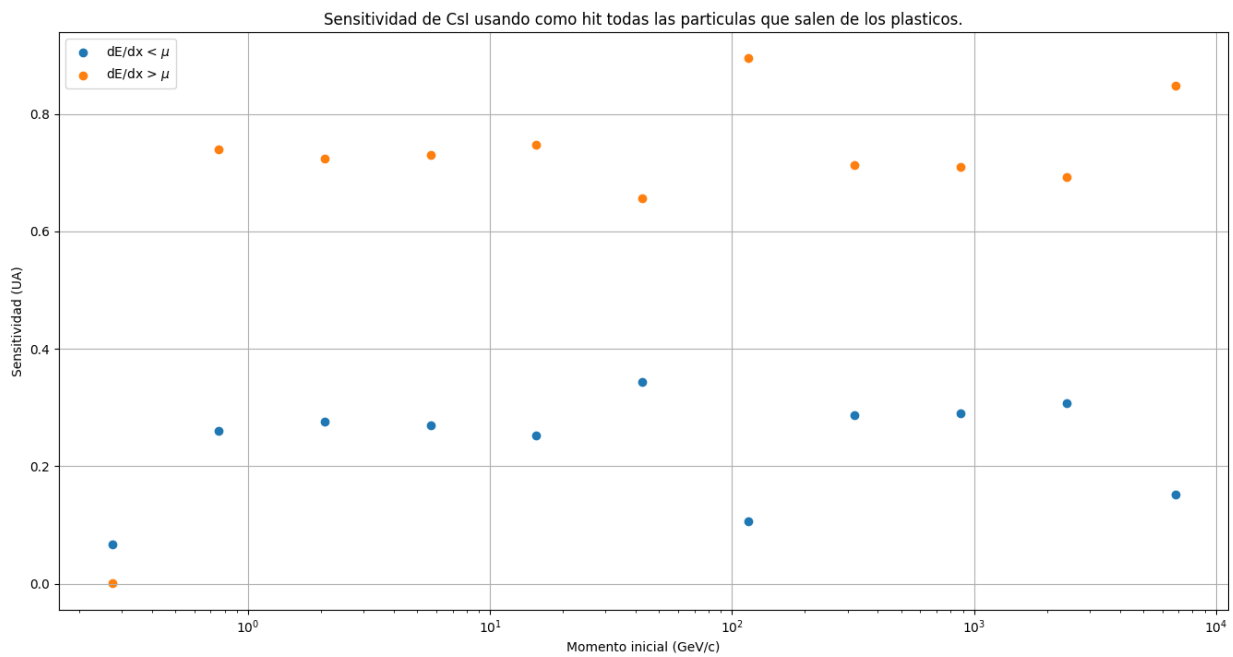


Figura B.10: Calculo de la Sensitividad para el plástico 3.

B.3. Plástico 4

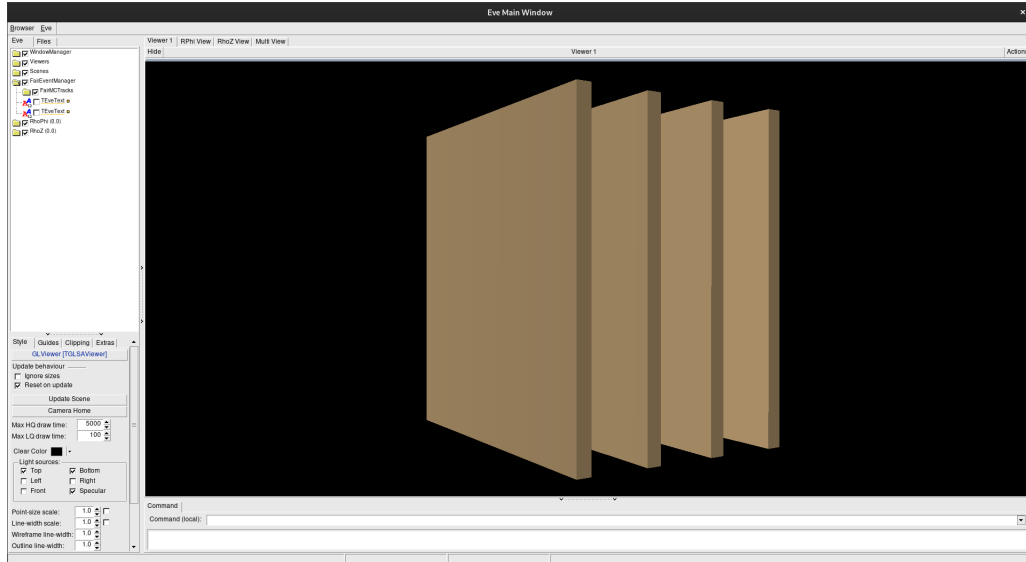
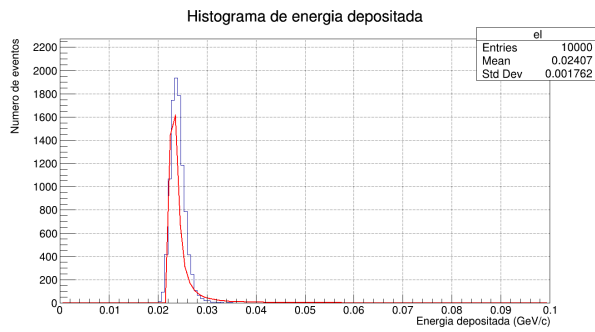
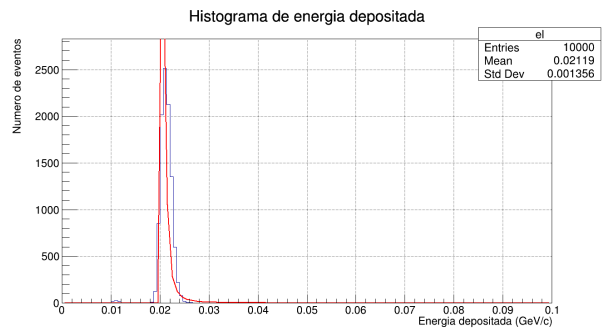


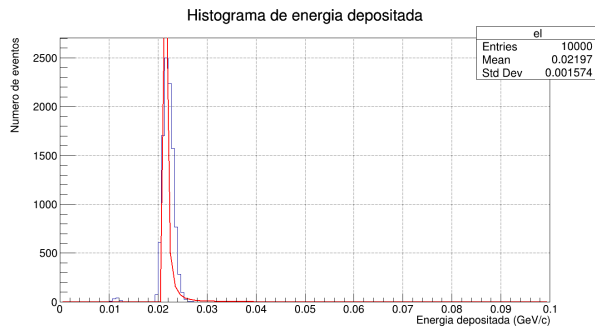
Figura B.11: Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 4.



(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$

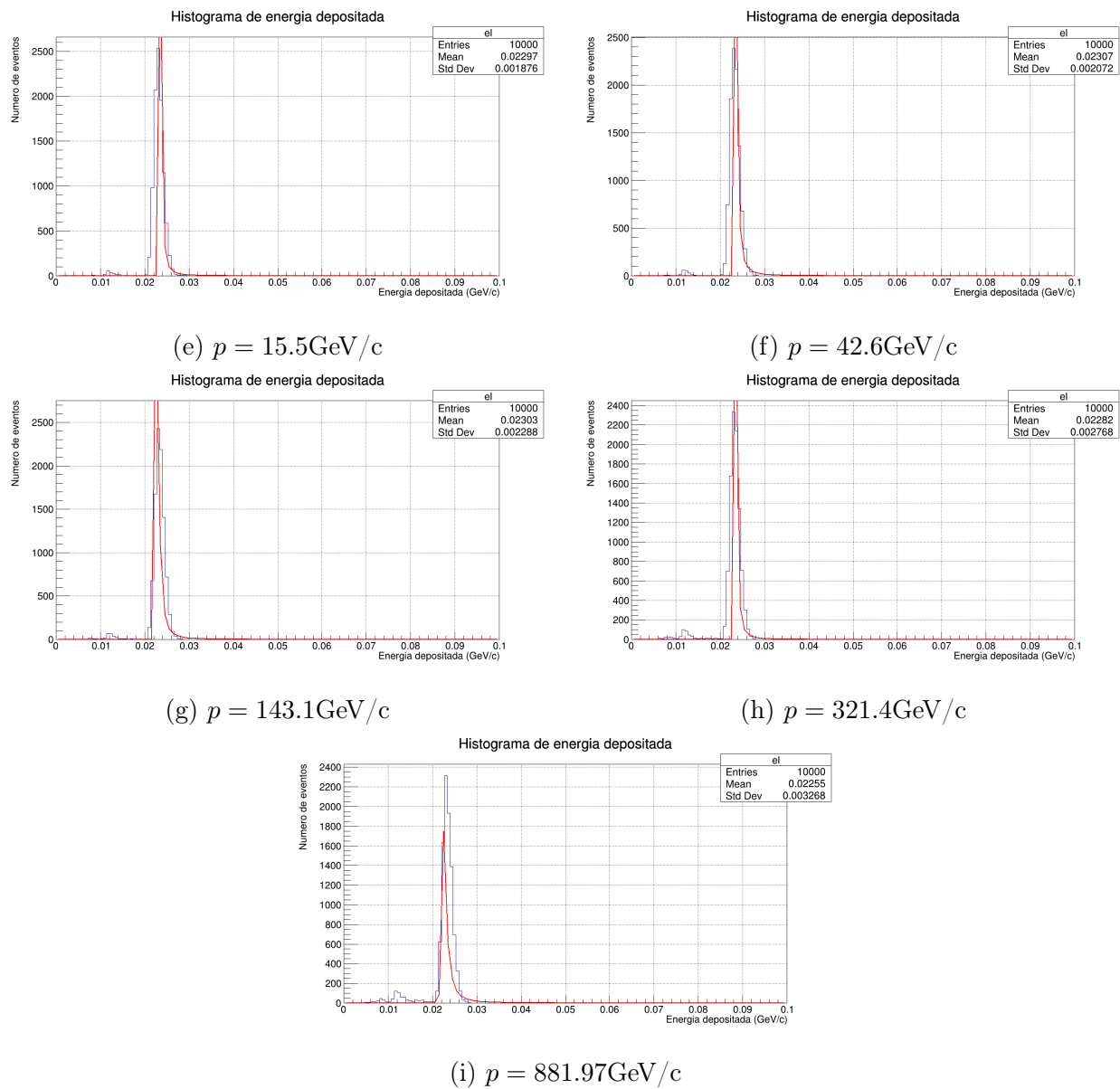
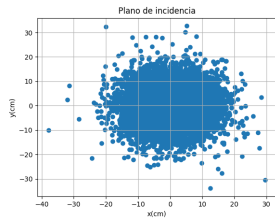
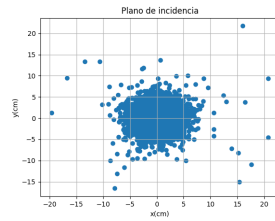


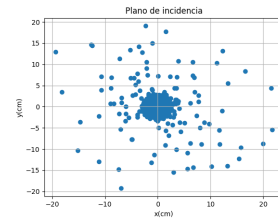
Figura B.12: Histogramas de la energía depositada en el plástico 3, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.



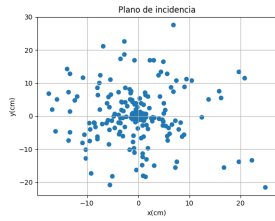
(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



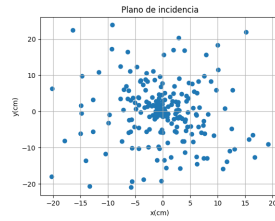
(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



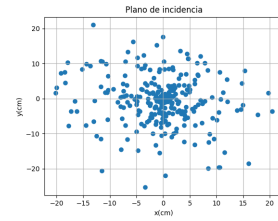
(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



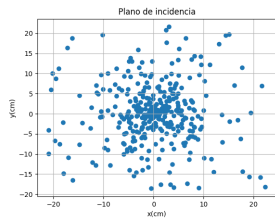
(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$



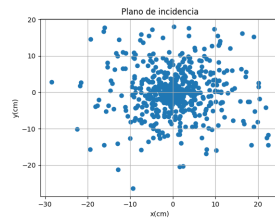
(e) $p = 15.5\text{GeV}/c$



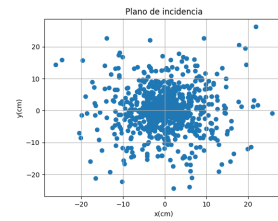
(f) $p = 42.6\text{GeV}/c$



(g) $p = 143.1\text{GeV}/c$



(h) $p = 321.4\text{GeV}/c$



(i) $p = 881.97\text{GeV}/c$

Figura B.13: Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 4.

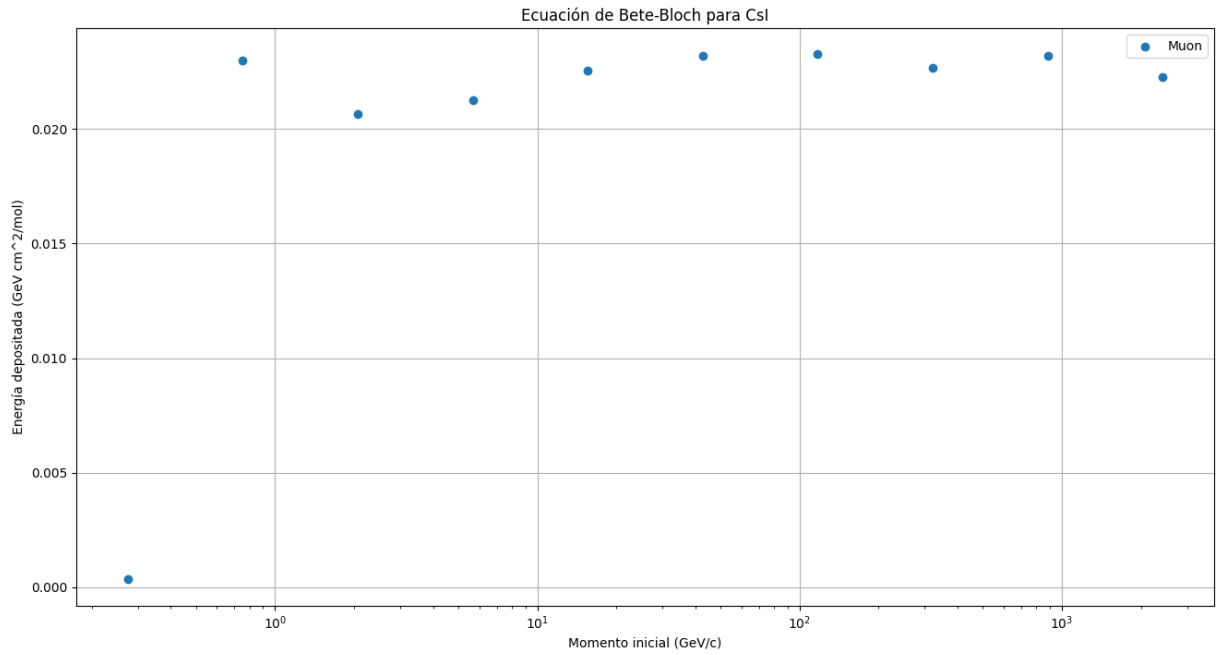


Figura B.14: Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 4.

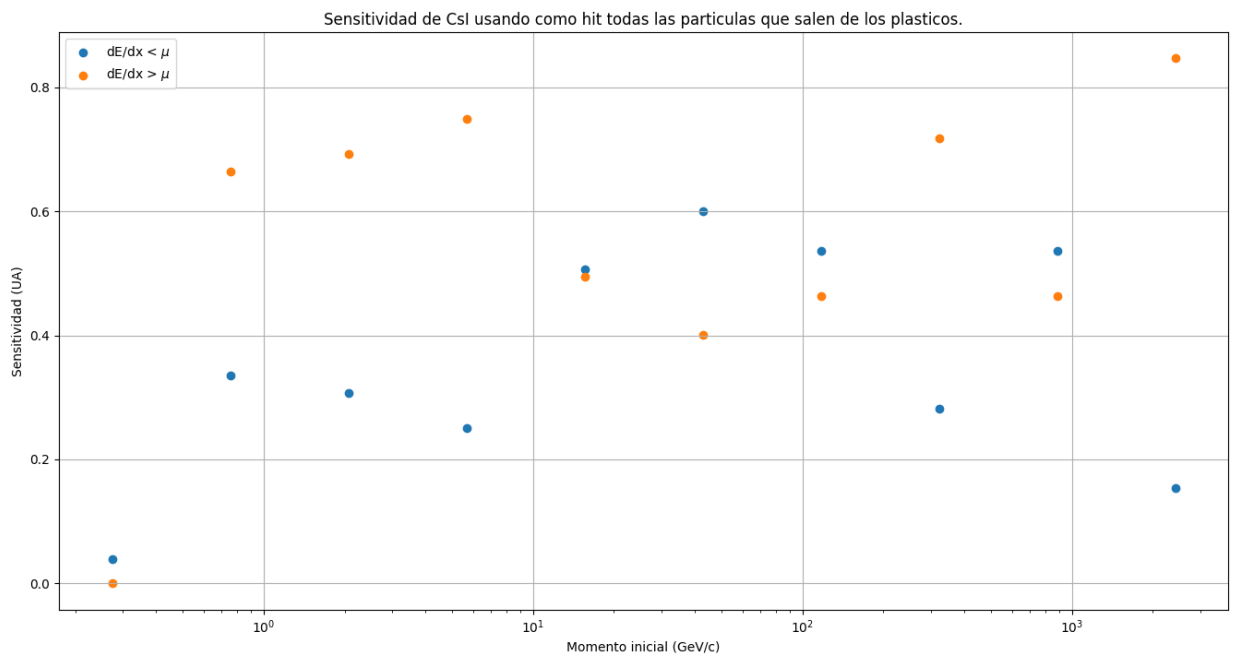


Figura B.15: Calculo de la Sensitividad para el plástico 4.

B.4. Plástico 5

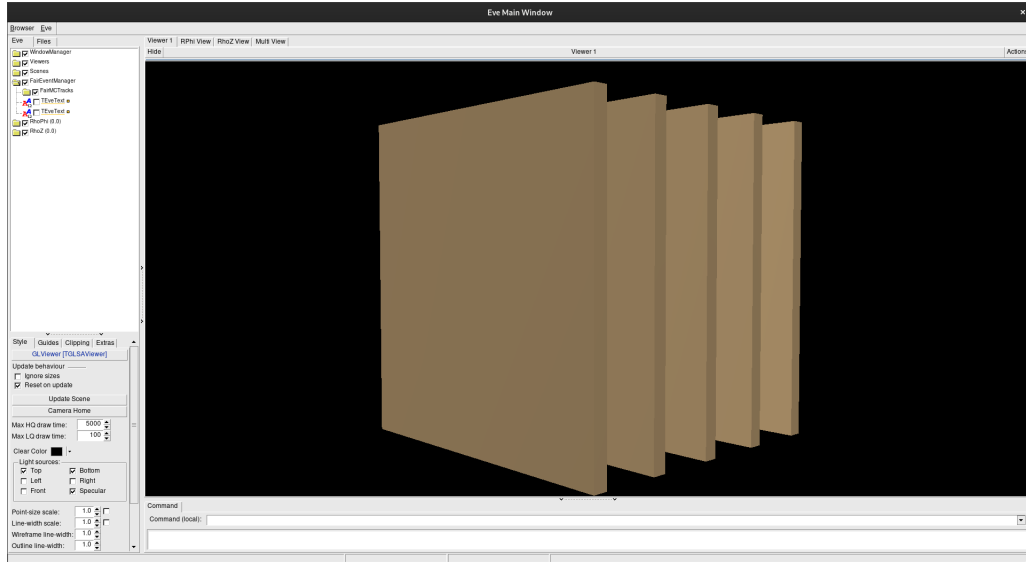
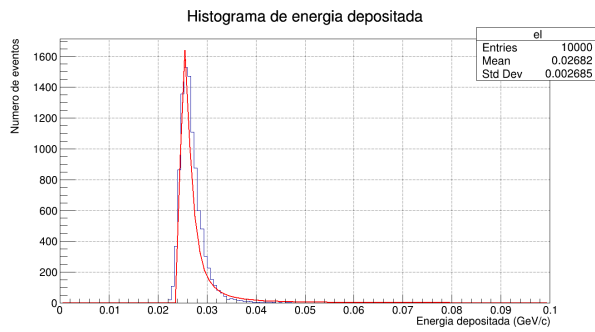
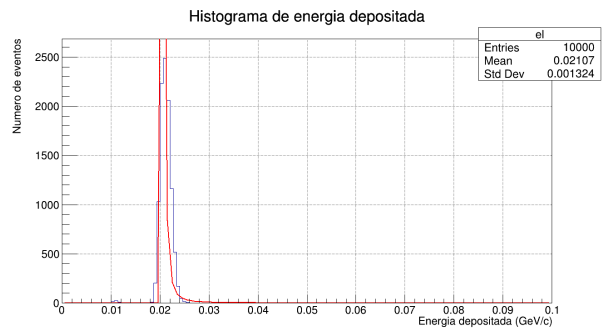


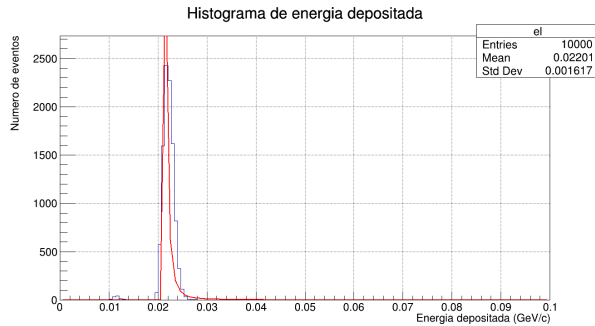
Figura B.16: Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 5.



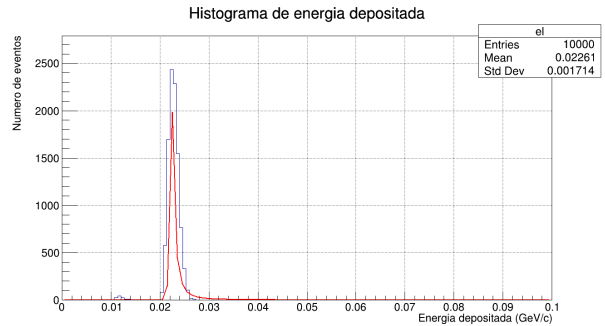
(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



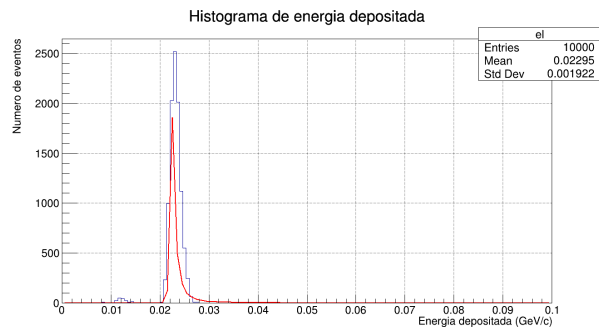
(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



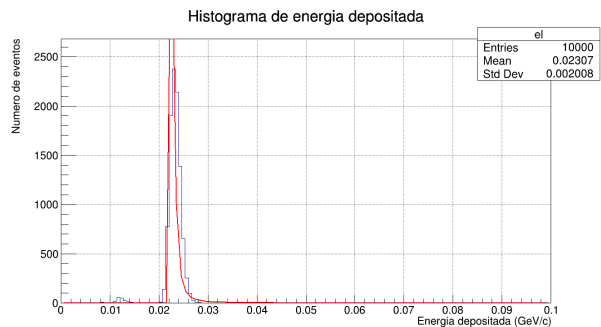
(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



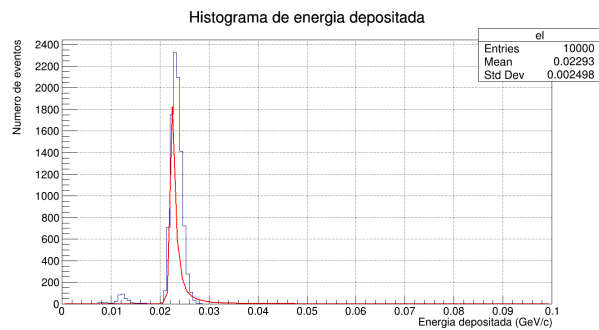
(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$



(e) $p = 15.5\text{GeV}/c$



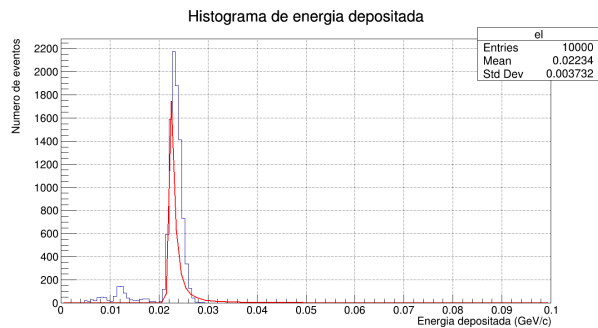
(f) $p = 42.6\text{GeV}/c$



(g) $p = 143.1\text{GeV}/c$



(h) $p = 321.4\text{GeV}/c$



(i) $p = 881.97\text{GeV}/c$

Figura B.17: Histogramas de la energía depositada en el plástico 5, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.

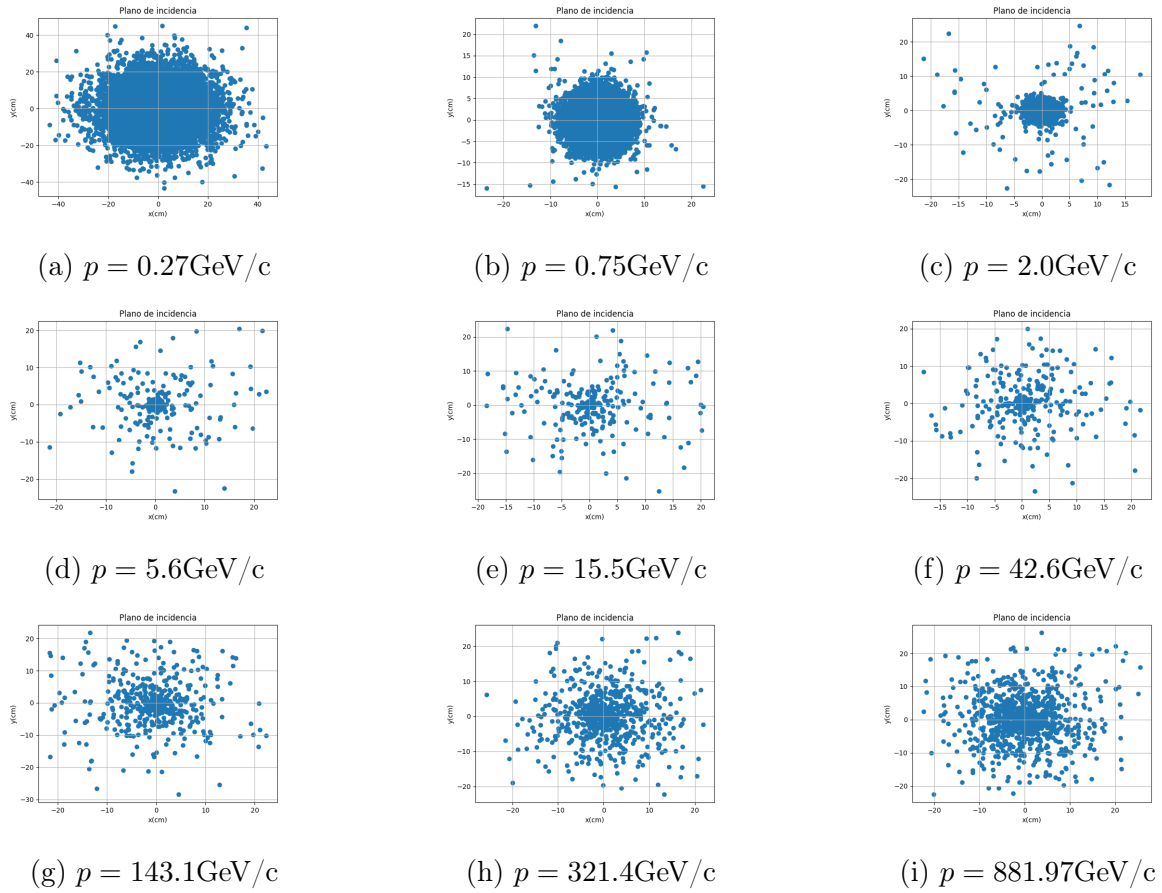


Figura B.18: Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 5.

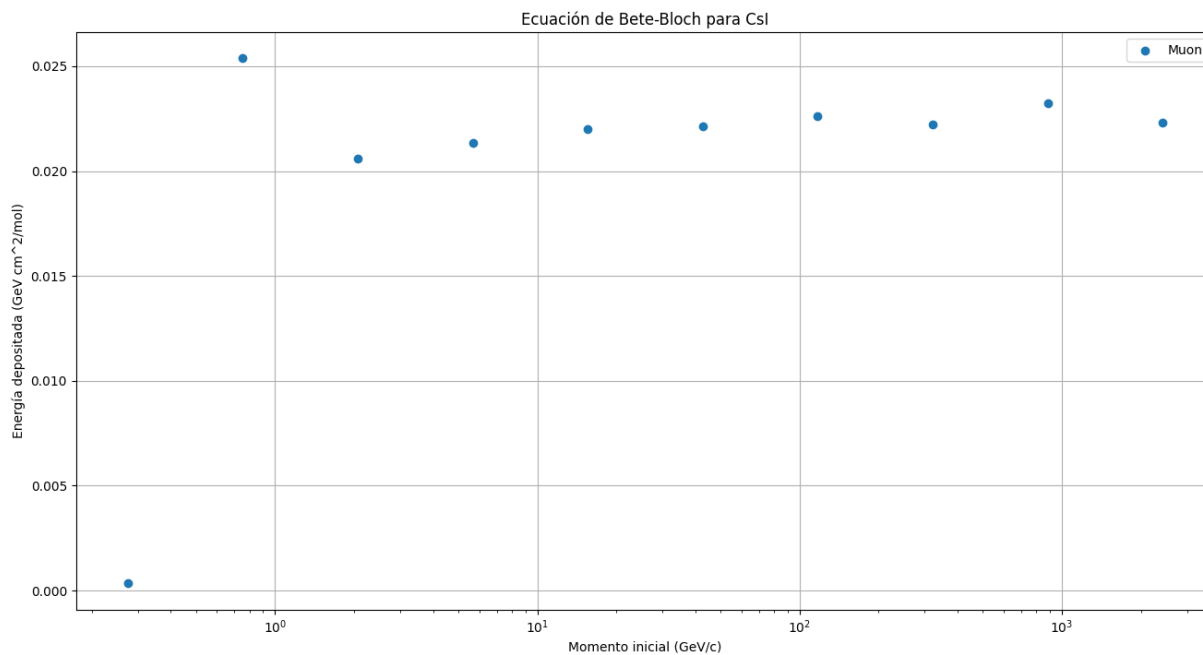


Figura B.19: Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 5.

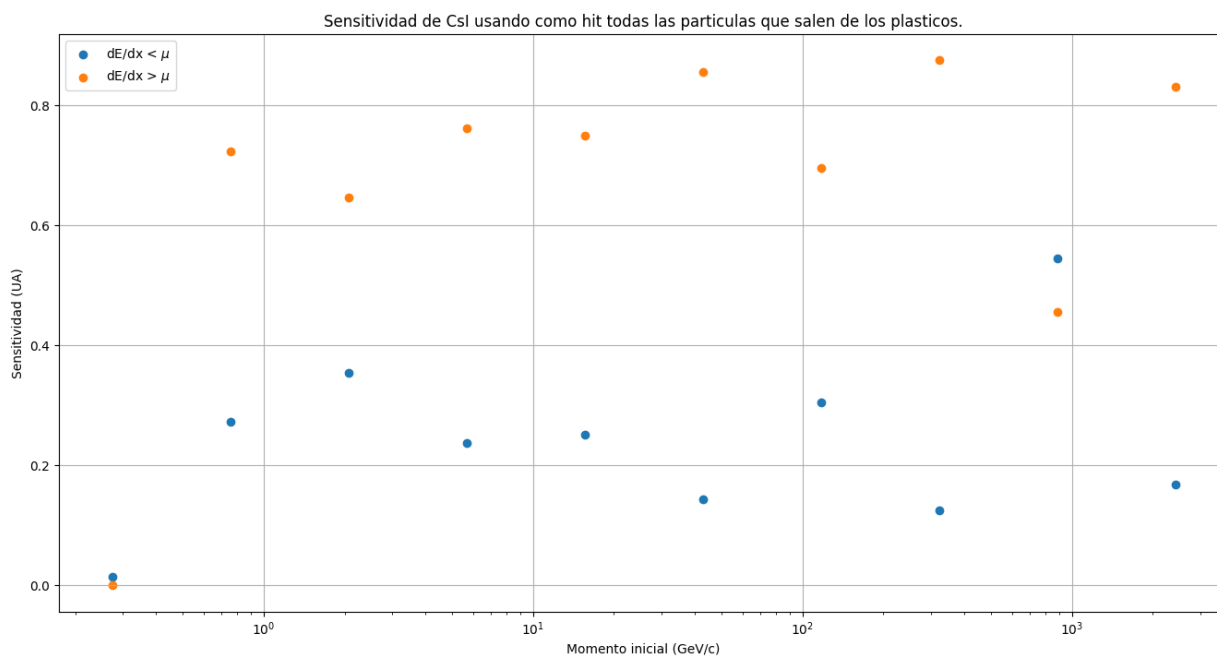


Figura B.20: Calculo de la Sensitividad para el plástico 5.

B.5. Plástico 6

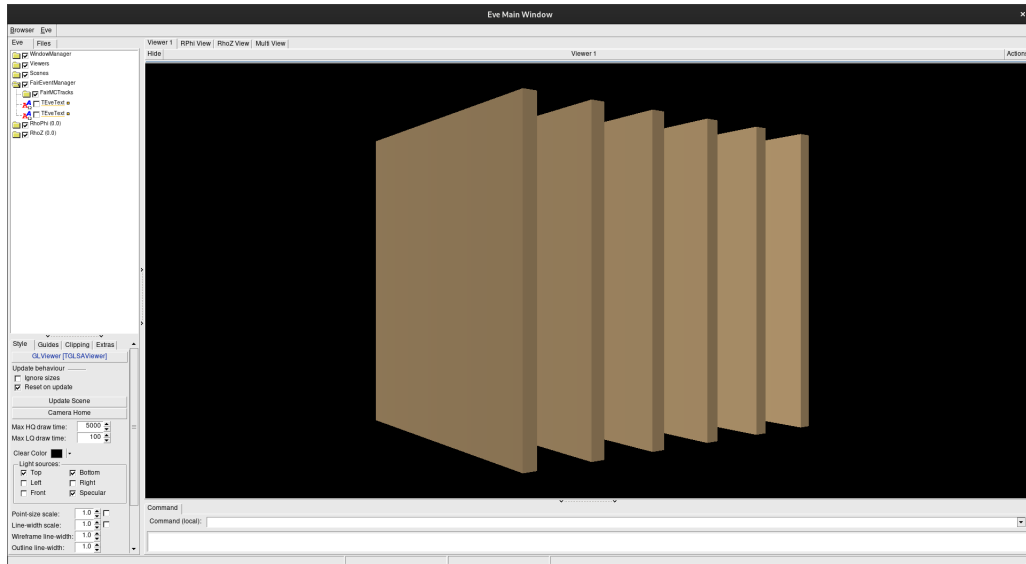
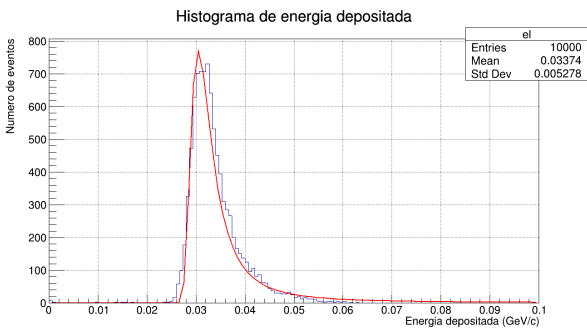
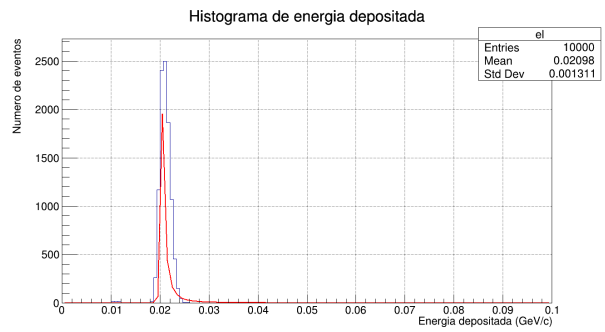


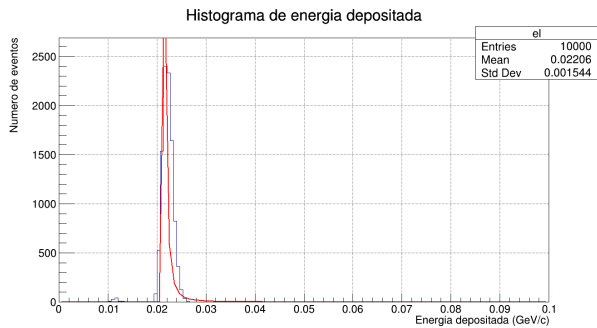
Figura B.21: Visualizador de eventos de FairROOT de la simulación del plástico 6.



(a) $p = 0.27\text{GeV}/c$



(b) $p = 0.75\text{GeV}/c$



(c) $p = 2.0\text{GeV}/c$



(d) $p = 5.6\text{GeV}/c$

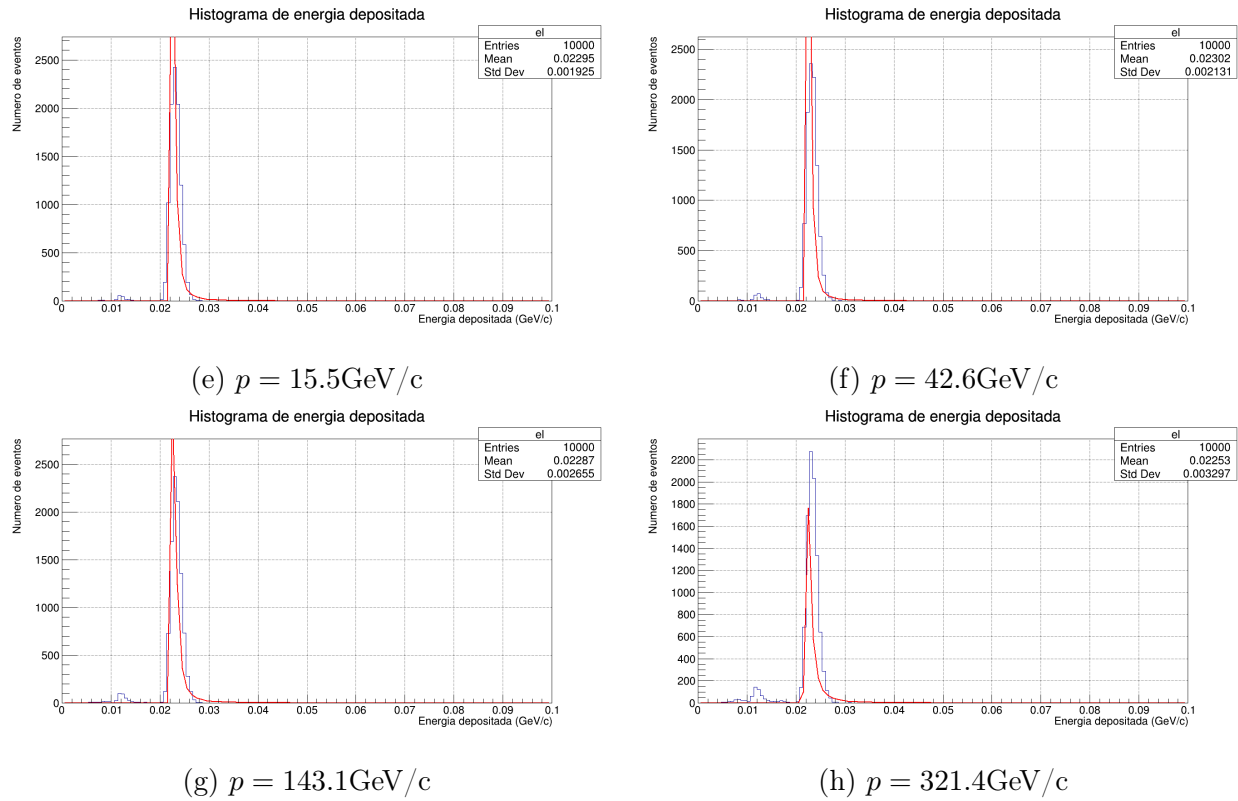


Figura B.22: Histogramas de la energía depositada en el plástico 6, disparando muones a diferentes momentos. El ajuste aplicado es tipo Landau.

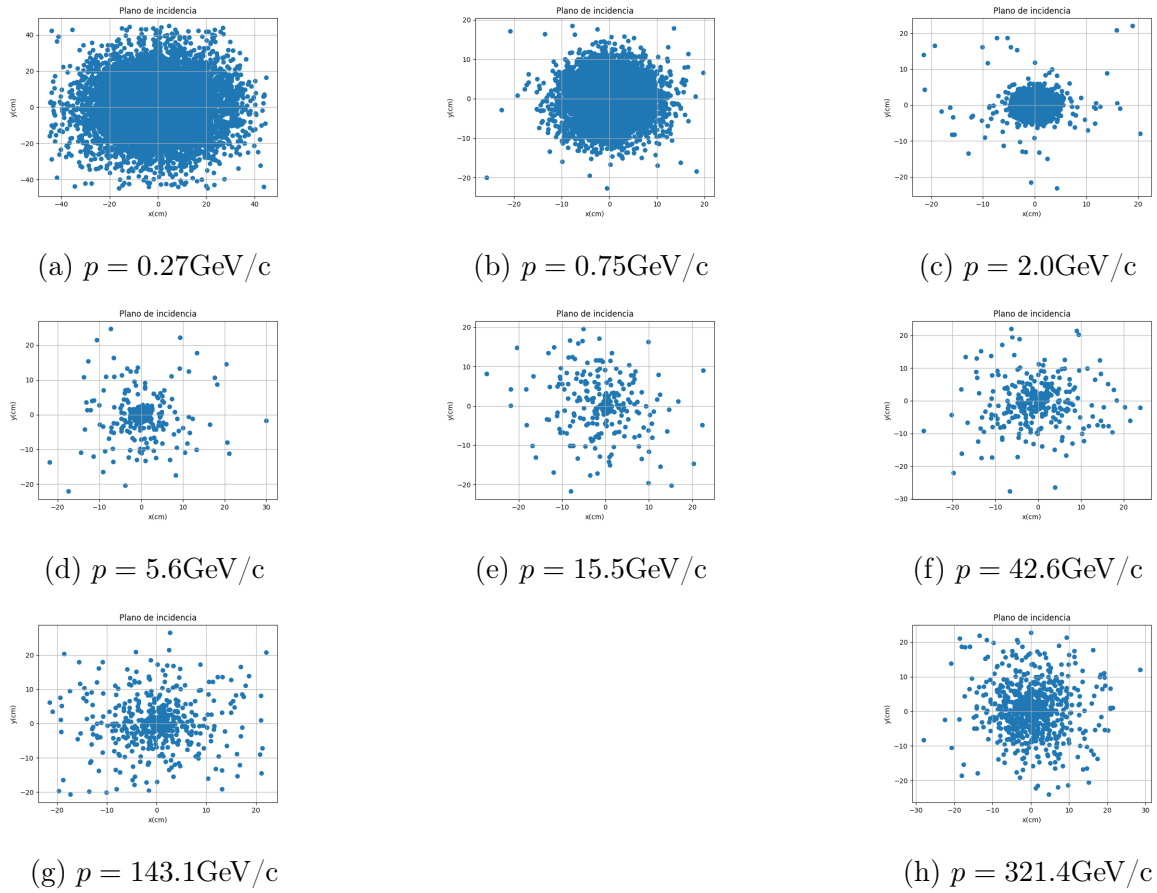


Figura B.23: Planos de incidencia de los muones impactando el plástico 6.

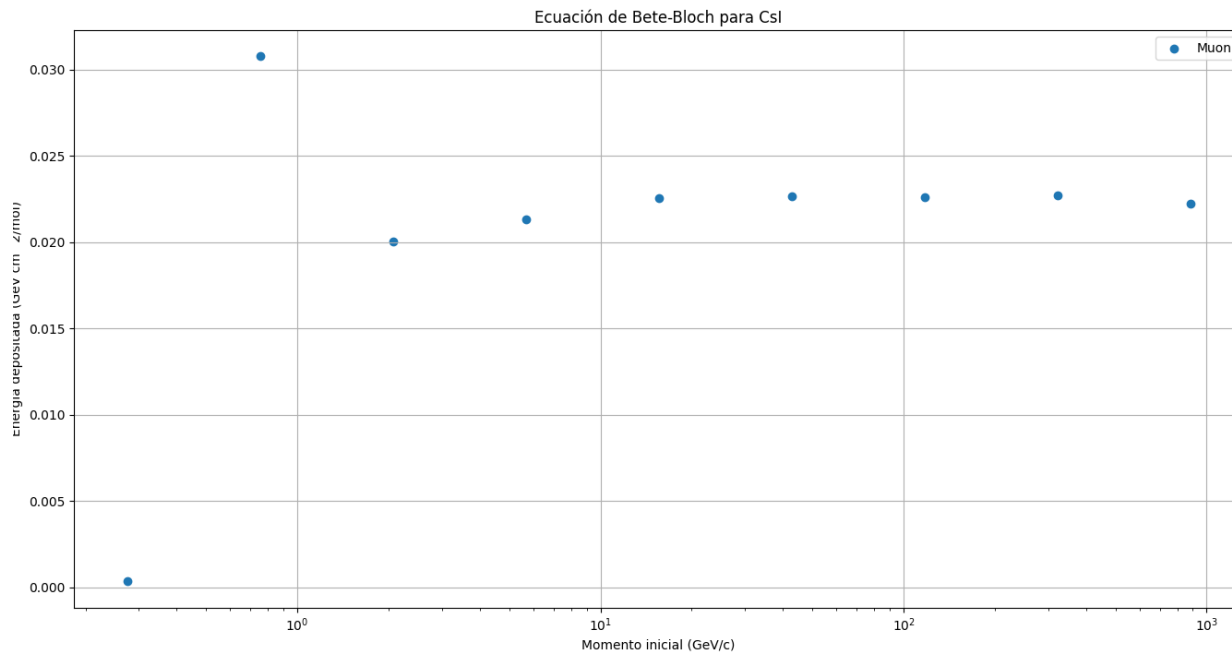


Figura B.24: Representación de la ecuación de Bethe-Bloch simulada para el plástico 6.

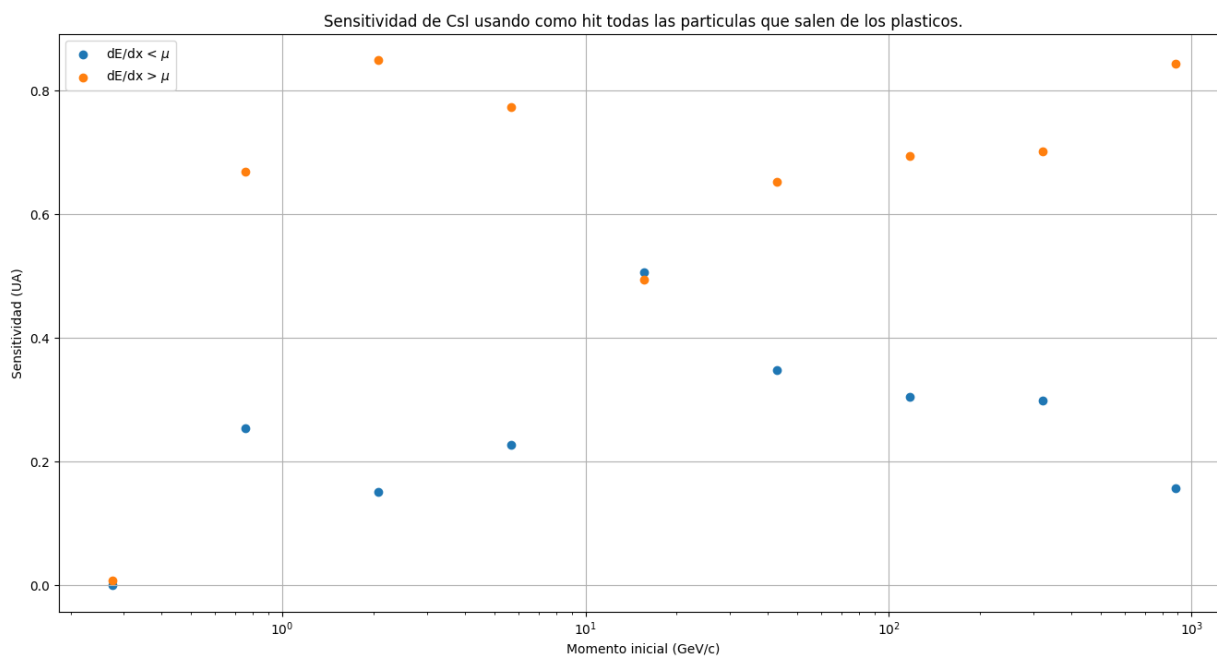


Figura B.25: Calculo de la Sensitividad para el plástico 6.