



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Contribución a nivel de un lazo del vértice HZZ a los
momentos dipolares débiles eléctrico y magnético de un
fermión

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Ángel Eduardo Zecua Hernández

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez

Puebla Pue.
Presentada
06/24



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Contribución a nivel de un lazo del vértice HZZ a los
momentos dipolares débiles eléctrico y magnético de un
fermión

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Ángel Eduardo Zecua Hernández

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez

Puebla Pue.
Presentada
06/24

Título: Contribución a nivel de un lazo del vértice HZZ a los momentos dipolares débiles eléctrico y magnético de un fermión

Estudiante: ÁNGEL EDUARDO ZECUA HERNÁNDEZ

COMITÉ

Dr. Héctor Novales Sánchez
Presidente

Dr. Arturo Fernández Téllez
Secretario

Dr. Cupatitzio Ramírez Romero
Vocal

Dr. Guillermo Tejeda Muñoz
Vocal

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Dr. Alan Ignacio Hernández Juárez
Asesor

Índice general

1. Introducción	3
2. Modelo Estándar	5
2.1. Partículas fundamentales y sus interacciones	5
2.1.1. El Modelo Estándar antes del rompimiento de la simetría electrodébil	7
2.2. Rompimiento espontáneo de la simetría	10
2.2.1. Rompimiento de una simetría global	10
2.2.2. Rompimiento de una simetría local	13
2.3. Construcción del Lagrangiano invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$	15
2.4. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$	16
3. Física del bosón de Higgs	19
3.1. El bosón de Higgs en el Modelo Estándar	19
3.2. Reglas de Feynman del Bosón de Higgs	20
3.3. Acoplamientos del bosón de Higgs	21
3.4. Decaimientos del bosón de Higgs	23
3.5. Modos de producción del bosón de Higgs	24
4. Cálculo de los momentos dipolares débiles eléctrico y magnético de un fermión	27
4.1. Momentos dipolares débiles de un fermión y el vértice ffZ	27
4.2. Acoplamiento anómalo HZZ	28
4.3. Cálculo de la amplitud a nivel de un lazo ($f + Z \rightarrow f$)	30
5. Resultados y conclusiones	33
5.1. Conclusiones y perspectivas	35
A. SPS Apéndice	37
A.0.1. Reducción de estructuras de Lorentz	39
A.0.2. Expresando la amplitud en función de las 4 estructuras	43
Bibliografía	47

Resumen

Recientemente las colaboraciones Atlas y CMS del colisionador de protones LHC del CERN reportaron las primeras mediciones del acoplamiento de un bosón de Higgs H virtual a un par de bosones de norma Z reales H^*ZZ . Esto ha motivado diversas investigaciones sobre el cálculo analítico de las correcciones a nivel de un lazo del vértice HZZ , con una o más partículas virtuales, con el fin de determinar con precisión la predicción del Modelo Estándar de las interacciones de las partículas elementales de Weinberg-Glashow-Salam, así como las de otras teorías de nueva física. En este trabajo se realiza el cálculo analítico por medio de parametrización de Feynman de las contribuciones del vértice HZZ a los momentos dipolares débiles magnético y eléctrico de un fermión cargado eléctricamente f , que se obtienen de la función vértice $f\tilde{f}Z$. Este cálculo no se ha reportado anteriormente en la literatura y tiene importancia porque existen cotas experimentales para los momentos dipolares débiles de los fermiones más pesados: el quark top, el quark bottom y el leptón tau.

Capítulo 1

Introducción

El Modelo Estándar de la física de partículas representa uno de los mayores logros en la historia de la ciencia. Es una teoría de campos renormalizable basada en la simetría bajo el grupo norma $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Describe las partículas fundamentales y sus interacciones. Su desarrollo es el resultado de décadas de colaboración entre físicos teóricos y experimentales. En su esencia, el Modelo Estándar clasifica las partículas en dos grupos: fermiones y bosones. Como último integrante del Modelo Estándar, está el bosón de Higgs, el cual fue descubierto el 4 de julio del año 2012, aquel día, la colaboración ATLAS y CMS anunciaron la observación de una nueva partícula consistente con las predicciones del bosón de Higgs. El descubrimiento de esta partícula marcó un hito significativo en la historia de la física de partículas ya que había sido predicha por el Modelo Estándar cinco décadas atrás, el bosón de Higgs fue propuesto por Peter Higgs y otros físicos como el remanente de la ruptura espontánea de la simetría electrodébil. A pesar de su gran éxito fenomenológico, el Modelo Estándar presenta limitaciones y preguntas sin respuesta. No ofrece una explicación satisfactoria para fenómenos observados como la materia oscura y la energía oscura, que constituyen la mayor parte del universo, ni para discrepancias experimentales, como la masa del neutrino. Estas discrepancias indican que el Modelo Estándar puede ser una aproximación efectiva solo dentro de ciertos límites de energía y escala, y que puede requerir una extensión o revisión fundamental para abordar cuestiones pendientes.

Por lo tanto, mientras que el Modelo Estándar sigue siendo un gran logro, su incompletitud y las discrepancias con las observaciones experimentales actuales sugieren la necesidad de una teoría más amplia que integre todos los aspectos conocidos de la física de partículas. Para abordar estas deficiencias y extender nuestro entendimiento de la física más allá del Modelo Estándar, se han propuesto varias teorías de extensión. Algunas de estas teorías son:

- Supersimetría: Propone una simetría entre partículas fermiónicas y bosónicas, lo que podría explicar la materia oscura y resolver ciertos problemas de estabilidad en el Modelo Estándar.
- Teoría de Gran Unificación (GUT): Busca unificar las fuerzas electromagnética, débil y fuerte en una sola fuerza fundamental a energías muy altas. Esto podría resolver problemas como la carga eléctrica cuantizada y predecir la vida útil del protón.
- Teoría de Cuerdas: Proporciona una descripción más fundamental de la materia y las fuerzas como vibraciones en cuerdas unidimensionales. Aunque aún en desarrollo, la teoría de cuerdas busca reconciliar la relatividad general y la mecánica cuántica.
- Teorías de Gravedad Cuántica: Intentan unificar la gravedad con las otras fuerzas fundamentales en un marco cuántico. Esto podría ayudar a comprender los fenómenos a escalas de energía extremadamente altas, como el Big Bang.

En este trabajo, nos interesamos en el estudio del acoplamiento HZZ . y lo usamos para poder calcular los momento dipolares débiles eléctrico y magnético de un fermión. La estructura de la tesis es la siguiente:

- En el primer capítulo se presenta una revisión del mecanismo de Higgs en el Modelo Estándar, así como un breve repaso de los que es el Modelo Estándar y sus características.
- En el segundo capítulo presentamos la física del bosón de Higgs y analizamos sus decaimiento, acoplamientos y modos de producción.
- En el tercer capítulo realizamos el cálculo de los momentos dipolares, obtenemos la amplitud mediante la librería FeynCalc y la expresamos en 4 estructuras de Lorentz.
- En el ultimo capítulo presentamos la amplitud y como esta tiene términos divergentes lo que sugiere que este proceso debe analizarse desde una teoría de extensión.

Capítulo 2

Modelo Estándar

Desde nuestros inicios, ha existido un especial interés por determinar cuales son los bloques fundamentales que componen la materia de la que está conformado el universo en su escala de tamaño más pequeña, y es que desde la antigua Grecia ya existían algunas propuestas que trataban de explicar cual sería esa "sustancia" de la que se conformaba todo aquello que existía, propuestas como las hechas por Tales de Mileto o Anaxímenes quienes proponían como arjé¹, el agua y al aire respectivamente fueron uno de nuestros primeros intentos de entender al universo en su nivel más fundamental. Fue en la misma Grecia que un filósofo llamado Leucippus sugirió la idea de que la materia estaba hecha de pequeñas partículas, y unos años después su estudiante Demócrito desarrolló aún más esta idea, él llamó a esta partícula "átomo", que significa indivisible. Esta teoría, al igual que todas las teorías filosóficas griegas, no apoyaba sus postulados mediante experimentos, sino que se explicaba mediante razonamientos lógicos.

Varios siglos después de tratar de emprender la búsqueda de aquellos constituyentes fundamentales de la naturaleza, surgió una teoría conocida como el Modelo Estándar de la física de partículas, esta teoría se desarrollo a lo largo de la segunda mitad del siglo XX. El Modelo Estándar (ME) o SM por sus siglas en ingles es una teoría cuántica de campos renormalizable basada en el grupo de simetría $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ que describe el comportamiento de la fuerza electromagnética, débil y fuerte, así como la interacción de materia debido a estas tres fuerzas. [1]. El ME es una teoría consistente con la mecánica cuántica y la relatividad especial, que se basa en la simetría de norma no abeliana (teoría de Yang Mills), con la implementación del rompimiento espontáneo de la simetría (mecanismo de Higgs).

El Modelo Estándar, está lejos de ser una teoría definitiva sino que es una teoría efectiva² de una teoría más fundamental aún por establecer, la cuál sería válida más allá de la escala electrodébil (246 GeV). La razón por la que el Modelo Estándar no puede considerarse una teoría final de las partículas es que cuenta con algunas limitaciones como los son el no poder explicar la masa de los neutrinos, la materia oscura, el problema de bariogénesis por decir algunos. Con todo y esto, el ME ha demostrado ser una teoría bastante sólida que resume todo el esfuerzo realizado por una gran cantidad de físicos durante décadas.

2.1. Partículas fundamentales y sus interacciones

En la actualidad se conocen los efectos de cuatro fuerzas fundamentales, las cuales son: fuerza electromagnética, fuerza nuclear fuerte, fuerza nuclear débil y fuerza gravitatoria. Cada una de

¹Arkhé (arjé o arché) es un término griego que significa etimológicamente principio, fundamento o comienzo. Este término se utilizó por los primeros filósofos en la Antigua Grecia y significaba el elemento primordial del que está compuesto y deriva toda la realidad material.

²Una teoría de campo efectivo es un tipo de aproximación (o teoría efectiva) a una teoría física fundamental, como la teoría cuántica de campos o un modelo de mecánica estadística

estas fuerzas es el efecto de la interacción entre objetos materiales por un mediador (bosones de norma). Estos mediadores se consideran no masivos a excepción de los bosones W y Z , los cuales son los mediadores de la fuerza nuclear débil y tienen una masa de 80,4 GeV y 91,18 GeV respectivamente. En la Tabla 2.1 se muestran las cuatro fuerzas con algunas de sus propiedades.

Fuerza	Mediador	Alcance	Intensidad	Variación	Grupo de norma
Electromagnética	Fotón (γ)	Infinito	$\frac{1}{137}$	$\frac{1}{r^2}$	$U(1)$
Nuclear fuerte	Gluón (g)	10^{-15}m	1	r	$SU(3)_C$
Nuclear débil	Bosones W^\pm y Z	10^{-18}m	10^{-6}	$\frac{1}{r}$	$SU(2)_L$
Gravitacional	Gravitón	Infinito	10^{-41}	$\frac{1}{r^2}$	No determinado

Tabla 2.1: Fuerzas fundamentales de la naturaleza.

El Modelo Estándar clasifica a las partículas en dos grupos: fermiones y bosones. Lo que determina a cual de los dos grupos pertenece una partícula es su espín; si su espín es semientero, la partícula es un fermión, mientras que, si su espín es entero, entonces se trata de un bosón. los bosones como hemos vimos antes, son los mediadores de las fuerzas fundamentales. En la Tabla 2.2 podemos ver cual es el espín de cada uno de los bosones de norma.

Bosón de norma	Espín	masa
Fotón (γ)	1	0
Gluón (g)	1	0
Bosón W^\pm	1	80.4 GeV
Bosón Z	1	91.18 GeV
Gravitón	2	0

Tabla 2.2: Bosones de norma y algunas propiedades.

Por otro lado tenemos a los fermiones, los cuales son las partículas que conforman la materia, estos se clasifican en tres familias, cada una de estas familias está conformada por cuatro partículas: dos quarks, un leptón cargado y su respectivo neutrino; las respectivas antipartículas de dichas partículas también forman parte de la misma familia, en la Tabla 2.3 se puede apreciar como se agrupan estas 3 familias fermionicas.

	Primer familia	Segunda familia	Tercer familia
Leptón cargado	e^-	μ^-	τ^-
Neutrino	ν_e	ν_μ	ν_τ
Quark U	u	c	t
Quark D	d	s	b

Tabla 2.3: Familias fermionicas.

La diferencia mas importante entre los quarks y los leptones es que los quarks si son capaces de interactuar con la fuerza nuclear fuerte mientras que los leptones no. En las Tablas 2.4 y 2.5 se muestran cada una de estas partículas con alguna información sobre ellas.

El último integrante de este grupo de partículas fundamentales es el Bosón de Higgs, el cual es el remanente de la ruptura espontánea de la simetría en el Modelo Estándar[2] (tema que se discutirá más adelante).

	Primer familia	Segunda familia	Tercer familia
Leptón cargado	e^-	μ^-	τ^-
Neutrino	ν_e	ν_μ	ν_τ
Quark U	u	c	t
Quark D	d	s	b

Tabla 2.4: Familias fermionicas.

Leptón	Carga eléctrica (+e)	Espín	Masa
Electrón (e^-)	-1	1/2	0,511 MeV
Neutrino del electrón (ν_e)	0	1/2	0
Muon (μ)	-1	1/2	106 MeV
Neutrino del muon ν_μ	0	1/2	0
Tau τ	-1	1/2	1,78 GeV
Neutrino del tau ν_τ	0	1/2	0

Tabla 2.5: Leptones y algunas propiedades.

2.1.1. El Modelo Estándar antes del rompimiento de la simetría electro-débil

Antes de que se introduzca el mecanismo de la ruptura espontánea de la simetría electrodébil, el Modelo Estándar contiene dos tipos de campos: los campos de materia y los campos de norma.

Campos de materia

Los campos de materia están asociados a las tres familias de fermiones con quiralidad izquierda y derecha donde $f_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma^5)f$.

Prestemos nuestra atención en la primer familia fermionica con los dos leptones e^-, ν_e y los dos quarks u, d . Los dos leptones izquierdos forman un isodoublete débil el cual nombraremos L_1 (el subíndice 1 indica que se trata de los leptones de la primer familia fermionica). De igual forma, los dos quarks izquierdos forman otro isodoublete débil el cual nombraremos Q_1 . Por ultimo, los fermiones derechos e_R^-, u_R y d_R forman los isosingletes débiles llamados e_{R_1}, u_{R_1} y d_{R_1} respectivamente. Repitiendo este proceso con las tres familias fermionicas, tenemos:

$$L_1 = \begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L, Q_1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L \quad (2.1)$$

$$e_{R_1} = e_R^-, u_{R_1} = u_R, d_{R_1} = d_R \quad (2.2)$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}_L, Q_2 = \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L \quad (2.3)$$

$$e_{R_2} = \mu_R^-, u_{R_2} = c_R, d_{R_2} = s_R \quad (2.4)$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} \tau^- \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L, Q_3 = \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad (2.5)$$

$$e_{R_3} = \tau_R^-, u_{R_3} = t_R, d_{R_3} = b_R \quad (2.6)$$

Debido a que en el Modelo Estándar los neutrinos se consideran no masivos, estos no tienen lado derecho.

La hipercarga de los fermiones, está dada por $Y_f = 2Q_f - 2I_f^3$ donde Q_f es la carga eléctrica del fermión en unidades de $+e$ y el término I_f^3 es la tercera componente del isospín débil y está definido como $I_f^3 = 1/2$ para ν_i y u_i o $I_f^3 = -1/2$ para e_i y d_i . Por otra parte, los quarks son tripletes bajo el grupo de simetría $SU(3)_C$, mientras que los leptones son singletes de color. Esto nos lleva a la expresión:

$$\sum_f Y_f = \sum_f Q_f = 0 \quad (2.7)$$

lo que garantiza la cancelación de anomalías quirales dentro de cada familia de fermiones, con lo que se preserva la renormalización de la teoría electrodébil.

Campos de norma

En el Modelo Estándar, también se introducen los campos de norma que corresponden a los bosones mediadores de las interacciones. En el sector electrodébil se tiene al campo B_μ el cual corresponde al generador Y del grupo $U(1)_Y$, también están los campos $W_\mu^{1,2,3}$ correspondientes a los generadores T^a (donde $a = 1, 2, 3$) del grupo $SU(2)_L$.

$$T^a = \frac{1}{2}\tau^a \quad (2.8)$$

Donde los τ^a con $(a = 1, 2, 3)$ son las matrices de Pauli 2×2 .

$$\tau^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \tau^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \tau^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Los generadores T^a satisfacen el álgebra de Lie de $SU(2)_L$

$$[T^a, T^b] = i\epsilon^{abc}T^c \quad (2.10)$$

Mientras que el generador Y

$$[Y, Y] = 0 \quad (2.11)$$

En el sector de la fuerza fuerte tenemos un octete de campos de gluones $G_\mu^{1,2,\dots,8}$ que corresponden a los 8 generadores T^a con $a = 1, \dots, 8$ del grupo $SU(3)_C$.

$$T^a = \frac{1}{2}\lambda^a \quad (2.12)$$

Donde λ^a (con $a = 1, \dots, 8$) son las matrices de Gell-Mann de 3×3

$$\begin{aligned} \lambda^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \lambda^7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \lambda^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Los 8 generadores T^a satisfacen las relaciones de conmutación.

$$[T^a, T^b] = if^{abc}T^c \quad \text{con} \quad \text{Tr}[T^a, T^b] = \frac{1}{2}\delta^{ab} \quad (2.14)$$

Donde el tensor f^{abc} representa a las constantes de estructura del grupo $SU(3)_C$. Los tensores de intensidad de los campo están dados por

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + g_s f^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \\ W_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g_2 \epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c \\ B_{\mu\nu} &= \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \end{aligned} \quad (2.15)$$

Donde los términos g_s, g_2 y g_3 son las constantes de acoplamiento de los grupos $SU(3)_C$, $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ respectivamente.

Debido a la naturaleza no abeliana de los grupo $SU(2)_L$ y $SU(3)_C$, existen auto interacciones en los campos de norma $V_\mu \equiv W_\mu, G_\mu$, los cuales son:

- Acoplamiento triple

$$ig_i \text{Tr}(\partial_\nu V_\mu - \partial_\mu V_\nu)[V_\mu, V_\nu], \quad (2.16)$$

- Acoplamiento cuártico

$$\frac{1}{2} g_i^2 \text{Tr}[V_\mu, V_\nu]^2 \quad (2.17)$$

Los campos de materia ϕ están acoplados a los campos de norma mediante la derivada covariante, la cual está definida como

$$D_\mu \psi = (\partial_\mu - ig_s T_a G_\mu^a - ig_2 T_a W_\mu^a - ig_1 \frac{Y_q}{2} B_\mu) \psi \quad (2.18)$$

Lo que nos lleva a los acoplamientos entre los fermiones y los campos de norma V_μ de la forma

$$-g_i \bar{\psi} V_\mu \gamma^\mu \psi \quad (2.19)$$

En el Modelo Estándar se tiene que el Lagrangiano sin los terminos de masa para fermiones ni bosones de norma está dado por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SM} = & -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \bar{L}_i i D_\mu \gamma^\mu L_i + \bar{e}_{R_i} i D_\mu \gamma^\mu e_{R_i} + \\ & \bar{Q}_i i D_\mu \gamma^\mu Q_i + \bar{u}_{R_i} i D_\mu \gamma^\mu u_{R_i} + \bar{d}_{R_i} i D_\mu \gamma^\mu d_{R_i} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Esta Lagrangiana es invariante ante transformaciones locales de $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$.

Hasta ahora, los campos de norma y los fermiones se han mantenido como no masivos. Para el caso de la interacción fuerte, esto no es un problema, ya que el gluón, siendo su mediador, no es una partícula sin masa mientras que los términos de masa $-m_q \bar{\psi} \psi$ para los quarks y leptones pueden ser generados sin romper la invarianza de norma de $SU(3)_C$.

Por otra parte para el caso del sector electrodébil, la situación no es tan sencilla, ya que si añadimos términos de masa $\frac{1}{2} m_V^2 W_\mu W^\mu$ para los bosones de norma, se estaría violando la invarianza de norma de $SU(2) \times U(1)$. Por ejemplo, si tomamos el caso de electrodinámica, los fotones no poseen masa debido a la simetría local ante $U(1)_Q$

$$\frac{1}{2} m_A^2 A_\mu A^\mu \rightarrow \frac{1}{2} m_A^2 (A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \alpha) (A^\mu - \frac{1}{e} \partial^\mu \alpha) \neq \frac{1}{2} m_A^2 A_\mu A^\mu \quad (2.21)$$

Ahora, si añadimos en la Lagrangiana un término explícito para la masa $-m_f \bar{\psi} \psi$ de cada fermión del modelo tendríamos

$$-m_e \bar{e} e = -m_e \bar{e} \left(\frac{1}{2} (1 - \gamma_5) + \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \right) e = -m_e (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R) \quad (2.22)$$

Lo cual manifiesta la no invarianza bajo la transformación de simetría de isospín, debido a que e_L es un miembro de un doblete de $SU(2)$, mientras que e_R es un miembro de un singlete, por lo

que incorporar de este modo los términos de masa para los bosones de norma y para los fermiones conduce a una violación de la invarianza de norma del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Por lo que es necesario preguntarse si acaso existe alguna manera de generar estas masas correspondientes a los bosones de norma y los fermiones sin violar la invarianza de norma del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Higgs, Brout, Englert, Gurankil, Hagen, Kibble propusieron el mecanismo de Higgs, el cual se explica en la siguiente sección.

2.2. Rompimiento espontáneo de la simetría

Por definición un sistema físico tiene una simetría espontáneamente rota si las interacciones que gobiernan la dinámica del sistema poseen tal simetría y el estado base (vacío) no la posee. Esta ruptura espontánea de simetría tiene repercusiones sobre la dinámica del sistema, una de estas consecuencias está descrita por el teorema de Goldstone[3], el cual establece que si una teoría de campos posee una simetría global del Lagrangiano que a su vez no es simetría del vacío (ruptura espontánea), entonces es necesario que exista un bosón escalar sin masa asociado a cada generador que no aniquile el vacío y que tiene sus mismos números cuánticos. Estos bosones son llamados **bosones de Goldstone**.

2.2.1. Rompimiento de una simetría global

Consideramos un campo escalar complejo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ cuya Lagrangiana está dada por:

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - V(\phi, \phi^*) \quad (2.23)$$

Donde el potencial renormalizable V más general está dado por

$$V(\phi, \phi^*) = \mu^2 \phi^* \phi + \lambda (\phi^* \phi)^2 \quad (2.24)$$

Este potencial V debe tener esta forma ya que solo puede tener términos de dimensión 4 como máximo para asegurar renormalizabilidad y además debe estar acotado por abajo para tener un vacío físico estable, lo que requiere que $\lambda > 0$, esto es porque en teoría de campos cuántica, las partículas se definen como excitaciones del campo alrededor de su estado de mínima energía o vacío $|0\rangle$: las partículas se destruyen cuando disminuye la energía del campo y se crean cuando aumenta la energía. Entonces si el potencial no fuera acotado por abajo, solo se destruirían partículas de manera indefinida al disminuir la energía del campo.

El valor de expectación del vacío es el valor de mínima energía del campo ϕ y se calcula de la siguiente forma

$$\langle \text{VEV} \rangle = \langle 0 | \phi | 0 \rangle = \phi_0 \quad (2.25)$$

La Figura 2.1 muestra el potencial V .

Podemos reescribir el Lagrangiano de la ecuación 2.23 en términos de ϕ_1 y ϕ_2 quedando

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_1 \partial^\mu \phi_1 + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_2 \partial^\mu \phi_2 - V \left(\frac{\phi_1^2 + \phi_2^2}{2} \right) \quad (2.26)$$

Este Lagrangiano es invariante ante la transformación global de $U(1)$

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\theta} \phi \quad (2.27)$$

Escribiendo esta transformación de manera explícita con $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$ se obtiene

$$\phi' = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\theta} (\phi_1 + i\phi_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \theta + i \sin \theta) (\phi_1 + i\phi_2) \quad (2.28)$$

$$\phi' = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos \theta \phi_1 - \sin \theta \phi_2) + \frac{1}{\sqrt{2}} i (\sin \theta \phi_1 + \cos \theta \phi_2) \quad (2.29)$$

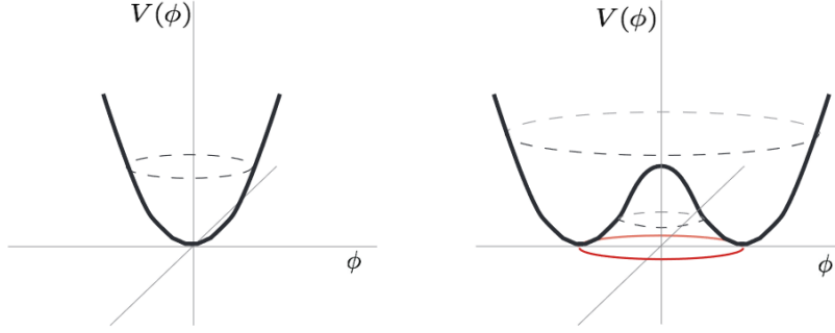


Figura 2.1: Potenciales acotados.

Esta ultima ecuación se puede reescribir como

$$\phi' = \begin{pmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Con lo que podemos concluir que la simetría ante $U(1)$ es equivalente a una simetría ante $SO(2)$. Ahora, reescribiendo el potencial de la ecuación 2.24 en términos de ϕ_1 y ϕ_2

$$V\left(\frac{\phi_1^2 + \phi_2^2}{2}\right) = \frac{\mu^2}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{\lambda}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (2.31)$$

Para encontrar el espectro de partículas físicas se expande el potencial alrededor de su estado de mínima energía (ϕ_{10}, ϕ_{20})

$$V(\phi_1, \phi_2) = V(\phi_{10}, \phi_{20}) + \frac{1}{2} \sum_{a,b} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \phi_a \partial \phi_b} \right)_0 (\phi_a - \phi_{a0})(\phi_b - \phi_{b0}) + \dots \quad (2.32)$$

Con $a = 1, 2, b = 1, 2$ y el subíndice 0 denota el valor mínimo. V tiene un mínimo en $\phi_1 = \phi_{10}$ y $\phi_2 = \phi_{20}$, entonces el término que contiene las primeras derivadas se anula, mientras que el término que contiene las segundas derivadas son los elementos de la matriz de masas \mathbf{m}^2 la cual esta dada por:

$$m_{ab}^2 = \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \phi_a \partial \phi_b} \right)_0 \quad (2.33)$$

Los extremos del potencial se obtienen mediante el procedimiento usual de igualar las derivadas a cero, lo cual se hace en las siguientes ecuaciones.

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_1} = \mu^2 \phi_1 + \lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)\phi_1 = (\mu^2 + \lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2))\phi_1 = 0 \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_2} = \mu^2 \phi_2 + \lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2)\phi_2 = (\mu^2 + \lambda(\phi_1^2 + \phi_2^2))\phi_2 = 0 \quad (2.35)$$

Existen dos posibilidades dependiendo del valor que tome μ^2 y se muestran en la figura 2.2:

1. Si $\mu^2 > 0$ solo se tiene un extremo en $\phi_1 = \phi_2 = 0$, el cual es un mínimo y la matriz de masas es

$$\mathbf{m}^2 = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_1^2} & \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_1 \partial \phi_2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_2 \partial \phi_1} & \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_2^2} \end{pmatrix}_0 = \begin{pmatrix} \mu^2 & 0 \\ 0 & \mu^2 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

Lo que corresponde a dos partículas escalares ϕ_1 y ϕ_2 de masa μ

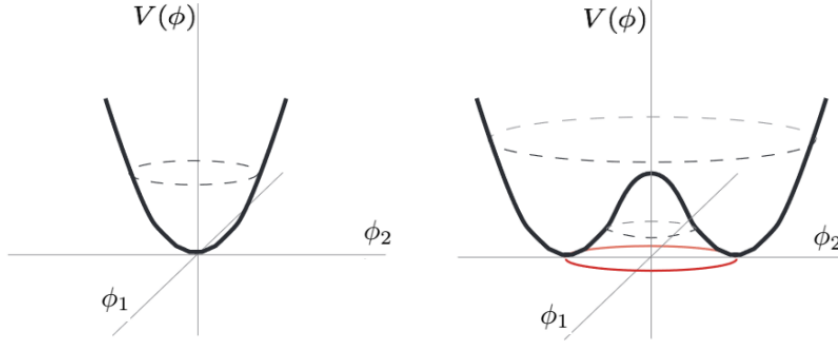


Figura 2.2: Potencial V donde $\mu^2 > 0$ y donde $\mu^2 = 0$.

2. Si $\mu^2 < 0$, se tienen dos extremos, uno en $\phi_1 = \phi_2 = 0$ que corresponde a un máximo y otro en

$$\phi\phi^* = \phi_1^2 + \phi_2^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} \quad (2.37)$$

que corresponde a un mínimo degenerado ya que todos los puntos sobre la circunferencia corresponden al mínimo.

En este caso, los elementos de la matriz de masa son:

$$m_{11}^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_1^2} \right|_0 = \mu^2 + \lambda(\phi_{10}^2 + \phi_{20}^2) + 2\lambda\phi_{10}^2 = 2\lambda\phi_{10}^2 \quad (2.38)$$

$$m_{22}^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_2^2} \right|_0 = \mu^2 + \lambda(\phi_{10}^2 + \phi_{20}^2) + 2\lambda\phi_{20}^2 = 2\lambda\phi_{20}^2 \quad (2.39)$$

$$m_{12}^2 = m_{21}^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_1 \partial \phi_2} \right|_0 = 2\lambda\phi_{10}\phi_{20} \quad (2.40)$$

Lo que da lugar a una matriz de masas no diagonal. En este caso, es necesario diagonalizar la matriz de masas ya que términos del tipo $\phi_1\phi_2$ en la densidad Lagrangiana no tienen significado físico, es decir, debemos hacer una rotación para llevar los estados de norma a los estados físicos o de masa. La diagonalización de la matriz se lleva a cabo por el método usual que consiste en encontrar sus valores propios, pero debe evaluarse en algún punto que satisfaga la condición de minimización expresada en la ecuación 2.37, la cuál puede escribirse como

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \nu^2 \quad (2.41)$$

Tomando $\nu^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$.

Si tomamos $\phi_1 = \nu$ y $\phi_2 = 0$, entonces la matriz de masas queda como

$$m^2 = \begin{pmatrix} -2\mu^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Lo que implica que hay un bosón escalar ϕ'_1 con masa $m_{\phi'_1}^2 = -2\mu^2$ y otro bosón escalar ϕ'_2 con masa cero, que se conoce como bosón de Goldstone. El potencial queda dado de manera aproximada como

$$V(\phi'_1, \phi'_2) = -2\mu^2(\phi_1 - \nu)^2 - (0)\phi_2^2 + \dots \quad (2.43)$$

Por lo que tenemos los nuevos campos

$$\phi'_1 = \phi_1 - \nu \text{ y } \phi'_2 = \phi_2 \quad (2.44)$$

Y escribiendo el potencial V de la ecuación 2.31 en termino de estos campos obtenemos

$$V\left(\frac{\phi_1^2 + \phi_2^2}{2}\right) = \frac{\mu^2}{4}\nu^2 + \lambda\nu^2\phi_1'^2 + \frac{\lambda}{4}(\phi_1'^2 + \phi_2'^2)^2 + \lambda\nu\phi_1'(\phi_1'^2 + \phi_2'^2) \quad (2.45)$$

Por lo que el Lagrangiano queda

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\phi'_1\partial^\mu\phi'_1 - \frac{1}{2}(2\lambda\nu^2)\phi_1'^2\right) + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi'_2\partial^\mu\phi'_2 - \nu\phi_1'(\phi_1'^2\phi_2'^2) - \frac{\lambda}{4}(\phi_1'^2 + \phi_2'^2)^2 \quad (2.46)$$

Este Lagrangiano representa a la densidad Lagrangiana de un escalar masivo ϕ'_1 con masa $m_1^2 = -2\mu^2$ y un escalar ϕ'_2 sin masa más términos de interacción. Es evidente que este Lagrangiano ya no tiene simetría ante $U(1)$, por lo que se dice que ésta se ha roto o está oculta. Al campo escalar no masivo ϕ'_2 se le conoce como bosón de Goldstone.

2.2.2. Rompimiento de una simetría local

Analicemos ahora el caso en el que una simetría local bajo el grupo $U(1)$ se rompe espontáneamente. Consideremos de nueva cuenta un campo escalar complejo $\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$ donde ahora se tiene una transformación de norma dada por:

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{-i\alpha(x)}\phi \quad (2.47)$$

Para que la densidad Lagrangiana sea invariante de norma se debe usar la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad (2.48)$$

Donde A_μ es el campo de norma asociado al bosón de norma mediador de la fuerza.

Con esto, la densidad Lagrangiana queda:

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi^*, \phi) \quad (2.49)$$

Ya que se introdujo el campo de norma, se debe agregar el término cinético correspondiente, por lo que la densidad Lagrangiana completa es:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^*(D^\mu\phi) - V(\phi^*, \phi) \quad (2.50)$$

Donde el tensor del campo de norma está dado por

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (2.51)$$

El Lagrangiano anterior es invariante ante la transformación de norma del grupo $U(1)$ dada por

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha(x)}\phi \quad (2.52)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha(x) \quad (2.53)$$

Para analizar el rompimiento espontáneo de la simetría de norma analizaremos el caso cuando $\mu^2 < 0$. Establecemos los campos escalares reales $\eta(x)$ y $\theta(x)$ y donde $v^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda}$ es el valor de expectación del vacío. Ahora con esto, redefinimos el campo escalar complejo como:

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta + v)e^{i\frac{\theta}{v}} \quad (2.54)$$

Dado que el Lagrangiano es invariante ante la transformación de la ecuación 2.52, podemos elegir de manera conveniente que:

$$\alpha(x) = \frac{\theta(x)}{v} \quad (2.55)$$

lo que se conoce como fijar la norma unitaria. Por lo que las transformaciones de las ecuaciones 2.52 y 2.53 quedan ahora como:

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{i\frac{\theta}{v}} \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta + v) \quad (2.56)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{ev} \partial_\mu \theta \quad (2.57)$$

Esto va a implicar:

$$D_\mu \phi \rightarrow D'_\mu \phi' = (\partial_\mu - ieA'_\mu) \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta + v) \quad (2.58)$$

$$F_{\mu\nu} \rightarrow F'_{\mu\nu} = \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu \quad (2.59)$$

Con esto, podemos escribir el término cinético del campo escalar como:

$$(D'_\mu \phi') * (D'^\mu \phi') = \frac{1}{2}((\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) + e^2(\eta + v)^2 B_\mu B^\mu) \quad (2.60)$$

Donde por simplicidad $B_\mu = A'_\mu$.

El nuevo Lagrangiano queda:

$$\mathcal{L}' = -\frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + (D'_\mu \phi') * (D'^\mu \phi') - V(\phi' * \phi') \quad (2.61)$$

$$\mathcal{L}' = -\frac{1}{4} F'_{\mu\nu} F'^{\mu\nu} + \frac{e^2}{2}(\eta + v)^2 A'_\mu A'^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) + \mu^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4} \eta^4 \quad (2.62)$$

$$B_{\mu\nu} \equiv F'_{\mu\nu} \quad (2.63)$$

Por lo que el Lagrangiano queda

$$\mathcal{L}' = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{e^2}{2}(\eta + v)^2 B_\mu B^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) + \mu^2 \eta^2 - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4} \eta^4 \quad (2.64)$$

Esta ecuación puede reescribirse como

$$\mathcal{L}' = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \frac{m_B^2}{2} B_\mu B^\mu + \frac{1}{2}((\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu_\eta^2 \eta^2) + \mathcal{L}_{int} \quad (2.65)$$

con $m_B^2 = e^2 v^2$, $m_\eta^2 = -2\mu^2$ y el Lagrangiano de interacción:

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{e^2}{2} \eta^2 B_\mu B^\mu + e^2 v \eta B_\mu B^\mu - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4} \eta^4 \quad (2.66)$$

De \mathcal{L}' se deduce el espectro de campos de masa o campos físicos asociados con dos partículas físicas (detectables experimentalmente):

1. Un campo de norma B_μ masivo con masa $m_B^2 = e^2 v^2$.
2. Un campo escalar masivo η con masa $m_\eta^2 = -2\mu^2$. Conocido como **bosón de Higgs**.

Este proceso se conoce como mecanismo de Higgs: por cada generador del grupo de norma roto se genera un término de masa para un bosón de norma.

2.3. Construcción del Lagrangiano invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$

La Lagrangiana invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para los fermiones tiene la forma:

$$\mathcal{L}_F = \bar{L}i\gamma^\mu(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu)L + \bar{R}i\gamma^\mu(\partial_\mu + ig'B_\mu)R \quad (2.67)$$

donde $A_\mu^i (i = 1, 2, 3)$ y B_μ son los campos de norma asociados a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente, mientras que g y g' corresponden a las constantes de acoplamiento. La forma explícita de la derivada covariante es

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu - ig'\frac{Y}{2}B_\mu \quad (2.68)$$

donde se toman los valores $Y = -1$ para L y $Y = -2$ para R en 2.67. R es un singlete de $SU(2)_L$ y por lo tanto no tiene acoplamiento con A_μ^i . El termino cinético de los campos de norma que se debe sumar a \mathcal{L}_f es

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (2.69)$$

con

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\epsilon_{ijk}A_\mu^j A_\nu^k \quad (2.70)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.71)$$

donde $F_{\mu\nu}^i$ y $B_{\mu\nu}$ son los tensores de intensidad de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente. En este Lagrangiano los términos de masa de los bosones de norma no aparece debido a la invarianza de norma local. Para proporcionar masa a los bosones de norma y hacer compatible la teoría con el experimento, se requiere el rompimiento espontáneo de la simetría

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}. \quad (2.72)$$

para llevar a cabo este procedimiento y poder dotar de masa a los tres bosones de norma del grupo $SU(2)$ se introducen dos campos escalares complejos que forman un doblete de $SU(2)$ que tienen hipercarga $Y_\phi = Y_L - Y_R = 1$

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

De la relación $Q = T^3 + \frac{Y}{2}$ se sigue que φ^+ tiene carga $Q = 1$ y φ^0 tiene carga $Q = 0$. La Lagrangiana para el doblete de Higgs está dada por

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) \equiv (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - \mu^2\phi^\dagger\phi - \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (2.74)$$

donde la derivada covariante es

$$D_\mu\phi = \left(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu - ig'B_\mu \right) \phi \quad (2.75)$$

Finalmente, con el propósito de generar la masa del electrón, introducimos un termino de acoplamiento con un doblete de Higgs, el cual se conoce como Lagrangiano de Yukawa, el cual es invariante de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y proporciona masa al electrón después del rompimiento espontáneo de la simetría :

$$\mathcal{L}_Y = -G_e(\bar{L}\phi R + \bar{R}\phi^\dagger L) + h.c. \quad (2.76)$$

Donde G_e es la constante de acoplamiento de Yukawa, la cual debe ser determinada de manera experimental. El Lagrangiano completo del modelo está dado por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_Y \quad (2.77)$$

2.4. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$

El potencial $V(\phi^\dagger\phi)$ dado en la ecuación 2.74 con $\lambda > 0$ y $m^2 = -\mu^2 > 0$, tiene un mínimo en el valor de ϕ dado por

$$\phi^\dagger\phi = \frac{v^2}{2} \quad (2.78)$$

con $v^2 = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}$. El rompimiento espontáneo de la simetría ocurre cuando el doblete escalar ϕ desarrolla un valor de expectación en el vacío

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (2.79)$$

Es conveniente parametrizar el doblete escalar en términos de los campos que denotan la variación de ϕ_0

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} = e^{-i\vec{\tau}\cdot\vec{\xi}/2\nu} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.80)$$

De este modo, los campos escalares complejos ϕ^+ y ϕ^0 son reemplazados por los 4 campos ξ_i ($i = 1, 2, 3$) y H , donde ξ_i son los bosones de Goldstone y H el bosón de Higgs. Ahora apliquemos la transformación unitaria.

$$U(\xi) = e^{-it\vec{a}\cdot\vec{\xi}/2\nu} \quad (2.81)$$

definimos los nuevos campos

$$\phi' = U(\xi)\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(v+H)\chi \quad (2.82)$$

$$L' = U(\xi)L \quad (2.83)$$

$$\vec{\mathbf{A}}'_\mu = U(\xi)\vec{\mathbf{A}}U(\xi)^{-1} - \frac{i}{g}(\partial_\mu U(\xi))U^\dagger(\xi) \quad (2.84)$$

con $\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\vec{\mathbf{A}}'_\mu = \vec{A}'_\mu \cdot \frac{\vec{\tau}}{2}$. El singlete R y el campo de norma B_μ permanecen invariantes bajo esta transformación. La Lagrangiana de la ecuación 2.77 es invariante ante esta transformación y escribimos cada termino de la siguiente forma.

$$\mathcal{L}_f = \bar{L}' i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}'_\mu + \frac{i}{2}g'B'_\mu)L' + \bar{R}' i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B'_\mu)R' \quad (2.85)$$

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B'_{\mu\nu} B'^{\mu\nu} \quad (2.86)$$

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) \quad (2.87)$$

$$\mathcal{L}_Y = -G_e(\bar{L}'\phi'R' + \bar{R}'\phi^\dagger L') + h.c. \quad (2.88)$$

Discutiremos ahora el significado físico de estos términos. Primero consideremos el sector escalar. Los campos escalares generan las masas de los bosones de norma y leptones y quarks vía el mecanismo de Higgs. Escribamos explícitamente \mathcal{L}_s como

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) - V(\phi^\dagger\phi) \quad (2.89)$$

con

$$(D_\mu\phi)^\dagger = (\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}'_\mu - \frac{i}{2}g'B'_\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v+H)\chi \quad (2.90)$$

El primer termino de la ecuación 2.89 contiene los términos cuadráticos de masa para los bosones de norma

$$\mathcal{L}_{mass} = \frac{v^2}{2}(g^2 A'^1_\mu A'^{1\mu} + g^2 A'^2_\mu A'^{2\mu} + (gA'^3_\mu - g'B'_\mu)^2) \quad (2.91)$$

Introduzcamos los campos para los bosones cargados W^\pm definidos por

$$W_\mu^\pm = \frac{A_\mu^1 \pm iA_\mu^2}{\sqrt{2}} \quad (2.92)$$

Entonces la suma del primer y segundo término del Lagrangiano de la ecuación 2.91 puede ser escrita como $\frac{1}{4}g^2v^2W_\mu^+W^{-\mu}$. Esto significa que los bosones vectoriales cargados W^\pm adquieren una masa

$$m_W = \frac{1}{2}gv \quad (2.93)$$

El término restante el cual está descrito por campos neutros se puede escribir como

$$\frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} A_\mu^3 & B'_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A^{3\mu} \\ B'^\mu \end{pmatrix} \quad (2.94)$$

El cual puede ser diagonalizado

$$\frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} Z_\mu & A_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \frac{v^2}{8}(g^2 + g'^2)Z_\mu Z^\mu \quad (2.95)$$

Por una transformación ortogonal

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & -\sin \theta_W \\ \sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B'_\mu \end{pmatrix} \quad (2.96)$$

Donde θ_W es llamado ángulo de Weinberg. De la relación de la ecuación 2.95 podemos ver que el bosón neutral Z tiene una masa de

$$m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2} \quad (2.97)$$

Mientras que el bosón neutral A_μ permanece sin masa y entonces puede ser identificado con el fotón. El potencial escalar después del rompimiento espontáneo de la simetría queda como

$$V(\phi'^\dagger \phi') = -\frac{\mu^2 v^2}{4} + \frac{1}{2}(2\mu^2)H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda^4}{4} \quad (2.98)$$

De esta ecuación podemos ver que la masa del bosón de Higgs es

$$m_H = \sqrt{2}\mu \quad (2.99)$$

Consideremos enseguida el Lagrangiano de Yukawa :

$$\mathcal{L}_Y = -G_e(\bar{L}'\phi'R' + \bar{R}'\phi'^\dagger L') + h.c = -\frac{G_e v}{\sqrt{2}}H\bar{e}'e' \quad (2.100)$$

Podemos identificar al primer término como el término de masa del electrón

$$m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}}v \quad (2.101)$$

Es interesante notar que la masa del electrón es proporcional al valor de la expectación en el vacío v del bosón de Higgs al igual que la masa de los bosones de norma de interacción débil.

La idea del Modelo Estándar es proponer una Lagrangiana que sea invariante ante transformaciones locales y que describa la interacción de los leptones mediante bosones de norma sin masa. Posteriormente se introduce un campo hipotético de Higgs con una densidad Lagrangiana escogida adecuadamente. Después de que se lleva a cabo el rompimiento espontáneo de la simetría de norma, se obtiene una Lagrangiana que se puede asociar a partículas con masa pero que ya no es invariante de norma ante $SU(2) \times U(1)$. Se debe tener cuidado que durante el rompimiento espontáneo de la simetría el fotón se mantenga sin masa, mientras que los bosones W y Z si adquieren masa. Esto se puede alcanzar si la Lagrangiana mantiene invarianza de norma ante el grupo $U(1)$.

Capítulo 3

Física del bosón de Higgs

El bosón de Higgs es una partícula elemental propuesta por el Modelo Estándar. Recibe este nombre en honor a Peter Higgs, quien de manera independiente con otros físicos, propuso en el año 1964 el hoy conocido como **mecanismo de Higgs** para explicar el origen de la masa de las partículas elementales. En algunas extensiones del Modelo Estándar pueden existir varios bosones de Higgs.

La búsqueda del bosón de Higgs empezó desde los años 70's. Con el paso del tiempo había la convicción de que dicha partícula debería existir ya que la teoría tenía mucha consistencia y los datos experimentales soportaban su validez, así que se pensaba que su descubrimiento era cuestión de tiempo. Después de 10^{15} colisiones protón-protón a una energía de 8 TeV, en julio de 2012 las colaboraciones CMS y ATLAS del LHC anunciaron los primeros indicios de una nueva partícula con las características de un bosón de Higgs con una masa de 125 GeV, y en marzo de 2013 se dieron a conocer nuevos datos que confirmaron este descubrimiento. El bosón de Higgs se había descubierto al fin y esto comprobaba totalmente que el Modelo Estándar es la teoría válida para las interacciones electromagnética, débil y fuerte.

La observación del bosón de Higgs en el LHC del CERN[4, 5], fue una prueba clara de que el mecanismo de ruptura de la simetría electrodébil se realiza en la naturaleza, como lo conjetura el Modelo Estándar. Hasta ahora, los datos experimentales que se han obtenido en el LHC han confirmado que las propiedades del bosón de Higgs son consistentes con las del Modelo Estándar, aunque algunos de sus acoplamientos aún están por medirse.

En octubre del 2013 se otorgó el premio Nobel de física a Peter Higgs y Francois Englert, proponentes principales del mecanismo de Higgs: “Por el descubrimiento teórico de un mecanismo que contribuye a nuestro entendimiento del origen de la masa de las partículas subatómicas, y que, recientemente fue confirmado gracias al descubrimiento de la partícula fundamental predicha, por los experimentos ATLAS y CMS en el LHC del CERN”. Con una energía que se planea sea de hasta 14 TeV, el LHC tiene como objetivo el estudio de la física del bosón de Higgs y de potenciales efectos de nueva física: supersimetría, dimensiones extra, materia oscura, etc.

El 5 de julio del 2022 inicio un nuevo periodo de toma de datos para los experimentos en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC). Este nuevo periodo de datos es conocido como **LHC Run 3** y se espera que pueda explorar indicios de algunos acoplamientos anómalos de Higgs.

3.1. El bosón de Higgs en el Modelo Estándar

El bosón de Higgs predicho por el Modelo Estándar es una partícula escalar masiva y eléctricamente neutra. Su termino de masa de acuerdo a la sección anterior es $m_H = \sqrt{2}\mu = \sqrt{2}\lambda v^2$, donde v es el valor de expectación en el vacío y esta dado por $v = (\sqrt{2}G_F)^{-1/2} \sim 250$ GeV, con G_F la constante de Fermi que es determinada por mediciones de decaimientos del muón. De esta manera

λ permanece como un parámetro libre del Modelo Estándar, por lo que el valor de la masa del bosón de Higgs no se puede determinar de primeros principios. Como consecuencia del mecanismo de Higgs, el bosón de Higgs se acopla a las partículas masivas a nivel árbol, cuyos acoplamientos están determinadas por las masas de las partículas. Por ejemplo los acoplamientos del bosón de Higgs al par fermión-antifermión es m_f/v , por lo que esta interacción es muy débil para el caso de los fermiones mas ligeros mientras que para el quark top su interacción es mas fuerte. En cuanto a los acoplamientos del Higgs con los bosones, estos son proporcionales al cuadrado de la masa del bosón vectorial débil.

Como ya hemos visto, en el Modelo Estándar se introduce un doblete de Higgs para llevar a cabo el mecanismo de rompimiento espontáneo de la simetría

$$\phi = \begin{pmatrix} \theta_2 + i\theta_1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H) - i\theta_3 \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Los campos θ_i se absorben para dotar de masa a los bosones de norma y H es el bosón de Higgs. Este doblete también da masa a los fermiones cargados mediante el Lagrangiano de Yukawa. Las interacciones del bosón de Higgs surgen de los siguientes términos:

- Las interacciones con los bosones de norma surgen del término cinético del doblete de Higgs:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) \quad (3.2)$$

- Las interacciones con los fermiones surgen del Lagrangiano de Yukawa:

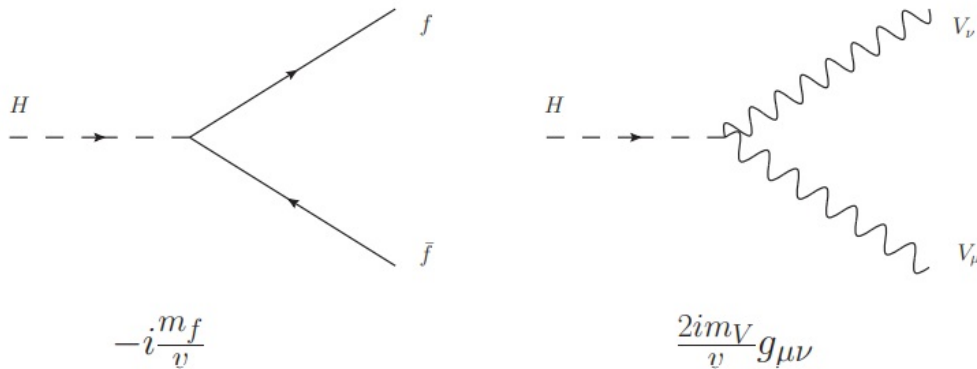
$$\mathcal{L} = -\lambda_e \bar{L} \phi e_R - \lambda_d \bar{Q} \phi d_R - \lambda_u \bar{Q} \tilde{\phi} u_R + h.c. \quad (3.3)$$

- Las autointeracciones surgen del potencial de Higgs:

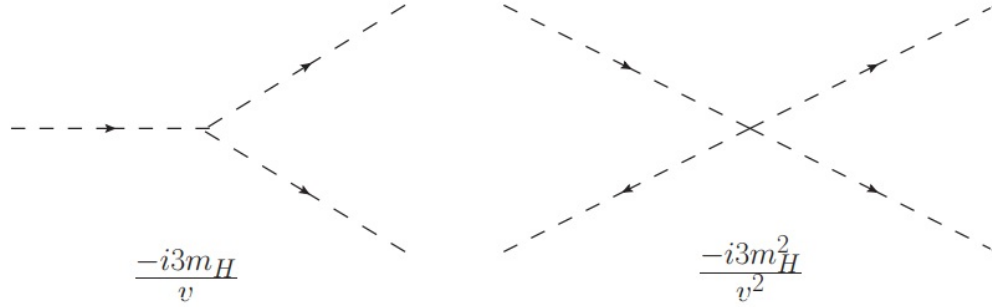
$$V = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (3.4)$$

3.2. Reglas de Feynman del Bosón de Higgs

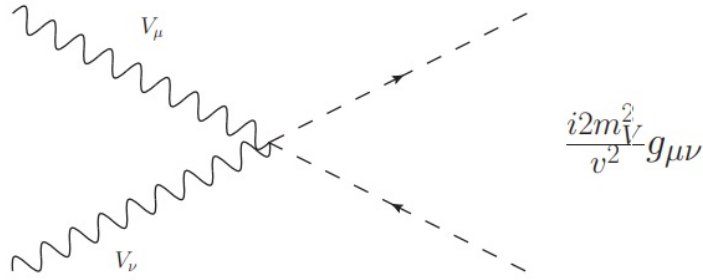
El bosón de Higgs tiene interacción con un par fermión-antifermión ($f\bar{f}$) y un par de bosones de norma VV^* :



El bosón de Higgs tiene autointeracciones:



También existe una interacción cuártica:



El bosón de Higgs interacciona directamente solo con las partículas con masa, de manera que no interacciona directamente con el fotón, los gluones o los neutrinos (en el Modelo Estándar estos últimos se consideran no masivos). Entonces el bosón de Higgs sólo se acopla con gran intensidad a los fermiones más pesados, en particular al quark t y a los bosones de norma W y Z .

A nivel de un lazo, el bosón de Higgs puede interactuar con todas las partículas que se muestran en la Figura 3.1.

3.3. Acoplamientos del bosón de Higgs

Al expandir el campo ϕ alrededor del vacío (Ecuación 2.79) y sustituir en el potencial $V(\phi^\dagger, \phi)$ de la Ecuación 3.4 ahora tenemos

$$V = \frac{1}{4}\lambda(\phi^\dagger\phi - \frac{1}{2}v^2)^2 = -\frac{1}{4}\lambda v^2 h^2 + \frac{1}{4}\lambda v h^3 + \frac{1}{16}\lambda h^4 \quad (3.5)$$

en donde el primer término de la segunda línea corresponde al término de masa del bosón de Higgs, el cual es $m_h^2 = \lambda v^2/2$ y los siguientes términos son auto interacciones. Para encontrar los términos cinéticos de los campos de norma, definimos primero los tensores de intensidad para los campos originales W_μ^i y B_μ . En el caso del campo B_μ se define el tensor $B_{\mu\nu}$ dado por:

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (3.6)$$

cuya contribución a la Lagrangiana cinética es de la forma $-B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}/4$ tal y como se utilizó en la Ecuación 2.50. Dado que el grupo $SU(2)$ es no Abelianiano, el tensor de intensidad para los campos de norma W_μ^i es de la forma

$$W_{\mu\nu}^1 = \partial_\mu W_\nu^1 - \partial_\nu W_\mu^1 + g_2(W_\mu^2 W_\nu^3 - W_\nu^2 W_\mu^3) \quad (3.7)$$

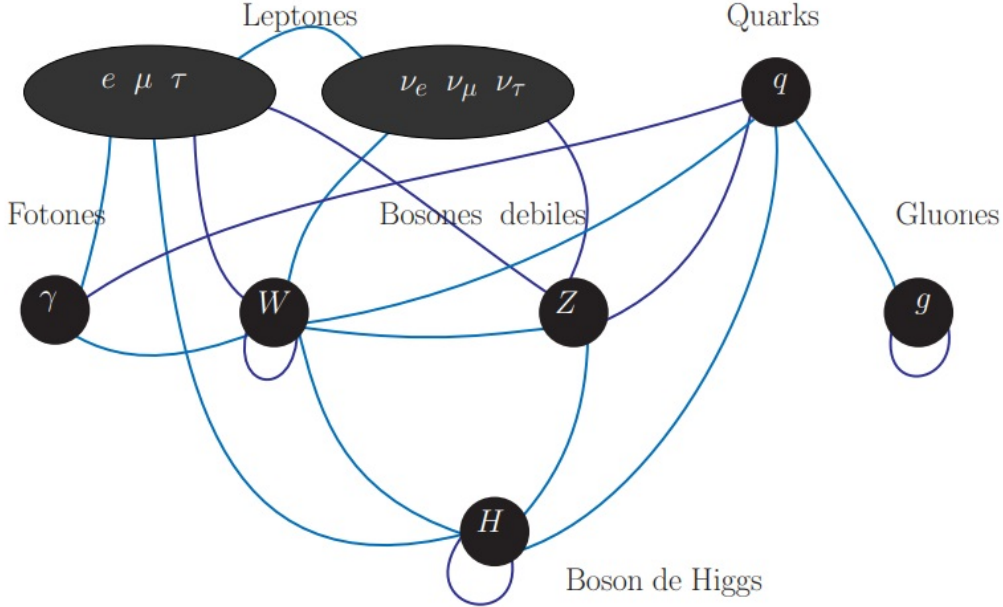


Figura 3.1: Partículas del Modelo Estándar con las que interactúa el bosón de Higgs a nivel de un lazo.

$$W_{\mu\nu}^2 = \partial_\mu W_\nu^2 - \partial_\nu W_\mu^2 + g_2(W_\mu^3 W_\nu^1 - W_\nu^3 W_\mu^1) \quad (3.8)$$

$$W_{\mu\nu}^3 = \partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3 + g_2(W_\mu^1 W_\nu^2 - W_\nu^1 W_\mu^2) \quad (3.9)$$

De esta manera, el término cinético de los campos de norma es

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = -\frac{1}{4}W_a^{\mu\nu}W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (3.10)$$

Utilicemos la combinación lineal $(W_\mu^1 \pm iW_\mu^2)/\sqrt{2}$ para pasar a los eigenestados de masa $W^p m_\mu$ en la Lagrangiana anterior, de esta manera obtenemos

$$\mathcal{L}_{\text{kin}} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu} - \frac{1}{2}W_{\mu\nu}^- W^{+\mu\nu} \quad (3.11)$$

En donde

$$W_{\mu\nu}^3 = \partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3 - ig_2(W_\nu^- W_\mu^+ - W_\mu^- W_\nu^+) \quad (3.12)$$

$$W_{\mu\nu}^+ = \partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+ - ig_2(W_\mu^3 W_\nu^+ - W_\nu^3 W_\mu^+) \quad (3.13)$$

Finalmente, de la Lagrangiana cinética para los campos de norma y del bosón de Higgs obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff} = & -\frac{1}{4}A^{\mu\nu}A_{\mu\nu} - \frac{1}{4}Z^{\mu\nu}Z_{\mu\nu} - D^{\dagger\mu}W^{-\nu}D_\mu W_\nu^- + D^{\dagger\mu}W^{-\nu}D_\nu W_\mu^- + \\ & ie(A^{\mu\nu} + \cot\theta_W Z^{\mu\nu})W_\mu^+ W_\nu^- - \frac{1}{2}\left(\frac{e^2}{s_W^2}\right)(W^{+\mu}W_\mu^- W^{+\nu}w_\nu^- - W^{+\mu}W_\mu^+ W^{-\nu}w_\nu^-) - \\ & (m_W^2 W^{+\mu}W_\mu^- + \frac{1}{2}m_Z^2 Z^\mu Z_\mu)\left(1 + \frac{h}{v}\right)^2 - \frac{1}{2}\partial^\mu h \partial_\mu h \end{aligned} \quad (3.14)$$

En donde se ha definido:

$$A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (3.15)$$

Como la intensidad del campo electromagnético y:

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu \quad (3.16)$$

como el termino cinético de Z_μ .

las cuales se pueden obtener a partir de las relaciones

$$Z_\mu = c_W W_\mu^3 - s_W B_\mu \quad (3.17)$$

y

$$A_\mu = s_W W_\mu^3 + c_W B_\mu \quad (3.18)$$

La Lagrangiana de la ecuación 3.14 describe un bosón escalar neutro $h(x)$, un bosón vectorial masivo no cargado Z_μ y un par de bosones vectoriales masivos W_μ^\pm que interactúan con el campo electromagnético A_μ . A manera de resumen escribimos la Lagrangiana de interacción del bosón de Higgs con los fermiones y los bosones de norma, así como sus términos de auto interacción.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int} = & \frac{m_f}{v} \bar{f} f h + \frac{2m_W^2}{v} W^{+\mu} W_\mu^- h + \frac{m_Z^2}{v} Z^\mu Z_\mu h + \\ & \frac{m_W^2}{v^2} W^{+\mu} W_\mu^- h h + \frac{m_Z^2}{2v^2} Z^\mu Z_\mu h h + \frac{m_h^2}{2v} h^3 + \frac{m_h^2}{8v^2} h^4 \end{aligned} \quad (3.19)$$

en donde hemos reescrito los acoplamientos en términos de las masas de las partículas.

3.4. Decaimientos del bosón de Higgs

Repasaremos también algunos de los decaimientos más importantes del bosón de Higgs en el Modelo Estándar. Las reglas de Feynman se pueden extraer directamente de la Ec. (agregar) y nos indican que el bosón de Higgs tiende a decaer a las partículas más pesadas que son cinemáticamente permitidas.

De acuerdo al Modelo Estándar, los decaimientos dominantes del bosón de Higgs son:

- A un par de fermiones
 - $H \rightarrow \mu\bar{\mu}, H \rightarrow \tau\bar{\tau}, H \rightarrow s\bar{s}, H \rightarrow c\bar{c}, H \rightarrow b\bar{b}$
- A un par de bosones WW o ZZ
 - $H \rightarrow W^*W \rightarrow \bar{\nu}_l l W, H \rightarrow Z^*Z \rightarrow qq'W$
 - $H \rightarrow W^*W \rightarrow \bar{l}l Z, H \rightarrow Z^*Z \rightarrow q\bar{q}Z$
- Otros decaimientos son:
 - A un par de fotones $H \rightarrow \gamma\gamma$
 - A un par de gluones $H \rightarrow gg$
 - A un foton y a un bosón de norma $Z H \rightarrow \gamma Z$
- No todos estos decaimientos están al alcance de la detección:
 - Los decaimientos a fermiones ligeros ocurren con probabilidad muy pequeña.
 - Los quarks ligeros y los gluones hadronizan rápidamente y aparecen como jets (chorros) de hadrones que son difíciles de identificar.

- Por lo tanto los decaimientos $H \rightarrow e^-e^+$, $H \rightarrow gg$ y $H \rightarrow q\bar{q}$ con ($q = u, d, s, c$) no tienen interés experimental, Mientras que el decaimiento $H \rightarrow \mu^- \mu^+$ será más difícil de detectar aunque ya hay mediciones preliminares al respecto.
- Los decaimientos que ofrecen las mayores expectativas para ser detectados son $H \rightarrow \tau\bar{\tau}$, $H \rightarrow b\bar{b}$, $H \rightarrow Z^*Z \rightarrow \bar{l}l + \bar{l}l$, $H \rightarrow W^*W \rightarrow \nu_l\bar{l} + \nu_l\bar{l}$, $H \rightarrow \gamma\gamma$ y $H \rightarrow \gamma Z \rightarrow \gamma\bar{l}l$

Podemos ver los diagramas de estos decaimientos así como su probabilidad en la Figura 3.2.

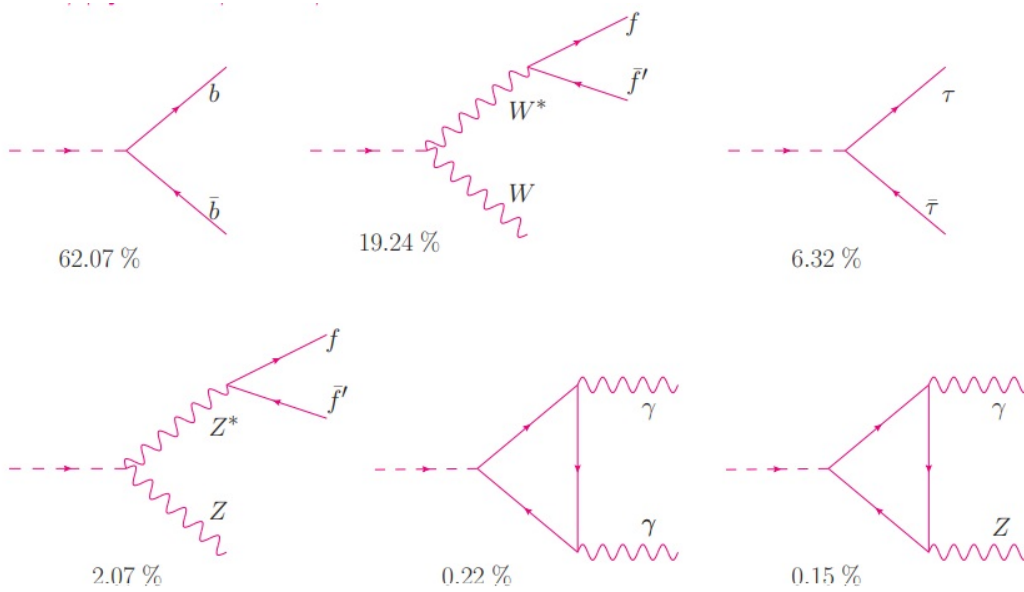


Figura 3.2: Decaimientos del bosón de Higgs.

Presentamos también las fracciones de decaimiento del bosón de Higgs del ME en función de su masa en la Figura 13 3.3.

3.5. Modos de producción del bosón de Higgs

Como hemos enfatizado mucho, el bosón de Higgs es una de las partículas más importantes para el estudio de física de altas energías, por esta razón es interesante considerar los procesos de producción de este bosón mediante las colisiones hadrónicas, las cuales ocurren durante los experimentos del LHC. A nivel fundamental, las colisiones protón-protón y protón-antiprotón, involucran de manera predominante a los bosones W^\pm , Z y a los fermiones más pesados (quarks top). En estas colisiones, los procesos de reducción predominantes para producir el bosón de Higgs son:

- Fusión de gluones
Este mecanismo [6] se lleva a cabo mediante un lazo de quarks y tiene la sección transversal más grande en el LHC. Su observación permite una restricción indirecta sobre el acoplamiento $t\bar{t}H$ incluso para $m_H \ll 2m_f$ (Figura 3.4a).

$$gg \rightarrow H \tag{3.20}$$

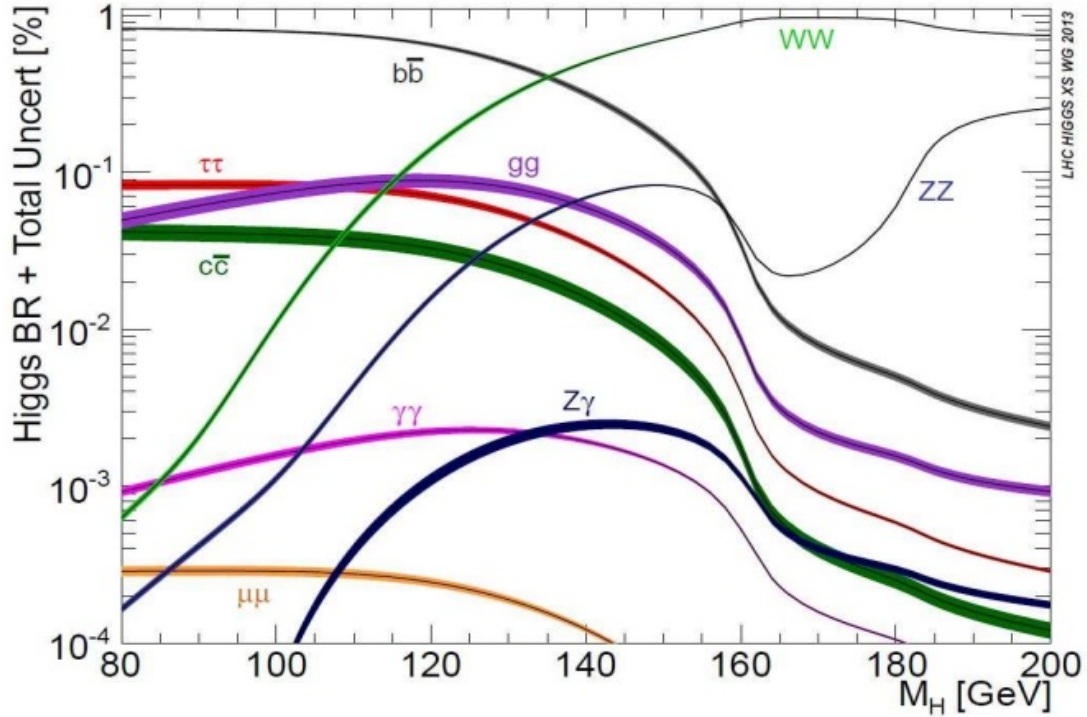


Figura 3.3: Fracciones de decaimiento del bosón de Higgs.

- Mecanismo Higgstrahlung
Este es un proceso de producción asociada de W^\pm o ZH [7] ya que tiene una tasa de producción más baja, tiene la ventaja de poder identificar las partículas asociadas (Figura 3.4b).

$$q\bar{q} \rightarrow V + H \quad (3.21)$$

- Fusión de bosones
Como ya se mencionó, existe esencialmente una manera de producir el bosón de Higgs a través de su acoplamiento con el quark top, a lo que llamamos *fusión de gluones*. Ahora, consideremos una posibilidad alternativa a través de los bosones de norma W^\pm y Z en lugar del quark top. Estos bosones de norma no poseen carga de color y sus masas son aproximadamente la mitad de la del quark top. Esto hace que la producción del bosón de Higgs a través de los bosones Z/W sea un poco diferente al caso anterior. Este mecanismo de producción del bosón de Higgs mediante V (donde V es uno de los bosones Z y W^\pm) es a lo que llamamos **Fusión de bosones vectoriales** (Figura 3.4c). [8]

$$q\bar{q} \rightarrow V * V^* \rightarrow q\bar{q} + H \quad (3.22)$$

- Producción con quarks pesados
Finalmente, se presentan los diagramas de Feynman para la producción del bosón de Higgs en asociación con un par top-anti top [6, 9]. Este proceso es similar al proceso de fusión de gluones con la excepción de que el par de quarks top no se cierran en un lazo (Figura 3.4d).

$$gg, qq \rightarrow Q\bar{Q} + H \quad (3.23)$$

en donde q representa a un quark genérico, Q representa los quarks pesados y V a los bosones vectoriales W^\pm y Z .

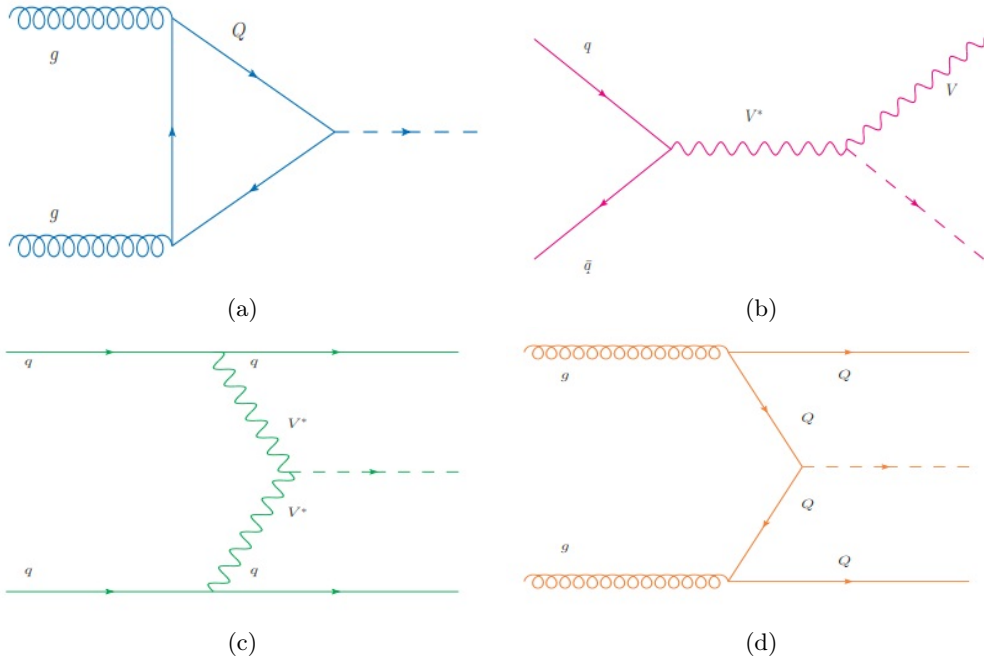


Figura 3.4: Modos de producción del bosón de Higgs.

La sección eficaz de los distintos modos de producción en el LHC y en el futuro colisionador lineal e^-e^+ son presentados en la Figura 3.5.

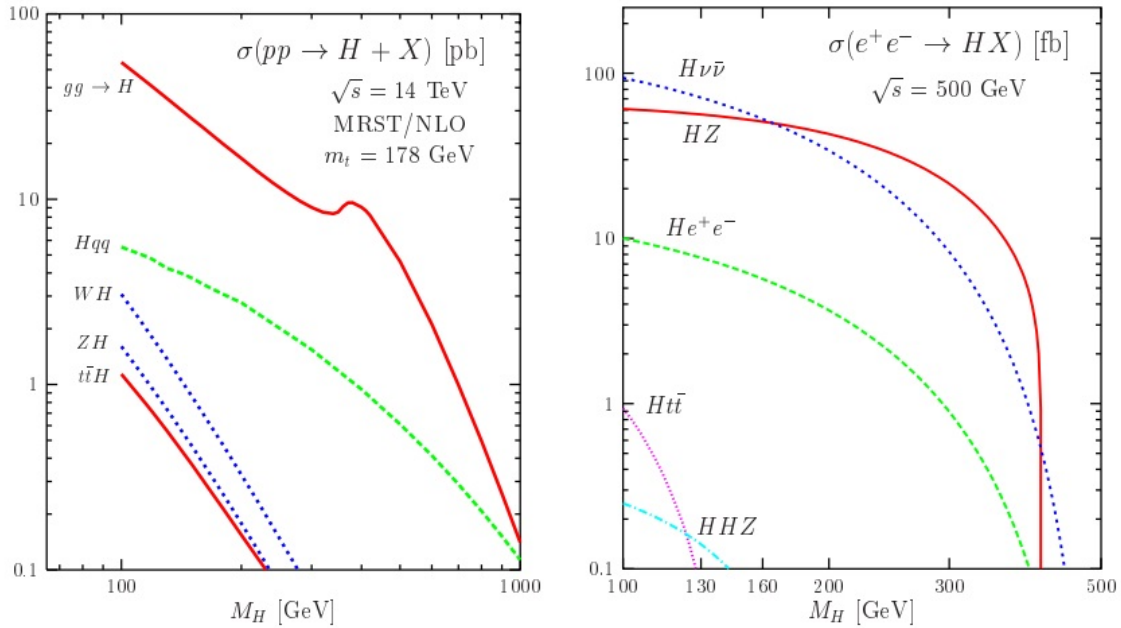


Figura 3.5: Sección eficaz de los modos de producción.

Capítulo 4

Cálculo de los momentos dipolares débiles eléctrico y magnético de un fermión

4.1. Momentos dipolares débiles de un fermión y el vértice ffZ

Los momentos dipolares débiles son propiedades fundamentales de las partículas que describen cómo responden a campos eléctricos y magnéticos débiles. Estos momentos son especialmente importantes en el estudio de las interacciones fundamentales en la física de partículas, ya que proporcionan información detallada sobre la estructura interna y las propiedades electromagnéticas de las partículas elementales.

El momento dipolar eléctrico débil d_f^W (WEDM) de un fermión se refiere a la medida en la que un fermión puede interactuar débilmente con un campo eléctrico. En el contexto del Modelo Estándar de la física de partículas, este momento dipolar se relaciona con la violación de la paridad, lo que significa que las interacciones débiles no son simétricas bajo inversiones espaciales. En términos más específicos, WEDM es una medida de la asimetría de la distribución de carga eléctrica dentro del fermión. Los fermiones, como los quarks y los leptones, tienen estructuras internas que pueden tener desequilibrios en la distribución de carga eléctrica. Por ejemplo, los quarks dentro de un neutrón tienen diferentes cargas eléctricas, lo que da lugar a un momento dipolar eléctrico débil neto para el neutrón.

Es importante tener en cuenta que, en la mayoría de los casos, estos momentos dipolares eléctricos débiles son extremadamente pequeños y difíciles de detectar experimentalmente. Sin embargo, son de gran importancia teórica y han sido objeto de estudio en experimentos de alta precisión para confirmar las predicciones del modelo estándar de la física de partículas.

Por otro lado, el momento dipolar magnético débil a_f^W (WMDM) de un fermión se refiere a su capacidad para interactuar débilmente con un campo magnético. Es una medida de la polaridad magnética del fermión en el contexto de las interacciones débiles. En el Modelo Estándar de la física de partículas, los bosones W y Z son responsables de las interacciones débiles. Los fermiones, como los quarks y los leptones, pueden tener momentos dipolares magnéticos débiles debido a su estructura interna y su interacción con estos bosones. En otras palabras, el momento dipolar magnético débil es proporcional al espín del fermión y a su acoplamiento débil, y puede ser expresado en términos de su función de onda y la matriz de corrientes débiles. La violación de la paridad en las interacciones débiles es lo que permite la existencia de momentos dipolares magnéticos débiles.

En la mayoría de los casos al igual que WEDM, estos momentos dipolares magnéticos débiles son muy pequeños y son difíciles de detectar directamente, pero pueden influir en ciertos procesos físicos, como la dispersión neutrón-electrón, lo que los hace importantes para la comprensión de las interacciones fundamentales en la naturaleza.

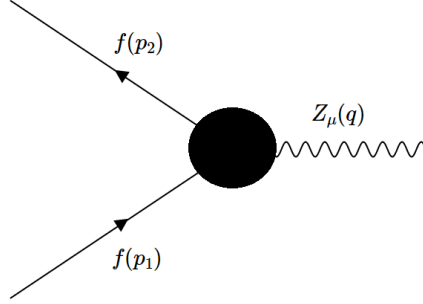


Figura 4.1: Vértice efectivo ffZ , el círculo negro representa la contribución a nivel de árbol y de más altos ordenes en teoría de perturbaciones.

Calcular la amplitud del diagrama de la Figura 4.1 será importante para hallar la estructura de los momentos WEDM y WMDM. Dicha amplitud se expresa como:

$$\mathcal{M}_{ffz} = ie\bar{u}(p_2)\Gamma^\mu u(p_1)\epsilon_\mu(q) \quad (4.1)$$

Γ^μ es la función vértice y está dada por la siguiente expresión

$$\Gamma^\mu = i\sigma^{\mu\nu}q_\nu F_2(q^2) + F_3(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu\gamma^5 \quad (4.2)$$

Los momentos dipolares, se definen a partir de los factores $F_2(q^2)$ y $F_3(q^2)$ de la siguiente manera

$$a_f^W = -2m_f F_2(m_z^2), \quad d_f^W = -eF_3(m_z^2) \quad (4.3)$$

Por lo que es posible escribir la amplitud en función de los momentos dipolares

$$\mathcal{M}_{ffz} = \bar{u}(p_2) \left[\frac{e}{2m_f} a_f^W \sigma^{\mu\nu} q_\nu - i e d_f^W \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5 \right] u(p_1) \epsilon_\mu(q) \quad (4.4)$$

Estos momentos dipolares débiles, pueden recibir contribuciones de diagramas de mas alto orden, lo cual abordaremos mas adelante.

4.2. Acoplamiento anómalo HZZ

El acoplamiento anómalo HZZ se refiere a una desviación de los valores esperados en las interacciones entre el bosón de Higgs H y dos bosones Z en comparación con las predicciones del Modelo Estándar. Este tipo de acoplamiento anómalo podría indicar la presencia de nueva física o violaciones de simetrías en las interacciones del bosón de Higgs con otras partículas. Recientemente la Colaboración CMS ha informado por primera vez datos sobre el acoplamiento HZZ off-shell mediante la producción del bosón de Higgs off-shell $pp \rightarrow H^* \rightarrow ZZ$ [10], lo que requiere que el cuadrimomento del bosón de Higgs off-shell sobrepase el umbral $\|q\| = 2m_Z$.

Se han explorados cuales podrian ser las implicaciones fenomenológicas del acoplamiento HZZ [11, 12]. Algunas de estas implicaciones se han estudiado a través de la producción de HZ [13, 14]. Por lo tanto, vale la pena estudiar el acoplamiento HZZ , ya que requiere una determinación muy precisa de todas sus contribuciones de orden más bajo. El Lagrangiano más general para

Cálculo de los momentos dipolares débiles eléctrico y magnético de un fermión
4.2 Acoplamiento anómalo HZZ

el acoplamiento HZZ tiene operadores de hasta dimensión 6, el cual puede escribirse en la base Hagiwara [15] como:

$$\mathcal{L} = \frac{g}{c_W} m_z \left[\frac{(1 - a_Z)}{2} H Z_\mu Z^\mu + \frac{1}{2m_z^2} (b_Z H Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + c_Z ((\partial_\mu H) Z_\nu - (\partial_\nu H) Z_\mu) Z^{\mu\nu} + \tilde{b}_Z H Z_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu}) \right] \quad (4.5)$$

Donde, $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$ y $\tilde{Z}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} Z^{\alpha\beta}/2$. En el Modelo Estándar, los términos a_Z , b_Z , c_Z y \tilde{b}_Z son cero a nivel de árbol, pero pueden generarse a nivel de lazos o en teorías de extensión.

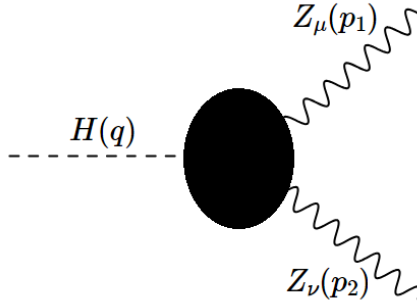


Figura 4.2: Vértice efectivo HZZ .

Del Lagrangiano anterior, es posible presentar la regla de Feynman del vértice HZZ (Figura 4.2) la cual toma la forma

$$\frac{igm_z}{C_W} \Gamma_{\mu\nu} \quad (4.6)$$

Donde, el factor $\Gamma_{\mu\nu}$ [15] se conoce como la función vértice del acoplamiento HZZ y se representa como

$$\Gamma_{\mu\nu} = h_1 g_{\mu\nu} + \frac{h_2}{m_z^2} p_{1\nu} p_{2\mu} + \frac{h_3}{m_z^2} \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^\alpha p_2^\beta \quad (4.7)$$

Los términos p_1 y p_2 son los 4-momentos de los bosones de norma Z . El acoplamiento HZZ contribuye a nivel de un lazo a los momentos dipolares débiles de un fermión por medio de los diagramas de la Figura 4.3.

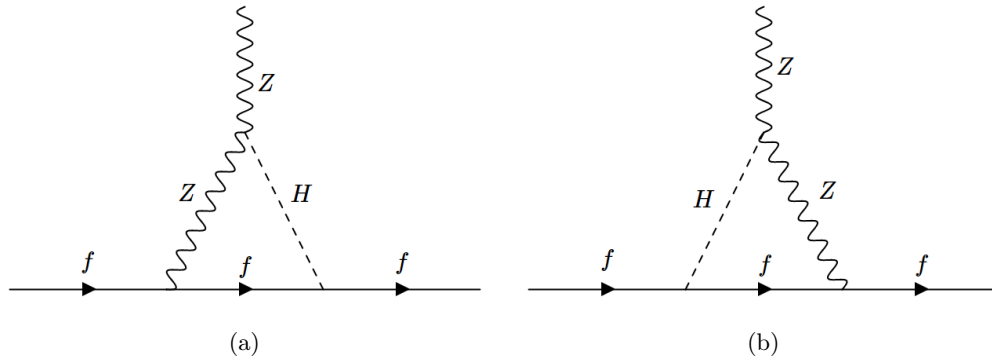


Figura 4.3: Diagramas de Feynman para la contribución anómala del vértice HZZ a los momentos dipolares débiles de un fermión.

4.3. Cálculo de la amplitud a nivel de un lazo ($f + Z \rightarrow f$)

Para realizar predicciones en el marco del Modelo Estándar, es necesario cuantizar la teoría mediante teoría cuántica de campos para poder así, calcular la amplitud de probabilidad \mathcal{M} de un proceso. Sin embargo, hacer esto, no es para nada tarea sencilla. Dicha amplitud \mathcal{M} no puede ser calculada de manera exacta sino que será aproximada mediante teorías de tipo perturbativo (como electrodinámica o la teoría electrodébil) y se podrá expresar como una suma de términos cada uno de un orden mayor que el anterior.

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}_0 + \mathcal{M}_{1\text{-loop}} + \mathcal{M}_{2\text{-loop}} + \dots \quad (4.8)$$

El término de menor orden se conoce como amplitud de Born $M_0 = M_{\text{Born}}$

Richard Feynman (1918-1988) desarrolló un método diagramático que facilita de manera significativamente grande el calculo de la amplitud \mathcal{M} . Este método consiste en esbozar diagramas donde las partículas están representadas por líneas¹ y las interacciones por los vértices donde las partículas se crean o aniquilan. Los diagramas de Feynman deben construirse correspondientes a cada proceso a un cierto orden de teoría de perturbaciones y posteriormente se aplican una serie de prescripciones matemáticas para determinar la amplitud de transición \mathcal{M} de dicho proceso. A estas prescripciones son a lo que llamamos **reglas de Feynman** y se pueden obtener directamente del Lagrangiano de la teoría.

Se calcularan las amplitudes de los diagramas de la Figura 4.4, lo cuales como hemos visto, son los diagramas donde el vértice HZZ contribuye a los momentos dipolares débiles de los fermiones, estos diagramas.

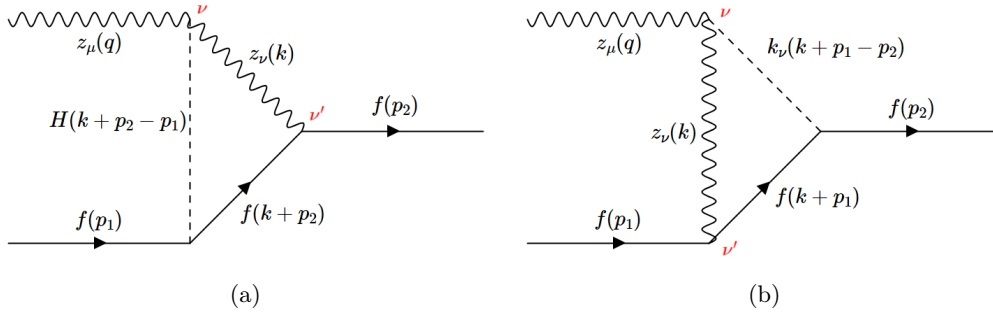


Figura 4.4: Ajuste de los diagramas de Feynman que contribuyen a los momentos dipolares débiles de un fermión.

Cabe mencionar, que los cuadrimentos de las partículas que circulan en los lazos de los diagramas se conservan en cada vértice, por esta razón, nos permitimos escribir a dos de los cuadrimentos de las líneas internas en dependencia del cuadrimento restante, el cuál se conoce como cuadrimento indeterminado. Para este cálculo se tomó como cuadrimento indeterminado al cuadrimento de la línea interna asociado al bosón de norma Z . A dicho cuadrimento le corresponde una integral de cuadrimento por cada lazo en el diagrama. Por esta razón debe realizarse una integración sobre todo el espacio de momentos. Durante el cálculo de estos diagramas se aplicaron las condiciones de capa de masa que cumplen las partículas externas reales. Dichas condiciones se expresan con las siguientes ecuaciones:

$$q^2 = m_z^2 \quad (4.9)$$

$$p_1^2 = p_2^2 = m_f^2 \quad (4.10)$$

¹Cada tipo de línea corresponderá a cada tipo de partícula: Líneas rectas, representan fermiones, líneas ondulatorias representan bosones de norma, líneas punteadas representan bosones escalares y líneas en espiral corresponden a los gluones.

Cálculo de los momentos dipolares débiles eléctrico y magnético de un fermión
4.3 Cálculo de la amplitud a nivel de un lazo ($f + Z \rightarrow f$)

$$p_1 \cdot p_2 = m_f^2 - \frac{m_z^2}{2} \quad (4.11)$$

$$p_2 \cdot q = \frac{m_z^2}{2} \quad (4.12)$$

$$p_1 \cdot q = -\frac{m_z^2}{2} \quad (4.13)$$

Igualmente se hace uso de la condición de transversalidad $q^\mu \epsilon_\mu = 0$ por lo que para este cálculo se tomara

$$q^\mu = 0 \quad (4.14)$$

Recordando que q está definido como $q = p_2 - p_1$, esto implica la siguiente igualdad

$$p_2^\mu = p_1^\mu \quad (4.15)$$

En la sección 3.1 se presentaron todas las reglas de Feynman que son necesarias para este cálculo, por lo que procedemos a calcular la amplitud de la Figura 4.4a la cuál identificaremos como \mathcal{M}_1 :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 = & \bar{u}(p_2) \frac{ig}{2C_W} (g_V^f - g_A^f \gamma^5) \gamma^{\nu'} \frac{i(\not{k} + \not{p}_2 + m_f)}{(k + p_2)^2 - m_f^2} \frac{igm_f}{2m_W} u(p_1) \\ & \times (-i) \frac{g^{\nu\nu'} - \frac{k^\nu k^{\nu'}}{m_z^2}}{k^2 - m_z^2} \frac{i}{(k + p_2 - p_1)^2 - m_H^2} \frac{igm_z}{C_W} \Gamma^{\mu\nu} \epsilon_\mu(q) \end{aligned} \quad (4.16)$$

Usando la ecuación 4.7 para $\Gamma^{\mu\nu}$ y simplificando términos, la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 = & \frac{g^3 m_f \epsilon_\mu(q)}{4m_W m_z C_W^2} \bar{u}(p_2) (g_V^f - g_A^f \gamma^5) \gamma^{\nu'} \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_f)}{(k + p_2)^2 - m_f^2} u(p_1) \\ & \times \frac{g^{\nu\nu'} - \frac{k^\nu k^{\nu'}}{m_z^2}}{k^2 - m_z^2} \frac{1}{(k + p_2 - p_1)^2 - m_H^2} (m_z^2 h_1 g^{\mu\nu} + h_2 q^\nu k^\mu + h_3 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha k_\beta) \end{aligned} \quad (4.17)$$

Para finalizar, integramos sobre el cuadrimento indeterminado k en D dimensiones y agregamos un factor de color $N_c^f = 3$ para quarks y $N_c^f = 1$ para leptones cargados. Entonces se obtiene la siguiente amplitud

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 = & \frac{g^3 N_c^f m_f \epsilon_\mu(q)}{4m_W m_z C_W^2} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) (g_V^f - g_A^f \gamma^5) \gamma^{\nu'} \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_f)}{(k + p_2)^2 - m_f^2} u(p_1) \\ & \times \frac{g^{\nu\nu'} - \frac{k^\nu k^{\nu'}}{m_z^2}}{k^2 - m_z^2} \frac{1}{(k + p_2 - p_1)^2 - m_H^2} (m_z^2 h_1 g^{\mu\nu} + h_2 q^\nu k^\mu + h_3 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha k_\beta) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Construiremos ahora la amplitud del diagrama de la Figura 4.4b, siguiendo el mismo procedimiento, obtenemos la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2 = & \frac{g^3 N_c^f m_f \epsilon_\mu(q)}{4m_W m_z C_W^2} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \bar{u}(p_2) \frac{\not{k} + \not{p}_1 + m_f}{(k + p_1)^2 - m_f^2} (g_V^f - g_A^f \gamma^5) \gamma^{\nu'} u(p_1) \\ & \times \frac{g^{\nu\nu'} - \frac{k^\nu k^{\nu'}}{m_z^2}}{k^2 - m_z^2} \frac{1}{(k + p_1 - p_2)^2 - m_H^2} (m_z^2 h_1 g^{\mu\nu} + h_2 q^\nu k^\mu + h_3 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha k_\beta) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Uso de FeynCalc

Una vez expresadas las amplitudes \mathcal{M}_1 y \mathcal{M}_2 , se aplica el método de reducción de Passarino-Veltman [16], el cuál permite expresar la amplitud \mathcal{M} en términos de funciones escalares de Passarino-Veltman ($A_0, B_0, C_0, D_0, \dots$). Para esto fué necesario el uso de software especializado, en este caso se hizo uso de FeynCalc [17] en su version 10.0.0 el cual es un paquete de Mathematica para la evaluación simbólica de diagramas de Feynman y cálculos algebraicos en teoría cuántica de campos y física de partículas elementales.

Una vez aplicado el método PV a este proceso, se obtuvo que la amplitud \mathcal{M} , está escrita en función de 6 funciones tipo B_0 y una función tipo C_0 las cuales se enlistan a continuación:

$$\begin{aligned}
 & B_0(0, m_f^2, m_f^2) \\
 & B_0(0, m_H^2, m_H^2) \\
 & B_0(0, m_Z^2, m_Z^2) \\
 & B_0(m_f^2, m_f^2, m_H^2) \\
 & B_0(m_f^2, m_f^2, m_Z^2) \\
 & B_0(m_Z^2, m_H^2, m_Z^2) \\
 & C_0(m_f^2, m_f^2, m_Z^2, m_H^2, m_f^2, m_Z^2)
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Sin embargo dicha amplitud se expresa en estructuras redundantes por los que utilizando algunas identidades es posible su reducción a la ecuación 4.21. Todo el proceso de la aplicación del método PV, así como la reducción de las estructuras se puede encontrar en el apéndice A.

$$\mathcal{M} = -\frac{g^3 N_c^f m_f}{4m_W m_z C_W^2} \bar{u}(p_2) \left[A \frac{i}{2} \sigma^{\mu\nu} q_\nu + B \frac{i}{2} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5 \right] u(p_1) \epsilon_\mu \tag{4.21}$$

Capítulo 5

Resultados y conclusiones

En comparativa la ecuación 4.21 con la ecuación 4.4, observamos que:

$$\frac{e}{2m_f} a_f^W = -\frac{g^3 N_c^f m_f}{4m_W m_z C_W^2} \frac{i}{2} A \quad (5.1)$$

Y

$$i e d_f^W = \frac{g^3 N_c^f m_f}{4m_W m_z C_W^2} \frac{i}{2} B \quad (5.2)$$

De estas ecuaciones se obtienen los siguientes valores:

$$a_f^W = -\frac{ig^3 N_c^f m_f^2}{4em_W m_z C_W^2} A \quad (5.3)$$

Y

$$d_f^W = \frac{g^3 N_c^f m_f}{8em_W m_z C_W^2} B \quad (5.4)$$

Donde los valores A y B son proporcionales a los momentos dipolares. Sin embargo existe un inconveniente al determinar los valores de A y B , ya que estos están en función de las funciones Passarino-Veltman de la ecuación 4.20. Y esto presenta problemas, ya que recordemos que las funciones de Passarino-Veltman B_0 tienen la estructura:

$$B_0 = \frac{-2}{D-4} + Bf_0 \quad (5.5)$$

Donde Bf_0 es una función finita, por lo que notamos que estamos ante el problema de que las B_0 tienen un termino divergente. Para conocer cual es ese termino divergente en los resultados de A y B usamos la función de FeynCalc PaVeUVPart y obtenemos

$$\text{Div}(A) = \frac{8ig_A}{D^2 - 6D + 8} h_3 \quad (5.6)$$

y

$$\text{Div}(B) = \frac{4g_A(2m_f^2 + 3m_z^2)}{(D-4)(D-2)(D-1)m_z^4} h_2 \quad (5.7)$$

donde $\text{Div}(a)$ y $\text{Div}(b)$ son los terminos divergentes de a y b respectivamente.

A continuación se muestra la forma explicita de los momentos dipolares a_f^W y d_f^W donde se han sustituido los valores A y B

$$\begin{aligned}
 a_f^W = & \frac{g^3 N_c^f m_f^2}{4em_W m_z C_W^2 (D-2) m_z^4 (m_z^2 - 2m_f^2)^2} ([8g_A h_3 m_f^2 m_z^4 - 2g_A h_3 m_z^6] B_0(0, m_z^2, m_z^2) + \\
 & [2g_A h_3 m_H^2 (4m_f^2 - m_z^2) m_z^2] B_0(0, m_H^2, m_H^2) + [4g_A h_3 m_f^2 (m_z^2 - 4m_f^2) m_z^2] B_0(0, m_f^2, m_f^2) + \\
 & [8ig_V h_1 m_f^2 m_z^4 - 4iDg_V h_1 m_f^2 m_z^4 - 4Dg_A h_3 m_f^2 m_z^4 + 8g_A h_3 m_f^2 m_z^4 + Dg_A h_3 m_H^2 m_z^4 - \\
 & 4g_A h_3 m_H^2 m_z^4 + 16iDg_V h_1 m_f^4 m_z^2 - 32ig_V h_1 m_f^4 m_z^2 + 16Dg_A h_3 m_f^4 m_z^2 - 32g_A h_3 m_f^4 m_z^2 - \\
 & 6Dg_A h_3 m_f^2 m_H^2 m_z^2 + 20g_A h_3 m_f^2 m_H^2 m_z^2 - 8g_A h_3 m_f^4 m_H^2] B_0(m_f^2, m_f^2, m_H^2) + \\
 & [4ig_V h_1 m_z^6 - 2iDg_V h_1 m_z^6 + Dg_A h_3 m_z^6 - 4g_A h_3 m_z^6 + 12iDg_V h_1 m_f^2 m_z^4 - \\
 & 24ig_V h_1 m_f^2 m_z^4 - 8Dg_A h_3 m_f^2 m_z^4 + 28g_A h_3 m_f^2 m_z^4 - 16iDg_V h_1 m_f^4 m_z^2 + 32ig_V h_1 m_f^4 m_z^2 + \\
 & 16Dg_A h_3 m_f^4 m_z^2 - 48g_A h_3 m_f^4 m_z^2 - 2Dg_A h_3 m_f^2 m_H^2 m_z^2 + 8g_A h_3 m_f^4 m_H^2] B_0(m_f^2, m_f^2, m_z^2) + \\
 & [2iDg_V h_1 m_z^6 - 4ig_V h_1 m_z^6 - 8iDg_V h_1 m_f^2 m_z^4 + 16ig_V h_1 m_f^2 m_z^4 + 8Dg_A h_3 m_f^2 m_z^4 - \\
 & 16g_A h_3 m_f^2 m_z^4 + 2g_A h_3 m_H^2 m_z^4 - 32Dg_A h_3 m_f^4 m_z^2 + 64g_A h_3 m_f^4 m_z^2 + 4Dg_A h_3 m_f^2 m_H^2 m_z^2 - \\
 & 12g_A h_3 m_f^2 m_H^2 m_z^2] B_0(m_z^2, m_H^2, m_z^2) + [4ig_V h_1 m_H^2 m_z^6 - 2iDg_V h_1 m_H^2 m_z^6 - \\
 & 4g_A h_3 m_H^2 m_z^6 + 12iDg_V h_1 m_f^2 m_H^2 m_z^4 - 24ig_V h_1 m_f^2 m_H^2 m_z^4 - 4Dg_A h_3 m_f^2 m_H^2 m_z^4 + \\
 & 32g_A h_3 m_f^2 m_H^2 m_z^4 - 2Dg_A h_3 m_f^4 m_H^2 m_z^2 - 16iDg_V h_1 m_f^4 m_H^2 m_z^2 + 32ig_V h_1 m_f^4 m_H^2 m_z^2 + \\
 & 16Dg_A h_3 m_f^4 m_H^2 m_z^2 - 64g_A h_3 m_f^4 m_H^2 m_z^2 + 8g_A h_3 m_f^4 m_H^4] C_0(m_f^2, m_f^2, m_z^2, m_H^2, m_f^2, m_z^2))
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

Y

$$\begin{aligned}
 d_f^W = & \frac{g^3 N_c^f g_A h_2}{16em_W m_f m_z^7 C_W^2 (D-2)(D-1)(4m_f^2 - m_z^2)} ([2Dm_z^8 - 4m_z^8 - 16Dm_f^2 m_z^6 + 24m_f^2 m_z^6 + \\
 & 32Dm_f^4 m_z^4 - 32m_f^4 m_z^4 + 4Dm_f^2 m_H^2 m_z^4 - 4m_f^2 m_H^2 m_z^4 - 16Dm_f^4 m_H^2 m_z^2 + \\
 & 16m_f^4 m_H^2 m_z^2] B_0(0, m_z^2, m_z^2) + [2m_H^2 (4m_f^2 - m_z^2) (2(D-1)(m_H^2 - 4m_z^2) m_f^2 + \\
 & Dm_H^2 m_z^2)] B_0(0, m_H^2, m_H^2) + [2m_f^2 (4m_f^2 - m_z^2) (4m_f^2 - Dm_H^2 + Dm_z^2 - \\
 & 2m_z^2) m_z^2] B_0(0, m_f^2, m_f^2) + [D^2 m_H^4 m_z^4 - 2Dm_H^4 m_z^4 - 4D^2 m_f^2 m_H^2 m_z^4 + 8Dm_f^2 m_H^2 m_z^4 - \\
 & 2D^2 m_f^2 m_H^4 m_z^2 + 2Dm_f^2 m_H^4 m_z^2 + 4m_f^2 m_H^4 m_z^2 + 16D^2 m_f^4 m_H^2 m_z^2 - 32Dm_f^4 m_H^2 m_z^2 - \\
 & 4D^2 m_f^4 m_H^4 + 12Dm_f^4 m_H^4 - 8m_f^4 m_H^4] B_0(m_f^2, m_f^2, m_H^2) + [8D^2 m_f^2 m_z^6 - D^2 m_z^8 + 4Dm_z^8 \\
 & - 4m_z^8 - 32Dm_f^2 m_z^6 + 32m_f^2 m_z^6 - 16D^2 m_f^4 B_0(m_f^2, m_f^2, m_z^2) m_z^4 + 64Dm_f^4 m_z^4 - 64m_f^4 m_z^4 + \\
 & 2D^2 m_f^2 m_H^2 m_z^4 - 6Dm_f^2 m_H^2 m_z^4 + 4m_f^2 m_H^2 m_z^4 - 8D^2 m_f^4 m_H^2 m_z^2 + 24Dm_f^4 m_H^2 m_z^2 - \\
 & 16m_f^4 m_H^2 m_z^2 + 4D^2 m_f^4 m_H^4 - 12Dm_f^4 m_H^4 + 8m_f^4 m_H^4] B_0(m_f^2, m_f^2, m_z^2) + [24Dm_f^2 m_H^2 m_z^4 - \\
 & 8D^2 m_f^2 m_H^2 m_z^4 - 16m_f^2 m_H^2 m_z^4 + 32D^2 m_f^4 m_H^2 m_z^2 - 96Dm_f^4 m_H^2 m_z^2 + 64m_f^4 m_H^2 m_z^2 - \\
 & 8D^2 m_f^4 m_H^4 + 24Dm_f^4 m_H^4 - 16m_f^4 m_H^4] B_0(m_z^2, m_H^2, m_z^2) + [4D^2 m_f^2 m_H^4 m_z^4 - 12Dm_f^2 m_H^4 m_z^4 + \\
 & 8m_f^2 m_H^4 m_z^4 - 16D^2 m_f^4 m_H^4 m_z^2 + 48Dm_f^4 m_H^4 m_z^2 - 32m_f^4 m_H^4 m_z^2 + 4D^2 m_f^4 m_H^6 - \\
 & 12Dm_f^4 m_H^6 + 8m_f^4 m_H^6] C_0(m_f^2, m_f^2, m_z^2, m_H^2, m_f^2, m_z^2))
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Notamos que mientras que el término que se induce debido al coeficiente h_1 no existen divergencias ultravioletas y si es posible tomar el límite de $D = 4$, sin embargo, las contribuciones provenientes de los coeficientes h_2 y h_3 contienen divergencias ultravioletas no es posible evaluar en el límite $D = 4$ ya que tendremos una indefinición. En este caso se requiere entonces un procedimiento para remover estas divergencias, lo cual está fuera del alcance de este trabajo. De este punto discutiremos en la sección de conclusiones.

5.1. Conclusiones y perspectivas

Hemos visto que la contribución del vértice anómalo HZZ a los momentos dipolares débiles de un fermión del modelo estándar contiene divergencias ultravioletas, por lo que en principio no podemos realizar un análisis numérico para hacer una comparación con otros resultados presentados en la literatura. Notemos, sin embargo, que la única contribución libre de divergencias ultravioletas es la proveniente del coeficiente h_1 de la función vértice HZZ , mientras que las contribuciones provenientes de los coeficientes h_2 y h_3 sí dan lugar a divergencias ultravioletas. Aunque se requiere un análisis mucho más profundo para poder explicar ese resultado, podemos intuir que esto se debe a que el término asociado al coeficiente h_1 se genera de un operador efectivo de dimensión 4, mientras que los términos asociados a los coeficientes h_2 y h_3 se originan de operadores efectivos no renormalizables de dimensión 6. Es de esperar entonces que la inserción de del vértice efectivo HZZ en un diagrama de Feynman de nivel de un lazo de lugar a divergencias ultravioletas en los momentos dipolares débiles de un fermión.

En particular, los operadores efectivos asociados a los coeficientes h_2 y h_3 se inducen a nivel de un lazo, mientras que el operador efectivo asociado al coeficiente h_1 se induce a nivel de árbol. Podemos decir entonces que la parte de la función vértice HZZ asociada a los coeficientes h_2 y h_3 proviene de una contribución a nivel de un lazo, mientras que la parte de la función vértice HZZ asociada a h_1 se genera a nivel de árbol. Esto implica que la contribución de los coeficientes h_2 y h_3 a los momentos dipolares débiles de un fermión corresponden en realidad a una contribución a dos lazos, es decir, es la inserción de la contribución al vértice HZZ inducida a nivel de un lazo dentro del diagrama de un lazo correspondiente al vértice $\bar{f}fZ$, lo que da lugar a un diagrama de dos lazos. Esto implica que la contribución a los momentos dipolares débiles del fermión será a nivel de dos lazos y contendrá divergencias ultravioletas, las cuales deben removerse mediante un proceso de renormalización. En el caso de la contribución asociada al coeficiente h_1 al vértice HZZ , esta se induce a nivel de árbol, por lo que al insertar este vértice en el diagrama a nivel de un lazo del vértice $\bar{f}fZ$ sí se tiene un cálculo a nivel de un lazo, por lo cual se espera que la contribución los momentos dipolares débiles de un fermión esté libre de divergencias ultravioletas.

Nos preguntamos entonces si el cálculo que hemos realizado no tiene validez. Esto no es así ya que anteriormente se ha estudiado como estimar las contribuciones de operadores efectivos inducidos a nivel de un lazo en diagramas de Feynman de nivel de un lazo. Esto fue discutido en particular en el estudio de la contribución de operadores efectivos inducidos a nivel de un lazo al momento dipolar magnético anómalo de un leptón [18]. Dado que este procedimiento requiere conocer los fundamentos de la teoría de renormalización, dejamos como perspectiva de este trabajo analizar con detalle la referencia antes mencionada para aplicar el método empleado por dichos autores y poder obtener una estimación de la contribución del vértice anómalo HZZ a los momentos dipolares débiles de un fermión. Este análisis está fuera del alcance de este trabajo.

Apéndice A

SPS Apéndice



Lo primero por hacer despues de cargar FeynCalc, es determinar las condiciones de capa de masa y la condición de transversalidad de nuestro diagrama, las cuales se describen en las ecuaciones [4.9-4.15]

$$\begin{aligned} \text{In[2]= } & \{ \text{Pair}[\text{Momentum}[\mathbf{q}, D], \text{Momentum}[\mathbf{q}, D]] = m_z^2, \text{Pair}[\text{Momentum}[\mathbf{p2}, D], \text{Momentum}[\mathbf{p2}, D]] = m_f^2, \\ & \text{Pair}[\text{Momentum}[\mathbf{p1}, D], \text{Momentum}[\mathbf{p1}, D]] = m_f^2, \text{Pair}[\text{Momentum}[\mathbf{q}, D], \text{Momentum}[\mathbf{p2}, D]] = m_z^2 / 2, \\ & \text{Pair}[\text{Momentum}[\mathbf{q}, D], \text{Momentum}[\mathbf{p1}, D]] = -m_z^2 / 2, \\ & \text{Pair}[\text{Momentum}[\mathbf{p1}, D], \text{Momentum}[\mathbf{p2}, D]] = (2 m_f^2 - m_z^2) / 2, \text{Pair}[\text{LorentzIndex}[\mu, D], \text{Momentum}[\mathbf{q}, D]] = 0, \\ & \text{Pair}[\text{LorentzIndex}[\mu, D], \text{Momentum}[\mathbf{p2}, D]] = \text{Pair}[\text{LorentzIndex}[\mu, D], \text{Momentum}[\mathbf{p1}, D]] \} \end{aligned}$$

Ahora escribimos las amplitudes que obtuvimos en las ecuaciones 4.18 y 4.19, en este caso las nombramos **A1** y **A2** respectivamente. Es importante notar que solo se escribe la parte del integrando Además de que las amplitudes serán escritas en D dimensiones. Ambas amplitudes comparten el factor Γ así que este lo escribimos por separado.

$$\begin{aligned} \text{In[3]= } & \mathbf{A1} = \text{Calc}[\text{SpinorUBarD}[\mathbf{p2}, m_f] \cdot (\mathbf{gV} - \mathbf{gA GA}[5]) \cdot \text{GAD}[\mathbf{v2}] \cdot (\text{GSD}[\mathbf{k}] + \text{GSD}[\mathbf{p2}] + m_f) \cdot \text{SpinorUD}[\mathbf{p1}, m_f] \\ & (\text{MTD}[\mathbf{v}, \mathbf{v2}] - (\text{FVD}[\mathbf{k}, \mathbf{v}] \times \text{FVD}[\mathbf{k}, \mathbf{v2}]) / (m_z^2)) \Gamma \text{FAD}[\{\mathbf{k} + \mathbf{p2}, m_f\}, \{\mathbf{k} + \mathbf{p2} - \mathbf{p1}, mH\}, \{\mathbf{k}, m_z\}]]; \\ \text{In[4]= } & \mathbf{A2} = \\ & \text{Calc}[\text{SpinorUBarD}[\mathbf{p2}, m_f] \cdot (\text{GSD}[\mathbf{k}] + \text{GSD}[\mathbf{p1}] + m_f) \cdot (\mathbf{gV} - \mathbf{gA GA}[5]) \cdot \text{GAD}[\mathbf{v2}] \cdot \text{SpinorUD}[\mathbf{p1}, m_f] \\ & (\text{MTD}[\mathbf{v}, \mathbf{v2}] - (\text{FVD}[\mathbf{k}, \mathbf{v}] \times \text{FVD}[\mathbf{k}, \mathbf{v2}]) / (m_z^2)) \Gamma \text{FAD}[\{\mathbf{k} + \mathbf{p1}, m_f\}, \{\mathbf{k} + \mathbf{p1} - \mathbf{p2}, mH\}, \{\mathbf{k}, m_z\}]]; \\ \text{In[5]= } & \Gamma = m_z^2 h1 \text{MTD}[\mu, \nu] + h2 \text{FVD}[\mathbf{p2} - \mathbf{p1}, \nu] \times \text{FVD}[\mathbf{k}, \mu] + h3 \text{LCD}[\mu, \nu, \alpha, \beta] \times \text{FVD}[\mathbf{p2} - \mathbf{p1}, \alpha] \times \text{FVD}[\mathbf{k}, \beta]; \end{aligned}$$

Creamos ahora dos nuevas variables **Res1** y **Res2** las cuales son nuestras amplitudes **A1** y **A2** respectivamente a las que se les ha aplicado la función TID (Tensor Integral Decomposition) la cual, realiza una descomposición tensorial de integrales de 1 bucle donde se debe ingresar cual es el cuadrimento indeterminado sobre el que se va a integrar, en este caso es el cuadrimento k . Seguido de la función TID aplicamos la función ToPaVe la cual convierte todas las integrales escalares de 1 bucle que dependen del cuadrimento k en funciones escalares de Passarino Veltman.[16]

Finalmente sumamos **Res1** + **Res2** y llamamos al resultado **ResTot**, en todo este proceso FeynCalc crea variables arbitrarias de la forma \$AL(\$xxxx), las cuales pueden ser renombradas, en este caso se renombran por la variable ρ .

```
In[7]:= Res1 = ToPaVe[TID[A1 / (I Pi^2), k], k];
          |_ [número pi]
In[8]:= Res2 = ToPaVe[TID[A2 / (I Pi^2), k], k];
          |_ [número pi]
In[9]:= ResTot = Calc[Res1 + Res2] /. {$AL[t__] -> rho};
```

Ahora, con el fin saber en función de que estructuras está escrita nuestra amplitud resultante la cual hemos nombrado **ResTot**, creamos una nueva entrada llamada **ResTot2** en la que asignaremos valores reales a las variables de **ResTot** y posteriormente todos los numeros reales los sustituimos por 1.

```
In[15]:= ResTot2 =
ResTot /. {D -> 4, gA -> RandomReal[1], gV -> RandomReal[1], h1 -> RandomReal[1], h2 -> RandomReal[1],
          |_ [derivada] |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio]
          h3 -> RandomReal[1], mf -> RandomReal[1], mH -> RandomReal[1], mz -> RandomReal[1],
          |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio]
          B0[0, mf^2, mf^2] -> RandomReal[1], B0[0, mH^2, mH^2] -> RandomReal[1],
          |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio]
          B0[0, mz^2, mz^2] -> RandomReal[1], B0[mf^2, mf^2, mH^2] -> RandomReal[1],
          |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio]
          B0[mf^2, mf^2, mz^2] -> RandomReal[1], B0[mz^2, mH^2, mz^2] -> RandomReal[1],
          |_ [real aleatorio] |_ [real aleatorio]
          C0[mf^2, mf^2, mz^2, mH^2, mf^2, mz^2] -> RandomReal[1]} /. _Real -> 1
          |_ [real aleatorio] |_ [real]
```

```
Out[15]= (phi(p2, 1)).gamma^mu.(phi(p1, 1)) + (phi(p2, 1)).gamma^mu.gamma^5.(phi(p1, 1)) + p1^mu (phi(p2, 1)).gamma^5.(phi(p1, 1)) +
epsilon^nu rho p1^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.gamma^rho.(phi(p1, 1)) + epsilon^nu rho p1^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.gamma^rho.(phi(p1, 1)) +
epsilon^nu rho p1^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.gamma^rho.(phi(p1, 1)) + epsilon^nu rho p2^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.gamma^rho.(phi(p1, 1)) +
epsilon^nu rho p2^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.gamma^rho.(phi(p1, 1)) + epsilon^nu rho p2^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.gamma^5.(phi(p1, 1)) +
epsilon^nu p1^nu p2^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.(phi(p1, 1)) + epsilon^nu p1^nu p2^nu (phi(p2, 1)).gamma^nu.gamma^5.(phi(p1, 1)) + p1^mu (phi(p2, 1)).(phi(p1, 1))
```

Vemos ahora que **ResTot2** se escribe como una suma de 14 términos los cuales son nuestras estructuras de Lorentz. Estas estructuras pueden ser reescritas en una notación más amigable como sigue:

- $E_1 = \bar{u}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)$
- $E_2 = \bar{u}(p_2)\gamma^\mu\gamma^5 u(p_1)$
- $E_3 = p_1^\mu \bar{u}(p_2)u(p_1)$
- $E_4 = p_1^\mu \bar{u}(p_2)\gamma^5 u(p_1)$
- $E_5 = \epsilon^{\mu\nu\rho p_1} \bar{u}(p_2)\gamma_\nu\gamma_\rho u(p_1)$

- $E_6 = \epsilon^{\mu\nu\rho p_1} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma^5 u(p_1)$
- $E_7 = \epsilon^{\mu\nu\rho p_2} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma_\rho u(p_1)$
- $E_8 = \epsilon^{\mu\nu\rho p_2} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma^5 u(p_1)$
- $E_9 = \epsilon^{\mu\nu\rho p_1} \bar{u}(p_2) \gamma_\rho \gamma_\nu u(p_1)$
- $E_{10} = \epsilon^{\mu\nu\rho p_1} \bar{u}(p_2) \gamma_\rho \gamma_\nu \gamma^5 u(p_1)$
- $E_{11} = \epsilon^{\mu\nu\rho p_2} \bar{u}(p_2) \gamma_\rho \gamma_\nu u(p_1)$
- $E_{12} = \epsilon^{\mu\nu\rho p_2} \bar{u}(p_2) \gamma_\rho \gamma_\nu \gamma^5 u(p_1)$
- $E_{13} = \epsilon^{\mu\nu p_1 p_2} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu u(p_1)$
- $E_{14} = \epsilon^{\mu\nu p_1 p_2} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma^5 u(p_1)$

A.0.1. Reducción de estructuras de Lorentz

Tener escrita la amplitud como una suma de 14 términos, es algo complejo para poder trabajar con ella, sin embargo como hemos visto en la ecuación 4.4, esperamos poder escribir dicha amplitud en términos de solo dos estructuras. Esto es ya que estamos calculando los momentos dipolares débiles y solo las estructuras correspondientes a $\sigma^{\mu\nu} q_\nu$ y $\sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5$ contribuyen a estos momentos. Las 14 estructuras antes mencionadas pueden reducirse al escribirse algunas en función de otras, sin embargo, FeynCalc no hace dicha reducción por lo que a continuación se presenta cual fue el proceso para llegar a reducirlas. Para este punto, es de utilidad la siguiente identidad

$$\frac{i}{2} \epsilon^{\mu\alpha\nu\rho} \sigma_{\nu\rho} = \sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 \quad (\text{A.1})$$

Recordando la definición de sigma $\sigma_{\nu\rho} = \frac{i}{2} (\gamma_\nu \gamma_\rho - \gamma_\rho \gamma_\nu)$ y sustituyendola en la identidad anterior tenemos:

$$-\frac{1}{4} \epsilon^{\mu\alpha\nu\rho} (\gamma_\nu \gamma_\rho - \gamma_\rho \gamma_\nu) = \sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 \quad (\text{A.2})$$

La expresión anterior es equivalente a

$$\epsilon^{\mu\alpha\nu\rho} \gamma_\nu \gamma_\rho = -4\sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 + \epsilon^{\mu\alpha\nu\rho} \gamma_\rho \gamma_\nu \quad (\text{A.3})$$

Por permutacion par del tensor Levi-Civita tenemos

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} \gamma_\nu \gamma_\rho = -4\sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 + \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} \gamma_\rho \gamma_\nu \quad (\text{A.4})$$

Ahora usando el anticonmutador de gamma's tenemos

$$\gamma_\rho \gamma_\nu = 2g_{\rho\nu} - \gamma_\nu \gamma_\rho \quad (\text{A.5})$$

Sustituyendo esto en la ecuación A.4 se tiene que

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} \gamma_\nu \gamma_\rho = -4\sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 + 2\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} g_{\rho\nu} - \epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} \gamma_\nu \gamma_\rho \quad (\text{A.6})$$

Se observa que de la ecuación anterior, el segundo termino del lado derecho es cero, ya que es la contracción de un tensor simetrico con un tensor antisimetrico, por lo que la ecuación anterior nos queda como:

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} \gamma_\nu \gamma_\rho = -2\sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 \quad (\text{A.7})$$

Así mismo se tiene

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha} \gamma_\rho \gamma_\nu = 2\sigma^{\mu\alpha} \gamma^5 \quad (\text{A.8})$$

Dado que la matriz γ^5 es hermitica $(\gamma^5)^2 = I$, entonces obtenemos las dos ecuaciones siguientes:

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha}\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma^5 = -2\sigma^{\mu\alpha} \quad (\text{A.9})$$

Y

$$\epsilon^{\mu\nu\rho\alpha}\gamma_\rho\gamma_\nu\gamma^5 = 2\sigma^{\mu\alpha} \quad (\text{A.10})$$

Sustituyendo estas ultimas 4 ecuaciones en las estructuras E_i con $i = 5, \dots, 12$, notamos que se reescriben como sigue:

- $E_1 = \bar{u}(p_2)\gamma^\mu u(p_1)$
- $E_2 = \bar{u}(p_2)\gamma^\mu\gamma^5 u(p_1)$
- $E_3 = p_1^\mu \bar{u}(p_2)u(p_1)$
- $E_4 = p_1^\mu \bar{u}(p_2)\gamma^5 u(p_1)$
- $E_5 = -2p_{1\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}\gamma^5 u(p_1)$
- $E_6 = -2p_{1\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}u(p_1)$
- $E_7 = -2p_{2\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}\gamma^5 u(p_1)$
- $E_8 = -2p_{2\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}u(p_1)$
- $E_9 = 2p_{1\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}\gamma^5 u(p_1)$
- $E_{10} = 2p_{1\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}u(p_1)$
- $E_{11} = 2p_{2\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}\gamma^5 u(p_1)$
- $E_{12} = 2p_{2\alpha}\bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}u(p_1)$
- $E_{13} = \epsilon^{\mu\nu p_1 p_2}\bar{u}(p_2)\gamma_\nu u(p_1)$
- $E_{14} = \epsilon^{\mu\nu p_1 p_2}\bar{u}(p_2)\gamma_\nu\gamma^5 u(p_1)$

Ahora se nombra la expresión

$$S_1 = \bar{u}(p_2)\sigma^{\mu\alpha}\gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.11})$$

Reescribiendo la σ y usando la ecuación A.5

$$S_1 = \frac{i}{2}\bar{u}(p_2)(\gamma^\mu\gamma^\alpha - \gamma^\alpha\gamma^\mu)\gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.12})$$

$$S_1 = i\bar{u}(p_2)(\gamma^\mu\gamma^\alpha - g^{\mu\alpha})\gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.13})$$

$$S_1 = -i\bar{u}(p_2)\gamma^\mu\gamma^5\gamma^\alpha u(p_1) - i\bar{u}(p_2)g^{\mu\alpha}\gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.14})$$

Con esto vemos que E_5 puede reescribirse como $E_5 = -2p_{1\alpha}S_1$ por lo que sustituyendo S_1 obtenemos

$$E_5 = 2p_{1\alpha}[i\bar{u}(p_2)\gamma^\mu\gamma^5\gamma^\alpha u(p_1) + i\bar{u}(p_2)g^{\mu\alpha}\gamma^5 u(p_1)] \quad (\text{A.15})$$

Usando la definición $p_1^\mu = p_{1\alpha}\gamma^\alpha$ la estructura resultante es:

$$E_5 = 2i\bar{u}(p_2)\gamma^\mu\gamma^5 p_1^\mu u(p_1) + 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2)\gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.16})$$

Finalmente se usan las soluciones a la ecuación de Dirac:

$$(p_1 - m)u(p_1) = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\bar{u}(p_2)(p_2 - m) = 0 \quad (\text{A.18})$$

En este caso m es la masa del fermión m_f . Por lo que se obtiene:

$$E_5 = 2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) + 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.19})$$

Del mismo modo $E_7 = -2p_{2\alpha} S_1$

$$E_7 = 2ip_{2\alpha} \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 \gamma^\alpha u(p_1) + 2ip_{2\alpha} \bar{u}(p_2) g^{\mu\alpha} \gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.20})$$

Para este caso, vemos que

$$\gamma^\mu \gamma^5 \gamma^\alpha = -\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^5 \quad (\text{A.21})$$

Usando la ecuación A.5

$$\begin{aligned} \gamma^\mu \gamma^5 \gamma^\alpha &= -(2g^{\mu\alpha} - \gamma^\alpha \gamma^\mu) \gamma^5 \\ &= \gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^5 - 2g^{\mu\alpha} \gamma^5 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Sustituyendo A.22 en la ecuación A.20

$$E_7 = 2ip_{2\alpha} \bar{u}(p_2) (\gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^5 - 2g^{\mu\alpha} \gamma^5) u(p_1) + 2ip_{2\alpha} \bar{u}(p_2) g^{\mu\alpha} \gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.23})$$

Usando la definición $p_2^\mu = p_{2\alpha} \gamma^\alpha$ se obtiene

$$E_7 = 2i\bar{u}(p_2) p_2^\mu \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) - 4ip_2^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) + 2ip_2^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.24})$$

Finalmente hacemos uso de la ecuación A.18 la cuál es una de las soluciones a la ecuación de Dirac

$$E_7 = 2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) - 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.25})$$

Nombramos ahora la expresión

$$S_2 = \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\alpha} u(p_1) \quad (\text{A.26})$$

Y de una manera bastante similar, llegamos a que S_2 se expresa como:

$$S_2 = i\bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^\alpha u(p_1) - i\bar{u}(p_2) g^{\alpha\mu} u(p_1) \quad (\text{A.27})$$

Con esto vemos que $E_6 = -2p_{1\alpha} S_2$ y $E_8 = -2p_{2\alpha} S_2$. Por lo que con una manipulación algebraica no tan distinta de la que se uso para obtener E_5 y E_7 , podemos ver que las estructuras E_6 y E_8 quedan como:

$$E_6 = -2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) + 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) \quad (\text{A.28})$$

Y

$$E_8 = 2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) - 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) \quad (\text{A.29})$$

Es importante notar que

$$\begin{aligned} E_9 &= -E_5 \\ E_{10} &= -E_6 \\ E_{11} &= -E_7 \\ E_{12} &= -E_8 \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

Ahora para la estructura 13

$$\begin{aligned} E_{13} &= \epsilon^{\mu\nu p_1 p_2} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu u(p_1) \\ &= \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

Se hará uso de la identidad

$$\gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\alpha = g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - g^{\alpha\beta} \gamma^\mu + g^{\mu\alpha} \gamma^\beta - i\gamma^5 \epsilon^{\beta\mu\alpha\nu} \gamma_\nu \quad (\text{A.32})$$

Vemos que por permutación par del tensor Levi-Civita se obtiene:

$$i\gamma^5 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \gamma_\nu = g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - g^{\alpha\beta} \gamma^\mu + g^{\mu\alpha} \gamma^\beta - \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\alpha \quad (\text{A.33})$$

Por lo que E_{13} puede escribirse como

$$E_{13} = -ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma^5 (i\gamma^5 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \gamma_\nu) u(p_1) \quad (\text{A.34})$$

Sustituyendo A.33 en A.34 se obtiene:

$$E_{13} = -ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma^5 (g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - g^{\alpha\beta} \gamma^\mu + g^{\mu\alpha} \gamma^\beta - \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\alpha) u(p_1) \quad (\text{A.35})$$

$$\begin{aligned} E_{13} &= -ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma^5 g^{\beta\mu} \gamma^\alpha u(p_1) + ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma^5 g^{\alpha\beta} \gamma^\mu u(p_1) \\ &\quad - ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma^5 g^{\mu\alpha} \gamma^\beta u(p_1) + ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma^5 \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\alpha u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

$$\begin{aligned} E_{13} &= -ip_2^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 p_1^\mu u(p_1) + i(p_1 \cdot p_2) \bar{u}(p_2) \gamma^5 \gamma^\mu u(p_1) \\ &\quad + ip_1^\mu \bar{u}(p_2) p_2^\mu \gamma^5 u(p_1) - i\bar{u}(p_2) p_2^\mu \gamma^5 \gamma^\mu p_1^\mu u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Usando las ecuaciones 4.11, A.17 y A.18 obtenemos

$$\begin{aligned} E_{13} &= -im_f p_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) - i(m_f^2 - \frac{m_z^2}{2}) \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) \\ &\quad + im_f p_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) + im_f^2 \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

$$\boxed{E_{13} = i\frac{m_z^2}{2} \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1)} \quad (\text{A.39})$$

Por ultimo para E_{14}

$$\begin{aligned} E_{14} &= \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma^5 u(p_1) \\ &= ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) i\gamma^5 \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \gamma_\nu u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Sustituimos la ecuación A.33 en A.40 y obtenemos

$$E_{14} = ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) (g^{\beta\mu} \gamma^\alpha - g^{\alpha\beta} \gamma^\mu + g^{\mu\alpha} \gamma^\beta - \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\alpha) u(p_1) \quad (\text{A.41})$$

$$\begin{aligned} E_{14} &= ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) g^{\beta\mu} \gamma^\alpha u(p_1) - ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) g^{\alpha\beta} \gamma^\mu u(p_1) \\ &\quad + ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) g^{\mu\alpha} \gamma^\beta u(p_1) - ip_{1\alpha} p_{2\beta} \bar{u}(p_2) \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\alpha u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.42})$$

$$\begin{aligned}
 E_{14} = & ip_2^\mu \bar{u}(p_2) \not{p}_1 u(p_1) - i(p_1 \cdot p_2) \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) \\
 & + ip_1^\mu \bar{u}(p_2) \not{p}_2 u(p_1) - i\bar{u}(p_2) \not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 u(p_1)
 \end{aligned} \tag{A.43}$$

De nueva cuenta usamos las ecuaciones 4.11, A.17 y A.18

$$\begin{aligned}
 E_{14} = & im_f p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) - i(m_f^2 - \frac{m_z^2}{2}) \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) \\
 & + im_f p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) - im_f^2 \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)
 \end{aligned} \tag{A.44}$$

$$\boxed{E_{14} = 2im_f p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) - i(2m_f^2 - \frac{m_z^2}{2}) \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)} \tag{A.45}$$

Por lo que tenemos que las 14 estructuras iniciales pueden reducirse a 4 siguiendo las siguientes sustituciones:

- $E_1 = \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)$
- $E_2 = \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1)$
- $E_3 = p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1)$
- $E_4 = p_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1)$
- $E_5 = 2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) + 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1)$
- $E_6 = -2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) + 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1)$
- $E_7 = 2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) - 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1)$
- $E_8 = 2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) - 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1)$
- $E_9 = -2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) - 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1)$
- $E_{10} = 2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) - 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1)$
- $E_{11} = -2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1) + 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1)$
- $E_{12} = -2im_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) + 2ip_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1)$
- $E_{13} = i\frac{m_z^2}{2} \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1)$
- $E_{14} = 2im_f p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) - i(2m_f^2 - \frac{m_z^2}{2}) \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)$

A.0.2. Expresando la amplitud en función de las 4 estructuras

Ahora que hemos obtenido las sustituciones necesarias para escribir la amplitud en termino de solo 4 estructuras de Lorentz, creamos una lista con dichas sutituciones en FeynCalc a la cual llamaremos **sust**, en este caso, la imagen solo sirve de ilustración para mostrar cual fue la forma en la que se implementaron estas sustituciones, ya que por términos de practicidad, para mostrar todas, se tendrían que mostrar varias imágenes.

```

in[7]= sust =
{LCD[μ, ν, ρ][p1] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[ν].GAD[ρ].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] →
    2 I FVD[p1, μ] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] +
    2 I mf Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[μ].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1],
LCD[μ, ν, ρ][p1] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[ν].GAD[ρ].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] →
    2 I FVD[p1, μ] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] -
    2 I mf Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[μ].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1],
LCD[μ, ν, ρ][p2] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[ν].GAD[ρ].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] →
    -2 I FVD[p1, μ] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] +
    2 I mf Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[μ].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1],
LCD[μ, ν, ρ][p2] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[ν].GAD[ρ].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] →
    -2 I FVD[p1, μ] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] +
    2 I mf Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[μ].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1],
LCD[μ, ν, ρ][p1] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[ρ].GAD[ν].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] →
    -2 I FVD[p1, μ] × Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1] -
    2 I mf Spinor[Momentum[p2, D], mf, 1].GAD[μ].GA[5].Spinor[Momentum[p1, D], mf, 1],
}
    
```

Para poder aplicar estas sustituciones, creamos una nueva entrada a la cual llamaremos **M** a la cual le asignaremos el valor de **ResTot** y aplicaremos todos los reemplazos que indica la lista **sust**.

```

in[18]= M = Calc[ExpandAll[ResTot // FCE] /. sust] // FCE;
    
```

Una vez aplicadas las sustituciones tendremos la amplitud de la forma

$$\mathcal{M} = \frac{g^3 N_c^f m_f}{4m_W m_z C_W^2} [A p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) + B p_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) + C \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) + D \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \gamma^5 u(p_1)] \epsilon_\mu \quad (\text{A.46})$$

Dado que el objetivo de esta tesis es encontrar las contribuciones a nivel de un lazo a los momentos dipolares débiles de un fermión, entonces solo son de importancia los dos primeros términos, por lo que la amplitud de nuestro interés la podemos visualizar de la siguiente manera.

$$\mathcal{M} = \frac{g^3 N_c^f m_f}{4m_W m_z C_W^2} [A p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) + B p_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1)] \epsilon_\mu \quad (\text{A.47})$$

Para que la amplitud tenga la estructura que estamos buscando, es necesario usar la identidad de Gordon, la cual se presenta en la ecuación A.48

$$\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) = \frac{1}{2m_f} \bar{u}(p_2) [(p_2 + p_1)^\mu + i\sigma^{\mu\nu} (p_2 - p_1)_\nu] u(p_1) \quad (\text{A.48})$$

Usando el hecho de que $p_1^\mu = p_2^\mu$ y $q = p_2 - p_1$ tenemos

$$2m_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) = \bar{u}(p_2) [2p_1^\mu + i\sigma^{\mu\nu} q_\nu] u(p_1) \quad (\text{A.49})$$

Por lo que se observa que

$$p_1^\mu \bar{u}(p_2) u(p_1) = m_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) - \frac{i}{2} \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu u(p_1) \quad (\text{A.50})$$

Por otro lado, usando la definición de sigma tenemos la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5 &= \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) q_\nu \gamma^5 \\ &= i (\gamma^\mu \gamma^\nu - g^{\nu\mu}) q_\nu \gamma^5 \\ &= i (\gamma^\mu \not{q} - q^\mu) \gamma^5 = i \gamma^\mu \not{q} \gamma^5 \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

Con esto en cuenta, se observa que:

$$\begin{aligned} \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5 u(p_1) &= i \bar{u}(p_2) \gamma^\mu \not{q} \gamma^5 u(p_1) \\ &= i \bar{u}(p_2) \gamma^\mu (p_2^\nu - p_1^\nu) \gamma^5 u(p_1) \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

Siguiendo un desarrollo similar así como cuando se hallaron las reglas de sustitución de las estructuras de Lorentz, llegamos a que:

$$p_1^\mu \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1) = -\frac{i}{2} \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5 u(p_1) \quad (\text{A.53})$$

Por lo que usando las ecuaciones A.50 y A.53, la amplitud A.47 puede reescribirse como:

$$\mathcal{M} = \frac{g^3 N_c^f m_f}{4m_W m_Z C_W^2} \left[A \left(m_f \bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) - \frac{i}{2} \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu u(p_1) \right) - B \frac{i}{2} \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5 u(p_1) \right] \epsilon_\mu \quad (\text{A.54})$$

Dado que el factor correspondiente a $\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1)$ de la Ecuación A.55 no contribuye a los momento dipolares, tenemos que la amplitud resultante es

$$\mathcal{M} = -\frac{ig^3 N_c^f m_f}{8m_W m_Z C_W^2} [A \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu u(p_1) + B \bar{u}(p_2) \sigma^{\mu\nu} q_\nu \gamma^5 u(p_1)] \epsilon_\mu \quad (\text{A.55})$$

Bibliografía

- [1] David Griffiths. *Introduction to elementary particles*. 2nd. Wiley-VCH, 1987. ISBN: 978-3-527-40601-2.
- [2] W. N. Cottingham y D. A. Greenwood. *An introduction to the Standard Model of Particle*. 2nd. Cambridge University Press, 2007. ISBN: 978-0-511-79140-6.
- [3] Jeffrey Goldstone, Abdus Salam y Steven Weinberg. “Broken Symmetries”. En: *Phys. Rev.* 127 (3 1962), págs. 965-970. URL: [10.1103/PhysRev.127.965](https://doi.org/10.1103/PhysRev.127.965).
- [4] S. Chatrchyan, V. Khachatryan y A.M. Sirunyan. “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC”. En: *Physics Letters B* 716.1 (2012), págs. 30-61. ISSN: 0370-2693. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.021>.
- [5] G. Aad, T. Abajyan y B. Abbott nd. “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC”. En: *Physics Letters B* 716.1 (2012), págs. 1-29. ISSN: 0370-2693. URL: <https://doi.org/10.1016/j.physletb.2012.08.020>.
- [6] Risto Raitio y Walter W. Wada. “Higgs-boson production at large transverse momentum in quantum chromodynamics”. En: *Phys. Rev. D* 19 (3 1979), págs. 941-944. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.19.941>.
- [7] E. Eichten et al. “Erratum: Supercollider physics”. En: *Rev. Mod. Phys.* 58 (4 1986), págs. 1065-1073. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.58.1065>.
- [8] D.R.T. Jones y S.T. Petcov. “Heavy Higgs bosons at LEP”. En: *Physics Letters B* 84.4 (1979), págs. 440-444. ISSN: 0370-2693. URL: [https://doi.org/10.1016/0370-2693\(79\)91234-6](https://doi.org/10.1016/0370-2693(79)91234-6).
- [9] U. Baur y E.W.N. Glover. “Higgs boson production at large transverse momentum in hadronic collisions”. En: *Nuclear Physics B* 339.1 (1990), págs. 38-66. ISSN: 0550-3213. URL: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(90\)90532-I](https://doi.org/10.1016/0550-3213(90)90532-I).
- [10] A Tumasyan, W Adam y J. W. Andrejkovic. “Measurement of the Higgs boson width and evidence of its off-shell contributions to ZZ production”. En: *Nature Physics* 18.11 (2022), págs. 1329-1334. ISSN: 1745-2481. URL: <https://doi.org/10.1038/s41567-022-01682-0>.
- [11] Sara Bolognesi et al. “Spin and parity of a single-produced resonance at the LHC”. En: *Phys. Rev. D* 86 (9 nov. de 2012), pág. 095031. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.86.095031>.
- [12] Anh Thu Nguyen, Dzung Tri Tran y Khiem Hong Phan. “Effects of one-loop on-shell and off-shell decay $H^* \rightarrow VV$ at future lepton colliders”. En: *Journal of Physics: Conference Series* 2485.1 (abr. de 2023), pág. 012001. DOI: 10.1088/1742-6596/2485/1/012001. URL: <https://dx.doi.org/10.1088/1742-6596/2485/1/012001>.
- [13] Bernd A. Kniehl. “Radiative corrections for associatedZH production at futuree+e colliders JO - Zeitschrift für Physik C Particles and Fields”. En: *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields* 55.4 (1992), págs. 605-618. ISSN: 1431-5858. URL: <https://doi.org/10.1007/BF01561297>.

- [14] Xiang Chen et al. *Complete two-loop electroweak corrections to $e^+e^- \rightarrow HZ$* . 2022. arXiv: 2209.14953 [hep-ph].
- [15] A. I. Hernández-Juárez, A. Fernández-Télez y G. Tavares-Velasco. “New evaluation of the HZZ coupling: Direct bounds on anomalous contributions and CP -violating effects via a new asymmetry”. En: *Phys. Rev. D* 107 (11 2023), pág. 115031. URL: 10.1103/PhysRevD.107.115031.
- [16] G. Passarino y M. Veltman. “One-loop corrections for e^+e^- annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg model”. En: *Nuclear Physics B* 160.1 (1979), págs. 151-207. ISSN: 0550-3213. URL: [https://doi.org/10.1016/0550-3213\(79\)90234-7](https://doi.org/10.1016/0550-3213(79)90234-7).
- [17] R. Mertig, M. Böhm y A. Denner. “Feyn Calc - Computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes”. En: *Computer Physics Communications* 64.3 (1991), págs. 345-359. ISSN: 0010-4655. URL: [https://doi.org/10.1016/0010-4655\(91\)90130-D](https://doi.org/10.1016/0010-4655(91)90130-D).
- [18] C. Arzt, M. B. Einhorn y J. Wudka. “Effective Lagrangian approach to precision measurements: The Anomalous magnetic moment of the muon”. En: *Phys. Rev. D* 49 (1994), págs. 1370-1377. URL: 10.1103/PhysRevD.49.1370.