



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

**MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELECTRÓNICA,
OPCIÓN INSTRUMENTACIÓN ELECTRÓNICA**

Tesis para obtener el grado de:

Maestro en Ingeniería Electrónica

Sistema de control de posición para sistemas ópticos láser

Presenta:

Ing. Rafael Isaac Vásquez Cruz*

Director de Tesis: Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

Asesor de Tesis: Dr. Ernesto Castellanos Velasco

**Becario SECIHTI*

Puebla, Puebla, Julio 2025

Índice general

Índice general	iii
Acrónimos	vii
1 Introducción	1
1.1 Objetivos	4
1.1.1 Objetivo general	4
1.1.2 Objetivos específicos	4
1.2 Justificación	4
1.3 Descripción	5
2 Marco teórico	7
2.1 Sistemas ópticos láser (LBS): Aplicaciones y desafíos	7
2.1.1 Componentes de un sistema LBS	8
2.2 Control Predictivo Basado en Modelo (MPC)	12
2.2.1 Consideraciones del MPC	12
2.2.2 Modelo en espacio de estados (mapa 1-paso)	13
2.2.3 Mapa de predicción a N pasos	14
2.2.4 Función de costo cuadrática	17
2.2.5 Restricciones físicas y operativas	18
2.3 Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC)	21
2.3.1 Observador Lineal de Estado Extendido (LESO)	22
2.3.2 Observador discreto	24
2.3.3 Observador actual discreto (Current Observer)	25
3 Diseño metodológico	27
3.1 Flujo de diseño del MPC Frugal y del observador discreto	28
3.1.1 Modelo de planta para el MPC	28
3.1.2 Diseño del ESO en tiempo discreto	28
3.1.3 Control Predictivo Basado en Modelo Frugal	29
3.2 MPC frugal aplicado al LBS	31
3.2.1 Principio de funcionamiento del sistema LBS	31
3.2.2 Modelo matemático del LBS y diseño de control	31
3.2.3 Simulación	33
4 Resultados experimentales	37
4.1 Escenario 1: MPC convencional sin compensación de perturbaciones	38
4.1.1 Configuración experimental	38
4.1.2 Análisis de inestabilidad y violación de restricciones	39
4.2 Escenario 2: FMPC con compensación de perturbaciones (sin perturbación externa)	39
4.2.1 Seguimiento de trayectoria y cumplimiento de restricciones	39
4.2.2 Comparación con el Escenario 1	40

4.3	Escenario 3: FMPC bajo perturbación	40
4.3.1	Rechazo de vibraciones y estabilidad	40
4.3.2	Violaciones transitorias de restricciones	41
4.4	Análisis comparativo	42
4.4.1	Métricas de desempeño	42
4.4.2	Ventajas del FMPC frente a enfoques tradicionales	44
	Conclusiones	47
	Perspectivas	49
 APÉNDICES		51
A	Preliminares del diseño FMPC	53
A.1	Operador de selección	53
A.1.1	Uso conjunto con la secuencia de controles	54
A.2	Parametrización del control	54
A.3	Optimización por gradiente con expansión y penalizaciones saturadas	55
B	Algoritmos	57
C	Diagrama de bloques para simulación	61
D	Diagrama de bloques para implementación	63
E	Productos realizados y participación en eventos	67
	Bibliografía	69

Índice de figuras

1.1	FSM comercial	1
1.2	PSD comercial	1
1.3	Diagrama del principio de funcionamiento del sistema	2
1.4	Diagrama de bloques ilustrativo del sistema LBS	6
1.5	Propuesta inicial	6
2.1	Cirugía ocular láser	7
2.2	Esquema de dispositivo quirúrgico láser para cataratas	8
2.3	Metrología de precisión	8
2.4	Manufactura láser	8
2.5	Óptica adaptativa para astronomía	8
2.6	Vista superior del sistema de estabilización del haz láser (LBS) de QUANSER™.	9
2.7	Fuente estática láser de la plataforma QUANSER™	10
2.8	Vista lateral del FSM de la plataforma QUANSER™	10
2.9	Imanes del actuador de la bobina de voz	10
2.10	Vista frontal del PSD de la plataforma QUANSER™	11
2.11	Motor de DC	11
2.12	Diagrama ilustrativo de mapeo de predicción	16
2.13	Diagrama de bloques de observador predictor	24
2.14	Secuencias de tiempo asociadas con las ubicaciones de los polos en el plano z	24
2.15	Diagrama de bloques de observador actual	25
3.1	FMPC para sistema LBS	34
3.2	Resultados obtenidos de la simulación del esquema propuesto.	35
4.1	Espacio de trabajo del presente proyecto	38
4.2	Desempeño en lazo cerrado del MPC para el sistema LBS.	38
4.3	Desempeño en lazo cerrado del FMPC para el sistema LBS.	39
4.4	Desempeño en lazo cerrado del FMPC para el sistema LBS bajo perturbación vibratoria.	41
4.5	Trayectorias en espacio de estados.	42
4.6	[Índices de desempeño.	43
4.7	Desempeño en lazo cerrado del FMPC para el sistema LBS con restricción de posición relajada.	45
C.1	Diagrama de bloques principal del programa en Simulink.	61
C.2	Diagrama de bloques del problema QOP en Simulink.	62
D.1	Diagrama de bloques principal del programa en Simulink para la implementación.	63
D.2	Diagrama de bloques del selector de controlador.	64
D.3	Diagrama de bloques del controlador propuesto FMPC.	65
D.4	Diagrama de bloques del problema QOP en Simulink para la implementación.	66
E.1	Evidencias del primer producto elaborado.	67

E.2 Evidencias del segundo producto elaborado.	68
--	----

Índice de cuadros

2.1 Listado de componentes del sistema de estabilización del haz láser (LBS) de QUANSER™.	9
4.1 Parámetros de ajuste del FMPC y restricciones operativas para el sistema LBS.	38
4.2 Comparación de índices de desempeño para los tres escenarios evaluados.	44

Acrónimos

A

- ADE** Algebraic Derivative Estimation (Estimación Algebraica de Derivadas). 3
ADRC Active Disturbance Rejection Control (Control por Rechazo Activo de Perturbaciones). 2, 3, 21, 22, 38, 40, 44, 47

C

- CESO** Current Extended-State Observer (Observador de Estado Extendido Actual). 21
CPU Central Processing Unit (Unidad Central de Procesamiento). 35, 44

E

- ESO** Extended State Observer (Observador de Estado Extendido). 21, 27, 34, 39–41, 44

F

- FMPC** Frugal Model Predictive Control (Control Predictivo Basado en Modelo Frugal). v, vi, 27, 32–35, 37–41, 43–45, 47, 48, 61, 63, 65
FSM Fast-Steering Mirror (Espejo de Direccionamiento Rápido). 1–3, 10, 11, 31, 34, 39

L

- LBS** Laser Beam Stabilizator (Estabilizador de Haz Láser). v, vi, 1, 2, 5, 7–9, 27, 31, 34, 35, 37–40, 42, 45, 61, 63
LESO Linear Extended State Observer (Observador Lineal de Estado Extendido). 3–6, 21, 47, 48
LQR Linear Quadratic Regulator (Regulador Cuadrático Lineal). 35, 44

M

- MEMS** Micro Electro-Mechanical Systems (Sistemas Mecatrónicos en Micras). 44
MFC Model-Free Control (Control Libre de Modelo). 2, 3
MPC Model Predictive Control (Control Predictivo Basado en Modelo). v, 2–6, 12–14, 21, 28, 29, 37, 38, 40, 42–45, 47

P

- PID** Proporcional-Integral-Derivativo. 1, 12, 13, 35, 44
PSD Position Sensitive Detector (Detector Sensible a la Posición). 1, 2, 5, 8, 10, 11, 31, 34, 38, 39

Q

- QOP** Quadratic Optimization Problem (Problema de Optimización Cuadrática). v, 16, 34, 37, 62, 66
QP Quadratic Programming (Programación Cuadrática). 16, 18, 21, 34, 44, 61, 63

S

- SISO** Single Input Single Output (Única Entrada Única Salida). 18, 22, 28

El láser es un dispositivo óptico que genera un haz de radiación electromagnética coherente y altamente direccionado mediante el proceso de emisión estimulada de radiación. Este fenómeno se basa en la estimulación de transiciones radioactivas entre estados energéticos cuánticos de átomos o moléculas, resultando en la producción de fotones que comparten la misma fase y dirección de propagación [1].

La estabilización de haces láser es una problemática crítica en aplicaciones que requieren alta precisión, pues la correcta dirección y posicionamiento del haz inciden directamente en el desempeño de procesos ópticos y de manipulación de luz [2, 3]. Tradicionalmente, los sistemas de direccionamiento de haz láser incorporan dispositivos tales como espejos de alta velocidad (FSM) (ver Fig. 1.1) y detectores sensibles a la posición (PSD) (ver Fig. 1.2) que, mediante retroalimentación proporcionada por los detectores de posición, permiten corregir dinámicamente errores en la dirección del haz, como se puede apreciar gráficamente en la figura 1.3 [4, 5].

Para abordar dicha problemática, se han desarrollado múltiples estrategias de control, tanto lineales como no lineales. Entre las técnicas propuestas en el estado del arte destacan el control H_∞ [3, 8], los reguladores PID y sus variantes [5, 9], esquemas de realimentación basados en observadores [9], control adaptativo [10, 11], métodos con ponderación en frecuencia [4], control resonante integral [12], control PID fraccionario [13], integración de PID con redes neuronales para clasificación de perturbaciones [2], estrategias híbridas con integradores y controladores de ganancia [14], controladores de ganancia variable basados en convergencia [15], PID no lineales [16-18], control por modos deslizantes [19-21], así como enfoques sustentados en teoría de contractividad [22]. A pesar del amplio espectro de metodologías existentes, persisten limitaciones importantes en la operación efectiva de sistemas de estabilización de haz láser LBS, ya que estas técnicas, en su mayoría, no contemplan explícitamente las restricciones impuestas tanto al control como a los estados del sistema. Dichas restricciones son críticas en aplicaciones en tiempo real, donde deben considerarse la saturación de los actuadores y el rango limitado de los sensores de medición.

- 1.1 Objetivos 4
- 1.1.1 Objetivo general 4
- 1.1.2 Objetivos específicos 4
- 1.2 Justificación 4
- 1.3 Descripción 5



Figura 1.1: Ejemplo de FSM comercial [6].



Figura 1.2: Ejemplo de PSD comercial [7].

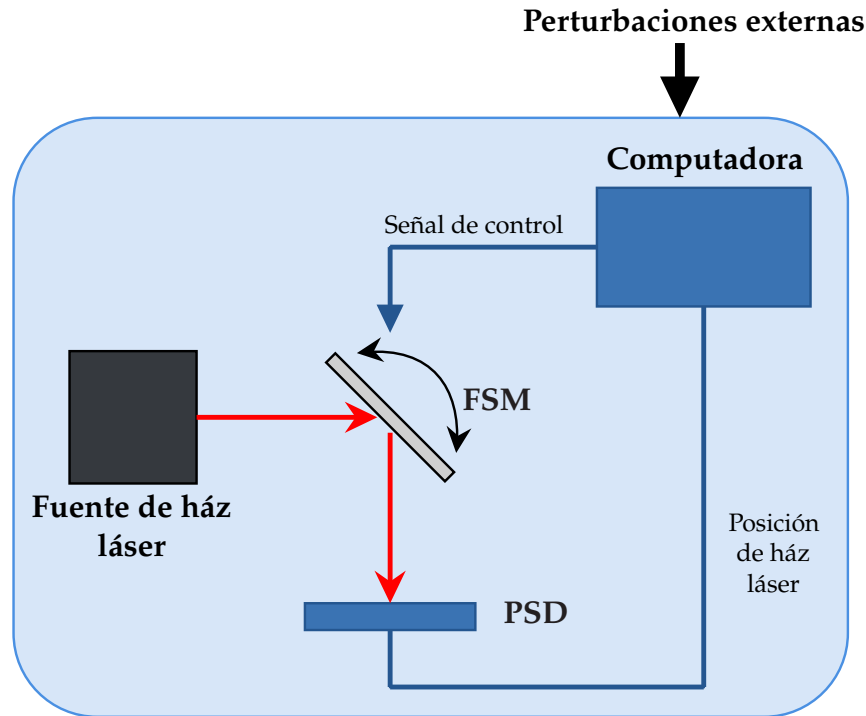


Figura 1.3: Diagrama del principio de funcionamiento del sistema LBS [23].

En numerosos estudios se ha evidenciado que la aplicación de técnicas de control predictivo basado en modelo (MPC) resulta especialmente atractiva para tratar sistemas con restricciones en las variables de estado y de control, debido a que esto permite anticipar la evolución del sistema en un horizonte temporal determinado [24, 25]. Sin embargo, la complejidad inherente al modelado exacto de un sistema de direccionamiento de haz láser, donde intervienen efectos no lineales y perturbaciones externas, conlleva a que la formulación de un modelo matemático completo sea excesivamente compleja y poco práctica para aplicaciones en tiempo real [26, 27].

El desempeño de un MPC depende críticamente del modelo; la dinámica incierta, las perturbaciones y el ruido pueden degradarlo si no se consideran. Para mitigar estos efectos se ha propuesto la siguiente clasificación: MPC robusto, que incorpora cotas de incertidumbre cubriendo el peor caso [28-30]; MPC estocástico, que emplea restricciones de probabilidad para manejar incertidumbres estocásticas [31]; y MPC adaptativo, que actualiza el modelo en línea mediante mínimos cuadrados recursivos o redes neuronales [32, 33]. Para sistemas altamente no lineales o variables, se han introducido variantes basadas en datos y aprendizaje [34-36]. No obstante, todas ellas requieren datos de alta calidad o resoluciones de optimización no convexas costosas, lo que puede limitar su aplicación en sistemas rápidos.

Los esquemas de MPC instrumentados con esquema de estimación de estado con rechazo activo de perturbaciones (ADRC) forman parte de una clase particular de MPC que, además de optimizar la trayectoria futura, reconstruye en línea las perturbaciones para compensarlas e, incluso, ajustar el modelo interno. Pese a su potencial, la literatura documenta todavía pocos desarrollos específicos en esta línea [37-40], tal como se muestra dentro de [41].

En otro extremo se sitúa el control libre de modelado (MFC), estrategia que evita la identificación

explícita del proceso [42]. Su acción de control se determina a partir de información en tiempo real, con observadores de perturbaciones [43, 44] o la Estimación Algebraica de Derivadas (ADE) [45, 46]; esta filosofía da lugar al conocido Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC), revisado en detalle dentro de [47]. El MFC ha demostrado eficacia en sistemas muy no lineales o difícilmente modelables —por ejemplo, en transporte inteligente y gestión energética [48]-, aunque carece de la optimización predictiva y del manejo explícito de restricciones que sí ofrece el MPC.

Intentando combinar la diversidad de enfoques para obtener un nuevo esquema, trabajos recientes han propuesto integrar conceptos libres de modelo dentro del marco MPC [49-51]. Dichas propuestas estiman la perturbación *total* mediante técnicas algebraicas [49] o con observadores extendidos lineales [50, 51]. Excepto en [49], los resultados presentados hasta ahora se circunscriben a simulaciones, por lo que la validación experimental sigue siendo una asignatura pendiente.

La presente investigación se fundamenta en el uso de una versión reducida y lineal del modelo matemático de un sistema de direccionamiento de haz láser, en la cual se omiten las perturbaciones y las incertidumbres inherentes al sistema real. Este modelo simplificado constituye la base para el diseño de un MPC que genere, en tiempo real, la señal de control destinada al seguimiento de trayectorias preestablecidas, considerando la existencia de restricciones tanto en la posición como en la señal de control del FSM. No obstante, el hecho de emplear un modelo reducido implica que ciertas dinámicas críticas y perturbaciones no quedan representadas, lo que puede degradar el desempeño del sistema cuando se implementa en un entorno experimental.

Para suplir estas limitaciones, se incorpora un bloque que representa al observador lineal de estado extendido (LESO), el cual estima, en un estado extendido, la suma de los efectos de las perturbaciones externas y de las incertidumbres del modelo. La señal de control final se obtiene mediante la combinación de la acción generada por el MPC con el término de compensación proporcionado por el LESO, de modo que se logra tanto el seguimiento preciso de la trayectoria, considerando las restricciones ya mencionadas, como el rechazo efectivo de las perturbaciones [44, 46]. Este enfoque se alinea con el principio del modelo interno, el cual establece la necesidad de incluir un modelo de las perturbaciones dentro del esquema de control para garantizar la estabilidad y el rendimiento deseados [52].

Cabe destacar que, en contraposición a otros métodos que requieren la implementación de modelos no lineales, que compliquen de alguna u otra manera el cálculo de la salida de control, el presente método opta por prescindir de dichos modelos. La estrategia se concentra en la estimación en línea del estado extendido mediante el LESO, lo que permite compensar de forma directa las perturbaciones sin introducir retrasos o distorsiones adicionales en la señal de control [42, 43, 47].

En síntesis, este trabajo propone una estrategia híbrida en la que se combina un MPC, basado en un modelo matemático lineal reducido del sistema de direccionamiento de haz láser, con un LESO discreto que estime la suma de las incertidumbres y perturbaciones no modeladas. La señal de control resultante se emplea para lograr un seguimiento de trayectoria preciso, el cumplimiento de restricciones en la posición del haz láser y en la señal de control mencionada, y un rechazo robusto de perturbaciones, utilizando únicamente herramientas de modelado y estimación que aseguran una implementación práctica en un entorno experimental de laboratorio [14, 26].

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Diseñar e implementar una estrategia de control para la estabilización y seguimiento de un sistema de direccionamiento láser basada en las metodologías del Control Predictivo y el Control por Rechazo Activo de Perturbaciones.

1.1.2. Objetivos específicos

- Diseñar y desarrollar un observador lineal de estado extendido (LESO) que permita la estimación de las variables no medidas, tales como la velocidad del sistema y las perturbaciones tanto internas como externas.
- Diseñar un esquema de control predictivo basado en modelo (MPC) que considere explícitamente las restricciones del estado y de la señal de control inherentes al sistema de direccionamiento láser.
- Desarrollar y ejecutar simulaciones numéricas del esquema integral para control predictivo con observador lineal de estado extendido.
- Implementar en tiempo real el esquema completo de control predictivo con rechazo activo de perturbaciones en la plataforma experimental del laboratorio de Control Avanzado de la Maestría en Ingeniería Electrónica.

1.2. Justificación

La relevancia de la presente investigación radica en la necesidad de desarrollar estrategias de control avanzadas que permitan la estabilización y el seguimiento de haz láser en sistemas de alta precisión, sin recurrir a modelos excesivamente complejos ni a estructuras de control que impliquen altos requerimientos computacionales. En contextos donde las perturbaciones y las incertidumbres son inevitables, se hace indispensable contar con métodos que integren la predicción del comportamiento del sistema con mecanismos que compensen las desviaciones no previstas [24, 25].

El uso de un modelo matemático lineal reducido para el diseño del MPC ofrece ventajas significativas en términos de simplicidad y factibilidad para su implementación en tiempo real. No obstante, esta simplificación introduce una brecha entre el comportamiento teórico del sistema y las dinámicas reales, las cuales están afectadas por perturbaciones externas y por incertidumbres en los parámetros. La incorporación de un LESO discreto para estimar la totalidad de estos efectos constituye, en este sentido, una solución eficaz, debido a que permite recuperar la precisión en el seguimiento de la trayectoria y el rechazo de perturbaciones sin la necesidad de recurrir a filtros de alto orden que puedan inducir retrasos o distorsiones usuales en metodologías que emplean la aproximación de derivadas para la recreación de variables no medidas [42, 43].

Además, la estrategia propuesta se fundamenta en principios teóricos sólidos, tales como el principio del modelo interno [52], y se apoya en la literatura reciente en control predictivo y en técnicas de rechazo activo de perturbaciones [26, 44, 46]. La combinación del MPC con el LESO no sólo mejora la robustez del sistema frente a perturbaciones y errores de modelado, sino que también simplifica el proceso de diseño y facilita la implementación en plataformas experimentales de laboratorio, lo cual es fundamental para validar la metodología sin comprometer recursos en entornos industriales o médicos.

Asimismo, la reducción de la complejidad del controlador mediante la eliminación de filtros de alto orden disminuye la carga computacional y mejora la respuesta dinámica del sistema, lo que es especialmente importante en aplicaciones donde la velocidad de respuesta y la eficiencia del control son críticos [27, 30]. En este contexto, el presente proyecto se justifica por su potencial para ofrecer una solución práctica, robusta y de bajo costo computacional para la estabilización de haces láser, permitiendo así avanzar en el estado del arte del control predictivo y el rechazo activo de perturbaciones.

Por otro lado, la validación del esquema se llevará a cabo en un entorno experimental controlado y a través de simulaciones numéricas, lo que garantiza la verificación de la viabilidad y el rendimiento de la estrategia sin la necesidad de implementarla en entornos reales de la industria o la medicina. Esto permite focalizar los esfuerzos en el desarrollo teórico y en la demostración de concepto, sentando las bases para futuras investigaciones en aplicaciones más amplias [24, 26, 47].

La integración de un MPC basado en un modelo matemático lineal reducido con un LESO discreto para la compensación de incertidumbres y perturbaciones ofrece una vía prometedora para la estabilización y el seguimiento de haces láser. Esta metodología no solo simplifica el diseño del controlador y reduce los requerimientos computacionales, sino que también garantiza una robustez adecuada frente a perturbaciones, lo que justifica la realización de la presente investigación en un entorno experimental de laboratorio.

1.3. Descripción

Para cumplir con la realización del proyecto de tesis se propuso habilitar el sistema estabilizador de haz láser (LBS) de la empresa QUANSER™ [53] en el laboratorio de Control Avanzado de la Maestría en Ingeniería Electrónica de la Facultad de Ciencias de la Electrónica, el cual puede ser enlazado con programas de desarrollo, como MATLAB/SIMULINK de MATHWORKS y LABVIEW de NATIONAL INSTRUMENTS, en conjunto con el software de control en tiempo real QUARC® a través de una tarjeta de adquisición de datos QPID [54]. Mediante la tarjeta se puede obtener la posición en tiempo real del haz láser y, a su vez, se puede enviar una señal de voltaje que controla el movimiento del solenoide. Este último sujeta al espejo que redirecciona el haz, proveniente de una fuente estática láser, al detector sensible a la posición (PSD, por sus siglas en inglés) que permite medir la posición del haz (ver Figura 1.4).

En paralelo a la habilitación del sistema LBS, se inició con el diseño del controlador propuesto. Partiendo del modelo matemático del sistema, se analizó la manera de diseñar e incorporar un

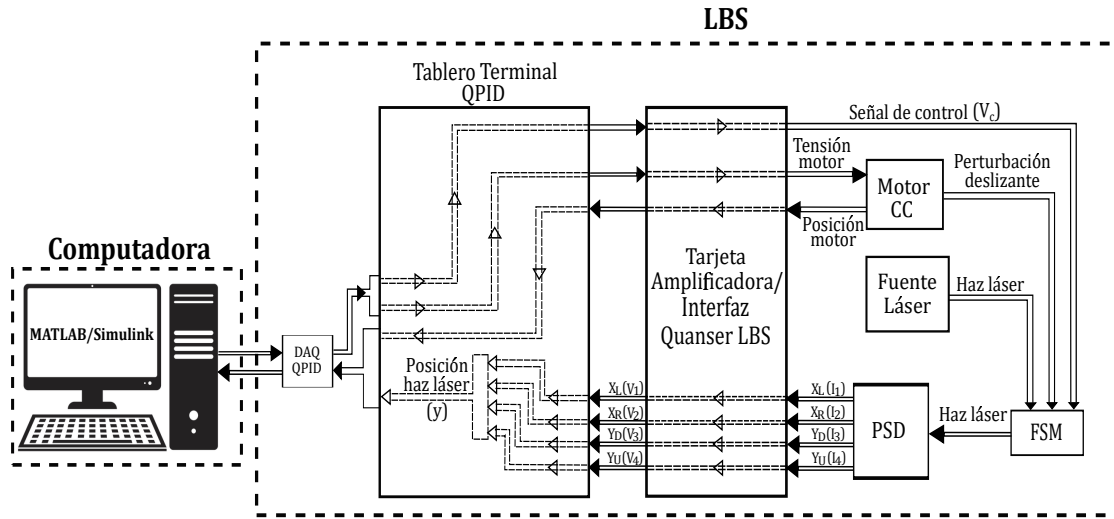


Figura 1.4: Diagrama de bloques ilustrativo del sistema LBS [55].

Observador de Estado Extendido. A partir de ahí se diseñó un controlador predictivo como ya se ha explorado en la literatura. Finalmente, se iteró entre distintas configuraciones, buscando la que otorgara mejor rendimiento al sistema. Un bosquejo del concepto de esto se muestra en la Figura 1.5. Cada uno de los esquemas obtenidos del diseño del controlador se pueden programar y acoplar dentro del software MATLAB®/Simulink®. La facilidad que provee la plataforma experimental de QUANSER™ al momento de implementar controladores permitió la constante validación en tiempo real de los esquemas resultantes del proceso de diseño más allá de la simulación.

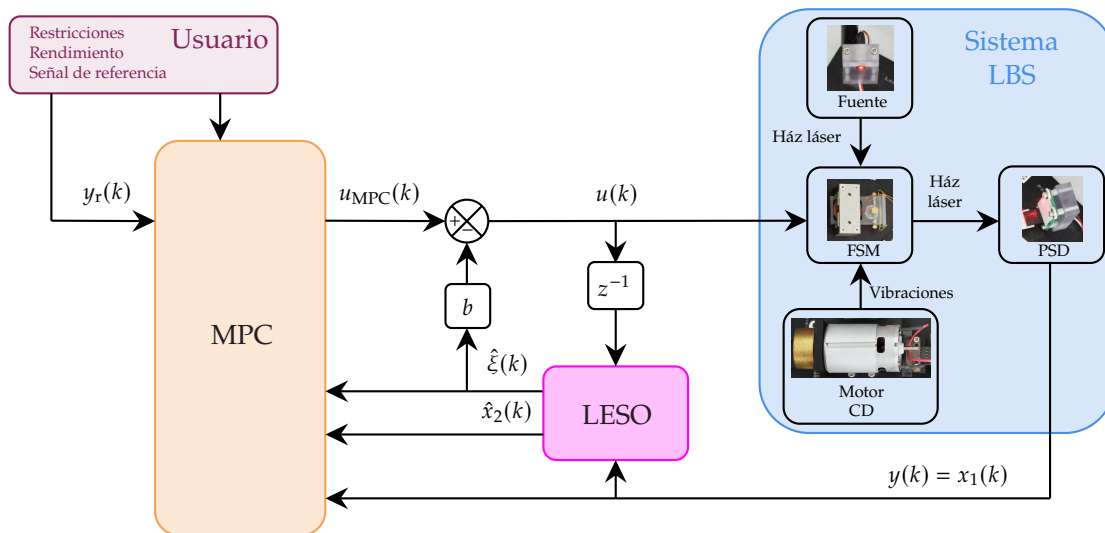


Figura 1.5: Propuesta inicial de diagrama de bloques para el sistema de control predictivo basado en rechazo activo de perturbaciones.

2.1. Sistemas ópticos láser (LBS): Aplicaciones y desafíos

En los últimos años, la estabilización de haz láser ha cobrado creciente relevancia en diversas áreas científicas e industriales, donde la precisión en la dirección de un haz de luz determina la eficacia y seguridad de numerosos procesos. El sistema de estabilización de haz láser (LBS) es una tecnología orientada a mantener la trayectoria de un rayo láser alineada con un objetivo específico, aun en presencia de perturbaciones dinámicas. La motivación principal de su implementación reside en la necesidad de corregir errores de posicionamiento, provocados por fuentes de perturbación como vibraciones mecánicas, variaciones térmicas o interferencias ambientales [53].

Los sistemas LBS encuentran aplicaciones críticas en campos como la cirugía ocular con láser (ver Fig. 2.1), donde el rayo debe permanecer centrado sobre el tejido ocular durante intervenciones quirúrgicas, como es apreciable en el esquema de la Fig. 2.2. En este contexto, un desvío mínimo podría comprometer la integridad del procedimiento o incluso causar daños permanentes [53, p. 5]. Asimismo, se emplean en sistemas de comunicación óptica de alta velocidad, plataformas de pruebas de sensores, metrología de precisión (ver Fig. 2.3), sistemas de alineación automatizada, como los utilizados en fábricas automatizadas o dispositivos de impresión industrial (ver Fig. 2.4), e incluso en óptica adaptativa para aplicaciones astronómicas en la atenuación de perturbaciones propias de la atmósfera (ver Fig. 2.5) [3, 53, 56, 57].

Uno de los principales desafíos de los sistemas LBS es su sensibilidad a perturbaciones externas, tanto de media como de baja frecuencia. Estas perturbaciones pueden ser generadas por ventiladores, bombas hidráulicas, plataformas móviles o cambios de temperatura que afectan a los componentes electrónicos o mecánicos. Dichos factores provocan errores de apuntado que degradan el rendimiento del sistema óptico. Para mitigar estos efectos, se recurre a sistemas de control en lazo cerrado que actúan sobre componentes mecánicos (espejos móviles) en tiempo real, empleando retroalimentación de sensores ópticos [53, p. 15-16].

- 2.1 Sistemas ópticos láser (LBS): Aplicaciones y desafíos 7
- 2.1.1 Componentes de un sistema LBS 8
- 2.2 Control Predictivo Basado en Modelo (MPC) 12
- 2.2.1 Consideraciones del MPC 12
- 2.2.2 Modelo en espacio de estados (mapa 1-paso) 13
- 2.2.3 Mapa de predicción a N pasos 14
- 2.2.4 Función de costo cuadrática 17
- 2.2.5 Restricciones físicas y operativas 18
- 2.3 Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC) 21
- 2.3.1 Observador Lineal de Estado Extendido (LESO) 22
- 2.3.2 Observador discreto . 24
- 2.3.3 Observador actual discreto (Current Observer) 25

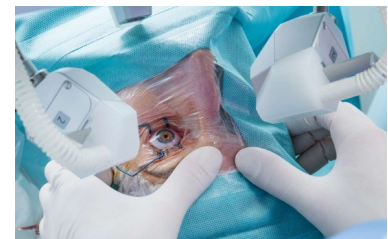


Figura 2.1: Cirugía ocular láser [58].

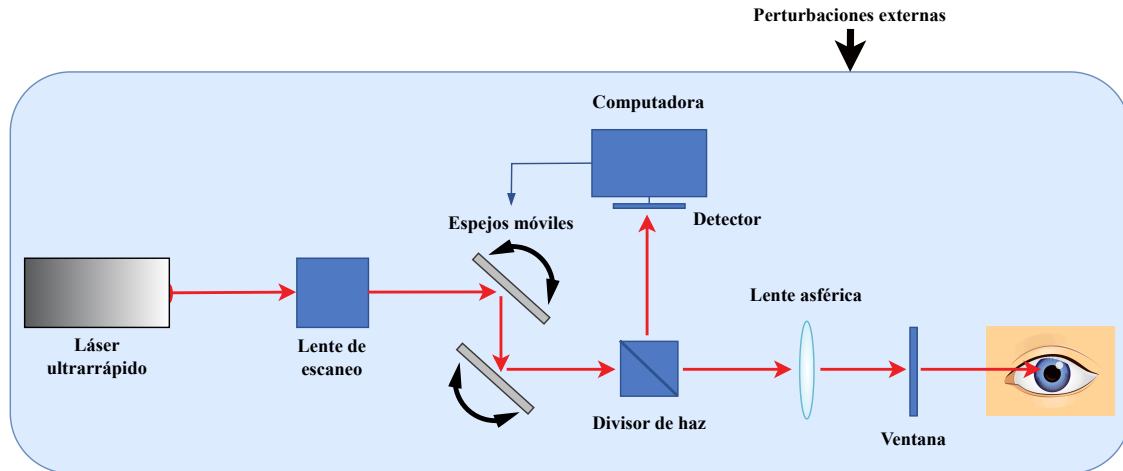


Figura 2.2: Esquema de dispositivo quirúrgico láser para cataratas [59].



Figura 2.3: Metrología de precisión [60].

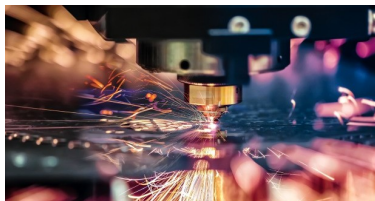


Figura 2.4: Manufactura láser [61].



Figura 2.5: Óptica adaptativa para astronomía [57].

En términos de ingeniería de control, el LBS representa un caso de estudio complejo, debido a que implica el modelado dinámico de actuadores, sensores y diversos principios no lineales. El diseño del controlador exige un compromiso entre velocidad de respuesta (ancho de banda), robustez frente al ruido de sensores, y capacidad de rechazo de perturbaciones [53, p. 6]. En la práctica, se recurre a arquitecturas de control en cascada—un lazo interno de corriente/velocidad sobre el actuador y un lazo externo de posición—complementadas con filtros derivativos de segundo orden para atenuar el ruido del PSD, y con filtros de tipo lógico digital, los cuales suprimen las resonancias mecánicas del espejo [53, p. 6].

2.1.1. Componentes de un sistema LBS

El sistema experimental de estabilización de haz láser estudiado en esta tesis está compuesto por una serie de elementos interdependientes que permiten analizar y controlar la trayectoria del haz en tiempo real. En la figura 2.6 se ilustra el sistema LBS con etiquetas que permitan identificar cada uno de sus componentes, que son listados en la Tabla 2.1. A continuación se describen sus componentes principales, tal como se detallan en [53, p. 13-24]:

- a) **Fuente láser (Laser LED):** La emisión del rayo láser se realiza mediante un diodo emisor de luz láser (Laser Light Emitting Diode), identificado con el ID 1 en la figura 2.6. Esta fuente debe permanecer encendida de forma estable durante toda la operación. Su potencia es suficiente para iluminar el sensor PSD sin riesgos ópticos si se siguen las precauciones básicas de seguridad [23].

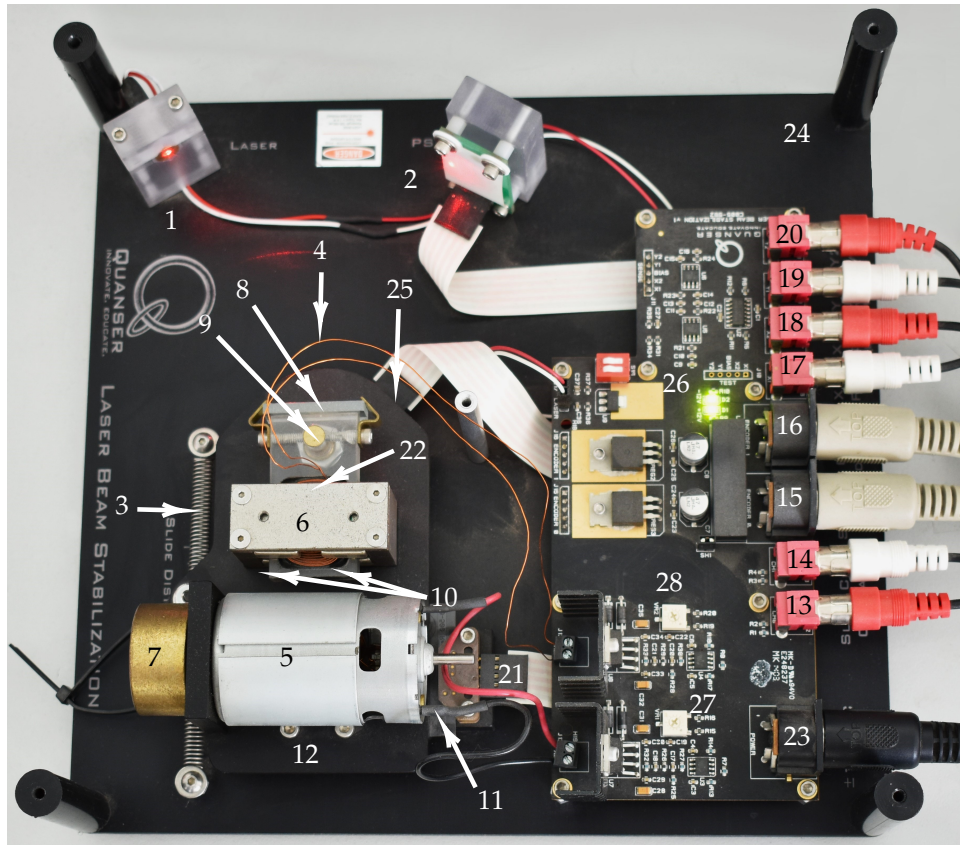


Figura 2.6: Vista superior del sistema de estabilización del haz láser (LBS) de QUANSER™.

Cuadro 2.1: Listado de componentes del sistema de estabilización del haz láser (LBS) de QUANSER™.

ID	Descripción	ID	Descripción
1	Fuente estática láser	16	Conector <i>Coil Encoder</i>
2	Detector sensible a la posición (PSD)	17	Conector <i>PSD X1</i>
3	Resorte	18	Conector <i>PSD X2</i>
4	Guía lineal	19	Conector <i>PSD Y1</i>
5	Motor DC	20	Conector <i>PSD Y2</i>
6	Arnés de bobina de voz	21	Encoder lineal de perturbación deslizante
7	Carga excéntrica	22	Bobina
8	Espejo	23	Conector de alimentación $\pm 15V$ DC
9	Eje de encoder de bobina de voz	24	Plataforma LBS
10	Imanes permanentes	25	Encoder rotatorio de bobina de voz
11	Tira de encoder	26	Tarjeta Amplificadora/Interfaz Quanser LBS
12	Riel guía	27	Perilla offset VR1
13	Conector <i>Slide Command</i>	28	Perilla offset VR2
14	Conector <i>Coil Command</i>		
15	Conector <i>Slide Encoder</i>		

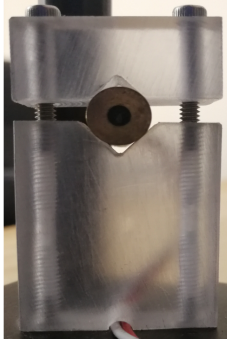


Figura 2.7: Fuente estática láser de la plataforma QUANSER™ [62].

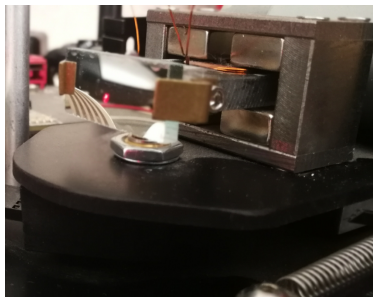


Figura 2.8: Vista lateral del FSM de la plataforma QUANSER™ [62].

- b) **Espejo de dirección rápida (FSM):** El FSM (identificado como el conjunto de componentes con ID 6, 7, 10 y 22 en la figura 2.6) es un espejo montado sobre un eje rotatorio controlado por un actuador de bobina móvil (voice coil). Este dispositivo refleja el haz láser hacia el objetivo y corrige su trayectoria mediante pequeñas rotaciones angulares. Su alta respuesta dinámica permite compensar perturbaciones de frecuencia considerable [23].
- c) **Actuador de bobina móvil (Voice Coil):** Se trata de un actuador cuya operación se basa en la interacción de un campo magnético con una corriente eléctrica. Está compuesto por imanes permanentes (ver diagrama de la Fig. 2.9), una bobina enrollada y una estructura móvil montada sobre un eje con encoder. Tiene una inductancia muy baja ($\sim 600 \mu\text{H}$), lo que le otorga un ancho de banda alto, esencial para aplicaciones de corrección rápida [23].
- d) **Detector de posición (PSD):** El sensor PSD (Position Sensitive Detector), modelo S5991-01 [63] (ver Fig. 2.10), es el encargado de medir la posición del haz láser en dos dimensiones. Genera corrientes fotoeléctricas proporcionales a la localización del punto de luz en su superficie activa (con sentidos positivos x a la derecha y y hacia arriba). La resolución del sensor, definida como la mínima posición detectable, es de $1,5 \mu\text{m}$, y el error de medición especificado es de $\pm 150 \mu\text{m}$ para un punto de luz con un diámetro de $0,2 \text{ mm}$. Su resolución efectiva se calcula a partir de la conversión analógica-digital (ADC). Las ecuaciones que permiten obtener las posiciones x y y pueden expresarse como

$$x = \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{I_2 + I_3 - I_1 - I_4}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}\right) \quad (2.1)$$

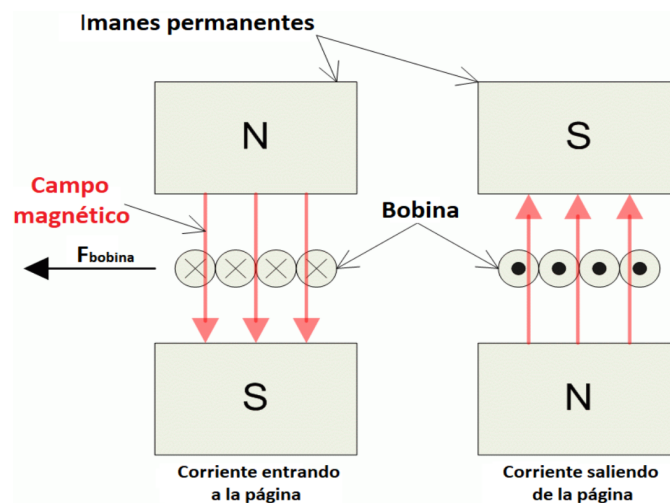


Figura 2.9: Imanes del actuador de la bobina de voz [23].

y

$$y = \left(\frac{L}{2}\right) \left(\frac{I_2 + I_4 - I_1 - I_3}{I_1 + I_2 + I_3 + I_4}\right), \quad (2.2)$$

donde $L = 10$ mm es la longitud de la superficie detectable e I_1, I_2, I_3, I_4 , son las corrientes fotosensibles del PSD [23].

En el caso particular de la plataforma QUANSER™, el FSM no permite desplazar el haz de manera vertical, por lo que el control de este se limita al seguimiento de trayectoria en la posición x .

- e) **Plataforma de perturbación:** Este subsistema introduce perturbaciones mecánicas controladas mediante un motor CD con una carga excéntrica, mostrado en la figura 2.11. El movimiento oscilatorio generado simula perturbaciones reales que afectarían a sistemas ópticos en campo. La posición de esta plataforma podría ser medida por un encoder lineal de alta resolución ($1.27 \mu\text{m}$) [23].
- f) **Tarjeta de interfaz y adquisición (DAQ + Interface Board):** La tarjeta Quanser LBS Interface/Amplifier Board (ID 26) conecta todos los sensores y actuadores al entorno de control digital (DAQ). Convierte las señales del PSD, alimenta al láser y amplifica las salidas del DAC para accionar el motor y la bobina. Emplea el amplificador OPA548, con capacidad de 5 A de corriente pico [23].
- g) **Entorno de control en tiempo real (QUARC™ + Simulink™):** El sistema se controla desde un entorno Matlab/Simulink utilizando QUARC™, el cual compila los modelos en C y ejecuta código en tiempo real sobre el sistema operativo de la computadora. La interacción entre Simulink y el hardware permite el diseño, prueba e implementación de controladores, filtros, compensadores y estimadores, fundamentales en el presente experimento [23].



Figura 2.10: Vista frontal del PSD de la plataforma QUANSER™ [62].

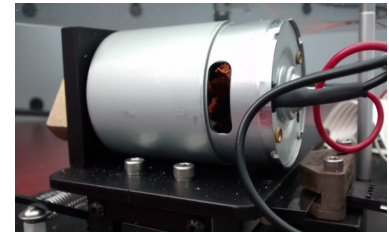


Figura 2.11: Motor de DC de la plataforma QUANSER™ [62].

2.2. Control Predictivo Basado en Modelo (MPC)

Los controladores en lazo cerrado emplean, como elemento esencial, la medición de la salida del sistema bajo regulación —entendiéndose por “salida del sistema” aquella variable cuya evolución se pretende modificar con la máxima precisión posible—. En los esquemas de control convencionales (por ejemplo, PID clásicos), el cálculo de la señal de control se basa únicamente en información pasada o instantánea de la salida; en otras palabras, las leyes de control actúan sobre valores de salida que ya han sucedido, sin capacidad de anticipación.

Es en este contexto donde se introduce el Control Predictivo Basado en Modelo (MPC). Aunque el MPC también parte de una medición de salida previa, incorpora un modelo dinámico del proceso para proyectar su comportamiento, que se predice dentro de un horizonte finito de tiempo. En cada instante, el algoritmo resuelve iterativamente un problema de optimización que determina la secuencia de acciones de control más adecuada para cubrir objetivos de regulación (minimización de error, continuidad de la señal en el tiempo, etc.) y respetar restricciones del sistema (saturaciones, límites de velocidad, zonas seguras). Solo se aplica la primera acción de la secuencia óptima, y en el siguiente instante se vuelve a medir la salida y a resolver el problema, en un esquema de horizonte en retroceso [25].

El MPC emula, en cierto sentido, la forma en que un cerebro humano planifica desplazamientos o acciones cotidianas: parte de la información sensorial disponible, anticipa el resultado de diferentes alternativas de actuación y elige la más adecuada conforme a criterios de desempeño y restricciones del entorno. Sin embargo, a diferencia de los enfoques de control inspirados directamente en modelos neuronales [2], el MPC se fundamenta en métodos de optimización convexa y modelos matemáticos explícitos del sistema, lo que le confiere rigor teórico y garantías de convergencia bajo ciertas condiciones.

2.2.1. Consideraciones del MPC

El MPC constituye una familia de metodologías de control fundamentadas en la formulación de una función de costo. Dicha función condensa los objetivos de control mediante parámetros ajustables que pueden definirse con facilidad según las especificaciones del diseñador. La optimización de esta función genera una secuencia óptima de acciones de control, sujeta a restricciones explícitas para las variables de estado o las entradas de control.

Dentro del marco del enfoque propuesto en este trabajo, la función de costo incorpora dos componentes fundamentales:

1. La evolución temporal de los estados del sistema a lo largo de un horizonte de predicción predefinido.
2. La secuencia de señales de control que gobierna dicha trayectoria de estados.

La predicción del comportamiento del sistema se lleva a cabo mediante su modelo dinámico, el cual permite proyectar los estados y salidas en función de las entradas de control instantáneo o predictivo. Esta capacidad predictiva resulta esencial para evaluar y optimizar iterativamente el desempeño del sistema en cada instante de tiempo.

Los diferentes algoritmos de MPC varían principalmente en el modelo utilizado para representar el proceso y el ruido, así como en la función de costo a minimizar. Este tipo de control se ha adoptado tanto en la academia como en la industria, con aplicaciones exitosas en diversas áreas como la manipulación de robots y la anestesia clínica [64]. En sectores como el cemento, la destilación, plantas de producción de policloruro de vinilo, y generadores de vapor, el MPC ha demostrado ser capaz de ofrecer sistemas de control eficientes y de bajo mantenimiento .

El MPC presenta varias ventajas significativas sobre otros métodos de control. Por ejemplo, resulta intuitivo y fácil de ajustar incluso para personas con conocimientos limitados en control, es versátil para diversos tipos de procesos (incluso aquellos con tiempos de retardo o inestables) y facilita el control multivariable. También incluye naturalmente el control por pre-compensación para mitigar perturbaciones medibles y permite el tratamiento de restricciones de manera sistemática. Además, es útil para procesos con señales de referencia futura conocidas, como en robótica o procesos por lotes.

Sin embargo, el MPC también tiene desventajas, entre ellas la complejidad en el diseño de su ley de control comparado, por ejemplo, con los controladores PID tradicionales. Aunque hoy en día esto no representa un gran problema debido a los avances en la capacidad de cómputo, el MPC sigue requiriendo un modelo adecuado del proceso. La efectividad del control depende de la precisión del modelo usado en relación con el proceso real [64].

En el presente trabajo se plantea un esquema de control predictivo que permita no depender de un esquema de control clásico o moderno con dinámica estacionaria del sistema a controlar.

2.2.2. Modelo en espacio de estados (mapa 1-paso)

El punto de partida del diseño es la representación lineal continua del proceso, válida en torno a un punto de operación elegido:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0, \quad (2.3)$$

donde $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $\mathbf{u}(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ la entrada de control y $\mathbf{A}_c, \mathbf{B}_c$ son matrices constantes de dimensión apropiada. Este modelo continuo captura la dinámica interna del sistema y servirá de base para la predicción requerida por el MPC.

Discretización exacta bajo retención orden-cero

El controlador predictivo opera en un sistema digital con un periodo de muestreo T . Suponiendo que la señal de control se mantiene constante dentro de cada intervalo $[kT, (k+1)T)$ (retención de orden cero), la ecuación (2.3) puede integrarse exactamente, dando lugar al modelo discreto de un paso:

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k), \quad (2.4)$$

con

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}_c T}, \quad \mathbf{B} = \int_0^T e^{\mathbf{A}_c(T-\sigma)} \mathbf{B}_c d\sigma. \quad (2.5)$$

Las matrices expresadas en (2.5) garantizan que el error de discretización sea nulo siempre que la hipótesis de retención se cumpla. Obsérvese que $e^{\mathbf{A}_c T}$ puede calcularse mediante

$$\mathbf{A} = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}_c^j T^j}{j!}, \quad (2.6)$$

o algoritmos numéricos especializados, mientras que la integral convolucional puede evaluarse mediante

$$\mathbf{B} = \left(\sum_{j=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}_c^j T^{j+1}}{(j+1)!} \right) \mathbf{B}_c, \quad (2.7)$$

o, por ejemplo, con la función `c2d` de MATLAB[®] cuando se dispone de \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c y T .

Vinculación con la predicción a horizonte múltiple

El modelo discreto de un paso (2.4) constituye el mapa de predicción básico sobre el cual se edifica todo el andamiaje del MPC: concatenando sucesivamente (2.4) pueden derivarse fórmulas cerradas para la evolución hasta un horizonte N . La ventaja práctica es doble:

- Las matrices \mathbf{A} y \mathbf{B} se calculan fuera de línea una única vez; durante la operación en línea basta con evaluaciones matriciales ligeras.
- El carácter lineal invariante en el tiempo produce expresiones afines en las secuencias de control, lo que facilita la formulación posterior del problema de optimización cuadrática [27].

Salida y variables reguladas

Cuando exista una salida $\mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k) + \mathbf{D} \mathbf{u}(k)$, su discretización es directa y comparte la misma periodicidad T . El controlador seleccionará la porción de $\mathbf{y}(k)$ —o incluso de $\mathbf{x}(k)$ — que requiera seguimiento fino, mediante una matriz \mathbf{C}_r que se introducirá explícitamente en la función de costo.

La ecuación dinámica (2.4) define el modelo de espacio de estados discreto de un paso que se utilizará como elemento fundamental para generar predicciones, imponer restricciones y optimizar el desempeño bajo el marco de MPC.

2.2.3. Mapa de predicción a N pasos

La predicción a N pasos constituye la base para optimizar las acciones de control bajo restricciones. El comportamiento de un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI) en dominio discreto puede describirse mediante la ecuación en espacio de estados (2.4). A partir de la Ecuación (2.4), la señal de control $\mathbf{u}(k)$ corresponde al primer elemento de la secuencia de control $\tilde{\mathbf{u}}(k)$, definida como:

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) \triangleq \left(\mathbf{u}^T(k) \quad \mathbf{u}^T(k+1) \quad \cdots \quad \mathbf{u}^T(k+N-1) \right)^T \in \mathbb{R}^{N n_u}, \quad (2.8)$$

donde cada $\mathbf{u}(k+i) \in \mathbb{R}^{n_u}$ es el vector de n_u entradas de control del sistema.

Dada una secuencia de N entradas de control (2.8), el modelo en espacio de estados puede extenderse recursivamente desde el instante $k + 1$ hasta $k + N$. Para ilustrarlo, considérese propagar la Ecuación (2.4) un paso hacia adelante para obtener $\mathbf{x}(k + 2)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(k + 2) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k + 1) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k + 1) \\ &= \mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k + 1).\end{aligned}$$

Al aplicar recursivamente este procedimiento, se obtiene para cada $i \in \{1, \dots, N\}$

$$\mathbf{x}(k + i) = \underbrace{\mathbf{A}^i}_{\Phi_i} \mathbf{x}(k) + \underbrace{(\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}, \mathbf{A}^{i-2}\mathbf{B}, \dots, \mathbf{B})}_{\Psi_i} \begin{pmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k + 1) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k + i - 1) \end{pmatrix}. \quad (2.9)$$

Para manejar de forma compacta la secuencia completa, se define la secuencia de estados como

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) \triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k + 1) \\ \mathbf{x}(k + 2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(k + N) \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Mediante el operador de selección $\Pi_i^{(n_u, N)}$ —que extraen el i -ésimo bloque de $\tilde{\mathbf{u}}_k$ —, definido en (A.5), se muestra que la ecuación (2.9) puede reescribirse como

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \underbrace{\begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \vdots \\ \Phi_N \end{pmatrix}}_{\Phi \in \mathbb{R}^{Nn \times n}} \mathbf{x}(k) + \underbrace{\begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \vdots \\ \Psi_N \end{pmatrix}}_{\Psi \in \mathbb{R}^{Nn \times Nn_u}} \tilde{\mathbf{u}}(k), \quad (2.11)$$

donde

$$\Phi_i \triangleq \mathbf{A}^i, \quad \Psi_i \triangleq (\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{B}, \dots, \mathbf{B}) \begin{pmatrix} \Pi_1^{(n_u, N)} \\ \vdots \\ \Pi_{i-1}^{(n_u, N)} \\ \Pi_i^{(n_u, N)} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

Se puede resumir este resultado compactamente como

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \Phi \mathbf{x}(k) + \Psi \tilde{\mathbf{u}}(k), \quad (2.13)$$

denominado *mapa de predicción a N pasos* [27].

La ecuación (2.13) permite determinar, a partir de la secuencia de entradas de control $\tilde{\mathbf{u}}(k)$, la trayectoria de estados $\tilde{\mathbf{x}}(k)$ que describe la evolución del sistema modelado por la ecuación (2.4), dentro de un

horizonte de predicción de longitud N (véase la Fig. 2.12). Para explicitar la correspondencia entre cada trayectoria de estados y la señal de control que la origina, se adopta la notación

$$\tilde{\mathbf{x}}(k | \tilde{\mathbf{u}}(k)), \quad (2.14)$$

la cual se interpreta como *la secuencia de estados generada por la secuencia de entradas de control $\tilde{\mathbf{u}}$ aplicada en el instante k* . Esta convención resulta igualmente útil para denotar cualquier otra variable cuyo valor, en un instante de muestreo dado, depende de la evolución inducida por una secuencia propuesta.

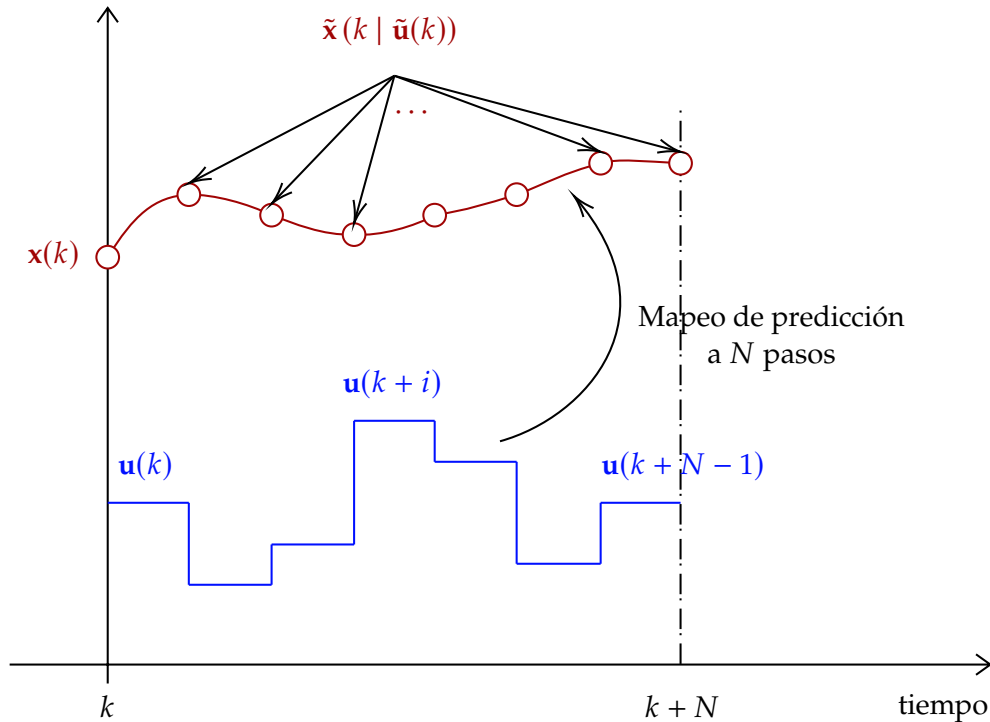


Figura 2.12: Diagrama de mapeo de predicción a N pasos dada una secuencia $\tilde{\mathbf{u}}(k)$.

Ventajas computacionales

- **Cálculo fuera de línea:** Las matrices Φ y Ψ dependen solo de \mathbf{A} , \mathbf{B} , N y la dimensión de la entrada. Por tanto, pueden pre-computarse una única vez y almacenarse. Durante la operación, únicamente se actualiza $\mathbf{x}(k)$ y se arma $\tilde{\mathbf{u}}(k)$, reduciendo drásticamente la carga de procesamiento en tiempo real [27].
- **Estructura afín:** La forma (2.13) es *lineal-afín* en $\tilde{\mathbf{u}}(k)$, propiedad que se aprovechará al formular la función de costo cuadrática y al imponer restricciones lineales. Esta linealidad garantiza que el problema de optimización cuadrática (QOP) resultante pueda plantearse como una programación cuadrática (QP) convexa resoluble en línea.
- **Selección de horizontes:** El horizonte N es un parámetro de diseño que permite balancear desempeño y esfuerzo computacional. Se remarca que incrementarlo mejora la calidad de la predicción, pero aumenta el tamaño del vector $\tilde{\mathbf{u}}(k)$ y, por ende, la dimensión del problema de optimización, limitación especialmente relevante en microcontroladores [27].

2.2.4. Función de costo cuadrática

La *función de costo* es el eje que traduce los objetivos de control —seguimiento y moderación del esfuerzo— en un escalar que se optimiza en cada instante de decisión. Su construcción se apoya en las matrices de predicción Φ , Ψ y en los operadores de selección $\Pi_i^{(m,N)}$ introducidos en las secciones anteriores.

Error de seguimiento sobre la salida regulada

Sea $\mathbf{y}_r \triangleq \mathbf{C}_r \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n_r}$ el vector de salidas que se desean regular, definido por la matriz \mathbf{C}_r . Para una referencia discreta

$$\tilde{\mathbf{y}}_r^d(k) = (\mathbf{y}_r^d(k+1)^\top \dots \mathbf{y}_r^d(k+N)^\top)^\top \quad (2.15)$$

se penaliza el error de seguimiento a lo largo del horizonte:

$$J_y = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{y}_r(k+i) - \mathbf{y}_r^d(k+i)\|_{\mathbf{Q}_y}^2, \quad (2.16)$$

donde $\mathbf{Q}_y > 0$ pondera la importancia relativa de cada salida [27].

Regularización del esfuerzo de control

Si \mathbf{C}_r no selecciona todos los estados ($n_r < n$), la matriz hessiana resultante puede dejar de ser definida positiva. Para garantizar la “salud” del problema, se añade el término de regularización:

$$J_u = \sum_{i=1}^N \|\Pi_i^{(n_u, N)} \tilde{\mathbf{u}}(k) - \mathbf{u}_d\|_{\mathbf{Q}_u}^2, \quad \mathbf{Q}_u > 0, \quad (2.17)$$

donde \mathbf{u}_d representa un valor de control deseado o de régimen [27].

Forma estándar de función de costo

Dadas (2.16) y (2.17) la función de coste completa se expresa como

$$J(\tilde{\mathbf{u}}|\mathbf{x}(k), \tilde{\mathbf{y}}_d(k), \mathbf{u}_d) = \sum_{i=1}^N \|\mathbf{y}_r(k+i) - \mathbf{y}_r^d(k+i)\|_{\mathbf{Q}_y}^2 + \sum_{i=1}^N \|\Pi_i^{(n_u, N)} \tilde{\mathbf{u}}(k) - \mathbf{u}_d\|_{\mathbf{Q}_u}^2. \quad (2.18)$$

Sustituyendo la predicción de estados en (2.18) y agrupando términos, se puede mostrar que el coste adopta la forma [27]:

$$J(\tilde{\mathbf{u}}|\mathbf{x}(k), \tilde{\mathbf{y}}_d(k)) = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}^\top \mathbf{H} \tilde{\mathbf{u}} + (\mathbf{F}_1 \mathbf{x}(k) + \mathbf{F}_2 \tilde{\mathbf{y}}_d + \mathbf{F}_3 \mathbf{u}_d)^\top \tilde{\mathbf{u}}, \quad (2.19)$$

donde las matrices \mathbf{H} , \mathbf{F}_1 , y \mathbf{F}_2 se definen como:

$$\mathbf{H} \triangleq 2 \sum_{i=1}^N \left[\Psi_i^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q}_y \mathbf{C} \Psi_i + \left(\Pi_i^{(n_u, N)} \right)^T \mathbf{Q}_u \Pi_i^{(n_u, N)} \right], \quad (2.20)$$

$$\mathbf{F}_1 \triangleq 2 \sum_{i=1}^N \left[\Psi_i^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q}_y \mathbf{C} \Phi_i \right], \quad (2.21)$$

$$\mathbf{F}_2 \triangleq -2 \sum_{i=1}^N \left[\Psi_i^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q}_y \Pi_i^{(n_u, N)} \right], \quad (2.22)$$

$$\mathbf{F}_3 \triangleq 2 \sum_{i=1}^N \left[\left(\Pi_i^{(n_u, N)} \right)^T \mathbf{Q}_u \right]. \quad (2.23)$$

En línea, el optimizador recibe:

- el estado actual $\mathbf{x}(k)$,
- la trayectoria de referencia $\tilde{\mathbf{y}}_r^d(k)$,
- el valor \mathbf{u}_d (a menudo nulo o estacionario, particularmente en casos de sistemas SISO).

Implicaciones prácticas

- Convexidad garantizada \Rightarrow problema de Programación Cuadrática (QP) resoluble en tiempo real con algoritmos estándar.
- Separación off-line/online \Rightarrow reducción drástica de la carga computacional embarcada.
- La magnitud de \mathbf{Q}_y y \mathbf{Q}_u permite ajustar el compromiso entre precisión de seguimiento y suavidad de la acción de control.

Con esta formulación, la función de costo proporciona la base sólida y convexa sobre la que se integrarán las restricciones físicas y operativas del sistema. El algoritmo 1 describe el cálculo de \mathbf{H} , \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{F}_3 partiendo de las matrices del modelo en espacio de estados descrito en la ecuación (2.4).

2.2.5. Restricciones físicas y operativas

En el presente marco predictivo se contemplan tres familias de restricciones que deben cumplirse a lo largo del horizonte $[k, k + N]$:

1. límites en determinadas salidas dependientes del estado,
2. cotas sobre la tasa de cambio de la señal de control y
3. saturación del propio actuador.

Todas ellas pueden expresarse como desigualdades lineales (o cajas de saturación) en la variable de decisión $\tilde{\mathbf{u}}_k$, preservando la convexidad del problema.

Restricciones sobre la salida condicionada y_c

Se define la *salida condicionada*

$$\mathbf{y}_c(k) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}(k) + \mathbf{D}_c \mathbf{u}(k), \quad (2.24)$$

cuyo vector debe satisfacer, componente a componente,

$$\mathbf{y}_c^{\min} \leq \mathbf{y}_c(k) \leq \mathbf{y}_c^{\max}. \quad (2.25)$$

Imponiendo el requisito en cada instante futuro y empleando los operadores $\Pi_i^{(m,N)}$, se deriva el sistema matricial

$$\mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(1)} \tilde{\mathbf{u}}_k \leq \underbrace{\mathbf{G}_1^{(1)} \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_3^{(1)}}_{\text{término variable}}, \quad (2.26)$$

con las matrices definidas como

$$\mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(1)} \triangleq \begin{pmatrix} +\mathbf{C}\Psi_1 + \mathbf{D}_c\Pi_1^{(n_u,N)} \\ \vdots \\ +\mathbf{C}\Psi_N + \mathbf{D}_c\Pi_N^{(n_u,N)} \\ -\mathbf{C}\Psi_1 - \mathbf{D}_c\Pi_1^{(n_u,N)} \\ \vdots \\ -\mathbf{C}\Psi_N - \mathbf{D}_c\Pi_N^{(n_u,N)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_1^{(1)} \triangleq \begin{pmatrix} -\mathbf{C}\Phi_1 \\ \vdots \\ -\mathbf{C}\Phi_N \\ +\mathbf{C}\Phi_1 \\ \vdots \\ +\mathbf{C}\Phi_N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_3^{(1)} \triangleq \begin{pmatrix} +y^{\max} \\ \vdots \\ +y^{\max} \\ -y^{\min} \\ \vdots \\ -y^{\min} \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

La expresión (2.26) reúne $2Nn_c$ desigualdades (una superior y otra inferior por cada componente y por cada paso) [27].

Límite de velocidad del actuador δ

Cualquier actuador posee una tasa máxima a la que puede variar su orden:

$$\delta^{\min} \leq \mathbf{u}(k+i) - \mathbf{u}(k+i-1) \leq \delta^{\max}. \quad (2.28)$$

Es posible convertir esta condición en el sistema lineal

$$\mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(2)} \tilde{\mathbf{u}}_k \leq \mathbf{G}_2^{(2)} \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{G}_3^{(2)}, \quad (2.29)$$

Cuyas matrices se pueden definir como:

$$\mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(2)} \triangleq \begin{pmatrix} +\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & +\mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & -\mathbf{I} & +\mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ +\mathbf{I} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & +\mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_2^{(2)} \triangleq \begin{pmatrix} +\mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_3^{(2)} \triangleq \begin{pmatrix} +\delta^{\max} \\ +\delta^{\max} \\ \vdots \\ +\delta^{\max} \\ -\delta^{\min} \\ -\delta^{\min} \\ \vdots \\ -\delta^{\min} \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

La expresión (2.29) añade $2Nn_u$ restricciones adicionales.

Saturación directa del actuador

Por diseño o seguridad, la orden de control debe permanecer en el hipercono

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u}(k+i) \leq \mathbf{u}_{\max}. \quad (2.31)$$

En la forma apilada basta con declarar

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\min} \leq \tilde{\mathbf{u}}_k \leq \tilde{\mathbf{u}}_{\max}, \quad (2.32)$$

evitando un incremento innecesario del número de desigualdades, debido a que la mayoría de optimizadores proyectan con gran eficiencia sobre hiperconos.

Forma compacta

Agrupando (2.26) y (2.29), se obtiene la forma unificada

$$\mathbf{A}_{\text{ineq}} \tilde{\mathbf{u}}_k \leq \mathbf{B}_{\text{ineq}}(k) \triangleq \mathbf{G}_1 \mathbf{x}_k + \mathbf{G}_2 \mathbf{u}(k-1) + \mathbf{G}_3 \quad (2.33)$$

junto con la expresión (2.32), donde

$$\mathbf{A}_{\text{ineq}} \triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(1)} \\ \mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_1 \triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{G}_1^{(1)} \\ \mathbf{0}_{(2Nn_u) \times n} \end{pmatrix}, \quad (2.34)$$

$$\mathbf{G}_2 \triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{(2Nn_c) \times n_u} \\ \mathbf{G}_2^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}_3 \triangleq \begin{pmatrix} \mathbf{G}_3^{(1)} \\ \mathbf{G}_3^{(2)} \end{pmatrix}.$$

- Las matrices constantes $\mathbf{A}_{\text{ineq}}, \mathbf{G}_{1,2,3}, \tilde{\mathbf{u}}_{\min}, \tilde{\mathbf{u}}_{\max}$ dependen solo de $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}_c, \mathbf{D}_c, N$ y los límites; se calculan *una única vez* (mediante el algoritmo 2), y se almacenan.

- Datos variables en línea: el estado actual $\mathbf{x}(k)$ y la última orden aplicada $\mathbf{u}(k - 1)$ actualizan $\mathbf{B}_{\text{ineq}}(k)$ en cada ciclo.

Finalmente, el número total de desigualdades es $2N(n_c + 2n_u)$, con crecimiento lineal con el horizonte y por tanto asumible en micro-controladores cuando se emplean resolutores QP eficientes.

Impacto en la validez del modelo

Mantener el sistema dentro de las restricciones anteriores no solo respeta los límites físicos del proceso, sino que garantiza que la dinámica permanezca en la región de validez del modelo lineal usado por el MPC.

Con la función de costo convexa y las restricciones lineales aquí definidas, el problema resultante es un QP estrictamente convexo (resoluble con el algoritmo 5) cuyo óptimo global puede hallarse en tiempo real, habilitando la implementación confiable del MPC en aplicaciones industriales [64].

2.3. Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC)

En los sistemas dinámicos reales, las incertidumbres paramétricas, las no-linealidades no modeladas y las perturbaciones externas imprevistas comprometen la actuación de los esquemas de control clásicos basados en modelos fijos. El Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC) aborda este problema desde una perspectiva pragmática:

- No caracteriza con precisión cada fuente de variación del sistema.
- Agrupa toda la dinámica desconocida en una *perturbación total* y la estima en línea mediante un observador dedicado.

De este modo, el diseño se emancipa de la exactitud del modelo y se centra en dos tareas clave:

- La observación rápida y robusta del estado-extendido.
- La cancelación activa de la perturbación estimada en la ley de control.

El ADRC se ha convertido en un enfoque semi-analítico para sistemas de potencia, robótica, convertidores y aeronaves de laboratorio. Los resultados publicados por Sira-Ramírez muestran aplicaciones que van desde motores de inducción y síncronos, péndulos de Furuta e inerciales, hasta helicópteros de dos rotores y robots móviles omnidireccionales, evidenciando mejoras robustas frente a variaciones paramétricas y fallas en sus actuadores [43]. Históricamente, el ADRC hereda la línea de los *Disturbance Accommodation Controllers* de Johnson y la idea de tratar las perturbaciones como variables de estado ficticias [65]; la aportación decisiva de J. Q. Han fue el Observador de Estado Extendido (ESO), que integra incertidumbre dinámica y perturbaciones en un solo canal, simplificando así la síntesis de lazo cerrado [43, 47].

Primero se revisa la formulación matricial del observador de Luenberger como punto de partida conceptual; acto seguido se introduce el Observador Lineal de Estado Extendido (LESO) propuesto por Sira-Ramírez, donde la perturbación total se adiciona al vector de estados y se le asigna una dinámica implícita. Finalmente, se describe el Observador de Estado Extendido Actual (CESO) desarrollado por

Herbst [43, 66], el cual traslada estas ideas al dominio discreto eliminando el retardo de computación inherente a la implementación digital. Con este recorrido, se dispondrá del marco necesario para comprender y aplicar estrategias ADRC en sistemas sometidos a variaciones y perturbaciones severas, tal como el analizado a lo largo de esta tesis.

2.3.1. Observador Lineal de Estado Extendido (LESO)

Considérese un sistema SISO continuo de la forma

$$y^{(n)}(t) = f(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, t) + bu(t) + \phi(y, \dot{y}, \dots, y^{(n-1)}, t) + d(t), \quad (2.35)$$

donde n denota el orden del sistema, mientras que $f(\cdot)$ agrupa la dinámica (lineal o no-lineal) conocida del sistema, $\phi(\cdot)$ las incertidumbres paramétricas y dinámicas no modeladas, y $d(t)$ las perturbaciones exógenas. La idea central del ADRC es re-agrupar los términos desconocidos, con la dinámica conocida $f(\cdot)$, en una única señal —la perturbación total— expresada como

$$\xi(t) = f(\cdot) + \phi(\cdot) + d(t), \quad (2.36)$$

para así poder reescribir la Ecuación (2.35) de la forma

$$y^{(n)}(t) = \xi(t) + bu(t). \quad (2.37)$$

A la Ecuación (2.37) se le denomina como el *ultramodelo* del sistema [43].

Suposición 2.3.1 La perturbación $\xi(t)$ es acotada:

$$\sup_t |\xi| = \|\xi\|_\infty \leq K_0, \quad (2.38)$$

donde K_0 es una constante finita [43].

Sea el vector de variables de estado dado por

$$\mathbf{x}(t) = \left(y(t), \dot{y}(t), \ddot{y}(t), \dots, y^{(n-1)}(t) \right)^\top, \quad (2.39)$$

y, partiendo de la suposición 2.3.1, es posible proponer el vector de estado extendido

$$\mathbf{z}(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \xi(t) \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

Dado el vector extendido (2.40), el ultramodelo (2.37) se reescribe en forma espacio-estado como

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}_c \mathbf{z}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_c u(t) + \mathbf{E} \dot{\xi}(t), \quad y(t) = \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{z}(t), \quad (2.41)$$

con las matrices canónicas de la forma

$$\tilde{\mathbf{A}}_c = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} & \mathbf{I}_{n-1} & \mathbf{0}_{(n-1) \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times n} & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.42)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_c = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & b & 0 \end{pmatrix}^\top, \quad (2.43)$$

$$\mathbf{E}_c = \begin{pmatrix} 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^\top, \quad (2.44)$$

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

Dado el sistema (2.41), se propone el ESO de Luenberger

$$\dot{\hat{\mathbf{z}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}_c \hat{\mathbf{z}}(t) + \tilde{\mathbf{B}}_c u(t) + \mathbf{L}(y(t) - \tilde{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{z}}(t)), \quad (2.46)$$

con $\mathbf{L} = (l_1, \dots, l_{n+1})^\top$ los ganancias del observador. Defínase el error de estimación $\tilde{\mathbf{z}}(t) \triangleq \mathbf{z}(t) - \hat{\mathbf{z}}(t)$. Restando (2.46) de (2.41) se obtiene la dinámica del error

$$\dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) = (\tilde{\mathbf{A}}_c - \mathbf{L}\tilde{\mathbf{C}}) \tilde{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{E}_c \xi(t). \quad (2.47)$$

Suposición 2.3.2 Se elige \mathbf{L} de modo que $\tilde{\mathbf{A}}_c - \mathbf{L}\tilde{\mathbf{C}}$ sea Hurwitz; por ejemplo, haciendo coincidir sus polos con $-(\omega_o, \dots, \omega_o)$ para cierta $\omega_o > 0$. Entonces (2.47) es BIBO-estable y $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{0}$ en ausencia de $\xi(t)$ [43].

Para ilustrar, sea $n = 2$; el ultramodelo se expresa como $y^{(2)} = \xi + bu$. El vector extendido es $\mathbf{z} = (y, \dot{y}, \xi)^\top$ y el ESO (2.46) queda

$$\begin{aligned} \dot{\hat{y}} &= \hat{y} + l_1 (y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{\dot{y}}} &= \hat{\xi} + bu + l_2 (y - \hat{y}), \\ \dot{\hat{\xi}} &= l_3 (y - \hat{y}), \end{aligned} \quad (2.48)$$

donde $\{l_1, l_2, l_3\}$ fijan la dinámica del error $\tilde{\mathbf{z}}$ mediante el polinomio $s^3 + l_1 s^2 + l_2 s + l_3$. Una elección típica es ubicar sus raíces en $-3\omega_o, -3\omega_o$ y $-3\omega_o$ (criterio de banda-ancha).

Los estimados \hat{y} y $\hat{\dot{y}}$ sustituyen a las variables de estado reales; la perturbación total se estima como $\hat{\xi}$, con lo que el regulador ADRC se implementa según

$$u(t) = u_{\text{lin}}(t) - \frac{1}{b} \hat{\xi}(t), \quad (2.49)$$

siendo $u_{\text{lin}}(t)$ la ley de realimentación lineal deseada (p. ej. PD, PID, etc.).

2.3.2. Observador discreto

Se espera que las aplicaciones típicas del mundo real de un controlador integrado con un observador de estado, como el propuesto por el enfoque ADRC, operen en tiempo discreto, por ejemplo, utilizando un microcontrolador. Por ello es necesario abordar la herramienta desarrollada desde el dominio de tiempo discreto.

Sea el modelo en tiempo discreto de un sistema $SISO^*$ como el que se expresa en las ecuaciones (2.4) y

$$y(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k), \tag{2.50}$$

donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}$ la señal de control y $y \in \mathbb{R}$ la salida medida.

El observador discreto, conocido como *estimador predictor* [67, 68], se formula como

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k+1) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{B} u(k) + \mathbf{L}_p (y(k) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}^-(k)) \tag{2.51}$$

donde $\hat{\mathbf{x}}^-(k)$ es la estimación (predicción) de $\mathbf{x}(k)$ y $\mathbf{L}_p \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ la ganancia del observador (ver Fig. 2.13). Definiendo el error de estimación $\tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}^-(k)$, se obtiene

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}_p \mathbf{C}) \tilde{\mathbf{x}}(k). \tag{2.52}$$

El vector \mathbf{L}_p se diseña de modo que todas las raíces de $\det(z\mathbf{I} - (\mathbf{A} - \mathbf{L}_p \mathbf{C}))$ queden estrictamente dentro del círculo unitario, como se muestra en la Fig. 2.14. El procedimiento puede basarse en asignación de polos (Ackermann) o síntesis óptima (filtro de Kalman) [67].

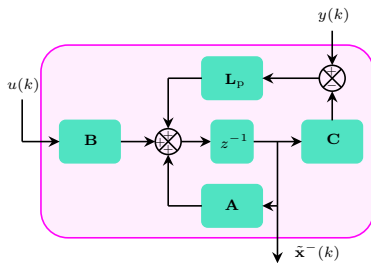


Figura 2.13: Diagrama de bloques de observador predictor.

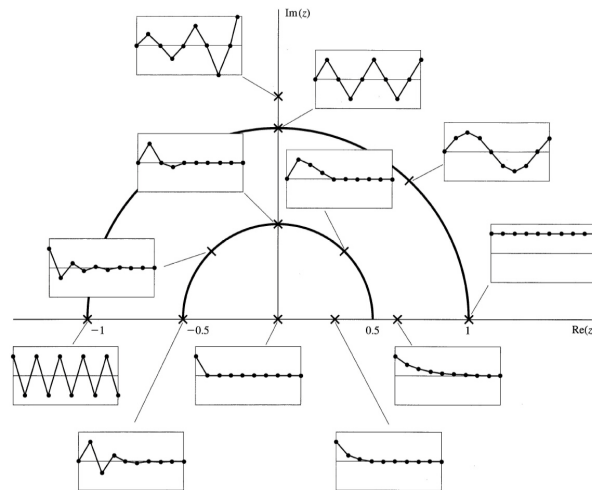


Figura 2.14: Secuencias de tiempo asociadas con las ubicaciones de los polos en el plano z [67].

* La extensión a sistemas multivariables es directa.

Algunos aspectos importantes que se deben considerar en la sintonización del observador descrito como (2.51) son:

- **Velocidad vs. ruido:** Polos muy próximos al origen ($z \approx 0$) aceleran la convergencia pero amplifican ruido de medición.
- **Observabilidad:** La síntesis requiere que (\mathbf{A}, \mathbf{C}) sea observable, lo que se comprueba con el rango de la matriz de observabilidad \mathcal{O} [67].
- **Implementación en tiempo real:** La ecuación (2.51) se evalúa antes de aplicar $u(k)$ en cada ciclo de muestreo. Sin embargo, para su cálculo se utilizan datos obtenidos en un ciclo de muestreo pasado, incluyendo la salida del sistema y . Esto es crítico en casos donde el tiempo de muestreo T_s no puede ser relativamente pequeño [67].

2.3.3. Observador actual discreto (Current Observer)

Una alternativa al observador predictor, que estima los estados del sistema en función de valor de la salida del sistema medida en un ciclo de muestreo anterior, es el observador actual, conocido como *current observer* [67-69].

Dado un sistema en tiempo discreto expresado por las ecuaciones (2.4) y (2.50), se define una estructura de observador que utilice la salida de control y el valor del estado estimado calculados en un ciclo de muestreo anterior, pero realizando una corrección a partir del valor de la salida y medida en el instante k .

En cada instante de muestreo se calcula primero una *predicción* a partir del estado estimado anterior,

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}(k-1) + \mathbf{B} u(k-1), \quad (\text{predicción}) \quad (2.53)$$

y acto seguido se corrige con la medición presente,

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{L}_c (y(k) - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}^-(k)), \quad (\text{corrección}) \quad (2.54)$$

como puede observarse en el diagrama a bloques de la Figura 2.15.

Definiendo $\tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}(k)$ y restando (2.53)–(2.54) de (2.4)–(2.50), se obtiene la ecuación lineal homogénea con la misma matriz de polos:

$$\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = (\mathbf{A} - \mathbf{L}_c \mathbf{C} \mathbf{A}) \tilde{\mathbf{x}}(k). \quad (2.55)$$

Para un diseño por ubicación de polos, se impone que el espectro de $\mathbf{A} - \mathbf{L}_c \mathbf{C} \mathbf{A}$ quede dentro del círculo unitario. Una forma práctica

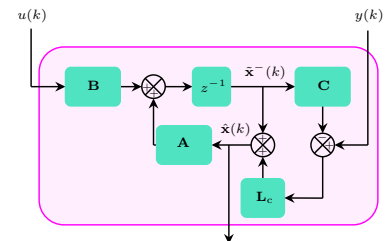


Figura 2.15: Diagrama de bloques de observador actual (Current Observer).

consiste en diseñar primero el estimador predictor y convertir sus ganancias mediante [67]

$$\mathbf{L}_p = \mathbf{A} \mathbf{L}_c \implies \mathbf{L}_c = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{L}_p. \quad (2.56)$$

Evaluar (2.53) antes del muestreo y completar (2.54) inmediatamente después minimiza la latencia computacional y compensa tiempos de muestreo grandes [67, 68].

La integración de observadores actuales para el rechazo activo de perturbaciones, en combinación de una discretización por retenedor de orden cero, muestra un mejor rendimiento en comparación al enfoque tradicional [70, 71].

El Control Predictivo Basado en Modelo (MPC) ha demostrado ser una estrategia sumamente versátil para regular sistemas con restricciones [25, 64, 72]; sin embargo, su adopción masiva en aplicaciones embebidas todavía se ve limitada por el costo computacional que implica resolver un problema de optimización en línea a cada intervalo de muestreo. En escenarios donde el *hardware* disponible —por ejemplo microcontroladores de bajo consumo o plataformas de computación de borde— cuenta con recursos finitos de memoria, ancho de banda y potencia de cálculo, resulta imprescindible replantear la formulación clásica del MPC para reducir drásticamente su complejidad sin sacrificar robustez ni desempeño.

Bajo esta motivación surge la noción de un MPC *frugal*. El término «frugal» se emplea aquí en su sentido literal de “parco en el gasto”: se persigue un algoritmo que consuma la menor cantidad posible de parámetros, operaciones aritméticas y memoria, y que aun así mantenga las garantías de estabilidad, de seguimiento de referencia en régimen estacionario y de rechazo activo de perturbaciones. La frugalidad se logra mediante tres ideas clave: (i) el empleo de un modelo lineal invariante en el tiempo simplificado, (ii) la incorporación explícita de una estimación en línea de perturbaciones mediante un observador de tipo ESO discreto, y (iii) la reformulación de la optimización en un problema de optimización cuadrático de dimensión fija con matrices precalculadas fuera de línea.

El presente trabajo detalla dicho flujo de diseño, mostrando cómo estas decisiones permiten implementar control predictivo en tiempo real sobre plataformas con recursos limitados, sin renunciar a las ventajas tipificadas del MPC. En adelante, a este enfoque se le denominará **Control Predictivo Basado en Modelo Frugal (FMPC)**.

El LBS constituye un caso representativo de planta mecánico-óptica sujeta a vibraciones, saturaciones de actuador y restricciones estrictas de posición [23]. Implementar el FMPC sobre dicha plataforma permitirá demostrar su capacidad para (i) realizar seguimiento preciso de trayectorias de referencia, (ii) rechazar perturbaciones vibracionales presentes en el montaje, (iii) compensar en línea las incertidumbres del modelo mediante el observador de estado extendido, y (iv) garantizar el cumplimiento de las cotas de desplazamiento impuestas por la arquitectura del sistema.

- 3.1 Flujo de diseño del MPC Frugal y del observador discreto 28
 - 3.1.1 Modelo de planta para el MPC 28
 - 3.1.2 Diseño del ESO en tiempo discreto 28
 - 3.1.3 Control Predictivo Basado en Modelo Frugal 29
- 3.2 MPC frugal aplicado al LBS 31
 - 3.2.1 Principio de funcionamiento del sistema LBS 31
 - 3.2.2 Modelo matemático del LBS y diseño de control 31
 - 3.2.3 Simulación 33

3.1. Flujo de diseño del MPC Frugal y del observador discreto

Considérese la siguiente clase de sistemas SISO no lineales:

$$\Sigma_{\text{NL}} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{B}u(k) + \mathbf{E}\xi(\mathbf{x}(k), d(k)) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{h}(\mathbf{x}(k)), \end{cases} \quad (3.1)$$

donde $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $u(k) \in \mathbb{R}$ es la acción de control, restringida por saturaciones del actuador a $u^{\min} \leq u(k) \leq u^{\max}$ (con u^{\min} y u^{\max} sus límites inferior y superior, respectivamente). La señal $\xi(\mathbf{x}(k), d(k)) : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ agrupa las perturbaciones externas y las discrepancias planta-modelo, mientras que $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ es la salida medida. El objetivo es diseñar un MPC basado en un modelo lineal de (3.1) que obligue a $\mathbf{y}(k)$ a seguir la referencia $\mathbf{y}_r(k)$ con error en régimen permanente nulo, es decir $(\mathbf{y}(k) - \mathbf{y}_r(k)) \rightarrow 0$ cuando $k \rightarrow \infty$, compensando al mismo tiempo la perturbación total $\xi(\cdot)$.

3.1.1. Modelo de planta para el MPC

Para el diseño frugal del MPC se emplea el modelo lineal e invariante en el tiempo

$$\Sigma_{\text{LTI}} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (3.2)$$

donde $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$, $u(k) \in \mathbb{R}$ y $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$. Se supone que (\mathbf{A}, \mathbf{B}) es controlable y (\mathbf{A}, \mathbf{C}) observable.

3.1.2. Diseño del ESO en tiempo discreto

Para capturar la discrepancia entre los modelos (3.1) y (3.2), se extiende el modelo lineal (3.2) incorporando una dinámica de perturbación.

Suposición 3.1.1 *El modelo interno de la perturbación $\xi(\mathbf{x}(k), d(k))$ puede aproximarse como constante durante un intervalo de muestreo.*

En la literatura se han propuesto diversos modelos de perturbaciones; no obstante, al considerar que la señal $\xi(k)$ puede aproximarse como constante, al menos durante un intervalo de muestreo, se obtiene, partiendo de la suposición 3.1.1:

$$\Sigma_{\text{Ext}} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) + \mathbf{E}\xi(k) \\ \xi(k+1) = \xi(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (3.3)$$

con $\xi(k) \in \mathbb{R}$.

El objetivo del observador es estimar $\hat{\mathbf{x}}(k) \rightarrow \mathbf{x}(k)$ y $\hat{\xi}(k) \rightarrow \xi(k)$ cuando $k \rightarrow \infty$. Para ello, se adopta un observador proporcional-integral de tipo «current observer», que incorpora la medición más

reciente:

$$\Sigma_{\text{Obs}} : \begin{cases} \hat{\mathbf{z}}^-(k) = \tilde{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{z}}(k-1) + \tilde{\mathbf{B}} u(k-1) & (\text{Predicción}) \\ \hat{\mathbf{z}}(k) = \hat{\mathbf{z}}^-(k) + \mathbf{L}(\mathbf{y}(k) - \tilde{\mathbf{C}} \hat{\mathbf{z}}^-(k)) & (\text{Corrección}) \end{cases}, \quad (3.4)$$

donde

$$\hat{\mathbf{z}}(k) = \begin{pmatrix} \hat{\mathbf{x}}(k) \\ \hat{\boldsymbol{\xi}}(k) \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{E} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}} = \begin{pmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Combinando ambas etapas se obtiene

$$\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{A}_O \hat{\mathbf{z}}(k-1) + \mathbf{B}_O u(k-1) + \mathbf{L} \mathbf{y}(k), \quad (3.6)$$

con $\mathbf{A}_O = \tilde{\mathbf{A}} - \mathbf{L}\tilde{\mathbf{C}}$ y $\mathbf{B}_O = \tilde{\mathbf{B}} - \mathbf{L}\tilde{\mathbf{C}}\tilde{\mathbf{B}}$. Los polos del observador se ubican imponiendo $|\lambda_i(\mathbf{A}_O)| < 1$.

3.1.3. Control Predictivo Basado en Modelo Frugal

El MPC resuelve un problema de control óptimo sobre un horizonte N .

Definiendo la secuencia de control:

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) \triangleq \begin{pmatrix} u(k) & u(k+1) & \dots & u(k+N-1) \end{pmatrix}^T \in \mathbb{R}^N. \quad (3.7)$$

Observación 3.1.1 Dado que en este trabajo se consideran sistemas monovariante (una sola entrada), los componentes del vector $\tilde{\mathbf{u}}(k)$ son escalares. No obstante, si el sistema poseyera n_u entradas, entonces $\tilde{\mathbf{u}}(k)$ pertenecería a \mathbb{R}^{Nn_u} , es decir,

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) \in \mathbb{R}^{Nn_u}. \quad (3.8)$$

Para extraer $u(k+i-1)$ se utiliza la matriz de selección por bloques $\Pi_i^{(1,N)}$,

$$u(k+i-1) = \Pi_i^{(1,N)} \tilde{\mathbf{u}}(k). \quad (3.9)$$

Definiendo las secuencias de salidas y referencias, dependientes del horizonte de predicción N :

$$\tilde{\mathbf{y}}(k) = \begin{pmatrix} y(k+1) & \dots & y(k+N) \end{pmatrix}^T, \quad (3.10)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_r(k) = \begin{pmatrix} y_r(k+1) & \dots & y_r(k+N) \end{pmatrix}^T, \quad (3.11)$$

el problema de optimización es

$$\tilde{\mathbf{u}}^{\text{opt}}(k) = \arg \min_{\tilde{\mathbf{u}}(k)} J(k) = \sum_{i=1}^N \left[q (y(k+i) - y_r(k+i))^2 + r (\Pi_i^{(1,N)} \tilde{\mathbf{u}}(k))^2 \right], \quad (3.12)$$

sujeto a

$$\begin{aligned}
\mathbf{x}(k+i) &= \mathbf{\Phi}_i \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{\Psi}_i \tilde{\mathbf{u}}(k), \\
\tilde{\mathbf{u}}^{\min} + \mathbf{B}^\dagger \mathbf{E} (\Pi_1^{(1,N)})^\top \hat{\xi}(k) &\leq \tilde{\mathbf{u}}(k) \leq \tilde{\mathbf{u}}^{\max} + \mathbf{B}^\dagger \mathbf{E} (\Pi_1^{(1,N)})^\top \hat{\xi}(k), \\
\delta^{\min} &\leq u(k+i) - u(k+i-1) \leq \delta^{\max}, \\
y^{\min} &\leq y(k+i) \leq y^{\max}.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

En (3.12), $q, r \in \mathbb{R}^+$ representan pesos constantes positivos asociados respectivamente, al error de seguimiento y al esfuerzo de control. La primera línea de (3.13) es una restricción dinámica (las matrices $\mathbf{\Phi}_i$ y $\mathbf{\Psi}_i$ definidas en (2.12)) que garantiza que la evolución del sistema respete la dinámica definida por el modelo simplificado (3.2). Nótese que la condición inicial de dicha propagación es el vector $\hat{\mathbf{x}}(k)$, obtenido mediante el observador (3.6) a partir de la medición actual $y(k)$ y del control aplicado en el instante anterior, es decir, el primer elemento de la solución del programa cuadrático $\Pi_1^{(1,N)} \tilde{\mathbf{u}}^{\text{opt}}(k-1)$. La segunda línea de (3.13) impone cotas al valor del control en el primer paso del horizonte de predicción. Estas cotas se actualizan en cada instante de muestreo utilizando la estimación de la perturbación total (donde \dagger denota la pseudoinversa), lo que garantiza que la secuencia de control óptima compense eficazmente dicha perturbación estimada.

Por último, la tercera y la cuarta líneas establecen, respectivamente, las restricciones sobre la tasa de variación del control y sobre la salida del sistema.

Una vez resuelto el problema en el instante de decisión k , la señal de control que se aplicará durante el periodo de muestreo $[k, k+1]$ viene dada por

$$u(k) = \Pi_1^{(1,N)} \tilde{\mathbf{u}}^{\text{opt}}(k) - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{E} \hat{\xi}(k). \tag{3.14}$$

Es decir, el primer elemento de la secuencia óptima $\tilde{\mathbf{u}}^{\text{opt}}(k)$ actúa como lazo de *retroalimentación*, mientras que la perturbación total estimada se introduce como término de *alimentación directa* para rechazar la perturbación aditiva.

La función de costo (3.12) y las restricciones (3.13) pueden expresarse en forma cuadrática, convirtiendo las restricciones en un conjunto de desigualdades [27]. De este modo, la secuencia de control óptima se obtiene, de manera frugal, resolviendo el siguiente problema de optimización cuadrática:

$$\tilde{\mathbf{u}}^{\text{opt}}(k) \triangleq \arg \min_{\tilde{\mathbf{u}}(k)} \left[\frac{1}{2} \tilde{\mathbf{u}}^\top(k) \mathbf{H} \tilde{\mathbf{u}}(k) + \mathbf{F}^\top \tilde{\mathbf{u}}(k) \right] \tag{3.15}$$

sujeto a

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_{\text{ineq}} \tilde{\mathbf{u}}(k) &\leq \mathbf{B}_{\text{ineq}}, \\
\tilde{\mathbf{u}}^{\min} + \mathbf{B}^\dagger \mathbf{E} (\Pi_1^{(1,N)})^\top \hat{\xi}(k) &\leq \tilde{\mathbf{u}}(k) \leq \tilde{\mathbf{u}}^{\max} + \mathbf{B}^\dagger \mathbf{E} (\Pi_1^{(1,N)})^\top \hat{\xi}(k),
\end{aligned} \tag{3.16}$$

donde, a cada instante de muestreo k , se actualizan los vectores

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{F}_2 \tilde{\mathbf{y}}_r(k), \tag{3.17}$$

$$\mathbf{B}_{\text{ineq}} = \mathbf{G}_1 \hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{G}_2 \Pi_1^{(1,N)} \tilde{\mathbf{u}}^{\text{opt}}(k-1) + \mathbf{G}_3. \tag{3.18}$$

Las matrices \mathbf{H} , \mathbf{A}_{ineq} , \mathbf{F}_1 , \mathbf{F}_2 , \mathbf{G}_1 , \mathbf{G}_2 y \mathbf{G}_3 se definen en el apartado 2.2.4; todas ellas se calculan *fuera de línea* una sola vez. Gracias a esta parametrización, el problema cuadrático resultante puede resolverse de forma eficiente mediante métodos de gradiente [27, 73], lo que lo hace idóneo para su implementación en tiempo real.

3.2. MPC frugal aplicado al LBS

3.2.1. Principio de funcionamiento del sistema LBS

Un sistema LBS consta de una fuente láser estacionaria de baja potencia dirigida a un espejo de guiado rápido FSM que pivota para ajustar la trayectoria del haz. El FSM es accionado mediante una bobina de voz de ancho de banda elevado, pero su funcionamiento se ve afectado por diversas perturbaciones que repercuten en la posición final del haz láser, como se ilustra en la Figura 1.3. El haz láser se refleja parcialmente a través de un divisor de haz de vidrio: la mayor parte se dirige hacia el objetivo, mientras que una pequeña fracción se redirige a un detector de posición de alta resolución PSD. El PSD mide el desplazamiento del haz respecto de su posición nominal. A partir de la señal del PSD, un sistema de control en retroalimentación genera una señal correctiva para la bobina de voz, con el fin de ajustar el haz y garantizar que permanezca alineado con precisión sobre el objetivo [23]. La Figura 2.6 ofrece una vista detallada del montaje experimental, resaltando todos los componentes del sistema LBS empleados en este estudio (véase también la Tabla 2.1). Es importante señalar que el montaje experimental prescinde del divisor de haz de vidrio, propio de este tipo de montajes [23], pues se diseñó con fines académicos; sin embargo, dicha omisión no afecta ni al diseño ni a la implementación de la estrategia de control.

En el montaje experimental mostrado en la Figura 2.6, el FSM está instalado sobre una plataforma móvil con un grado de libertad. Dicha plataforma se conecta a un resorte y dispone de un motor de corriente continua (DC) acoplado a una carga asimétrica con el fin de inducir vibraciones. La combinación de estas vibraciones y la fuerza restitutiva del resorte recrea las perturbaciones externas típicas que sufren los sistemas LBS montados en plataformas móviles; tales perturbaciones inciden directamente en la posición del FSM. Conviene subrayar que estas perturbaciones varían con el tiempo tanto en amplitud como en frecuencia y, en general, resultan impredecibles. En consecuencia, el desafío de control consiste en regular la posición del haz láser —o permitir que siga una trayectoria prescrita— a pesar de la presencia de dichas perturbaciones.

3.2.2. Modelo matemático del LBS y diseño de control

El actuador que acciona el FSM se modela, siguiendo [23, 74], mediante

$$\Sigma_{\text{FSM}} : \begin{cases} u(t) = R I(t) + \frac{d}{dt} \Psi(I, \theta), \\ \Psi = L(I, \theta) I, \\ \Gamma_m(I, \theta) = J \ddot{\theta} + F_v \dot{\theta} + F_o \text{sign}(\dot{\theta}), \end{cases} \quad (3.19)$$

donde u , R , I , Ψ , J y θ denotan, respectivamente, la tensión aplicada, la resistencia, la corriente, el acoplamiento de flujo magnético, el momento de inercia de la carga y el desplazamiento angular. Los parámetros F_v y F_o representan los coeficientes de fricción viscosa y fricción seca. Las curvas características Γ_m son operadores no lineales dependientes de I y θ , que exhiben comportamiento de histéresis magnética, y de la fricción seca en los cojinetes. Dado que la respuesta eléctrica es considerablemente más rápida que la mecánica, las dinámicas de la corriente eléctrica pueden despreciarse. Por consiguiente, el par suministrado por el solenoide (bobina de voz) se considera directamente proporcional a la tensión de entrada $u(t)$. Por lo tanto, un modelo del sistema orientado al diseño de control es [75]

$$J \ddot{\theta}(t) = k_m u(t) - F_v \dot{\theta}(t) + F_o \text{sign}(\dot{\theta}(t)). \quad (3.20)$$

Definiendo las variables de estado como la posición angular $x_1(t) = \theta(t)$ y la velocidad $x_2(t) = \dot{\theta}(t)$. Entonces, la ecuación (3.20) se reformula en forma de espacio de estados:

$$\Sigma_{\text{pu}} : \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = b u(t) + \xi(x, d, t), \end{cases} \quad (3.21)$$

donde el vector de estado es $\mathbf{x} = (x_1, x_2)^\top \in \mathbb{R}^2$ y

$$\xi(\mathbf{x}, d, t) = -a x_2 + d(\mathbf{x}, t) \quad (3.22)$$

representa la suma de dinámicas no modeladas —como la fricción no lineal [76]— y de perturbaciones externas. Los parámetros se definen como

$$a \triangleq \frac{F_v}{J}, \quad b \triangleq \frac{k_m}{J}. \quad (3.23)$$

Este sistema puede expresarse en tiempo discreto mediante

$$\Sigma_{\text{NL}} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} u(k) + \mathbf{E} \xi(\mathbf{x}(k), d(k)), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (3.24)$$

donde

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & T_s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}, \quad \mathbf{B} = b \begin{pmatrix} T_s^2/2 \\ T_s \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2,$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} T_s^2/2 \\ T_s \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times 2}.$$

donde T_s es el periodo de muestreo.

Obsérvese que el sistema (3.24) posee la misma estructura del presentado en (3.1). En consecuencia, puede emplearse el FMPC para regular la posición del haz láser o hacer que siga una trayectoria

prescrita aun en presencia de perturbaciones externas e incertidumbres del modelo. Para ello se sigue el flujo de diseño descrito en la Sección 3.1, cuyo esquema se resume a continuación:

1. **Modelo de planta para el FMPC:**

$$\Sigma_{\text{LBS-simplificado}} : \begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} u(k), \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C} \mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (3.25)$$

con \mathbf{A}_d , \mathbf{B}_d y \mathbf{C} tal como se especifica en (3.24).

2. **Observador ESO tipo *current*:**

$$\hat{\mathbf{z}}(k) = \mathbf{A}_O \hat{\mathbf{z}}(k-1) + \mathbf{B}_O u(k-1) + \mathbf{L} y(k), \quad (3.26)$$

siendo $\hat{\mathbf{z}}(k) = (\hat{\mathbf{x}}(k) \ \hat{\xi}(k))^T \in \mathbb{R}^3$ y \mathbf{A}_O , \mathbf{B}_O los definidos en la Sección 3.1.2. El vector de ganancias \mathbf{L} se elige de modo que \mathbf{A}_O resulte una matriz de Schur; una práctica habitual consiste en situar los tres autovalores deseados del observador en la misma posición del interior del círculo unitario, $z_d = \exp(-\omega_0 T_s)$, de forma que las ganancias dependan únicamente del ancho de banda ω_0 [77]:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 - z_d^3 \\ \frac{3}{2T_s} (1 - z_d)^2 (1 + z_d) \\ \frac{1}{T_s^2} (1 - z_d)^3 \end{pmatrix}. \quad (3.27)$$

3. **Ley de control:**

$$u(k) = \Pi_1^{(1,N)} \tilde{\mathbf{u}}^{\text{opt}}(k) - \mathbf{B}^\dagger \mathbf{E} \hat{\xi}(k) \quad (3.28)$$

La Figura 3.1 ilustra la estructura de control propuesta, donde se representan la planta y el FMPC auto-contenido. En este esquema se subraya que, una vez sintetizado el FMPC, el usuario únicamente debe proporcionar las restricciones, los parámetros de desempeño (q y r) y la señal de referencia.

3.2.3. Simulación

Con el objeto de verificar el desempeño del esquema de control propuesto, se llevó a cabo una serie de simulaciones en tiempo discreto con período de muestreo $T_s = 1$ ms. La planta se excitó con una trayectoria de referencia senoidal de amplitud $A_{\text{ref}} = 2$ mm y frecuencia $\omega_{\text{ref}} = 5$ rad/s, mientras que al modelo se le inyectó una perturbación sinusoidal de idéntica amplitud $A_d = 2$ mm centrada en la frecuencia $\omega_d = 75$ rad/s.

A fin de reflejar las limitaciones físicas del banco experimental, se impusieron las siguientes restricciones:

- **Posición del haz:** $|y| \leq 1$ mm.
- **Señal de control:** $|u| \leq 1$ V.

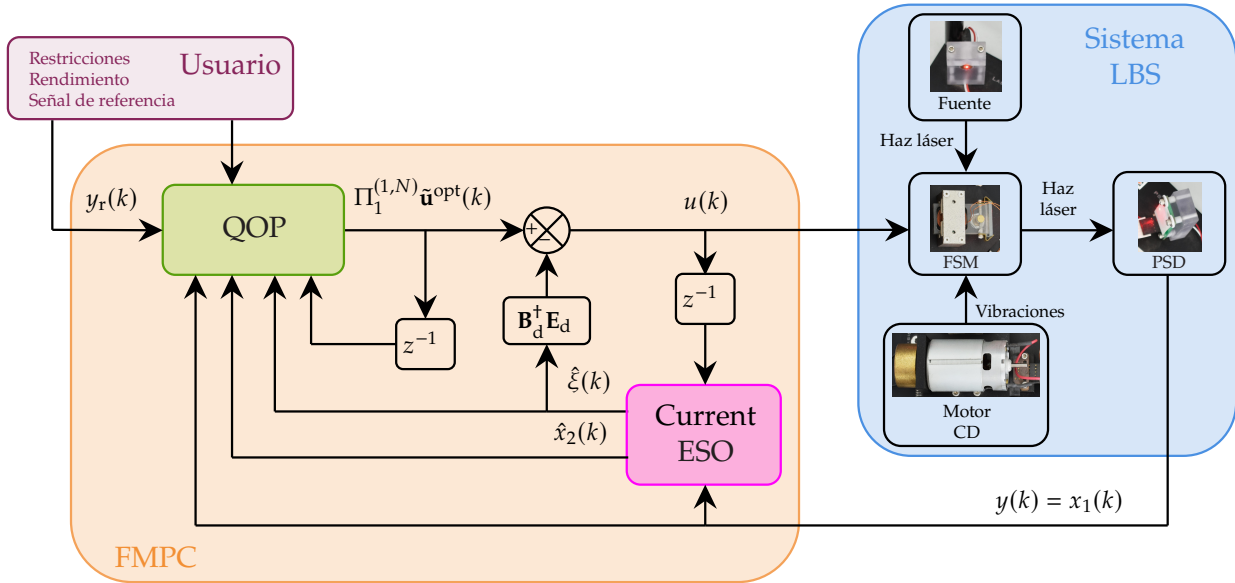


Figura 3.1: Diagrama general del FMPC para el sistema LBS.

La simulación comienza con el ESO discreto deshabilitado, de modo que los términos de perturbación permanecen sin compensar durante los primeros cinco segundos. En $t = 5$ s la estimación de la perturbación y los términos no modelados del sistema obtenidos a través del ESO son realimentados al FMPC para su rechazo activo.

Los resultados se ilustran en la Figura 3.2. En la parte superior se aprecia la trayectoria de referencia (línea discontinua) y la posición del haz (línea continua). Antes de activar el ESO, la perturbación de alta frecuencia provoca oscilaciones visibles que hacen que y abandone la banda de ± 1 mm. Una vez habilitado el observador, dichas oscilaciones se atenúan rápidamente (duración transitoria $\approx 0,3$ s) y el sistema sigue la referencia con error de seguimiento menor que 0,05 mm.

La figura inferior izquierda muestra la señal de control. Puede observarse que, a pesar de la estimación de la perturbación total del ESO es inyectada al algoritmo de control, se siguen respetando las mismas restricciones de señal de control impuestas, como lo garantiza la expresión (3.16).

Finalmente, la figura inferior derecha presenta el tiempo que requiere el problema QP para calcular la señal de control necesaria para cumplir con los requisitos solicitados. Se observa cómo, tras la inclusión de la compensación del observador en el segundo 5, el algoritmo de optimización puede trabajar bajo el mismo régimen de tiempo obteniendo mejores resultados de seguimiento de trayectoria y respeto de restricciones. La simulación demuestra que el trabajo conjunto del ESO y su integración sistémica en el FMPC garantiza:

1. Rechazo eficaz de perturbaciones externas variantes en el tiempo.
2. Cumplimiento estricto de las restricciones de posición y de señal de control.
3. Seguimiento preciso de trayectorias de referencia suaves.

Estos resultados ratifican la viabilidad del esquema propuesto para su eventual implementación en el banco experimental LBS.

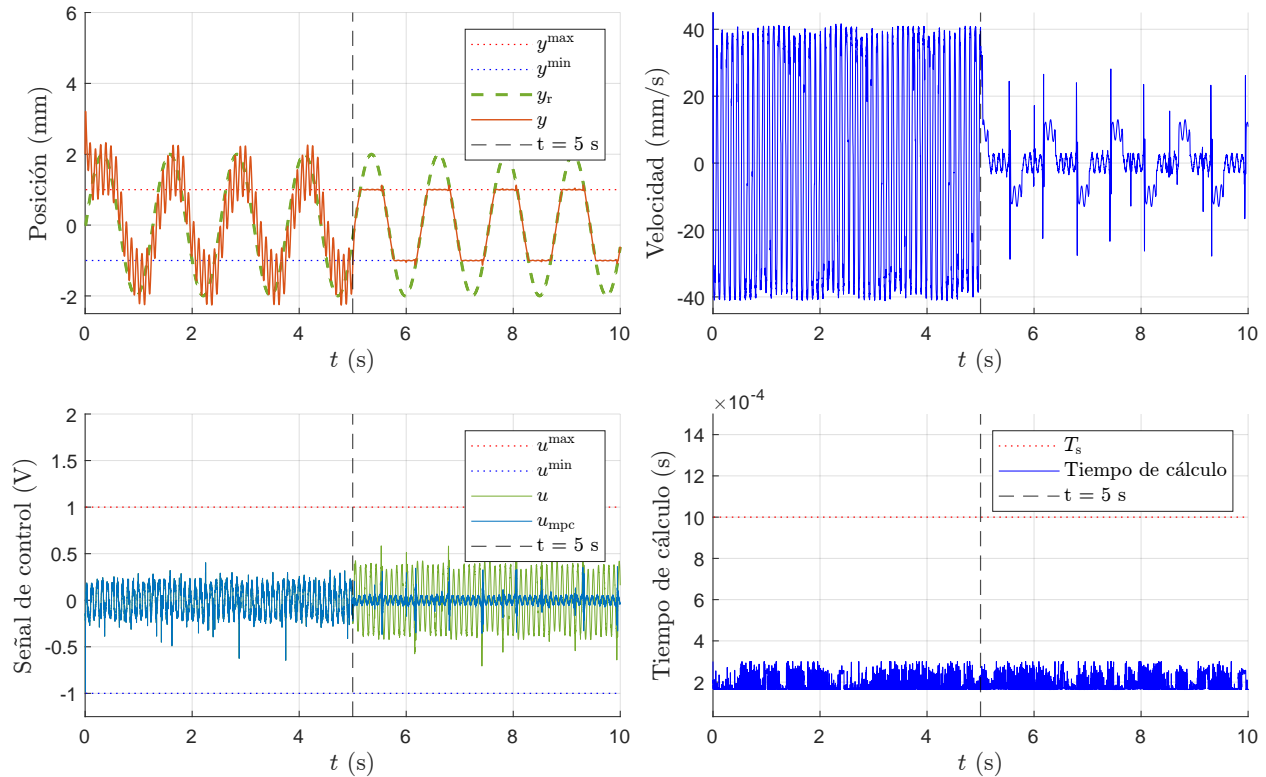


Figura 3.2: Resultados obtenidos de la simulación del esquema propuesto.

A modo de conclusión, se rescata que en esta sección se formuló, de manera sistemática, la aplicación del FMPC al sistema de LBS desarrollado por Quanser. El desarrollo incluyó:

- la obtención de un modelo dinámico de segundo orden, discretizado con periodo T_s a través de un retenedor de orden cero, que incorpora implícitamente la fricción y las perturbaciones externas a través de la señal $\xi(k)$;
- la síntesis de un observador de estado extendido (*current-ESO*) cuya ganancia \mathbf{L} se parametriza únicamente en función del ancho de banda deseado ω_0 , lo que simplifica su ajuste práctico;
- la definición de un problema de optimización cuadrática con matrices precalculadas *off-line*, de modo que la solución pueda obtenerse con algoritmos de gradiente ligeros, coherentes con la filosofía «frugal» orientada a plataformas embebidas de recursos limitados;
- la integración de retroalimentación y alimentación directa en la ley de control, de forma que la compensación activa de perturbaciones quede incorporada en el propio lazo predictivo.

El esquema de control resultante se presenta como un bloque autocontenido que, una vez configurados los límites operativos, los pesos de desempeño (q, r) y la referencia, puede desplegarse sin modificaciones adicionales sobre el hardware del LBS. Ello lo convierte en una alternativa potencialmente ventajosa frente a estrategias clásicas (p. ej., PID o LQR) cuando se requiere respetar restricciones rígidas, mantener precisión de apuntado y minimizar el uso de CPU y memoria.

De esta forma, el presente capítulo sienta las bases conceptuales y metodológicas para la posterior validación computacional y experimental del FMPC en sistemas de estabilización de haces láser.

Resultados experimentales

4

La plataforma experimental de QUANSER, descrita en el capítulo 2, se emplea para evaluar el controlador propuesto. Este se implementa mediante el software de control en tiempo real QUARCTM y el dispositivo de adquisición de datos QPID, que gestionan la comunicación con la plataforma LBS. De acuerdo con [23], el parámetro b ha sido identificado experimentalmente como $b = 440\,000$ [mm/(V · s²)], y constituye el único parámetro necesario para la síntesis del FMPC.

En la presente evaluación experimental se considera deliberadamente una señal de referencia que excede parcialmente las restricciones operativas del sistema con el propósito específico de examinar exhaustivamente la capacidad del FMPC para respetar límites establecidos bajo condiciones extremas. Esta estrategia no solo permite evaluar la robustez del controlador ante escenarios reales y potencialmente críticos, tales como errores inesperados de sensores, fallos en la asignación de referencias, o comandos operativos erróneos, sino que también proporciona información valiosa acerca del comportamiento dinámico del sistema en proximidad a sus fronteras operativas. Por lo tanto, imponer referencias más allá de las restricciones predefinidas actúa como una prueba de estrés esencial, evidenciando de manera clara la efectividad del controlador y el observador para mantener la estabilidad y seguridad operacional del sistema en situaciones límite. La referencia, para este estudio, es una señal senoidal de amplitud 2 mm y frecuencia 5 rad/s.

Se consideraron tres escenarios:

1. El QOP utiliza el modelo simplificado (3.25) *sin* compensación del observador (propio de un MPC convencional) y *sin* la perturbación externa generada por el motor CD.
2. El QOP utiliza el modelo simplificado (3.25) *con* compensación del observador pero *sin* la perturbación externa generada por el motor CD.
3. El QOP utiliza el modelo simplificado (3.25) *con* compensación del observador y *con* la perturbación externa generada por el motor CD.

El periodo de muestreo y las restricciones aplicadas en los experimentos se resumen en la Tabla 4.1 y los diagramas de bloques de la implementación en tiempo real se pueden visualizar en las Figuras D.1-D.4.

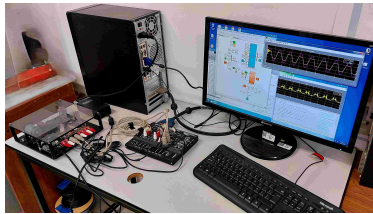
4.1	Escenario 1: MPC convencional sin compensación de perturbaciones	38
4.1.1	Configuración experimental	38
4.1.2	Análisis de inestabilidad y violación de restricciones	39
4.2	Escenario 2: FMPC con compensación de perturbaciones (sin perturbación externa)	39
4.2.1	Seguimiento de trayectoria y cumplimiento de restricciones	39
4.2.2	Comparación con el Escenario 1	40
4.3	Escenario 3: FMPC bajo perturbación	40
4.3.1	Rechazo de vibraciones y estabilidad	40
4.3.2	Violaciones transitorias de restricciones	41
4.4	Análisis comparativo	42
4.4.1	Métricas de desempeño	42
4.4.2	Ventajas del FMPC frente a enfoques tradicionales	44

Cuadro 4.1: Parámetros de ajuste del FMPC y restricciones operativas para el sistema LBS.

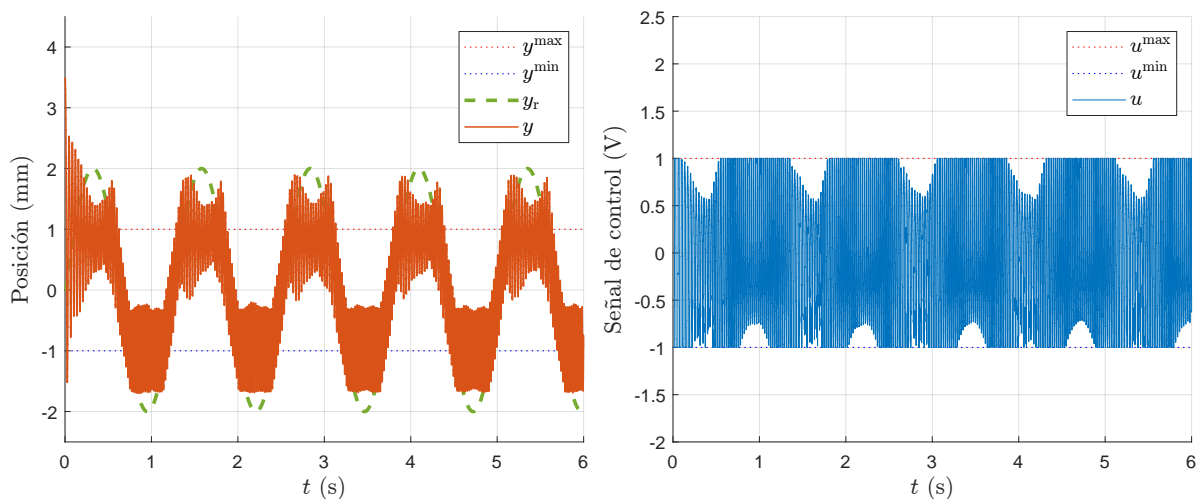
Parámetro	Valor	Unidades
Tiempo de muestreo	$T_s = 1$	ms
Horizonte de predicción	$N = 10$	—
Peso de la salida	$q = 5 \times 10^3$	—
Peso de la entrada de control	$r = 1 \times 10^5$	—
Restricciones de posición	$y^{\min} = -1, y^{\max} = 1$	mm
Restricciones de velocidad	$\dot{y}^{\min} = -100, \dot{y}^{\max} = 100$	mm/s
Restricciones de la entrada de control	$u^{\min} = -1, u^{\max} = 1$	V

4.1. Escenario 1: MPC convencional sin compensación de perturbaciones

4.1.1. Configuración experimental

**Figura 4.1:** Espacio de trabajo del presente proyecto.

El primer escenario experimental tuvo como finalidad evaluar el desempeño de un MPC convencional ante un desajuste significativo planta–modelo en el sistema LBS. El controlador se basó exclusivamente en el modelo matemático simplificado proporcionado en el manual de la plataforma experimental [23], el cual se redujo a una cadena de integradores dentro del marco de Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC), omitiendo tanto perturbaciones endógenas (p. ej., no linealidades del actuador) como exógenas (p. ej., vibraciones). Para minimizar la acción de perturbaciones externas, el motor con masa excéntrica montado sobre la guía lineal permaneció desenergizado durante esta prueba.

**Figura 4.2:** Desempeño en lazo cerrado del MPC para el sistema LBS. *Derecha:* Posición medida del láser y (mm) en el PSD, acotada por las restricciones de salida y^{\min} y y^{\max} , junto con la señal de referencia y_r . *Izquierda:* Entrada de control u (V) a lo largo del tiempo. El MPC, diseñado con el modelo (3.25), mostró un seguimiento subóptimo y no hizo cumplir con eficacia las restricciones de salida.

4.1.2. Análisis de inestabilidad y violación de restricciones

Los resultados (Fig. 4.2) muestran que, en ausencia de mecanismos explícitos de mitigación de incertidumbres, el controlador no consigue mantener completamente la estabilidad a pesar de la robustez inherente del MPC. La salida del sistema (posición del haz láser) presenta oscilaciones de gran amplitud y viola las restricciones de posición ($y^{\min} \leq y \leq y^{\max}$). Tampoco se logra el seguimiento de la trayectoria, como se aprecia en las trayectorias en espacio de estados de la Fig. 4.5, donde el sistema exhibe intentos de convergencia inestables hacia la referencia mientras lucha por respetar las limitaciones posicionales.

4.2. Escenario 2: FMPC con compensación de perturbaciones (sin perturbación externa)

El segundo escenario experimental evaluó el marco FMPC, el cual incorpora rechazo activo de perturbaciones mediante un observador de estado extendido discreto de tipo *current* ESO para compensar perturbaciones endógenas (p. ej., no linealidades del FSM).

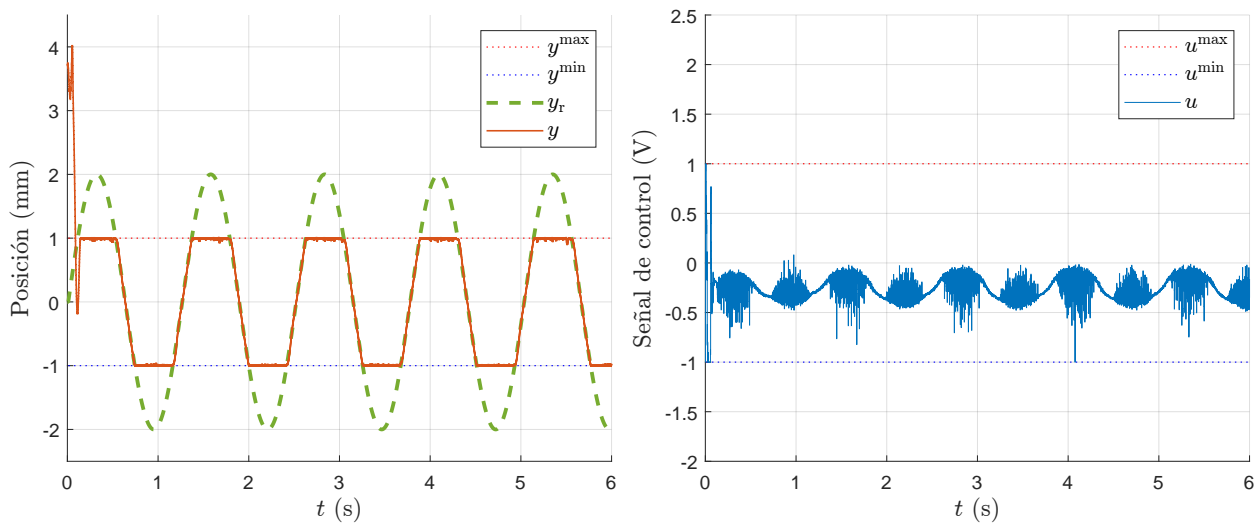


Figura 4.3: Desempeño en lazo cerrado del FMPC para el sistema LBS. *Derecha:* Posición medida del láser y (mm) sobre el PSD, acotada por las restricciones de salida y^{\min} y y^{\max} , junto con la señal de referencia y_r . *Izquierda:* Entrada de control u (V) en función del tiempo. El FMPC, diseñado a partir de (3.25), alcanzó un seguimiento exacto de la referencia y un cumplimiento robusto de las restricciones, demostrando una convergencia estable hacia el punto de operación deseado.

4.2.1. Seguimiento de trayectoria y cumplimiento de restricciones

Como se muestra en la Fig. 4.3, el FMPC logra un seguimiento preciso de la trayectoria, respetando rigurosamente las restricciones de posición ($y^{\min} \leq y \leq y^{\max}$) y de la señal de control ($u^{\min} \leq u \leq u^{\max}$). Las trayectorias en el espacio de estados (Fig. 4.5) confirman una convergencia estable hacia la referencia, con transiciones suaves y sin violaciones de restricciones. Esto contrasta de forma marcada

con el Escenario 1, en el que la ausencia de compensación de perturbaciones condujo a oscilaciones inestables.

4.2.2. Comparación con el Escenario 1

A diferencia del MPC convencional, el FMPC utiliza el ESO discreto para estimar y cancelar dinámicas no modeladas *a priori*, incluso en ausencia de perturbaciones explícitas. Con el fin de mantener la coherencia con el Escenario 1, el motor con masa excéntrica permaneció desenergizado, de modo que las perturbaciones externas fueron mínimas. La capacidad del ESO para estimar y mitigar dinámicas no modeladas antes de su propagación en el sistema pone de relieve la robustez del FMPC. Al incrustar el observador dentro del modelo de predicción, el FMPC preserva la integridad del desempeño pese a la representación simplificada en cadena de integradores extraída del manual de la plataforma experimental [23].

4.3. Escenario 3: FMPC bajo perturbación

El tercer escenario experimental evaluó el esquema de **Control Predictivo Basado en Modelo Frugal (FMPC)** bajo perturbaciones vibratorias activas. Para ello se energizó el motor con masa excéntrica mediante una señal de 2 V, generando perturbaciones controladas que simulan el ruido vibracional real presente en la guía lineal. El FMPC, complementado con el Observador de Estado Extendido Discreto (*current* ESO), estimó y compensó dinámicamente tanto las incertidumbres endógenas (p. ej., dinámica no modelada del actuador) como las perturbaciones exógenas (p. ej., vibraciones mecánicas), conforme a la metodología ADRC.

La entrada de control (u) se mantiene estrictamente dentro de los límites predefinidos ($u^{\min} = -1,6$ V, $u^{\max} = 1$ V), lo que demuestra una gestión eficaz de la actuación. Las trayectorias en el espacio de estados (Fig. 4.5) revelan convergencia estable con oscilaciones residuales mínimas, en contraste con el comportamiento inestable observado en el Escenario 1.

Un vídeo que muestra el funcionamiento en tiempo real del sistema en lazo cerrado puede consultarse en el siguiente enlace (<https://youtu.be/Rz3DfykBY2c>).

4.3.1. Rechazo de vibraciones y estabilidad

La capacidad de un esquema de control para mantener la estabilidad y el cumplimiento de restricciones en presencia de perturbaciones físicas relevantes constituye un criterio esencial de desempeño, particularmente en sistemas de precisión como la plataforma LBS. En este escenario experimental, se introdujo una perturbación vibratoria activa mediante la activación de un motor con carga excéntrica a una tensión fija, con el propósito de evaluar la robustez del esquema FMPC frente a condiciones dinámicas adversas.

Tal como se observa en la Fig. 4.4, el sistema controlado mediante el FMPC, complementado con un observador de estado extendido discreto (*current* ESO), logra mantener la posición del haz láser y

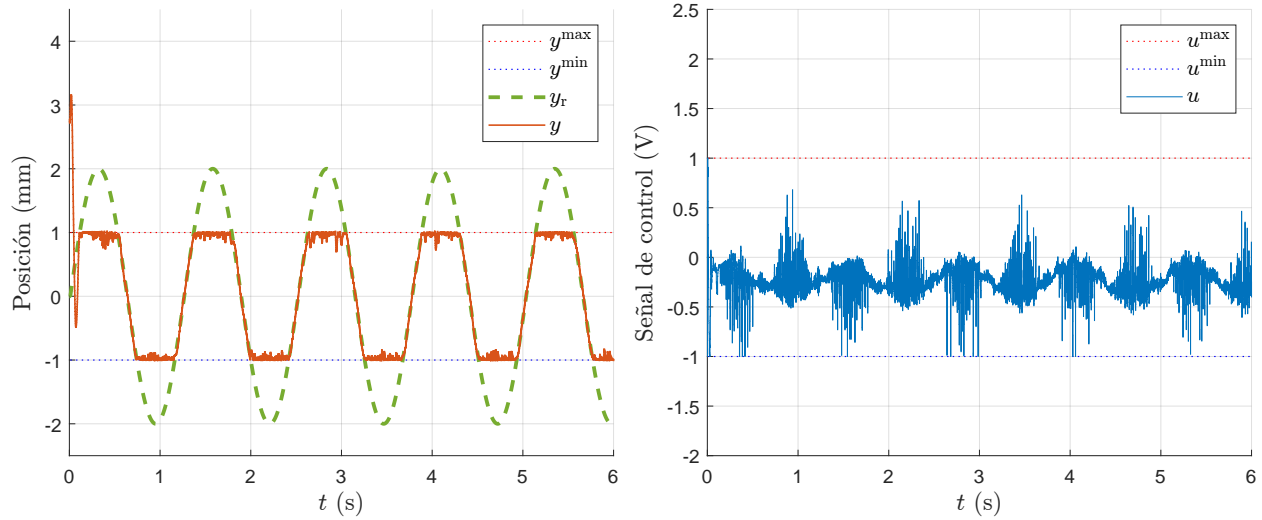


Figura 4.4: Desempeño en lazo cerrado del FMPC para el sistema LBS bajo perturbación vibratoria. *Derecha:* Posición medida del láser y (mm) sobre el detector sensible a la posición (PSD), mantenida dentro de las restricciones y^{\min} y y^{\max} pese a la perturbación del motor excéntrico a 2 V, junto con la señal de referencia y_r . *Izquierda:* Entrada de control u (V) en función del tiempo. El FMPC, diseñado a partir de (3.25), demuestra rechazo activo de perturbaciones y cumplimiento robusto de restricciones, estabilizando la posición del láser frente a los efectos de la carga excéntrica.

dentro de los límites establecidos por las restricciones y^{\min} y y^{\max} , a pesar de la presencia continua de la perturbación exógena. Este resultado es indicativo de un rechazo activo de perturbaciones eficaz, basado en la estimación en tiempo real de dinámicas no modeladas y su cancelación anticipada mediante realimentación.

Desde una perspectiva de estabilidad interna, las trayectorias del sistema en el espacio de estados (véase Fig. 4.5) reflejan un comportamiento convergente con oscilaciones transitorias de baja amplitud. Este comportamiento contrasta marcadamente con el observado en el Escenario 1, en el cual, en ausencia de un mecanismo explícito de compensación de perturbaciones, se evidenciaron oscilaciones sostenidas, violaciones de restricciones y una pérdida parcial de la estabilidad del lazo cerrado.

Los resultados obtenidos en este escenario validan la hipótesis de que la incorporación del ESO dentro de la estructura predictiva del FMPC permite ampliar la región práctica de operación del sistema, otorgándole robustez frente a incertidumbres modeladas como perturbaciones externas.

4.3.2. Violaciones transitorias de restricciones

Como se aprecia en la Fig. 4.4, el FMPC mantiene un seguimiento robusto de la trayectoria pese a la perturbación, manteniendo la posición del láser (y) dentro de las restricciones $y^{\min} \leq y \leq y^{\max}$, salvo pequeñas violaciones transitorias. Estas infracciones se atribuyen a los componentes de alta frecuencia de la vibración, situados fuera del ancho de banda del observador. Aunque se registran pequeñas desviaciones cerca de y^{\max} y y^{\min} , el sistema retorna rápidamente a la zona segura de operación, lo que subraya la capacidad del FMPC para equilibrar el cumplimiento de restricciones y el rechazo de perturbaciones.

4.4. Análisis comparativo

En la práctica industrial, las salidas y los actuadores deben permanecer en regiones seguras; aun así, los operadores suelen imponer referencias que violan dichos límites. Ignorar esa realidad conduce a penalizar injustamente al controlador con los índices clásicos (ISE, IAE, ITAE) cuando la referencia es físicamente inalcanzable [78, 79]. Los trabajos sobre MPC con restricciones [26, 64], *reference governors* [80] y *desempeño prescrito* [81] coinciden en la idea central: juzgar al lazo respecto a la mejor referencia factible, no frente a la “utopía” impuesta.

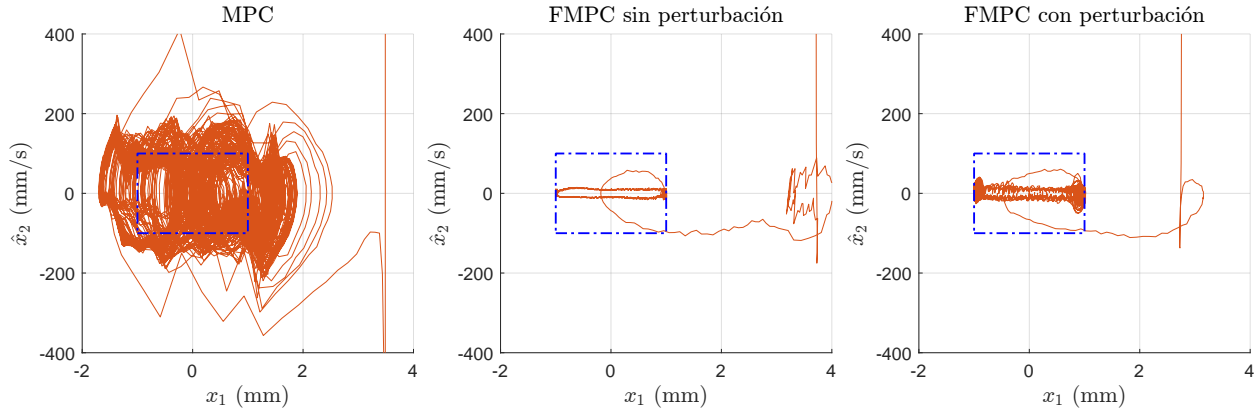


Figura 4.5: Trayectorias en espacio de estados del sistema LBS con controladores comparados.

4.4.1. Métricas de desempeño

Definimos la proyección de la referencia $y_r(k)$ sobre el intervalo admisible $[y_{\min}, y_{\max}]$ como

$$y_r^{\text{clip}}(k) = \min\{\max(y_r(k), y^{\min}), y^{\max}\}, \quad (4.1)$$

criterio usado implícitamente por los *reference governors* [80] y por los penalizadores *soft-constraint* en MPC [82]. De este modo, se tiene el *error consciente de restricciones* definido como

$$e_{\text{sat}}(k) = y(k) - y_r^{\text{clip}}(k). \quad (4.2)$$

Si y_r viola un límite pero y se mantiene en ese mismo borde, $e_{\text{sat}}(k) = 0$; si además el lazo infringe las restricciones, $|e_{\text{sat}}|$ crece proporcionalmente a la severidad de la infracción. Así se premia el respeto de (4.1) y se castigan sólo las violaciones reales [82].

Los índices de desempeño seleccionados corresponden a las familias *integral-tipo*, ampliamente empleadas para evaluar la calidad de regulación en sistemas de control. En todos los casos se computa una métrica acumulativa del error consciente de restricciones $e_{\text{sat}}(k)$ dentro de una ventana finita de M muestras. El ISE (Integral of Squared Error) amplifica los errores grandes al elevarlos al cuadrado, de modo que penaliza con severidad las excursiones abruptas o sostenidas. El IAE (Integral of Absolute Error) utiliza el valor absoluto y proporciona una medida lineal de la desviación total, menos sensible a picos aislados que el ISE. Finalmente, el ITAE (Integral of Time-weighted Absolute Error) introduce

un factor temporal kT_s que hace crecer la penalización a medida que el error persiste, favoreciendo transitorios rápidos y asentamientos tempranos. Las expresiones discretas empleadas en este trabajo se resumen a continuación:

$$\text{ISE}[M] = \sum_{k=0}^M e_{\text{sat}}^2[k] T_s \quad (4.3)$$

$$\text{IAE}[M] = \sum_{k=0}^M |e_{\text{sat}}[k]| T_s \quad (4.4)$$

$$\text{ITAE}[M] = \sum_{k=0}^M k T_s |e_{\text{sat}}[k]| T_s \quad (4.5)$$

Para garantizar la validez estadística de los resultados, cada escenario fue ensayado en repetidas ocasiones—al menos cinco ensayos independientes—empleando condiciones iniciales lo suficiente parecidas y un horizonte temporal de 10 s por prueba. A fin de excluir efectos transitorios asociados a la inicialización del hardware y la sincronización de la tarea en tiempo real, la evaluación de desempeño se inició en $t = 0,5$ s y concluyó en $t = 6$ s. Dentro de esa ventana se registraron las trayectorias de salida $y(k)$ y de mando $u(k)$, a partir de las cuales se calcularon en línea los índices integrales ISE, IAE e ITAE definidos en (4.3)–(4.5).

Finalizados los ensayos, los valores de cada índice se promediaron en el eje de realizaciones, obteniéndose la Tabla 4.2, que recoge los indicadores representativos de cada escenario. De igual modo, la evolución acumulativa de $e_{\text{sat}}(k)$ se integró cronológicamente y luego se promedió, dando lugar a la curva de la Fig. 4.6, la cual ilustra cómo el error ponderado disminuye a lo largo del tiempo para las diferentes configuraciones de control. Este procedimiento estadístico refuerza la robustez de las conclusiones extraídas acerca del superior desempeño del esquema FMPC frente a las alternativas convencionales.

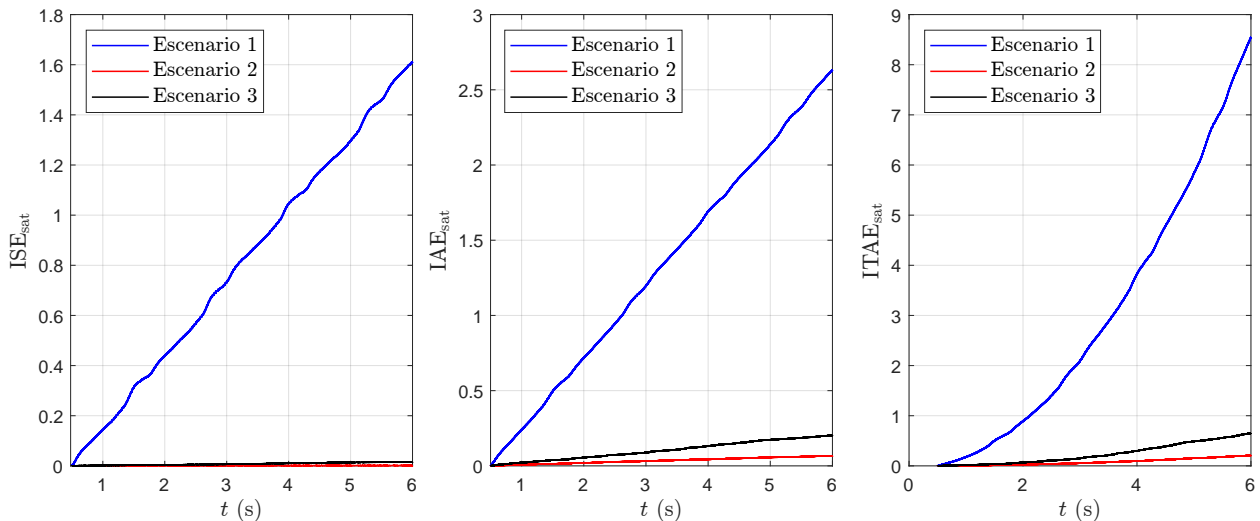


Figura 4.6: Índices de desempeño de MPC y FMPC, ambos con restricciones.

Las Ecs. (4.1)–(4.5) y la Tabla 4.2 permiten comparar cuantitativamente los tres escenarios. El **Escenario**

1 exhibe los mayores valores de ISE, IAE e ITAE, reflejo de las violaciones persistentes de restricciones y de la pobre atenuación de oscilaciones (cfr. Fig. 4.2). Cuando se habilita el ESO (**Escenario 2**) los índices caen en más de dos órdenes de magnitud: la ISE se reduce en un 99,9 % y la ITAE en un 97,5 % respecto al MPC convencional; ello confirma que el estimador de estado extendido convierte al FMPC en un regulador de alta precisión aun sin perturbaciones externas.

Cuadro 4.2: Comparación de índices de desempeño para los tres escenarios evaluados.

Índice	Escenario 1	Escenario 2	Escenario 3
ISE	1,61431	0,00142	0,01578
IAE	2,63274	0,06697	0,20351
ITAE	8,54879	0,21131	0,65488

Bajo perturbación vibratoria (**Escenario 3**) los índices aumentan ligeramente —la ISE sólo empeora $14 \cdot 10^3 \mu\text{m}^2$ respecto al Escenario 2—, pero se mantienen más de un 99 % por debajo de los del Escenario 1. Así, incluso con vibraciones, el FMPC conserva la superioridad observada en ausencia de perturbaciones. Las gráficas del error acumulado en la Fig. 4.6 ilustran esta tendencia y evidencian que las mejoras no son puntuales sino sostenidas durante toda la ventana de evaluación de $M = 5,5 \cdot 10^3$ muestras.

4.4.2. Ventajas del FMPC frente a enfoques tradicionales

La evidencia experimental y los índices precedentes ponen de relieve varias ventajas clave del FMPC en aplicaciones de alta velocidad como la estabilización de haces láser:

1. **Robustez a incertidumbre y perturbaciones.** El ESO actualiza en línea el modelo, cancelando dinámicas no modeladas y disturbios sin requerir identificación compleja ni ganancia integral que pueda inducir *wind-up*; esto se traduce en la mejora de 99 % en ISE respecto al MPC convencional.
2. **Cumplimiento estricto de restricciones duras.** Al incrustar el estimador dentro del bucle de predicción, el FMPC garantiza $x \in \mathcal{X}$ y $u \in \mathcal{U}$ en todo instante, incluso cuando la referencia viola dichas cotas; los algoritmos clásicos (p. ej. PID, LQR) requieren capas adicionales de *clamping* o *anti-wind-up* que comprometen el desempeño [79].
3. **Frugalidad computacional.** Gracias al horizonte corto ($N = 10$) y a la linealidad del modelo planteado, la QP resultante se resuelve en menos de 1 ms en una CPU Intel Core i7-4770, dejando un margen dentro del intervalo de muestreo de 1 ms. Métodos basados en modelos de orden elevado o en MPC no lineal suelen requerir tiempos de cómputo un orden de magnitud mayores [26].
4. **Facilidad de sintonía.** El algoritmo introduce sólo dos pesos (q, r) y un parámetro de ancho de banda (ω_0) del ESO; en contraste, un MPC convencional necesita un modelo preciso y la selección de penalizadores adicionales para estados y holguras suaves.
5. **Escalabilidad y portabilidad.** La estrategia se apoya en principios de ADRC, lo que permite migrala a otros actuadores rápidos (galvanómetros, MEMS) con mínimos ajustes —basta con conocer la constante b y las restricciones físicas—, algo inviable para controladores puramente empíricos o PID sintonizados por modelo [76].

6. **Seguridad operacional.** Al proyectar internamente la referencia fuera de la región factible (Ecuación (4.1)) se evita que errores de operador o fallos de sensores conduzcan a comandos peligrosos, incrementando la tolerancia a fallos sin hardware adicional de enclavamiento.

En conjunto, las mejoras objetivas (Tabla 4.2) y las propiedades cualitativas mencionadas consolidan al FMPC como una alternativa práctica y de alto rendimiento frente a los esquemas MPC convencionales y los enfoques lineales clásicos empleados en sistemas de posicionamiento óptico de precisión.

Como complemento al conjunto de ensayos anteriores, se llevó a cabo una ejecución de validación en la que las restricciones de posición se hicieron coincidir exactamente con la amplitud de la referencia senoidal ($y^{\min} = -2$ mm, $y^{\max} = 2$ mm). Con ello se eliminó la tensión inherente entre la trayectoria escogida y el conjunto admisible, de modo que el problema cuadrático de control predictivo pudiera concentrar sus recursos de optimización en la suavidad del seguimiento—y no en la administración de violaciones—revelando así la destreza intrínseca del esquema FMPC para reproducir señales rápidas y de gran excursión angular.

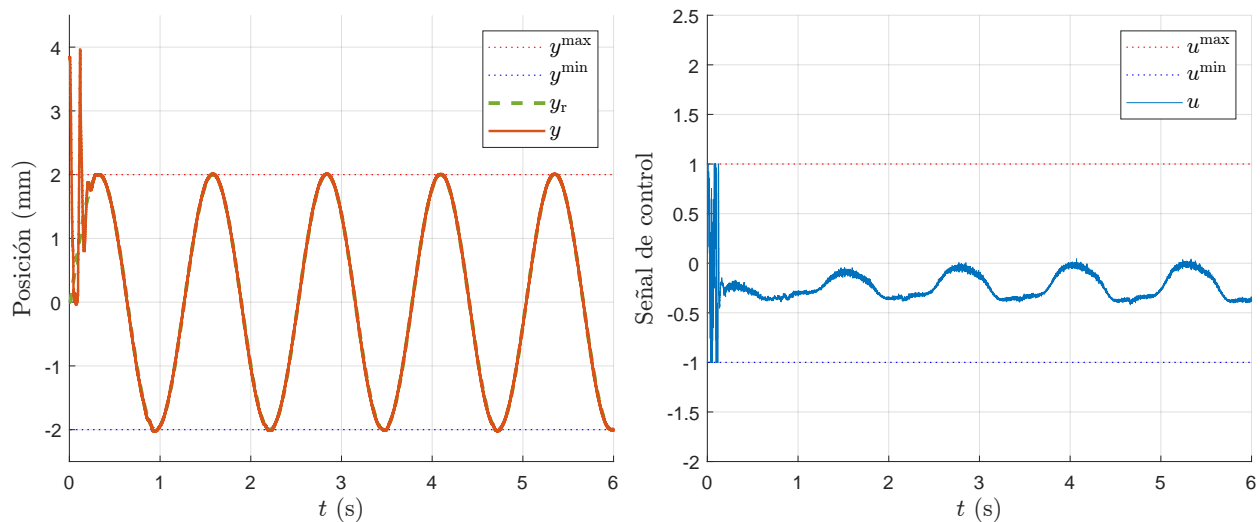


Figura 4.7: Desempeño en lazo cerrado del FMPC para el sistema LBS con $y^{\max} = 2$ mm y $y^{\min} = -2$ mm.

El ensayo se desarrolló en ausencia de perturbaciones externas deliberadas, con el motor excéntrico desenergizado, a fin de aislar el efecto del observador sobre el rechazo de dinámicas no modeladas internas. Los resultados ponen de manifiesto que, bajo estas condiciones, el controlador describe la trayectoria con un error estacionario prácticamente nulo y con transiciones exentas de saturación, demostrando que la imposición previa de referencias fuera de la región factible no es un requisito para evidenciar la superioridad del método propuesto, sino tan solo un ejercicio de estrés adicional.

Conclusiones

- Se lograron exitosamente los objetivos planteados, validando tanto numéricamente como en la práctica la viabilidad del esquema de control propuesto. La combinación entre simulaciones numéricas y pruebas experimentales en tiempo real permitió demostrar que el controlador no solo es funcional, sino que presenta un comportamiento superior frente a la metodología convencional MPC, particularmente en lo que respecta al rechazo activo de perturbaciones y el cumplimiento estricto de restricciones operativas. Estas capacidades hacen del esquema una solución robusta y aplicable a sistemas donde la precisión y la seguridad son factores críticos.
- En relación con el objetivo general, se logró diseñar e implementar un esquema de control híbrido orientado a la estabilización y seguimiento de un sistema de direccionamiento láser, integrando eficazmente las fortalezas del Control Predictivo Basado en Modelo (MPC) con el enfoque del Control por Rechazo Activo de Perturbaciones (ADRC). Esta integración se llevó a cabo de manera modular, permitiendo que cada componente cumpliera su función de forma complementaria: el MPC como responsable de anticipar y respetar las restricciones, y el ADRC, a través del LESO, como herramienta de estimación y compensación de dinámicas no modeladas.
- Se desarrolló un Observador Lineal de Estado Extendido (LESO) de tipo predictor-corrector, cuya función principal fue la estimación en línea de variables no medidas como la velocidad angular del sistema, indispensable para el diseño del controlador predictivo. Además, el LESO demostró su capacidad para identificar y compensar perturbaciones internas y externas de diversa naturaleza (estructuradas y no estructuradas), logrando una mejora significativa en la estabilidad del sistema, la reducción del error en régimen permanente y la robustez ante cambios no modelados en el entorno.
- Se implementó un controlador predictivo que, a diferencia de controladores comúnmente usados en laboratorio, consideró explícitamente restricciones tanto en los estados como en la señal de control. Este controlador se integró con el LESO para formar lo que formalmente se denominó Control Predictivo Basado en Modelo Frugal (FMPC), caracterizado por su estructura eficiente y su adaptabilidad a plataformas de tiempo real. El FMPC hereda las capacidades del MPC tradicional, pero con mejoras notables, como el uso de un modelo simple de la planta, y la compensación activa de perturbaciones, gracias al LESO.
- Entre los principales retos técnicos superados destaca la creación de un bloque MPC completamente personalizado, sin depender de toolboxes propietarios de MATLAB como el Model Predictive Control Toolbox ni el Optimization Toolbox. Se implementó un optimizador desde cero utilizando comandos básicos, basado en el Método de Gradiente con Expansión (GE) con penalizaciones saturadas, ajustado cuidadosamente para ser compatible con el entorno de compilación del software QUARC de QUANSER. Esta arquitectura no solo permitió su ejecución en tiempo real en el laboratorio, sino que dejó la puerta abierta a portar este código hacia plataformas de cómputo embebido o microcontroladores con recursos limitados.
- Los resultados obtenidos a partir de las simulaciones numéricas y de las pruebas experimentales en tiempo real fueron interesantes. El esquema FMPC logró una reducción del 99,9 % en el índice

de error cuadrático integral (ISE) y del 97,5 % en el índice de error absoluto integral ponderado por el tiempo (ITAE), en comparación con el MPC convencional. Estas métricas fueron obtenidas de forma sistemática bajo condiciones controladas, representando un avance significativo en términos de rendimiento y eficiencia energética del sistema.

- Una ventaja adicional del enfoque FMPC radica en la simplificación del modelo matemático requerido. Gracias a la inclusión del LESO, se disminuye la dependencia de un modelo altamente preciso del sistema, lo que a su vez reduce los requerimientos computacionales. Esta característica resultó esencial para su implementación exitosa en la plataforma experimental de Quanser, permitiendo el funcionamiento del sistema en tiempo real con una latencia mínima y una alta confiabilidad.
- Bajo condiciones concretas de perturbación y a partir de los índices de despeño, se mostró que el esquema FMPC mantuvo un comportamiento sobresaliente con respecto a un MPC tradicional. Se observó un seguimiento de trayectoria preciso incluso cuando las referencias se situaban cercanas o excedentes a los límites físicos impuestos por las restricciones del sistema, lo cual evidencia la robustez del controlador ante escenarios desafiantes, y refuerza su aplicabilidad en entornos reales donde las condiciones de operación pueden variar dinámicamente.
- Como resultado tangible del trabajo de investigación, se obtuvieron productos académicos relevantes. El primero fue la presentación del artículo titulado *Discrete implementation of an extended state observer for a Laser Beam System (LBS): simulations and experimental results* en el Congreso Nacional de Control Automático (CNCA) 2024, avalado por la Asociación Mexicana de Control Automático (AMCA). El segundo fue la elaboración de un artículo científico destinado a la revista internacional *Control Theory and Technology*, de la editorial Springer, para su número especial sobre avances del ADRC en Iberoamérica, actualmente en proceso de arbitraje. Estos resultados refuerzan la validez y el impacto del trabajo, y colocan la propuesta en el radar de la comunidad científica del área.
- Finalmente, y como un resultado tecnológico, se envió a la Oficina de Transferencia de Tecnología (OTT) de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) la solicitud de registro del software desarrollado durante este trabajo ante el Instituto Nacional del Derecho del Autor (INDAUTOR). El título de la obra es: "Simulador de un sistema de posicionamiento láser usando control predictivo frugal".

Perspectivas

A partir del desarrollo y validación del esquema de control propuesto, se identifican diversas oportunidades y líneas de trabajo que complementan y enriquecen el marco metodológico planteado. Las siguientes consideraciones representan aspectos no abordados en profundidad en esta tesis, pero que emergen de manera natural como parte del proceso de consolidación y generalización del esquema desarrollado:

- En el presente trabajo, se priorizó el estudio de la estabilidad del esquema de control propuesto a nivel experimental, considerando que esta representa la piedra angular de cualquier implementación práctica. Se optó por no profundizar en estrategias orientadas a optimizar el rendimiento del controlador (por ejemplo, minimizar tiempos de establecimiento, maximizar suavidad de control, o mejorar el comportamiento transitorio), ya que antes de evaluar cualquier criterio de desempeño, es indispensable garantizar que el sistema se comporta de manera estable en un rango de condiciones operativas. Este enfoque es metodológicamente sólido, pues permite establecer un marco confiable sobre el cual, en futuras etapas, se pueda realizar un estudio detallado del rendimiento. Dicho estudio podría incluir análisis comparativos bajo métricas como costo energético, robustez frente a ruido sensorial, o sensibilidad ante perturbaciones paramétricas. Así, el énfasis inicial en estabilidad no debe interpretarse como una limitación, sino como una estrategia deliberada y coherente con las buenas prácticas del diseño de sistemas de control avanzados.
- En el controlador predictivo basado en modelo implementado, los parámetros q y r que ponderan, respectivamente, los errores de seguimiento y el esfuerzo de control en la función de costo, fueron seleccionados mediante un criterio heurístico fundamentado en experiencia y pruebas experimentales preliminares. Aunque este método es válido y ha permitido lograr resultados satisfactorios, no se profundizó en estrategias sistemáticas o automatizadas de sintonización. Como línea futura, se sugiere abordar este problema utilizando técnicas de optimización multiobjetivo, análisis de sensibilidad paramétrica, o incluso métodos de aprendizaje por refuerzo que ajusten los valores de q y r en función del comportamiento observado del sistema. Este enfoque permitiría balancear de forma más precisa el compromiso entre calidad del seguimiento y economía de energía en escenarios reales.
- La tesis se apoyó en un esquema de observador lineal de estado extendido (LESO) de tipo actual, cuya sintonización fue realizada mediante una estrategia básica fundamentada en el análisis del ancho de banda deseado. Si bien los resultados obtenidos fueron altamente satisfactorios, existe un amplio espectro de técnicas para el ajuste fino de observadores que no fueron exploradas. Por ejemplo, la incorporación de métodos basados en criterios de H -infinito, optimización convexa, o adaptabilidad en tiempo real, podrían permitir mejorar la estimación frente a condiciones no estacionarias o dinámicas altamente inciertas. La investigación de dichas estrategias constituiría una extensión natural del trabajo actual, con potencial de aportar mejoras significativas en robustez y precisión del esquema general.
- Una demostración matemática completa de la estabilidad del esquema FMPC no fue abordada en esta tesis, debido a que el enfoque principal fue de validación práctica y conceptual del diseño. No

obstante, se reconoce la relevancia de establecer una prueba formal que respalde teóricamente los resultados observados. Para ello, se propone el uso de herramientas de análisis como la teoría de Lyapunov en sistemas discretos, análisis de pasividad, o métodos de pequeños lazos (small-gain theorem) que permitan formular condiciones suficientes de estabilidad robusta en presencia de estimaciones dinámicas e incertidumbre. Cabe destacar que los resultados experimentales obtenidos ofrecen una fuerte evidencia de que el sistema es estable bajo condiciones realistas, lo cual constituye un parteaguas valioso. De hecho, estos resultados no sólo justifican la viabilidad del esquema propuesto, sino que ofrecen un punto de partida concreto y motivador para futuras investigaciones más formales en este sentido.

- Aunque el trabajo se enfocó en un sistema SISO (una entrada, una salida) por razones prácticas y de claridad metodológica, la arquitectura propuesta fue cuidadosamente diseñada para que su extensión a sistemas MIMO sea directa. Tanto el LESO como el bloque MPC desarrollado pueden ser formulados en espacios de estados generalizados, permitiendo su aplicación a sistemas con múltiples variables de control y de salida. Esto abre la puerta a estudios orientados a sistemas más complejos, como manipuladores robóticos, plataformas autónomas, o procesos industriales multivariados. La capacidad de escalar el esquema sin una reestructuración fundamental del controlador habla de la generalidad y versatilidad de la solución propuesta, consolidando así su relevancia como una metodología robusta y adaptable.

APÉNDICES

Preliminares del diseño FMPC

A.1. Operador de selección

El **operador de selección** $\Pi_i^{(n_u, N)}$ (con $i \in \{1, \dots, N\}$) se define como la matriz que extrae el i -ésimo bloque de n_u componentes dentro de la secuencia de control apilada $\tilde{\mathbf{u}}(k) = [\mathbf{u}^\top(k) \ \mathbf{u}^\top(k+1) \ \dots \ \mathbf{u}^\top(k+N-1)]^\top \in \mathbb{R}^{Nn_u}$,

$$\boxed{\Pi_i^{(n_u, N)} \triangleq \mathbf{e}_i^\top \otimes \mathbf{I}_{n_u} \in \mathbb{R}^{n_u \times Nn_u}}, \quad (\text{A.1})$$

donde \mathbf{e}_i es el i -ésimo vector canónico de \mathbb{R}^N , \mathbf{I}_{n_u} es la matriz identidad de orden n_u y \otimes denota el producto de Kronecker.

En forma de bloque:

$$\Pi_i^{(n_u, N)} = \begin{pmatrix} \underbrace{\mathbf{0}_{n_u \times (i-1)n_u}}_{\text{ceros}} & \mathbf{I}_{n_u} & \underbrace{\mathbf{0}_{n_u \times (N-i)n_u}}_{\text{ceros}} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.2})$$

Fundamentalmente

$$\Pi_i^{(n_u, N)} \tilde{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{u}(k+i-1), \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \quad (\text{A.3})$$

lo que justifica su denominación como operador de selección dentro de la formulación predictiva.

La misma construcción es válida para *cualquier* vector apilado de bloques de dimensión fija. Sea n la dimensión del estado $\mathbf{x}(k)$ y defínase

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \mathbf{x}(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(k+N) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{Nn}, \quad (\text{A.4})$$

se tiene que

$$\Pi_i^{(n, N)} = \begin{pmatrix} \underbrace{\mathbf{0}_{n \times (i-1)n}}_{\text{ceros}} & \mathbf{I}_n & \underbrace{\mathbf{0}_{n \times (N-i)n}}_{\text{ceros}} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.5})$$

Asimismo,

$$\Pi_i^{(n, N)} \tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k+i) \iff \text{“toma el } i\text{-ésimo estado predicho”}. \quad (\text{A.6})$$

A.1.1. Uso conjunto con la secuencia de controles

Es posible emplear el mismo símbolo $\Pi_i^{(m,N)}$ indicando entre paréntesis la dimensión m del bloque que se desea seleccionar:

- Para controles: $m = n_u \Rightarrow \Pi_i^{(n_u, N)} \tilde{\mathbf{u}}(k) = \mathbf{u}(k + i - 1)$.
- Para estados: $m = n \Rightarrow \Pi_i^{(n_x, N)} \tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{x}(k + i)$.

Así, el operador de selección resulta polimórfico: basta ajustar m al tamaño del bloque (estados, salidas, controles o cualquier otra señal apilada) para recuperar el elemento deseado dentro del horizonte de predicción.

El algoritmo 4 permite calcular $\Pi_i^{(n_x, N)}$ para parámetros dados.

A.2. Parametrización del control

Con el objetivo de disminuir la cantidad de variables de decisión sin afectar el desempeño del sistema de control, se adopta una estrategia de parametrización reducida sobre la secuencia de entrada. Sea N el horizonte de predicción, y defínase la secuencia de control como

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) \triangleq \left(u(k) \quad u(k+1) \quad \cdots \quad u(k+N-1) \right)^\top \in \mathbb{R}^N. \quad (\text{A.7})$$

En lugar de optimizar directamente sobre los N elementos de esta secuencia, se introduce una matriz de parametrización $\Pi_r \in \mathbb{R}^{N \times n_p}$ que permite reescribir la secuencia como

$$\tilde{\mathbf{u}}(k) = \Pi_r \mathbf{p}(k), \quad (\text{A.8})$$

donde $\mathbf{p}(k) \in \mathbb{R}^{n_p}$ representa un vector con menor número de parámetros libres. Por ejemplo, puede considerarse una parametrización por bloques en la que el primer valor es constante, el segundo es un promedio intermedio, y el resto mantiene un valor común:

$$\Pi_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{10 \times 2}. \quad (\text{A.9})$$

A partir de esta reducción, las matrices involucradas en la formulación del problema de optimización—como el hessiano \mathbf{H} , el vector de gradiente \mathbf{F} o las restricciones \mathbf{A}_{ineq} —se actualizan mediante

transformaciones de la forma:

$$\mathbf{H}_r = \Pi_r^\top \mathbf{H} \Pi_r, \quad \mathbf{F}_r = \Pi_r^\top \mathbf{F}, \quad (\text{A.10})$$

$$\mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(r)} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{\text{ineq}} \Pi_r \\ -\Pi_r \\ \Pi_r \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_{\text{ineq}}^{(r)} = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_{\text{ineq}} \\ -\tilde{u}_{\min} \\ \tilde{u}_{\max} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.11})$$

Este tipo de parametrización permite simplificar significativamente el problema de control predictivo, lo que resulta especialmente útil en implementaciones embebidas o en tiempo real donde los recursos computacionales son limitados [27].

A.3. Optimización por gradiente con expansión y penalizaciones saturadas

La secuencia de control óptima se determina resolviendo un problema cuadrático restringido mediante un esquema de descenso por gradiente proyectado, enriquecido con expansión adaptativa y penalización suave de las restricciones. El problema de optimización se plantea como:

$$\min_{\mathbf{p} \in \mathbb{R}^{n_p}} J(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \mathbf{p}^\top \mathbf{H}_r \mathbf{p} + \mathbf{F}_r^\top \mathbf{p}, \quad \text{sueto a } \mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(r)} \mathbf{p} \leq \mathbf{B}_{\text{ineq}}^{(r)}, \quad \mathbf{p}_{\min} \leq \mathbf{p} \leq \mathbf{p}_{\max}. \quad (\text{A.12})$$

Para facilitar su resolución en tiempo real, las restricciones se incorporan al funcional objetivo mediante términos de penalización cuadrática con saturación, lo que da lugar al costo aumentado:

$$J_\rho(\mathbf{p}) = J(\mathbf{p}) + \sum_{i=1}^{n_g} \rho_i \left(\max \left\{ 0, \left[\mathbf{A}_{\text{ineq}}^{(r)} \mathbf{p} - \mathbf{B}_{\text{ineq}}^{(r)} \right]_i \right\} \right)^2, \quad (\text{A.13})$$

donde $\rho_i > 0$ representa los coeficientes de penalización, ajustables de forma dinámica según el nivel de violación de cada restricción.

El algoritmo de resolución aplica un paso de descenso con expansión adaptativa, proyectando cada iteración sobre el conjunto factible definido por los límites del parámetro:

$$\mathbf{p}^{(i+1)} = \text{Proj}_{[\mathbf{p}_{\min}, \mathbf{p}_{\max}]} \left(\mathbf{p}^{(i)} - \frac{\gamma^{(i)}}{h_{\max}} \nabla J_\rho(\mathbf{p}^{(i)}) \right), \quad (\text{A.14})$$

donde h_{\max} es una cota superior de la norma del hessiano, y $\gamma^{(i)}$ corresponde al factor de avance, el cual se adapta de forma iterativa para favorecer una convergencia más ágil.

La proyección garantiza que cada actualización permanezca dentro del dominio permitido, mientras que la expansión controla el tamaño del paso para evitar estancamientos. Esta estrategia permite resolver el problema cuadrático de forma iterativa, con una carga computacional muy baja, lo que la hace especialmente adecuada para sistemas embebidos o de recursos limitados [27].

B

Algoritmos

Algorithm 1: Cálculo de las matrices de costo para MPC

Entrada: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$,
 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$,
horizonte N ,
pesos $\mathbf{Q}_u \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$,
 $\mathbf{Q}_y \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$,
matriz de salida $\mathbf{C}_r \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$

Salida : $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{Nn_u \times Nn_u}$,
 $\mathbf{F}_1 \in \mathbb{R}^{Nn_u \times n}$,
 $\mathbf{F}_2 \in \mathbb{R}^{Nn_u \times Nn_y}$,
 $\mathbf{F}_3 \in \mathbb{R}^{Nn_u \times n_u}$

// Inicialización de variables auxiliares

```
1  $\Psi_{\text{int}} \leftarrow \mathbf{B}$ ;  
2  $\Phi \leftarrow \mathbf{A}$ ;  
3  $n, n_u \leftarrow$  tamaño de  $\mathbf{B}$ ;  
4  $n_y \leftarrow$  tamaño de  $\mathbf{C}_r$ ;  
5  $n_H \leftarrow N \cdot n_u$ ;  
6  $\mathbf{H} \leftarrow \mathbf{0}_{n_H \times n_H}$ ;  
7  $\mathbf{F}_1 \leftarrow \mathbf{0}_{n_H \times n}$ ;  
8  $\mathbf{F}_2 \leftarrow \mathbf{0}_{n_H \times Nn_y}$ ;  
9  $\mathbf{F}_3 \leftarrow \mathbf{0}_{n_H \times n_u}$ ;  
10 for  $i \leftarrow 1$  to  $N$  do  
    // Construcción de bloques desplazados  
11  $\Psi \leftarrow [\Psi_{\text{int}} \mathbf{0}_{n \times (N-i)n_u}]$ ;  
12  $\Pi_{n_u} \leftarrow P_i(i, n_u, N)$ ;  
13  $\Pi_{n_y} \leftarrow P_i(i, n_y, N)$ ;  
    // Actualización de  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{F}_j$   
14  $\mathbf{H} \leftarrow \mathbf{H} + (\mathbf{C}_r \Psi)^T \mathbf{Q}_y (\mathbf{C}_r \Psi) + \Pi_{n_u}^T \mathbf{Q}_u \Pi_{n_u}$ ;  
15  $\mathbf{F}_1 \leftarrow \mathbf{F}_1 + \Psi^T \mathbf{C}_r^T \mathbf{Q}_y \mathbf{C}_r \Phi$ ;  
16  $\mathbf{F}_2 \leftarrow \mathbf{F}_2 - \Psi^T \mathbf{C}_r^T \mathbf{Q}_y \Pi_{n_y}$ ;  
17  $\mathbf{F}_3 \leftarrow \mathbf{F}_3 + \Pi_{n_u}^T \mathbf{Q}_u$ ;  
    // Propagación de dinámicas  
18  $\Phi \leftarrow \Phi \mathbf{A}$ ;  
19  $\Psi_{\text{int}} \leftarrow [\mathbf{A} \Psi_{\text{int}} \mathbf{B}]$ ;
```

Algorithm 2: Cálculo de las matrices de restricciones para MPC

Entrada: $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$,
 $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$,
 $\mathbf{C}_c \in \mathbb{R}^{n_c \times n}$,
 $\mathbf{D}_c \in \mathbb{R}^{n_c \times n_u}$,
horizonte N ,
límites de salida $\mathbf{y}_{\max}, \mathbf{y}_{\min} \in \mathbb{R}^{N n_c}$,
límites de control $\boldsymbol{\delta}_{\max}, \boldsymbol{\delta}_{\min} \in \mathbb{R}^{N n_u}$

Salida : $\mathbf{A}_{\text{ineq}} \in \mathbb{R}^{4N(n_c+n_u) \times N n_u}$,
 $\mathbf{G}_1 \in \mathbb{R}^{4N(n_c+n_u) \times n}$,
 $\mathbf{G}_2 \in \mathbb{R}^{4N(n_c+n_u) \times n_u}$,
 $\mathbf{G}_3 \in \mathbb{R}^{4N(n_c+n_u)}$

// Inicialización de variables

- 1 $\boldsymbol{\Psi}_{\text{int}} \leftarrow \mathbf{B}$;
- 2 $\boldsymbol{\Phi} \leftarrow \mathbf{A}$;
- 3 $n, n_u \leftarrow$ tamaño de \mathbf{B} ;
- 4 $n_c \leftarrow$ tamaño de \mathbf{C}_c ;
- 5 Inicializar matrices vacías: $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{G}_{1,1}, \mathbf{G}_{3,ij}$;
- 6 **for** $i \leftarrow 1$ **to** N **do**
 - // Construcción de bloques desplazados
 - 7 $\boldsymbol{\Psi} \leftarrow [\boldsymbol{\Psi}_{\text{int}} \mathbf{0}_{n \times (N-i)n_u}]$;
 - 8 $\Pi_{n_u} \leftarrow P_i(i, n_u, N)$;
 - // Restricciones de salida
 - 9 $\mathbf{A}_1 \leftarrow \mathbf{A}_1 \cup (\mathbf{C}_c \boldsymbol{\Psi} + \mathbf{D}_c \Pi_{n_u})$;
 - 10 $\mathbf{G}_{1,1} \leftarrow \mathbf{G}_{1,1} \cup (-\mathbf{C}_c \boldsymbol{\Phi})$;
 - 11 $\mathbf{G}_{3,11} \leftarrow \mathbf{G}_{3,11} \cup \mathbf{y}_{\max}$;
 - 12 $\mathbf{G}_{3,12} \leftarrow \mathbf{G}_{3,12} \cup -\mathbf{y}_{\min}$;
 - // Restricciones de control incremental
 - 13 $\mathbf{A}_2[\text{bloque}_i] \leftarrow I_{n_u}$;
 - 14 **if** $i > 1$ **then**
 - 15 $\mathbf{A}_2[\text{bloque}_i, \text{anterior}] \leftarrow -I_{n_u}$;
 - 16 $\mathbf{G}_{3,21} \leftarrow \mathbf{G}_{3,21} \cup \boldsymbol{\delta}_{\max}$;
 - 17 $\mathbf{G}_{3,22} \leftarrow \mathbf{G}_{3,22} \cup -\boldsymbol{\delta}_{\min}$;
 - // Propagación de dinámicas
 - 18 $\boldsymbol{\Phi} \leftarrow \boldsymbol{\Phi} \mathbf{A}$;
 - 19 $\boldsymbol{\Psi}_{\text{int}} \leftarrow [\mathbf{A} \boldsymbol{\Psi}_{\text{int}} \mathbf{B}]$;

// Duplicación para restricciones simétricas

- 20 $\mathbf{A}_1 \leftarrow [\mathbf{A}_1; -\mathbf{A}_1]$;
- 21 $\mathbf{A}_2 \leftarrow [\mathbf{A}_2; -\mathbf{A}_2]$;
- 22 $\mathbf{G}_{1,1} \leftarrow [\mathbf{G}_{1,1}; -\mathbf{G}_{1,1}]$;
- 23 $\mathbf{G}_{2,2} \leftarrow [I_{n_u}; \mathbf{0}; -I_{n_u}; \mathbf{0}]$;
- // Ensamble final
- 24 $\mathbf{A}_{\text{ineq}} \leftarrow [\mathbf{A}_1; \mathbf{A}_2]$;
- 25 $\mathbf{G}_1 \leftarrow [\mathbf{G}_{1,1}; \mathbf{0}_{2N n_u \times n}]$;
- 26 $\mathbf{G}_2 \leftarrow [\mathbf{0}_{2N n_c \times n_u}; \mathbf{G}_{2,2}]$;
- 27 $\mathbf{G}_3 \leftarrow [\mathbf{G}_{3,11}; \mathbf{G}_{3,12}; \mathbf{G}_{3,21}; \mathbf{G}_{3,22}]$;

Algorithm 3: Ensamblado de estructuras MPC con matrices de costo y restricciones

Entrada: Estructura de datos MPC con

modelo dinámico,
horizonte de predicción N ,
restricciones sobre entradas y salidas

Salida : Nueva estructura MPC_new con matrices:

de costo: $\mathbf{H}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3$,
de restricciones: $\mathbf{A}_{\text{ineq}}, \mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$,
vectores límite: $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{max}}, \tilde{\mathbf{u}}_{\text{min}}$

// Copia inicial de la estructura

```

1 MPC_new ← MPC;

// Cálculo de matrices de costo
2 ( $\mathbf{H}, \mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2, \mathbf{F}_3$ ) ← compute_cost_matrices(MPC);
// Cálculo de matrices de restricciones
3 ( $\mathbf{A}_{\text{ineq}}, \mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2, \mathbf{G}_3$ ) ← compute_constraints_matrices(MPC);

// Asignación de resultados a la estructura
4 MPC_new.H ←  $\mathbf{H}$ , MPC_new.F1 ←  $\mathbf{F}_1$ ;
5 MPC_new.F2 ←  $\mathbf{F}_2$ , MPC_new.F3 ←  $\mathbf{F}_3$ ;
6 MPC_new.Aineq ←  $\mathbf{A}_{\text{ineq}}$ ;
7 MPC_new.G1 ←  $\mathbf{G}_1$ , MPC_new.G2 ←  $\mathbf{G}_2$ ;
8 MPC_new.G3 ←  $\mathbf{G}_3$ ;

// Construcción de límites repetidos para  $\Delta u$ 
9  $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{max}} \leftarrow [ ]$ ,  $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{min}} \leftarrow [ ]$ ;
10 for  $i \leftarrow 1$  to  $N$  do
11    $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{max}} \leftarrow \tilde{\mathbf{u}}_{\text{max}} \cup \text{MPC.}u_{\text{max}}$ ;
12    $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{min}} \leftarrow \tilde{\mathbf{u}}_{\text{min}} \cup \text{MPC.}u_{\text{min}}$ ;
13 MPC_new.utildemax ←  $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{max}}$ , MPC_new.utildemin ←  $\tilde{\mathbf{u}}_{\text{min}}$ ;

```

Algorithm 4: Generación de la matriz de selección (Π_i)

Entrada: Índice $i \in \{1, \dots, N\}$,

dimensión de bloque $n_1 \in \mathbb{N}$,

horizonte $N \in \mathbb{N}$

Salida : $\mathbf{P}_i \in \mathbb{R}^{n_1 \times N n_1}$: matriz de selección por bloques

// Inicialización de matriz nula

```

1  $\mathbf{P}_i \leftarrow \mathbf{0}_{n_1 \times N n_1}$ ;
// Asignación del bloque identidad en la columna correspondiente
2  $\mathbf{P}_i[:, (i-1)n_1+1 : in_1] \leftarrow \mathbf{I}_{n_1}$ ;

```

Algorithm 5: Resolución de QP con penalización saturada por método de gradiente [27]**Entrada:** Estructura QP con:

$\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$: matriz del costo cuadrático,
 $\mathbf{F} \in \mathbb{R}^{n_p}$: vector del término lineal,
 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n_c \times n_p}$, $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n_c}$: restricciones,
 N_{iter} : número de iteraciones,
 \mathbf{p}_0 : condición inicial,
 \mathbf{p}_{\min} , \mathbf{p}_{\max} : límites por saturación,
 ρ_0 , ρ_{\max} , β_{ρ}^+ : parámetros de penalización

Salida : Estructura QP actualizada con \mathbf{p}_{sol} ,
 historial de iteraciones: $\ell_{\text{esp}} \in \mathbb{R}^{n_p \times N_{\text{iter}}}$

// Inicialización

```

1   $\rho \leftarrow \rho_0$ ;
2   $h_{\max}^0 \leftarrow \|\mathbf{H}\|_2$ ;
3   $h_{\max}^g \leftarrow \|\mathbf{A}^T \mathbf{A}\|_2$ ;
4   $n_p \leftarrow$  dimensión de  $\mathbf{H}$ ;
5   $\text{ind}_{\rho} \leftarrow 1$ ,  $\gamma \leftarrow \gamma_{\min} \leftarrow 1,2$ ;
6   $\beta_+ \leftarrow 1,8$ ,  $\beta_- \leftarrow 0,4$ ;
7   $\ell_{\text{esp}}[:, 1] \leftarrow \mathbf{p}_0$ ;

8  for  $k \leftarrow 1$  to  $N_{\text{iter}} - 1$  do
9     $h_{\max} \leftarrow h_{\max}^0 + 2\rho h_{\max}^g$ ;
10   if  $\text{ind}_{\rho} = n_p$  then
11      $\rho \leftarrow \min(\rho_{\max}, \beta_{\rho}^+ \cdot \rho)$ ,  $\text{ind}_{\rho} \leftarrow 1$ ;
    // Cálculo del gradiente penalizado
12    $\boldsymbol{\varepsilon} \leftarrow \max(0, \mathbf{A} \ell_{\text{esp}}[:, k] - \mathbf{B})$ ;
13    $\mathbf{G} \leftarrow \mathbf{H} \ell_{\text{esp}}[:, k] + \mathbf{F} + 2\rho \mathbf{A}^T \boldsymbol{\varepsilon}$ ;
    // Paso de gradiente clásico y acelerado
14    $\mathbf{p}^{(1)} \leftarrow \ell_{\text{esp}}[:, k] - \frac{1}{h_{\max}} \mathbf{G}$ ;
15    $\mathbf{p}^{(2)} \leftarrow \ell_{\text{esp}}[:, k] - \frac{\gamma}{h_{\max}} \mathbf{G}$ ;
    // Evaluación de funciones de costo
16    $\mathcal{J}_1 \leftarrow \frac{1}{2} \mathbf{p}^{(1)T} \mathbf{H} \mathbf{p}^{(1)} + \mathbf{F}^T \mathbf{p}^{(1)} + \rho \|\max(0, \mathbf{A} \mathbf{p}^{(1)} - \mathbf{B})\|^2$ ;
17    $\mathcal{J}_2 \leftarrow \frac{1}{2} \mathbf{p}^{(2)T} \mathbf{H} \mathbf{p}^{(2)} + \mathbf{F}^T \mathbf{p}^{(2)} + \rho \|\max(0, \mathbf{A} \mathbf{p}^{(2)} - \mathbf{B})\|^2$ ;
    // Actualización con decisión adaptativa
18   if  $\mathcal{J}_1 < \mathcal{J}_2$  then
19      $\ell_{\text{esp}}[:, k+1] \leftarrow \mathbf{p}^{(1)}$ ;
20      $\gamma \leftarrow \max(\gamma_{\min}, \beta_- \cdot \gamma)$ ;
21   else
22      $\ell_{\text{esp}}[:, k+1] \leftarrow \mathbf{p}^{(2)}$ ;
23      $\gamma \leftarrow \beta_+ \cdot \gamma$ ;
    // Saturación de la solución
24   for  $j \leftarrow 1$  to  $n_p$  do
25      $\ell_{\text{esp}}[j, k+1] \leftarrow \min(p_{\max}^{(j)}, \max(p_{\min}^{(j)}, \ell_{\text{esp}}[j, k+1]))$ ;
26    $\text{ind}_{\rho} \leftarrow \text{ind}_{\rho} + 1$ ;

// Guardar resultado final
27 QP.rho0  $\leftarrow \rho$ ;
28 QP.psol  $\leftarrow \ell_{\text{esp}}[:, N_{\text{iter}}]$ ;

```

Diagrama de bloques para simulación

En el presente apéndice se muestran los diagramas de bloques fundamentales programados en MATLAB/SIMULINK para realizar la simulación del control del sistema LBS con el enfoque FMPC. Por un lado, en la Figura C.1 se puede apreciar la pantalla principal del programa. Ahí se encuentran alojados cada uno de los bloques utilizados para la simulación del control propuesto, como el observador, el controlador principal, la adición de las señales para obtener el control total, el arreglo que inyecta la perturbación deseada, así como bloques que permiten el monitoreo de la evolución de cada variable de interés. Por otro lado, en la Figura C.2, se encuentra descrito el diagrama de bloques del programa que se encarga de resolver el problema QP que genera la señal de control que posteriormente es compensada por el observador de la Figura C.1.

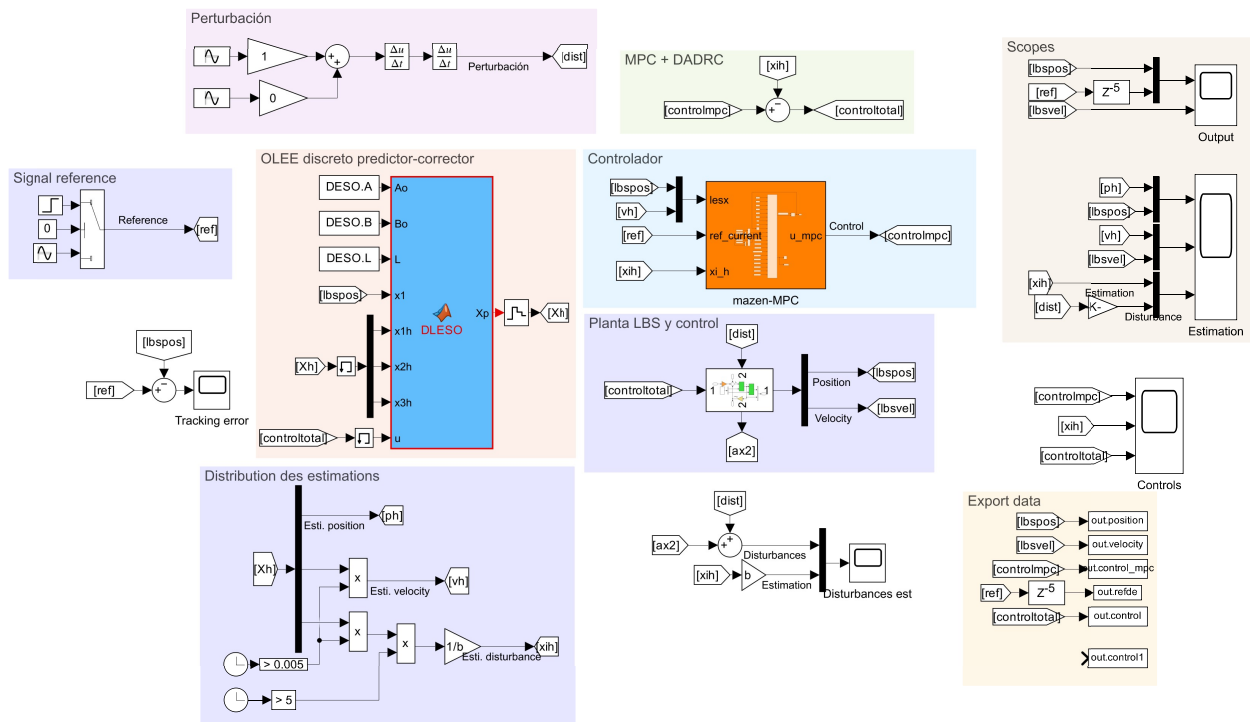


Figura C.1: Diagrama de bloques principal del programa en Simulink.

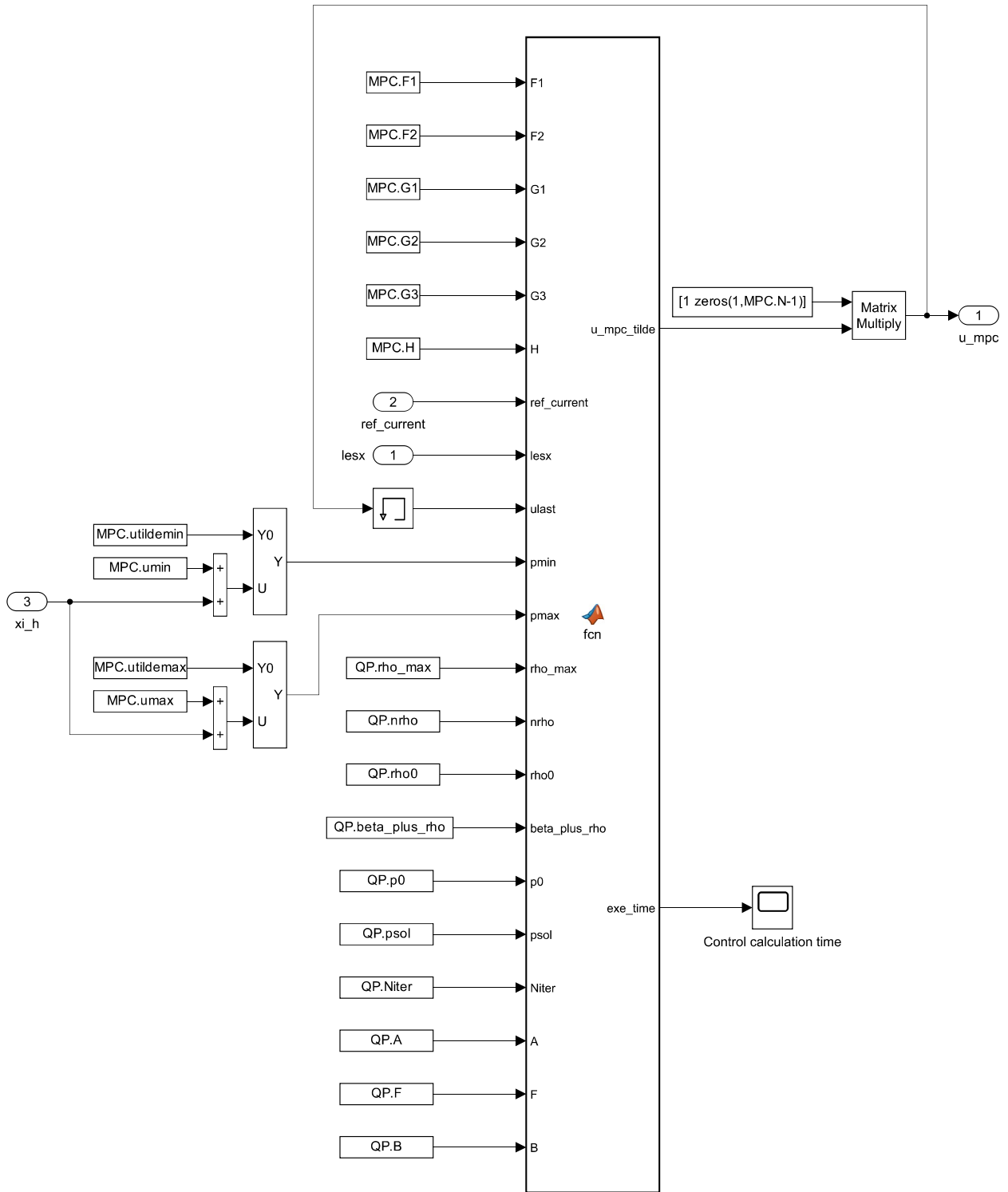


Figura C.2: Diagrama de bloques del problema QOP en Simulink.

D

Diagrama de bloques para implementación

En este apéndice se presentan los diagramas de bloques fundamentales programados en MATLAB/SIMULINK para realizar la implementación del control del sistema LBS, sobre la plataforma experimental de QUANSER, con el enfoque FMPC. Primeramente, en la Figura C.1 se puede apreciar la pantalla principal del programa. En la Figura D.2 se describe al selector que permite cambiar de controlador en tiempo real. Posteriormente, en la Figura D.3 se detalla el diagrama de bloques del controlador propuesto en el presente trabajo. Finalmente, se muestra, en la Figura D.4, el diagrama de bloques del programa que se encarga de resolver el problema QP que genera la señal de control que posteriormente es compensada por el observador de la Figura D.3.

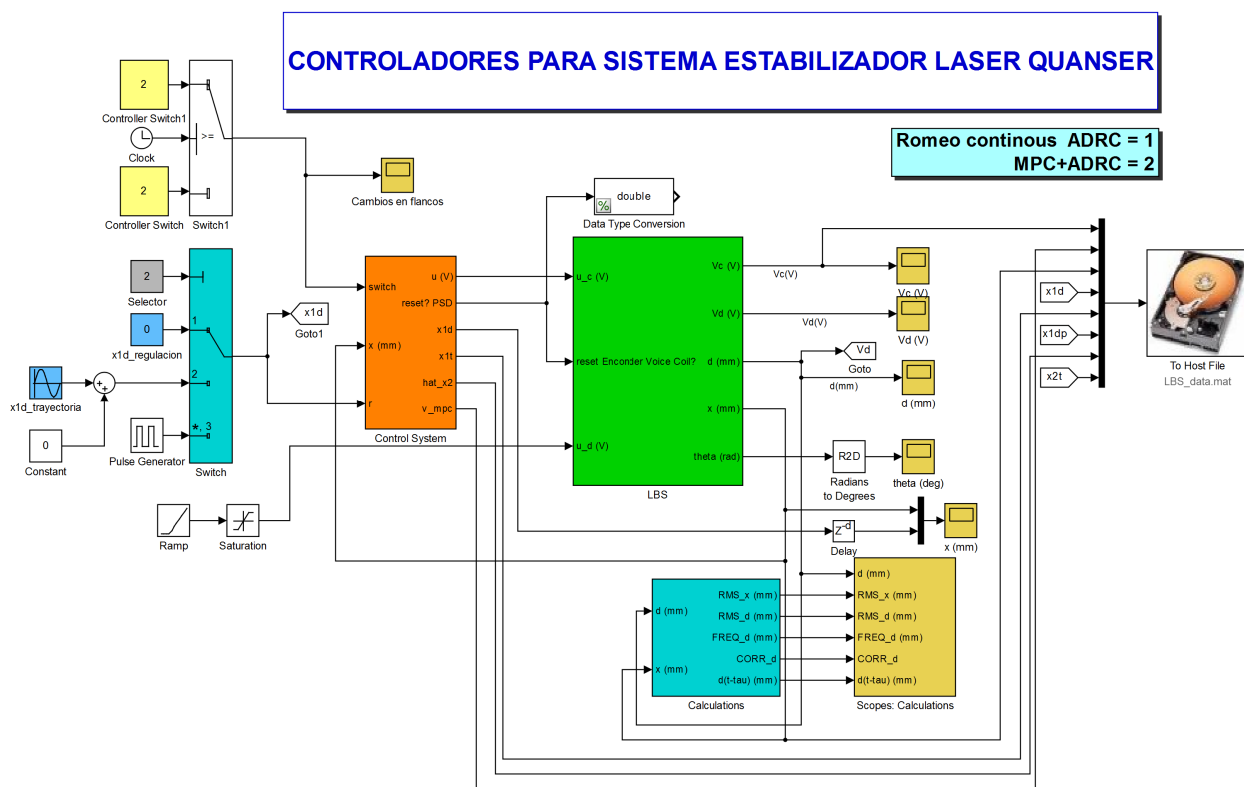


Figura D.1: Diagrama de bloques principal del programa en Simulink para la implementación.

Subsistema: Selector de Controlador

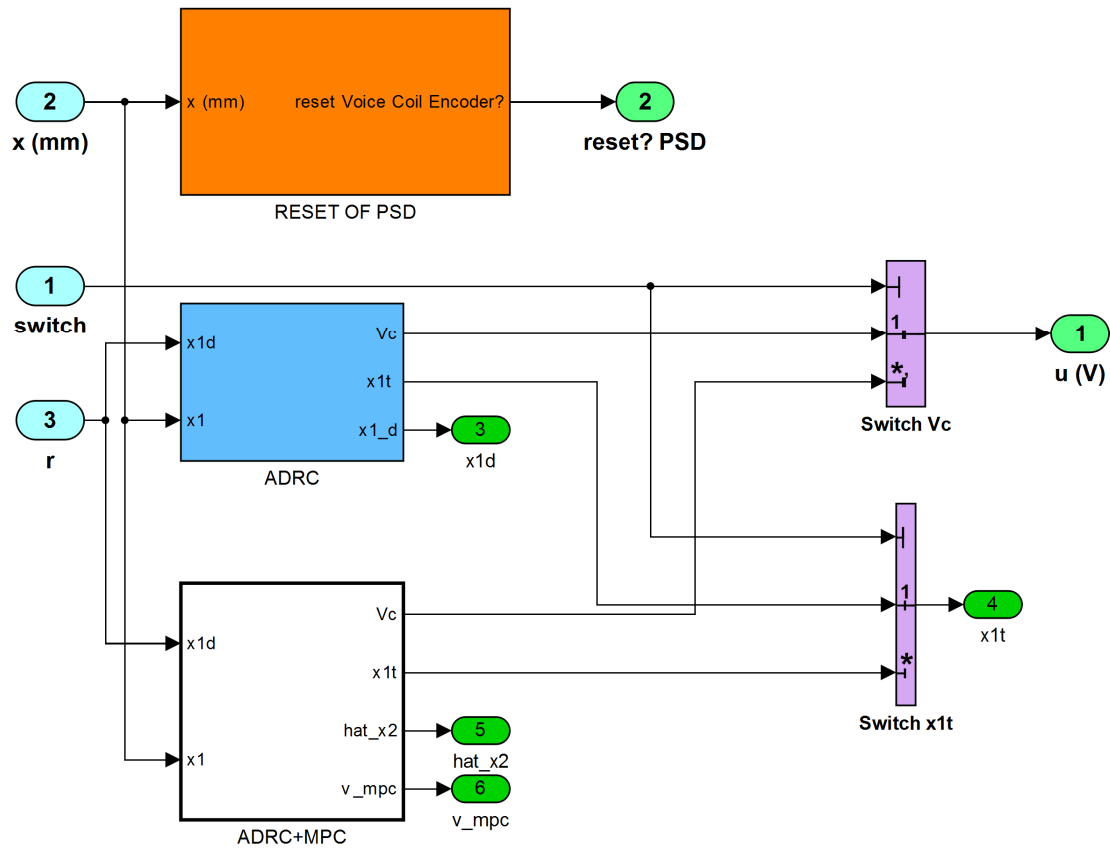


Figura D.2: Diagrama de bloques del selector de controlador en Simulink para la implementación.

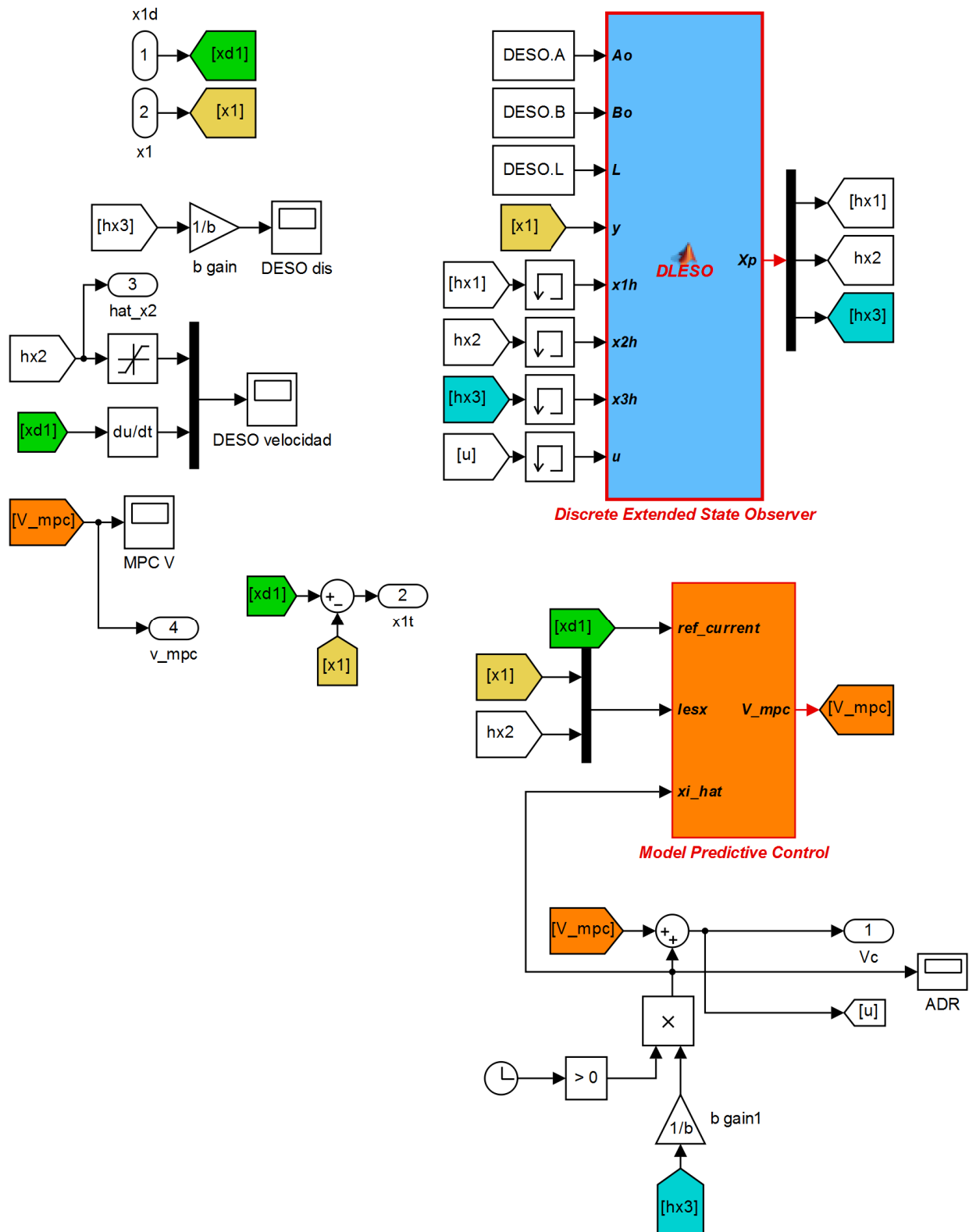


Figura D.3: Diagrama de bloques del controlador propuesto FMPC en Simulink para la implementación.

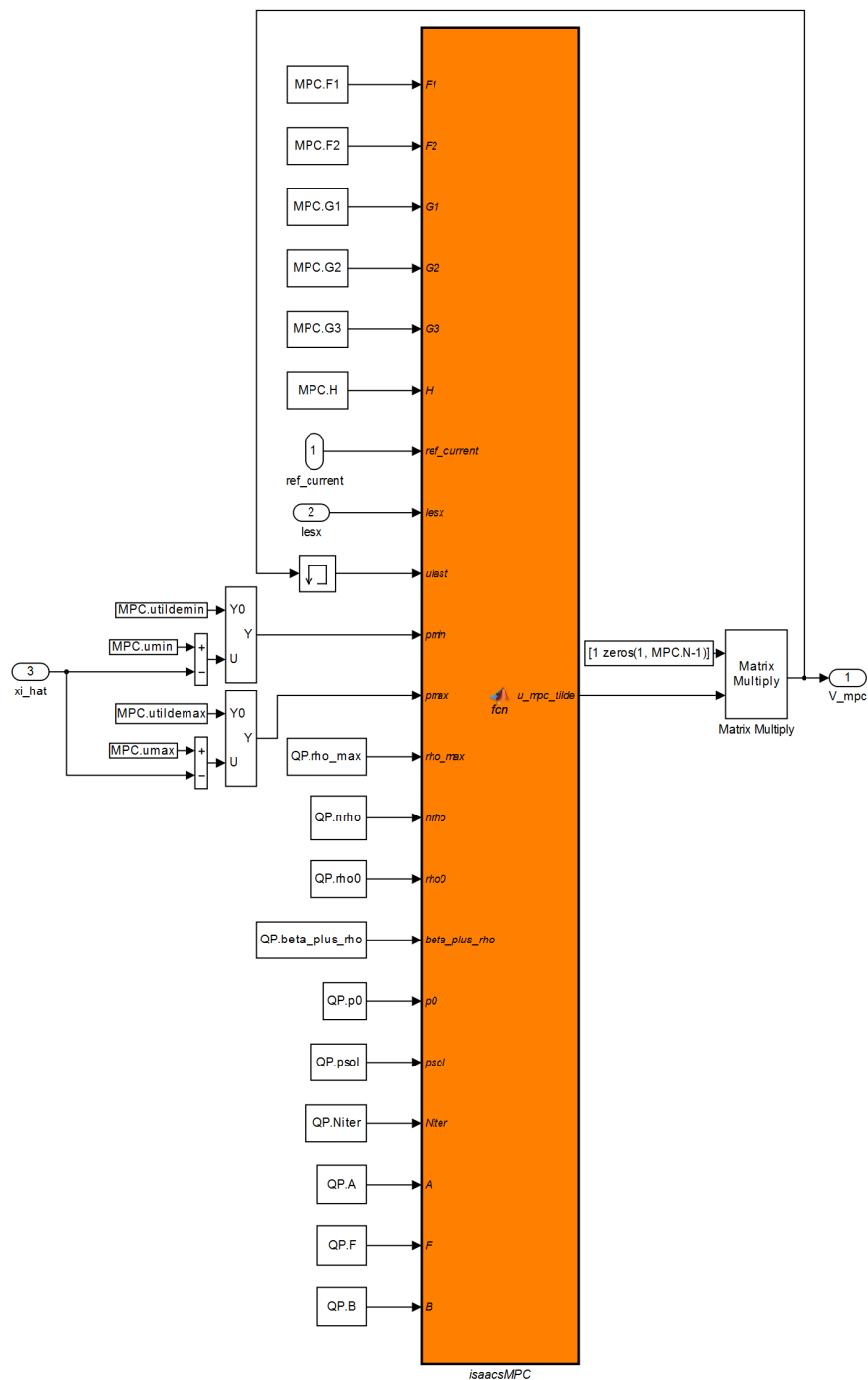


Figura D.4: Diagrama de bloques del problema QOP en Simulink para la implementación.

Productos realizados y participación en eventos

En este último apéndice, se presentan los productos realizados durante la elaboración de este trabajo de tesis. Primero se elaboró el artículo titulado *Discrete implementation of an extended state observer for a Laser Beam System (LBS): simulations and experimental results*, presentado en el Congreso Nacional de Control Automático 2024, organizado por la Asociación de México de Control Automático (AMCA). Posteriormente, se elaboró un artículo para la revista *Control Theory and Technology*, de la editorial Springer, para la emisión, por publicar, titulada *Special Issue on ADRC: New ADRC developments in Ibero-America*.



(a) Constancia de participación en congreso CNCA 2024.



Memorias del 2024 Congreso Nacional de Control Automático
8-11 de Octubre, 2024, Ciudad de México, México.
Copyright AMCA, ISSN: 2594-2492

Discrete implementation of an extended state observer for a Laser Beam System (LBS): simulations and experimental results *

R. I. Vázquez-Cruz, J. F. Guerrero-Castellanos,^{*}
E. Castellanos-Velasco.^{*}

^{*} Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP),
Facultad de Ciencias de la Electrónica, Puebla, México
(e-mail: vez23470452@alm.buap.mx).

Abstract:

This paper explores the discrete implementation of an Extended State Observer (ESO) for a Laser Beam Stabilization (LBS) system, presenting both simulation and experimental results. The study compares a conventionally discretized ESO with a predictor-corrector ESO within a PD control scheme, aiming to reject disturbances and improve real-time performance. The predictor-corrector ESO demonstrates superior disturbance estimation and compensation capabilities, significantly enhancing the precision of laser beam positioning. This implementation lays the groundwork for integrating Active Disturbance Rejection Control (ADRC) with Model Predictive Control (MPC) in a modular approach for advanced optomechatronic systems.

Keywords: LBS system, Extended State Observer (ESO), Active Disturbance Rejection Control (ADRC), real-time performance, opto mechatronics.

1. INTRODUCCIÓN

El láser es un dispositivo óptico que genera un haz coherente y altamente dirigido mediante la emisión estimulada de radiación, donde átomos o moléculas producen fotones con la misma fase y dirección de propagación (Kamamey-Asibu, 2023). En la actualidad, en diversos campos y aplicaciones que requieren láseres de alta precisión y estabilidad, como comunicaciones ópticas, energía dirigida, cirugía, procesos industriales, astronomía, entre otros, los sistemas de control dedicados a la estabilización y posicionamiento del haz láser (Laser Beam Stabilization, LBS) son altamente relevantes (Quanser, 2010; Alizadegan et al., 2018; Deng et al., 2020). Estos sistemas son imprescindibles para garantizar el funcionamiento óptimo y la eficiencia de una amplia gama de dispositivos y procesos que dependen de la manipulación precisa de sistemas ópticos adaptativos (Kim et al., 2004).

En sistemas donde es crucial regular y seguir con precisión la posición y dirección del haz láser, surge un desafío considerable. Esta tarea implica manejar la trayectoria del haz en tiempo real de manera efectiva, ajustándola según las exigencias específicas del sistema. Frecuentemente, las perturbaciones generadas por factores externos, como el movimiento o la vibración de la plataforma donde está instalado el sistema (producidas por ventiladores, bombas de agua, pasos, entre otros ejemplos), introducen señales de baja frecuencia en las mediciones. Asimismo, la temperatura puede afectar dispositivos críticos como los amplificadores de potencia, cuyos errores tienden a variar más lentamente debido a su sensibilidad térmica (Quanser, 2010; Deng et al., 2020). Estas perturbaciones dinámicas modifican el comportamiento del sistema, afectando negativamente la precisión de la posición del haz láser (Kim et al., 2004). Además, en aplicaciones de alta precisión el acoplamiento entre componentes mecánicos, las variaciones en la alimentación del actuador y la incertidumbre en los parámetros influyen en la capacidad para lograr un control robusto de la posición y velocidad del sistema servo actuado (Tran and Hwang, 2020).

En las últimas décadas, la investigación ha profundizado en el diseño y evaluación de esquemas de control para servosistemas, como el propuesto en este trabajo. Ejemplos de ello incluyen el control adaptativo (Kim et al., 2004; Pérez Arancibia, 2006), el método de ponderación de frecuencias (Pérez-Arancibia et al., 2009), el controlador basado en PID (Lanús et al., 2011), el control PID de orden fraccionario (Al-Alvayn et al., 2017), enfoques H_∞ (Martínez et al., 2009; Alizadegan et al., 2018), el control de resonancia integral (Yue and Song, 2015), el control no lineal basado en contracción (González-Romero et al., 2020), el control por rechazo activo de perturbaciones (Guerrero-Castellanos and González-Romero, 2021), y métodos similares.


^{*} El primer autor agradece la beca de maestría otorgada por el CONACYT, México.

<https://doi.org/10.58571/CNCA.AMCA.2024.095>

(b) Artículo publicado.

Figura E.1: Evidencias del primer producto elaborado.

Control Theory and Technology



Frugal Model Predictive Control and Active Disturbance Rejection for Laser Beam Steering Systems

Journal:	Control Theory and Technology
Manuscript ID:	Draft
Manuscript Type:	Paper
Date Submitted by the Author:	n/a
Complete List of Authors:	Vázquez-Cruz, Rafael Isaac; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Faculty of Electronics Sciences Castellanos-Velasco, Ernesto ; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Faculty of Electronics Sciences Guerrero-Castellanos, José Fermi; Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Faculty of Electronics Sciences
Keywords:	Frugal Model Predictive Control (FMPC), Active Disturbance Rejection Control (ADRC), Laser Beam steering System (LBS), Real-Time application, constrained systems
Speciality:	Motion control

SCHOLARONE™
Manuscripts

<https://mc03.manuscriptcentral.com/ctt>

Page 1 of 23

Control Theory and Technology

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60

Frugal Model Predictive Control and Active Disturbance Rejection for Laser Beam Steering Systems

R.I. Vázquez-Cruz[†], E. Castellanos-Velasco[†],
J.F. Guerrero-Castellanos ^{*†}

Faculty of Electronics, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), 18 sur and Av. San Claudio, Puebla, 72450, Puebla, Mexico.

^{*}Corresponding author(s). E-mail(s): fermi.guerrero@correo.buap.mx;
Contributing authors: vc223470452@alm.buap.mx;
ernesto.castellanos@correo.buap.mx;

[†]These authors contributed equally to this work.

Abstract

This paper aims to fuse two well-established and, at the same time, opposed control techniques, namely, model predictive control (MPC) and active disturbance rejection control (ADRC), to develop a dynamic motion controller for a laser beam steering system. The proposed technique uses the ADRC philosophy to lump disturbances and model uncertainties into a total disturbance. Then, the total disturbance is estimated via a discrete extended state disturbance observer (ESO), and it is used to 1) handle the system constraints in a quadratic optimization problem and 2) injected as a feedforward term to the plant to reject the total disturbance, together with the feedback term obtained by the MPC. The main advantage of the proposed approach is that the MPC is designed based on a straightforward integrator chain model such that a simple convex optimization problem is performed. Several experiments show the real-time closed-loop performance regarding trajectory tracking and disturbance rejection. Owing to simplicity, the self-contained approach MPC+ESO becomes a Frugal MPC (FMPC), which is computationally economical, adaptable, efficient, resilient, and suitable for applications where on-board computational resources are limited.

Keywords: Frugal Model Predictive Control (FMPC), Active Disturbance Rejection Control (ADRC), Laser Beam steering System (LBS), Real-Time application, constrained systems

2

<https://mc03.manuscriptcentral.com/ctt>

(a) Envío de artículo para revisión.

(b) Artículo en revisión.

Figura E.2: Evidencias del segundo producto elaborado.

Bibliografía

- [1] Elijah Kannatey-Asibu. *Principles of Laser Materials Processing: Developments and Applications*. Wiley, ene. de 2023 (vid. pág. 1).
- [2] Hui Chang et al. «Laser beam pointing stabilization control through disturbance classification». En: *Sensors* 21.6 (2021), pág. 1946 (vid. págs. 1, 12).
- [3] A. Alizadegan et al. «Robust H_∞ control of miniaturized optical image stabilizers against product variabilities». En: *Control Engineering Practice* 80 (2018), págs. 70-82 (vid. págs. 1, 7).
- [4] N.O. Perez-Arancibia, J.S. Gibson y Tsu-Chin Tsao. «Frequency-Weighted Minimum-Variance Adaptive Control of Laser Beam Jitter». En: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 14.3 (jun. de 2009), págs. 337-348. doi: [10.1109/tmech.2009.2017532](https://doi.org/10.1109/tmech.2009.2017532) (vid. pág. 1).
- [5] T. Landolsi, R. Dhaouadi y O. Aldabbas. «Beam-stabilized optical switch using a voice-coil motor actuator». En: *Journal of the Franklin Institute* 348.1 (2011), págs. 1-11 (vid. pág. 1).
- [6] Newport Corp. *Controller/Driver (FSM-300 Series)*, Newport Corp. 2018 (vid. pág. 1).
- [7] Thorlabs. *Position-Sensing Detector, PDQ80A*. 2005 (vid. pág. 1).
- [8] John J. Martinez, Olivier Sename y Alina Voda. «Modeling and robust control of Blu-ray disc servo-mechanisms». En: *Mechatronics* 19.5 (ago. de 2009), págs. 715-725. doi: [10.1016/j.mechatronics.2009.02.006](https://doi.org/10.1016/j.mechatronics.2009.02.006) (vid. pág. 1).
- [9] K.A. Konadu et al. «Robust positioning of laser beams using proportional integral derivative and based observer-feedback control». En: *American Journal of Applied Sciences* 10.4 (2013), pág. 374 (vid. pág. 1).
- [10] B-S. Kim, S.Gibson y T-C. Tsao. «Adaptive control of a tilt mirror for laser beam steering». En: *Proc. of the 2004 American Control Conference*. Jun. de 2004 (vid. pág. 1).
- [11] N.O. Pérez-Arancibia et al. «Variable-order adaptive control of a microelectromechanical steering mirror for suppression of laser beam jitter». En: *Optical Engineering* 45.10 (2006), págs. 1-12 (vid. pág. 1).
- [12] Yuan Yue y Zhuoyue Song. «An integral resonant control scheme for a laser beam stabilization system». En: *2015 IEEE International Conference on Information and Automation*. IEEE, ago. de 2015. doi: [10.1109/icinfa.2015.7279656](https://doi.org/10.1109/icinfa.2015.7279656) (vid. pág. 1).
- [13] A. Al-Alwan et al. «Laser beam pointing and stabilization by fractional-order PID control: Tuning rule and experiments». En: *Proc. of the 2017 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*. Ago. de 2017 (vid. pág. 1).
- [14] D. van Dinther et al. «Overcoming Performance Limitations of Linear Control with Hybrid Integrator-Gain Systems». En: *IFAC-PapersOnLine* 54.5 (2021), págs. 289-294 (vid. págs. 1, 3).
- [15] N. van de Wouw et al. «Performance of convergence-based variable-gain control of optical storage drives». En: *Automatica* 44.1 (2008), págs. 15-27 (vid. pág. 1).

- [16] Yu-Chu Tian, Moses O. Tadé y Jinyu Tang. «A nonlinear PID controller with applications». En: *IFAC Proceedings Volumes* 32.2 (1999), págs. 2657-2661 (vid. pág. 1).
- [17] B. Armstrong, D. Neevel y T. Kusik. «New results in NPID control: Tracking, integral control, friction compensation and experimental results». En: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 9.2 (2001), págs. 399-406 (vid. pág. 1).
- [18] Sudarshan K. Valluru y Madhusudan Singh. «Performance investigations of APSO tuned linear and nonlinear PID controllers for a nonlinear dynamical system». En: *Journal of Electrical Systems and Information Technology* 5.3 (2018), págs. 442-452 (vid. pág. 1).
- [19] Vadim I. Utkin. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer Berlin, Heidelberg, 2011 (vid. pág. 1).
- [20] Yuri Shtessel et al. *Sliding Mode Control and Observation*. Birkhäuser New York, NY, 2014 (vid. pág. 1).
- [21] M. Hernandez-Gonzalez y M. A. Jimenez-Lizarraga. «Real-time laser beam stabilization by sliding mode controllers». En: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 91.9 (2017), págs. 3233-3242 (vid. pág. 1).
- [22] L. L. González-Romeo et al. «Contraction-Based Nonlinear Controller for a Laser Beam Stabilization System Using a Variable Gain». En: *IEEE Control Systems Letters* 5.3 (2021), págs. 761-766 (vid. pág. 1).
- [23] Quanser. *Laser beam stabilization instructor manual*. Quanser Speciality Experiment Series: LBS Laboratory Workbook. 2010 (vid. págs. 2, 8, 10, 11, 27, 31, 37, 38, 40).
- [24] Jan M. Maciejowski. *Predictive Control with Constraints*. Prentice Hall, 2002 (vid. págs. 2, 4, 5).
- [25] Eduardo F. Camacho y Carlos Bordons. *Model Predictive Control*. 2nd. Springer, 2004 (vid. págs. 2, 4, 12, 27).
- [26] James B. Rawlings y David Q. Mayne. *Model Predictive Control: Theory and Design*. Nob Hill Publishing, 2009 (vid. págs. 2, 3, 5, 42, 44).
- [27] M. Alamir. *A Pragmatic Story of Model Predictive Control: Self-Contained Algorithms and Case-Studies*. CreateSpace Independent Publishing Platform, 2013 (vid. págs. 2, 5, 14-17, 19, 30, 31, 55, 60).
- [28] David Q. Mayne et al. *Constrained Model Predictive Control: Stability and Optimality*. Vol. 36. 6. 2000, págs. 789-814 (vid. pág. 2).
- [29] Alberto Bemporad y Manfred Morari. «Robust Model Predictive Control: A Survey». En: *Lecture Notes in Control and Information Sciences* 245 (1999), págs. 207-226. doi: [10.1007/BFb0109873](https://doi.org/10.1007/BFb0109873) (vid. pág. 2).
- [30] Francesco Borrelli, Alberto Bemporad y Manfred Morari. *Predictive Control for Linear and Hybrid Systems*. Cambridge University Press, 2017 (vid. págs. 2, 5).
- [31] Ali Mesbah. «Stochastic Model Predictive Control: An Overview and Perspectives for Future Research». En: *IEEE Control Systems Magazine* 36.6 (2016), págs. 30-44. doi: [10.1109/MCS.2016.2602078](https://doi.org/10.1109/MCS.2016.2602078) (vid. pág. 2).
- [32] Takashi Fukuda y Takaharu Shibata. «Model predictive adaptive control—a neural network approach». En: *IEEE Control Systems Magazine* 11.3 (1991), págs. 49-53. doi: [10.1109/37.76335](https://doi.org/10.1109/37.76335) (vid. pág. 2).

- [33] Jakob Kjøbsted Huusom et al. «Tuning SISO offset-free Model Predictive Control based on ARX models». En: *Journal of Process Control* 22.10 (2012), págs. 1997-2007. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2012.08.007> (vid. pág. 2).
- [34] Ugo Rosolia y Francesco Borrelli. «Learning Model Predictive Control for Iterative Tasks. A Data-Driven Control Framework». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 63.7 (2018), págs. 1883-1896. doi: [10.1109/TAC.2017.2760456](https://doi.org/10.1109/TAC.2017.2760456) (vid. pág. 2).
- [35] Sebastian Karg y Sebastian Lucia. «Efficient representation and approximation of model predictive control laws via deep learning». En: *IEEE Transactions on Cybernetics* 50.9 (2020), págs. 3866-3878. doi: [10.1109/TCYB.2019.2927430](https://doi.org/10.1109/TCYB.2019.2927430) (vid. pág. 2).
- [36] Lars Hewing, Alexander Carron y Melanie N. Zeilinger. «Learning-Based Model Predictive Control: Toward Safe Learning in Control». En: *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems* 3 (2020), págs. 269-296. doi: [10.1146/annurev-control-090419-075625](https://doi.org/10.1146/annurev-control-090419-075625) (vid. pág. 2).
- [37] Gabriele Pannocchia y Alberto Bemporad. «Combined Design of Disturbance Model and Observer for Offset-Free Model Predictive Control». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 52.6 (2007), págs. 1048-1053. doi: [10.1109/TAC.2007.899096](https://doi.org/10.1109/TAC.2007.899096) (vid. pág. 2).
- [38] Urban Maeder, Francesco Borrelli y Manfred Morari. «Linear offset-free Model Predictive Control». En: *Automatica* 45.10 (2009), págs. 2214-2222. doi: <https://doi.org/10.1016/j.automatica.2009.06.005> (vid. pág. 2).
- [39] Huahui Xie et al. «Disturbance Rejection MPC Framework for Input-Affine Nonlinear Systems». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 67.12 (2022), págs. 6595-6610. doi: [10.1109/TAC.2021.3133376](https://doi.org/10.1109/TAC.2021.3133376) (vid. pág. 2).
- [40] Kaihui Wang et al. «Bionic Underwater Vehicle: A Data-Driven Disturbance Rejection Control Framework». En: *IEEE Robotics & Automation Magazine* 31.1 (2024), págs. 18-28. doi: [10.1109/MRA.2023.3328460](https://doi.org/10.1109/MRA.2023.3328460) (vid. pág. 2).
- [41] Zhongqi Sun et al. «Disturbance Rejection MPC for Tracking of Wheeled Mobile Robot». En: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 22.6 (2017), págs. 2576-2587. doi: [10.1109/TMECH.2017.2758603](https://doi.org/10.1109/TMECH.2017.2758603) (vid. pág. 2).
- [42] Michel Fliess y Cédric Join. «Model-free control». En: *International Journal of Control* 86.12 (2013), págs. 2228-2252. doi: [10.1080/00207179.2013.810345](https://doi.org/10.1080/00207179.2013.810345) (vid. págs. 3, 4).
- [43] Hebertt Sira-Ramírez et al. *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems: A Flatness Based Approach*. Inglés. Publisher Copyright: © 2017 Elsevier Inc. All rights reserved. USA: Elsevier Inc., mayo de 2017 (vid. págs. 3, 4, 21-23).
- [44] J.F. Guerrero-Castellanos et al. «Robust Active Disturbance Rejection Control via Control Lyapunov Functions: Application to Actuated-Ankle-Foot-Orthosis». En: *Control Engineering Practice* 80 (nov. de 2018), págs. 49-60. doi: [10.1016/j.conengprac.2018.08.008](https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.08.008) (vid. págs. 3, 5).
- [45] Hebertt Sira-Ramírez et al. *Algebraic Identification and Estimation Methods in Feedback Control Systems*. Inglés. United Kingdom: Wiley, 2014 (vid. pág. 3).
- [46] John Cortés-Romero et al. «Algebraic estimation and active disturbance rejection in the control of flat systems». En: *Control Engineering Practice* 61 (2017), págs. 173-182. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2017.02.009> (vid. págs. 3, 5).

- [47] H. Sira-Ramírez. «From flatness, GPI observers, GPI control and flat filters to observer-based ADRC». En: *Control Theory Technology* 16 (2018), págs. 249-260. doi: <https://doi.org/10.1007/s11768-018-8134-x> (vid. págs. 3, 5, 21).
- [48] Frédéric Lafont et al. «A model-free control strategy for an experimental greenhouse with an application to fault accommodation». En: *Computers and Electronics in Agriculture* 110 (2015), págs. 139-149. doi: <https://doi.org/10.1016/j.compag.2014.11.008> (vid. pág. 3).
- [49] Zejiang Wang y Junmin Wang. «Ultra-local model predictive control: A model-free approach and its application on automated vehicle trajectory tracking». En: *Control Engineering Practice* 101 (2020), pág. 104482. doi: <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2020.104482> (vid. pág. 3).
- [50] Alberto Castillo et al. «Predictive ESO-based control with guaranteed stability for uncertain MIMO constrained systems». En: *ISA Transactions* 112 (jun. de 2021), págs. 161-167. doi: [10.1016/j.isatra.2020.12.014](https://doi.org/10.1016/j.isatra.2020.12.014) (vid. pág. 3).
- [51] Blanca Viviana Martínez Carvajal et al. «Modified Active Disturbance Rejection Predictive Control: A fixed-order state-space formulation for SISO systems». En: *ISA Transactions* 142 (nov. de 2023), págs. 148-163. doi: [10.1016/j.isatra.2023.08.011](https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.08.011) (vid. pág. 3).
- [52] Bruce A Francis y Walter Murray Wonham. «The internal model principle of control theory». En: *Automatica* 12.5 (1976), págs. 457-465 (vid. págs. 3, 5).
- [53] Quanser. *Laser beam stabilization instructor manual*. Quanser Speciality Experiment Series: LBS Laboratory Workbook. Quanser. 2010 (vid. págs. 5, 7, 8).
- [54] Quanser. *Qpide data acquisition device*. 2021 (vid. pág. 5).
- [55] José Fermi Guerrero-Castellanos y L. L. González-Romeo. «Sistema de control de posición mediante rechazo activo de perturbaciones para sistemas ópticos láser». En: *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial* 19.1 (dic. de 2021), págs. 61-73. doi: [10.4995/riai.2021.14852](https://doi.org/10.4995/riai.2021.14852) (vid. pág. 6).
- [56] Jiuqiang Deng et al. «On disturbance rejection control for inertial stabilization of long-distance laser positioning with movable platform». En: *Measurement and Control* 53.7-8 (jul. de 2020), págs. 1203-1217. doi: [10.1177/0020294020935492](https://doi.org/10.1177/0020294020935492) (vid. pág. 7).
- [57] Peter Wizinowich. «Adaptive optics in astronomy». En: *Contemporary Physics* 56.4 (jun. de 2015), págs. 432-450. doi: [10.1080/00107514.2015.1041765](https://doi.org/10.1080/00107514.2015.1041765) (vid. págs. 7, 8).
- [58] T. B. OD. *What to Expect With Laser Cataract Surgery*. En línea: <https://www.verywellhealth.com/laser-cataract-surgery-3421943>. Accedido el 10 de mayo de 2025. 2025 (vid. pág. 7).
- [59] Lingmin He, Katrina Sheehy y William Culbertson. «Femtosecond laser-assisted cataract surgery». En: *Current Opinion in Ophthalmology* 22.1 (ene. de 2011), págs. 43-52. doi: [10.1097/icu.0b013e3283414f76](https://doi.org/10.1097/icu.0b013e3283414f76) (vid. pág. 8).
- [60] PASCO Scientific. *Precision Interferometer · OS-9255A*. 2025. URL: <https://www.pasco.com/products/lab-apparatus/light-and-optics/advanced-optics/precision-interferometer#documents-panel> (visitado 10-05-2025) (vid. pág. 8).
- [61] Electro Optics. *Fibre lasers: 2010–2020 and beyond*. En línea: <https://www.electrooptics.com/feature/fibre-lasers-2010-2020-and-beyond-1>. Accedido el 10 de mayo de 2025. 2025 (vid. pág. 8).

- [62] Lorenzo Lázaro González Romeo. «Control de ganancias variables basado en dinámica convergente con aplicaciones en servomecanismos». Tesis de maestría. 2020 (vid. págs. 10, 11).
- [63] Hamamatsu Photonics. *Two-dimensional PSD S5991-01 Specification Sheet*. Accessed: May 7, 2025. n.d. (Vid. pág. 10).
- [64] Eduardo F. Camacho y Carlos Bordons. *Model Predictive Control in the Process Industry*. 1.^a ed. Advances in Industrial Control. Springer, 1995 (vid. págs. 13, 21, 27, 42).
- [65] C.D. JOHNSON. «A Discrete-Time Disturbance-Accommodating, Control Theory for Digital Control of Dynamical Systems». En: *Advances in Theory and Applications*. Ed. por C.T. LEONDES. Vol. 18. Control and Dynamic Systems. Academic Press, 1982, págs. 223-315. DOI: <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-012718-4.50012-8> (vid. pág. 21).
- [66] Gernot Herbst. «A simulative study on active disturbance rejection control (ADRC) as a control tool for practitioners». En: *Electronics* 2.3 (2013), págs. 246-279 (vid. pág. 22).
- [67] G. F. Franklin, J. D. Powell y M. L. Workman. *Digital Control of Dynamic Systems*. Second. Electrical and Computer Engineering; Control Engineering. A SRL reference. Reading Massachusetts: Addison-Wesley, 1990 (vid. págs. 24-26).
- [68] Gernot Herbst y Rafal Madonski. *Active Disturbance Rejection Control: From Principles to Practice*. Springer Nature Switzerland, 2025 (vid. págs. 24-26).
- [69] Katsuhiko Ogata. *Sistemas de control en tiempo discreto*. Segunda ed. Traducción de: Discrete time control systems. Mexico: Prentice Hall Hispanoamericana, 1996 (vid. pág. 25).
- [70] R. Miklosovic, A. Radke y Zhiqiang Gao. «Discrete implementation and generalization of the extended state observer». En: *2006 American Control Conference*. 2006. DOI: [10.1109/ACC.2006.1656547](https://doi.org/10.1109/ACC.2006.1656547) (vid. pág. 26).
- [71] Jie Li et al. «On convergence of the discrete-time nonlinear extended state observer». En: *Journal of the Franklin Institute* 355.1 (ene. de 2018), págs. 501-519 (vid. pág. 26).
- [72] Eduardo Fernández Camacho y Carlos Bordons. «Control Predictivo: Pasado, Presente y Futuro». En: *Revista Iberoamericana De Automatica E Informatica Industrial* 1 (2004), págs. 5-28 (vid. pág. 27).
- [73] Moritz Diehl. «Optimization Algorithms for Model Predictive Control». En: *Encyclopedia of Systems and Control*. Springer London, 2013, págs. 1-11. DOI: [10.1007/978-1-4471-5102-9_9-1](https://doi.org/10.1007/978-1-4471-5102-9_9-1) (vid. pág. 31).
- [74] Rolf Isermann. *Mechatronic Systems, Fundamentals*. Springer-Verlag London, 2005 (vid. pág. 31).
- [75] Wenxiang Deng y Jianyong Yao. «Adaptive integral robust control and application to electromechanical servo systems». En: *ISA Transactions* 67 (2017), págs. 256-265 (vid. pág. 32).
- [76] Wuweikai Xiang, Shaoze Yan y Jianing Wu. «Dynamic analysis of planar mechanical systems considering stick-slip and Stribeck effect in revolute clearance joints». En: *Nonlinear Dynamics* 95.1 (2019), págs. 321-341 (vid. págs. 32, 44).
- [77] R.I. Vásquez-Cruz, E. Castellanos-Velasco y J.F. Guerrero-Castellanos. «Discrete Implementation of an Extended State Observer for a Laser Beam System (LBS): Simulations and Experimental Results». En: *Memorias del Congreso Nacional de Control Automático 2024*. AMCA. 2024, págs. 560-565. DOI: <https://doi.org/10.58571/CNCA.AMCA.2024.095> (vid. pág. 33).

- [78] Karl Johan Åström y Tore Hägglund. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. ISA - The Instrumentation, Systems y Automation Society, 1995 (vid. pág. 42).
- [79] Kiam Heong Ang, Gregory Chong y Yun Li. «PID control system analysis, design, and technology». En: *IEEE transactions on control systems technology* 13.4 (2005), págs. 559-576 (vid. págs. 42, 44).
- [80] Elmer G Gilbert e Ilya Kolmanovsky. «Fast reference governors for systems with state and control constraints and disturbance inputs». En: *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal* 9.15 (1999), págs. 1117-1141 (vid. pág. 42).
- [81] Charalampos P. Bechlioulis y George A. Rovithakis. «Robust Adaptive Control of Feedback Linearizable MIMO Nonlinear Systems With Prescribed Performance». En: *IEEE Transactions on Automatic Control* 53.9 (oct. de 2008), págs. 2090-2099. DOI: [10.1109/tac.2008.929402](https://doi.org/10.1109/tac.2008.929402) (vid. pág. 42).
- [82] Eric C Kerrigan y Jan M Maciejowski. «Soft constraints and exact penalty functions in model predictive control». En: *Control 2000 Conference, Cambridge*. 2000, págs. 2319-2327 (vid. pág. 42).