



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE
PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

PRODUCCIÓN DE BOSONES DE HIGGS A TRAVÉS DE
DECAIMIENTOS DEL QUARK TOP

T E S I S

PRESENTADA PARA OBTENER EL GRADO DE:

LIC. EN FÍSICA

P R E S E N T A:

RICARDO ALFONSO VELAZCO CASTILLO

A S E S O R:

DR. HÉCTOR NOVALES SÁNCHEZ



FEBRERO 2020

A la memoria de mi padre, mi más grande héroe, y a la mujer más increíble, mi madre ...

Agradecimientos

A mis hermanas y hermano, a mis padres y a toda mi familia, por tanto todos estos años.

A todos mis compañeros, por brindarme su amistad y compartir su conocimiento.

A todos mis profesores, de quienes he aprendido mucho.

A la dra. Irais Bautista Guzmán, al dr. Arturo Fernández Téllez, al dr. J. Jesús Toscano Chávez y al dr. Gerardo Francisco Torres del Castillo, por sus contribuciones a este trabajo.

En particular, agradezco al dr. Héctor Novales Sánchez, por todo su apoyo y enseñanza, gracias a lo cual este trabajo ha sido posible.

Índice general

Agradecimientos	II
1. Introducción	1
1.1. El Modelo Estándar	2
2. El Modelo Estándar en las interacciones electrodébiles	3
2.1. Elementos del Modelo Estándar Electrodébil	3
2.2. Los sectores de norma y escalar	4
2.3. Los sectores de Fermiones	8
3. Contribuciones del Modelo Estándar al decaimiento $t \rightarrow q_u h$	16
3.1. Cinemática del decaimiento	16
3.2. Reglas de Feynman	17
3.3. Expresiones analíticas	20
3.4. Método de Passarino-Veltman	21
3.5. Funciones de Passarino-Veltman	21
3.5.1. Función escalar de dos puntos	21
3.5.2. Función escalar de tres puntos	25
3.6. Matriz CKM	31
3.7. Mecanismo GIM	33
3.8. Cálculo del Branching ratio	34
4. Conclusiones	40

Índice de figuras

3.1. Diagramas del decaimiento $t \rightarrow hq_u$	16
3.2. Propagadores.	17
3.3. Vértices.	18
3.4. Líneas externas.	19
3.5. Suma sobre los quark tipo down.	33

Capítulo 1

Introducción

Toda teoría respetable sobre las partículas elementales se desarrolla dentro del marco de la teoría cuántica de campos, la cual incluye al Modelo Estándar (ME). La teoría cuántica de campos está basada en tres supuestos fundamentales: la validez de la mecánica cuántica, la validez del principio de la relatividad especial (cuando no se incluye la gravedad) y la localidad (es decir, todas las fuerzas fundamentales surgen de procesos locales y no de la acción a distancia). Esos procesos locales incluyen la emisión y absorción de partículas [1]. El primer ejemplo satisfactorio de una teoría cuántica de campos fue la electrodinámica cuántica, la teoría del electrón y el fotón. El electrón es un fermión (esto es, obedece el principio de exclusión de Pauli) y posee una unidad fundamental de carga eléctrica (denominada "negativa"). El fotón es un bosón (en otras palabras, obedece el principio de anti-exclusión) y es eléctricamente neutro [1].

En esta primera parte de esta tesis se habla un poco acerca del Modelo Estándar: como surgió, así como sus aciertos y sus deficiencias, y la importancia que ha tomado a través de los años. El Modelo Estándar puede considerarse en gran medida como una generalización de la electrodinámica cuántica. El electrón y el positrón se suplementan con otros muchos pares fermiónicos partícula-antipartícula, y los fotones con otros cuantos. Así como el fotón es el cuanto o portador de la fuerza electromagnética, los otros cuantos son los mediadores de otras fuerzas fundamentales [1].

En el segundo capítulo se empieza hablando acerca de los componentes del Modelo Estándar Electro débil, es decir, los sectores que lo conforman. Posteriormente, se da una descripción amplia de dichos sectores y sus resultados tras la implementación del mecanismo de Englert-Higgs.

En el tercer capítulo se lleva a cabo el desarrollo y cálculo del *Branching ratio*, empezando por el planteamiento de los posibles modos en que este decaimiento puede ocurrir, así como las expresiones correspondientes. Posteriormente, se implementa el Método de Passarino-Veltman y se procede a resolver las funciones de tres y dos puntos resultantes de ello. Después, se habla de la Matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa, la cual resulta de gran importancia en la implementación del Mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Maiani, que posteriormente se emplea. Finalmente, se expone el cálculo para la expresión correspondiente al decaimiento que nos concierne y se muestran los valores numéricos correspondientes a las funciones de Passarino-Veltman anteriormente encontradas. Todo esto nos permite llegar a los resultados finales deseados, los cuales se exponen en el último capítulo.

1.1. El Modelo Estándar

El interés por la comprensión de los fenómenos naturales que se originan en la física fundamental ha motivado muchas y diversas investigaciones en los niveles teórico, experimental y fenomenológico. Por ahora, la mejor descripción de la física fundamental con la que contamos es el Modelo Estándar de las interacciones fundamentales [2, 3, 4], que es una formulación física basada en la teoría cuántica de campos y construida bajo del principio de simetría [5, 6].

La década actual ha traído consigo descubrimientos muy importantes, como la medición, en el año 2012, de una partícula con masa $\sim 125\text{GeV}$ [7, 8], que es consistente con el famoso bosón de Higgs, generado como consecuencia de un proceso físico conocido como rompimiento espontáneo de simetría [9, 10, 11]. Siendo el campo de Higgs una pieza fundamental del Modelo Estándar, encargada de generar las masas de las partículas elementales, esta medición apunta hacia una confirmación más del éxito de dicha teoría. Empero, otro descubrimiento de gran relevancia, comenzado en 1998 y culminado en el mismo 2012, es la confirmación experimental del fenómeno de las oscilaciones de neutrinos [12, 13, 14, 15], el cual se interpreta convencionalmente como un efecto que ocurre porque las partículas denominadas neutrinos tienen masa y se mezclan [5, 16]. La formulación del Modelo Estándar incluye la suposición de que los neutrinos son partículas sin masa, por lo cual la medición de este fenómeno es una prueba contundente de que hay fenómenos de la física fundamental que no son explicados por nuestra mejor teoría. Y no solo eso, pues existen otros fenómenos físicos, observados experimentalmente, que también quedan fuera de los alcances del Modelo Estándar, como son los casos de la materia oscura y la interacción gravitacional. Las deficiencias del Modelo Estándar no implican que esta teoría sea incorrecta. En realidad nos enseñan que, si bien este modelo es una buena aproximación a una descripción precisa de la naturaleza dentro de cierto rango de escalas de energía, sus alcances están limitados

Con la discusión anterior en mente, consideramos, en el contexto del Modelo Estándar, el decaimiento $t \rightarrow hq_u$, del quark top t en el bosón de Higgs h y el quark de tipo up q_u , que puede ser el quark up, u , o el quark charm, c . Este proceso de decaimiento, que no se genera a nivel de árbol en el Modelo Estándar, sino que surge en dicha teoría, por primera vez, a orden de un lazo, es importante porque proporciona información sobre los acoplamientos tuh y tch , los cuales forman parte de un ambicioso programa de mediciones experimentales que se está llevando a cabo actualmente con el propósito de determinar las propiedades de la partícula de tipo Higgs descubierta por el Gran Colisionador de Hadrones (LHC, por sus siglas en inglés) y definir si esta se trata de la pieza del Modelo Estándar o si es parte de otra teoría. Las Refs. [17, 18, 19, 20, 21, 22] son algunos ejemplos de estudios fenomenológicos de este proceso de decaimiento, que han sido realizados en extensiones del Modelo Estándar. Las colaboraciones ATLAS y CMS, que forman parte del LHC, han realizado búsquedas experimentales de este proceso físico [23, 24], las cuales han sido citadas por el Particle Data Group [25]. En las Refs. [26, 27] se discuten las contribuciones del Modelo Estándar a estos procesos de decaimiento.

Capítulo 2

El Modelo Estándar en las interacciones electrodébiles

2.1. Elementos del Modelo Estándar Electrodébil

Las observaciones experimentales de los fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza nos han llevado a concluir que existen, al menos, cuatro interacciones fundamentales diferentes que ocurren entre los elementos que constituyen a la materia. Dichas interacciones son el electromagnetismo, la interacción débil, la interacción fuerte y la gravedad. El Modelo Estándar de las interacciones fundamentales [28-30] es, actualmente, la mejor descripción de la naturaleza con que contamos. Esta formulación, que comprende la descripción de las interacciones electromagnética, débil y fuerte, goza de sustento experimental [31], de acuerdo con las mediciones proporcionadas por los dispositivos más avanzados con que contamos en la actualidad, y tiene una estructura matemática elegante, basada en el principio de simetría. Empero, merece la pena mencionar que en nuestros días se entiende que el Modelo Estándar no es la teoría más fundamental y última en el sentido de que se conocen fenómenos físicos que no se explican con esta formulación, como son, por ejemplo, las masas no nulas de neutrinos [32, 33], la materia oscura [34, 35] y, desde luego, la interacción gravitacional. Estos y otros aspectos, de tipos experimental y teórico, que quedan fuera del alcance del Modelo Estándar, son el motor que ha impulsado un sinnúmero de investigaciones que tienen el objetivo de hallar la teoría física más completa.

Las formulaciones modernas de la física de las partículas elementales se definen en el marco de la teoría cuántica de campos [36–39]. Los dos elementos principales que determinan a una teoría física dada son sus variables dinámicas y sus simetrías [40]. Las variables dinámicas son los campos, dependientes de las coordenadas del espaciotiempo, que definen a los grados de libertad y que se asocian a las partículas elementales, las cuales se interpretan como cuantos de dichos campos. Por otra parte, las simetrías, definidas como transformaciones que dejan invariante a la acción [36, 41], se caracterizan a través de la teoría de grupos [36, 43, 44]. Hay grupos de simetría diversos que son relevantes en distintas teorías de campos, pero, sin duda, los más importantes son: el grupo de espacio-tiempo y los grupos de norma. La simetría de norma o también invariancia de norma, se refiere transformaciones que rela-

cionan a descripciones de un sistema físico dado que son matemáticamente diferentes, pero que producen los mismos resultados físicos; entonces se puede trabajar en cualquiera de estas normas y la elección de una u otra obedece, en general, solo a motivaciones prácticas. Dicha simetría ocurre en descripciones físicas que involucran a más grados de libertad que aquellos que estrictamente caracterizan a los sistemas correspondientes [44]. La simetría de norma es un concepto profundo e interesante, que forma parte de formulaciones físicas de gran importancia, como es el caso de la teoría electromagnética, donde se distinguen transformaciones de norma que conectan a potenciales electromagnéticos matemáticamente distintos, pero que reproducen las ecuaciones de Maxwell [6, 37, 45, 46]. La discusión desarrollada a lo largo del presente documento se centra en el Modelo Estándar electrodébil (MEE), que es una subteoría del Modelo Estándar, la cual describe, únicamente, a las interacciones débil y electromagnética. Del lado de las variables dinámicas, asociadas a los campos, el MEE involucra a 4 campos vectoriales, 4 campos escalares y 12 campos espinoriales de Dirac. Sobre los grupos de simetría, este modelo se define en el espaciotiempo de Minkowski, 4-dimensional, y es invariante bajo el grupo de Poincaré $ISO(1,3)$, en tanto que la simetría de norma es definida por el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

En el contexto de la teoría clásica de campos, el MEE es caracterizado por una acción, S_{SM} , definida por una densidad Lagrangiana, \mathcal{L}_{SM} , como $S_{SM} = \int d^4x \mathcal{L}_{SM}$. A su vez, la Lagrangiana \mathcal{L}_{SM} se escribe como la suma

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_Y, \quad (2.1)$$

donde los términos Lagrangianos \mathcal{L}_{YM} , \mathcal{L}_S , \mathcal{L}_C y \mathcal{L}_Y reciben, respectivamente, los nombres de sector de Yang-Mills, sector escalar, sector de las Corrientes y sector de Yukawa. Las variables dinámicas que definen al sector de Yang-Mills \mathcal{L}_{YM} son las conexiones de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, también llamadas campos de norma, en tanto que el sector escalar \mathcal{L}_S involucra a los campos de norma antes citados y a un par de campos escalares complejos, organizados en un doblete de $SU(2)_L$. El sector de las Corrientes incluye a conexiones del grupo de norma y a campos espinoriales de Dirac, en tanto que el sector de Yukawa se define en términos de los mismos campos espinoriales y del doblete escalar. En las secciones siguientes se definen estos sectores de la teoría y se detallan e implementan las transformaciones necesarias para establecer la base de eigencampos de masa.

2.2. Los sectores de norma y escalar

Todos los sectores del MEE se construyen bajo criterios de simetría, lo que se traduce en que dichos términos Lagrangianos son invariantes, en particular, ante las transformaciones que constituyen al grupo de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$. El requerimiento de invariancia de norma introduce a las conexiones, que en el caso de esta teoría son los 3 campos vectoriales W_μ^j , con $j = 1, 2, 3$, para $SU(2)_L$ y el campo vectorial B_μ en el caso de $U(1)_Y$. La cualidad, muy importante, que define a los campos de norma son sus leyes de transformación con respecto del grupo de norma, las cuales son [36–39]

$$W_\mu^j(x) \frac{\sigma^j}{2} \rightarrow W_\mu'^j(x) \frac{\sigma^j}{2} = U(x) \left[W_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} + \frac{i}{g_2} \partial_\mu \right] U^\dagger(x), \quad (2.2)$$

$$B_\mu(x) \rightarrow B_\mu'(x) = B_\mu(x) + \frac{1}{g_1} \partial_\mu \alpha(x), \quad (2.3)$$

donde σ^j denota a las matrices de Pauli y donde el índice de norma repetido j indica una suma sobre $j = 1, 2, 3$. El factor g_2 es un número real, conocido como la constante de acoplamiento del grupo $SU(2)_L$. También hay una constante de acoplamiento asociada al grupo $U(1)_Y$, la cual se denota, a lo largo de este escrito, como g_1 . En la Ec. (2.2), $U(x) = \exp\{i\alpha^j(x) \frac{\sigma^j}{2}\}$ es matriz unitaria 2×2 con determinante $+1$, la cual está escrita en términos de las matrices $\frac{\sigma^j}{2}$, hermitianas y de traza nula, que reciben el nombre de generadores de $SU(2)_L$. La matriz $U(x)$ cuenta también con la presencia de los parámetros de norma $\alpha_j(x)$, que son funciones arbitrarias que definen a transformaciones dependientes de las coordenadas del espaciotiempo. Por esta razón, es común referirse a las transformaciones de norma como transformaciones locales. Así, las transformaciones de norma son definidas por 4 parámetros locales $\alpha^j(x)$ y $\alpha(x)$. Las conexiones, a su vez, definen a las curvaturas de Yang-Mills, denotadas como $W_{\mu\nu}$ y $B_{\mu\nu}$, y definidas como [36]

$$W_{\mu\nu}^j(x) = \partial_\mu W_\nu^j - \partial_\nu W_\mu^j + g_2 \epsilon^{jkl} W_\mu^k W_\nu^l, \quad (2.4)$$

$$B_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.5)$$

Además, se introduce un doblete complejo de $SU(2)_L$ con hipercarga Y_ϕ , el cual se denota como $\Phi(x)$ y se define como la matriz columna

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

de dos entradas, cuyas componentes son campos complejos $\phi_k(x)$, dependientes de las coordenadas del espacio-tiempo, y que se transforma bajo el grupo de norma como [38]

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{i \frac{Y_\phi}{2} \alpha(x)} U(x) \Phi(x) = \exp\left[i(\alpha^j(x) \frac{\sigma^j}{2} + \alpha(x) \frac{Y_\phi}{2} \cdot \mathbf{1}_2)\right] \Phi(x). \quad (2.7)$$

Aquí, $\mathbf{1}_2$ denota a la matriz identidad 2×2 . Finalmente, el criterio de la simetría de norma impone la necesidad de definir a la derivada covariante del grupo, D_μ , a la que le corresponde la expresión [38]

$$D_\mu = \partial \cdot \mathbf{1}_2 - ig_2 W_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} - ig_1 B_\mu \frac{Y}{2} \cdot \mathbf{1}_2, \quad (2.8)$$

en la llamada representación fundamental [36]. Aquí, Y es la hipercarga asociada al objeto sobre el cual opera la derivada covariante. Por ejemplo, en $D_\mu \Phi$, la hipercarga que se usa es $Y = Y_\phi$. Desde un punto de vista operativo, la propiedad más importante de la derivada covariante es su ley de transformación, cuando ésta opera sobre algún objeto. En el caso del doblete Φ , por ejemplo, dicha ley es

$$D_\mu \Phi(x) \rightarrow (D_\mu \Phi)'(x) = e^{i\frac{Y_\Phi}{2}\alpha(x)} U(x) D_\mu \Phi(x), \quad (2.9)$$

es decir, que $D_\mu \Phi$ y Φ se transforman de la misma manera.

Las leyes de transformación antes discutidas aseguran que los sectores de Yang-Mills y escalar, definidos como

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{4} W^{j\mu\nu} W_{\mu\nu}^j - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu}, \quad (2.10)$$

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu \Phi)^\dagger - V(\Phi, \Phi^\dagger), \quad (2.11)$$

son invariantes de norma. Sobre la Ec. (2.11), a $V(\Phi, \Phi^\dagger)$ se le conoce con el nombre de potencial escalar, y se trata de una función del doblete Φ , con la cualidad de ser una cantidad invariante de norma. Su expresión concreta es

$$V(\Phi, \Phi^\dagger) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.12)$$

donde μ^2 es un número positivo, con unidades de masa al cuadrado, y λ es una cantidad positiva y adimensional. Visto como una función de las componentes de los campos complejos $\phi_k = \text{Re}\{\phi_k\} + i\text{Im}\{\phi_k\}$, el potencial escalar $V(\Phi, \Phi^\dagger)$ tiene asociado un conjunto degenerado de puntos Φ_0 que lo minimizan. Dichos puntos satisfacen la ecuación $|\Phi|^2 = \mu^2/2\lambda \equiv v^2/2$, que describe a una hipersfera de dimensión 3 y radio $v^2/2$, anidada en el espacio 4-dimensional caracterizado por puntos $(\text{Re}\{\phi_1\}, \text{Im}\{\phi_1\}, \text{Re}\{\phi_2\}, \text{Im}\{\phi_2\})$. Los puntos que constituyen a dicha hipersfera, identificados a nivel cuántico como configuraciones de estado base, se conectan mediante transformaciones de norma, lo cual significa que cualesquiera dos de estos estados de vacío se definen en configuraciones matemáticas diferentes, pero que son físicamente equivalentes. Ante tal libertad de norma, se elige la configuración de mínimo de potencial dada por $\Phi_0^T = (0 \quad v^2/2)$, misma que se implementa a través de la transformación

$$\Phi = \Phi_0 + \xi, \quad (2.13)$$

donde ξ es la matriz columna con componentes

$$\xi(x) = \begin{pmatrix} G_W^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(h(x) + iG_Z(x)) \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

dadas en términos del campo escalar complejo G_W^+ , con campo hermitiano adjunto $(G_W^+)^\dagger \equiv G_W^-$, y de los campos escalares reales h y G_Z . La implementación de esta transformación, acompañada del cambio de base

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2), \quad (2.15)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2), \quad (2.16)$$

nos permite escribir la suma de los sectores de Yang-Mills y escalar como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{YM}} + \mathcal{L}_{\text{S}} = & -\frac{1}{2}W^{+\mu\nu}W_{\mu\nu}^- + m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} - \frac{1}{4}\hat{W}^{3\mu\nu}\hat{W}_{\mu\nu}^3 - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \\
 & + \frac{v^2}{8}(W^{3\mu} \quad B^\mu) \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2(Y_\Phi g_1) \\ -g_2(Y_\Phi g_1) & (Y_\Phi g_1)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \\
 & + \frac{1}{2}\partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{1}{2}m_h^2 h^2 + \partial_\mu G_W^- \partial_\mu G_W^+ + \frac{1}{2}\partial_\mu G_Z \partial_\mu G_Z \\
 & + im_W(W^{-\mu}\partial_\mu G_w^+ - W^{+\mu}\partial_\mu G_w^-) \\
 & + m_Z \left[\frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2}} W^{2\mu} - \frac{(Y_\Phi g_1)}{\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2}} B^\mu \right] \partial_\mu G_Z \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

En la expresión anterior solo se muestran en forma explícita aquellos términos que son cuadráticos en los campos, de modo que los puntos suspensivos representan a términos dados como productos de tres o cuatro campos. Para escribir la Ec. (2.17), se han definido los tensores¹ $W_{\mu\nu}^+ = \partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+$, $W_{\mu\nu}^- = \partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-$ y $\hat{W}_{\mu\nu}^3 = \partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3$. La segunda línea de la Ec. (2.17) se ha escrito en términos de un producto matricial, el cual involucra a la matriz 2×2

$$\begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2(Y_\Phi g_1) \\ -g_2(Y_\Phi g_1) & (Y_\Phi g_1)^2 \end{pmatrix}, \tag{2.18}$$

real y simétrica, y, por lo tanto, hermitiana, misma que tiene eigenvalores reales m_Z^2 y 0. Puesto que esta matriz es hermitiana, existe una matriz ortogonal de diagonalización, P , que la diagonaliza. Dicha diagonalización produce

$$P^T \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2(Y_\Phi g_1) \\ -g_2(Y_\Phi g_1) & (Y_\Phi g_1)^2 \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} m_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{2.19}$$

La matriz ortogonal P se parametriza mediante un ángulo de rotación, convencionalmente denotado como θ_W y nombrado el ángulo de mezcla débil. La parametrización aludida se expresa como

$$P = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix}, \tag{2.20}$$

donde se identifican $\sin \theta_W = (Y_\Phi g_1)/\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2}$ y $\cos \theta_W = g_2/\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2}$. Así, pues, el cambio de base que conlleva la diagonalización define los eigencampos de masa

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu, \tag{2.21}$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu, \tag{2.22}$$

¹Note que, de acuerdo con su definición, $\hat{W}_{\mu\nu}^3$ no coincide con la componente $W_{\mu\nu}^3$ de tensor de Yang-Mills, definido en la Ec. (2.4)

La implementación de este procedimiento en la Ec. (2.17) produce la expresión

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{YM}} + \mathcal{L}_{\text{S}} = & -\frac{1}{2}W^{+\mu\nu}W_{\mu\nu}^- + m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} - \frac{1}{4}Z^{\mu\nu}Z_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_Z^2 W_\mu W^\mu \\
 & - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial^\mu h \partial^\mu h - \frac{1}{2}m_h^2 h^2 + \partial_\mu G_W^- \partial^\mu G_W^+ \\
 & + \frac{1}{2}\partial_\mu G_Z \partial^\mu G_Z + im_W(W^{-\mu}\partial_\mu G_W^+ - W^{+\mu}\partial_\mu G_W^-) \\
 & + m_Z Z^\mu \partial_\mu G_Z + \dots
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

con $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$ y $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Se aprecia en la Ec. (2.23) que, tras la diagonalización implementada, y acorde con la teoría de Proca, el campo vectorial Z_μ , definido en la Ec. (2.21), ha adquirido masa m_Z . Contrastantemente, el campo A_μ , dado en la Ec. (2.22) y que se interpreta como el campo electromagnético, permanece sin masa. Al final, el procedimiento llevado a cabo, al cual se le conoce con el nombre de mecanismo de Englert-Higgs [49–51], nos deja con 2 campos complejos, W_μ^+ y W_μ^- , con masa m_W , un campo vectorial neutro, Z_μ , con masa m_Z , y el campo vectorial A_μ , sin masa asociada. Además de estos campos, la Ec. (2.23) incluye al campo escalar masivo h , conocido como el campo de Higgs, y a los campos pseudobosones de Goldstone [47, 48], G_W^+ , G_W^- y G_Z , que son escalares y que no son dotados de masa. Los pseudobosones de Goldstone no son físicos, en el sentido de que existe una configuración de norma, llamada la norma unitaria [36, 37, 39], que los erradica de la teoría, es decir, que dichos campos no se pueden asociar a partículas medibles en experimentos, sino que, más bien, sus grados de libertad son espurios.

2.3. Los sectores de Fermiones

En el MEE, los campos que se asocian a partículas de tipo fermiónico son espinores de Dirac [36–39, 52–55]. En teorías dirigidas a caracterizar física más allá de dicho modelo, en las que se considera que los neutrinos tienen masa se introducen también campos espinores de Majorana [38, 56]. Un resultado elemental de la teoría de campo de Dirac es que cualquier espinor de Dirac, ψ , se expresa como la suma de dos espinores de Dirac con quiralidades definidas [36–39]:

$$\psi = \psi_L + \psi_R, \tag{2.24}$$

con $\gamma_5 \psi_L = -\psi_L$ y $\gamma_5 \psi_R = +\psi_R$. Se dice que ψ_L es un espinor quiral izquierdo y a ψ_R se le nombra espinor quiral derecho. En el MEE, los campos de Dirac se introducen a través de campos quirales, usando representaciones distintas del grupo $SU(2)_L$. Concretamente, los campos quirales izquierdos se definen como parte de dobletes del grupo $SU(2)_L$, con hipercarga Y_L , en tanto que los campos de Dirac con quiralidad derecha aparecen, al inicio, como singletes de $SU(2)_L$, con hipercarga Y_R .

Actualmente se conocen 12 partículas elementales que son fermiones, las cuales se dividen en dos clases: los leptones, de los cuales tenemos al electrón, al neutrino electrón, al muón, al

neutrino muón, al tauón y al neutrino tauón; y los quarks, cuyos nombres en idioma inglés son up, down, charm, strange, top y bottom. Para definir sus campos correspondientes, en el contexto del MEE, se incluye a un campo quiral izquierdo y a uno derecho por cada uno de dichos fermiones. Bajo tales circunstancias, los dobletes quirales izquierdos son

$$L_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_{\alpha,L} \\ l_{\alpha,L} \end{pmatrix}, \quad Q_\beta = \begin{pmatrix} u_{\beta,L} \\ d_{\beta,L} \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

donde los índices griegos α y β son índices de sabor, que corren sobre los valores $\alpha = e, \mu, \tau$ y $\beta = u, c, t$. Por otra parte, tenemos los singuletes derechos

$$l_{\alpha,R}, \quad u_{\beta,R}, \quad d_{\beta,R}, \quad (2.26)$$

con α y β corriendo sobre las etiquetas antes definidas. Vale la pena enfatizar que en el MEE no se incluye a campos neutrinos quirales derechos, pues estos se asocian a estados de partículas que nunca han sido medidos. Entre las propiedades de los objetos mostrados en las Ecs. (2.25) y (2.26), destacan sus leyes de transformación, con respecto del grupo de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Los dobletes se transforman como

$$L_\alpha \rightarrow L'_\alpha = e^{i\frac{Y^l}{2}\alpha(x)}U(x)L_\alpha, \quad (2.27)$$

$$Q_\beta \rightarrow Q'_\beta = e^{i\frac{Y^q}{2}\alpha(x)}U(x)Q_\beta, \quad (2.28)$$

es decir, justo como el doblete escalar, lo cual se estableció en la Ec. (2.7). Por definición, decimos que los singuletes de un grupo de norma dado son estructuras de campo que permanecen invariantes bajo las transformaciones que constituyen a dicho grupo. Por ende, en el caso de los singuletes derechos de $SU(2)_L$, característicos del MEE, las leyes de transformación son

$$l_{\alpha,R} \rightarrow l'_{\alpha,R} = e^{i\frac{Y^l_R}{2}\alpha(x)}l_{\alpha,R}, \quad (2.29)$$

$$u_{\beta,R} \rightarrow u'_{\beta,R} = e^{i\frac{Y^u_R}{2}\alpha(x)}u_{\beta,R}, \quad (2.30)$$

$$d_{\beta,R} \rightarrow d'_{\beta,R} = e^{i\frac{Y^d_R}{2}\alpha(x)}d_{\beta,R}. \quad (2.31)$$

Con las variables fermiónicas ya definidas y, más aun, con sus leyes de transformación ya establecidas, se usa el criterio de la simetría de norma para plantear los sectores de Yukawa \mathcal{L}_Y y de las Corrientes \mathcal{L}_C . Escribimos al sector de las Corrientes como $\mathcal{L}_C = \mathcal{L}_C^l + \mathcal{L}_C^q$, donde los superíndices l o q quieren decir que los términos Lagrangianos correspondientes incluyen, respectivamente, a campos leptones o quarks. Definidos como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & \sum_{\alpha,\alpha'} [-\mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^l \overline{L_{\alpha,L}} \Phi l_{\alpha',R} - \mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^{l*} \overline{l_{\alpha',R}} \Phi^\dagger L_{\alpha,L}] \\ & + \sum_{\beta,\beta'} [\mathcal{Y}_{\beta\beta'}^u \overline{Q_{\beta,L}} \tilde{\Phi} u_{\beta',R} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^{u*} \overline{u_{\beta',R}} \tilde{\Phi}^\dagger Q_{\beta,L} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^d \overline{Q_{\beta,L}} \Phi d_{\beta',R} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^{d*} \overline{d_{\beta',R}} \Phi^\dagger Q_{\beta,L}], \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\mathcal{L}_C^l = \sum_{\alpha} [\overline{L_{\alpha,L}} i \gamma^{\mu} D_{\mu} L_{\alpha,L} + \overline{l_{\alpha,R}} i \gamma^{\mu} D_{\mu} l_{\alpha,R}], \quad (2.33)$$

$$\mathcal{L}_C^q = \sum_{\beta} [\overline{Q_{\beta,L}} i \gamma^{\mu} D_{\mu} Q_{\beta,L} + \overline{u_{\beta,R}} i \gamma^{\mu} D_{\mu} u_{\beta,R} + \overline{d_{\beta,R}} i \gamma^{\mu} D_{\mu} d_{\beta,R}], \quad (2.34)$$

donde $\alpha, \alpha' = e, \mu, \tau$ y $\beta, \beta' = u, c, t$, los sectores de Yukawa y de las Corrientes son invariantes de norma bajo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, dadas las transformaciones provistas en las ecs. (2.27)-(2.31). Un requisito para que esto ocurra es que se satisfagan las relaciones

$$Y_{\Phi} - Y_L^l + Y_R^l = 0, \quad (2.35)$$

$$Y_{\Phi} + Y_L^q - Y_R^u = 0, \quad (2.36)$$

$$Y_{\Phi} - Y_L^q + Y_R^d = 0, \quad (2.37)$$

entre las hipercargas. Para escribir estos términos Lagrangianos se ha definido $\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^*$, que es un doblete de $SU(2)_L$, con hipercarga $-Y_{\Phi}$, es decir, de signo contrario al de Φ . Además, σ^2 es la matriz de Pauli imaginaria, y se han introducido las constantes de Yukawa $\mathcal{Y}_{\alpha,\alpha'}^l, \mathcal{Y}_{\beta,\beta'}^u, \mathcal{Y}_{\beta,\beta'}^d$, las cuales, estando provistas de dos índices de sabor, se entienden como entradas de matrices $\mathcal{Y}^l, \mathcal{Y}^u, \mathcal{Y}^d$, de tamaño 3×3 y conocidas como matrices de Yukawa. En el sector de las Corrientes \mathcal{L}_C se encuentran los factores de derivadas covariantes $D_{\mu} L_{\alpha,L}$ y $D_{\mu} Q_{\beta,L}$, que, análogamente a lo que ocurren la Ec. (2.9) para el doblete escalar Φ , siguen las mismas leyes de transformación que sus correspondientes dobletes $L_{\alpha,L}$ y $Q_{\alpha,L}$, establecidas en las Ecs. (2.27) y (2.28). Además, los términos Lagrangianos de este sector incluyen a los factores de derivadas covariantes de singuletes $D_{\mu} l_{\alpha,R}, D_{\mu} u_{\beta,R}, D_{\mu} d_{\beta,R}$, que se transforman igual que los singuletes involucrados, es decir, como en las Ecs. (2.29)-(2.31).

El mecanismo de Englert-Higgs, que permite definir masas de campos vectoriales, también se aprovecha para generar masas de campos fermiónicos [36]. Los términos de masa correspondientes surgen en el seno del sector de Yukawa, pues éste depende del doblete escalar Φ y, por tanto, es afectado directamente por la implementación de dicho mecanismo, a través de la transformación dada en la Ec. (2.13). Implementando dicha transformación en el sector de Yukawa, podemos escribir

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & -\frac{v}{\sqrt{2}} \overline{l_L} \mathcal{Y}^l l_R - \frac{v}{\sqrt{2}} \overline{l_R} \mathcal{Y}^{l\dagger} l_L \\ & -\frac{v}{\sqrt{2}} \overline{u_L} \mathcal{Y}^u u_R - \frac{v}{\sqrt{2}} \overline{l_R} \mathcal{Y}^{u\dagger} u_L \\ & -\frac{v}{\sqrt{2}} \overline{d_L} \mathcal{Y}^d d_R - \frac{v}{\sqrt{2}} \overline{d_R} \mathcal{Y}^{d\dagger} d_L + \dots \end{aligned} \quad (2.38)$$

Con el objetivo de analizar la generación de masas de campos de Dirac, la Ec. (2.38) únicamente muestra, en forma explícita, los términos que son cuadráticos en los campos, en

tanto que aquellos términos en que aparecen productos de tres campos se indican en esta ecuación mediante los puntos suspensivos. Sobre la estructura de la Ec. (2.38), los términos que la constituyen han sido escritos como productos matriciales, en los que participan las matrices columna

$$l_L = \begin{pmatrix} l_{e,L} \\ l_{\mu,L} \\ l_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad u_L = \begin{pmatrix} u_{u,L} \\ u_{c,L} \\ u_{l,L} \end{pmatrix}, \quad d_L = \begin{pmatrix} d_{u,L} \\ d_{c,L} \\ d_{l,L} \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

$$l_R = \begin{pmatrix} l_{e,R} \\ l_{\mu,R} \\ l_{\tau,R} \end{pmatrix}, \quad u_R = \begin{pmatrix} u_{u,R} \\ u_{c,R} \\ u_{l,R} \end{pmatrix}, \quad d_R = \begin{pmatrix} d_{u,R} \\ d_{c,R} \\ d_{l,R} \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

hechas de campos espinoriales quirales izquierdos y derechos, y definidas en el espacio del sabor. Además, se han definido $\bar{l}_L \equiv l_L^\dagger \gamma^0$, $\bar{u}_L \equiv u_L^\dagger \gamma^0$, $\bar{d}_L \equiv d_L^\dagger \gamma^0$, $\bar{l}_R \equiv l_R^\dagger \gamma^0$, $\bar{u}_R \equiv u_R^\dagger \gamma^0$, $\bar{d}_R \equiv d_R^\dagger \gamma^0$. Las matrices de Yukawa, de tamaño 3×3 , son generales, y no hay argumentos que nos indiquen que son diagonales, de modo que los términos exhibidos explícitamente en la Ec. (2.38) incluyen a mezclas de espinores. Como se discute en la Ref. [57], las matrices de Yukawa se diagonalizan a través de transformaciones biunitarias, caracterizadas por pares de matrices unitarias V_L^l y V_R^l , V_L^u y V_R^u , V_L^d y V_R^d , todas de tamaño 3×3 . Tales diagonalizaciones se implementan como

$$V_L^{l\dagger} \mathcal{Y}^l V_R^l = \mathcal{Y}_D^l \quad V_L^{u\dagger} \mathcal{Y}^u V_R^u = \mathcal{Y}_D^u \quad V_L^{d\dagger} \mathcal{Y}^d V_R^d = \mathcal{Y}_D^d, \quad (2.41)$$

siendo \mathcal{Y}_D^l , \mathcal{Y}_D^u , \mathcal{Y}_D^d matrices 3×3 diagonales y reales, con elementos de diagonal estrictamente positivos. Estas diagonalizaciones, a su vez, inducen transformaciones de cambio de base, separadamente para espinores quirales izquierdos y derechos. Dichas transformaciones son:

$$l'_L = V_L^{l\dagger} l_L, \quad u'_L = V_L^{u\dagger} u_L, \quad d'_L = V_L^{d\dagger} d_L, \quad (2.42)$$

$$l'_R = V_R^{l\dagger} l_R, \quad u'_R = V_R^{u\dagger} u_R, \quad d'_R = V_R^{d\dagger} d_R, \quad (2.43)$$

las cuales definen, en el espacio del sabor, a los vectores²

$$l'_L = \begin{pmatrix} l'_{e,L} \\ l'_{\mu,L} \\ l'_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad u'_L = \begin{pmatrix} u'_{u,L} \\ u'_{c,L} \\ u'_{t,L} \end{pmatrix}, \quad d'_L = \begin{pmatrix} d'_{d,L} \\ d'_{s,L} \\ d'_{b,L} \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

$$l'_R = \begin{pmatrix} l'_{e,R} \\ l'_{\mu,R} \\ l'_{\tau,R} \end{pmatrix}, \quad u'_R = \begin{pmatrix} u'_{u,R} \\ u'_{c,R} \\ u'_{t,R} \end{pmatrix}, \quad d'_R = \begin{pmatrix} d'_{d,R} \\ d'_{s,R} \\ d'_{b,R} \end{pmatrix}. \quad (2.45)$$

Definiendo los campos espinores de Dirac de quiralidad indefinida

$$l_e \equiv l'_{e,L} + l'_{e,R}, \quad l_\mu \equiv l'_{\mu,L} + l'_{\mu,R}, \quad l_\tau \equiv l'_{\tau,L} + l'_{\tau,R}, \quad (2.46)$$

²Es importante notar y mantener en mente que algunas etiquetas de sabor han cambiado.

$$u_u \equiv u'_{u,L} + u'_{u,R}, \quad u_c \equiv u'_{c,L} + u'_{c,R}, \quad u_t \equiv u'_{t,L} + u'_{t,R}, \quad (2.47)$$

$$d_d \equiv d'_{d,L} + d'_{d,R}, \quad d_s \equiv d'_{s,L} + d'_{s,R}, \quad d_b \equiv d'_{b,L} + d'_{b,R}, \quad (2.48)$$

se encuentra que los términos cuadráticos del sector de Yukawa se expresan como

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{\alpha} m_{\alpha} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} - \sum_{\beta} m_{\beta} \bar{u}_{\beta} u_{\beta} - \sum_{\gamma} m_{\gamma} \bar{d}_{\gamma} d_{\gamma}, \quad (2.49)$$

donde los índices de sabor en las sumas corren sobre las etiquetas $\alpha = e, \mu, \tau$, $\beta = u, c, t$ y $\gamma = d, s, b$. Bajo la misma convención de los índices de sabor α, β, γ , se han definido las cantidades

$$m_{\alpha} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^l)_{\alpha\alpha}, \quad (2.50)$$

$$m_{\beta} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^u)_{\beta\beta}, \quad (2.51)$$

$$m_{\gamma} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^d)_{\gamma\gamma}, \quad (2.52)$$

para escribir la Ec. (2.49). Comparando con la teoría de campo de Dirac [36–39], estos claramente son términos de masa, lo que muestra que los campos espinoriales, tanto de leptones cargados como de quarks, han adquirido masas. Se dice que estos campos de Dirac son eigen-campos de masa. Merece la pena enfatizar que los campos neutrinos permanecen sin masa, lo cual es una consecuencia de que en el MEE no se introducen campos neutrinos de quiralidad derecha.

Análogamente a lo que se hizo con el sector de Yukawa, los términos Lagrangianos que conforman al sector de las Corrientes, definido por los términos Lagrangianos escritos en las Ecs. (2.33) y (2.34), se pueden expresar como productos matriciales en el espacio del sabor. Los cambios de base proporcionados en las Ecs. (2.42) y (2.43), que fueron inducidos por las diagonalizaciones biunitarias de las matrices de Yukawa, también se implementan en este sector, lo que produce las expresiones

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^l = & \bar{\nu}'_L i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \nu'_L + \frac{1 + Y_L^l}{2} e A_{\mu} \bar{\nu}'_L \gamma^{\mu} \nu'_L + \frac{c_W^2 - Y_L^l s_W^2}{2c_W} g_2 Z_W \bar{\nu}'_L \gamma^{\mu} \nu'_L \\ & + \bar{l}'_L i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} l'_L + \bar{l}'_R i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} l'_R + \frac{-1 + Y_L^l}{2} e A_{\mu} \bar{l}'_L \gamma^{\mu} l'_L + \frac{-Y_{\Phi} + Y_L^l}{2} e A_{\mu} \bar{l}'_R \gamma^{\mu} l'_R \\ & + \frac{-c_W^2 - Y_L^l s_W^2}{2c_W} g_2 Z_{\mu} \bar{l}'_L \gamma^{\mu} l'_L + \frac{(Y_{\Phi} - Y_L^l) s_W^2}{2c_W} g_2 Z_{\mu} \bar{l}'_R \gamma^{\mu} l'_R \\ & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_{\mu}^{+} \bar{\nu}'_L \gamma^{\mu} l'_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_{\mu}^{-} \bar{l}'_L \gamma^{\mu} \nu'_L, \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_C^q = & \bar{u}'_L i\gamma^\mu \partial_\mu u'_L + \bar{u}'_R i\gamma^\mu \partial_\mu u'_R + \frac{1 + Y_L^q}{2} e A_\mu \bar{u}'_L \gamma^\mu u'_L + \frac{Y_\Phi + Y_L^q}{2} e A_\mu \bar{u}'_R \gamma^\mu u'_R \\
 & + \frac{c_W^2 - Y_L^q s_W^2}{2c_W} g_2 Z_W \bar{u}'_L \gamma^\mu u'_L + \frac{-(Y_\Phi + Y_L^q) s_W^2}{2c_W} g_2 Z_\mu \bar{u}'_R \gamma^\mu u'_R \\
 & + \bar{d}'_L i\gamma^\mu \partial_\mu d'_L + \bar{d}'_R i\gamma^\mu \partial_\mu d'_R + \frac{-1 + Y_L^q}{2} e A_\mu \bar{d}'_L \gamma^\mu d'_L + \frac{-Y_\Phi + Y_L^q}{2} e A_\mu \bar{d}'_R \gamma^\mu d'_R \quad (2.54) \\
 & + \frac{-c_W^2 - Y_L^q s_W^2}{2c_W} g_2 Z_W \bar{d}'_L \gamma^\mu d'_L + \frac{(Y_\Phi - Y_L^q) s_W^2}{2c_W} g_2 Z_\mu \bar{d}'_R \gamma^\mu d'_R \\
 & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}'_L \gamma^\mu (V_L^{u\dagger} V_L^d) d'_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{d}'_L \gamma^\mu (V_L^{u\dagger} V_L^d) u'_L.
 \end{aligned}$$

En estas expresiones se denotaron $s_W = \sin \theta_W$ y $c_W = \cos \theta_W$, que es una notación abreviada, de uso común. Algunos términos de las ecuaciones anteriores involucran al factor e , definido como

$$e = g_2 \sin \theta_W = g_2 s_W, \quad (2.55)$$

que, como su notación sugiere, se identificará como la carga eléctrica elemental, es decir, la carga eléctrica de un protón, lo que quiere decir que $e > 0$. Como parte del procedimiento para llegar a estas expresiones, se han usado las relaciones de hipercargas dadas en las Ecs. (2.35)-(2.37). Además, se ha definido el objeto ν_L , que es un vector columna de 3 componentes espinoriales, cuya estructura es análoga a aquellas de los vectores columna definidos en la Ec. (2.39), en el espacio del sabor. Más aun, la definición $\bar{\nu}_L \equiv \nu_L^\dagger \gamma^0$ también se aplica. Una vez establecida la naturaleza y estructura de ν_L , se define el cambio de base $\nu'_L = V_L^{l\dagger} \nu_L$. Al respecto de esta transformación, merece la pena enfatizar que la matriz que cambia la base de los campos neutrinos es justamente la misma que cambia de base al vector de campos de leptones cargados de quiralidad izquierda, de acuerdo con la primera expresión de la Ec. (2.42). El segundo término de la Ec. (2.53), localizado en la primera línea de dicha expresión, representa interacciones electromagnéticas de los neutrinos. Este fenómeno nunca ha sido observado, por lo cual se elige la hipercarga de doblete leptónico $Y_L^l = -1$, que cancela al término en cuestión. Usando la Ec. (2.24), que descompone a espinores de Dirac en espinores con quiralidades definidas, se prueba que las corrientes de Noether [36, 41] $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ se escriben como $\bar{\psi} \gamma^\mu \psi = \bar{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L + \bar{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R$. Para aterrizar en una descripción consistente con el electromagnetismo, es necesario fijar la hipercarga del doblete escalar Φ en el valor $Y_\Phi = 1$. Bajo esta elección, los factores globales que son combinaciones de hipercargas en el sexto y en el séptimo términos de la Ec. (2.53) se pueden factorizar, lo que permite usar las definiciones dadas en la Ec. (2.46), para campos espinores de quiralidad indefinida, y así formar corrientes con la estructura antes discutida. Más aun, esta elección de la hipercarga Y_Φ posibilita factorizaciones análogas y estructuración de corrientes en la Ec. (2.54), en sus tercer y cuarto términos, lo mismo que en sus noveno y décimo términos. Los últimos dos términos de la Ec. (2.54) involucran a la matriz 3×3 definida por el producto $\kappa = V_L^{u\dagger} V_L^d$. Esta recibe el nombre de matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [28, 59], y su importancia radica en que es la única fuente de violación de la simetría CP, relevante para explicar el fenómeno de la asimetría bariónica [60], y la ocurrencia de procesos físicos con cambio de

sabor fermiónico. Usando las definiciones mostradas en las Ecs. (2.44)-(2.48), así como las elecciones de hipercargas discutidas en el párrafo anterior, los términos Lagrangianos que definen al sector de las Corrientes quedan como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^l = & \sum_{\alpha} [\bar{\nu}_{\alpha,L} i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \nu_{\alpha,L} + \frac{g_2}{2c_W} Z_{\mu} \nu_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu_{\alpha,L} + \bar{l}_{\alpha} i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} l_{\alpha} + N_l e A_{\mu} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\mu} l_{\alpha}] \\ & + \frac{g_2}{4c_W} Z_{\mu} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\mu} [(-1 - 4N_l s_W^2) \cdot \mathbf{1}_4 + \gamma_5] l_{\alpha} \\ & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_{\mu}^{+} \bar{\nu}_{\alpha} \gamma^{\mu} P_L l_{\alpha} + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_{\mu}^{-} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\mu} P_L \nu_{\alpha}], \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^q = & \sum_{\beta} [\bar{u}_{\beta} i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} u_{\beta} + N_u e A_{\mu} \bar{u}_{\beta} \gamma^{\mu} u_{\beta} + \frac{g_2}{4c_W} Z_{\mu} \bar{u}_{\beta} \gamma^{\mu} [(1 - 4N_u s_W^2) \cdot \mathbf{1}_4 + \gamma_5] u_{\beta}] \\ & + \sum_{\gamma} [\bar{d}_{\gamma} i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} d_{\gamma} + N_d e A_{\mu} \bar{d}_{\gamma} \gamma^{\mu} d_{\gamma} + \frac{g_2}{4c_W} Z_{\mu} \bar{d}_{\gamma} \gamma^{\mu} [(1 - 4N_d s_W^2) \cdot \mathbf{1}_4 + \gamma_5] d_{\gamma}] \\ & + \sum_{\beta=u,c,t} \sum_{\gamma=d,s,b} [\frac{g_2}{\sqrt{2}} \kappa_{\beta\gamma} W_{\mu}^{+} \bar{u}_{\beta} \gamma^{\mu} P_L d_{\gamma} + \frac{g_2}{\sqrt{2}} \kappa_{\beta\gamma}^{*} W_{\mu}^{-} \bar{d}_{\gamma} \gamma^{\mu} P_L u_{\beta}], \end{aligned} \quad (2.57)$$

donde $\alpha = e, \mu, \tau$, $\beta = u, c, t$, $\gamma = d, s, b$. Los términos segundo, cuarto y quinto de la Ec. (2.56), lo mismo que el segundo, tercero, quinto y términos de la Ec. (2.57), son corrientes de la forma $\bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi$ [36] e involucran a campos vectoriales Z_{μ} y A_{μ} , ambos asociados a partículas que son eléctricamente neutras. Por esta razón, es costumbre referirse a estos términos por el nombre genérico de corrientes neutras. Por otra parte, los términos sexto y séptimo de la Ec. (2.56) y los términos séptimo y octavo de la Ec. (2.57) son corrientes que se definen en términos de los campos complejos W_{μ}^{+} y W_{μ}^{-} , que le corresponden a partículas con carga eléctrica, por lo cual a dichos términos se les confiere el nombre de corrientes cargadas. Además, como en estas corrientes cargadas aparece la matriz de proyección quiral izquierda $P_L = (\mathbf{1}_4 - \gamma_5)/2$, siendo $\mathbf{1}_4$ la matriz identidad 4×4 , decimos que estas son corrientes izquierdas. Para escribir las Ecs. (2.56) y (2.57), se han definido las cantidades

$$N_l = \frac{1}{2}(-1 + Y_L^l) = -1, \quad (2.58)$$

$$N_u = \frac{1}{2}(1 + Y_L^q) = \frac{2}{3}, \quad (2.59)$$

$$N_d = \frac{1}{2}(-1 + Y_L^q) = -\frac{1}{3}, \quad (2.60)$$

que respectivamente determinan a las cargas eléctricas de los leptones cargados y de los quarks de tipos u y d como $q_l = eN_l$, $q_u = eN_u$ y $q_d = eN_d$. Sobre esta identificación de cargas eléctricas, escribamos a las Ecs. (2.56) y (2.57) como

$$\mathcal{L}_C^l = \sum_{\alpha} [\bar{\nu}_{\alpha,L} i \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \nu_{\alpha,L} + \bar{l}_{\alpha} i \gamma^{\mu} D_{\mu} l_{\alpha}] + \dots, \quad (2.61)$$

$$L_C^l = \sum_{\beta} \bar{u}_{\beta} i \gamma^{\mu} D_{\mu} u_{\beta} + \sum_{\gamma} \bar{d}_{\gamma} i \gamma^{\mu} D_{\mu} d_{\gamma} + \dots, \quad (2.62)$$

para lo cual se han definido

$$D_{\mu} l_{\alpha} = (\partial_{\alpha} - ie N_{\alpha} A_{\mu}) l_{\alpha}, \quad (2.63)$$

$$D_{\mu} l_{\beta} = (\partial_{\beta} - ie N_{\beta} A_{\mu}) l_{\beta}, \quad (2.64)$$

$$D_{\mu} l_{\gamma} = (\partial_{\gamma} - ie N_{\gamma} A_{\mu}) l_{\gamma}, \quad (2.65)$$

que no son otra cosa que derivadas covariantes electromagnéticas [36], determinadas por el campo de norma A_{μ} , sin masa, que aquí juega el papel de conexión del grupo electromagnético $U(1)_e$. Así, estas expresiones muestran que la teoría de campo resultante, tras la implementación del mecanismo de Englert-Higgs, es gobernada por el grupo de norma que caracteriza a la teoría de Maxwell [45, 46].

Capítulo 3

Contribuciones del Modelo Estándar al decaimiento $t \rightarrow q_u h$

3.1. Cinemática del decaimiento

La idea es calcular el Branching ratio del proceso de decaimiento $t \rightarrow h q_u$, donde q_u representa un campo del tipo up , que puede ser up o $charm$. Para ello, se requiere calcular la contribución de los diagramas de Feynman siguientes, a dicho decaimiento

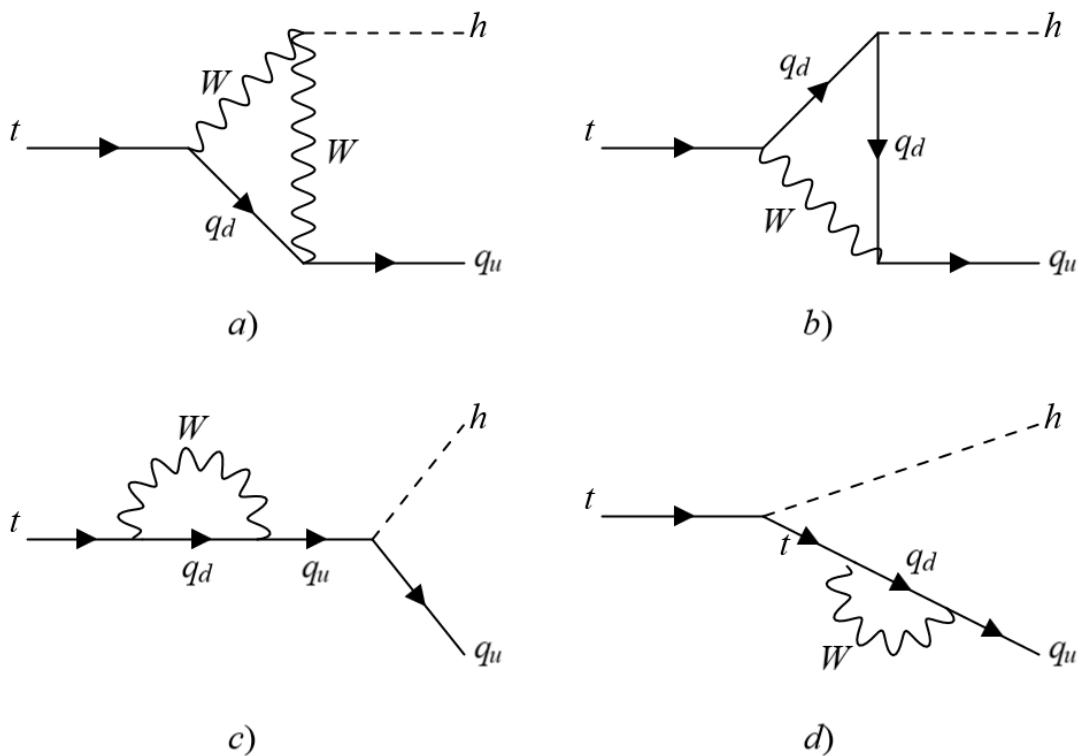


Figura 3.1: Diagramas del decaimiento $t \rightarrow h q_u$.

Estos 4 diagramas son todos los posibles modos del decaimiento $t \rightarrow hq_u$ en el contexto del Modelo Estándar, donde q_d representa un campo del tipo *down*, que puede ser *down*, *strange* o *bottom*. Para el diagrama (a) tenemos un quark *top* con cuadrimomento p_t el cual decae en un bosón W y un quark tipo *down* los cuales tienen cuadrimomento $p_t - q$ y q , respectivamente, mediante el intercambio de otro bosón W con cuadrimomento $p_{u_\beta} - q$ se llega al producto final de un bosón de Higgs con cuadrimomento p_h y un quark tipo *up* con cuadrimomento p_{u_α} ; para el diagrama (b) tenemos un quark *top* con cuadrimomento p_t el cual decae en un bosón W y un quark tipo *down* los cuales tienen cuadrimomento q y $p_t - q$, respectivamente, mediante el intercambio de otro quark de tipo *down* con cuadrimomento $p_{u_\beta} - q$ se llega al producto final de un bosón de Higgs con cuadrimomento p_h y un quark tipo *up* con cuadrimomento p_{u_α} ; para el diagrama (c) tenemos un quark *top* con cuadrimomento p_t el cual decae en un bosón W y un quark tipo *down* los cuales tienen cuadrimomento q y $p_t - q$, respectivamente, posteriormente estos dos decaen en un quark tipo *up* con cuadrimomento p_t para finalmente decaer en un bosón de Higgs con cuadrimomento p_t y en otro quark tipo *up* con cuadrimomento p_{u_α} ; para el diagrama (d) tenemos un quark *top* con cuadrimomento p_t el cual decae en un bosón de Higgs y en otro quark *top* los cuales tienen cuadrimomento p_h y p_{u_α} , respectivamente, posteriormente el quark *top* decae en un quark tipo *down* con cuadrimomento $p_{u_\alpha} - q$ y un bosón W con cuadrimomento q , finalmente estos dos decaen en un quark tipo *up* con cuadrimomento p_{u_α} . Aquí $\alpha = u, c$ y $\beta = d, s, b$.

3.2. Reglas de Feynman

Para poder escribir las expresiones analíticas correspondientes a estos diagramas necesitamos un conjunto de reglas de Feynman, relacionadas con los diferentes elementos de los diagramas: propagadores, vértices y líneas externas. Este cálculo contiene elementos que dependen de la norma, pero siendo éste un proceso en la capa de masa, se usará la norma unitaria.

En el caso de los propagadores tenemos de dos tipos: línea del fermión y línea del bosón W .

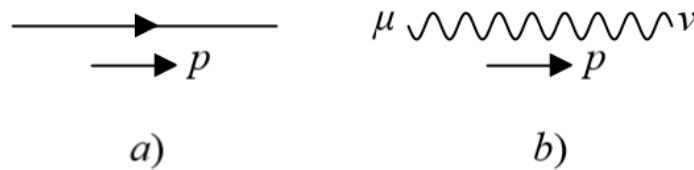


Figura 3.2: Propagadores.

Para la línea del fermión, con cuadrimomento p , tenemos la expresión siguiente

$$\frac{i(\not{p} + m_{f_\alpha})}{p^2 - m_{f_\alpha}^2}, \quad (3.1)$$

donde i es la unidad imaginaria, $\not{p} \equiv \gamma^\mu p_\mu$, con γ^μ las matrices de Dirac y p el cuadrimomento del fermión, y m_{f_α} la masa del fermión tipo f y α especifica el fermión particular.

Para la línea del bosón W , con cuadrimomento p e índices μ y ν , tenemos la expresión siguiente

$$\frac{-i}{p^2 - m_W^2} (g^{\mu\nu} - \frac{p^\mu p^\nu}{m_W^2}), \quad (3.2)$$

donde i es la unidad imaginaria, $g^{\mu\nu}$ es el tensor métrico, p es el cuadrimomento del bosón y m_W su masa.

En el caso de los vértices se necesitarán cuatro tipos diferentes

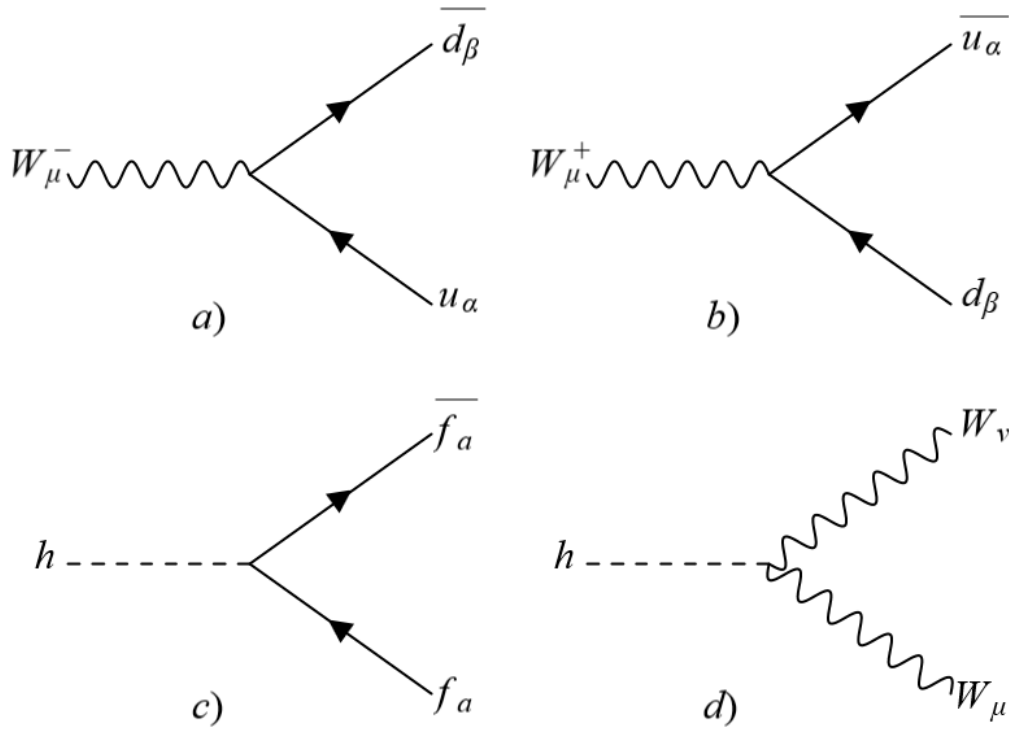


Figura 3.3: Vértices.

Para el vértice (a) de la Figura 3.3 tenemos un W_μ^- entrante junto con un u_α , donde μ es una etiqueta del bosón, como resultado tenemos a \overline{d}_β , un quark de tipo *down*, donde $\beta = d, s, b$. La expresión correspondiente para éste vértice es

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L \kappa_{\alpha\beta}^*, \quad (3.3)$$

donde i es la unidad imaginaria, g la constante de acoplamiento para la interacción electrodébil, γ_μ las matrices de Dirac, P_L el operador de proyección izquierdo dado por $\frac{1}{2}(\mathbf{1}_4 - \gamma_5)$ con $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$ y $\kappa_{\alpha\beta}^*$ son las entradas de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM), de la cual se hablará más adelante, donde α puede ser *up*, *charm* o *top* y β toma *down*, *strange* o *bottom*.

Para el vértice (b) de la Figura 3.3 tenemos W_μ^+ entrante junto con un d_β , donde μ es una etiqueta al bosón y $\beta = d, s, b$, quark tipo *down*, como resultado tenemos a \bar{u}_α , un quark de tipo *up*, donde $\alpha = u, c, t$. La expresión correspondiente para éste vértice es

$$\frac{ig}{\sqrt{2}}\gamma_\mu P_L \kappa_{\alpha\beta}, \quad (3.4)$$

esta expresión es similar a la (3.3), con la diferencia que no se toma el complejo conjugado de la entradas de la matriz de CKM.

Para el vértice (c) de la Figura 3.3 tenemos h junto con un f_a , donde $a = d, s, b, t$, un quark tipo *down* o el quark *top*, como resultado tenemos a \bar{f}_a , otro quark de tipo *down* o quark *top*, respectivamente. La expresión correspondiente para este vértice es

$$\frac{igm_{d_\beta}}{2m_W} \cdot \mathbf{1}_4, \quad (3.5)$$

donde m_{d_β} es la masa del quark tipo down y m_W la masa del bosón W .

Para el vértice (d) de la Figura 3.3 tenemos h junto con un W_μ , donde μ etiqueta al bosón entrante, como resultado tenemos a W_ν , otro bosón pero con etiqueta ν . La expresión correspondiente para este vértice es

$$igm_W g_{\mu\nu} \quad (3.6)$$

donde m_W es la masa del bosón W y $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico.

En el caso de líneas externas tenemos de dos tipos: línea del fermión y línea del bosón h .



Figura 3.4: Líneas externas.

Para la línea del fermión, con cuadrimento p , tenemos que viene expresado por un espinor de Dirac si es un fermión externo entrante o el adjunto de Dirac si es un fermión externo saliente, respectivamente tenemos:

$$U_\alpha(p_\alpha, m_\alpha), \quad \bar{U}_\alpha(p_\alpha, m_\alpha). \quad (3.7)$$

Para la línea del bosón h , con cuadrimento p , tenemos que se expresa por la unidad, es decir, 1.

3.3. Expresiones analíticas

Cabe mencionar que para obtener los cuadrimentos de las partículas que circulan en el lazo de los diagramas de la Figura 3.1, se considera que el cuadrimento se conserva en cada vértice, la condición de conservación del cuadrimento en los vértices de cada diagrama no nos permite determinar todos los cuadrimentos de las partículas internas, por lo que un cuadrimento, q , queda indeterminado, al cual, como parte de las reglas de Feynman, le corresponde una integral de cuadrimento por cada lazo en el diagrama dado. Por esta razón debe realizarse una integración sobre todo el espacio de momentos. Entonces, vamos a tener que las contribuciones por cada uno de los diagramas de la Figura 3.1 son:

Para el diagrama (a)

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{-g^3 m_W}{2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \frac{1}{q^2 - m_{d_\beta}^2} \frac{1}{(p_{u_\alpha} - q)^2 - m_W^2} \frac{1}{(p_t - q)^2 - m_W^2} \frac{1}{(p_t - q)^2 - m_W^2} \times (g^{\rho\lambda} - \frac{(p_{u_\alpha} - q)^\rho (p_{u_\alpha} - q)^\lambda}{m_W^2}) g_{\nu\rho} (g^{\mu\nu} - \frac{(p_t - q)^\mu (p_t - q)^\nu}{m_W^2}) \times \bar{U}_\alpha(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha}) \gamma_\lambda P_L (\not{q} + m_{d_\beta}) \gamma_\mu P_L U_t(p_t, m_t). \quad (3.8)$$

Para el diagrama (b)

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{-g^3 m_{d_\beta}}{4m_W} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \frac{1}{q^2 - m_{W^2}} \frac{1}{(p_{u_\alpha} - q)^2 - m_{d_\beta}^2} \frac{1}{(p_t - q)^2 - m_{d_\beta}^2} \frac{1}{(p_t - q)^2 - m_{d_\beta}^2} (g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{m_W^2}) \times \bar{U}_\alpha(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha}) \gamma_\nu P_L (\not{p}_{u_\beta} - \not{q} + m_{d_\beta}) \gamma_5 (\not{p}_t - \not{q} + m_{d_\beta}) \gamma_\mu P_L U_t(p_t, m_t). \quad (3.9)$$

Para el diagrama (c)

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{-g^3 m_{u_\alpha}}{4m_W} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \frac{1}{q^2 - m_W^2} \frac{1}{(p_t - q)^2 - m_{d_\beta}^2} \frac{1}{p_t^2 - m_{u_\alpha}^2} \frac{1}{p_t^2 - m_{u_\alpha}^2} (g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{m_W^2}) \times \bar{U}_\alpha(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha}) (\not{p}_t + m_{u_\alpha}) \gamma_\nu P_L (\not{p}_t - \not{q} + m_{d_\beta}) \gamma_\mu P_L U_t(p_t, m_t). \quad (3.10)$$

Para el diagrama (d)

$$\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \frac{-g m_t}{4m_W} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \frac{1}{q^2 - m_W^2} \frac{1}{(p_{u_\alpha} - q)^2 - m_{d_\beta}^2} \frac{1}{p_{u_\alpha}^2 - m_t^2} \frac{1}{p_{u_\alpha}^2 - m_t^2} (g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{m_W^2}) \times \bar{U}_\alpha(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha}) \gamma_\nu P_L (\not{p}_{u_\alpha} - \not{q} + m_{d_\beta}) \gamma_\mu P_L (\not{p}_{u_\alpha} + m_t) U_t(p_t, m_t). \quad (3.11)$$

Para obtener la contribución total se suman las cuatro contribuciones anteriores pero considerando todos los posibles valores de β , es decir, considerando d , s y b , entonces, como resultado se tendría una suma de 12 términos.

3.4. Método de Passarino-Veltman

Posteriormente, se aplica el método de reducción de Passarino-Veltman [61], el cual consiste en un reacomodo de términos y en una descomposición covariante de las integrales de lazo, de tal suerte que la contribución total se pueda expresar en términos de funciones escalares de Passarino-Veltman ($A_0, B_0, C_0, D_0, \dots$). De dicho método, aplicado a este proceso en particular, se obtienen siete diferentes funciones tipo B_0 y dos funciones tipo C_0 , las cuales se enlistan a continuación

$$\begin{aligned}
 & B_0 \left(0, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2 \right), \\
 & B_0 \left(0, m_{d_\beta}^2, m_W^2 \right), \\
 & B_0 \left(0, m_W^2, m_W^2 \right), \\
 & B_0 \left(m_h^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2 \right), \\
 & B_0 \left(m_h^2, m_W^2, m_W^2 \right), \\
 & B_0 \left(m_t^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2 \right), \\
 & B_0 \left(m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2 \right), \\
 & C_0 \left(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2 \right), \\
 & C_0 \left(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_\beta}^2 \right),
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

se debe considerar todos los posibles valores para β , dando como resultado diecisiete funciones B_0 diferentes y seis C_0 , por cada campo diferente q_{u_α} .

3.5. Funciones de Passarino-Veltman

3.5.1. Función escalar de dos puntos

La función de Passarino-Veltman B_0 general se define como [62]

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_1^2][(q-p)^2 - m_2^2 + i\epsilon]}, \tag{3.13}$$

donde $\epsilon \rightarrow 0$ es una cantidad positiva, D es la dimensión del espacio-tiempo dentro del esquema de la regularización dimensional, y μ , cuyas unidades son masa, se introduce para corregir unidades. Utilizando el método de la parametrización de Feynman, esta función se puede expresar como

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \Delta_\alpha - \log \left(\frac{m_1 m_2}{\mu} \right) - \int_0^1 dx \log \left[\frac{x^2 p^2 + x(m_1^2 - m_2^2 - p^2) + m_2^2 - i\epsilon}{m_1 m_2} \right]. \tag{3.14}$$

La integración sobre la variable x , involucrada en esta expresión, se origina en la parametrización de Feynman. Esta expresión contiene al factor Δ_α , definido aquí como

$$\Delta_\alpha = \frac{1}{\alpha} - \gamma_E + \log(4\pi), \quad (3.15)$$

donde $\alpha \rightarrow 0$ y γ_E es la constante de Euler–Mascheroni. Claramente, este factor contiene la divergencia naturalmente emanada de la integral sobre el momento q .

El argumento del logaritmo en el integrando de la ecuación 3.13 no es otra cosa que un polinomio de grado 2, así que, por el teorema fundamental del álgebra, podemos expresar a éste como un producto de polinomios lineales, para lo que necesitamos hallar las raíces de dicho polinomio. Tenemos diferentes conjuntos de raíces dependiendo de la relación que satisfagan los argumentos de las función B_0

- Si $p^2 < (m_1 - m_2)^2$, entonces tenemos las raíces

$$x_\pm = \frac{p^2 + m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \pm \frac{\sqrt{[(m_1 - m_2)^2 - p^2][(m_1 + m_2)^2 - p^2]}}{2p^2} \pm i\epsilon. \quad (3.16)$$

- Si $p^2 > (m_1 + m_2)^2$, entonces tenemos las raíces

$$x_\pm = \frac{p^2 + m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \pm \frac{\sqrt{[p^2 - (m_1 - m_2)^2][p^2 - (m_1 + m_2)^2]}}{2p^2} \pm i\epsilon. \quad (3.17)$$

- Si $(m_1 - m_2)^2 < p^2 < (m_1 + m_2)^2$, entonces tenemos las raíces

$$x_\pm = \frac{p^2 + m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \pm i \frac{\sqrt{[p^2 - (m_1 - m_2)^2][(m_1 + m_2)^2 - p^2]}}{2p^2} \pm \epsilon. \quad (3.18)$$

De acuerdo con el análisis del conjunto de números complejos que se encuentran en el intervalo $[-\pi, \pi]$, se puede verificar que para dos números complejos, z_1 y z_2 se satisface la propiedad

$$\log(z_1 z_2) = \log z_1 + \log z_2 + \eta(z_1, z_2), \quad (3.19)$$

con la función $\eta(z_1, z_2)$ definida como

$$\eta(z_1, z_2) = 2\pi i [\theta(-\mathfrak{J}(z_1))\theta(-\mathfrak{J}(z_2))\theta(\mathfrak{J}(z_1 z_2)) - \theta(\mathfrak{J}(z_1))\theta(\mathfrak{J}(z_2))\theta(-\mathfrak{J}(z_1 z_2))], \quad (3.20)$$

esto implica que el logaritmo en el integrando de la Ec. (3.13) se puede expresar como una suma de logaritmos

$$\begin{aligned} \log \left[\frac{x^2 p^2 + x(m_1^2 - m_2^2 - p^2) + m_2^2 - i\epsilon}{m_1 m_2} \right] &= \log \left[\frac{p^2}{m_1 m_2} (x - x_+)(x - x_-) \right] \\ &= \log \left[\frac{p^2}{m_1 m_2} \right] + \log(x - x_+) + \log(x - x_-). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Las integrales de los logaritmos resultantes del paso anterior se pueden resolver, dando como resultado

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \Delta_\alpha + 2 - \log \left[\frac{p^2}{\mu^2} \right] + x_+ \log \left(\frac{x_+ - 1}{x_+} \right) + x_- \log \left(\frac{x_- - 1}{x_-} \right) - \log[(1 - x_+)(1 - x_-)]. \quad (3.22)$$

Puesto que ya hemos resuelto todas las integrales, nos deshacemos del factor ϵ tomando $\epsilon \rightarrow 0$.

Sean las siguientes definiciones, las cuales serán útiles posteriormente

$$\hat{s}_\pm \equiv \sqrt{(\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2})^2 - x_p}. \quad (3.23)$$

$$\tilde{s}_\pm \equiv \sqrt{x_p - (\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2})^2}. \quad (3.24)$$

dadas en términos de las razones $x_1 = m_1^2/M^2$, $x_2 = m_2^2/M^2$ y $x_p = m_p^2/M^2$, siendo M alguna masa o escala de energía que se toma como referencia. Adicionalmente, suponemos que $m_1 \neq 0$, $m_2 \neq 0$ y $p^2 \neq 0$

1. Si $p^2 < (m_1 - m_2)^2$, entonces la función B_0 está dada de la siguiente manera

$$\begin{aligned} B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) &= \Delta_\alpha - \log \left(\frac{M^2}{\mu^2} \right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 \\ &+ 2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log \left(\frac{x_2}{x_1} \right) + \frac{\hat{s}_+ \hat{s}_-}{x_p} \log \left(\frac{\hat{s}_+ + \hat{s}_-}{\hat{s}_+ - \hat{s}_-} \right). \end{aligned} \quad (3.25)$$

2. Si $p^2 > (m_1 - m_2)^2$, entonces la función B_0 está dada de la siguiente manera

$$\begin{aligned} B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) &= \Delta_\alpha - \log \left(\frac{M^2}{\mu^2} \right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 \\ &+ 2 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log \left(\frac{x_2}{x_1} \right) + \frac{\tilde{s}_+ \tilde{s}_-}{x_p} \log \left(\frac{\tilde{s}_+ - \tilde{s}_-}{\tilde{s}_+ + \tilde{s}_-} \right). \end{aligned} \quad (3.26)$$

3. Si $(m_1 - m_2)^2 < p^2 < (m_1 + m_2)^2$, entonces la función B_0 tiene dos casos

- Si $2m_1m_2 < (m_1 + m_2)^2 - p^2 < 4m_1m_2$, entonces la solución es

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \Delta_\alpha - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 + 2 \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + 2 \frac{\hat{s}_+ \tilde{s}_-}{x_p} \left[\tan^{-1} \left(\frac{\hat{s}_+}{\tilde{s}_-} - \frac{\pi}{2} \right) \right]. \quad (3.27)$$

- Si $-4m_1m_2 < (m_1 + m_2)^2 - p^2 < -2m_1m_2$, entonces la solución es

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \Delta_\alpha - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 + 2 \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + 2 \frac{\hat{s}_+ \tilde{s}_-}{x_p} \tan^{-1} \left(\frac{\tilde{s}_-}{\hat{s}_+} \right). \quad (3.28)$$

En general, puede ocurrir que algunos de los argumentos de la función B_0 sean iguales a 0 y/o iguales entre sí. Al respecto, tenemos los siguientes casos:

1. Si $p^2 = 0$, $m_1 \neq 0$ y $m_1 = m_2$, entonces la solución es

$$B_0(0, m_1, m_1) = \Delta_\alpha - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \log x_1. \quad (3.29)$$

2. Si $p^2 = 0$, $m_1 \neq 0$, $m_2 \neq 0$, y $m_1 \neq m_2$, entonces la solución es

$$B_0(0, m_1, m_1) = \Delta_\alpha - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 1 - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2. \quad (3.30)$$

3. Si $p^2 \neq 0$, $m_1 = m_2$ y $2m_1^2 < p^2 < 4m_1^2$ entonces la solución es

$$B_0(p^2, m_1, m_1) = \Delta_\alpha - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 2 - \log x_1 - \pi \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{4x_p}} \\ + 2 \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{4x_p}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{4x_p}}. \quad (3.31)$$

4. Si $p^2 \neq 0$, $m_1 = m_2$ y $p^2 > 4m_1^2$ entonces la solución es

$$B_0(p^2, m_1, m_1) = \Delta_\alpha - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 2 - \log x_1 + i\pi \frac{\sqrt{x_p(x_p - 4x_1)}}{x_p} \\ + 2 \frac{\sqrt{x_p(x_p - 4x_1)}}{x_p} \log\left(\frac{\sqrt{x_p} - \sqrt{x_p - 4x_1}}{2\sqrt{x_1}}\right). \quad (3.32)$$

5. Si $p^2 \neq 0$, $m_1 = m_2$ y $p^2 < 2m_1^2$ entonces la solución es

$$B_0(p^2, m_1, m_1) = \Delta_\alpha - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 2 - \log x_1 - \pi \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{x_p}} + 2 \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{x_p}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{x_p}}. \quad (3.33)$$

Hasta aquí hemos deducido todas las soluciones de la función B_0 que serán útiles para realizar en cálculo del Branching ratio, más adelante se dará el resultado exacto para este decaimiento particular.

3.5.2. Función escalar de tres puntos

Anteriormente encontramos que la primera función C_0 , emanada del Método de Passarino-Veltman, fue $C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2)$, a continuación mostraremos la solución de esta.

La función de Passarino-Veltman C_0 general se define como

$$C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{(q^2 - m_0)((q + p_1)^2 - m_1)((q + p_2)^2 - m_2)}. \quad (3.34)$$

Consideremos la formula

$$\frac{1}{ABD} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{[xA + yB + (1-x-y)C]^3}. \quad (3.35)$$

Hacemos $A \equiv q^2 - m_0^2$, $B \equiv (q + p_1)^2 - m_1^2$ y $C \equiv (q + p_2)^2 - m_2^2$ de tal manera que

$$xA + yB + (1-x-y)C = [q + yp_1 + (1-x-y)p_2]^2 - \mathbf{R}, \quad (3.36)$$

donde se ha definido

$$\mathbf{R} \equiv xm_0^2 + ym_1^2 + (1-x-y)m_2^2 + y(y-1)p_1^2 + (x+y-1)(x+y)p_2^2 + 2y(1-x-y)p_1 \cdot p_2. \quad (3.37)$$

Usando este resultado, expresamos a nuestra función escalar C_0 como

$$C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{[[q + yp_1 + (1-x-y)p_2]^2 - \mathbf{R}]^3}. \quad (3.38)$$

Consideremos el cambio de variable $l = q + yp_1 + (1-x-y)p_2$, cuyo Jacobiano de la transformación es igual a $+1$, y haciendo uso del conocimiento de integrales d-dimensionales en el espacio de Minkowski [63], con lo que la función C_0 se escribe como

$$\begin{aligned}
 C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int d^D l \frac{\Gamma(3)}{[l^2 - \mathbf{R}]^3} \\
 &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (2\pi)^D \Gamma(3) \frac{(-1)^{3i} \Gamma(3 - \frac{D}{2})}{(4\pi)^{D/2} \Gamma(3)} \left(\frac{1}{\mathbf{R}}\right)^{3-\frac{D}{2}} \\
 &= - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{\mathbf{R}},
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

por lo tanto,

$$\begin{aligned}
 C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) &= - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [xm_0^2 + ym_1^2 + (1-x-y)m_2^2 + y(y-1)p_1^2 \\
 &\quad + (x+y-1)(x+y)p_2^2 + 2y(1-x-y)p_1 \cdot p_2]^{-1}.
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Consideramos el proceso con las condiciones de capa de masa, donde tenemos que: $p_1^2 = m_t^2$, $p_2^2 = m_h^2$ y $p_3^2 = m_{u_\alpha}^2$ y con la condición cinemática de conservación del momento $p_1 = p_2 + p_3$, es decir, el proceso en el cual tenemos el decaimiento de la partícula 1 con cuadrimomento p_1 a las partículas 2 y 3 con cuadrimomentos p_2 y p_3 , respectivamente. En este contexto, consideremos la función escalar

$$\begin{aligned}
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) &= C_0(p_2^2, p_1^2, p_3^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) \\
 &= C_0(p_2^2, (p_2 - (-p_3))^2, (-p_3)^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) \\
 &= - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [(x+y)m_{d_\beta}^2 + (1-x-y)m_W^2 + y(y-1)p_2^2 \\
 &\quad + (x+y-1)(x+y)p_3^2 + 2y(1-x-y)p_2 \cdot (-p_3)]^{-1},
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

usando las condiciones de capa de masa y la conservación del momento, tenemos

$$\begin{aligned}
 p_1 = p_2 + p_3 &\Rightarrow p_1^2 = p_2^2 + p_3^2 + 2p_1 \cdot p_3 \Rightarrow m_t^2 = m_h^2 + m_{u_\alpha}^2 + 2p_1 \cdot p_3 \\
 &\Rightarrow 2p_1 \cdot p_3 = m_t^2 - m_h^2 - m_{u_\alpha}^2,
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

entonces

$$\begin{aligned}
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) &= - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [(x+y)m_{d_\beta}^2 + (1-x-y)m_W^2 \\
 &\quad - xym_h^2 - x(1-x-y)m_{u_\alpha}^2 - y(1-x-y)m_t^2]^{-1},
 \end{aligned} \tag{3.43}$$

definimos las razones de masas siguientes: $x_h \equiv \frac{m_h^2}{m_t^2}$, $x_{u_\alpha} \equiv \frac{m_{u_\alpha}^2}{m_t^2}$, $x_W \equiv \frac{m_W^2}{m_t^2}$ y $x_{d_\beta} \equiv \frac{m_{d_\beta}^2}{m_t^2}$, con lo que la función escalar queda

$$C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) = - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [(x+y)x_{d_\beta} + (1-x-y)x_W - xyx_h - x(1-x-y)x_{u_\alpha} - y(1-x-y)]^{-1}. \quad (3.44)$$

Nótese que en este decaimiento particular se tiene $x_{u_\alpha} \approx 0$ para α igual a up o $charm$, de manera que

$$C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) \approx - \frac{1}{m_t^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [(x+y)x_{d_\beta} + (1-x-y)x_W - xyx_h - y(1-x-y)]^{-1}, \quad (3.45)$$

fijándonos en el denominador del integrando, y después de un poco de álgebra, tenemos

$$(x+y)x_{d_\beta} + (1-x-y)x_W - xyx_h - y(1-x-y) = (y - \frac{1}{2}(-(1-x_h)x + 1 + x_W - x_{d_\beta}))^2 - \frac{1}{4}((1-x_h)^2 - 2x(2 - (1+x_h)(1+x_W - x_{d_\beta})) + (1-x_W + x_{d_\beta})^2 - 4x_{d_\beta}). \quad (3.46)$$

Ahora, consideremos el cambio de variables siguiente

$$x = w \quad y = z + \frac{1}{2}(-(1-x_h)w + 1 - x_W - x_{d_\beta}), \quad (3.47)$$

cuyo Jacobiano es igual a +1. Sobre los límites de integración tenemos

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow w = 0 \\ x = 1 &\Rightarrow w = 1 \\ y = 0 &\Rightarrow z = -\frac{1}{2}(-(1-x_h)w + 1 - x_W - x_{d_\beta}) \equiv z_1 \\ y = 1 - x &\Rightarrow z = -\frac{1}{2}(w(1+x_h) - 1 + x_W - x_{d_\beta}) \equiv z_2, \end{aligned} \quad (3.48)$$

de este modo

$$C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) \approx - \frac{1}{m_t^2} \int_0^1 dw \int_{z_1}^{z_2} dz [z^2 - \frac{1}{4}((1-x_h)^2 w^2 - 2w(2 - (1+x_h)(1+x_W - x_{d_\beta})) + (1-x_W + x_{d_\beta})^2 - 4x_{d_\beta})]^{-1}. \quad (3.49)$$

Ahora se define

$$\xi = \frac{1}{4}((1 - x_h)^2 w^2 - 2w(2 - (1 + x_h)(1 + x_w - x_{d_\beta})) + (1 - x_w + x_{d_\beta})^2 - 4x_{d_\beta}), \quad (3.50)$$

nótese que en este decaimiento particular $\xi > 0$, en cuyo caso tenemos

$$\begin{aligned} C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) &\approx -\frac{1}{m_t^2} \int_0^1 dw \int_{z_1}^{z_2} dz \frac{1}{z^2 - \xi} \\ &= -\frac{1}{m_t^2} \int_0^1 dw \frac{1}{2\sqrt{\xi}} \left(\int_{z_1}^{z_2} dz \frac{1}{z^2 - \sqrt{\xi}} - \int_{z_1}^{z_2} dz \frac{1}{z^2 + \sqrt{\xi}} \right). \end{aligned} \quad (3.51)$$

Notemos que $\sqrt{\xi} > z_1$, $\sqrt{\xi} > z_1$, $z_2 > z_1$, $z_1 < 0$, $z_1 + \sqrt{\xi} < 0$ y $z_2 + \sqrt{\xi} > 0$, entonces, por un lado tenemos que

$$\int_{z_1}^{z_2} dz \frac{1}{z^2 - \sqrt{\xi}} = \log \left(\frac{\sqrt{\xi} - z_2}{\sqrt{\xi} - z_1} \right), \quad (3.52)$$

y por otro lado que

$$\int_{z_1}^{z_2} dz \frac{1}{z^2 + \sqrt{\xi}} = -i\pi + \log \left(\frac{z_2 + \sqrt{\xi}}{-z_1 - \sqrt{\xi}} \right). \quad (3.53)$$

Así, escribimos nuestra función escalar C_0 como

$$C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_W^2) \approx -\frac{1}{2m_t^2} \int_0^1 dw \frac{1}{\sqrt{\xi}} \left(\log \left(\frac{(\sqrt{\xi} - z_2)(-z_1 - \sqrt{\xi})}{(\sqrt{\xi} - z_1)(z_2 + \sqrt{\xi})} \right) + i\pi \right). \quad (3.54)$$

El resultado de esta expresión de calculará mediante métodos numéricos, debido a que es una función dilogarítmica.

Recordemos que la segunda función C_0 es $C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_\beta}^2)$, a continuación mostraremos la solución a ésta.

Recordemos que la función de Passarino-Veltman C_0 general está definida por la Ec. (3.33), usando, nuevamente, el método de la parametrización de Feynman, podemos escribir a la función C_0 como

$$\begin{aligned} C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) &= -\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [x^2 p_2^2 + y^2 (p_1 - p_2)^2 + xy(p_2^2 - p_1^2 + (p_1 - p_2)^2) \\ &\quad + x(m_0 - m_2 - p_2) + y(m_1^2 - m_2^2 - (p_1 - p_2)^2) + m_2^2]^{-1}, \end{aligned} \quad (3.55)$$

se define $a = p_2^2$, $b = (p_1 - p_2)^2$, $c = p_2^2 - p_1^2 + (p_1 - p_2)^2$, $d = m_0^2 - m_2^2 - p_2^2$, $e = m_1^2 - m_2^2 - (p_1 - p_2)^2$ y $f = m_2^2$, de modo que

$$C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) = - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f]^{-1}. \quad (3.56)$$

Consideremos la ecuación

$$b\alpha^2 + c\alpha + a = 0, \quad (3.57)$$

cuyas soluciones son

$$\alpha = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4ab}}{2b}, \quad (3.58)$$

nos fijamos en alguna de las dos soluciones anteriores y definimos el cambio de variables dado por la transformación

$$x = v \quad y = u + \alpha v, \quad (3.59)$$

cuyo Jacobiano es +1, la región de integración es

$$\begin{aligned} x = 0 &\Rightarrow v = 0, \\ x = 1 &\Rightarrow v = 1, \\ y = 0 &\Rightarrow u = -\alpha v \equiv u_1, \\ y = 1 - x &\Rightarrow u = 1 - (1 - \alpha)v \equiv u_2, \end{aligned} \quad (3.60)$$

así que,

$$C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) = - \int_0^1 dv \int_{u_1}^{u_2} du [u^2b + vu(2\alpha b + c) + v(d + e\alpha) + ue + f]^{-1}. \quad (3.61)$$

De manera general, imaginemos una integral de la forma

$$\int_0^1 dv \int_{-\alpha v}^{1-v-\alpha v} du f(u, v), \quad (3.62)$$

notemos que para $C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_\alpha}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_\beta}^2)$ se cumple que $0 < -\alpha < 1$, además que,

$$\begin{aligned} u = 1 - v(1 + \alpha) &\Rightarrow v = \frac{1 - u}{1 + \alpha} \\ u = -\alpha v &\Rightarrow v = -\frac{u}{\alpha}, \end{aligned} \quad (3.63)$$

de manera que,

$$\int_0^1 dv \int_{-\alpha v}^{1-v-\alpha v} du f(u, v) = \int_0^{-\alpha} du \int_0^{-\frac{u}{\alpha}} dv f(u, v) + \int_{-\alpha}^1 du \int_0^{\frac{1-u}{1+\alpha}} dv f(u, v), \quad (3.64)$$

de modo que nuestra función de tres puntos se expresa como

$$\begin{aligned} C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) \\ = - \int_0^{-\alpha} du \int_0^{-\frac{u}{\alpha}} dv [u^2 b + vu(2\alpha b + c) + v(d + e\alpha) + ue + f]^{-1} \\ - \int_{-\alpha}^1 du \int_0^{\frac{1-u}{1+\alpha}} dv [u^2 b + vu(2\alpha b + c) + v(d + e\alpha) + ue + f]^{-1}. \end{aligned} \quad (3.65)$$

Notemos que el integrando se puede escribir como

$$[u^2 b + vu(2\alpha b + c) + v(d + e\alpha) + ue + f]^{-1} = [v((2\alpha b + c)u + d + e\alpha) + u^2 b + ue + f]^{-1}. \quad (3.66)$$

Definiendo $A = (2\alpha b + c)u + d + e\alpha$ y $B = u^2 b + ue + f$, entonces escribimos a nuestra función C_0 como

$$\begin{aligned} C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) &= - \int_0^{-\alpha} du \int_0^{-\frac{u}{\alpha}} dv \frac{1}{Av + B} - \int_{-\alpha}^1 du \int_0^{\frac{1-u}{1+\alpha}} dv \frac{1}{Av + B} \\ &= - \int_0^{-\alpha} du \frac{1}{A} \left(\log \left| -\frac{u}{\alpha} A + B \right| - \log |B| \right) \\ &\quad - \int_{-\alpha}^1 du \frac{1}{A} \left(\log \left| \frac{1-u}{1+\alpha} A + B \right| - \log |B| \right). \end{aligned} \quad (3.67)$$

A continuación suponemos que se satisfacen las inecuaciones

$$\begin{aligned} 0 &< -\frac{u}{\alpha} A + B, \\ -B &> 0, \end{aligned} \quad (3.68)$$

en el intervalo $0 < u < -\alpha$, de tal suerte que

$$\log \left| -\frac{u}{\alpha} A + B \right| - \log |B| = \log \left(\frac{-\frac{u}{\alpha} A + B}{-B} \right). \quad (3.69)$$

Consideremos la ecuación $B = 0$, que en forma más explícita se escribe $B = u^2 b + ue + f$, cuyas soluciones son

$$\beta_1 = \frac{-e + \sqrt{e^2 - 4bf}}{2b}, \quad \beta_2 = \frac{-e - \sqrt{e^2 - 4bf}}{2b}. \quad (3.70)$$

Supongamos que $-\alpha < \beta_2 < 1$ y que

$$\begin{aligned} B &> 0 & \text{para } u > \beta_2, \\ B &< 0 & \text{para } u < \beta_2. \end{aligned} \quad (3.71)$$

Además, supongamos que en $-\alpha < u < 1$ se cumple que

$$-\frac{1-u}{1+\alpha}A + B > 0. \quad (3.72)$$

Así que

$$\begin{aligned} -\int_{-\alpha}^1 du \frac{1}{A} \left(\log \left| \frac{1-u}{1+\alpha}A + B \right| - \log |B| \right) &= -\int_{-\alpha}^1 du \frac{1}{A} \log \left(\frac{(u-1)A - (1-\alpha)B}{(1+\alpha)B} \right) \\ &\quad - i\pi \int_{\beta_2}^1 du \frac{1}{A}. \end{aligned} \quad (3.73)$$

Juntamos todos los resultados para escribir la función de tres puntos como

$$\begin{aligned} C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) &= -\int_0^{-\alpha} du \frac{1}{A} \log \left(\frac{uA - \alpha B}{\alpha B} \right) \\ &\quad - \int_{-\alpha}^1 du \frac{1}{A} \log \left(\frac{(u-1)A - (1-\alpha)B}{(1+\alpha)B} \right) - i\pi \int_{\beta_2}^1 du \frac{1}{A}. \end{aligned} \quad (3.74)$$

De igual manera que la función C_0 anterior y por las mismas razones, el resultado de esta integral se calculará mediante métodos numéricos.

3.6. Matriz CKM

En el Modelo Estándar la masa y mezcla de los quarks tienen el mismo origen, estas provienen de la interacción de Yukawa de los quarks con el condensado del Higgs, cuando el campo del Higgs adquiere su valor de expectación en el vacío las masas de los quarks son generadas. Para obtener los estados físicos de los quarks es necesario diagonalizar la matriz de masas de los quarks tipo *up* y *down* con la ayuda de cuatro matrices unitarias V_{LR}^{ud} . Después de la diagonalización se tiene que el W^\pm se acopla a los quarks físicos de tipo *up* y *down* con acoplamientos dados por la matriz CKM. Esta matriz CKM es una matriz unitaria 3×3 , la cual se define como

$$V_{\text{CKM}} \equiv V_L^u V_L^{d\dagger} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa_{ud} & \kappa_{us} & \kappa_{ub} \\ \kappa_{cd} & \kappa_{cs} & \kappa_{cb} \\ \kappa_{td} & \kappa_{ts} & \kappa_{tb} \end{pmatrix}. \quad (3.75)$$

Esta puede ser parametrizada por tres ángulos de mezcla y una fase compleja que viola CP, una convención estándar es la siguiente

$$\begin{aligned} V_{\text{CKM}} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (3.76)$$

donde $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$, $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ y δ es la fase responsable de todos los fenómenos de violación de CP en los procesos de cambio de sabor en el Modelo Estándar. Los ángulos θ_{ij} , pueden ser elegidos en el primer cuadrante de tal manera que $s_{ij}, c_{ij} \geq 0$.

Usando los parametros de Wolfenstein, se definen [64]

$$\begin{aligned} s_{12} = \lambda &= \frac{|V_{us}|}{\sqrt{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2}}, & s_{23} = A\lambda^2 &= \lambda \left| \frac{V_{cb}}{V_{us}} \right|, \\ s_{13}e^{i\epsilon} = V_{ub}^* &= A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) = \frac{A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta})\sqrt{1 - A^2\lambda^4}}{\sqrt{1 - \lambda^2[1 - A^2\lambda^4(\bar{\rho} + i\bar{\eta})]}}, \end{aligned} \quad (3.77)$$

estas relaciones aseguran que $\bar{\rho} + i\bar{\eta} = -(V_{ud}V_{ub}^*)/(V_{cd}V_{cb}^*)$ es independiente de la convención de la fase y la matriz CKM escrita en terminos de λ , A , $\bar{\rho}$ y $\bar{\eta}$ es unitaria para todos los órdenes en λ .

Los elementos de la matriz CKM son parámetros fundamentales del modelo estándar, por eso su determinación precisa es importante. Los elementos de la matriz CKM se pueden determinar con mayor precisión utilizando un ajuste global para todas las mediciones disponibles e imponiendo las restricciones del Modelo Estándar. Las restricciones implicadas por la unitariedad de la matriz CKM de tres generaciones reducen significativamente el rango permitido de algunos de los elementos de la matriz CKM. El ajuste para los parámetros de Wolfenstein definidos en la Ec. 3.76 dan

$$\begin{aligned} \lambda &= 0.22453 \pm 0.00044, & A &= 0.836 \pm 0.015, \\ \bar{\rho} &= 0.122_{-0.017}^{+0.018}, & \bar{\eta} &= 0.355_{-0.011}^{+0.012}, \end{aligned} \quad (3.78)$$

finalmente, los resultados de ajuste para los valores absolutos de los nueve elementos de la matriz CKM son [64]

$$V_{\text{CKM}} = \begin{pmatrix} 0.97446 \pm 0.00010 & 0.22452 \pm 0.00044 & 0.00365 \pm 0.00012 \\ 0.22438 \pm 0.00044 & 0.97359^{+0.00010}_{-0.00011} & 0.04214 \pm 0.00076 \\ 0.00896^{+0.00024}_{-0.00023} & 0.04133 \pm 0.00074 & 0.999105 \pm 0.000032 \end{pmatrix}. \quad (3.79)$$

3.7. Mecanismo GIM

Recordemos que, como resultado de la parametrización de Feynman, contamos con un término divergente, el cual se encuentra en la Ec. (3.14), para deshacernos de dicha divergencia se aplicará el mecanismo de Glashow-Iliopoulos-Miani (GIM).

Tenemos que la contribución debida a los tres quarks tipo *down* se puede representar como

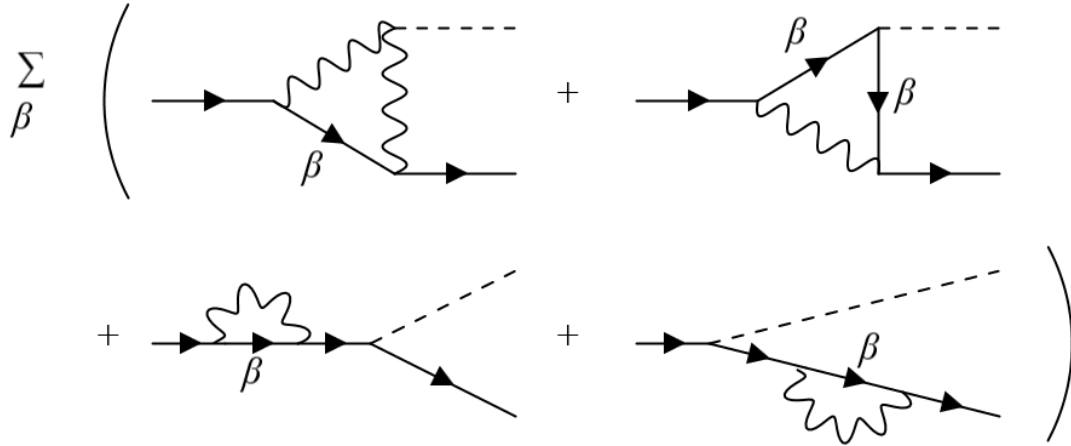


Figura 3.5: Suma sobre los quark tipo down.

donde β toma los valores anteriormente mencionados. La Fig 3.5 se puede expresar como $\sum_{\beta} \mathcal{M}_{t \rightarrow q_{\alpha} h}^{d_{\beta}}$, donde $\mathcal{M}_{t \rightarrow q_{\alpha} h}^{d_{\beta}}$ es una contribución a la amplitud de transición, correspondiente al quark β tipo *down*, para el decaimiento $t \rightarrow q_{\alpha} h$, de manera explícita tenemos:

$$\begin{aligned} \sum_{\beta} \mathcal{M}_{t \rightarrow q_{\alpha} h}^{d_{\beta}} &= \sum_{\beta} (B_i^{\beta} a_i^{\beta} + \text{conv}^{\beta}) \\ &= \sum_{\beta} ((B_1^{\beta} - B_2^{\beta}) a_1^{\beta} + (B_2^{\beta} - B_3^{\beta})(a_1^{\beta} + a_2^{\beta}) + (B_3^{\beta} - B_4^{\beta})(a_1^{\beta} + a_2^{\beta} + a_3^{\beta}) \\ &\quad + (B_4^{\beta} - B_5^{\beta})(a_1^{\beta} + a_2^{\beta} + a_3^{\beta} + a_4^{\beta}) + (B_5^{\beta} - B_6^{\beta})(a_1^{\beta} + a_2^{\beta} + a_3^{\beta} + a_4^{\beta} + a_5^{\beta}) \\ &\quad + (B_6^{\beta} - B_7^{\beta})(a_1^{\beta} + a_2^{\beta} + a_3^{\beta} + a_4^{\beta} + a_5^{\beta} + a_6^{\beta}) \\ &\quad + B_7^{\beta}(a_1^{\beta} + a_2^{\beta} + a_3^{\beta} + a_4^{\beta} + a_5^{\beta} + a_6^{\beta} + a_7^{\beta}) + \text{conv}^{\beta}), \end{aligned} \quad (3.80)$$

donde B_j^β , para j desde 1 a 7, son las siete funciones escalares B_0 y a_j^β su respectivo coeficiente, y $conv^\beta$ es la parte convergente, todos correspondientes a la contribución del quark β . Nótese que la función B_7^β se puede expresar como $B_7^\beta = \Delta_{\alpha 7}^\beta + \xi_{conv7}^\beta = \Delta_\alpha + \xi_{conv7}^\beta$, donde ξ_{conv7}^β es la parte convergente correspondiente a B_7^β , dado que todos los términos $\Delta_{\alpha j}^\beta$ son iguales se puede prescindir de la etiqueta β , además, que en las diferencias de las B_0 's restantes se cancelan los términos Δ_α , y por ende, las divergencias. Mostrando esto último de manera explícita y poniendo en uno solo todos los términos convergentes, tenemos

$$\sum_{\beta} \mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta} = \sum_{\beta} [((\Delta_\alpha + \xi_{conv7}^\beta) \sum_j a_j^\beta) + \text{convergente}^\beta] = \sum_{\beta} \text{convergente}^\beta + \Delta_\alpha \sum_{\beta} \sum_j a_j^\beta, \quad (3.81)$$

donde ahora tenemos aislado el único término divergente.

Dado que los coeficientes de las funciones B_0 's son proporcionales a P_L , a P_R y, como factor global, a $\kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^*$, entonces sobre el término divergente de $\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta}$ tenemos

$$\Delta_\alpha \sum_{\beta} \sum_j a_j^\beta = \Delta_\alpha \sum_j (b_j P_R + c_j P_L) \sum_{\beta} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^*, \quad (3.82)$$

donde b_j es el coeficiente de P_R y c_j es el coeficiente de P_L .

Recordemos que los elementos $\kappa_{\alpha\beta}$ y $\kappa_{t\beta}^*$ pertenecen a la matriz CKM, y esta, por su propiedad de unitariedad, cumple que

$$\begin{aligned} V_{\text{CKM}} V_{\text{CKM}}^\dagger &= V_{\text{CKM}}^\dagger V_{\text{CKM}} = \mathbf{1}_3 \\ \Rightarrow (\kappa \kappa^\dagger)_{\alpha t} &= (\mathbf{1}_3)_{\alpha t} \\ \Rightarrow \sum_{\beta} \kappa_{\alpha\beta} (\kappa^\dagger)_{\beta t} &= \delta_{\alpha t} \\ \Rightarrow \sum_{\beta} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* &= \delta_{\alpha t} = 0, \end{aligned} \quad (3.83)$$

donde $\mathbf{1}_3$ es la matriz unitaria 3×3 y $\delta_{\alpha t}$ es la delta de Kronecker.

Por lo tanto, tenemos que

$$\Delta_\alpha \sum_{\beta} \sum_j a_j^\beta = 0, \quad (3.84)$$

lo cual cancela la divergencia restante en la amplitud de transición, como se quería.

3.8. Cálculo del Branching ratio

Considerando el proceso de decaimiento de $1 \rightarrow n$, con p_1 el cuadrimomento de la partícula inicial y $p_{f_1}, p_{f_2}, \dots, p_{f_n}$ los cuadrimomentos de las n partículas finales. Además consideremos el marco en reposo de la partícula 1, entonces la tasa de decaimiento diferencial viene dada por [65]

$$d\Gamma = d\frac{1}{\tau} = \frac{(2\pi)^4 \delta^4(\sum_k p_{f_k} - p_1)}{2m_1} \prod_{k=1}^n \frac{d^3 \vec{p}_{f_k}}{(2\pi)^3 2E_{f_k}} |M_{fi}|^2, \quad (3.85)$$

donde Γ es la tasa de decaimiento de la partícula 1 y τ es su tiempo de vida, \vec{p}_{f_k} es el momento lineal de la k -ésima partícula final y E_{f_k} su energía correspondiente, y M_{fi} es la amplitud de transición del estado inicial i y el estado final f . La tasa de decaimiento total es obtenida por integración sobre el espacio fase final

$$\Gamma = \prod_i S_l \int d\Gamma, \quad (3.86)$$

donde $S_l \equiv 1/l!$ es un factor estadístico para l partículas idénticas.

En nuestro caso tenemos como partícula 1 el quark *top* con cuadrimomento p_t y como estado final a las partículas h y q_{u_α} con cuadrimomentos p_h y p_{u_α} , respectivamente. Además, el factor estadístico, S_l , es igual a 1 y recordemos que trabajamos en la capa de masa, esto es, $p^0 = E_{\vec{p}} = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$. Por lo tanto, en nuestro caso tenemos

$$\begin{aligned} \Gamma(t \rightarrow q_{u_\alpha} h) &= \kappa^2 \int \frac{(2\pi)^4 \delta^4(p_{u_\alpha} + p_h - p_t)}{2m_h} \frac{d^3 p_h}{(2\pi)^3 2E_h} \frac{d^3 p_{u_\alpha}}{(2\pi)^3 2E_{u_\alpha}} \\ &= \frac{\kappa^2}{32\pi^2 m_t} \int d\Omega \int \frac{p_h^2}{E_h E_{u_\alpha}} \delta(E_h + E_{u_\alpha} - m_t) dp_h \\ &= \frac{\kappa^2}{32\pi^2 m_t} \int d\Omega \int \frac{p_h}{E_{u_\alpha}} \delta(E_h + E_{u_\alpha} - m_t) dE_h \\ &= \frac{\kappa^2}{8\pi m_t^2} \frac{[m_t^2 - (m_h + m_{u_\alpha})^2]^{1/2} [m_t^2 - (m_h - m_{u_\alpha})^2]^{1/2}}{2m_t} \\ &= \frac{\kappa^2 p}{8\pi m_t^2}, \end{aligned} \quad (3.87)$$

donde se ha definido $p = \frac{[m_t^2 - (m_h + m_{u_\alpha})^2]^{1/2} [m_t^2 - (m_h - m_{u_\alpha})^2]^{1/2}}{2m_t}$ y la amplitud de decaimiento de tres niveles es $M_{fi} = -i\kappa$ con κ describiendo la iteración de tres puntos.

Ahora, se calculará la amplitud cuadrática media. Recordemos que la amplitud de transición es

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{t \rightarrow q_{u_\alpha} h}^{d\beta} &= f_1 \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) P_R U(p_t, s_t) + f_2 \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) P_L U(p_t, s_t) \\ &= F_1 \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) U_t(p_t, s_t) + F_2 \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) \gamma^5 U(p_t, s_t), \end{aligned} \quad (3.88)$$

donde s denota los estados de helicidad. La última igualdad se debe a haber expresado a P_R y a P_L en función de $\mathbf{1}_4$, la matriz identidad 4×4 , y en función de la matriz γ^5 . Además se ha definido a $F_1 = \frac{1}{2}(f_1 + f_2)$ y a $F_2 = \frac{1}{2}(f_1 - f_2)$.

Tenemos que el complejo conjugado de la amplitud de transición está dado por

$$(\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta})^* = F_1^* \bar{U}(p_t, s_t) U(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) - F_2^* \bar{U}(p_t, s_t) \gamma^5 U(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}), \quad (3.89)$$

entonces

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta}|^2 &= \mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta} (\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta})^* = |F_1|^2 \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) U(m_t, s_t) \bar{U}(p_t, s_t) U(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) \\ &\quad + F_2 F_1^* \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) \gamma^5 U(p_t, s_t) \bar{U}(p_t, s_t) U(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) \\ &\quad - F_1 F_2^* \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) U(p_t, s_t) \bar{U}(p_t, s_t) \gamma^5 U(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) \\ &\quad - |F_2|^2 \bar{U}(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}) \gamma^5 U(m_t, s_t) \bar{U}(p_t, s_t) \gamma^5 U(p_{u_\alpha}, s_{u_\alpha}), \end{aligned} \quad (3.90)$$

entonces

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta}|^2} &= \frac{1}{2} \sum_{s_{u_\alpha} = \pm} \sum_{s_t = \pm} |\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta}|^2 = \frac{1}{2} [|F_1|^2 Tr\{(\not{p}_t + m_t)(\not{p}_{u_\alpha} + m_{u_\alpha})\} \\ &\quad + F_2 F_1^* Tr\{\gamma^5(\not{p}_t + m_t)(\not{p}_{u_\alpha} + m_{u_\alpha})\} \\ &\quad - F_1 F_2^* Tr\{(\not{p}_t + m_t)\gamma^5(\not{p}_{u_\alpha} + m_{u_\alpha})\} \\ &\quad - |F_2|^2 Tr\{\gamma^5(\not{p}_t + m_t)\gamma^5(\not{p}_{u_\alpha} + m_{u_\alpha})\}], \end{aligned} \quad (3.91)$$

por lo tanto

$$\overline{|\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta}|^2} = 2(|F_1|^2 + |F_2|^2)(p_t \cdot p_{u_\alpha} + m_t m_{u_\alpha}), \quad (3.92)$$

para nuestro caso tenemos que $\overline{|\mathcal{M}_{t \rightarrow q_\alpha h}^{d_\beta}|^2} = \kappa^2$. Por lo tanto

$$\Gamma(t \rightarrow q_{u_\alpha} h) = \frac{1}{4\pi m_t^2} \frac{[m_t^2 - (m_h + m_{u_\alpha})^2]^{1/2} [m_t^2 - (m_h - m_{u_\alpha})^2]^{1/2}}{2m_t} (|F_1|^2 + |F_2|^2)(p_t \cdot p_{u_\alpha} + m_t m_{u_\alpha}), \quad (3.93)$$

recordando que $p_t \cdot p_{u_\alpha} = (m_t^2 + m_{u_\alpha}^2 - m_h^2)/2$, finalmente se tiene que la tasa de decaimiento, para este caso particular, está dada mediante

$$\Gamma(t \rightarrow q_{u_\alpha} h) = \frac{\sqrt{m_t^2 - (m_h + m_{u_\alpha})^2} [m_t^2 - (m_h - m_{u_\alpha})^2]}{16\pi m_t^3} ((m_t + m_{u_\alpha})^2 - m_h^2)(|F_1|^2 + |F_2|^2). \quad (3.94)$$

Finalmente, el Branching ratio, la probabilidad de que un decaimiento partículas ocurra, se define como

$$Br = \frac{\Gamma_{\text{Particular}}}{\Gamma_{\text{Total}}}, \quad (3.95)$$

En nuestros casos tenemos, $\Gamma_{\text{Particular}} = \Gamma(t \rightarrow q_{u_\alpha})$ y $\Gamma_{\text{Total}} = 1.41\text{GeV}$, por lo tanto, el Branching ratio para nuestros casos particulares son

$$\begin{aligned} \text{Br}(t \rightarrow q_{u_\alpha} h) &= \frac{\Gamma(t \rightarrow q_{u_\alpha})}{1.41\text{GeV}} \\ &= \frac{1}{1.41\text{GeV}} \frac{\sqrt{m_t^2 - (m_h + m_{u_\alpha})^2} [m_t^2 - (m_h - m_{u_\alpha})^2]}{16\pi m_t^3} ((m_t + m_{u_\alpha})^2 - m_h^2) (|F_1|^2 + |F_2|^2). \end{aligned} \quad (3.96)$$

Ahora estamos en condiciones de calcular el valor exacto del Branching ratio para nuestro caso particular. Recordemos que las funciones B_0 's y C_0 's están enlistadas en la Ec. (3.11).

Calculemos primero el caso en el cual $\alpha = u$. Para ello, los valores de las funciones escalar de dos puntos se muestran a continuación

$$\begin{aligned} B_0(0, m_W^2, m_W^2) &= 1.53423, \\ B_0(m_h^2, m_W^2, m_W^2) &= 2.09589, \\ B_0(0, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2) &= 21.0281, \\ B_0(0, m_{d_d}^2, m_W^2) &= 2.53423, \\ B_0(m_h^2, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2) &= 2.64823 + 3.14159i, \\ B_0(m_t^2, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2) &= 2.52131 + 2.4642i, \\ B_0(m_{u_u}^2, m_{d_d}^2, m_W^2) &= 2.53514, \\ B_0(0, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2) &= 14.9946, \\ B_0(0, m_{d_s}^2, m_W^2) &= 2.53421, \\ B_0(m_h^2, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2) &= 2.64825 + 3.14159i, \\ B_0(m_t^2, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2) &= 2.52132 + 2.4642i, \\ B_0(m_{u_u}^2, m_{d_s}^2, m_W^2) &= 2.53427, \\ B_0(0, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2) &= 7.44712, \\ B_0(0, m_{d_b}^2, m_W^2) &= 2.5182, \\ B_0(m_h^2, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2) &= 2.66564 + 3.13458i, \\ B_0(m_t^2, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2) &= 2.52762 + 2.46136i, \\ B_0(m_{u_u}^2, m_{d_b}^2, m_W^2) &= 2.5182, \end{aligned} \quad (3.97)$$

y los valores de las funciones escalares de tres puntos son

$$\begin{aligned}
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2, m_W^2) &= 0.000102213 - 0.000142375i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_d}^2) &= -0.0000402141 - 0.000220651i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2, m_W^2) &= 0.000102213 - 0.000142375i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_s}^2) &= -0.0000402057 - 0.000284618i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2, m_W^2) &= 0.000102213 - 0.000142375i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_b}^2) &= -0.000041155 - 0.000285383i.
 \end{aligned} \tag{3.98}$$

Posteriormente, calculemos el caso en el cual $\alpha = c$. Para ello, los valores de las funciones escalares de dos puntos se muestran a continuación

$$\begin{aligned}
 B_0(0, m_W^2, m_W^2) &= 1.53423, \\
 B_0(m_h^2, m_W^2, m_W^2) &= 2.09589, \\
 B_0(0, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2) &= 21.0281, \\
 B_0(0, m_{d_d}^2, m_W^2) &= 2.53423, \\
 B_0(m_h^2, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2) &= 2.64823 + 3.14159i, \\
 B_0(m_t^2, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2) &= 2.52131 + 2.4642i, \\
 B_0(m_{u_c}^2, m_{d_d}^2, m_W^2) &= 2.53536, \\
 B_0(0, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2) &= 14.9946, \\
 B_0(0, m_{d_s}^2, m_W^2) &= 2.53421, \\
 B_0(m_h^2, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2) &= 2.64825 + 3.14159i, \\
 B_0(m_t^2, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2) &= 2.52132 + 2.4642i, \\
 B_0(m_{u_c}^2, m_{d_s}^2, m_W^2) &= 2.53434, \\
 B_0(0, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2) &= 7.44712, \\
 B_0(0, m_{d_b}^2, m_W^2) &= 2.5182, \\
 B_0(m_h^2, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2) &= 2.66564 + 3.13458i, \\
 B_0(m_t^2, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2) &= 2.52762 + 2.46136i, \\
 B_0(m_{u_c}^2, m_{d_b}^2, m_W^2) &= 2.5182,
 \end{aligned} \tag{3.99}$$

y los valores de las funciones escalares de tres puntos son

$$\begin{aligned}
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_{d_d}^2, m_{d_d}^2, m_W^2) &= 0.000102213 - 0.000142375i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_d}^2) &= -0.0000402141 - 0.000220651i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_{d_s}^2, m_{d_s}^2, m_W^2) &= 0.000102213 - 0.000142375i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_s}^2) &= -0.0000402057 - 0.000284618i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_{d_b}^2, m_{d_b}^2, m_W^2) &= 0.000102213 - 0.000142375i, \\
 C_0(m_h^2, m_t^2, m_{u_u}^2, m_W^2, m_W^2, m_{d_b}^2) &= -0.000041155 - 0.000285383i,
 \end{aligned} \tag{3.100}$$

para obtener estos resultados anteriores se usaron los valores de las masas siguientes [66]

$$\begin{aligned}
 m_{u_u} &= 2.15\text{MeV}, & m_{u_c} &= 1.27\text{GeV}, & m_t &= 172.9\text{GeV}, \\
 m_{d_d} &= 4.67\text{MeV}, & m_{d_s} &= 93\text{MeV}, & m_{d_b} &= 4.18\text{GeV}, \\
 m_h &= 124.97\text{GeV}.
 \end{aligned} \tag{3.101}$$

Finalmente, los Branching ratio son

$$\text{Br}(t \rightarrow uh) = 1.328037 \times 10^{-16}, \quad \text{Br}(t \rightarrow ch) = 1.825748 \times 10^{-14}, \tag{3.102}$$

lo cual nos dice la probabilidad de que el decaimiento particular se lleve a cabo.

Capítulo 4

Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se ha estudiado la física y estructura del Modelo Estándar con el propósito de analizar el proceso, con cambio de sabor, del decaimiento $t \rightarrow q_u h$ donde, como anteriormente se ha mencionado, t representa al quark *top*, h al bosón escalar y q_u representa a un quark de tipo *up*, que puede ser el quark up, u , o el quark charm, c . Cabe mencionar que como resultado importante de los cálculos se obtuvieron siete diferentes funciones B_0 y dos funciones C_0 para cada quark de tipo *down*, es decir, quark down, d , quark strange, s , y quark bottom, b , en cada uno de los dos diferentes decaimientos.

Ademas, del cálculo del Branching ratio para cada uno de los decaimientos se obtuvo lo siguiente:

$$\text{Br}(t \rightarrow uh) = 1.328037 \times 10^{-16}, \quad \text{Br}(t \rightarrow ch) = 1.825748 \times 10^{-14}, \quad (4.1)$$

Esto nos dice que la probabilidad de que el decaimiento $t \rightarrow hu$ ocurra es de 1 en 1.328037×10^{16} y la probabilidad del decaimiento $t \rightarrow hc$ es de 1 en 1.825748×10^{14} . Estos ordenes de magnitud, $B(t \rightarrow uh) \sim 10^{-16}$ y $B(t \rightarrow ch) \sim 10^{-14}$, están de acuerdo con los anteriormente publicados [67, 68].

La cota experimental más reciente para el Branching ratio de los decaimientos $t \rightarrow uh$ y $t \rightarrow ch$ obtenidos en el detector ATLAS del LHC, en el cual no se observa un exceso significativo, establece un límite superior para el caso $t \rightarrow ch$ de 2.2×10^{-3} en el nivel de confianza del 95 % y en el límite superior observado para el evento restante, $t \rightarrow uh$ es de 2.4×10^{-3} [69]. Las contribuciones del Modelo Estándar a estos procesos de decaimiento, obtenidos en este trabajo de tesis, están considerablemente lejos de lo que experimentalmente se ha podido medir, lo cual incita a pensar que la detección de la producción de bosones de Higgs mediante este mecanismo esta lejos de ser realizada.

Como proyecto futuro se realizará este mismo cálculo pero en una teoría de extensión del Modelo Estándar, estas son formulaciones que agregan elementos nuevos a este modelo dando lugar a nuevos fenómenos físicos, cuya presunta medición apuntaría hacia la existencia de nueva física, más precisamente hablando, se analizará en el contexto de dimensiones extras universales.

Bibliografía

- [1] M. Gell-mann, *The Quark and the Jaguar: Adventures in the Simple and the Complex*, W. H. Freeman, New York, 1994.
- [2] S. L. Glashow, Partial-symmetries of weak interactions, *Nucl. Phys.* 22, 579 (1961).
- [3] A. Salam. Weak and electromagnetic interactions, *Conf. Proc. C680519*, 367 (1968).
- [4] S. Weinberg, A Model of Leptons, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264 (1967).
- [5] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Reading, MA: Perseus, 1995).
- [6] C. Giunti and C. W. Kim *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics* (New York: Oxford University Press, 2007).
- [7] G. Aad et al., Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, *Phys. Lett. B* 716, 1 (2012).
- [8] S. Chatrchyan et al., Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, *Phys. Lett. B* 716, 30 (2012).
- [9] P. W. Higgs, Broken symmetries, massless particles and gauge fields, *Phys. Lett. B* 12, 132 (1964).
- [10] P. W. Higgs, Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons, *Phys. Rev. Lett.* 13, 508 (1964).
- [11] F. Englert and R. Brout, Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons, *Phys. Rev. Lett.* 13, 321 (1964).
- [12] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* 81, 1562 (1998).
- [13] Q. R. Ahmad et al. (SNO Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* 89, 011301 (2002).
- [14] F. P. An et al., Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay, *Phys. Rev. Lett.* 108, 171803 (2012).
- [15] J. K. Ahn et al. (RENO Collaboration), Observation of Reactor Electron Antineutrinos Disappearance in the RENO Experiment, *Phys. Rev. Lett.* 108, 191802 (2012).

- [16] B. Pontecorvo, Mesonium and anti-mesonium, *Sov. Phys.-JETP* 6 429 (1957).
- [17] J. Guasch and S. Solà, FCNC top quark decays in the MSSM: a door to SUSY physics in high luminosity colliders?, *Nucl. Phys.* 562, 3 (1999).
- [18] S. Béjar, J. Guasch, and J. Solà, Loop induced flavor changing neutral decays of the top quark in a general two-Higgs-doublet model, *Nucl. Phys. B* 600, 21 (2001).
- [19] G. Eilam, A. Gemintern, T. Han, J. M. Yang, and X. Zhang, Top-quark rare decay $t \rightarrow ch$ in R-parity-violating SUSY, *Phys. Lett. B* 510, 227 (2001).
- [20] J. J. Cao, G. Eilam, M. Frank, K. Hikasa, G. L. Liu, I. Turan, and J. M. Yang, Supersymmetry-induced flavor-changing neutral-current top-quark processes at the CERN Large Hadron Collider, *Phys. Rev. D* 75, 075021 (2007).
- [21] I. Baum, G. Eilam, and S. bar-Shalom, Scalar flavor changing neutral currents and rare top quark decays in a two Higgs doublet model “for the top quark”, *Phys. Rev. D* 77, 113008 (2008).
- [22] K. -F. Chen, W. -S. Hou, C. Kao, and M. Kohda, When the Higgs meets the top: Search for $t \rightarrow cH$ at the LHC, *Phys. Lett. B* 725, 378 (2013).
- [23] M. Aaboud et al. (ATLAS Collaboration), Search for flavor-changing neutral currents in top quark decays $t \rightarrow Hc$ and $t \rightarrow Hu$ in multilepton final states in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13\text{TeV}$ with the ATLAS detector.
- [24] A. M. Sirunyan et al. (CMS Collaboration), Search for the flavor-changing neutral current interactions of the top quark and the Higgs boson which decays into a pair of b quarks at $\sqrt{s} = 13\text{TeV}$, *JHEP* 1806, 102 (2018).
- [25] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), Review of Particle Physics, *Phys. Rev. D* 98, 030001 (2018).
- [26] B. Mele, S. Petrarca, and A. Soddu, A new evaluation of the $t \rightarrow cH$ decay width in the Standard Model, *Phys. Lett. B* 435, 401 (1998).
- [27] J. A. Aguilar-Saavedra, Top flavor-changing neutral interactions: Theoretical expectations and experimental detection, *Acta Phys. Polon. B* 35, 2695 (2004).
- [28] S. L. Glashow, Partial-symmetries of weak interactions, *Nucl. Phys.* 22, 579 (1961).
- [29] S. Weinberg, A Model of Leptons, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264 (1967).
- [30] A. Salam, “Weak and electromagnetic interactions”, in *Elementary particle theory: relativistic groups and analyticity*, N. Svartholm, ed., p. 367. Almqvist Wiksell, 1968. Proceedings of the eighth Nobel symposium.
- [31] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), The Review of Particle Physics *Phys. Rev. D* 98, 030001 (2018).

- [32] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration), Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos, *Phys. Rev. Lett.* 81, 1562 (1998).
- [33] Q. R. Ahmad et al. (SNO Collaboration), Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory, *Phys. Rev. Lett.* 89, 011301 (2002).
- [34] J. Einasto, A. Kaasik, and E. Saar, Dynamic evidence on massive coronas of galaxies, *Nature* 250, 309 (1974).
- [35] J. P. Ostriker, P. J. E. Peebles, and A. Yahil, The Size and Mass of Galaxies, and the Mass of the Universe, *Astrophys. J.* 193, L1 (1974).
- [36] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Perseus Books, Reading, 1995).
- [37] L. H. Ryder, *Quantum Field Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 2001).
- [38] C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamental of Neutrino Physics and Astrophysics* (Oxford University Press, New York, 2007).
- [39] M. D. Schwartz, *Quantum Field Theory and the Standard Model* (Cambridge University Press, New York, 2014).
- [40] J. Wudka, Electroweak Effective Lagrangians, *Int. J. Mod. Phys. A* 9, 2301 (1994).
- [41] E. Noether, Invariante Variationsprobleme, *Gott. Nachr.* 1918, 235 (1918)
- [42] J. J. Sakurai and J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics* (Addison-Wesley, San Francisco, 2011).
- [43] M. Robinson, *Symmetry and the Standard Model* (Springer, New York, 2011).
- [44] M. Henneaux and C. Teitelboim, *Quantization of Gauge Systems* (Princeton University Press, Princeton, (1992)).
- [45] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (John Wiley Sons, New York, 1999).
- [46] A. Zangwill, *Modern Electrodynamics* (Cambridge University Press, New York, 2012).
- [47] J. Goldstone, Field theories with η Superconductor solutions, *Nuovo Cim.* 19, 154 (1961).
- [48] J. Goldstone, A. Salam, and S. Weinberg, Broken Symmetries, *Phys. Rev.* 127, 965 (1962).
- [49] F. Englert and R. Brout, Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons , *Phys. Rev. Lett.* 13 321 (1964).
- [50] P. W. Higgs, Broken symmetries, massless particles and gauge fields , *Phys. Lett.* 12 132 (1964).

- [51] P. W. Higgs, Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons, *Phys. Rev. Lett.* 13 508 (1964).
- [52] P. A. M. Dirac, The quantum theory of the electron, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 118, 351 (1928).
- [53] P. A. M. Dirac, The quantum theory of the Electron, Part II, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 118, 351 (1928).
- [54] P. A. M. Dirac, A theory of electrons and protons, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* 126, 360 (1930).
- [55] P. A. M. Dirac, On the Annihilation of Electrons and Protons, *Proc. Cambridge Phil. Soc.* 26, 361 (1930).
- [56] E. Majorana, Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone, *Nuovo Cimento* 14, 171 (1937).
- [57] T. -P. Cheng and L. -F. Li, Gauge theory of elementary particle physics (Oxford University Press, Oxford, 1988).
- [58] N. Cabibbo, Unitary Symmetry and Leptonic Decays, *Phys. Rev. Lett.* 10, 531 (1963).
- [59] M. Kobayashi and T. Maskawa, CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction, *Prog. Theor. Phys.* 49, 652 (1973).
- [60] A. D. Sakharov, Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 5, 32 (1967) [*JETP Lett.* 5, 24 (1967)] [Violation of CP in variance, Casymmetry, and baryon asymmetry of the universe, *Sov. Phys. Usp.* 34, 392 (1991)] [*Usp. Fiz. Nauk* 161, 61 (1991)].
- [61] G. Passarino and M. Veltman, One-loop corrections for e^+e^- annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg model, *Nucl. Phys. B* 160, 151 (1979).
- [62] G. 't Hooft and M. Veltman, Scalar One-Loop integral, *Nucl. Phys. B* 153 (1979)
- [63] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (PerseusBooks, Reading, 1995)
- [64] A. Ceccucci, Z. Ligeti and Y. Saka, 12. CKM Quark-Mixing Matrix, 5 (2018)
- [65] P. Langacker, *The Standard Model and Beyond* (Taylor & Francis Group, (2010))
- [66] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* 98 , 030001 (2018) and 2019 update
- [67] B. Mele, S. Petrarca, and A. Soddu, A new evaluation of the $t \rightarrow CH$ decay width in the Standard Model, *Phys. Lett. B* 435, 401 (1998).
- [68] J. A. Aguilar-Saavedra, Top flavor-changing neutral interactions: Theoretical expectations and experimental detection, *Acta Phys. Polon. B* 35, 2695 (2004).

- [69] M. Aaboud et al. Search for top quark decays $t \rightarrow qH$, with $H \rightarrow \gamma\gamma$, in $\sqrt{s} = 13\text{TeV}$ pp collisions using the ATLAS detector.