

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



CORRECCIONES RADIATIVAS EN MODELOS DE EXTENSIÓN

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA APLICADA)

PRESENTA

M. EN C. OSCAR VÁZQUEZ HERNÁNDEZ

ASESOR: DR. J. JESÚS TOSCANO CHÁVEZ

COMITÉ

DR. FRANCISCO GERARDO TORRES DEL CASTILLO
PRESIDENTE

DR. HÉCTOR NOVALES SÁNCHEZ
SECRETARIO

DR. GILBERTO TAVARES VELASCO
VOCAL

DR. JAVIER MONTAÑO DOMÍNGUEZ
VOCAL EXTERNO

DR. ROBERTO CARTAS FUENTEVILLA
VOCAL EXTERNO

DR. ARTURO FERNÁNDEZ TÉLLEZ
SUPLENTE

DR. J. JESÚS TOSCANO CHÁVEZ
ASESOR

DEDICATORIA

*Para mí madre Guillermina, mi padre Oscar y para mi hermana Karina.
Este trabajo es para ustedes.*

Agradecimientos

A mi mamá y a mi papá, por todo su amor y dedicación. Estas líneas no terminan de hacer justicia a todo el agradecimiento que tengo hacia ustedes. Siempre se mantuvieron al pie de lucha a pesar de las adversidades, ustedes junto con mi hermana han sido en gran medida el motor que me ha traído hasta aquí, los amo sobremanera.

A mis abuelas Cruz y Geno, y a mis abuelos Pedro y Esteban, fueron pieza fundamental en mi educación, este logro también es por y para ustedes. Una mención especial para mi abuelo Pedro, por todas sus enseñanzas y valores, en buena medida pude llegar hasta aquí por usted, un abrazo en donde sea que se encuentre.

A mi asesor, el Dr. Toscano. Son casi 8 años en los que he trabajado con usted, gracias por permitirme conocerlo, valoro sobremanera sus enseñanzas en todo aspecto, tanto en lo académico como en lo personal. Por mostrar lo apasionante que puede llegar a ser la física, sigo pensando que trabajar con usted fue la mejor decisión que pude haber tomado en la universidad. Gracias por toda su paciencia y comprensión.

A mis tías y tíos, fueron un soporte importante en una buena etapa de mi vida. Gracias por todas sus enseñanzas y apoyo.

A mis amigas y amigos. A Tish, por brindarme tantos años de esta bonita amistad, gracias por apoyarme y escucharme en los momentos difíciles, pero también en los momentos de alegría. A Mario, por todos estos años de amistad y apoyo. A Anita, por ser una de mis mejores amigas. A Daniel, por todo el cariño y hermandad que hemos tenido entre nosotros durante casi 16 años. A Adriana, por tu cariño y apoyo, representas una parte importante de mi vida. A mis amigos, Iván, Carlos, Akira, Eli, J. Carlos, Amadeo, Irandheny, Saúl, Andrea Ruiz, Andrea Sordida, a Mauro, Paty, Memo, Vidal, etc. Si he olvidado a alguien se debe a mi falta de memoria, pero no por ello eso significa que sean menos importantes. Gracias por tantos años de amistad.

A mi comité tutorial, los Doctores, Gerardo, Héctor, Tavares, Javier, Cartas, Arturo. Por todo su apoyo y comprensión a lo largo de estos años. Tomé clases con casi todos ustedes y me alegra que la mayoría estuvieron presentes en mis comités tutoriales desde la licenciatura. Gracias por todas sus enseñanzas.

Al CONACYT por el apoyo brindado a través del programa de becas para el grado de Doctorado, durante el periodo de primavera del 2019 hasta el periodo de otoño del 2022, sin el cual la realización de este trabajo hubiera sido imposible.

Resumen

Se estudia la estructura a un lazo de la teoría de Yang-Mills Extendida la cual incorpora violación de *CPT* e invariancia de Lorentz. La versión mínima de esta teoría está caracterizada por los parámetros tensoriales $(k_F)_{\mu\nu\alpha\beta}$ y $(k_{AF})_\kappa$, dichos parámetros son considerados como campos de fondo constantes invariantes bajo transformaciones activas de Lorentz. Estos parámetros caracterizan a los sectores par e impar bajo CPT del modelo, respectivamente. Se estudia de manera puntual efectos de violación de simetría de Lorentz a un lazo sobre la función vértice de dos puntos $A_\mu^a A_\nu^b$. Se implementan correcciones de hasta segundo orden en los parámetros de violación de simetría de Lorentz. Se utiliza el Background Field Method como esquema de fijación de la norma. La elección de este esquema permite determinar modificaciones a la función $\beta(g)$ a través de la renormalización de la función de polarización del vacío; el estudio de esta función es desarrollado en dos esquemas de renormalización, uno independiente de la masa y otro dependiente de la masa. Se encuentra que en el primer esquema el tensor $(k_{AF})_\kappa$ no modifica a la función beta mientras que, en un esquema dependiente de la masa genera contribuciones dependientes de la norma y con divergencias infrarrojas. Se determinaron las correcciones a segundo orden sobre las funciones beta de los parámetros tensoriales. Por otro lado, se calculó la amplitud a un lazo del proceso de dispersión de luz por luz en el contexto del Modelo Estándar en dimensiones extra. Se encontró que la amplitud es libre de divergencias ultravioleta como ocurre en el Modelo Estándar en cuatro dimensiones, no obstante, la amplitud tiene divergencias asociadas a la suma de los modos de Kaluza-Klein si se consideran más de cinco dimensiones.

Índice general

Introducción	7
1. Teoría de Yang-Mills Extendida	12
1.1. El Background Field Method	13
1.2. Lagrangiana renormalizada y contratérminos	14
2. La función vértice $\Pi_{\mu\nu}^{YMEab}(q)$	20
2.1. Contribución de la teoría de YM: $\Pi_{\mu\nu}(q, \xi)$	21
2.2. Contribuciones de primer orden: $\Pi_{\mu\nu}^{E(O)(1)}(q, \xi)$	21
2.2.1. Contribución del sector CPT-Even	22
2.2.2. Contribución del sector CPT-Odd	22
2.3. Contribuciones de segundo orden	22
2.3.1. Contribución del sector CPT-Even	23
2.3.2. Contribución CPT-Odd	25
2.4. Renormalización y funciones beta	27
2.4.1. Esquema MS	27
2.4.2. Esquema dependiente de la masa	29
3. Dispersión luz por luz en contexto del Modelo Estándar en dimensiones Extra	32
3.1. El Modelo Estándar en dimensiones extra	32
3.2. Proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$	37
3.2.1. Cinemática del proceso	38
3.2.2. Sumas de Kaluza-Klein sobre funciones de Passarino-Veltman	39
4. Conclusiones	44
A. Factores de Forma	46
A.1. Factores de forma. Contribuciones de primer orden.	46
A.2. Factores de forma. Contribuciones de segundo orden.	46
A.2.1. Sector CPT-Even	46
A.2.2. Sector CPT-Odd	48
A.2.3. Factores de forma de efectos de interferencia	48
B. Amplitudes de helicidad	49

Introducción

La teoría cuántica de campos surge de la unión de los principios cuánticos con los principios de la relatividad especial, las dos grandes teorías que emergieron en los albores del siglo XX. La estructura del espacio-tiempo plano es descrita por el grupo de Poincaré $ISO(1, 3)$, el cual contiene como subgrupos al grupo de Lorentz, $SO(1, 3)$, y al grupo de las traslaciones $T(1, 3)$. La teoría cuántica de campos ha permitido el escrutinio de la naturaleza en regiones muy reducidas del espacio-tiempo. Su éxito en el estudio del comportamiento de sistemas físicos ultra relativistas que existen más allá de la escala subnuclear se debe a que es un conjunto de ideas que combina el concepto de campo como grado de libertad definido a través de grupos de simetría bajo los principios cuánticos y las leyes de la relatividad especial. Dicho de manera sucinta, el grupo de Poincaré de la relatividad especial proporciona las observables que nos permiten construir una base en el espacio de estados cuánticos, la cual se asocia con los entes físicos conocidos como partículas elementales. De esta manera, una partícula elemental puede tener una masa en reposo, la cual está asociada al invariante de Casimir del grupo $T(1, 3)$, un momento angular intrínseco o espín, el cual está asociado con el invariante de Casimir del grupo $SO(1, 3)$, de manera precisa, con el subgrupo de las rotaciones en el espacio tridimensional, así como otros números cuánticos asociados con grupos de simetría definidos en espacios internos, como, por ejemplo, la carga eléctrica. Excluyendo los efectos gravitacionales las interacciones fundamentales son introducidas mediante el principio de norma. Por ejemplo, el Modelo Estándar (ME) de las interacciones fuerte y electrodébiles [1, 2, 3], es definido por el grupo de norma $G_{ME} \equiv SU_C(3, \mathcal{M}^4) \times SU_L(2, \mathcal{M}^4) \times U_Y(1, \mathcal{M}^4)$, donde \mathcal{M}^4 es la variedad del espacio-tiempo plano en cuatro dimensiones. En virtud de su localidad, los grados de libertad de la teoría son descritos por campos relativistas que se transforman tensorialmente o como campos de norma (conexiones) bajo G_{ME} . En la primera categoría están los campos escalares, que describen al bosón de Higgs y los pseudo bosones de Goldstone; los campos espinoriales, que describen a los leptones y quarks; mientras que en la segunda categoría tenemos a campos vectoriales como el campo electromagnético y los campos de Yang-Mills que caracterizan la dinámica de la teoría. A los campos que se transforman tensorialmente se les conoce como campos de materia, lo cual viene del hecho de que este tipo de campos admite la introducción de un término de masa que es invariante bajo el grupo de norma, en tanto que los campos que en realidad son conexiones que definen la derivada covariante y curvaturas, se les conoce como campos de norma, la forma en que se transforman bajo el grupo en consideración es lo que se conoce precisamente como una transformación de norma [4]. Los campos de norma, al no ser objetos covariantes del grupo, no pueden tener asociado un término de masa. Debido a esto, las partículas asociadas a los campos de norma, conocidas como bosones de norma, son partículas que no tienen masa en reposo y se mueven por lo tanto a la velocidad límite o absoluta de la naturaleza. Sin embargo, se conocen dos formas de dotar con masa a las partículas de norma sin destruir las simetrías de la teoría. Una de ellas es el famoso mecanismo de Higgs-Englert [5, 6], el cual ha tenido éxito en describir el comportamiento de la interacción débil en el Modelo Estándar [7, 8]. Otro mecanismo para dotar con masa a bosones de norma es por compactificación

de coordenadas espaciales, también conocido con el nombre de mecanismo de Kaluza-Klein [9], aunque tal mecanismo, a diferencia del Mecanismo de Higgs, no ha recibido confirmación experimental. Cabe mencionar que el proceso de cuantización de un campo de norma es sumamente intrincado y está plagado de sutilezas. Por ejemplo, el espacio de Hilbert de partículas de norma contiene estados que no son físicos debido a la invariancia de norma de la teoría. La restricción al subespacio físico es determinada por la observable asociada con la simetría BRST [10], la cual está estrechamente vinculada con la simetría de norma. El éxito de toda teoría física depende de su poder de predicción. Históricamente, uno de los grandes desafíos que enfrentó la teoría cuántica de campos fue la posibilidad de hacer predicciones físicas, ya que los estados de partículas virtuales generan divergencias en fluctuaciones cuánticas de un lazo (loop) y más altos órdenes. Dichas fluctuaciones tienen que ver con contribuciones de muy altas energías o, equivalentemente, con efectos de distancias muy pequeñas, los cuales eventualmente se reducen a cero, ya que el formalismo carece de una escala de distancia fundamental que funcione como un corte, evitando así añadir contribuciones infinitas a las amplitudes de probabilidad. La presencia de este tipo de divergencias, conocidas con el nombre de divergencias ultravioletas (UV), es inherente a la teoría cuántica de campos. El problema de divergencias ultravioletas fue resuelto con el desarrollo de lo que hoy en día se conoce como teoría de renormalización. El programa de renormalización fue iniciado, en el contexto de la electrodinámica cuántica, por Tomonaga, Schwinger y Feynman en la década de los años 40 del siglo pasado, culminando con su sistematización realizada por F. J. Dyson [11], quien estableció el criterio de renormalización por conteo de potencias o renormalización a la Dyson. La teoría de renormalización alcanzó un alto nivel de profundidad cuando K. Wilson logró relacionar este problema con el problema de los fenómenos críticos en materia condensada usando el grupo de renormalización [12], trabajo por el cual recibió el premio Nobel en 1982. Las teorías que obedecen el criterio de renormalización de Dyson suelen ser consideradas como teorías fundamentales en el sentido de que la acción clásica contiene un número finito de términos, lo cual implica un alto poder predictivo dado el conjunto mínimo de parámetros (masas y constantes de acoplamiento) que involucra. Este reducido número de términos en la acción clásica es suficiente para generar una acción cuántica que contiene todos los tipos de interacciones permitidos por los grupos de simetría, los cuales no pueden estar presentes a nivel de acción clásica. Sin embargo, las teorías de campo que no satisfacen el criterio de Dyson son también renormalizables en un sentido amplio o moderno, también conocido como renormalización a la Weinberg [15, 16, 17, 18]. A este tipo de teorías suele denominárseles teorías cuánticas de campos efectivas o, simplemente, teorías efectivas. Por definición, la acción clásica de estas teorías contiene un número infinito de términos, todos los que son compatibles con las simetrías de la teoría. Esta acción clásica contiene ya todos los tipos de interacciones posibles que se pueden generar a nivel de fluctuaciones cuánticas, de tal suerte que, de acuerdo con la filosofía de teoría de renormalización, los contratérminos para absorber las divergencias están presentes en la teoría, de tal suerte que el problema con la renormalización de este tipo de teorías no radica en si somos capaces remover o no de manera consistente las divergencias de la teoría, sino en su predictibilidad dado el número de parámetros involucrados. La predictibilidad de este tipo de teorías depende del grado de precisión experimental que se tenga sobre la observable en consideración, ya que a mayor precisión, mayor número de términos de la lagrangiana infinita deben ser considerados. Cabe mencionar que las técnicas del grupo de renormalización son también aplicables a este tipo de teorías. De acuerdo con las dimensiones de masa, los operadores de la lagrangiana efectiva vendrán acompañados por potencias negativas de una escala Λ , la cual es la escala de nueva física. Los efectos de nueva física sobre observables serán proporcionales a potencias del cociente E/Λ , donde E es la escala de energía del proceso. A energías $E \ll \Lambda$ estos efectos son enormemente suprimidos. Sin embargo, para energías cercanas a Λ , estos cobrarán relevancia en las observables físicas.

En esta tesis se plantea el estudio de la renormalización y algunas implicaciones fenomenológicas en teorías que extienden al Modelo Estándar en aspectos no relacionados con el grupo de norma, sino con el grupo de Lorentz o el grupo más amplio de Poincaré. En un primer trabajo, se aborda un estudio sobre algunos aspectos de la renormalización de la teoría de Yang-Mills Extendida (YME) [19], esta teoría incorpora ruptura bajo invariancia de Lorentz y CPT en la teoría de Yang-Mills. En segundo lugar se calcula la amplitud del proceso de luz por luz en el contexto del Modelo Estándar en dimensiones extra [20] (EDSM por sus siglas en inglés).

Invariancia de Lorentz es un ingrediente fundamental en la construcción de teorías de campo como el ME. No obstante, en la literatura han surgido propuestas teóricas que cuestionan si invariancia de Lorentz, además de simetría bajo CPT, son simetrías exactas de la naturaleza a muy altas energías, por ejemplo del orden de la escala de Plank [21, 22, 23, 24, 25]. En este sentido, es importante estudiar efectos de violación de simetría de Lorentz (VSL) a bajas energías, por ejemplo a la escala del ME. Existe un modelo que permite parametrizar efectos de VSL a través de interacciones con los campos físicos conocidos, esta teoría se conoce como el Modelo Estándar Extendido (SME) [26]. En este modelo las lagrangianas se extienden mediante la introducción de interacciones de la forma $T^{\mu_1 \dots \mu_n} \mathcal{O}_{\mu_1 \dots \mu_n}$, donde $T^{\mu_1 \dots \mu_n}$ es un n -tensor de Lorentz constante (no representa grados de libertad) y $\mathcal{O}_{\mu_1 \dots \mu_n}$ un n -tensor de Lorentz e invariante de norma compuesto por los campos del ME. Los términos $T^{\mu_1 \dots \mu_n} \mathcal{O}_{\mu_1 \dots \mu_n}$ son invariantes bajo transformaciones de Lorentz de observador; en cambio, bajo transformaciones de Lorentz activas, los tensores $T^{\mu_1 \dots \mu_n}$ se mantienen invariantes, pero los tensores $\mathcal{O}_{\mu_1 \dots \mu_n}$ al estar compuestos por los grados de libertad de la teoría sí se transforman, rompiendo en consecuencia invariancia de Lorentz bajo este tipo de transformaciones. La versión mínima del SME incluye todos los invariantes independientes que son renormalizables en el sentido de Dyson, pero puede ser extendido para que incluya invariantes de dimensiones de masa mayores [27, 28]. La presencia de los tensores constantes $T^{\mu_1 \dots \mu_n}$, los cuales señalan direcciones especiales en el espacio, pueden alterar significativamente la dinámica de procesos bien conocidos [27] o dar lugar a procesos que están estrictamente prohibidos en el contexto de teorías de campo convencionales [29]. Por ejemplo, las propiedades electromagnéticas de las partículas pueden ser modificadas de manera significativa [30]. Una cualidad notable de las formulaciones que involucran VSL es que su dinámica en el vacío se asemeja en varios aspectos al comportamiento que caracteriza a ciertas teorías invariantes de Lorentz en medios no triviales, ya que la presencia de estos campos de fondo pueden dar lugar a fenómenos tales como la emisión Cerenkov o birrefringencia en el vacío. En la literatura se ha desarrollado especial interés en efectos de primer orden en los coeficientes tensoriales ya que pueden parametrizar señales de VSL a nivel experimental, además de que se espera que la magnitud de estas componentes esté bastante suprimida. Sin embargo, en este trabajo de tesis consideramos que es igual de importante estudiar el impacto de estos efectos sobre observables físicas de las partículas elementales. Para esto es necesario implementar efectos de segundo orden en los coeficientes tensoriales $T^{\mu_1 \dots \mu_n}$, al hacer esto se generan escalares de Lorentz $T^2 = T^{\mu_1 \mu_2 \dots} T_{\mu_1 \mu_2 \dots}$ que pueden modificar observables físicas importantes a nivel fenomenológico como por ejemplo ocurre con los momentos dipolares eléctricos y magnéticos de leptones y nucleones cargados [27, 29, 30]. El estudio de efectos no lineales en los parámetros tensoriales también es interesante desde la perspectiva de la teoría de la renormalización, esto permite poner a prueba la consistencia interna de la teoría, pero también permite estudiar observables de interés físico como lo son las funciones beta asociadas a las constantes de acoplamiento de los modelos. Por ejemplo, en la literatura se encuentran algunos trabajos de efectos de segundo orden en el contexto de la renormalización de la electrodinámica cuántica extendida [31, 32, 33], también se encuentran correcciones de segundo orden al

propagador del fotón con efectos de VSL del sector electrodébil del SME [35]. Por otro lado, en el contexto de la cromodinámica cuántica, la VSL puede impactar de manera significativa en el fenómeno de libertad asintótica el cual está fuertemente relacionado con el confinamiento de los quarks en los hadrones. Este fenómeno es una consecuencia directa de la estructura no abeliana de la teoría y tiene una fuerte conexión con el grupo de renormalización a través de la función $\beta(g)$. Esta función mide la variación de la carga g cuando se cambia el punto de sustracción μ del esquema de renormalización:

$$\beta(g) = \mu \frac{\partial g}{\partial \mu}. \quad (1)$$

En la teoría de Yang-Mills pura bajo el grupo $SU(N)$, a un lazo se encuentra que¹

$$\beta(g) = -\frac{11g^3 C_2(G)}{3(4\pi)^2}, \quad (2)$$

Al resolver la ecuación diferencial Ec.(1) se encuentra la evolución de la carga como

$$\alpha_g(\mu) = \frac{\alpha_g(\mu_0)}{1 + \alpha_g(\mu_0) \left(\frac{11C_2(G)}{12\pi} \right) \ln \left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2} \right)}, \quad (3)$$

con $\alpha_g(\mu) = \frac{g^2(\mu)}{4\pi}$, con μ un el valor de la energía asociado al punto de sustracción y μ_0 un valor de energía de referencia. Para valores de $\mu \gg \mu_0$, la magnitud de la carga tiende a cero. Sin embargo, su magnitud crece sin límite para valores cercanos a $\mu = \mu_0 \exp[g/(2\beta(g))]$.

Cualquier contribución a $\beta(g)$ proveniente de otros modelos se verá reflejada como una corrección a (2) dada por:

$$\beta_{\text{New}}(g) = \beta(g) + \Delta\beta(g), \quad (4)$$

donde $\Delta\beta(g)$ es la contribución de nueva física. Estudios de la renormalización de la teoría de YME y de la cromodinámica cuántica extendida fueron desarrollados en [19, 37], respectivamente, no obstante, sólo se consideraron efectos de primer orden en los parámetros tensoriales por lo que no encontraron información sobre los efectos de VSL en la función $\beta(g)$. El propósito de la primera parte de este trabajo de tesis es estudiar los efectos de segundo orden de la teoría de YME que deriven en modificaciones de $\beta(g)$. Esta función se determina a través de la renormalización de la carga g , la cual, en un esquema lineal de fijación de la norma, requiere de la renormalización de funciones vértice de 2 y 3 puntos. Sin embargo, existe un método covariante de fijación de la norma, llamado el *Background Field Method* [38], en el cual las constantes de renormalización del campo y la carga están relacionadas por invariancia de norma; esto permite determinar a la función beta a través de la renormalización de la autoenergía. Así, en este trabajo de tesis se estudian los efectos de VSL de segundo orden sobre la función vértice de dos puntos $A_\mu^a A_\nu^b$, en el contexto del BFM.

¹ $C_2(G)$ es un número de grupo relacionado a la normalización de los generadores de $SU(N)$ T^a , y a las constantes de estructura del grupo f^{abc} , como $f^{acd} f^{bcd} = \delta^{ab} C_2(G)$ y como $f^{abc} T^a T^b = \frac{i}{2} T^c C_2(G)$ [36]. En la representación fundamental de $SU(N)$, $C_2(G) = N$

Por otro lado, el desarrollo de la teoría cuántica de las interacciones electromagnéticas iniciado por Dirac dio pie al estudio de fenómenos físicos de esta naturaleza que sólo son posibles a través de fluctuaciones cuánticas. Uno de estos fenómenos es el proceso de dispersión de luz por luz. Los primeros estudios sobre este proceso fueron abordados entre 1935 y 1936 en [39, 40, 41]. Con el desarrollo de la electrodinámica cuántica se pudo determinar la sección eficaz de la dispersión de luz por luz como función de la energía para dispersiones a 0° y 90° del centro de masa del sistema [42]. Por otro lado, fue hasta 1994 que se calculó de manera analítica a un lazo la sección eficaz de este proceso en el contexto de la teoría electrodébil del Modelo Estándar [43]. Sin embargo, fue hasta el año 2017 que la colaboración ATLAS del LHC encontró una primera evidencia de dicho fenómeno en colisiones Pb+Pb [44]. Tres años más tarde dicha colaboración confirmó este proceso con una sección transversal fiducial de $120 \pm 17(\text{syst.}) \pm 13(\text{syst.}) \pm 4(\text{lumi.}) \text{ nb}$ lo que excede en 1.7σ las predicciones teóricas actuales. Esta sección eficaz fue determinada con una luminosidad integrada de 2.2nb^{-1} recogida entre 2015 y 2018 a una energía del centro de masa de 5.02 TeV. En [43], los autores mostraron que, a un lazo el Modelo Estándar electrodébil genera una sección eficaz del orden de los nb a energías del orden de los MeVs. Sin embargo, la evidencia experimental demuestra que los efectos de altas energías también son importantes. En una segunda parte de este trabajo de tesis se calcula la amplitud a un lazo del proceso de dispersión $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en el contexto del EDSM. Los efectos de dimensión extra están caracterizados por el número de dimensiones y por la escala de compactificación R^{-1} , donde R es el radio medio de las dimensiones extra compactas. En la literatura, efectos de dimensiones extra sobre la fenomenología de las partículas elementales han sido estudiados en una o más dimensiones de manera extensa [45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52]. Se espera que los efectos de dimensiones extra sean relevantes a energías mayores de la escala de compactificación. Otro ingrediente interesante de esta teoría es la presencia de divergencias generadas por la suma de los modos de Kaluza-Klein (KK). A diferencia de las divergencias UV que aparecen en la suma continua en las integrales de momento en cuatro dimensiones, las divergencias de KK surgen de sumas discretas de las contribuciones de los modos excitados de KK. En [20, 47] se ha adoptado la perspectiva de que este tipo de divergencias también son generadas a altas energías pero dentro de las dimensiones extra compactas, lo que las pone al mismo nivel que las divergencias UV en 4 dimensiones, es decir, con el fin de definir observables físicas con correcciones del EDSM también se requiere de la renormalización de este tipo de divergencias. En la literatura se ha abordado la renormalización de las divergencias de KK en n dimensiones extra en la teoría de Yang-Mills [47] y en proceso $gg \rightarrow H \rightarrow \gamma\gamma$ [48].

La tesis está organizada de la siguiente manera. En el capítulo 1 se describe a la teoría de YME pura en el contexto del BFM. En el capítulo 2 está dedicado al estudio completo de la función vértice $A_\mu^a A_\nu^b$ con correcciones de primer y segundo orden en los parámetros de VSL. En este mismo capítulo se estudia la renormalización de la amplitud y se determinan las correcciones a la función $\beta(g)$ y a las funciones beta asociadas a los parámetros tensoriales. Posteriormente, en el capítulo 3 se presenta la amplitud del proceso de dispersión de luz por luz en dimensiones extra. Finalmente en el capítulo 4 se presentan las conclusiones.

Los resultados de esta tesis derivaron en el artículo: *Vacuum polarization in Yang-Mills theories with Lorentz violation*, el cual cuenta con el estado de *aceptado* por la revista Physical Review D y está actualmente en proceso de publicación. La versión online del mismo puede ser consultada en:

<https://doi.org/10.48550/arXiv.2303.12969>

Capítulo 1

Teoría de Yang-Mills Extendida

La versión mínima de la teoría pura de Yang-Mills con violación de simetría de Lorentz (VSL), está dada por la acción:

$$S_{YME}[A_\mu^a] = \int d^4x \mathcal{L}_{YME}, \quad (1.1)$$

donde

$$\mathcal{L}_{YME} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Even} + \mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Odd} + \mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_{FPG}. \quad (1.2)$$

\mathcal{L}_{YM} describe la teoría estándar pura de Yang-Mills con

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{2} \text{Tr} [F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}], \quad (1.3)$$

mientras que $\mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Even}$ y $\mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Odd}$ representan al sector par e impar bajo CPT que incorpora violación de la simetría de Lorentz (VSL) dados por

$$\mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Even} = -\frac{1}{2} (k_F)^{\mu\nu\alpha\beta} \text{Tr} [F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}], \quad (1.4)$$

$$\mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Odd} = -\frac{1}{2} (k_{AF})_\kappa \epsilon^{\kappa\lambda\mu\nu} \text{Tr} \left[A_\lambda F_{\mu\nu} + \frac{2}{3} i g A_\lambda A_\mu A_\nu \right], \quad (1.5)$$

donde $A_\mu = A_\mu^a T^a$ y $F_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}^a T^a$, con T^a los generadores del grupo. Se ha adoptado la normalización $\text{Tr}[T^a T^b] = \frac{\delta^{ab}}{2}$. Las curvaturas de Yang-Mills están dadas por

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c. \quad (1.6)$$

\mathcal{L}_{GF} y \mathcal{L}_{FPG} son las lagrangianas de fijación de norma y de Faddeyev-Popov, respectivamente. Por otro lado, el tensor $(k_F)^{\mu\nu\alpha\beta}$ comparte las mismas simetrías que el tensor de Riemman, estas componentes satisfacen la identidad tipo Bianchi:

$$(k_F)_{\mu\nu\alpha\beta} + (k_F)_{\mu\alpha\beta\nu} + (k_F)_{\mu\beta\nu\alpha} = 0. \quad (1.7)$$

Además puede ser descompuesto en sus partes irreducibles bajo $\text{SO}(1,3)$, en cuatro dimensiones:

$$(k_F)_{\lambda\rho\mu\nu} = (\hat{k}_F)_{\lambda\rho\mu\nu} + (\tilde{k}_F)_{\lambda\rho\mu\nu} + \frac{1}{6} (g_{\lambda\mu} g_{\nu\rho} - g_{\rho\mu} g_{\lambda\nu}) \bar{k}_F. \quad (1.8)$$

donde

$$(\tilde{k}_F)_{\lambda\rho\mu\nu} = \frac{1}{2} \left[g_{\rho\mu}(k_F)_{\lambda\nu} - g_{\rho\nu}(k_F)_{\lambda\mu} + g_{\lambda\nu}(k_F)_{\rho\mu} - g_{\lambda\mu}(k_F)_{\rho\nu} \right]. \quad (1.9)$$

Surgen los siguientes tensores: $(\hat{k}_F)_{\lambda\rho\mu\nu}$ es un tensor tipo Weyl que tiene las mismas simetrías que $(k_F)_{\lambda\rho\mu\nu}$, es definido de tal forma que cada contracción entre índices es igual a 0; $(k_F)_{\rho\nu} = g^{\lambda\mu}(k_F)_{\lambda\rho\mu\nu}$ es un tensor simétrico, análogo al tensor de Ricci; $\bar{k}_F = g^{\rho\nu}(k_F)_{\rho\nu}$ es un escalar similar a la curvatura escalar. Este término no contribuye a una VSL explícita, por lo que puede ser removido a nivel árbol a través de la siguiente redefinición de campos y parámetros:

$$\begin{aligned} A_\mu^a &\rightarrow \Omega^{-\frac{1}{2}} A_\mu^a & , & & g &\rightarrow \Omega^{\frac{1}{2}} g & , \\ (\hat{k}_F)_{\lambda\rho\mu\nu} &\rightarrow \Omega(\hat{k}_F)_{\lambda\rho\mu\nu} & , & & (k_F)_{\rho\nu} &\rightarrow \Omega(k_F)_{\rho\nu} & , \end{aligned} \quad (1.10)$$

con $\Omega = \left(1 + \frac{\bar{k}_F}{3}\right)$. De ahora en adelante se supondrá que $\bar{k}_F = 0$. Así, en términos de los tensores irreducibles $(\hat{k}_F)_{\mu\nu\lambda\rho}$ y $(k_F)_{\mu\nu}$, la lagrangiana de la Ec.(1.4) toma la siguiente forma

$$\mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Even} = -\frac{1}{2}(\hat{k}_F)^{\mu\nu\lambda\rho} Tr[F_{\mu\nu}F_{\lambda\rho}] - (k_F)^{\mu\nu} Tr[F_{\mu\lambda}F_{\nu}^\lambda]. \quad (1.11)$$

1.1. El Background Field Method

La lagrangiana \mathcal{L}_{GF} se define a través de funciones de fijación de norma f^a de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi} f^a f^a. \quad (1.12)$$

Los resultados físicos no dependen del esquema de fijación de norma, por lo que, lejos de tener un significado físico importante, las funciones f^a , se escogen de manera conveniente de acuerdo a las simetrías de la teoría. Una vez fijada la norma, se recurre al formalismo campo-anticampo el cual establece la simetría BRST [53, 54, 55], la cual mantiene la esencia de la simetría de norma. Los parámetros de grupo $\alpha^a(x)$ son promovidos a campos anticonmutantes $c^a(x)$, llamados campos *ghost*, asociado a cada uno de ellos existe un campo con *número de ghost* opuesto denominado *anti-ghost* $\bar{c}^a(x)$. La lagrangiana de Faddeyev-Popov es construida de tal forma que sea invariante bajo BRST, como:

$$\mathcal{L}_{FPG} = -\bar{c}^a(\delta_{BRST}f^a). \quad (1.13)$$

El Background Field Method (BFM) es un método que permite mantener covariancia bajo el grupo de norma aún después de implementar el formalismo campo-anticampo. Esto se logra descomponiendo al campo A_μ^a en una parte clásica y una parte cuántica como $A_\mu^a \rightarrow A_\mu^a + Q_\mu^a$. Ahora, el campo A_μ^a corresponde a una configuración clásica fija, mientras que, los campos Q_μ^a representa las fluctuaciones cuánticas por lo que son tomados como variables de integración en la integral funcional. Para determinar cómo se transforman estas dos clases de campo se toma una transformación infinitesimal

$$\delta(A_\mu^a + Q_\mu^a) = (\delta^{ab}\partial_\mu - gf^{abc}(A_\mu^c + Q_\mu^c))\alpha^b. \quad (1.14)$$

Los campos clásicos y cuánticos son independientes por lo que la ecuación anterior se traduce en dos reglas de transformación:

$$\delta A_\mu^a = \mathcal{D}_\mu^{ab} \alpha^b, \quad (1.15)$$

$$\delta Q_\mu^a = g f^{abc} Q_\mu^b \alpha^c. \quad (1.16)$$

con $\mathcal{D}_\mu^{ab} = \delta^{ab} \partial_\mu - g f^{abc} A_\mu^c$ la derivada covariante en la representación adjunta de $SU(N)$. Se concluye que los campos clásicos A_μ^a se transforman como campos de norma, mientras que los campos Q_μ^a lo hacen como campos de materia en la representación adjunta de $SU(N)$. A su vez, se encuentra que las curvaturas también se transforman en esta representación como:

$$F_{\mu\nu}^a \rightarrow F_{\mu\nu}^a + \mathcal{D}_\mu^{ab} Q_\nu^b - \mathcal{D}_\nu^{ab} Q_\mu^b + g f^{abc} Q_\mu^b Q_\nu^c. \quad (1.17)$$

EL BFM permite fijar la norma de los campos Q_μ^a covariantemente bajo $SU(N)$. Para ello se define a la función de fijación de la norma f^a como

$$f^a = \mathcal{D}_\mu^{ab} Q^{\mu b}, \quad (1.18)$$

con esto

$$\mathcal{L}_{\text{GF}} = -\frac{1}{2\xi} \mathcal{D}_\mu^{ab} Q^{\mu b} \mathcal{D}_\nu^{ac} Q^{\nu c}, \quad (1.19)$$

$$\mathcal{L}_{\text{FPG}} = -\bar{c}^a \mathcal{D}_\mu^{ab} D^{bc\mu} c^c + g f^{bcd} \bar{c}^a \mathcal{D}_\mu^{ab} Q^{c\mu} c^d. \quad (1.20)$$

El grupo de norma sigue siendo $SU(N)$, pero, covariancia se mantiene respecto al campo clásico A_μ^a .

1.2. Lagrangiana renormalizada y contratérminos

Se establece la lagrangiana física y de contratérminos de la teoría de YME en el contexto del BFM. Debido a que los campos cuánticos Q_μ^a sólo aparecen dentro de los lazos, el programa de renormalización sólo se implementa sobre los campos clásicos A_μ^a . En este sentido, no es necesario implementar renormalización sobre los campos ghost por lo que, no se introduce contratérmino para el sector de ghost. Por otro lado, sean los conjuntos de campos y parámetros desnudos y renormalizados $\{A_{B\mu}^a, g_B, (\hat{k}_{FB})^{\mu\nu\lambda\rho}, (k_{FB})^{\mu\nu}, (k_{AFB})_\kappa\}$ y $\{A_\mu^a, g, (\hat{k}_F)^{\mu\nu\lambda\rho}, (k_F)^{\mu\nu}, (k_{AF})_\kappa\}$, respectivamente. Ambos conjuntos están relacionados a través de la siguiente colección de constantes de renormalización $\{Z_A, Z_g, Z_{F\alpha\beta\gamma\delta}^{\mu\nu\lambda\rho}, Z_{F\alpha\beta}^{\mu\nu}, Z_{AF\alpha}^\kappa\}$ como:

$$A_{B\mu}^a = Z_A^{\frac{1}{2}} A_\mu^a, \quad (1.21)$$

$$g_B = Z_g g, \quad (1.22)$$

$$(\hat{k}_{FB})^{\mu\nu\lambda\rho} = Z_{F\alpha\beta\gamma\delta}^{\mu\nu\lambda\rho} (\hat{k}_F)^{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad (1.23)$$

$$(k_{FB})^{\mu\nu} = Z_{F\alpha\beta}^{\mu\nu} (k_F)^{\alpha\beta}, \quad (1.24)$$

$$(k_{AFB})_\kappa = Z_{AF\kappa}^\alpha (k_{AF})_\alpha. \quad (1.25)$$

Por construcción, el BFM mantiene covariancia bajo los campos clásicos A_μ^a , esto se traduce en la siguiente relación

$$F_{B\mu\nu}^a = \sqrt{Z_A} F_{\mu\nu}^a, \quad (1.26)$$

esto significa que existe una relación entre las constantes de renormalización del campo clásico y de la carga g dada por

$$Z_g = Z_A^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.27)$$

La relevancia de este método radica en que permite determinar a $\beta(g)$ a través del factor de renormalización de campo. Por ejemplo, en el esquema de renormalización MS, $\beta(g)$ puede ser determinada por el coeficiente del polo simple del factor Z_A como :

$$\beta(g) = -\frac{1}{2}g^2 \frac{\partial Z_A^{(1)}}{\partial g}, \quad (1.28)$$

donde $Z_A^{(1)}$ es el coeficiente del polo simple de la función de polarización del vacío. Mientras que, en un esquema de renormalización dependiente de la masa, la función $\beta(g)$ se calcula como:

$$\beta(g) = g\mu^2 \frac{\partial Z_A}{\partial \mu^2}, \quad (1.29)$$

donde Z_A se determina a través de la condición de renormalización de la función de polarización del vacío:

$$\Pi(q^2 = -\mu^2) = 0, \quad (1.30)$$

μ es el punto de sustracción de la escala del grupo de renormalización. Por otro lado, se descompone a la lagrangiana desnuda de la teoría de YME en una lagrangiana renormalizada y en una lagrangiana de contratérminos

$$\mathcal{L}_{BYME} = \mathcal{L}_{YME} + \mathcal{L}_{YME}^{c.t.}. \quad (1.31)$$

En virtud del BFM, Ec.(1.26), se encuentra que \mathcal{L}_{YME} es un copia del lagrangiano (1.2), pero tomando $A_\mu^a \rightarrow A_\mu^a + Q_\mu^a$. Luego, la lagrangiana de contratérminos adquiere la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YME}^{c.t.} = & -\frac{1}{2}\delta_A \text{Tr}[F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}] - \frac{1}{2} \left(\delta \hat{k}_F \right)^{\mu\lambda\nu\rho} \text{Tr}[F_{\mu\nu}F_{\lambda\rho}] - (\delta k_F)^{\mu\nu} \text{Tr}[F_{\mu\lambda}F_{\nu}^{\lambda}] \\ & - \frac{1}{2} (\delta k_{AF})_{\kappa} \epsilon^{\kappa\lambda\mu\nu} \text{Tr}[A_\lambda F_{\mu\nu} + \frac{2}{3} ig A_\lambda A_\mu A_\nu], \end{aligned} \quad (1.32)$$

donde se han definido los siguientes contratérminos

$$\delta_A = Z_A - 1, \quad (1.33)$$

$$(\delta \hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho} = \left(Z_A Z_{F\mu\lambda\nu\rho}^{\alpha\beta\gamma\delta} - \delta_\mu^\alpha \delta_\lambda^\beta \delta_\nu^\gamma \delta_\rho^\delta \right) (\hat{k}_F)_{\alpha\beta\gamma\delta}, \quad (1.34)$$

$$(\delta k_F)_{\mu\nu} = \left(Z_A Z_{F\mu\nu}^{\alpha\beta} - \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta \right) (k_F)_{\alpha\beta}, \quad (1.35)$$

$$(\delta k_{AF})_{\kappa} = \left(Z_A Z_{AF\kappa}^\alpha - \delta_\kappa^\alpha \right) (k_{AF})_\alpha. \quad (1.36)$$

Se destaca que la lagrangiana de contratérminos Ec.(1.32) es invariante de norma. El propósito de este trabajo es estudiar la estructura de la función vértice de 2 puntos $\Pi_{\mu\nu}^{YME\,ab}(q)$ con correcciones a un lazo hasta segundo orden en los parámetros de VSL, donde

$$\Pi_{\mu\nu}^{YME\,ab}(q) = \Pi_{\mu\nu}^{ab}(q) + \Pi_{\mu\nu}^{LV(1)\,ab}(q) + \Pi_{\mu\nu}^{LV(2)\,ab}(q), \quad (1.37)$$

el primer término corresponde a la polarización del vacío usual, el segundo y el tercer término incluyen todos los efectos de primer y segundo orden de VSL sobre la función vértice. Se espera que en $\Pi_{\mu\nu}^{LV(2)\,ab}(q)$ surjan términos que dependan de escalares conformados por contracciones cuadráticas de los tensores de VSL y que generen modificaciones a la función de polarización del vacío estándar, lo cual se traduce en una corrección a la función $\beta(g)$. A continuación se determinan las reglas de Feynman necesarias para este cálculo. Al implementar el BFM sobre \mathcal{L}_{YME} se encuentra que

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} - \frac{1}{2}F_{\mu\nu}^a \mathcal{Q}^{a\mu\nu} - \frac{g}{2}f^{abc} (F_{\mu\nu}^a + \mathcal{Q}_{\mu\nu}^a) Q^{b\mu} Q^{c\nu} - \frac{1}{4}\mathcal{Q}_{\mu\nu}^a \mathcal{Q}^{a\mu\nu} - \frac{g}{4}f^{abc} f^{ade} Q_\mu^b Q_\nu^c Q^{d\mu} Q^{e\nu}, \quad (1.38)$$

donde $\mathcal{Q}_{\mu\nu}^a = \mathcal{D}_\mu^{ab} Q_\nu^b - \mathcal{D}_\nu^{ab} Q_\mu^b$. Por otro lado, el sector CPT-Even con VSL adquiere la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Even} &= -\frac{1}{4}(\hat{k}_F)^{\mu\nu\lambda\rho} (F_{\mu\nu}^a F_{\lambda\rho}^a + 2gf^{abc} F_{\mu\nu}^a Q_\lambda^b Q_\rho^c + 4(\mathcal{D}_\mu^{ab} Q_\nu^b)(\mathcal{D}_\lambda^{ab} Q_\rho^b)) \\ &\quad -\frac{1}{2}(k_F)^{\mu\nu} (F_{\mu\lambda}^a F_{a\nu}^\lambda + 2gf^{abc} F_{\mu\lambda}^a Q^{b\lambda} Q_\nu^c + \mathcal{Q}_{\mu\lambda}^a \mathcal{Q}_{a\nu}^\lambda) + \dots, \end{aligned} \quad (1.39)$$

los puntos suspensivos indican términos que no generan vértices involucrados en el cálculo de $\Pi_{\mu\nu}^{YME\,ab}(q)$. Luego, para el sector CPT-Odd se tiene que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YMLV}^{CPT-Odd} &= -\frac{1}{4}(k_{AF})_\kappa \epsilon^{\kappa\lambda\mu\nu} \left\{ A_\lambda^a F_{\mu\nu}^a - \frac{g}{3}f^{abc} A_\lambda^a A_\mu^b A_\nu^c + 2(A_\lambda^a + Q_\lambda^a)\mathcal{D}_\mu^{ab} Q_\nu^b \right. \\ &\quad \left. + Q_\lambda^a F_{\mu\nu}^a - gf^{abc} \left(A_\lambda^a A_\mu^b Q_\nu^c + \frac{2}{3}Q_\lambda^a Q_\mu^b Q_\nu^c \right) \right\}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Para determinar las correcciones de segundo orden en los parámetros de VSL se requiere de los vértices: QQ , AQQ y $AAQQ$. Las reglas de Feynman correspondientes se muestran en la Fig.1.1. Las estructuras tensoriales que aparecen en dicha figura están dadas por:

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2, k_3) = g_{\lambda\mu} \left(k_3 - k_1 + \frac{k_2}{\xi} \right)_\nu + g_{\mu\nu} \left(k_1 - k_2 - \frac{k_3}{\xi} \right)_\lambda + g_{\lambda\nu} (k_2 - k_3)_\mu, \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu\lambda\rho}^{abcd} &= f^{ace} f^{bde} \left(g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} + \frac{1}{\xi} g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} \right) + f^{ade} f^{bce} \left(g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} + \frac{1}{\xi} g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda} \right) \\ &\quad + f^{abe} f^{cde} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}), \end{aligned} \quad (1.42)$$

$$\hat{\Gamma}_{\mu\nu}(k) = -2(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho} k^\lambda k^\rho, \quad (1.43)$$

$$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}(k) = (k^2 \delta_\mu^\lambda \delta_\nu^\rho + g_{\mu\nu} k^\lambda k^\rho - k_\mu k^\lambda \delta_\nu^\rho - k_\nu k^\lambda \delta_\mu^\rho) (k_F)_{\lambda\rho} \quad (1.44)$$

$$\Gamma_{\mu\nu}^O(k) = -i (K_{AF})^\kappa \epsilon_{\kappa\mu\rho\nu} k^\rho, \quad (1.45)$$

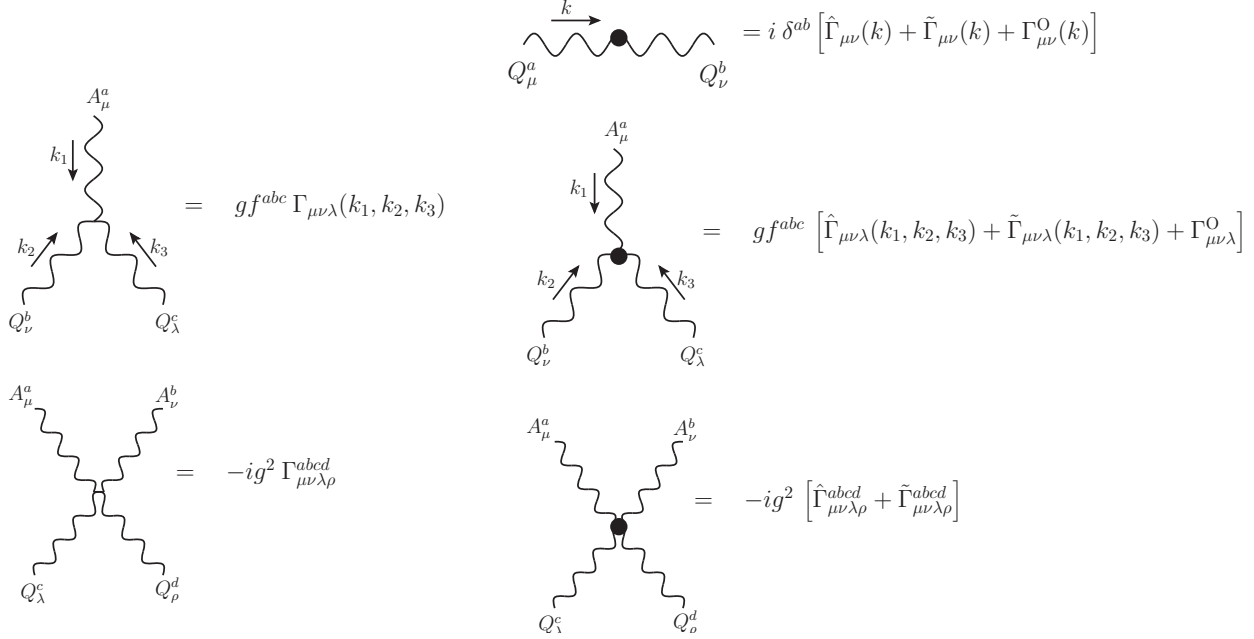


Figura 1.1: Reglas de Feynman necesarias para el cálculo de la función vértice de dos puntos $A_\mu^a A_\nu^b$ en el BFM.

$$\hat{\Gamma}_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2, k_3) = -2[k_1^\rho(\hat{k}_F)_{\rho\mu\nu\lambda} + k_2^\rho(\hat{k}_F)_{\rho\nu\lambda\mu} + k_3^\rho(\hat{k}_F)_{\rho\lambda\mu\nu}], \quad (1.46)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2, k_3) &= [(k_F)_{\mu\nu}g_{\rho\lambda} + g_{\mu\nu}(k_F)_{\rho\lambda}](k_2 - k_1)^\rho + [(k_F)_{\mu\lambda}g_{\rho\nu} + g_{\mu\lambda}(k_F)_{\rho\nu}](k_1 - k_3)^\rho \\ &\quad + [(k_F)_{\nu\lambda}g_{\rho\mu} + g_{\nu\lambda}(k_F)_{\rho\mu}](k_3 - k_2)^\rho, \end{aligned} \quad (1.47)$$

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda}^O = -i (k_{AF})^\kappa \epsilon_{\kappa\mu\nu\lambda}, \quad (1.48)$$

$$\hat{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho}^{abcd} = 2[f^{abe}f^{cde}(\hat{k}_F)_{\mu\nu\lambda\rho} + f^{ace}f^{bde}(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho} + f^{ade}f^{bce}(\hat{k}_F)_{\mu\rho\nu\lambda}], \quad (1.49)$$

$$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho}^{abcd} = 2[f^{abe}f^{cde}(\tilde{k}_F)_{\mu\nu\lambda\rho} + f^{ace}f^{bde}(\tilde{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho} + f^{ade}f^{bce}(\tilde{k}_F)_{\mu\rho\nu\lambda}]. \quad (1.50)$$

Por otro lado, sólo es necesario determinar el contratérmino para la función vértice de dos puntos, la regla de Feynman correspondiente se muestra en la Fig.1.2. Los tensores de Lorentz que aparecen en esta figura son:

$$P_{\mu\nu}(k) = k^2 g^{\mu\nu} - k^\mu k^\nu, \quad (1.51)$$

$$\delta\hat{\Gamma}_{\mu\nu}(k) = -2(\delta\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho} k^\lambda k^\rho, \quad (1.52)$$

$$\delta\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}(k) = (k^2 \delta_\mu^\lambda \delta_\nu^\rho + g_{\mu\nu} k^\lambda k^\rho - k_\mu k^\lambda \delta_\nu^\rho - k_\nu k^\lambda \delta_\mu^\rho) (\delta k_F)_{\lambda\rho}, \quad (1.53)$$

$$\delta\Gamma_{\mu\nu}^O(k) = -i (\delta k_{AF})^\kappa \epsilon_{\kappa\mu\rho\nu} k^\rho. \quad (1.54)$$

$$= i \delta^{ab} \left[-\delta_A P_{\mu\nu}(k) + \delta \hat{\Gamma}_{\mu\nu}(k) + \delta \tilde{\Gamma}_{\mu\nu}(k) + \delta \Gamma_{\mu\nu}^O(k) \right]$$

Figura 1.2: Contratérmino asociado a la función vértice $A_\mu^a A_\nu^b$.

La Tabla 1.1 resume las funciones vértice que incorporan VSL que se emplean en este trabajo.

Vertex Function	\mathcal{L}_{YM}	$\mathcal{L}_{\text{YM-LV}}^{\text{CPT-Even}}$	$\mathcal{L}_{\text{YM-LV}}^{\text{CPT-Odd}}$
$Q_\mu^a(k) Q_\nu^b(k)$	————	$i \delta^{ab} \left(\hat{\Gamma}_{\mu\nu}(k) + \tilde{\Gamma}_{\mu\nu}(k) \right)$, Eqs.(1.43,1.44)	$i \delta^{ab} \Gamma_{\mu\nu}^O(k)$, Eq.(1.45)
$A_\mu^a(k_1) Q_\nu^b(k_2) Q_\lambda^c(k_3)$	$g f^{abc} \Gamma_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2, k_3)$ Eq. (1.41)	$g f^{abc} \left(\hat{\Gamma}_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2, k_3) + \tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda}(k_1, k_2, k_3) \right)$, Eqs.(1.46,1.47)	$g f^{abc} \Gamma_{\mu\nu\lambda}^O$, Eq.(1.48)
$A_\mu^a A_\nu^b Q_\lambda^c Q_\rho^d$	$-i g^2 \Gamma_{\mu\nu\lambda\rho}^{abcd}$, Eq.(1.42)	$-i g^2 \left(\hat{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho}^{abcd} + \tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho}^{abcd} \right)$, Eqs.(1.49,1.50)	————
C.t. $A_\mu^a(k) A_\nu^b(k)$	$-i \delta^{ab} \delta_A P_{\mu\nu}(k)$ Eq. (1.51)	$i \delta^{ab} \left(\delta \hat{\Gamma}_{\mu\nu} + \delta \tilde{\Gamma}_{\mu\nu} \right)$, Eqs.(1.52,1.53)	$i \delta^{ab} \delta \Gamma_{\mu\nu}^O(k)$, Eq.(1.54)

Tabla 1.1: Funciones vértice que contribuyen al acomplamiento $A_\mu^a A_\nu^b$ a un lazo en el BFM.

Las correcciones a segundo orden dependerán de nuevos tensores conformados por productos cuadráticos de $(\hat{K}_F)_{\mu\nu\lambda\rho}$, $(K_F)_{\mu\nu}$ y $(K_{AF})_\kappa$ en diferentes formas. Estos nuevos objetos tendrán sus propias simetrías y caracterizarán a las interacciones de acuerdo a las mismas. Sin embargo, se espera que este nuevo conjunto de tensores generen interacciones tipo Riemman, Weyl o Ricci, entre otras. En este punto podemos establecer la siguiente guía que será útil para analizar la estructura de las amplitudes y su posterior renormalización. Cualquier 2-tensor $T_{\mu\nu}$ simétrico, que esté presente en la función vértice de 2-puntos a través de la siguiente estructura tensorial

$$(k^2 \delta_\mu^\lambda \delta_\nu^\rho + g_{\mu\nu} k^\lambda k^\rho - k_\mu k^\lambda \delta_\nu^\rho - k_\nu k^\lambda \delta_\mu^\rho) T_{\lambda\rho}, \quad (1.55)$$

será un tensor tipo Ricci Ec.(1.44). Por otro lado, cualquier 4-tensor $T_{\mu\lambda\nu\rho}$ que tenga las simetrías del tensor de Riemman que esté presente en la función vértice de 2-puntos a través de la siguiente estructura tensorial:

$$\Gamma_{\mu\nu}^T(k) = -2 T_{\mu\lambda\nu\rho} k^\lambda k^\rho, \quad (1.56)$$

será tipo Riemman o tipo Weyl (1.43). Si $g^{\lambda\rho} T_{\mu\lambda\nu\rho} = 0$ entonces trivialmente $T_{\mu\lambda\nu\rho}$ es un tensor tipo Weyl. En caso contrario $T_{\mu\lambda\nu\rho}$ es un tensor tipo Riemman y puede ser descompuesto en sus partes irreducibles bajo $\text{SO}(1,3)$:

$$T_{\mu\lambda\nu\rho} = \hat{T}_{\mu\lambda\nu\rho} + \frac{1}{2} \left[g_{\lambda\nu} T_{\mu\rho} - g_{\lambda\rho} T_{\mu\nu} + g_{\mu\rho} T_{\lambda\nu} - g_{\mu\nu} T_{\lambda\rho} \right] + \frac{1}{6} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\rho} - g_{\mu\rho} g_{\nu\lambda}) \bar{T}, \quad (1.57)$$

donde $\hat{T}_{\mu\lambda\nu\rho}$ es un tensor tipo Weyl; $T_{\mu\nu} = g^{\lambda\rho} T_{\lambda\rho\mu\nu}$ es un tensor tipo Ricci y $\bar{T} = g^{\mu\nu} (K_F)_{\mu\nu}$ es el escalar asociado. En términos de estas partes irreducibles

$$\Gamma_{\mu\nu}^T(k) = \hat{\Gamma}_{\mu\nu}^T(k) + \tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^T(k) - \frac{\bar{T}}{3} (k^2 g_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu) \quad (1.58)$$

donde

$$\hat{\Gamma}_{\mu\nu}^T(k) = -2 \hat{T}_{\mu\lambda\nu\rho} k^\lambda k^\rho \quad (1.59)$$

es una amplitud tipo Weyl, luego

$$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^T(k) = k^2 T_{\mu\nu} + g_{\mu\nu} k^\alpha k^\beta T_{\alpha\beta} - k_\mu k^\alpha T_{\nu\alpha} - k^\nu T_{\mu\alpha}; \quad (1.60)$$

es una amplitud tipo Ricci. Finalmente \bar{T} es un escalar que contribuye a la función de polarización del vacío. A diferencia de la teoría a nivel árbol, a un lazo, no podemos suponer que el escalar T es nulo puesto que $T_{\mu\lambda\nu\rho}$ puede ser divergente UV y no necesariamente tener doble traza nula. En el siguiente capítulo se presentan los resultados del cálculo de $\Pi_{\mu\nu}^{YME\ ab}(q)$ así como el análisis de esta amplitud.

Capítulo 2

La función vértice $\Pi_{\mu\nu}^{YME\ ab}(q)$

En este capítulo se estudian los efectos de un lazo sobre la función vértice $A_\mu^a A_\nu^b$. Se consideran efectos de hasta segundo orden en los coeficientes tensoriales de VSL. La contribución a un lazo a la función vértice de dos puntos es generada por los diagramas de la Figura 2.1. La estructura de la amplitud correspondiente

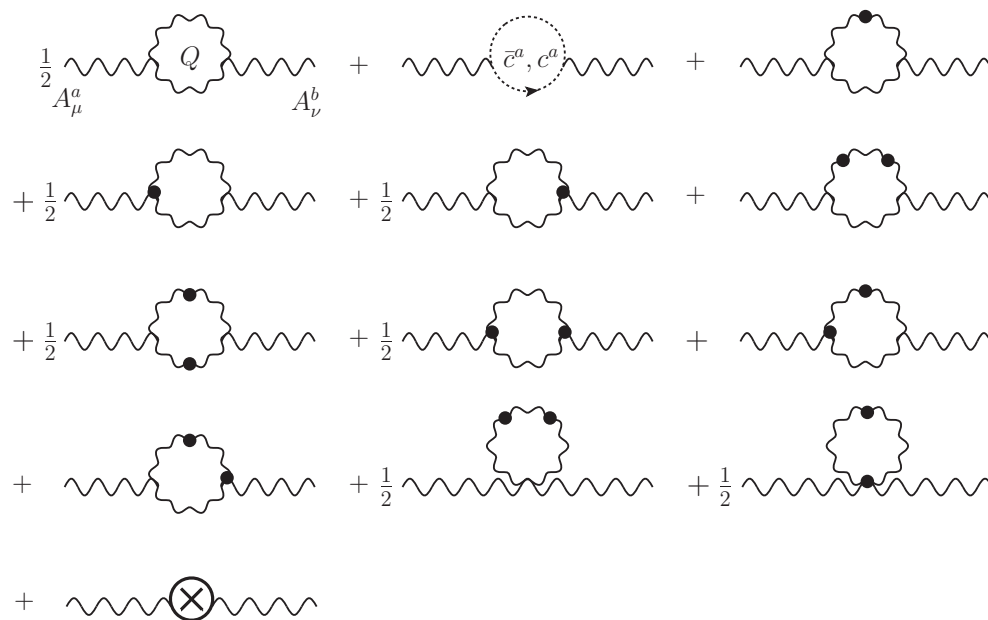


Figura 2.1: Diagramas de Feynman que contribuyen a la función vértice de dos puntos $A_\mu^a A_\nu^b$. Los primeros 2 diagramas representan la contribución de la teoría de YM pura en el contexto del BFM mientras que, aquellos diagramas con uno o dos puntos negros representan contribuciones de primer y segundo orden en los coeficientes tensoriales. El diagrama de contratérminos también es considerado.

puede ser escrita de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^{YMEab}(q, \xi) = & i\delta^{ab} \left[\Pi_{\mu\nu}(q, \xi) + \Pi_{\mu\nu}^{E(1)}(q, \xi) + \Pi_{\mu\nu}^{E(2)}(q, \xi) + \Pi_{\mu\nu}^{O(1)}(q, \xi) + \Pi_{\mu\nu}^{O(2)}(q, \xi) + \Pi_{\mu\nu}^{EO(2)}(q, \xi) \right] \\ & + i\delta^{ab} \left[-\delta_A P_{\mu\nu}(q) + \delta\hat{\Gamma}_{\mu\nu} + \delta\tilde{\Gamma}_{\mu\nu} + \delta\Gamma_{\mu\nu}^O \right]. \end{aligned} \quad (2.1)$$

En la expresión anterior se han incluido la contribución de la teoría de YM pura $\Pi_{\mu\nu}(q, \xi)$, así como la contribución de los contratérminos. La etiqueta $E(O)$ indica si las amplitudes son generadas exclusivamente por correcciones provenientes del sector CPT-Even (CPT-Odd), también se han calculado efectos de interferencia entre ambos sectores, estos efectos se encuentran considerados en la amplitud con la etiqueta EO . Por otro lado, las etiquetas (1) y (2) indican si las correcciones son de primer o segundo orden en los parámetros tensoriales. Cabe aclarar que los efectos a primer orden sobre la función vértice $A_\mu^a A_\nu^b$ fueron estudiados en [37], en este trabajo se determinó el polo de la función vértice de 2 puntos y las modificaciones a las funciones beta tensoriales, todo bajo el BFM. En esta tesis se calcularon las expresiones analíticas completas de los diagramas de la Fig. 2.1, lo que incluye a los términos finitos por lo que, para propósitos de comparación se han calculado nuevamente las contribuciones a primer orden. Los cálculos de este trabajo fueron desarrollados con la paquetería FeynCalc [56]. Se utilizó parametrización a la Feynman y regularización dimensional, no se fijó al parámetro ξ con el propósito de estudiar la independencia de norma de la función $\beta(g)$.

2.1. Contribución de la teoría de YM: $\Pi_{\mu\nu}(q, \xi)$

La contribución usual de la teoría de YM pura a la función vértice $A_\mu^a A_\nu^b$ en el contexto del BFM está dada por los primeros 2 diagramas de la Fig. 2.1. Se encuentra el resultado conocido en la literatura:

$$\Pi_{\mu\nu}(q, \xi) = \Pi(q^2, \xi) P_{\mu\nu}(q), \quad (2.2)$$

donde $\Pi(q^2, \xi)$ es la función de polarización del vacío dada por:

$$\Pi(q^2, \xi) = \frac{g^2}{(4\pi)^2} C_2(G) \left[\frac{11}{3} \Delta - \frac{11}{3} \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) + \frac{67}{9} - \frac{1}{4} (1 - \xi) (7 + \xi) \right]. \quad (2.3)$$

En esta expresión

$$\Delta = \frac{1}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi), \quad (2.4)$$

con γ_E la constante de Euler-Mascheroni y $\hat{\mu}$ el parámetro de escala del método de regularización dimensional.

2.2. Contribuciones de primer orden: $\Pi_{\mu\nu}^{E(O)(1)}(q, \xi)$

Las contribuciones de primer orden son aquellas caracterizadas por un punto negro en los diagramas de la Fig 2.1.

2.2.1. Contribución del sector CPT-Even

La corrección generada por el sector CPT-Even está dada por:

$$\Pi_{\mu\nu}^{E(1)}(q, \xi) = f_1(q^2, \xi)\hat{\Gamma}_{\mu\nu}(q) + f_2(q^2, \xi)\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}(q) + \Pi^{E(1)}(q^2, \xi)P_{\mu\nu}(q), \quad (2.5)$$

donde

$$\Pi^{E(1)}(q^2, \xi) = f_3(\xi)(k_F)_{\alpha\beta} \left(\frac{q^\alpha q^\beta}{q^2} \right), \quad (2.6)$$

los tensores $\hat{\Gamma}_{\mu\nu}$ y $\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}$ son los mismos de las Ecs.(1.43) y (1.44), respectivamente. Los factores de forma $f_1(q^2, \xi)$ y $f_2(q^2, \xi)$ son divergentes UV. Por otro lado, el factor de forma $f_3(\xi)$ no contiene divergencias UV, lo cual es consecuencia de estar asociado a una interacción de dimensión 6. Este factor induce una corrección finita a la función de polarización del vacío ya que es proporcional a la estructura tensorial $P_{\mu\nu}$, esta amplitud emerge de la siguiente interacción de dimensión 6:

$$(k_F)^{\alpha\beta} \mathcal{D}_\alpha^{ab} F_{\lambda\rho}^b \mathcal{D}_\beta^{ac} F^{c\lambda\rho}. \quad (2.7)$$

La forma explícita de los factores de forma $f_i(q^2, \xi)$ se encuentra en el Apéndice A. Cabe mencionar que, en el contexto de la teoría de YME pura, el término proporcional al tensor de Ricci no es considerado en [19] ya que los autores suponen que estas componentes son nulas a nivel árbol. Este hecho es válido a primer orden en los parámetros de VSL. Sin embargo, como se verá más adelante, este tensor es necesario para renormalizar interacciones tipo Ricci de segundo orden independientes del tensor de nivel árbol $(k_F)_{\mu\nu}$.

2.2.2. Contribución del sector CPT-Odd

La contribución del sector CPT-Odd está dada por:

$$\Pi_{\mu\nu}^{O(1)}(q, \xi) = -i \frac{g^2 C_2(G)}{2(4\pi)^2} [13 - \xi(\xi + 4)] (k_{AF})^\lambda \epsilon_{\lambda\mu\rho\nu} q^\rho, \quad (2.8)$$

el cual es libre de divergencias UV. Este resultado parece ser característico de la teoría bajo el BFM. En el contexto de una norma lineal R_ξ se encuentra que es divergente UV [19]. Por otro lado, aunque el resultado (2.8) es finito, el factor de renormalización asociado con el tensor de Lorentz $(k_{AF})_\kappa$ adquiere su polo a través del factor de renormalización Z_A de los campos de norma. Este hecho fue señalado en [37]. El tensor $\Pi_{\mu\nu}^{O(1)}(q, \xi)$ es simétrico bajo el intercambio de μ y ν ya que esta permutación debe estar acompañada del intercambio $q \rightarrow -q$.

2.3. Contribuciones de segundo orden

Las contribuciones de segundo orden son aquellas caracterizadas por los diagramas con 2 puntos negros en la Fig. 2.1

2.3.1. Contribución del sector CPT-Even

La contribución a segundo orden generó diversas estructuras tensoriales que fueron organizadas de la siguiente manera:

$$\Pi_{\mu\nu}^{E(2)}(q, \xi) = \hat{\Gamma}_{\mu\nu}^{(2)} + \tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^{(2)} + \left(\frac{q^\lambda q^\rho}{q^2}\right) \tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho}^{(2)} + \left(\frac{q^\lambda q^\rho q^\sigma q^\tau}{(q^2)^2}\right) \tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho\sigma\tau}^{(2)} + \Pi^{E(2)}(q^2, \xi) P_{\mu\nu}, \quad (2.9)$$

donde

$$\Pi^{E(2)}(q^2, \xi) = \Pi_{Div}^{E(2)} + \left(\frac{q^\alpha q^\beta}{q^2}\right) (k_1)_{\alpha\beta} + \left(\frac{q^\alpha q^\beta q^\sigma q^\tau}{(q^2)^2}\right) (k_2)_{\alpha\beta\sigma\tau}. \quad (2.10)$$

En estas expresiones,

$$\hat{\Gamma}_{\mu\nu}^{(2)} = -2q^\lambda q^\rho (\hat{k}_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}, \quad (2.11)$$

$$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^{(2)} = (q^2 \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta + g_{\mu\nu} q^\alpha q^\beta - q_\mu q^\alpha \delta_\nu^\beta - q_\nu q^\alpha \delta_\mu^\beta) (\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta}, \quad (2.12)$$

$$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho}^{(2)} = (q^2 \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta + g_{\mu\nu} q^\alpha q^\beta - q_\mu q^\alpha \delta_\nu^\beta - q_\nu q^\alpha \delta_\mu^\beta) (\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta\lambda\rho}, \quad (2.13)$$

$$\tilde{\Gamma}_{\mu\nu\lambda\rho\sigma\tau}^{(2)} = (q^2 \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta + g_{\mu\nu} q^\alpha q^\beta - q_\mu q^\alpha \delta_\nu^\beta - q_\nu q^\alpha \delta_\mu^\beta) (\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta\lambda\rho\sigma\tau}. \quad (2.14)$$

Los tensores $(\hat{k}_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$, $(\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta}$, $(\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta\lambda\rho}$ y $(\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta\lambda\rho\sigma\tau}$ están compuestos por contracciones entre los tensores de nivel árbol tipo Weyl $(\hat{k}_F)_{\mu\nu\alpha\beta}$ y tipo Ricci $(k_F)_{\mu\nu}$. A este orden se encontró una contribución tipo Riemman caracterizada por el siguiente tensor

$$(k_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho} = l_1(q^2, \xi) (k_W^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho} + l_2(q^2, \xi) (k_R^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}, \quad (2.15)$$

donde $(k_W^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$ y $(k_R^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$ son tensores tipo Riemman compuestos por la siguientes combinaciones de productos:

$$(k_W^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho} = (\hat{k}_F)_{\mu\lambda\sigma\tau} (\hat{k}_F)_{\nu\rho}{}^{\sigma\tau} + \frac{1}{2} (\hat{k}_F)_{\mu\rho\sigma\tau} (\hat{k}_F)_{\nu\lambda}{}^{\sigma\tau} - \frac{1}{2} (\hat{k}_F)_{\mu\nu\sigma\tau} (\hat{k}_F)_{\lambda\rho}{}^{\sigma\tau}, \quad (2.16)$$

$$(k_R^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho} = (k_F)_{\mu\rho} (k_F)_{\nu\lambda} - (k_F)_{\mu\nu} (k_F)_{\lambda\rho}. \quad (2.17)$$

Se puede mostrar que estos tensores satisfacen todas las simetrías del tensor tipo Riemman y la identidad de Bianchi (1.7), además tienen doble traza no nula. Estos tensores son descompuestos en sus partes irreducibles. Esto genera un tensor tipo Weyl:

$$(\hat{k}_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho} = l_1(q^2, \xi) (\hat{k}_W^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho} + l_2(q^2, \xi) (\hat{k}_R^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}, \quad (2.18)$$

donde $(\hat{k}_W^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$ son las componentes tipo Weyl de los tensores tipo Riemman $(k_{W,R}^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$; este tensor es el responsable de la interacción tipo Weyl que aparece en la Ec.(2.11). Luego, la parte tipo Ricci de $(k_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$ está dada por:

$$(k_F^{(2)})_{\mu\nu} = l_1(q^2, \xi) (k_W^{(2)})_{\mu\nu} + l_2(q^2, \xi) (k_R^{(2)})_{\mu\nu}, \quad (2.19)$$

donde $(k_{W,R}^{(2)})_{\mu\nu}$ corresponden a las partes tipo Ricci de los tensores $(k_{W,R}^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$. Estas componentes se encuentran consideradas en el tensor $(\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta}$ que aparece en la amplitud $\tilde{\Gamma}_{\mu\nu}^{(2)}$ Ec. (2.12). Por último, la parte análoga

a la curvatura escalar, $\bar{k}_F^{(2)}$, fue integrada a la función escalar $\Pi^{E(2)}$ que aparece en la Ec. (2.9). Los factores de forma $l_1(q^2, \xi)$ and $l_2(q^2, \xi)$ son divergentes UV, su forma analítica se muestra en el Apéndice A. Se destaca que el tensor tipo Riemman $(k_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$ es la única fuente de interacciones tipo Weyl en Ec. (2.9). Sin embargo, no es la única fuente de interacciones tipo Ricci y tipo curvatura escalar. Existen más interacciones dentro de la amplitud que comparten estas simetrías. Después de la descomposición en partes irreducibles del tensor $(k_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$ y clasificar todas las contribuciones de acuerdo a sus simetrías, se obtiene el siguiente tensor tipo Ricci:

$$(\tilde{k}_F^{(2)})_{\mu\nu} = g_1(q^2, \xi)(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\rho\sigma}(\hat{k}_F)_{\nu}{}^{\lambda\rho\sigma} + g_2(q^2, \xi)(k_F)_{\mu\lambda}(k_F)_{\nu}{}^{\lambda} + g_3(q^2, \xi)(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\sigma}(k_F)^{\lambda\sigma} \quad (2.20)$$

Este tensor es el que aparece en la amplitud Ec. (2.12). Los tres factores de forma $g_i(q^2, \xi)$ son divergentes UV, su forma explícita se encuentra en el apéndice A. Es importante notar que el tensor tipo Ricci proporcional al factor $g_1(q^2, \xi)$ está compuesto únicamente por una contracción cuadrática del tensor tipo Weyl de nivel árbol $(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\rho\sigma}$, este término caracteriza una interacción UV que, de ser renormalizada demanda la presencia del tensor tipo Ricci de nivel árbol $(k_F)_{\mu\nu}$ por lo que, a diferencia de [19], no se puede suponer que estas componentes son nulas. Por otro lado el factor de forma $\Pi_{Div}^{E(2)}$ toma la siguiente expresión:

$$\Pi_{Div}^{E(2)}(q^2, \xi) = h_1(q^2, \xi)(\hat{k}_F)^2 + h_2(q^2, \xi)(k_F)^2, \quad (2.21)$$

donde

$$(\hat{k}_F)^2 = (\hat{k}_F)_{\alpha\beta\lambda\rho}(\hat{k}_F)^{\alpha\beta\lambda\rho}, \quad (2.22)$$

$$(k_F)^2 = (k_F)_{\alpha\beta}(k_F)^{\alpha\beta}. \quad (2.23)$$

Las expresiones de los factores de forma $h_i(q^2, \xi)$ se encuentran en el Apéndice A. Por otra parte, las expresiones tensoriales de cuarto y sexto rango de las Ecs. (2.13) y (2.14) están caracterizadas por los siguientes tensores:

$$\begin{aligned} (\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta\lambda\rho} &= g_4(\xi) \left[(\hat{k}_F)_{\alpha\sigma\lambda\tau}(\hat{k}_F)_{\beta}{}^{\sigma\tau} + (\hat{k}_F)_{\beta\sigma\lambda\tau}(\hat{k}_F)_{\alpha}{}^{\sigma\tau} \right] + g_5(\xi)(k_F)_{\alpha\beta}(k_F)_{\lambda\rho} \\ &+ g_6(\xi) \left[(\hat{k}_F)_{\alpha\lambda\rho\sigma}(k_F)_{\beta}{}^{\sigma} + (\hat{k}_F)_{\beta\lambda\rho\sigma}(k_F)_{\alpha}{}^{\sigma} \right] + g_7(\xi) \left[(\hat{k}_F)_{\alpha\rho\beta\sigma} + (\hat{k}_F)_{\beta\rho\alpha\sigma} \right] (k_F)_{\lambda}{}^{\sigma}, \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$(\tilde{k}_F^{(2)})_{\alpha\beta\lambda\rho\sigma\tau} = g_8(\xi)(\hat{k}_F)_{\alpha\sigma\lambda\omega}(\hat{k}_F)_{\beta\tau\rho}{}^{\omega} + g_9(\xi)(\hat{k}_F)_{\alpha\lambda\beta\rho}(k_F)_{\sigma\tau} + (\alpha \leftrightarrow \beta). \quad (2.25)$$

Estos tensores caracterizan interacciones de dimensión 6 y 8, respectivamente, además son tesoros tipo Ricci con respecto a sus dos primeros índices de Lorentz. A nivel lagrangiano, la interacción de dimensión 6 subyace de la siguientes interacciones

$$\begin{aligned} (\hat{k}_F)^{\mu\sigma\alpha\tau}(\hat{k}_F)_{\nu\sigma\beta\tau} \mathcal{D}_{\alpha}^{ab} F_{\mu\lambda}^b \mathcal{D}^{ac\beta} F^c{}_{\lambda\nu} &, (k_F)^{\mu\nu}(k_F)^{\alpha\beta} \mathcal{D}_{\alpha}^{ab} F_{\mu\lambda}^b \mathcal{D}_{\beta}^{ac} F^c{}_{\nu}{}^{\lambda}, \\ (\hat{k}_F)^{\mu\alpha\beta\sigma}(k_F)_{\nu\sigma} \mathcal{D}_{\alpha}^{ab} F_{\mu\lambda}^b \mathcal{D}_{\beta}^{ac} F^c{}_{\lambda\nu} &, (\hat{k}_F)^{\mu\beta\nu\sigma}(k_F)_{\alpha\sigma} \mathcal{D}^{ab\alpha} F_{\mu\lambda}^b \mathcal{D}_{\beta}^{ac} F^c{}_{\nu}{}^{\lambda}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

mientras que, la interacción de dimensión 8 está compuesta por interacciones con la siguiente forma:

$$(\hat{k}_F)^{\mu\sigma\alpha\omega}(\hat{k}_F)_{\nu\tau\beta\omega} \mathcal{D}_{\alpha}^{ab} \mathcal{D}_{\sigma}^{bc} F_{\mu\lambda}^c \mathcal{D}^{ad\beta} \mathcal{D}^{de\tau} F^e{}_{\lambda\nu}, \quad (\hat{k}_F)^{\mu\alpha\nu\beta}(k_F)^{\sigma\tau} \mathcal{D}_{\alpha}^{ab} \mathcal{D}_{\sigma}^{bc} F_{\mu\lambda}^c \mathcal{D}_{\beta}^{ad} \mathcal{D}_{\tau}^{de} F^e{}_{\nu}{}^{\lambda}. \quad (2.27)$$

Los factores de forma $g_i(\xi)$ ($i = 4, \dots, 9$) son libres de divergencias UV lo cual es consistente con la renormalizabilidad de la teoría ya que caracterizan interacciones de dimensión mayor a 4. Estas funciones dependen

solamente del parámetro de fijación de la norma, su forma explícita se muestra en el apéndice A.

Por último, a este orden surgen interacciones finitas de dimension 6 y 8 que modifican a la función de polarización del vacío ya que son proporcionales al tensor $P_{\mu\nu}$ Ecs. (2.9), (2.10). Estas amplitudes están caracterizada por los siguientes tensores

$$(k_1)_{\alpha\beta} = s_1(\xi)(\hat{k}_F)_{\alpha\lambda\rho\sigma}(\hat{k}_F)_\beta^{\lambda\rho\sigma} + s_2(\xi)(k_F)_{\alpha\lambda}(k_F)_\beta^\lambda + s_3(\xi)(\hat{k}_F)_{\alpha\lambda\beta\sigma}(k_F)^{\lambda\sigma}, \quad (2.28)$$

$$(k_2)_{\alpha\beta\lambda\rho} = s_4(\xi)(\hat{k}_F)_{\alpha\sigma\beta\tau}(\hat{k}_F)_\lambda^{\sigma\tau} + s_5(\xi)(k_F)_{\alpha\beta}(k_F)_{\lambda\rho}, \quad (2.29)$$

Estas contribuciones emergen de interacciones de dimensión 6:

$$(\hat{k}_F)^{\alpha\omega\tau\sigma}(\hat{k}_F)_\beta^{\omega\tau\sigma}\mathcal{D}_\alpha^{ab}F_{\lambda\rho}^b\mathcal{D}_\beta^{ac}F^{c\lambda\rho}, (k_F)^{\alpha\sigma}(k_F)_\sigma^\beta\mathcal{D}_\alpha^{ab}F_{\lambda\rho}^b\mathcal{D}_\beta^{ac}F^{c\lambda\rho}, (\hat{k}_F)^{\alpha\tau\beta\sigma}(k_F)_{\tau\sigma}\mathcal{D}_\alpha^{ab}F_{\lambda\rho}^b\mathcal{D}_\beta^{ac}F^{c\lambda\rho}, \quad (2.30)$$

y de interacciones de dimensión 8:

$$(\hat{k}_F)^{\alpha\omega\beta\eta}(\hat{k}_F)_{\sigma\omega\tau\eta}\mathcal{D}_\alpha^{ab}\mathcal{D}^{bc\sigma}F_{\lambda\rho}^c\mathcal{D}_\beta^{ad}\mathcal{D}^{de\tau}F^{e\lambda\rho}, (k_F)^{\alpha\beta}(k_F)^{\sigma\tau}\mathcal{D}_\alpha^{ab}\mathcal{D}_\sigma^{bc}F_{\lambda\rho}^c\mathcal{D}_\beta^{ad}\mathcal{D}_\tau^{de}F^{e\lambda\rho}, \quad (2.31)$$

respectivamente. Los factores de forma $s_i(\xi)$ ($i = 1, \dots, 5$) son libres de divergencias UV, pero dependen del parámetro ξ , sus expresiones se encuentran en el Apéndice A.

La contribución de este orden generó diversos resultados interesantes desde la perspectiva de la estructura interna de la teoría. Sin embargo, se pueden destacar algunos puntos interesantes. Primero, a este orden se generó una interacción UV tipo Riemman caracterizada por el tensor $(k_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$. Después de descomponer este tensor en sus partes irreducibles, la interacción tipo Riemman es desplegada en una interacción tipo Weyl, una interacción tipo Ricci y una tipo curvatura escalar. La contribución total tipo Weyl surge únicamente de las partes irreducibles del tensor tipo Riemman. Por otro lado, al integrar todas las interacciones tipo Ricci en 2.12, se encuentra que una parte de esta amplitud está asociada un tensor de segundo orden conformado únicamente por un producto cuadrático de tensores tipo Weyl de nivel árbol, a saber, aquel proporcional al factor de forma UV $g_1(q^2, \xi)$, por lo que, la renormalización de la teoría demanda la presencia del tensor tipo Ricci de nivel árbol, sus componentes no pueden ser nulas como en [19]. Por otro lado, la función de polarización del vacío recibe contribuciones tanto de las parte tipo curvatura escalar de $(k_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$, pero también de otras fuentes. Todas estas contribuciones están consideradas en la expresión $\Pi^{E(2)}$ Ec. (2.21). En la siguiente sección se estudian los efectos de estas contribuciones sobre la función $\beta(g)$.

Finalmente, se encuentra que no existen divergencias infrarrojas (IR) en ninguno de los factores de forma $l_i(q, \xi)$, $g_i(q, \xi)$, $h_i(q, \xi)$ y $s_i(q, \xi)$. Además, la amplitud (2.9) satisface la identidad de Ward:

$$q^\mu\Pi_{\mu\nu}^{E(2)}(q, \xi) = q^\nu\Pi_{\mu\nu}^{E(2)}(q, \xi) = 0, \quad (2.32)$$

lo que muestra que es invariante de norma.

2.3.2. Contribución CPT-Odd

La contribución de segundo orden del sector CPT-Odd puede ser escrita de la siguiente forma:

$$\Pi_{\mu\nu}^{O(2)}(q, \xi) = \Pi^{O(2)}(q^2, \xi)P_{\mu\nu}(q) + t_3(q^2, \xi)\frac{\Gamma_{\mu\nu}^{AF}(q)}{q^2}, \quad (2.33)$$

donde

$$\Pi^{O(2)}(q^2, \xi) = t_1(q^2, \xi) \frac{(k_{AF})^2}{q^2} + t_2(q^2, \xi) \frac{q^\alpha q^\beta (k_{AF})_\alpha (k_{AF})_\beta}{(q^2)^2}. \quad (2.34)$$

En esta expresión $(k_{AF})^2 = (k_{AF})_\kappa (k_{AF})^\kappa$ y el tensor $\Gamma_{\mu\nu}^{AF}(q)$ está dado por:

$$\Gamma_{\mu\nu}^{AF}(q) = (q^2 \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta + q^\alpha q^\beta g_{\mu\nu} - q_\mu q^\alpha \delta_\nu^\beta - q_\nu q^\alpha \delta_\mu^\beta) (k_{AF})_\alpha (k_{AF})_\beta. \quad (2.35)$$

La función de polarización del vacío recibe contribuciones proporcionales a $(k_{AF})^2$ pero también recibe una contribución de dimensión 6, aquella proporcional al factor de forma $t_2(q^2, \xi)$, este término surge de la siguiente interacción

$$(k_{AF})^\alpha (k_{AF})^\beta \mathcal{D}_\alpha^{ab} F_{\lambda\rho}^b \mathcal{D}_\beta^{ac} F^{c\lambda\rho}. \quad (2.36)$$

Los factores de forma $t_i(q^2, \xi)$ ($i = 1, 2, 3$) son libres de divergencias UV, pero contienen divergencias IR. Su expresión analítica se encuentra en el Apéndice A. Para regular a las divergencias IR, se introdujo una masa ficticia al propagador de los campos Q_μ^α .

En la literatura se sugiere que este sector puede generar un término de masa proporcional a $(k_{AF})^2 g_{\mu\nu}$ [60]. En aquel trabajo, el autor llega a esa conclusión usando la norma de Landau como base. Sin embargo, en nuestro caso, dicho término de masa no puede surgir debido a que nuestra amplitud es invariante de norma, esta satisface

$$q^\mu \Pi_{\mu\nu}^{O(2)}(q, \xi) = q^\nu \Pi_{\mu\nu}^{O(2)}(q, \xi) = 0. \quad (2.37)$$

Este resultado es consecuencia del BFM ya que preserva invariancia de norma.

Interferencia de los sectores CPT-Even y CPT-Odd

Se determinaron contribuciones provenientes de la interferencia entre los sectores CPT-Even y CPT-Odd. Se realiza este cálculo con el propósito de estudiar la consistencia interna de la teoría. Se encuentra que la amplitud está dada de la siguiente forma

$$\Pi_{\mu\nu}^{EO(2)}(q, \xi) = -i \left(\frac{(k_{AF})^\kappa q^\lambda}{q^2} \Gamma_{\kappa\lambda\mu\nu}^{EO} + \frac{(k_{AF})^\kappa q^\lambda q^\alpha q^\beta}{(q^2)^2} \Gamma_{\kappa\lambda\alpha\beta\mu\nu}^{EO} \right), \quad (2.38)$$

donde

$$\Gamma_{\kappa\lambda\mu\nu}^{EO} = (q^2 \delta_\mu^\alpha \delta_\nu^\beta - q_\mu q^\alpha \delta_\nu^\beta + q_\nu q^\alpha \delta_\mu^\beta) (k_{EO})_{\kappa\lambda\alpha\beta}, \quad (2.39)$$

$$\Gamma_{\kappa\lambda\alpha\beta\mu\nu}^{EO} = (q^2 \delta_\mu^\sigma \delta_\nu^\tau - q_\mu q^\sigma \delta_\nu^\tau + q_\nu q^\sigma \delta_\mu^\tau) (k_{EO})_{\kappa\lambda\alpha\beta\sigma\tau}, \quad (2.40)$$

los tensores $(k_{EO})_{\kappa\lambda\alpha\beta}$ y $(k_{EO})_{\kappa\lambda\alpha\beta\sigma\tau}$ están definidos como:

$$(k_{EO})_{\kappa\lambda\mu\nu} = \eta_1(\xi) (\delta_\mu^\alpha \epsilon_{\sigma\tau\kappa\nu} - \delta_\nu^\alpha \epsilon_{\sigma\tau\kappa\mu}) (\hat{k}_F)_{\alpha\lambda}{}^{\sigma\tau} + \eta_2(\xi) (\delta_\mu^\alpha \epsilon_{\sigma\kappa\lambda\nu} - \delta_\nu^\alpha \epsilon_{\sigma\kappa\lambda\mu}) (k_F)_\alpha{}^\sigma + \eta_3(\xi) (k_F)_\lambda{}^\sigma \epsilon_{\sigma\kappa\mu\nu}, \quad (2.41)$$

$$(k_{EO})_{\kappa\lambda\alpha\beta\mu\nu} = \eta_4(\xi) (\delta_\nu^\tau \epsilon_{\sigma\kappa\lambda\mu} - \delta_\mu^\tau \epsilon_{\sigma\kappa\lambda\nu}) (\hat{k}_F)_{\tau\alpha\beta}{}^\sigma + \eta_5(\xi) \epsilon_{\kappa\lambda\mu\nu} (k_F)_{\alpha\beta}. \quad (2.42)$$

Ambos tensores son antisimétricos bajo el intercambio $\mu \leftrightarrow \nu$, pero la amplitud $\Pi_{\mu\nu}^{EO(2)}(q, \xi)$ es simétrica ya que este intercambio debe estar acompañado del cambio $q \rightarrow -q$. Por otro lado, los factores de forma $\eta_i(\xi)$

son libres de divergencias UV e IR y sólo dependen del parámetro de fijación ξ , sus expresiones se muestran en el Apéndice A. La amplitud (2.38) está conformada por interacciones de dimensión 5 y 7. La amplitud de dimensión 5 caracterizada por el tensor $(k_{EO})_{\kappa\lambda\mu\nu}$ surge del siguiente conjunto de interacciones

$$\begin{aligned} & (k_{AF})^\kappa (\hat{k}_F)^{\alpha\lambda\sigma\tau} \epsilon_{\sigma\tau\kappa\beta} \left(F_{\alpha\gamma}^a \mathcal{D}_\lambda^{ab} F^{b\gamma\beta} - F_{\beta\gamma}^a \mathcal{D}_\lambda^{ab} F^{b\gamma\alpha} \right), \\ & (k_{AF})^\kappa (\hat{k}_F)^{\alpha\sigma} \epsilon_{\sigma\kappa\lambda\beta} \left(F_{\alpha\gamma}^a \mathcal{D}^{ab\lambda} F^{b\gamma\beta} - F_{\beta\gamma}^a \mathcal{D}^{ab\lambda} F^{b\gamma\alpha} \right), \\ & (k_{AF})^\kappa (\hat{k}_F)^{\lambda\sigma} \epsilon_{\sigma\kappa\alpha\beta} F^{a\alpha}{}_\gamma \mathcal{D}_\lambda^{ab} F^{b\gamma\beta}, \end{aligned} \quad (2.43)$$

mientras que, aquella caracterizada por el tensor $(k_{EO})_{\kappa\lambda\alpha\beta\mu\nu}$ tiene la siguiente estructura

$$(k_{AF})_\kappa \epsilon^{\sigma\kappa\lambda\mu} (\hat{k}_F)^{\nu\alpha\beta}{}_\sigma \left(\mathcal{D}_\alpha^{ab} F_{\mu\gamma}^b \mathcal{D}_\beta^{ad} \mathcal{D}_\lambda^{de} F^{e\gamma}{}_\nu - \mathcal{D}_\alpha^{ab} F_{\nu\gamma}^b \mathcal{D}_\beta^{ad} \mathcal{D}_\lambda^{de} F^{e\gamma}{}_\mu \right), \quad (k_{AF})_\kappa \epsilon^{\kappa\lambda\mu\nu} (k_F)^{\alpha\beta} \mathcal{D}_\alpha^{ab} F_{\mu\gamma}^b \mathcal{D}_\beta^{ad} \mathcal{D}_\lambda^{de} F^{e\gamma}{}_\nu. \quad (2.44)$$

Finalmente, la amplitud es invariante de norma ya que satisface:

$$q^\mu \Pi_{\mu\nu}^{EO(2)}(q, \xi) = q^\nu \Pi_{\mu\nu}^{EO(2)}(q, \xi) = 0. \quad (2.45)$$

2.4. Renormalización y funciones beta

Invariancia de norma permite determinar a la función $\beta(g)$ y a las funciones beta tensoriales a través de la renormalización de la función vértice $\Pi_{\mu\nu}^{YMEab}(q)$. Para analizar la naturaleza acoplante o desacoplante de los efectos de VSL, se determina a la función $\beta(g)$ en esquema de renormalización independiente de la masa y en un esquema dependiente de la masa. Hasta segundo orden la función de polarización del vacío recibe contribuciones de la teoría de YM estándar Ec. (2.3), del sector CPT-Even a primer y segundo orden Ecs.(2.6), (2.9) y del sector CPT-Odd a segundo orden Ec. (2.33). Todo en conjunto conforman la función de polarización del vacío modificada:

$$\Pi_{YME}(q^2, \xi) = \Pi(q^2, \xi) + \Pi^{E(1)}(q^2, \xi) + \Pi^{E(2)}(q^2, \xi) + \Pi^{O(2)}(q^2, \xi) - \delta_A, \quad (2.46)$$

2.4.1. Esquema MS

El polo simple de la amplitud (2.46) recibe contribuciones UV provenientes únicamente de la función de polarización estándar $\Pi(q^2, \xi)$ y de la amplitud CPT-Even de segundo orden a través de los factores $h_1(q^2, \xi)$ y $h_2(q^2, \xi)$. Así, en el esquema de renormalización MS el factor de renormalización del campo queda determinado de la siguiente manera:

$$Z_A = 1 + \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \frac{1}{\epsilon} \left[\frac{11}{3} + \frac{3}{8} (\hat{k}_F)^2 + \frac{25}{18} (k_F)^2 \right]. \quad (2.47)$$

Así, de acuerdo con la ecuación (1.28)

$$\beta_{YME}^{MS}(g) = \beta(g) \left[1 + \frac{9}{88} (\hat{k}_F)^2 + \frac{25}{66} (k_F)^2 \right], \quad (2.48)$$

donde $\beta(g)$ es la función beta usual de la teoría de YM pura. Como es de esperarse, la función $\beta_{YME}^{MS}(g)$ se reduce al resultado estándar cuando las componentes tensoriales $(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho}$ y $(k_F)_{\mu\nu}$ se toman como nulas.

Aunque, esto también puede ocurrir si los parámetros de la nueva física satisfacen que $\frac{9}{88}(\hat{k}_F)^2 + \frac{25}{66}(k_F)^2 = 0$, lo cual es posible debido a la métrica del espacio tiempo plano. Otras posibilidades son: $\frac{9}{88}(\hat{k}_F)^2 + \frac{25}{66}(k_F)^2 > 0$ o $\frac{9}{88}(\hat{k}_F)^2 + \frac{25}{66}(k_F)^2 < 0$. En el primer caso, el fenómeno de libertad asintótica se ve reforzado, y en el caso contrario, se ve atenuado.

En el esquema *MS*, los factores de renormalización tensoriales del sector CPT-Even se determinan por las siguientes condiciones de renormalización

$$Z_A(Z_{\hat{k}_F})^{\mu\nu\alpha\beta}{}_{\lambda\rho\gamma\sigma}(\hat{k}_F)^{\lambda\rho\gamma\sigma} - (\hat{k}_F)^{\mu\nu\alpha\beta} + f_1^\Delta(\hat{k}_F)^{\mu\nu\alpha\beta} + (\hat{k}_F^{(2)})_{\Delta}^{\mu\nu\alpha\beta} = 0, \quad (2.49)$$

$$Z_A(Z_{k_F})^{\mu\alpha}{}_{\lambda\rho}(k_F)^{\lambda\rho} - (k_F)^{\mu\alpha} + f_2^\Delta(k_F)^{\mu\alpha} + (\tilde{k}_F^{(2)})_{\Delta}^{\mu\alpha} = 0, \quad (2.50)$$

donde f_1^Δ y f_2^Δ son las partes divergentes de los factores de forma $f_1(q^2, \xi)$ y $f_2(q^2, \xi)$ mientras que, $(\hat{k}_F^{(2)})_{\Delta}^{\mu\nu\alpha\beta}$ y $(\tilde{k}_F^{(2)})_{\Delta}^{\mu\alpha}$ corresponden a las partes UV de los tensores tipo Weyl $(\hat{k}_F^{(2)})^{\mu\nu\alpha\beta}$ y tipo Ricci $(\tilde{k}_F^{(2)})^{\mu\alpha}$. Por otro lado, el sector CPT-Odd no genera divergencias UV así que el contratérmino tensorial asociado es nulo:

$$Z_A(Z_{k_{AF}})^{\kappa}{}_{\lambda}(k_{AF})^{\lambda} - (k_{AF})^{\kappa} = 0. \quad (2.51)$$

Para determinar a las funciones beta tensoriales se necesita la expresión de Z_A^{-1} , de la ecuación (2.47), haciendo un desarrollo en serie, manteniendo términos lineales en $\alpha_g = \frac{g^2}{4\pi}$ y hasta términos cuadráticos en los parámetros de VSL se tiene que:

$$Z_A^{-1} = 1 - \frac{\alpha_g C_2(G)}{4\pi} \frac{1}{\epsilon} \left[\frac{11}{3} + \frac{3}{8}(\hat{k}_F)^2 + \frac{25}{18}(k_F)^2 \right]. \quad (2.52)$$

Así, a orden α y a orden cuadrático en los parámetros de VSL, las constantes de renormalización para cada uno de los parámetros tensoriales quedan determinadas como:

$$(Z_{\hat{k}_F})^{\mu\nu\alpha\beta}{}_{\lambda\rho\gamma\sigma}(\hat{k}_F)^{\lambda\rho\gamma\sigma} = (\hat{k}_F)^{\mu\nu\alpha\beta} + \frac{\alpha_g C_2(G)}{4\pi} \frac{1}{\epsilon} \left[\frac{7}{3}(\hat{k}_F)^{\mu\nu\alpha\beta} + \frac{3}{2}(\hat{k}_F^{(2)})^{\mu\nu\alpha\beta} + \frac{7}{6}(\hat{k}_R^{(2)})^{\mu\nu\alpha\beta} \right], \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} (Z_{k_F})^{\mu\alpha}{}_{\lambda\rho}(k_F)^{\lambda\rho} &= (k_F)^{\mu\alpha} + \frac{\alpha_g C_2(G)}{4\pi} \frac{1}{\epsilon} \left\{ \frac{1}{2}(\hat{k}_F)^{\mu\lambda\rho\sigma}(\hat{k}_F)^{\alpha}{}_{\lambda\rho\sigma} \right. \\ &\quad \left. + \frac{7}{3} \left[(\hat{k}_F)^{\mu\lambda\alpha\sigma}(k_F)_{\lambda\alpha} + (k_F)^{\mu\lambda}(k_F)^{\alpha}{}_{\lambda} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$(Z_{k_{AF}})^{\kappa}{}_{\lambda}(k_{AF})^{\lambda} = (k_{AF})^{\kappa} - \frac{11}{3} \frac{\alpha_g C_2(G)}{4\pi} \frac{1}{\epsilon} (k_{AF})^{\kappa}. \quad (2.55)$$

Se puede notar que el polo UV del factor de renormalización del tensor tipo Ricci surge hasta segundo orden en los parámetros de VSL. Además, aunque la contribución generada por el sector CPT-Odd a la función vértice de dos puntos es finita, el factor de renormalización asociado adquiere su polo del factor de renormalización Z_A^{-1} , tal como se encontró en [19, 37].

En este esquema de renormalización, las funciones beta tensoriales pueden ser determinadas a través del polo simple del correspondiente factor de renormalización con

$$(\beta_{\hat{k}_F})_{\mu\nu\alpha\beta} = 2\alpha_g \frac{d(a_1^{\hat{k}_F})_{\mu\nu\alpha\beta}}{d\alpha_g}, \quad (2.56)$$

$$(\beta_{k_F})_{\mu\alpha} = 2\alpha_g \frac{d(a_1^{k_F})_{\mu\alpha}}{d\alpha_g}, \quad (2.57)$$

$$(\beta_{k_{AF}})_{\kappa} = 2\alpha_g \frac{d(a_1^{k_{AF}})_{\kappa}}{d\alpha_g}, \quad (2.58)$$

donde $(a_1^{\hat{k}_F})_{\mu\nu\alpha\beta}$, $(a_1^{k_F})_{\mu\alpha}$, y $(a_1^{k_{AF}})_{\kappa}$ son los coeficientes del polo simple de las Ecs. (2.53), (2.54), y (2.55). Las funciones beta tensoriales están dadas por:

$$(\beta_{\hat{k}_F})^{\mu\nu\alpha\beta} = \frac{\alpha_g C_2(G)}{4\pi} \left[\frac{14}{3} (\hat{k}_F)^{\mu\nu\alpha\beta} + 2(\hat{k}_W^{(2)})^{\mu\nu\alpha\beta} + \frac{7}{3} (\hat{k}_R^{(2)})^{\mu\nu\alpha\beta} \right], \quad (2.59)$$

$$(\beta_{k_F})^{\mu\alpha} = \frac{\alpha_g C_2(G)}{4\pi} \left\{ (\hat{k}_F)^{\mu\lambda\rho\sigma} (\hat{k}_F)_{\lambda\rho\sigma}^{\alpha} + \frac{14}{3} \left[(k_F)^{\mu\lambda} (k_F)_{\lambda}^{\alpha} + (\hat{k}_F)^{\mu\lambda\alpha\rho} (k_F)_{\lambda\rho} \right] \right\}, \quad (2.60)$$

$$(\beta_{k_{AF}})_{\kappa} = -\frac{22\alpha_g C_2(G)}{3(4\pi)} (k_{AF})_{\kappa}. \quad (2.61)$$

La función beta asociada al tensor tipo Ricci de nivel árbol $(k_F)_{\mu\alpha}$ es generada hasta segundo orden en el contexto de la teoría pura de YME.

2.4.2. Esquema dependiente de la masa

Por último, se estudia a la función $\beta_{YME}(g)$ en un contexto de renormalización dependiente de la masa. En este esquema se establece la condición de renormalización:

$$\Pi_{YME}(q^2 = -\mu^2, \xi) = 0, \quad (2.62)$$

con lo que, el contratérmino δ_A queda determinado como:

$$\delta_A = [\Pi(q^2, \xi) + \Pi^{E(1)}(q^2, \xi) + \Pi^{E(2)}(q^2, \xi) + \Pi^{O(2)}(q^2, \xi)]_{q^2=-\mu^2}. \quad (2.63)$$

De acuerdo con 1.29:

$$\begin{aligned} \beta_{YME}^{(\mu^2)}(g) &= g\mu^2 \frac{\partial Z_A(-\mu^2)}{\partial \mu^2} \\ &= gq^2 \frac{\partial Z_A(q^2)}{\partial q^2} \Big|_{q^2=-\mu^2} \\ &= \frac{g}{2} q^\alpha \frac{\partial Z_A(q^2)}{\partial q^\alpha} \Big|_{q^2=-\mu^2}. \end{aligned} \quad (2.64)$$

Usando la siguiente identidad,

$$q^\alpha \frac{\partial}{\partial q^\alpha} \left(\frac{q^{\alpha_1} \dots q^{\alpha_{2n}}}{(q^2)^n} \right) = 0, \quad (2.65)$$

se encuentra que la parte finita de $\Pi^{E(1)}(q^2, \xi)$ y de $\Pi^{E(2)}(q^2, \xi)$ no contribuyen a la función beta. Así:

$$\beta_{YME}^{(\mu^2)}(g) = g \left[\mu^2 \frac{\partial \Pi(-\mu^2, \xi)}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \Pi_{Div}^{E(2)}(-\mu^2, \xi)}{\partial \mu^2} + \frac{1}{2} q^\alpha \frac{\partial \Pi^{O(2)}(q, \xi)}{\partial q^\alpha} \Big|_{q^2 = -\mu^2} \right], \quad (2.66)$$

o bien, explícitamente

$$\begin{aligned} \beta_{YME}^{(\mu^2)}(g) = & \beta(g) \left\{ 1 + \frac{9}{88} (\hat{k}_F)^2 + \frac{25}{66} (k_F)^2 \right. \\ & - \frac{3}{22} \frac{(k_{AF})^2}{\mu^2} \left[(\xi + 4) \log \left(\frac{m^2}{\mu^2} \right) + \frac{\xi}{2} (4 - \xi) + \frac{3}{2} \right] \\ & \left. - \frac{3}{22} \frac{(\bar{k}_{AF})^2}{(\mu^2)^2} \left[(\xi + 3) \log \left(\frac{m^2}{\mu^2} \right) + \frac{1}{2} (1 + \xi)(5 - \xi) \right] \right\}, \quad (2.67) \end{aligned}$$

donde, se ha definido al siguiente escalar $\bar{k}_{AF} = q^\alpha (k_{AF})_\alpha$. Esta cantidad es invariante bajo transformaciones de Lorentz de observador pero no de partícula.

La función $\beta_{YME}^{(\mu^2)}(g)$ tiene aspectos interesantes en su estructura relacionados a la contribución del sector CPT-Odd. La contribución de este sector a la función beta en este esquema de renormalización es consecuencia de la dimensión del parámetro (k_{AF}) ya que tiene unidades de masa. Este tipo de contribuciones pueden ser observadas incluso en la teoría de Yang-Mills usual con un sector de materia ψ , en alguna representación r del grupo $SU(N)$. En el esquema de renormalización dependiente de la masa, la función $\beta(g)$ estándar toma la siguiente forma:

$$\beta^{(\mu^2)}(g) = \frac{g^3}{(4\pi)^2} \left[-\frac{11}{3} C_2(G) + 8C(r) \int_0^1 dx \frac{\mu^2 x^2 (1-x)^2}{m_\psi^2 + \mu^2 x(1-x)} \right], \quad (2.68)$$

Se observa que, en el límite $\mu \gg m_\psi^2$, $\beta^{(\mu^2)}(g)$ se reduce en al resultado en el esquema MS .

$$\beta^{MS}(g) = \frac{g^3}{(4\pi)^2} \left[-\frac{11}{3} C_2(G) + \frac{4}{3} C(r) \right]. \quad (2.69)$$

En el caso del sector CPT-Odd, en el límite $\mu^2 \gg (k_{AF})^2$ y $(\mu^2)^2 \gg (\bar{k}_{AF})^2$, $\beta_{YME}^{(\mu^2)}(g)$ Ec. (2.67) se reduce al resultado obtenido en el esquema MS Ec. (2.48). Por otro lado, la dependencia del parámetro ξ indicaría que esta contribución no puede representar una cantidad física, al menos a energías del orden de las componentes $(k_{AF})_\kappa$. Esta dependencia de la norma es inherente de la teoría ya que $(k_{AF})_\kappa$ es un parámetro de norma en el sentido de que está vinculado estructuralmente al sector de norma de la teoría. Sin embargo, la dependencia de la norma no es exclusiva de sectores impares bajo CPT, esto también ocurre en teorías de norma con rompimiento espontáneo de la simetría. Por ejemplo, la contribución del bosón W_μ^\pm a la función beta de la carga electromagnética $\beta(e)$ también es dependiente de la norma en un esquema dependiente de la masa. Hasta este punto, los resultados de esta tesis son consistentes con lo esperado por una teoría cuántica de campo convencional. Sin embargo, la presencia de divergencias IR en la función $\beta_{YME}^{(\mu^2)}(g)$ es una característica que se

encuentra fuera de lo esperado para una observable física. Este tipo de *patologías* en observables físicas parece ser una característica de teorías que incorporan VSL, por ejemplo, en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar se han encontrado divergencias IR en el cálculo de momentos magnéticos anómalos de leptones [29]. Si bien, en una teoría cuántica de campo la presencia de divergencias IR es una característica común de interacciones con partículas sin masa, estas pueden ser canceladas a nivel de elementos de matriz S. Sin embargo, observables físicas como la función $\beta(g)$ o los momentos eléctricos y magnéticos de las partículas se definen directamente de funciones vértice por lo que la cancelación de divergencias IR a este nivel requiere de la implementación de algún mecanismo particular más complicado.

Capítulo 3

Dispersión luz por luz en contexto del Modelo Estándar en dimensiones Extra

En este capítulo se presenta la amplitud a un lazo del proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ en el contexto del EDSM. Como se mencionó en la introducción, la amplitud de este proceso a un lazo con correcciones provenientes del sector electrodébil del ME fue calculado en [43]. En esta parte de la tesis se calcula de nuevo la amplitud, pero usando un esquema de fijación no lineal R_ξ [57]. La razón de implementar este esquema de fijación tiene como propósito encontrar las estructuras de norma de la amplitud con la perspectiva de implementar un posterior estudio de la renormalización de las divergencias de KK. En este trabajo de tesis presentamos las amplitudes de helicidad, se encuentra que las calculadas en la norma no lineal R_ξ coinciden con las amplitudes reportadas en [43] las cuales fueron calculadas en un esquema de fijación lineal de la norma. La contribución de este trabajo es que se integran las correcciones de dimensiones extra a las amplitudes de helicidad. Posteriormente se estudia la convergencia de la amplitud con respecto a las divergencias UV y con respecto a las divergencias de KK.

En la siguiente sección se describen los aspectos esenciales del modelo y se presentan las reglas de Feynman en un un esquema de fijación de norma no lineal

3.1. El Modelo Estándar en dimensiones extra

El SM en Dimensiones Extra (EDSM por sus siglas en inglés) es una extensión del SM, definido en una variedad espacio-tiempo plano: $\mathcal{M}^d = \mathcal{M}^4 + \mathcal{N}^d$, donde \mathcal{M}^4 es el espacio tiempo de Minkowski 4-dimensional y \mathcal{N}^d una variedad n -dimensional representando una extensión puramente espacial, con n arbitrario. Se parte entonces de una teoría efectiva [62][63] gobernada por los grupos de Poincaré $ISO(1, 3 + n)$ y de norma $GU(\mathcal{M}^d)_{\text{SM}} = SU_C(3, \mathcal{M}^d) \times SU_L(2, \mathcal{M}^d) \times U_Y(1, \mathcal{M}^d)$, cuyos parámetros están definidos sobre toda la variedad \mathcal{M}^d . Los campos de norma y de materia denotados colectivamente por $\Phi_A(x, \bar{x})$, con puntos del espacio tiempo $(x, \bar{x}) \in \mathcal{M}^d$, son proporcionados por alguna representación del grupo de Lorentz extendido $SO(1, 3 + n)$. En virtud de esta extensión, la dimensión canónica de los campos es mayor a 4 lo cual vuelve a la teoría no renormalizable en el sentido de Dyson; bajo este hecho, la acción correspondiente consiste en

una serie infinita de términos invariantes de Lorentz y de norma de dimensión canónica creciente, esto es

$$S = \int d^4 d^n \bar{x} \mathcal{L}_{4+n}(\Phi_A(x, \bar{x}), \partial_M \Phi_A(x, \bar{x})) \quad , \quad M = 0, 1, \dots, 4+n \quad , \quad (3.1)$$

con

$$\mathcal{L}_{4+n} = \mathcal{L}_{4+n}^{\text{SM}}(\Phi_A(x, \bar{x}), \partial_M \Phi_A(x, \bar{x})) + \sum_{\mathbf{d}} \frac{\lambda_{\mathbf{d}}}{\Lambda^{\mathbf{d}}} \mathcal{L}^{(\mathbf{d}+\mathbf{d})}(\Phi_A(x, \bar{x}), \partial_M \Phi_A(x, \bar{x})) \quad (3.2)$$

donde $\mathcal{L}_{4+n}^{(\mathbf{d}+\mathbf{d})}$ está formada por productos de dimensión canónica mayor a d compuestos de campos $\Phi_A(x, \bar{x})$ y derivadas $\partial_M \Phi_A(x, \bar{x})$, los cuales son suprimidos por potencias inversas de $\Lambda^{\mathbf{d}}$, escala que se supone es mayor a la escala de Fermi. El primer término de (3.2) corresponde a una réplica de la estructura funcional de la lagrangiana del ME de 4 a d dimensiones.

El estudio amplio de esta teoría se encuentra desarrollado en [20], en esta parte se describe brevemente el espíritu de este modelo.

La idea central del EDSM es pasar de la teoría descrita por los grupos $\text{ISO}(1, 3+n)$, $\text{GU}(\mathcal{M}^d)_{\text{SM}}$ a una teoría covariante bajo los grupos $\text{ISO}(1, 3)$, $\text{GU}(\mathcal{M}^4)_{\text{SM}}$. Para ilustrar esta idea, considere la teoría de YM en dimensiones extra

$$\mathcal{L}_d^{YM} = -\frac{1}{4} \mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) \mathcal{F}_a^{MN}(x, \bar{x}) \quad , \quad a = 1, \dots, n^2 - 1 \quad , \quad N, M = 0, 1, \dots, 4+n \quad (3.3)$$

donde $\mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) = \partial_M \mathcal{A}_N^a(x, \bar{x}) - \partial_N \mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) + g_d f^{abc} \mathcal{A}_M^b(x, \bar{x}) \mathcal{A}_N^c(x, \bar{x})$. Primero se efectúa un mapeo que consiste en descomponer a los objetos $\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x})$ y $\mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x})$ en N - formas y escalares bajo el grupo $\text{SO}(1, 3)$, i.e. como

$$\mathcal{A}_M^a(x, \bar{x}) \rightarrow \{\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) \mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x})\} \quad , \quad \mathcal{F}_{MN}^a(x, \bar{x}) \rightarrow \{\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}), \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})\} \quad (3.4)$$

donde $\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x})$ se transforma como una 2-forma, $\mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$ y $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$ como una 1-forma y $\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x})$, $\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x})$ como una 0-forma bajo $\text{SO}(1, 3)$. Con esto

$$\mathcal{L}_d^{YM} = -\frac{1}{4} (\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}) \mathcal{F}_a^{\mu\nu}(x, \bar{x}) + 2 \mathcal{F}_{\mu\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) \mathcal{F}_a^{\mu\bar{\nu}}(x, \bar{x}) + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) \mathcal{F}_a^{\bar{\mu}\bar{\nu}}(x, \bar{x})) \quad (3.5)$$

La lagrangiana ahora es manifiestamente invariante bajo $\text{SU}(N, \mathcal{M}^4)$, pero aún dependiente de la coordenada \bar{x} . Se implementa un segundo mapeo que consiste en quitar el caracter dinámico de las dimensiones \bar{x} ya que a bajas energías (del orden de la escala de Fermi) no son manifiestas. Para ello se supondrá que la variedad n -dimensional es compacta, a saber un n -toro formado por n productos directos de S^1 de radio medio R , con R^{-1} la escala de compactificación de las dimensiones extra. Se imponen condiciones de paridad sobre los campos y tensores de curvatura de (3.4) con respecto a las coordenadas \bar{x} con el fin de recuperar la teoría estándar. Se supondrá que la variedad compacta está compuesta por n productos directos de la orbifold S^1/Z_2 . Los objetos que son pares bajo el intercambio $\bar{x} \rightarrow -\bar{x}$ contienen una parte que no depende de estas coordenadas. Estas componentes serán asociadas a los campos y/o parámetros de la teoría usual en 4

dimensiones. Esta idea lleva a establecer el segundo mapeo como una expansión en serie de Fourier de los campos de norma y los parámetros sobre la variedad compacta como

$$\mathcal{A}_\mu^a(x, \bar{x}) = f_E^{(\underline{0})} A_\mu^{(\underline{0})a}(x) + \sum_{(\underline{m})} f_E^{(\underline{m})} (\bar{p} \cdot \bar{x}) A_\mu^{(\underline{m})a}(x) \quad (3.6a)$$

$$\mathcal{A}_{\bar{\mu}}^a(x, \bar{x}) = \sum_{(\underline{m})} f_O^{(\underline{m})} (\bar{p} \cdot \bar{x}) A_{\bar{\mu}}^{(\underline{m})a}(x) \quad (3.6b)$$

$$\alpha^a(x, \bar{x}) = f_E^{(\underline{0})} \alpha^{(\underline{0})a}(x) + \sum_{(\underline{m})} f_E^{(\underline{m})} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \alpha^{(\underline{m})a}(x); \quad (3.6c)$$

donde los términos asociados con el índice $(\underline{0})$, también llamados modos cero, conforman los campos y parámetros de la teoría estándar, los campos con índice (\underline{m}) se conocen como excitaciones de Kaluza-Klein. Por otro lado, las funciones $\{f^{(\underline{0})}, f_{E,O}^{(\underline{m})}\}$ y sus propiedades están descritas en el apéndice de [20]. El símbolo $\sum_{(\underline{m})}$ representa las $2^n - 1$ series que hay en total, por ejemplo

$$\begin{aligned} \sum_{(\underline{m})} f_E^{(\underline{m})}(\bar{x}) A_\mu^{(\underline{m})a}(x) &\doteq \sum_{m_1=1}^{\infty} f_E^{(m_1,0,\dots,0)}(\bar{x}) A_\mu^{(m_1,0,\dots,0)a}(x) + \sum_{m_2=1}^{\infty} f_E^{(0,m_2,0,\dots,0)}(\bar{x}) A_\mu^{(0,m_2,0,\dots,0)a}(x) \\ &+ \dots + \sum_{m_1, m_2=1}^{\infty} f_E^{(m_1, m_2, \dots, 0)}(\bar{x}) A_\mu^{(m_1, m_2, \dots, 0)a}(x) + \dots \\ &+ \dots + \sum_{m_1, \dots, m_n=1}^{\infty} f_E^{(m_1, \dots, m_n)}(\bar{x}) A_\mu^{(m_1, \dots, m_n)a}(x). \end{aligned} \quad (3.7)$$

En síntesis, estos dos mapeos permite pasar de campos de norma \mathcal{A}_M de $SU(\mathcal{M}^d)$ a campos de norma del grupo $SU(N, \mathcal{M}^4)$ y otros objetos con leyes de transformación bien definidas bajo $SU(N, \mathcal{M}^4)$ e $ISO(1, 3)$. Los grupos $SU(N, \mathcal{M}^4)$ y $SU(N, \mathcal{M}^d)$ son similares como grupos de Lie, pero diferentes como grupos de norma, para el primero hay $(N^2 - 1) \times 4$ componentes de las conexiones, por otro lado para el segundo hay $(N^2 - 1)(4 + n)$. Las componentes de la curvatura también tienen su descomposición en series de Fourier dadas por

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}^a(x, \bar{x}) = f_E^{(\underline{0})} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(\underline{0})a}(x) + \sum_{(\underline{m})} f_E^{(\underline{m})} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(\underline{m})a}(x) \quad (3.8a)$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) = \sum_{(\underline{m})} f_O^{(\underline{m})} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})a}(x) \quad (3.8b)$$

$$\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^a(x, \bar{x}) = f_E^{(\underline{0})} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{0})a}(x) + \sum_{(\underline{m})} f_E^{(\underline{m})} (\bar{p} \cdot \bar{x}) \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(\underline{m})a}(x) \quad (3.8c)$$

En este punto, todos los campos y parámetros tienen factorizadas a las coordenadas \bar{x} a través de las funciones $f_{E(O)}(\bar{p} \cdot \bar{x})$ las cuales pueden ser integradas en la acción. Con esto, después de hacer los 2 mapeos e integrar las dimensiones extra en la acción la lagrangiana (3.3) toma la siguiente forma en el espacio tiempo

4-dimensional:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_4^{YM} &= \int_0^{2\pi R} d^n \bar{x} \mathcal{L}_d^{YM}(x, \bar{x}) \\
&= -\frac{1}{4} \left\{ \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(0)a}(x) \mathcal{F}_a^{(0)\mu\nu}(x) + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(0)a}(x) \mathcal{F}_a^{(0)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) \right. \\
&\quad \left. + \sum_{\underline{(m)}} \left[\mathcal{F}_{\mu\nu}^{(m)a}(x) \mathcal{F}_a^{(m)\mu\nu}(x) + 2\mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x) \mathcal{F}_a^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) + \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x) \mathcal{F}_a^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) \right] \right\}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

el cual es manifiestamente invariante bajo los grupos estándar $\{ISO(1, 3), SU(N, \mathcal{M}^4)\}$. Por otro lado, como consecuencia de tener una variedad extra-dimensional compacta, el rompimiento explícito del grupo $ISO(1, 3 + n)$ al grupo $ISO(1, 3)$ genera términos de masa para las excitaciones de KK de los campos vectoriales $A_\mu^{(m)a}$ y campos escalares $A_\mu^{(m)a}$, estas aparecen en las siguientes expresiones

$$-\frac{1}{2} \mathcal{F}_{\mu\nu}^{(m)a}(x) \mathcal{F}_a^{(m)\mu\nu}(x) = -\frac{1}{2} m_{\underline{(m)}}^2 A_\mu^{(m)a} A_a^{(m)\mu} + \dots, \tag{3.10a}$$

$$-\frac{1}{4} \mathcal{F}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)a}(x) \mathcal{F}_a^{(m)\bar{\mu}\bar{\nu}}(x) = -\frac{1}{2} A_\mu^{(m)a} \tilde{\mathfrak{M}}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)} A_{\bar{\nu}}^{(m)a} + \dots, \tag{3.10b}$$

donde los campos vectoriales de KK, $A_\mu^{(m)a}$, para una configuración de $\underline{(m)}$, tienen masa igual a $m_{\underline{(m)}}$ descrita por la siguiente expresión

$$m_{\underline{(m)}}^2 = \left(\frac{m_1}{R_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{m_n}{R_n} \right)^2 = p_\mu^{(m)} p_\mu^{(m)}, \tag{3.11}$$

por ejemplo, el campo vectorial $A^{(m_1, 0, m_2, 0, \dots, 0)a}$ tiene asociada la masa $m_{(m_1, 0, m_2, 0, \dots, 0)}^2 = \left(\frac{m_1}{R_1} \right)^2 + \left(\frac{m_2}{R_2} \right)^2$. La masa de los campos escalares, $A_\mu^{(m)a}$ se generan a través del tensor $\tilde{\mathfrak{M}}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^{(m)} = m_{\underline{(m)}}^2 \delta_{\bar{\mu}\bar{\nu}} - p_\mu^{(m)} p_\nu^{(m)}$ bajo un cambio de base a estados de materia $A_\mu^{(m)a} \rightarrow \{A_{\bar{n}}^{(m)a}, A_G^{(m)a}\}$. Estas masas corresponden a cantidades invariantes de $SO(1, 3)$. Se encuentra que, para cada campo de norma $A_\mu^{(0)a}$ existen $(2^n - 1)$ torres excitaciones de KK de campos vectoriales masivos $A_\mu^{(m)a}$, $(2^n - 1)(n - 1)$ torres excitaciones de KK de campos escalares masivos $A_{\bar{n}}^{(m)a}$ y $(2^n - 1)$ torres de campos escalares sin masa $A_G^{(0)a}$.

Para calcular las correcciones de dimensiones extra al proceso de dispersión $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ se requiere de las interacciones con las partículas cargadas del modelo estándar, esto es, las interacciones con los leptones cargados, los quarks, el bosón $W^{(0)\pm}$, sus respectivos pseudobosones $G_W^{\pm(0)}$, y con sus respectivas excitaciones de KK. Estas interacciones se encuentran descritas en el capítulo dedicado a la teoría electrodébil, al sector fermiónico y de corrientes de la Ref. [20]. Al cuantizar la teoría se integran los campos ghost, los cuales tienen sus respectivos modos $c_W^{\pm(0)}(\bar{c}_W^{\pm(0)})$ y $c_W^{\pm(m)}(\bar{c}_W^{\pm(m)})$. Para este trabajo de tesis, se trabajó con un esquema de fijación de norma no lineal R_ξ ; este esquema elimina el vértice $\gamma W G_W$ lo que reduce el número de diagramas a calcular a un lazo. En este esquema, el proceso de fijación de la norma en la teoría electrodébil definida en \mathcal{M}^d es completamente análogo al realizado para la teoría en 4 dimensiones ya que son iguales como grupo de norma (salvo el número de campos de norma). De esta forma, las reglas de Feynman de los acoplamientos de los modos de KK con el fotón $A_\mu^{(0)}$ serán idénticas a las del ME salvo el intercambio $m_{P(0)} \rightarrow m_{P(\underline{m})}$. Para este

trabajo se requiere de los vértices $A^{(0)}\psi\psi$, $A^{(0)}W^\pm W^\mp$, $A^{(0)}G_W^\pm G_W^\mp$, $A^{(0)}c_W^\pm c_W^\mp$, $A^{(0)}\bar{c}_W^\pm \bar{c}_W^\mp$, $A^{(0)}A^{(0)}W^\pm W^\mp$, $A^{(0)}A^{(0)}G_W^\pm G_W^\mp$, $A^{(0)}A^{(0)}c_W^\pm c_W^\mp$ y $A^{(0)}A^{(0)}\bar{c}_W^\pm \bar{c}_W^\mp$, donde los campos ψ , W^\pm , G_W^\pm , c_W^\pm y \bar{c}_W^\pm denotan tanto al modo (0) como a los modos (\underline{m}) . Las reglas de Feynman de estos vértices bajo la norma no lineal R_ξ se encuentran en la Fig. 3.1

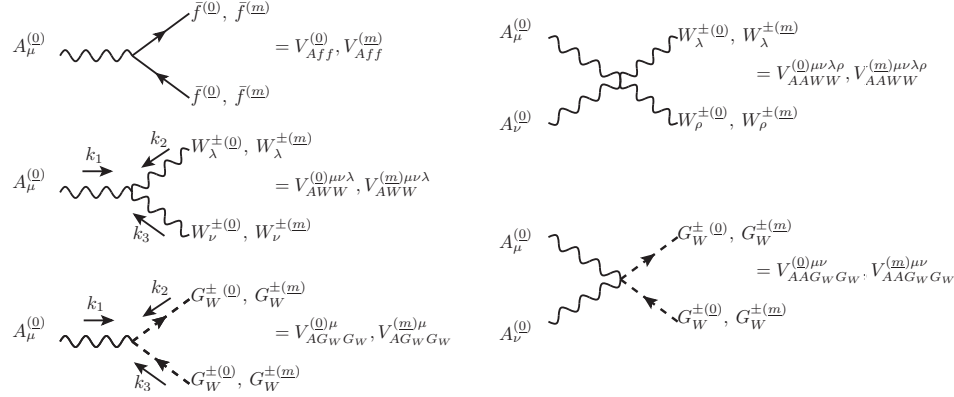


Figura 3.1: Proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ a un lazo en el contexto de la norma $R_\xi U_e(1)$.

Los tensores que aparecen en las expresiones de la Fig. 3.1 están dados por

$$V_{Aff}^{(0)} = ieQ_f\gamma_\mu \quad (3.12)$$

$$V_{Aff}^{(m)} = ieQ_f\gamma_\mu\delta_{ab} \quad (3.13)$$

$$V_{AWW}^{(0)\mu\nu\lambda} = V_{AWW}^{(m)\mu\nu\lambda} = ie \left[g^{\mu\nu} \left(k_1^\lambda - k_2^\lambda - \frac{k_3^\lambda}{\xi} \right) + g^{\mu\lambda} \left(k_3^\nu - k_1^\nu + \frac{k_2^\nu}{\xi} \right) + (k_2^\mu - k_3^\mu) g^{\nu\lambda} \right], \quad (3.14)$$

$$V_{AGWG_W}^{(0)\mu} = V_{AGWG_W}^{(m)\mu} = ie(k_1 - k_2)^\mu, \quad (3.15)$$

$$V_{AAWW}^{(0)\mu\nu\lambda\rho} = V_{AAWW}^{(m)\mu\nu\lambda\rho} = -ie^2 \left[2g^{\lambda\rho}g^{\mu\nu} - \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) (g^{\lambda\nu}g^{\mu\rho} + g^{\lambda\mu}g^{\nu\rho}) \right], \quad (3.16)$$

$$V_{AAGWG_W}^{\mu\nu(0)} = V_{AAGWG_W}^{\mu\nu(m)} = 2ie^2g^{\mu\nu}. \quad (3.17)$$

con $\delta^{aa} = 2^{\frac{n}{2}}$ el número de fermiones de KK asociados cada fermión del ME, n es el número de dimensiones extra. En esta norma, los propagadores de los campos G_W^\pm y C_W^\pm están dados en la figura 3.2

$$\begin{aligned} \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} &= i \frac{1}{p^2 - \xi m_W^2} \\ \text{---} \xrightarrow{p} \text{---} &= i \frac{1}{p^2 - \xi m_W^2} \end{aligned}$$

Figura 3.2: Propagadores de los campos G_W^\pm y C_W^\pm en la norma no lineal $R_\xi U_e(1)$.

Una de las propiedades de este esquema de fijación de la norma es que los vértices correspondientes a los acoplamientos con los campos ghost son idénticos a los vértices con G_W^\pm . En virtud de esto, las amplitudes con campos ghost dentro del lazo son igual a -2 veces las amplitudes generadas por los pseudobosones de Goldstone, el signo menos es debido a la estadística de Bose, y el 2 debido a que se consideran las contribuciones del campo ghost y antighost.

3.2. Proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$

En la Fig. 3.3 se muestran las correcciones a un lazo al proceso $\gamma^{(\underline{Q})}\gamma^{(\underline{Q})} \rightarrow \gamma^{(\underline{Q})}\gamma^{(\underline{Q})}$ en el contexto del EDSM. Dentro del lazo circulan los modos (\underline{Q}) que corresponden a las partículas cargadas del ME y también sus respectivas excitaciones de KK (\underline{m}) . En el esquema no lineal R_ξ sólo circulan partículas de la misma especie dentro del lazo. La amplitud se puede escribir como la suma de la contribución estándar generada

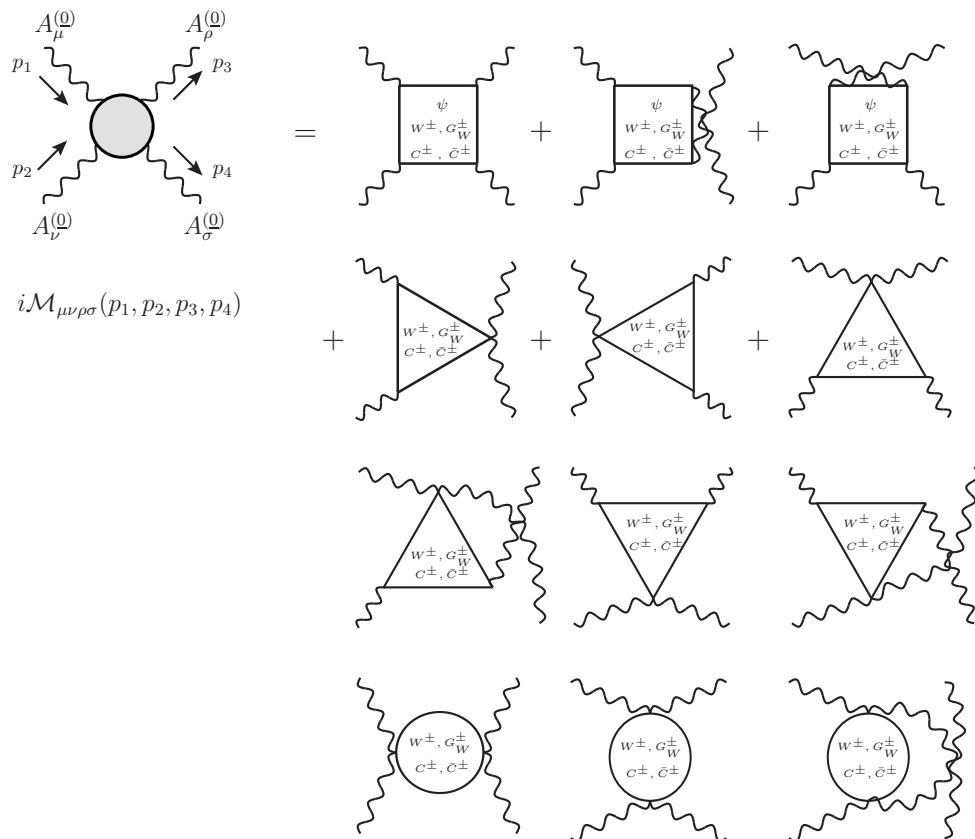


Figura 3.3: Proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ a un lazo en el contexto de la norma $R_\xi U_e(1)$.

por las partículas del ME mas la suma de las contribuciones de todos los modos de KK:

$$\mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma}(p_1, p_2, p_3, p_4) = \sum_{l,q,W} \mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma}^{(\underline{Q})}(p_1, p_2, p_3, p_4) + \sum_{l,q,W} \sum_{(\underline{m})} \mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma}^{(\underline{m})}(p_1, p_2, p_3, p_4) \quad (3.18)$$

Dentro del lazo se consideran a los leptones cargados $l = e, \mu, \tau$, los quarks $q = u, c, t, d, s, b$, y la contribución de sector electrodébil que depende de la masa del bosón W . La amplitud $\mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma}^{(m)}$ es una copia de la amplitud estándar $\mathcal{M}_{\mu\nu\rho\sigma}^{(0)}$ bajo el remplazo $m_{p(\underline{0})} \rightarrow m_{p(\underline{m})}$ con $p = l, q, W$. Por otro lado, la amplitud invariante en términos de estados de polarización lineal está dada por

$$i\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4} = i\mathcal{M}^{\mu\nu\rho\sigma}(p_1, p_2, p_3, p_4)\epsilon_\mu^{\lambda_1}(p_1)\epsilon_\nu^{\lambda_2}(p_2)\epsilon_\rho^{*\lambda_3}(p_3)\epsilon_\sigma^{*\lambda_4}(p_4). \quad (3.19)$$

Para medir efectos a un lazo sobre cantidades observables, se requiere de $|\mathcal{M}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\lambda_4}|^2$. Sin embargo, un cálculo directo de la norma al cuadrado de (3.19), incluso sin considerar efectos de dimensiones extra, representa una cantidad formidable de tiempo de cálculo computacional debido a la enorme cantidad de términos generados. Para solucionar este problema se trabaja en la base de estados de helicidad, esto no cambia la contribución de los modos de KK, ya que sólo se trabaja en una base particular de los vectores $\epsilon_\mu^{\lambda_i}(p_i)$. En el siguiente apartado se describe la cinemática del proceso y los estados de helicidad.

3.2.1. Cinemática del proceso

Se considera a los fotones externos on-shell, esto es $p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = p_4^2 = 0$. Los cuádrimomentos involucrados satisfacen conservación de momento

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4 \quad (3.20)$$

Las variables de Maldestam son

$$s = 2p_1 \cdot p_2 = 2p_3 \cdot p_4, \quad (3.21a)$$

$$t = -2p_1 \cdot p_3 = -2p_2 \cdot p_4, \quad (3.21b)$$

$$u = -2p_1 \cdot p_4 = -2p_2 \cdot p_3, \quad (3.21c)$$

las cuales satisfacen $s + t + u = 0$. Se trabaja en el sistema del centro de masa donde los cuádrivectores p_i toman la siguiente forma

$$p_1 = (\omega, 0, 0, \omega), \quad p_2 = (\omega, 0, 0, -\omega) \quad (3.22)$$

$$p_3 = (\omega, \omega \sin \theta, 0, \omega \cos \theta), \quad p_4 = (\omega, -\omega \sin \theta, 0, -\omega \cos \theta), \quad (3.23)$$

con ω es la energía del proceso y θ el ángulo de dispersión. En términos de estas variables

$$s = 4\omega^2, \quad t = -2\omega^2(1 - \cos \theta). \quad (3.24)$$

En [43] toman la norma $\epsilon_0 = 0$ para los vectores de polarización, por lo que en este sistema de coordenadas

$$\epsilon_{\mu_i}^{\lambda_i} = (0, \mathbf{e}_i^{(\lambda)}). \quad (3.25)$$

Para las polarizaciones paralelas se tiene que

$$\mathbf{e}_1^{(1)} = \mathbf{e}_2^{(1)} = \mathbf{e}_3^{(1)} = \mathbf{e}_4^{(1)} = (0, 1, 0), \quad (3.26)$$

para las polarizaciones perpendiculares se tiene

$$\mathbf{e}_1^{(2)} = (-1, 0, 0), \quad \mathbf{e}_2^{(2)} = -\mathbf{e}_1^{(2)}, \quad \mathbf{e}_3^{(2)} = (-\cos \theta, 0, \sin \theta), \quad \mathbf{e}_4^{(2)} = -\mathbf{e}_3^{(2)}. \quad (3.27)$$

La base de estados de helicidad se define como

$$\mathbf{e}_i^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mathbf{e}_i^{(1)} \pm i \mathbf{e}_i^{(2)}) \quad (3.28)$$

En esta base se tiene un conjunto total de 16 amplitudes de helicidad, $\{\mathcal{M}^{++++}, \mathcal{M}^{+++-}, \dots\}$. Sin embargo, la amplitud es invariante bajo P y T, lo que reduce el número de amplitudes independientes a cinco

$$\mathcal{M}^{++++}, \mathcal{M}^{++--}, \mathcal{M}^{+++-}, \mathcal{M}^{+-+-}, \mathcal{M}^{+--+}, \quad (3.29)$$

No obstante, las dos últimas se relacionan con la segunda como:

$$\mathcal{M}^{+-+-} = \mathcal{M}^{++--}(s \leftrightarrow t), \quad (3.30)$$

$$\mathcal{M}^{+--+} = \mathcal{M}^{++--}(s \leftrightarrow u). \quad (3.31)$$

Sólo se necesita de las primeras tres amplitudes de (3.29). En el contexto del EDSM:

$$M_{EDSM}^{++++} = \sum_{p=l,q,W} M_{p^{(\underline{Q})}}^{++++} + \sum_{p=l,q,W} \sum_{(\underline{m})} M_{p^{(\underline{m})}}^{++++}, \quad (3.32)$$

$$M_{EDSM}^{++--} = \sum_{p=l,q,W} M_{p^{(\underline{Q})}}^{++--} + \sum_{p=l,q,W} \sum_{(\underline{m})} M_{p^{(\underline{m})}}^{++--}, \quad (3.33)$$

$$M_{EDSM}^{+++-} = \sum_{p=l,q,W} M_{p^{(\underline{Q})}}^{+++-} + \sum_{p=l,q,W} \sum_{(\underline{m})} M_{p^{(\underline{m})}}^{+++-}, \quad (3.34)$$

Las expresiones para las amplitudes de los modos (\underline{Q}) se encuentran en el Apéndice B, están dadas en términos de funciones de Passarino Veltman (PV). Usando la norma no lineal R_ξ se encuentran las mismas expresiones para las amplitudes de helicidad reportadas en [43]¹, lo que es consistente con el hecho de que los elementos de matriz S no deben depender del esquema de fijación de la norma. Si bien las amplitudes de helicidad generadas por los modos de KK tienen la misma forma funcional que sus versiones estándar, la suma de los modos (\underline{m}) se extiende sobre funciones de PV cuyos argumentos dependen de las masas de los modos excitados por lo que su forma analítica no es trivial. En el siguiente apartado se estudian estas sumas y sus expresiones en términos de la función de Epstein multidimensional.

3.2.2. Sumas de Kaluza-Klein sobre funciones de Passarino-Veltman

Para calcular las integrales presentes en las funciones de PV, se puede implementar el método de parametrización a la Feynman. En este contexto dichas funciones se reducen a calcular el siguiente tipo de integrales

$$\mathcal{I}(\alpha) = \int dV \int \frac{d^D p}{(2\pi)^4} \frac{(\hat{\mu}^2)^{2-D/2}}{(p^2 - \Delta)^\alpha} \quad (3.35)$$

con $n = 2, 3, 4$ la potencia que surge en la solución de las funciones B_0 , C_0 y D_0 , respectivamente. El diferencial dV determina la integral sobre el espacio de parámetros. Por otro lado Δ es un factor que depende de las

¹En esta referencia parece que las expresiones de \mathcal{M}^{++++} y \mathcal{M}^{++--} están intercambiadas.

masas, los parámetros de Feynman y productos de cuadvectores o de las variables de Maldestam. La solución de la integral de momento de (3.35) es:

$$\int \frac{d^D p}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p^2 - \Delta)^\alpha} = \frac{i(-1)^\alpha \Gamma(\alpha - D/2)}{(4\pi)^{D/2} \Gamma(\alpha)} \frac{1}{\Delta^{\alpha-D/2}}. \quad (3.36)$$

Si las funciones de PV dependen de los modos (\underline{m}) se toma $\Delta \rightarrow \Delta^{(\underline{m})}$ en la expresión anterior. En este caso, la suma de KK se desarrolla sobre el siguiente término

$$\sum_{(\underline{m})} \frac{1}{[\Delta^{(\underline{m})}]^{\alpha-D/2}}. \quad (3.37)$$

Esta suma puede organizarse de la siguiente manera

$$\sum_{(\underline{m})} \frac{1}{[\Delta^{(\underline{m})}]^{\alpha-D/2}} = \frac{1}{(R^{-2})^{\alpha-D/2}} \sum_{(\underline{m})} \frac{1}{[(\underline{m}) + c^2]^{\alpha-D/2}}, \quad c^2 = \frac{\Delta^{(\underline{0})}}{R^{-2}} \quad (3.38)$$

donde $\Delta^{(\underline{0})}$ es una copia funcional de $\Delta \rightarrow \Delta^{(\underline{m})}$ pero con las masas de los modos ($\underline{0}$). La expresión (3.38) puede ponerse en términos de la función de Epstein l -dimensional $E_l^{c^2}(s)$ [58] como:

$$\sum_{(\underline{m})} \frac{1}{[\Delta^{(\underline{m})}]^{\alpha-D/2}} = \frac{1}{(R^{-2})^{\alpha-D/2}} \sum_l^n \binom{n}{l} E_l^{c^2} \left(\alpha - \frac{D}{2} \right). \quad (3.39)$$

donde

$$E_l^{c^2}(s) = \sum_{(k_1, k_2, \dots, k_l)=1}^{\infty} \frac{1}{[k_1^2 + k_2^2 + \dots + k_l^2 - c^2]^s} \quad (3.40)$$

Por otro lado, si las funciones de PV están mutiplicadas por alguna potencia positiva r de las masas $m_{p(\underline{m})}^2$, la expresión (3.37) se verá modificada como:

$$\sum_{(\underline{m})} \frac{m_{p(\underline{m})}^{2r}}{[\Delta^{(\underline{m})}]^{\alpha-D/2}}, \quad (3.41)$$

Para reducir esta suma en términos de la función de Epstein se usa la siguiente identidad:

$$m_{p(\underline{m})}^2 = \Delta^{(\underline{m})} - \Delta^{(\underline{0})} + m_{p(\underline{0})}^2. \quad (3.42)$$

Para este cálculo se utilizaron las siguientes funciones de PV

$$B_0(a, m_{P(\underline{m})}^2) \equiv B_0(a, m_{P(\underline{m})}^2, m_{P(\underline{m})}^2), \quad (3.43)$$

$$C_0(a, m_{P(\underline{m})}^2) \equiv C_0(0, 0, a, m_{P(\underline{m})}^2, m_{P(\underline{m})}^2, m_{P(\underline{m})}^2), \quad (3.44)$$

$$D_0(a, b, m_{P(\underline{m})}^2) \equiv D_0(0, 0, 0, 0, a, b, m_{P(\underline{m})}^2, m_{P(\underline{m})}^2, m_{P(\underline{m})}^2, m_{P(\underline{m})}^2). \quad (3.45)$$

La notación de la derecha de las Ec. (3.43)-(3.45) es la notación de la paquetería FeynCalc. Los términos a y b toman los valores de las variables s , t y u , pero $a \neq b$ en las funciones D_0 . Al implementar regularización dimensional, parametrización a la Feynman y la Ec. (3.39), las sumas de KK sobre las funciones de PV toman la forma

$$\sum_{(\underline{m})} B_0(a, m_{p(\underline{m})}^2) = \left(\frac{R^{-2}}{\mu^2}\right)^{-\epsilon} \Gamma(\epsilon) \int_0^1 \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} E_l^{c_{b0}^2}(\epsilon) dx, \quad (3.46)$$

$$\sum_{(\underline{m})} C_0(a, m_{p(\underline{m})}^2) = -\frac{1}{2R^{-2}} \left(\frac{R^{-2}}{\mu^2}\right)^{-\epsilon} \int dV_{C_0} \Gamma(1+\epsilon) \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} E_l^{c_{c0}^2}(1+\epsilon), \quad (3.47)$$

$$\sum_{(\underline{m})} m_{p(\underline{m})}^2 C_0(a, m_{p(\underline{m})}^2) = -\frac{1}{2} \left(\frac{R^{-2}}{\mu^2}\right)^{-\epsilon} \int dV_{C_0} \Gamma(1+\epsilon) \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \left[E_l^{c_{c0}^2}(\epsilon) - \left(c_{c0}^2 - \frac{m_{p(\underline{m})}^2}{R^{-2}} \right) E_l^{c_{c0}^2}(1+\epsilon) \right], \quad (3.48)$$

$$\sum_{(\underline{m})} D_0(a, b, m_{p(\underline{m})}^2) = \frac{1}{6R^{-4}} \left(\frac{R^{-2}}{\mu^2}\right)^{-\epsilon} \int dV_{D_0} \Gamma(2+\epsilon) \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \sum_{l=1}^n E_l^{c_{d0}^2}(2+\epsilon) \quad (3.49)$$

$$\sum_{(\underline{m})} m_{p(\underline{m})}^2 D_0(a, b, m_{p(\underline{m})}^2) = \frac{1}{6R^{-2}} \left(\frac{R^{-2}}{\mu^2}\right)^{-\epsilon} \int dV_{D_0} \Gamma(2+\epsilon) \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \left[E_l^{c_{d0}^2}(1+\epsilon) - \left(c_{d0}^2 - \frac{m_{p(\underline{m})}^2}{R^{-2}} \right) [E_l^{c_{d0}^2}(2+\epsilon)] \right] \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \sum_{(\underline{m})} m_{p(\underline{m})}^4 D_0(a, b, m_{p(\underline{m})}^2) &= \frac{1}{6} \left(\frac{R^{-2}}{\mu^2}\right)^{-\epsilon} \int dV_{D_0} \Gamma(2+\epsilon) \\ &\times \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \left[E_l^{c_{d0}^2}(\epsilon) - 2 \left(c^2 - \frac{m_{p(\underline{m})}^2}{R^{-2}} \right) E_l^{c_{d0}^2}(1+\epsilon) + \left(c_{d0}^2 - \frac{m_{p(\underline{m})}^2}{R^{-2}} \right)^2 E_l^{c_{d0}^2}(2+\epsilon) \right] \end{aligned} \quad (3.51)$$

Además

$$c_{b0}^2 = \frac{m_{p(\underline{m})}^2 - a x(1-x)}{R^{-2}}, \quad (3.52a)$$

$$c_{c0}^2 = \frac{m_{p(\underline{m})}^2 - a xy}{R^{-2}}, \quad (3.52b)$$

$$c_{d0}^2 = \frac{1}{R^{-2}} \left(m_{p(\underline{m})}^2 - a x(1-x-y-z) - b yz \right). \quad (3.52c)$$

Las integrales paramétricas de las funciones C_0 y D_0 se realizan en los siguientes espacios

$$\int dV_{C_0} = \Gamma(3) \int_0^1 \int_0^{1-x} dx dy, \quad \int dV_{D_0} = \Gamma(4) \int_0^1 \int_0^{1-x} \int_0^{1-x-y} dx dy dz \quad (3.53)$$

En el límite $\epsilon \rightarrow 0$, la función $E_l^{c^2}(\epsilon)$ converge a una constante que depende de la dimensión, por ejemplo, para una dimensión extra $E_1^{c^2}(\epsilon) \rightarrow \zeta(0)$, note que en este límite las divergencias UV no existen paralelamente con las divergencias de KK, cuando $\epsilon \rightarrow 0$ la función gamma diverge, pero no la función de Epstein. Por otro lado, en el límite $\epsilon \rightarrow 0$ la función $E_l^{c^2}(1 + \epsilon)$ diverge para valores de $l = 2, 3, \dots$ y $E_l^{c^2}(2 + \epsilon)$ diverge para $l = 4, 5, \dots$. En consecuencia, el proceso de dispersión de luz por luz en dimensiones mayores a 5 requiere de un esquema de renormalización que elimine este tipo de divergencias para definir una amplitud renormalizada. Con respecto a las divergencias UV, las funciones B_0 aparecen como diferencias (ver amplitudes de helicidad en el Apéndice B), por lo que la amplitud estándar es convergente con respecto a estos polos. En el caso de la amplitud con modos de KK, se tiene que las diferencias de funciones B_0 toma la siguiente forma

$$\sum_{(m)} \left[B_0(a, m_{p^{(m)}}^2) - B_0(b, m_{p^{(m)}}^2) \right] = \left(\frac{R^{-2}}{\mu^2} \right)^{-\epsilon} \Gamma(\epsilon) \int_0^1 \sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \left[E_l^{c_{b_0}^2(a)}(\epsilon) - E_l^{c_{b_0}^2(b)}(\epsilon) \right] dx \quad (3.54)$$

En [47], los autores encontraron una expresión que separa el polo UV del producto $\Gamma(\epsilon)E_l^{c^2}(s)$ de la siguiente forma (ver Ec. III.38 de [47]):

$$\sum_{l=1}^n \binom{n}{l} \Gamma(\epsilon) E_l^{c^2}(s) = g_{(0)}(n) \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \zeta(\epsilon) + \dots \quad (3.55)$$

con $g_{(0)}(n)$ una constante que depende del número de dimensiones extra consideradas. Los puntos suspensivos contienen expresiones que ya no dependen de los polos UV y que son convergentes con respecto a las sumas de KK. En virtud de esto, la ecuación (3.54) converge con respecto a las divergencias UV y con respecto a las sumas de KK. En conclusión, la amplitud a un lazo del proceso $\gamma\gamma \rightarrow \gamma\gamma$ con correcciones provenientes del sector electrodébil del EDSM es convergente con respecto a las divergencias UV, pero divergente con respecto a las sumas de KK para dimensiones mayores a 5, estas divergencias aparecen sólo en los términos proporcionales a las funciones C_0 y D_0 por lo que requieren de un esquema de renormalización.

Perspectivas

De acuerdo a la evidencia experimental, los efectos de altas energías toman relevancia en el proceso de dispersión de luz por luz, por ejemplo en el caso de la colaboración Atlas, $\sqrt{s_{NN}} = 5$. TeV [44]. En este sentido es imperante estudiar a profundidad las implicaciones fenomenológicas de nuevos modelos que van más allá del ME. En el contexto del EDSM es importante estudiar el impacto de efectos de dimensiones extra a altas energías, incluso superiores a la escala de compactificación R^{-1} . Esto implica que se debe hacer un estudio profundo sobre 2 aspectos de la teoría. El primero tiene que ver con la convergencia de las funciones de Epstein. De acuerdo con las Ecs. (3.46) - (3.49), estas dependen de los términos $c_{b_0}^2$, $c_{c_0}^2$ y $c_{d_0}^2$, que esencialmente son razones entre la energía del proceso \sqrt{s} y R^{-1} . A energías superiores a R^{-1} , estas razones son mayores que la unidad, esto genera complicaciones en el estudio de la función $E_l^{c^2}(s)$. Se sabe de la literatura que para $c^2 < 1$, la función Epstein l -dimensional se puede escribir en términos de la función de Epstein unidimensional ($l = 1$), la que a su vez puede ser expresada en términos de la función Zeta de Riemman. Sin embargo, esta reducción a la función Zeta no es posible para $c^2 > 1$; en este sentido se requiere de un estudio profundo sobre la función de Epstein para el caso $c^2 > 1$. Por otro lado, es importante estudiar los efectos de más altas dimensiones sobre este proceso ya que pueden contribuir fuertemente a las observables, por ejemplo,

el lazo fermiónico es proporcional a $2^{n/2}$ lo cual puede aumentar el orden de magnitud de las observables si se consideran efectos de dimensiones mayores a cinco. Esto demanda del estudio de la renormalización de la teoría lo que requiere del conocimiento de las estructuras de norma de la amplitud con lo cual se pueden deducir las expresiones de las lagrangianas de las cuales subyacen estas interacciones y poder definir así los contratérminos. Esto representa un reto formidable pero con perspectivas interesantes para el futuro.

Capítulo 4

Conclusiones

En este trabajo se estudiaron efectos radiativos en el contexto de la teoría de Yang-Mills Extendida pura. Esta teoría es parametrizada por un tensor CPT-par tipo Riemman $(k_F)_{\mu\lambda\nu\rho}$ y un 1-tensor CPT impar $(k_{AF})_\kappa$ el cual tiene dimensiones de masa. El tensor tipo Riemman fue descompuesto en sus parte irreducibles bajo $SO(1,3)$ dadas por un tensor tipo Weyl $(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho}$, un tensor tipo Ricci $(k_F)_{\mu\nu}$ y un escalar \bar{k}_F . El escalar \bar{k}_F fue removido a nivel árbol a través de un reescalamiento de campos y parámetros.

El punto de partida de este trabajo de tesis fue determinar los efectos radiativos a un lazo y de segundo orden en los coeficientes tensoriales $(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho}$, $(k_F)_{\mu\nu}$ y $(k_{AF})_\kappa$ sobre la función $\beta(g)$. Para este propósito se implementó el BFM como esquema de fijación de la norma. Esto permitió determinar las correcciones a $\beta(g)$ a través de la renormalización de la función de polarización del vacío. La introducción de efectos de VSL generó diversas estructuras tensoriales que fueron estudiadas orden a orden. En este trabajo se logró estudiar de manera extensa la estructura de norma de la función vértice de dos puntos con correcciones de primer y segundo orden en los parámetros tensoriales. Si bien, la función vértice $A_\mu^a A_\nu^b$ ha sido estudiada en el esquema MS a primer orden en la literatura, en este trabajo de tesis determinamos también las partes finitas, al hacer esto se encontró que el sector CPT-Even induce una corrección finita de dimensión 6 a la función de polarización del vacío. Por otra parte los efectos de segundo orden del sector CPT-Even generaron amplitudes UV tipo Weyl, tipo Ricci y correcciones UV a la función de polarización del vacío. A su vez, este sector indujo interacciones dimensión 6 y 8 que también generaron contribuciones finitas a la función de polarización del vacío. Por otro lado el sector CPT-Odd induce interacciones finitas UV, pero con divergencias IR; en particular, este sector también modifica a la polarización del vacío pero a través de factores de forma IR. También se estudió la interferencia de los sectores CPT-Even y CPT-Odd, esta amplitud está compuesta por interacciones de dimensión 5 y 7, las cuales son finitas UV e IR pero dependientes de la norma.

El estudio de la renormalización del vértice $A_\mu^a A_\nu^b$ en el contexto del BFM permitió determinar correcciones de hasta segundo orden a las funciones beta tensoriales correspondientes a los parámetros $(\hat{k}_F)_{\mu\lambda\nu\rho}$, $(k_F)_{\mu\nu}$ y $(k_{AF})_\kappa$. En particular, se encontró que la función beta asociada al tensor tipo Ricci se genera a segundo orden. Finalmente se pudieron determinar modificaciones a la función $\beta(g)$. Este estudio se realizó implementando un esquema de renormalización independiente de la masa y un esquema dependiente de la masa. En el primer esquema se encontró que sólo el sector CPT-Even modifica a la función beta a través de los escalares $(\hat{k}_F)^2$ y $(k_F)^2$. Por otro lado, en el esquema dependiente de la masa, el sector CPT-Odd induce correcciones a $\beta(g)$ dependientes de la norma pero con divergencias IR. Se demuestra que altas energías la

función beta del esquema dependiente de la masa se reduce a la calculada en el esquema MS . Por otro lado, la dependencia de la norma en la función beta es una característica de este esquema de renormalización, por ejemplo, la función $\beta(e)$ recibe correcciones dependientes de la norma a través de interacciones con el bosón W_μ^\pm si se implementa este esquema de renormalización. Finalmente, lo que es desconcertante es la dependencia de la divergencia IR en la función $\beta_{YME}^{(\mu^2)}(g)$. La presencia de este tipo de divergencias parece ser una característica de este tipo de teorías. Por ejemplo, en el contexto del Modelo Estándar Extendido se han reportado en la literatura efectos IR en el cálculo de cantidades físicas a través de factores de forma de funciones vértice, como lo son los momentos magnéticos anómalos de las partículas. En cualquier caso, se requiere de un mecanismo que no tiene análogo en las teorías de campo convencionales para cancelar este tipo de divergencias.

Por otro lado, el estudio del proceso de dispersión de luz por luz tiene aspectos interesantes, no sólo desde la perspectiva de la fenomenología, sino también desde la perspectiva de la teoría de la renormalización. Se encontró que para dimensiones mayores a cinco, esta amplitud contiene divergencias con respecto a la suma de los modos de Kaluza-Klein. Con el fin de determinar las contribuciones de mayor dimensión se debe implementar un proceso de renormalización. Estudios de la renormalización de divergencias de KK en otros procesos físicos han sido estudiados en la literatura, por lo que siguiendo el esquema adoptado en esos trabajos, como perspectiva de trabajo futuro, se plantea la renormalización de las divergencias de Kaluza-Klein de este proceso.

Apéndice A

Factores de Forma

En este apéndice se presentan los factores de forma de un lazo que surgieron en el cálculo de la amplitud $\Pi_{\mu\nu}^{YME\ ab}(q)$. El cálculo se desarrolló conservando el parámetro de norma ξ , por lo que estos factores dependen explícitamente de él.

A.1. Factores de forma. Contribuciones de primer orden.

Los factores de forma que caracterizan las interacciones de primer orden están dados por:

$$f_1(q^2, \xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[6 \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) - \frac{1}{2}(1 - \xi)(7 + \xi) + 10 \right], \quad (\text{A.1})$$

$$f_2(q^2, \xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{11}{3} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) - \frac{1}{2}(1 - \xi)(5 + \xi) + \frac{67}{9} \right], \quad (\text{A.2})$$

$$f_3(\xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left(\xi - \frac{2}{3} \right). \quad (\text{A.3})$$

A.2. Factores de forma. Contribuciones de segundo orden.

Los siguientes factores de forma caracterizan las interacciones de segundo orden provenientes del sector CPT-Even, del sector CPT-Odd o de la interferencia de ambos.

A.2.1. Sector CPT-Even

Los factores de forma que caracterizan al tensor tipo Riemman $(k_F^{(2)})_{\mu\lambda\nu\rho}$ son:

$$l_1(q^2, \xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{3}{2} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) + \frac{\xi}{2} + \frac{10}{3} \right], \quad (\text{A.4})$$

$$l_2(q^2, \xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{7}{6} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) - \frac{1}{8} \left(\xi^2 - \frac{29}{9} \right) \right]. \quad (\text{A.5})$$

La contribución total tipo Ricci de segundo orden está caracterizada por los siguientes factores de forma:

$$g_1(q^2, \xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{1}{2} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) + \frac{\xi}{8} + \frac{37}{24} \right], \quad (\text{A.6})$$

$$g_2(q^2, \xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{7}{3} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) + \frac{1}{8} \xi (1 - 3\xi) + \frac{89}{36} \right], \quad (\text{A.7})$$

$$g_3(q^2, \xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{7}{3} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) + \frac{3}{4} \xi + \frac{149}{36} \right]. \quad (\text{A.8})$$

Los factores de forma asociados al tensor $P_{\mu\nu}$ están dados por:

$$h_1(q^2, \xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{3}{8} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) + \frac{\xi}{6} + \frac{7}{9} \right], \quad (\text{A.9})$$

$$h_2(q^2, \xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{25}{18} \left(\Delta - \log \left(-\frac{q^2}{\hat{\mu}^2} \right) \right) + \frac{9}{432} \xi (9 - 2\xi) + \frac{985}{432} \right]. \quad (\text{A.10})$$

Los factores de forma que caracterizan interacciones de dimensión 6 y 8 son:

$$g_4(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left(\frac{\xi}{8} + \frac{5}{24} \right), \quad (\text{A.11})$$

$$g_5(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{\xi}{16} (\xi + 3) - \frac{5}{12} \right], \quad (\text{A.12})$$

$$g_6(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{\xi}{8} (2\xi + 3) - \frac{1}{8} \right], \quad (\text{A.13})$$

$$g_7(\xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left(\frac{5}{8} \right) (\xi + 3), \quad (\text{A.14})$$

$$g_8(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{\xi}{48} (\xi + 2) - \frac{41}{144} \right], \quad (\text{A.15})$$

$$g_9(\xi) = -\frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left(\frac{1}{48} \right) [\xi (\xi + 2) - 11]. \quad (\text{A.16})$$

$$s_1(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \frac{3}{8} (1 - \xi), \quad (\text{A.17})$$

$$s_2(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{2}{3} + \frac{\xi}{4} (3 - \xi) \right] \quad (\text{A.18})$$

$$s_3(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left(\frac{3}{4} \xi - \frac{17}{12} \right) \quad (\text{A.19})$$

$$s_4(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \frac{1}{6} (1 - 3\xi), \quad (\text{A.20})$$

$$s_5(\xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \frac{1}{12} (1 - 3\xi). \quad (\text{A.21})$$

A.2.2. Sector CPT-Odd

Los factores de forma del sector CPT-Odd a segundo orden son libres de divergencias UV, pero presentan divergencias IR las cuales fueron reguladas con una masa ficticia m en el propagador de los campos Q_μ^a , estos son:

$$t_1(q^2, \xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[\frac{1}{2}(\xi + 4) \log \left(-\frac{m^2}{q^2} \right) + \frac{1}{4}\xi(2 - \xi) - \frac{5}{4} \right], \quad (\text{A.22})$$

$$t_2(q^2, \xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} \left[-\frac{1}{2}(\xi + 3) \log \left(-\frac{m^2}{q^2} \right) + \frac{1}{4}(1 - \xi)^2 \right], \quad (\text{A.23})$$

$$t_3(q^2, \xi) = \frac{g^2 C_2(G)}{(4\pi)^2} (\xi - 1) \left[\log \left(-\frac{m^2}{q^2} \right) + 1 \right]. \quad (\text{A.24})$$

A.2.3. Factores de forma de efectos de interferencia

Los efectos de interferencia entre el sector CPT-Even y CPT-Odd están caracterizados por los siguientes factores de forma

$$\eta_1(\xi) = -\frac{g^2 C(G)}{(4\pi)^2} \frac{3}{4} (1 + \xi), \quad (\text{A.25})$$

$$\eta_2(\xi) = -\frac{g^2 C(G)}{(4\pi)^2} \frac{1}{4} [\xi(\xi + 1) + 4], \quad (\text{A.26})$$

$$\eta_3(\xi) = \frac{g^2 C(G)}{(4\pi)^2} \frac{3}{2} (\xi + 1), \quad (\text{A.27})$$

$$\eta_4(\xi) = \frac{g^2 C(G)}{(4\pi)^2} \frac{1}{12} (\xi^2 - 5), \quad (\text{A.28})$$

$$\eta_5(\xi) = \frac{g^2 C(G)}{(4\pi)^2} \frac{1}{12} (\xi^2 - 1), \quad (\text{A.29})$$

Apéndice B

Amplitudes de helicidad

Se presentan las amplitudes de helicidad del proceso de dispersión a un lazo. Las amplitudes generadas por los campos del ME, i.e. los modos ($\underline{0}$) están dadas de la siguiente forma

$$M_{f(\underline{0})}^{++++} = C_f \left\{ 1 - 2m_{f(\underline{0})}^4 \left[D_0(s, t, m_{f(\underline{0})}^2) + D_0(s, u, m_{f(\underline{0})}^2) + D_0(t, u, m_{f(\underline{0})}^2) \right] \right\}, \quad (\text{B.1})$$

$$\begin{aligned} M_{f(\underline{0})}^{++--} = C_f & \left\{ -1 + \frac{u-t}{s} \left[B_0(u, m_{f(\underline{0})}^2) - B_0(t, m_{f(\underline{0})}^2) \right] \right. \\ & + \left(\frac{4m_{f(\underline{0})}^2}{s} + 2 \left(\frac{tu}{s^2} - \frac{1}{2} \right) \right) [t C_0(t, m_{f(\underline{0})}^2) + u C_0(u, m_{f(\underline{0})}^2)] \\ & - 2m_{f(\underline{0})}^2 s \left(\frac{m_{f(\underline{0})}^2}{s} - \frac{1}{2} \right) \left[D_0(s, t, m_{f(\underline{0})}^2) + D_0(s, u, m_{f(\underline{0})}^2) + D_0(t, u, m_{f(\underline{0})}^2) \right] \\ & \left. - tu \left(\frac{4m_{f(\underline{0})}^2}{s} + \frac{tu}{s^2} - \frac{1}{2} \right) D_0(t, u, m_{f(\underline{0})}^2) \right\}, \quad (\text{B.2}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{f(\underline{0})}^{++++} = C_f & \left\{ 1 - \frac{m_{f(\underline{0})}^2}{stu} (s^2 + t^2 + u^2) (s C_0(s, m_{f(\underline{0})}^2) + t C_0(t, m_{f(\underline{0})}^2) + u C_0(u, m_{f(\underline{0})}^2)) \right. \\ & \left. - m_{f(\underline{0})}^2 \left[\frac{st + 2m_{f(\underline{0})}^2 u}{u} D_0(s, t, m_{f(\underline{0})}^2) + \frac{su + 2m_{f(\underline{0})}^2 t}{t} D_0(s, u, m_{f(\underline{0})}^2) + \frac{tu + 2m_{f(\underline{0})}^2 s}{s} D_0(t, u, m_{f(\underline{0})}^2) \right] \right\}, \quad (\text{B.3}) \end{aligned}$$

$$M_{f(\underline{0})}^{+--+} = M_{f(\underline{0})}^{++--} \quad (s \leftrightarrow t), \quad (\text{B.4})$$

$$M_{f(\underline{0})}^{+---} = M_{f(\underline{0})}^{++--} \quad (s \leftrightarrow u). \quad (\text{B.5})$$

donde $C_f = 8\alpha N_c Q_f^2$, con N_c y Q_f el número de color y la carga del fermión, respectivamente. Por otro lado, la contribución total de la parte bosónica de la teoría electrodébil está dada por

$$M_{W^{(\underline{0})}}^{++++} = -\frac{C_b}{C_f} M_{f^{(\underline{0})}}^{++++} \quad , \quad m_{f^{(\underline{0})}} \rightarrow m_{W^{(\underline{0})}} \quad , \quad (\text{B.6})$$

$$\begin{aligned} M_{W^{(\underline{0})}}^{++--} &= C_b \left\{ 1 - \frac{u-t}{s} [B_0(u, m_{W^{(\underline{0})}}^2) - B_0(t, m_{W^{(\underline{0})}}^2)] \right. \\ &\quad + \left(\frac{4m_{f^{(\underline{0})}}^2}{s} + 2 \left(\frac{tu}{s^2} - \frac{1}{2} \right) \right) [t C_0(t, m_{f^{(\underline{0})}}^2) + u C_0(u, m_{f^{(\underline{0})}}^2)] \\ &\quad + \left[2m_{W^{(\underline{0})}}^2 s \left(\frac{m_{W^{(\underline{0})}}^2}{s} - \frac{4}{3} \right) + \frac{2s^2}{3} \right] [D_0(s, t, m_{W^{(\underline{0})}}^2) + D_0(s, u, m_{W^{(\underline{0})}}^2) + D_0(t, u, m_{W^{(\underline{0})}}^2)] \\ &\quad \left. + tu \left(\frac{4m_{W^{(\underline{0})}}^2}{s} + \frac{tu}{s^2} - \frac{4}{3} \right) D_0(t, u, m_{W^{(\underline{0})}}^2) \right\} \quad , \quad (\text{B.7}) \end{aligned}$$

$$M_{W^{(\underline{0})}}^{+++--} = -\frac{C_b}{C_f} M_{f^{(\underline{0})}}^{+++--} \quad (m_{f^{(\underline{0})}} \rightarrow m_{W^{(\underline{0})}}) \quad , \quad (\text{B.8})$$

$$M_{W^{(\underline{0})}}^{+-+-} = M_{W^{(\underline{0})}}^{++--} \quad (s \leftrightarrow t) \quad , \quad (\text{B.9})$$

$$M_{W^{(\underline{0})}}^{+--+} = M_{W^{(\underline{0})}}^{++--} \quad (s \leftrightarrow u) \quad . \quad (\text{B.10})$$

donde $C_b = 12\alpha$. Las amplitudes de helicidad generadas por la excitaciones de KK de los fermiones son una copia de las expresiones (B.1)-(B.5), multiplicadas por el número $2^{\frac{n}{2}}$ que corresponde al número de modos de KK asociados a cada fermión, y además con el intercambio $m_{f^{(\underline{0})}} \rightarrow m_{f^{(\underline{m})}}$. Por otro lado, para las contribuciones de la parte bosónica se debe hacer el intercambio $m_{W^{(\underline{0})}} \rightarrow m_{W^{(\underline{m})}}$ de las expresiones (B.6)-(B.10).

Bibliografía

- [1] Glashow, S. L. , Partial-symmetries of weak interactions. Nuclear Physics, 22(4), 579-588 (1961).
- [2] Weinberg, S., A model of leptons. Phys. Rev. Lett.,19, 1264-1266 (1967).
- [3] A. Salam . N. Svartholm, ed. *Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity*. Eighth Nobel Symposium. Stockholm: Almquist and Wiksell. p. 367. (1968)
- [4] P. A. M. Dirac, *Lectures on Quantum Mechanics* (Belfer Graduate School of Science, Yeshiva University, 1964).
- [5] P. W. Higgs, Phys. Rev. Lett. **13**, 508 (1964).
- [6] F. Englert and R. Brout, Phys. Rev. Lett. **13**, 321 (1964).
- [7] ATLAS Collaboration, Phys. Lett. B716, 1 (2012).
- [8] CMS Collaboration, Phys. Lett. B716, 30 (2012).
- [9] Ver, por ejemplo, I. García-Jiménez, A. Granados-González, G. I. Nápoles.Cañedo, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, *Symmetry in the extra-dimensional Yang-Mills theory and its Kaluza-Klein effective description* , arXiv:1801.07843, y referencias dadas allí.
- [10] Para una revisión sobre la simetría BRST en el contexto del formalismo de campo-anticampo, ver J. Gomis, J. Paris, and S. Samuel, Phys. Rep. 259, 1 (1995).
- [11] F. J. Dyson, *The radiation theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman*, Phys. Rev. D **75**, 486 (1947).
- [12] K. Wilson, *The renormalization group: Critical phenomena and the Kondo problem*, Rev. Mod. Phys. **47**, 773 (1975).
- [13] D. Gross and F. Wilczek, *Ultraviolet behaviour of non-abelian gauge theories*, Phys. Rev. Lett. **30**, 1343 (1973).
- [14] H. D. Politzer, *Reliable perturbative results for strong interactions*, Phys. Rev. Lett. **30**, 1346 (1973).
- [15] S. Weinberg, *The Quantum Theory of the Fields, Vol. II*, Cambridge University Press (1996).
- [16] J. Gasser and H. Leutwyler, *Chiral Perturbation Theory to One Loop*, Ann. Phys. **158**, 142 (1984); Nucl. Phys. **B250**, 465 (1985).

- [17] C. P. Burgess, *Quantum Gravity in Everyday Life: General Relativity as an Effective Field Theory*, Living Reviews in Relativity (<http://www.physics.mcgill.ca/~cliff>).
- [18] J. Butterfield, *Reduction, Emergence and Renormalization*, The Journal of Philosophy, Volume 111, 5 (2014), arXiv:1406.4354 [physics.hist-ph].
- [19] Don Colladay, Patrick McDonald. One-loop renormalization of pure Yang-Mills theory with Lorentz violation. Physical Review D. 75, 105002 (2007).
- [20] I. García-Jiménez, M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, arXiv:1603.0328[hep-ph]; I. García-Jiménez, A. Granados-González, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, arXiv:1801.07843.
- [21] C. J. Isham, Structural issues in quantum gravity, arXiv:grqc/9510063; J. Butterfield and C. J. Isham, On the emergence of time in quantum gravity, arXiv:gr-qc/9901024; K. V. Kuchar, Time and interpretations of quantum gravity, Int. J. Mod. Phys. D **20**, 3 (2011).
- [22] V. Alan Kostelecky and S. Samuel, Spontaneous breaking of Lorentz symmetry in string theory, Phys. Rev. D **39**, 683 (1989); Phenomenological Gravitational Constraints on Strings and Higher Dimensional Theories, Phys. Rev. Lett. **63**, 224 (1989); Gravitational phenomenology in higher dimensional theories and strings, Phys. Rev. D **40**, 1886 (1989); V. Alan Kostelecky and R. Potting, CPT and strings, Nucl. Phys. **B359**, 545 (1991); CPT, strings, and meson factories, Phys. Rev. D **51**, 3923 (1995); V. Alan Kostelecky and R. Lehnert, Stability, causality, and Lorentz and CPT violation, Phys. Rev. D **63**, 065008 (2001).
- [23] S. M. Carroll, J. A. Harvey, V. A. Kostelecky, C. D. Lane, and T. Okamoto, Noncommutative Field Theory and Lorentz Violation, Phys. Rev. Lett. **87**, 141601 (2001).
- [24] R. Gambini and J. Pullin, Nonstandard optics from quantum spacetime, Phys. Rev. D **59**, 124021 (1999); J. Alfaro, H. A. Morales-Tecotl, and L. F. Urrutia, Quantum Gravity Corrections to Neutrino Propagation, Phys. Rev. Lett. **84**, 2318 (2000); J. Alfaro, H. A. Morales-Tecotl, and L. F. Urrutia, Loop quantum gravity and light propagation, Phys. Rev. D **65**, 103509 (2002).
- [25] V. Alan Kostelecky, R. Lehnert, and M. J. Perry, Spacetime varying couplings and Lorentz violation, Phys. Rev. D **68**, 123511 (2003); R. Jackiw and S. Y. Pi, Chern-Simons modification of general relativity, Phys. Rev. D **68**, 104012 (2003); N. Arkani-Hamed, H.-C. Cheng, M. Luty, and J. Thaler, Universal dynamics of spontaneous Lorentz violation and a new spin-dependent inverse-square law force, J. High Energy Phys. 07 (2005) 029; C. D. Froggatt and H. B. Nielsen, Derivation of Lorentz invariance and three space dimensions in generic field theory, arXiv:hep-ph/0211106; P. Horava, Quantum gravity at a Lifshitz point, Phys. Rev. D **79**, 084008 (2009); M. Pospelov and Y. Shang, On Lorentz violation in Horava-Lifshitz type theories, Phys. Rev. D **85**, 105001 (2012); C. P. Burgess, J. M. Cline, E. Filotas, J. Matias, and G. D. Moore, Loop generated bounds on changes to the graviton dispersion relation, J. High Energy Phys. 03 (2002) 043.
- [26] D. Colladay and V. Alan Kostelecky, Phys. Rev. D **58**, 11602 (1998).

- [27] J. I. Aranda, F. Ramírez-Zavaleta, D. A. Rosete, F. J. Tlachino, J. J. Toscano, E. S. Tututi, *J. Phys. G* **44**, 055003 (2014); J. I. Aranda, F. Ramírez-Zavaleta, F. J. Tlachino, J. J. Toscano, E. S. Tututi, *Int. J. Mod. Phys. A* **29**, 1450180 (2014); M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, J. J. Toscano, *J. Phys. G* **43**, o25003 (2016).
- [28] A. Kostelecky and Z. Li, arXiv:1812.11672.
- [29] J. Castro-Medina, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, E. S. Tututi, *Int. J. Mod. Phys. A* **30**, 150216 (2015).
- [30] A. Moyotl, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, E. S. Tututi, *Int. J. Mod. Phys. A* **29**, 1450107 (2014); *ibid.* 1450039. A. I. Hernández-Juárez, J. Montaña, H. Novales-Sánchez, M. Salinas, J. J. Toscano, O. Vázquez-Hernández, *Phys. Rev. D* **99**, 013002 (2019).
- [31] T. Mariz, R. V. Maluf, J. R. Nascimento and A. Yu. Petrov, On one-loop corrections to the CPT-even Lorentz-breaking extension of QED, *Int. J. Mod. Phys. A* **33**, 1850018 (2018).
- [32] L. C. T. Brito, J. C. C. Felipe, J. R. Nascimento, A. Yu. Petrov, and A. P. Baêta Scarpelli, Higher-order one-loop renormalization in the spinor sector of minimal Lorentz-violating extended QED, *Phys. Rev. D* **102**, 075017 (2020), arXiv:2007.11538 [hep-th].
- [33] A. P. Baeta Scarpelli, L. C. T. Brito, J. C. C. Felipe, J. R. Nascimento, and A. Yu. Petrov. Higher-order one-loop contributions in Lorentz-breaking QED. arXiv:2007.11538.
- [34] A. I. Hernández-Juárez, J. Montaña, H. Novales-Sánchez, M. Salinas, J. J. Toscano, O. Vázquez-Hernández. One-loop structure of the photon propagator in the Standard Model Extension. *Phys. Rev. D* **99**, 013002 (2019)
- [35] A. I. Hernández-Juárez, J. Montaña, H. Novales-Sánchez, M. Salinas, J. J. Toscano, O. Vázquez-Hernández. One-loop structure of the photon propagator in the Standard Model Extension. *Phys. Rev. D* **99**, 013002 (2019)
- [36] Peskin, M. E. (2018). An introduction to quantum field theory. CRC Press.
- [37] Don Colladay and Patrick McDonald. One-Loop Renormalization of QCD with Lorentz Violation. *Phys. Rev. D* **77**, 085006 (2008).
- [38] B. S. De Witt, *Phys. Rev.* **162**, 1195 (1967); *Dynamical Theory of Groups and Fields*, *Conf. Proc. C* **630701**, 585 (1964); B. S. De Witt, *Les Houches Lect. Notes* **13**, 585 (1964); L. F. Abbott, The background field method beyond one loop, *Nucl. Phys. B* **185**, 189 (1981); Introduction to the background field method, *Acta Phys. Pol. B* **13**, 33 (1982).
- [39] H. Euler, “On the scattering of light by light in Dirac’s theory”, PhD thesis at Univ. Leipzig (1936); published in *Ann. Phys. (Leipzig)* **26**, 398 (1936).
- [40] Euler, H. and Kockel, B. (1935) The Scattering of Light by Light in the Dirac Theory. *Naturwissenschaften*, **23**, 246-247.

- [41] A. Akhieser, L. Landau and I. Pomeranchuk, “Scattering of light by light”, *Nature* 138, 206 (1936); A. Akhieser, “Uber Die Streuung Von Licht An Licht”, PhD thesis, 1936, Ukrainian Physico-Technical Institute; *Phys. Zeit. Sow.* 11, 263 (1937)
- [42] R. Karplus, M. Neumann. Non-Linear Interactions between Electromagnetic Fields. *Phys. Rev.* 80 (1950) 380. R. Karplus, M. Neumann. The Scattering of Light by Light. *Phys. Rev.* 83 (1951) 776.
- [43] M. Böhm, R. Schuster. Scattering of light by light in the electroweak Standard Model. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields* volume 63, pages 219–225 (1994)
- [44] ATLAS Collaboration. Evidence for light-by-light scattering in heavy-ion collisions with the ATLAS detector at the LHC. *Nature Physics* volume 13, pages 852–858 (2017)
- [45] T. Appelquist, H.C. Cheng, and B.A. Dobrescu, Bounds on universal extra dimensions, *Phys. Rev. D* 64, 035002 (2001), arxiv: hep-ph/0012100; T. Appelquist and B. A. Dobrescu, Universal extra dimensions and the muon magnetic moment, *Phys. Lett. B* 516, 85 (2001), arXiv:hep-ph/0106140; T. Appelquist and Ho-Ung Yee, Universal extra dimensions and the Higgs boson mass, *Phys. Rev. D* 67, 055002 (2003), arXiv:hep-ph/0211023.
- [46] I. García-Jiménez, A. Granados-González, G.I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, J.J. Toscano. Symmetry in the extra-dimensional Yang-Mills theory and its Kaluza-Klein effective description. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1801.07843>
- [47] M. Huerta-Leal, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano. Gauge-invariant approach to the beta function in Yang-Mills theories with universal extra dimensions. *Phys. Rev. D* 101, 095038 (2020).
- [48] I. García-Jiménez, J. Montaña, G. I. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, E. S. Tututi. Diphoton Higgs signal strength in universal extra dimensions. arXiv:1705.02637 [hep-ph]
- [49] A. Flores-Tlalpa, J. Montano, H. Novales-Sánchez, F. Ramirez-Zavaleta, J. J. Toscano. One-loop effects of extra dimensions on the $WW\gamma$ and WWZ vertices. *Phys.Rev.D* 83:016011,2011
- [50] Carlos M. Farrera, Alejandro Granados-González, Héctor Novales-Sánchez, J. Jesús Toscano. Quark-flavor-changing Higgs decays from a universal extra dimension. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2003.05571>
- [51] E. Martínez-Pascual, G. Nápoles-Cañedo, H. Novales-Sánchez, A. Sierra-Martínez, J. J. Toscano. Implications of extra dimensions on the effective charge and the beta function in quantum electrodynamics. *Phys.Rev. D* 101 (2020) no.3, 035034
- [52] M. A. López-Osorio, E. Martínez-Pascual, J. Montano, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, E. S. Tututi. Trilinear gauge boson couplings in the standard model with one universal extra dimension. *Phys.Rev. D* 88 (2013) 016010
- [53] C. Becchi, A. Rouet, and A. Stora, Renormalization of the abelian Higgs-Kibble model, *Commun. Math. Phys.* 42, 127 (1975); Renormalization of gauge theories, *Ann. Phys. (N.Y.)* 98, 287 (1976); I.V. Tyutin, Lebedev Report No. FIAN 39, 1975 (unpublished).

- [54] I. A. Batalin and G. A. Vilkovisky, Quantization of gauge theories with linearly dependent generators, *Phys. Rev. D* 28,2567 (1983); Erratum: *Phys. Rev. D* 30, 508 (1984).
- [55] For a review of the field-antifield formalism, see: J. Gomis, J. Paris, and S. Samuel, *Antibracket, Anti-fields and Gauge-Theory Quantization*, *Phys. Rep.* 259, 1 (1995), arXiv:hep-ph/9412228, and references therein.
- [56] V. Shtabovenko, R. Mertig and F. Orellana, *Comput. Phys. Commun.* 256 (2020) 107478, arXiv:2001.04407; 207 (2016) 432-444, arXiv:1601.01167; R. Mertig, M. Bohm, and A. Denner, *Comput. Phys. Commun.* 64 (1991) 341-359.
- [57] C. G. Honorato, J. J. Toscano. $U_e(1)$ -covariant R_ξ gauge for the two-Higgs doublet model, *Pramana* volume 73, Article number: 1023 (2009)
- [58] K. Kirstein, Inhomogeneous multidimensional Epstein zeta functions, *J. Math. Phys.* 32, 3008 (1991).
- [59] D. Colladay and P. McDonald, Yang–Mills instantons with Lorentz violation, *J. Math. Phys. (N.Y.)* 43, 3554 (2002); 45, 3228 (2004).
- [60] T. R. S. Santos, R. F. Sobreiro. Renormalizability of Yang-Mills theory with Lorentz violation and gluon mass generation. *Phys. Rev. D* 91, 025008 (2015).
- [61] J. Alfonso Ahuatzí-Avendaño, Javier Montaña, Héctor Novales-Sánchez, Mónica Salinas, and J. Jesús Toscano. Bounds on Lorentz-violating Yukawa couplings via lepton electromagnetic moments. *Phys. Rev. D* 103, 055003 – Published 2 March 2021
- [62] C.P. Burgess. An Introduction to Effective Field Theory. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 57(1):329–362, nov 2007. doi: 10.1146/annurev.nucl.56.080805.140508.
- [63] M Beneke. Effective field theory – concepts and applications. pages 145–148, 2010. doi: 10.5170/ CERN-2010-002.145.
- [64] T. Appelquist and J. Carazzone, *Phys. Rev. D* 11, 2856 (1975).