



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD
AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO
MATEMÁTICAS

TEST DE LA FÍSICA
FUNDAMENTAL MEDIANTE
EL MOMENTO DIPOLAR
ELÉCTRICO DE UN
ELECTRÓN

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

Licenciado en Física Aplicada

PRESENTA:

**Braian Adair Maldonado
Luna**

ASESORADO POR:

Dr. J. Lorenzo Díaz Cruz

FCFM

Puebla, Pue., Junio 2020

Título: Test de la física fundamental mediante el momento dipolar eléctrico de un electrón

Estudiante: BRAIAN ADAIR MALDONADO LUNA.

COMITÉ:

Dr. Enrique Barradas Guevara.
Presidente.

Dra. Ana Aurelia Avilez López.
Secretario.

Dra. Olga Guadalupe Felix Beltran.
Vocal

Dr. Javier Miguel Hernández López.
Suplente

Dr. Justiniano Lorenzo Díaz Cruz.
Asesor

Índice general

Dedicatoria	I
Agradecimientos	II
Resumen	III
Introducción	IV
1. Definiciones	1
1.1. Ecuaciones de Maxwell	1
1.2. Multipolos eléctricos	2
1.3. Definición del momento dipolar clásico	2
1.4. Momento dipolar en un campo eléctrico	3
1.4.1. Torque	3
1.5. Simetrías C,P y CP	4
1.5.1. Simetría C	4
1.5.2. Simetría P	4
1.5.3. Simetría CP o T	5
2. Estimación del eEDM	6
2.1. Antecedentes	6
2.2. El monóxido de torio	7
2.3. Experimento ACME	8
2.4. Estimaciones de distintas instituciones	10
3. Estimación de un radio clásico del electrón	11
3.1. Modelo de estimación	11
3.2. Estimación del 2002	12
3.3. Estimación del 2018	13
4. 2HDM con violación de sabor leptónico	14
4.1. Ruptura espontánea de la simetría y Lagrangiano de Higgs	14
4.2. Lagrangiano de Yukawa en SM	17
4.3. Extensión al Modelo de Dos Dobletes de Higgs	18
4.4. Violación CP y el origen del EDM	20

4.5. Acote de los Higgs del 2HDM	22
4.5.1. Resultados	23
5. Conclusiones	26
Bibliografía	29
A. Desarrollo multipolar del potencial	29
B. Código para modelar el acote de m_{h_0} y m_{A_0}	32

Dedicatoria

A Cuauhtemoc y Gloria Lily, un par de guerreros soñadores.

Agradecimientos

Gracias a Dios por darme a la familia que tengo y por hacerme coincidir con gente tan amable que hizo esto posible.

Gracias a mis hermanos por mostrarme su gran corazón y habilidad para explorar el mundo, nos hemos vuelto adultos juntos.

Gracias a mis primos que siempre estuvieron para mí y juntos creamos grandes momentos desde que tengo memoria.

Gracias a mis tíos, tías y abuelas que siempre me han mostrado la unión tan fuerte de esta familia.

Gracias a Mariel por brindarme una amistad tan pura.

Gracias a mis compañeros de facultad que siempre me alentaron a trabajar para cumplir mis metas.

Gracias a Mario y al Dr. Lorenzo por apoyarme en este proyecto tan importante.

Resumen

En este trabajo de investigación se pretende llevar al lector a través de la evolución del concepto del momento dipolar eléctrico. Partiendo desde los fundamentos del electromagnetismo clásico, se define el momento dipolar eléctrico también clásico. Se muestra el experimento ACME, realizado por un grupo de científicos encabezados por el personal de la Universidad de Harvard y con el cual se logra estimar un momento dipolar eléctrico del electrón, para después compararlo con distintos valores que otras instituciones como la Universidad de California han estimado, así como estimar un radio especulativo del electrón.

Se aborda el Modelo Estándar así como el mecanismo de Higgs, en donde los bosones adquieren masa, el lagrangiano de Yukawa por medio del cual los fermiones también lo hacen, para después extenderlo al modelo de Dos Dobletes de Higgs. Este modelo permite un cambio de sabor en el sector leptónico con corrientes neutras. Para esta tesis en concreto, con el boson de Higgs neutro incorporado, de esta manera y utilizando al momento dipolar eléctrico de un electrón, se acotan las masas de los bosones que se incorporan en esta extensión del modelo estándar.

Los resultados arrojan que las masas de los bosones son muy similares y sugieren que los nuevos Higgs son más pesados de lo que se puede medir en la actualidad.

Introducción

El Modelo Estándar de la física (SM) es una teoría relativista de campos cuánticos desarrollada entre 1970 y 1973, que describe 3 de las 4 fuerzas fundamentales del Universo, está basada en las ideas de la unificación y simetrías: la fuerza electromagnética, la fuerza débil y la fuerza fuerte. Para poder entenderlo se tiene que separar la gravitación de las otras 3 mencionadas y definir la estructura fundamental de la materia y el vacío considerando las partículas elementales como entes irreducibles.

Para empezar se tiene que tener presente momentos importantes de esta rama de la física, como lo fue en 1930-1931, año en que la física cuántica junto con la relatividad predijeron que a cada partícula le corresponde su antipartícula (método utilizado en medicina para detectar un cáncer (PET)). En particular Paul Dirac le asignó su antipartícula al electrón llamada positrón y la cual fue encontrada experimentalmente [1]. El segundo evento fue el descubrimiento de las partículas que están en los rayos cósmicos, al llevar detectores a grandes alturas se encontraron partículas como el pión (descubierto en Bolivia). El siguiente paso fue en 1960 cuando se propuso el modelo de Quarks, para poder explicar las partículas nuevas y describir más partículas que pudieran existir debido a que se descubrían más y más (hasta pensar que eran miles), este modelo propuso 3 partículas llamadas quarks que constituían las demás. Otro acontecimiento a considerar fue la creación del modelo estándar que describe cómo interactúan estas partículas elementales propuestas y que hasta la fecha es una teoría válida o efectiva. Unos de los sucesos más recientes e importantes fue la construcción de los grandes colisionares de hadrones como el LHC, con el cual se comprobaban predicciones del modelo estándar (como en 2013 el descubrimiento del bosón de Higgs) [2]. Cabe mencionar que estos sucesos no fueron los únicos que se necesitaron para presentar este modelo, todavía fue requerido renormalizar algunas teorías y realizar cálculos igual de importantes, el objetivo es mostrar algunos de estos para dar una idea de lo que costo que este modelo se haya creado.

Este modelo de partículas (SM) considera un momento dipolar eléctrico del electrón no nulo (eEDM, por sus siglas en inglés), aunque el valor predicho está muy por debajo de cualquier experimento concebible actualmente. Sin embargo, la cantidad de violación de CP observada en la naturaleza (que se manifiesta, por ejemplo, a través de la asimetría bariónica del universo) es mucho mayor que la permitida por el SM, muchas

fuentes de violación CP contenidas en una nueva física empujan la predicción para el eEDM por muchos órdenes de magnitud, dentro del alcance experimental. La teoría predice que un momento distinto de cero debe manifestarse en pequeños cambios de energía cuando los átomos o moléculas están colocados en campos eléctricos, científicos han hecho uso de este hecho para establecer límites en el tamaño de él. Varios modelos de la teoría cuántica de campos predicen diferentes valores de eEDM. Qué modelo es correcto será decidido por experimentos posteriores. La búsqueda proporcionará una sonda para probar estos modelos.

Es necesario comprobar los modelos que se proponen con mediciones de cantidades fundamentales en los cuales se basan estos mismos, nuestra intención es investigar el momento dipolar para así corroborar ciertas teorías y restringir nuestro amplio panorama a un cauce que se respalde con datos concretos.

En el capítulo 1 se desea introducir al lector los fundamentos del electromagnetismo que son las ecuaciones de Maxwell, haciendo hincapié en la ley de Gauss, debido a que nos ayudará a hacer conjeturas acerca de la presencia del momento dipolar eléctrico en el desarrollo multipolar de los campos electrostáticos, concepto que se retomará en el capítulo 3 para realizar cálculos de nuestro interés. Además, se definirá clásicamente el momento dipolar y la manera de calcularlo si está sometido a un campo eléctrico constante.

En el capítulo 2 se explicará de manera técnica el experimento que sirve para estimar el momento dipolar eléctrico de un electrón, usando como base el experimento realizado en Harvard, llamado ACME. Se dará también un pequeño listado de distintas estimaciones con sus correspondientes autores y fechas. Resultados que más adelante utilizaremos para calcular e interpretar datos de nuestro interés.

En el capítulo 3 se comienzan a realizar los primeros cálculos de este proyecto, que con la premisa de que es una especulación, se cuantificará el radio aproximado de un electrón para 2 estimaciones, utilizando recursos previamente introducidos y haciendo consideraciones que se explican con detalle más adelante. Luego, se usa una variación curiosa, que con ayuda de un límite, nos devuelve información sugerente.

Por último, en el capítulo 4 tomamos una extensión del modelo estándar explicando a grandes rasgos su teoría y la manera de obtener el momento dipolar eléctrico mediante un cálculo, para después variar parámetros involucrados y con ayuda del software matemática, acotarlos. Finalmente se analiza lo que representa y se compara con los resultados del capítulo 2.

Capítulo 1

Definiciones

1.1. Ecuaciones de Maxwell

Las ecuaciones de Maxwell se obtuvieron a través de la historia con fórmulas empíricas, que después Maxwell con habilidad pudo comprimirlas en las siguientes [5]:

$$\text{Ley de Gauss} \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (1.1)$$

$$\text{Ley de Biot-Savart} \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.2)$$

$$\text{Ley de Faraday} \quad \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1.3)$$

$$\text{Ley de Ampere-Maxwell} \quad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1.4)$$

Estas ecuaciones describen perfectamente la teoría electromagnética desde un punto de vista macroscópico. Como ya se sabe, los parámetros involucrados son el campo eléctrico, el magnético, la densidad de carga, la corriente de carga y las constantes de permitividad eléctrica y permeabilidad magnética.

La interpretación de cada ley nos permite modelar el problema que se presente, es decir, cada fórmula tiene significado físico. La ley de Biot-Savart simboliza que no existen los monopolos magnéticos, como bien se sabe, si se rompe un imán en 2 pedazos se genera un nuevo imán, ahora se tienen dos, es decir, no es posible separar el polo norte del sur sin crear otro. La ley de Faraday muestra que al variar un campo magnético ya sea haciéndolo oscilar espacial o temporalmente, se crea un campo eléctrico que con ayuda de matemáticas básicas se pueden saber la magnitud de sus componentes espaciales. Luego, la Ley de Ampere que Maxwell modificó en su momento al darse cuenta que violaba la conservación de la carga, enuncia que los campos magnéticos se crean gracias a la existencia de corrientes eléctricas y un cambio en el campo eléctrico sobre el tiempo análogo a la de Faraday. Este proyecto se enfoca en la ley que de

manera deliberada dejamos al final, que es la de Gauss, la ley que permite describir la electrostática.

Esta ley mide la diferencia entre el flujo saliente y el flujo entrante en el campo vectorial eléctrico en un volumen controlado, se sabe que si el campo tiene fuentes entonces la diferencia será positiva, si tiene “sumideros” será negativa y cero si no existe alguna. La razón por la que se menciona el volumen es importante, pues se discutirá más adelante al definir el momento dipolar eléctrico.

1.2. Multipolos eléctricos

Si se supone que las cargas se encuentran dentro de un volumen finito pero muy irregular (para generalizar), se puede esperar que el valor del potencial en los puntos cercanos al contorno dependan demasiado de la distribución de cargas, pero si además se supone que no hay puntos cercanos al contorno o bien, que el volumen incrementa, parece claro que los detalles de la distribución tienen menor importancia. Si se quiere conocer con mayor detalle el efecto que tiene esta distribución sobre la carga de prueba es necesario recurrir a los cálculos¹, y partiendo de ahí se conocen estas cantidades nombradas multipolos eléctricos.

Y los más importantes son: El momento monopolar, momento dipolar y momento cuadripolar.

1.3. Definición del momento dipolar clásico

Las líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales de igual magnitud pero de signos opuestos son conocidas como dipolo eléctrico, es un sistema de dos cargas de signo opuesto e igual magnitud cercanas entre sí. Si este momento dipolar se somete a un campo eléctrico constante, este eventualmente se alineará con el campo debido al torque que se presenta, también se definió el torque como $\vec{p} \times \vec{E}$ donde \vec{p} es el momento dipolar eléctrico. La energía potencial a la que el dipolo se somete, es decir, la energía que se necesita para sacar de ese alineamiento al momento dipolar eléctrico o en otro caso, que estuviera con otro θ_0 , donde este es un ángulo que se mide respecto a la dirección de \vec{E} y se encontró que su energía potencial es $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$. Por definición [3], el momento dipolar eléctrico es:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i \quad (1.5)$$

En donde q_i son las cargas involucradas y r_i sus vectores posición asociados.

¹Ver apéndice A.

1.4. Momento dipolar en un campo eléctrico

Si un dipolo eléctrico se somete a un campo eléctrico como se muestra en la fig(1.1), suponiendo que el campo $\vec{E} = E\hat{i}$, donde E es constante y poniendo el origen en la mitad de la línea que une a las cargas, se puede analizar lo que sucederá, para mayor simplicidad este cálculo se hará en dos dimensiones.

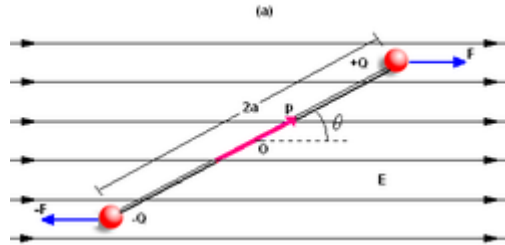


Figura 1.1: Dipolo inmerso en un campo \vec{E}

Primero que nada resolvemos sus ecuaciones de movimiento traslacionales. Las fuerzas que experimentan las cargas están definidas por:

$$\vec{F}_{\pm} = Q_{\pm}E\hat{i}$$

Se denota a F_{+} como la fuerza que experimenta la carga positiva y F_{-} la negativa.

$$\vec{F}_{+} = QE(\hat{i})$$

$$\vec{F}_{-} = QE(-\hat{i})$$

Por lo tanto, haciendo la suma de fuerzas:

$$\sum \vec{F} = QE(\hat{i}) + QE(-\hat{i}) = 0$$

Este resultado asevera que el centro de masa del dipolo tiene una velocidad constante, misma que en los experimentos se busca que sea cero.

1.4.1. Torque

Al analizar la parte rotacional, se puede obtener el valor de los torques presentes en este diagrama. Se sabe cómo está dado el torque:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

Y de la figura podemos escribir $\vec{r}_+ = a\hat{a}$ y $\vec{r}_- = a(-\hat{a})$. Luego entonces, $\vec{\tau}_+ = a\hat{a} \times F\hat{i}$ y $\vec{\tau}_- = a(-\hat{a}) \times F(-\hat{i})$. Por lo tanto:

$$\begin{aligned}\sum \vec{\tau} &= (a\hat{a} \times F\hat{i}) + (a(-\hat{a}) \times F(-\hat{i})) \\ &= (a\hat{a} \times QE\hat{i}) + (a(-\hat{a}) \times (-Q)E\hat{i}) \\ &= (a\hat{a}Q \times E\hat{i}) + (a(-\hat{a})(-Q) \times E\hat{i})\end{aligned}$$

que se puede escribir también en términos de los vectores de posición y usando ec. (1.5) se obtiene:

$$\vec{\tau}_T = (r_+Q_+ + r_-Q_-) \times E\hat{i} = \vec{P} \times \vec{E} \quad (1.6)$$

Si se expresa la ec. (1.6) como la magnitud de los vectores por el seno del ángulo que las comprende, es decir, $\vec{P} \times \vec{E} = PE \sin \theta$, y se analiza el comportamiento que va a tomar el seno debido al constante cambio de θ , se deduce que eventualmente, el momento dipolar eléctrico se alineará con el campo eléctrico.

1.5. Simetrías C,P y CP

1.5.1. Simetría C

La conjugación de carga es una operación realizable en un conjunto de partículas que cambia estas en su correspondiente antipartícula. Si una situación resulta invariante bajo esta operación se le conoce como la simetría C. Las interacciones electromagnéticas, la gravitatoria y la interacción fuerte tienen simetría-C (**author?**) [16]. Sin embargo, las interacciones débiles no tienen simetría C y se dice que presenta violación simetría C.

1.5.2. Simetría P

La paridad es algo muy peculiar debido a que normalmente se supone que existe derecha e izquierda, es decir, se tienen direcciones asociadas gracias a observaciones propias que se han definido de manera global para tener coordinación a la hora de compartir información como que el este es de donde sale el sol, pero resulta ser que esto en realidad es una convención humana, si se tuviera interacción con otra civilización ajena a la humana y se quisiera describir algo que necesita dirección no habría manera de lograrlo, de forma abstracta, pareciendo que todo es invariante bajo reflexión. Fue Feynman el que propuso la existencia de esta ruptura (en la fuerza débil), la comprobación vendría más adelante en la que se utilizó cobalto 60 [16] (un átomo radioactivo

que se desintegra en una protón y un electrón, con un campo magnético y bajas temperaturas se alinean todos los cobaltos) al realizarse el experimento se observó que los electrones tienen una dirección preferente para salir, que es la izquierda. Un gran paso, la ruptura de simetría. Esto dio origen a nombrar a esta partícula como mesón.

1.5.3. Simetría CP o T

La simetría CP es el producto de ambas. La simetría CPT implica que una violación de la simetría CP es equivalente a una violación de la simetría T y aunque en algunos contextos se cumple [7], el universo observable no cumple con esto principalmente debido a la segunda ley de la termodinámica (irreversibilidad de fenómenos físicos).

Las definiciones que se enuncian en este capítulo son de gran importancia para el análisis del capítulo 3. Además el concepto de un dipolo eléctrico inmerso en un campo eléctrico sirve como herramienta para entender el experimento que se detalla en el siguiente capítulo, pues brinda la analogía clásica a esta idea. Se definen también las simetrías CP , concepto que se utilizará a lo largo de este proyecto para concebir la existencia del eEDM.

Capítulo 2

Estimación del eEDM

En este capítulo se muestra al lector los conceptos básicos para poder realizar un experimento que pueda estimar un eEDM, se enuncian algunas herramientas técnicas con los cuales se adquieren datos que sirven para esta estimación. Al final se presentan estimaciones realizadas por distintas instituciones, datos muy relevantes para los cálculos finales de este proyecto.

2.1. Antecedentes

Los momentos dipolares eléctricos de las partículas han sido el foco de los experimentos en los últimos 50 años. La existencia de estos y que no sean nulos sería evidencia de violación CP en el sector leptónico lo cual tendría implicaciones profundas para entender la cosmología y la Física de Partículas [8]. El Modelo Estándar ya considera una violación T que estima $|de| < 10^{-40}$, 13 órdenes de magnitud más pequeña que el límite actual, a pesar de ese valor tan pequeño, es ampliamente esperado encontrar un valor mayor.

Partículas supuestas en otros modelos exhiben un eEDM lo suficientemente mayor para poder ser medido con instrumentos sofisticados. Por ello la búsqueda de indicios de nueva física se basa en el momento magnético anómalo en el caso del muón y en el momento dipolar eléctrico en el caso del electrón [18].

En cualquier caso, para la mayoría de los físicos la Supersimetría en la escala $O(1)$ TeV es la solución natural a los problemas del Modelo Estándar a esta escala; para estos físicos se trata de un duro varapalo.

Como se ha mencionado, el momento dipolar eléctrico del electrón es la prueba de que existe una violación CP en el Modelo Estándar. En [8] se detalla el experimento para establecer límites mejorados para el eEDM, utilizando un haz frío de monóxido de torio.

2.2. El monóxido de torio

El motivo de utilizar Monóxido de Torio (ThO) es controlar la energía que surge de la interacción interna de los campos eléctricos de los átomos o moléculas con un electrón unido, efectos relativistas que pueden ser mejorados en estados electrónicos.

La metaestabilidad es la propiedad que exhibe un sistema con varios estados de equilibrio, cuando permanece en un estado de equilibrio débilmente estable durante un considerable período de tiempo. Sin embargo, bajo la acción de perturbaciones externas (a veces no fácilmente detectables) dichos sistemas exhiben una evolución temporal hacia un estado de equilibrio fuertemente estable.

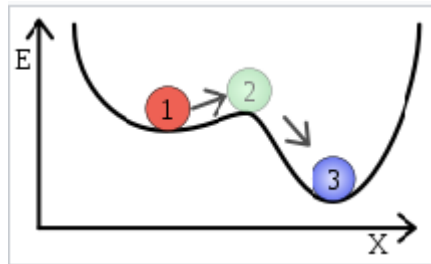


Figura 2.1: Un sistema metaestable con un estado débilmente estable (1), un estado inestable (2) y un estado fuertemente estable (3).

El estado metaestable del ThO trae consigo importantes ventajas como propiedades que rechazan un número de errores sistemáticos conocidos [8], mismas que se discutirán junto con todas sus implicaciones. Gracias a estas propiedades se sostiene que la incertidumbre estadística de una medición del eEDM puede mejorarse hasta en 3 órdenes de magnitud en comparación con el límite de medición del grupo de Hinds del 2011.¡[8]

La primer ventaja fue contar con dos niveles moleculares cercanos de paridad opuesta, ya que esto amplifica la señal buscada. La segunda fue que dichos niveles tuvieran la llamada configuración H, con la que era posible invertir la orientación de la molécula al cambiar de niveles, esto es esencial para poder distinguir la señal real de una falsa. La tercer ventaja es que tuviera un momento magnético reducido para minimizar señales falsas, pues será sometido a campos magnéticos y eléctricos.

Además, es posible polarizar moléculas con campos eléctricos, pues cuando un electrón es sometido por si solo a una campo, éste se acelera saliéndose de la zona de estudio. Por otro lado, es más fácil polarizar esta molécula y tener mejores resultados en su campo interno debido a que el oxígeno es más electronegativo que el torio, de hecho, el oxígeno es de los elementos más electronegativos que existen en la tabla periódica y el torio lo complementa siendo de distinta familia. Comparado a los átomos, las moléculas polares ofrecen la posibilidad de campos eléctricos internos más grandes y que pueden ser orientados con campos eléctricos de laboratorio. Lo que hace fascinante a este experimento es que el campo eléctrico que realmente es útil, es el campo efectivo

creado por la interacción interna de la molécula. La sensibilidad para este experimento crece rápidamente con el tamaño del núcleo, como se sabe, el torio cuenta con un núcleo muy grande, cabe mencionar que las moléculas se polarizan alineándose con el campo externo (de manera antiparalela) minimizando energía.

El momento dipolar eléctrico tan pequeño solo afecta a modelos más allá del ME que incumplen simetría CP (o T), por tanto, no se descarta la existencia de partículas supersimétricas invariantes CP en la escala $O(1)$ TeV al alcance del LHC, que no las ha observado aún o del futuro HL-LHC.

El experimento completo es realmente elegante y es un ejemplo más de cómo las mediciones coherentes que usan las capacidades disponibles en la mecánica cuántica producen una sensibilidad excepcional.

2.3. Experimento ACME

El ACME (*Advanced Cold Molecule Electron Dipole Moment*) es un experimento realizado en 2014 encabezado por el Dr. Gerald Gabrielse de la Universidad de Harvard junto con David DeMille de la Universidad de Princeton, quien ha sido pionero en desarrollar las ideas clave para el éxito de la medición, y John Doyle experto en haces atómicos, principalmente, aunque hay más personas dentro de este ambicioso equipo. Este experimento estima un eEDM $|d_e| = 9,4 \times 10^{-29} \text{ e} \cdot \text{cm}$ al 90 % CL.

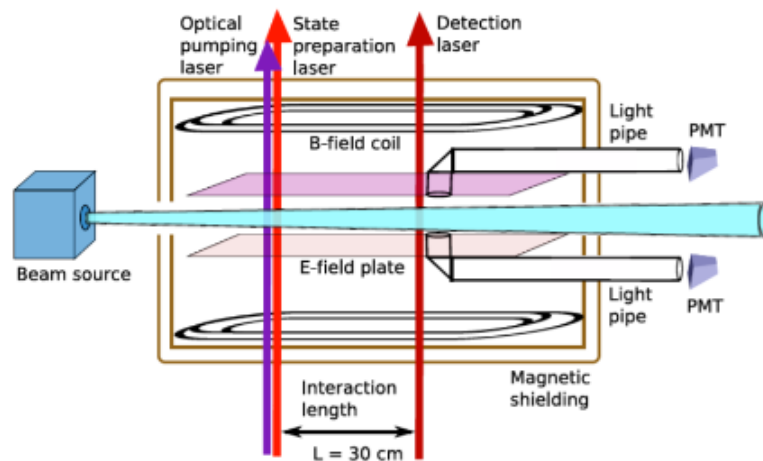


Figura 2.2: Esquema del experimento de un haz molecular para medir el eEDM usando ThO. Las moléculas frías de la fuente del haz entran en un blindaje magnético, en la frontera se les aplica el láser de preparación de estado, dentro se aplican campos eléctricos y magnéticos en donde el electrón precede por 30 cm en un tiempo $\tau = 1,8 \text{ms}$. El giro de la molécula se analiza al acoplarlo a dos polarizaciones ortogonales del láser de detección y detectando la resultante por fluorescencia inducida por láser [8].

Como se ha mencionado reiteradas veces la molécula empleada es ThO, pero con una particularidad, es lanzada en un haz frío lo cual reduce su velocidad dentro de la cámara a unos 170 m/s durante su trayecto de unos 30 cm. Aunado a esto, al polarizar la molécula se crea un campo eléctrico interno sumamente intenso, de esta manera un campo eléctrico externo modesto (141 V/cm) se traduce en un campo gigantesco (84 GV/cm) que el electrón ve en ThO.

Para medir el EDM, la molécula de ThO en su estado fundamental $|X, J = 0\rangle$ se coloca en un estado metaestable (llamado H) vía un estado intermedio excitado $|C, J = 1, M = 0\rangle$; el estado H es un estado doblete, superposición cuántica de dos niveles ($N = +1$ y $N = -1$), separados una distancia $2DE$ (siendo E el campo eléctrico efectivo y D el momento dipolar eléctrico). Para ello se aplican dos pulsos láser, uno de bombeo a 690 nm polarizado en el eje z y otro de Stokes a 1090 nm polarizado en el eje x . La excitación de un medio láser por bombeo óptico, requiere que el espectro de absorción del medio sea similar al espectro de emisión de la fuente de bombeo, de modo que sea absorbida gran cantidad de la radiación. El electrón empieza a realizar un movimiento de precesión durante el recorrido de la molécula en una cavidad de ultravacío apantallada a campos magnéticos y eléctricos externos usando campos magnéticos estáticos. La precesión se puede explorar aplicando dos pulsos láser a 703 nm, al inicio y al final del movimiento de la molécula, que provocan el retorno del electrón al estado excitado y su decaimiento mediante fluorescencia a 512 nm. Esta última se observa mediante fotomultiplicadores (detector común que trabaja con luz ultravioleta y visible).

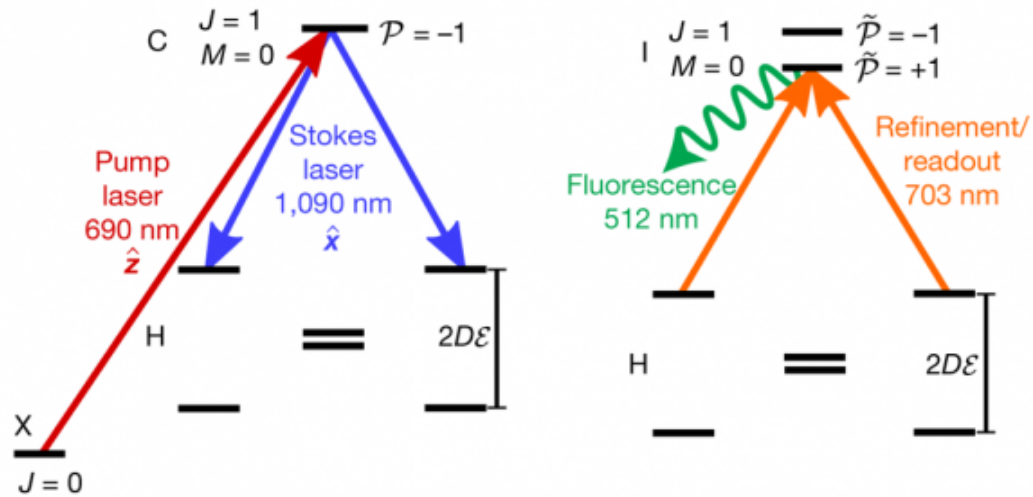


Figura 2.3: Esquema de transiciones entre estado excitado al estado doblete para luego regresar al estado inicial [12].

2.4. Estimaciones de distintas instituciones

A continuación se muestra una recopilación de las estimaciones más serias del eEDM.

Año	Sede	Principales investigadores	Método	Especie	Límite superior en d_e
2002	University of California, Berkeley	Eugene Commins, David DeMille	Haz atómico	Tl	$1,6 \times 10^{-27} \text{e}\cdot\text{cm}$ [9]
2011	Imperial College London	Edward Hinds, Ben Sauer	Haz molecular	YbF	$1,1 \times 10^{-27} \text{e}\cdot\text{cm}$ [10]
2014	Harvard-Yale (ACME I experiment)	David DeMille, John Doyle, Gerald Gabrielse	Haz molecular	ThO	$9,4 \times 10^{-29} \text{e}\cdot\text{cm}$ [8]
2017	JILA	Eric Cornell, Jun Ye	Trampa iónica	HfF+	$1,3 \times 10^{-28} \text{e}\cdot\text{cm}$ [11]
2018	Harvard-Yale (ACME II experiment)	David DeMille, John Doyle, Gerald Gabrielse	Haz molecular	ThO	$1,1 \times 10^{-29} \text{e}\cdot\text{cm}$ [12]

Cuadro 2.1: Lista de experimentos del Momento dipolar eléctrico de un electrón.

Como se puede observar, existe ya una segunda generación del experimento ACME en el cual se estima un límite superior del eEDM aún más pequeño que en el del 2014.

Con los datos recopilados por este capítulo se procederá a realizar los cálculos de interés de los capítulos restantes, la importancia de seguir mejorando los experimentos es de vital importancia para la búsqueda de nueva física.

Capítulo 3

Estimación de un radio clásico del electrón

3.1. Modelo de estimación

En el capítulo 1 se introdujo el concepto de momento dipolar para un conjunto de cargas y se llegó a la ec. (1.5), misma que en esta sección se empleará con el objetivo de estimar el radio de un electrón. La idea que se tiene del electrón es de una carga puntual negativa, sin embargo se puede especular que está constituido por partículas más elementales no necesariamente de signo negativo, lo que da pie a considerar la existencia de un momento dipolar eléctrico. Hasta este momento la ley de Gauss no se violaría, pues para efectos prácticos el volumen que encerraría a estas cargas sería diminuto (del orden del tamaño del electrón) dejando a los experimentos que comprueban la carga del electrón invariantes. En primer lugar, se considera que el electrón está compuesto por 2 cargas de distinto signo.

El objetivo de esta sección es estimar un radio posible para el tamaño del electrón como si fuera algo como un dipolo eléctrico, es decir, una distribución de carga positiva y negativa que nosotros tomaremos como cargas proporcionales a las del Modelo Estándar, con la restricción de que la suma de todas estas cargas dé un total de -1 , pues como se mencionó, debe coincidir con lo que se mide en la realidad.

Para hacer este cálculo se toman en cuenta dos puntos, uno de ellos es que se recopiló las estimaciones hechas por dos instituciones que obtuvieron distintos valores, esto para comparar los radios posibles. El segundo es considerar una partícula con carga de $-\frac{4}{3}$ y otra de $\frac{1}{3}$, es decir, constituir el electrón con quarks solo de manera especulativa, a manera de obtener la separación entre ellas. Aparte, se enuncia el modelo para hacer la estimación del radio y después, los 2 valores mencionados con sus respectivos resultados.

Cabe resaltar que las dos cotas que se toman en cuenta están separadas por el año en que se realizaron, el objetivo es marcar un intervalo que se pueda interpretar, además de hacer notar la mejora en la tecnología y lo importante de seguir evolucionando en

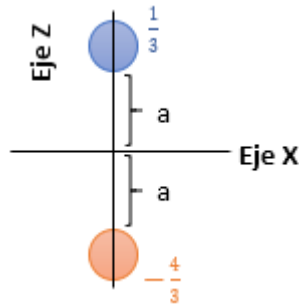


Figura 3.1: Modelo de estimación del radio del electrón. Ambas cargas se suponen en la frontera del electrón, siendo a el radio a estimar.

experimentos, no solo en instrumentos sino en la forma en que se plantean, ya que el primero (2002) se hizo con un gas atómico, mientras que el segundo (2018) con un haz molecular.

En el arreglo que se utilizó, se emplea cierta astucia para minimizar los cálculos a realizar, por ejemplo, el origen de nuestro sistema de referencia se colocó justo en el punto medio de la separación de las 2 partículas (para que a sea justo el radio que buscamos), además de que se alineó al eje Z (para eliminar la parte vectorial), justo como se muestra en la fig(3.1).

Ahora, retomando la ec. (1.5) y desarrollándola para el sistema queda de la siguiente forma:

$$p\hat{z} = q_1r_1\hat{z} + q_2r_2\hat{z} = \frac{1}{3}ea\hat{z} - \left(-\frac{4}{3}\right)ea\hat{z} = \frac{5}{3}ea\hat{z}$$

Así, conservando únicamente la parte escalar y despejando a , queda:

$$a = \frac{3p}{5e} < \frac{3p_{estimado}}{5e} \tag{3.1}$$

3.2. Estimación del 2002

Si se recopila la información que se mostró en la tabla (2.1) y la ec. (3.1) se puede cuantificar el radio para la estimación del 2002.

$$a < \frac{3(1,6 \times 10^{-27} e \cdot cm)}{5e} = \frac{3(1,6 \times 10^{-27} \cdot cm)}{5} = 9,6 \times 10^{-28} cm$$

que comparándolo con el tamaño del núcleo de hidrógeno sería unas $1,82 \times 10^{12}$ veces más pequeño.

3.3. Estimación del 2018

Haciendo lo análogo a la estimación anterior con la medida del ACME 2.

$$a < \frac{3(1,1 \times 10^{-29} e \cdot cm)}{5e} = \frac{3(1,1 \times 10^{-29} \cdot cm)}{5} = 6,6 \times 10^{-30} cm$$

una estimación 2 órdenes menores a la pasada que sugiere que el radio del electrón es aún menor, y aunque este cálculo es con base en especulaciones, inspira a seguir mejorando cada estimación para poder hacer interpretaciones que tengan implicaciones más profundas.

Capítulo 4

2HDM con violación de sabor leptónico

A través de este proyecto se ha familiarizado al lector con el concepto de momento dipolar eléctrico y su análisis clásico, así como los procesos necesarios para hacer estimaciones. Se enunciaron distintas fuentes y el valor que éstas mismas hallaron, además de que se pudo especular un radio del electrón. En este capítulo se pretende estudiar esta propiedad (eEDM) desde el punto de vista de una teoría cuántica de campos relativista, el Modelo Estándar. El objetivo es extender SM a un modelo que permita la existencia del eEDM, y con ese análisis obtener una fórmula que con ayuda de las estimaciones mencionadas, nos permita acotar parámetros que incorpora esta extensión.

El Modelo Estándar se basa en que las partículas fundamentales son los quarks y los leptones, que a su vez se dividen en tres familias. Estas interactúan por el principio de Gauge donde las fuerzas están mediadas por vectores asociados con simetrías de Gauge, existe un generador algebraico asociado a la simetría del sistema. Por último, las masas de los bosones débiles (W^\pm, Z) y fermiones surge por la interacción con el vacío. [13]

4.1. Ruptura espontánea de la simetría y Lagrangiano de Higgs

Como menciona [13] una realización de Nambu-Goldstone ocurre cuando el vacío no respeta la simetría del Lagrangiano que conduce al teorema de Goldstone, si la simetría continua se rompe espontáneamente (RES), aparecen nuevas partículas escalares sin masa o de masa ligera asociadas con los generadores, que se pueden interpretar como excitaciones en la dirección simétrica. En interacciones fuertes ocurre donde la simetría quiral no se manifiesta (piones se vuelven pseudobosones). En la teoría de fuerza débil existía el problema de cómo meter la masa del bosón W, para solucionarlo se recurrió

4.1. RUPTURA ESPONTÁNEA DE LA SIMETRÍA Y LAGRANGIANO DE HIGGS 15

al mecanismo del bosón de Higgs que en un contexto de simetrías locales, los grados de libertad de los bosones de Goldstone se convierten en modos longitudinales de bosones mediadores que luego adquieren masa.

El lagrangiano de Higgs en una teoría abeliana está dado por:

$$\mathcal{L}_\phi = \frac{1}{2}\delta_\mu\phi\delta^\mu\phi - V(\phi) \quad (4.1)$$

con $V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4$ como el potencial de Higgs.

Para $\mu^2 < 0$ el mínimo se desplaza del origen y no respeta la paridad.

$$\langle \phi \rangle_o = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{2\lambda}} = \pm \frac{v}{\sqrt{2}}$$

y existe degeneración en v y $-v$. Estudiando las fluctuaciones cerca del nuevo mínimo, se pueden interpretar como partículas, es decir;

$$\xi \equiv \phi(x) - \langle \phi \rangle_o = \phi(x) - v$$

por tanto:

$$\mathcal{L}_\xi = \frac{1}{2}\delta_\mu\xi\delta^\mu\xi - \lambda v^2\xi^2 - \lambda v\xi^3 - \frac{1}{4}\lambda\xi^4$$

gracias a la RES, ξ es un campo escalar con masa $m_\xi = \sqrt{2\lambda}v = \sqrt{-2\mu^2}$, usando RES es posible generar masas para los bosones de Gauge.

En el modelo estándar la fuerza electrodébil es $SU(2) \times U(1)$ con los bosones de Gauge $W_\mu^\pm, W_\mu^3, B_\mu$. El sector mínimo de Higgs incluye un doblete que está dado de la siguiente manera:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 - i\phi_2 \\ \phi_3 - i\phi_4 \end{pmatrix}$$

La masa de W y Z se obtienen del lagrangiano de Higgs.

$$\mathcal{L}_H = |D_\mu\Phi|^2 - V(\phi)$$

donde el potencial de Higgs está dado por:

$$V(\phi) = \mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 = \frac{1}{2}\mu^2\left(\sum_{i=1}^4\phi_i^2\right) + \frac{1}{4}\lambda\left(\sum_{i=1}^4\phi_i^2\right)^2$$

Considerando un desarrollo en serie de Taylor alrededor de $\langle \phi_0 \rangle$ y reparametrizando este estado como una perturbación de 4 campos reales, además de utilizar la invariancia del grupo de Gauge unitario $U(1)$ nos da como consecuencia que el único escalar dentro del doblete de Higgs distinto de cero sea el $\phi_3 = v + h$, donde h corresponde a las excitaciones del vev . Por lo que reescribiendo,

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

y

$$V(\phi) = \frac{1}{4}\lambda v^2 + \lambda v^2 h^2 + \lambda v h^3 + \frac{1}{4}\lambda h^4 \quad (4.3)$$

donde el segundo sumando está asociado con la masa de h ($m_h^2 = 2v^2\lambda$), el tercero y cuarto con los acoplamientos de interacción.

Por otro lado, usando [15] la interacción del higgs con los bosones de Gauge, está contenido en el término cinético y como solo estamos interesados en la contribución para la masa de estos mismos, omitimos cualquier h mezclada en lo que sigue:

$$\begin{aligned} (D_u\phi)^\dagger(D_u\phi) &= \left| \left(\partial_u + \frac{i}{2}gt_u^k + \frac{i}{2} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{v^2}{8} \left| (gt^k W_u^k + g' B_u) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{v^2}{8} \left| \begin{pmatrix} gW_u^1 - igW_u^2 \\ -gW_u^3 + g'B_u \end{pmatrix} \right|^2 \\ &= \frac{v^2}{8} [g^2((W_u^1)^2 + (W_u^2)^2) + (gW_u^3 - g'B_u)^2] \end{aligned}$$

Se define al bosón cargado W_u^- y a su complejo conjugado como:

$$W_u^\pm \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W_u^1 \mp iW_u^2)$$

Fijándonos en lo que está dentro del primer paréntesis, factorizando un 4, el v y asociándolo con g, además de sustituir en función de W^+ queda:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{gv}{2} \right)^2 (2W_u^\dagger W^u)$$

produciendo que la masa del bosón W sea:

$$m_w = \frac{gv}{2} \quad (4.4)$$

Los 2 bosones neutros (Z,A) se definen como:

$$Z_u \equiv \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(gW_u^3 - g'B_u) \text{ con masa de } m_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g^2 + g'^2} \quad (4.5)$$

$$A_u \equiv \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}}(g'W_u^3 + gB_u) \text{ con masa de } m_A = 0 \text{ el tan conocido fotón} \quad (4.6)$$

Por último se tiene la constante de Fermi:

$$G_F = \sqrt{2} \frac{g^2}{8M_W^2} = \frac{\sqrt{2}}{2v^2} \quad (4.7)$$

y experimentalmente se encuentra que $G_F = 1,16637 \times 10^{-5} \text{GeV}$ por lo que $v \sim 246 \text{GeV}$.

El doblete de Higgs también induce la masa de los fermiones, por medio del lagrangiano de Yukawa.

4.2. Lagrangiano de Yukawa en SM

El lagrangiano de Yukawa describe la interacción entre un campo escalar ϕ y un campo de Dirac Ψ . En este caso lo utilizaremos para detallar el acoplamiento entre el campo de Higgs y los quarks sin masa. Por medio de una ruptura espontánea de la simetría, los fermiones adquieren una masa proporcional al valor esperado en el vacío del campo de Higgs (vev). En el Modelo Estandar se define de la siguiente manera:

$$\mathcal{L}_Y = L_L^\dagger Y^e \Phi e_R \quad \text{Leptones cargados} \quad (4.8)$$

$$+ Q_L^\dagger Y^u \Phi U_R \quad \text{Quarks Up} \quad (4.9)$$

$$+ Q_L^\dagger Y^d \Phi d_R \quad \text{Quarks down} \quad (4.10)$$

$$+ H.C. \quad (4.11)$$

En donde:

$$L = \begin{pmatrix} (l_i)_1 \\ (l_i)_2 \\ (l_i)_3 \end{pmatrix}, Q = \begin{pmatrix} (q_i)_1 \\ (q_i)_2 \\ (q_i)_3 \end{pmatrix}, \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix}$$

y la daga representa su matriz transpuesta conjugada, además:

$$l_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ e_i \end{pmatrix}, q_i = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}$$

Las matrices de Yukawa se pueden rotar recurriendo a la definición de matriz similar que dan como resultado una matriz diagonal, en la cual sus valores están asociados a la masa del fermión en cuestión. También nos sugiere que no existe la interacción entre fermiones si no es mediante un bosón, como es bien conocido actualmente. Hábilmente podemos introducir 2 matrices identidades que multipliquen a la matriz de yukawa, de tal forma que podamos diagonalizarla. Por el momento nos centraremos en el sector leptónico, aunque es análogo para los otros 2.

$$L_L^\dagger Y^e \Phi e_R = L_L^\dagger I_3 Y^e I_3 \Phi e_R = L_L^\dagger V V^\dagger Y^e V^\dagger V \Phi e_R = \tilde{L}_L^\dagger \tilde{Y}^e \Phi \tilde{e}_R \quad (4.12)$$

Se introdujo la tilde para denotar que son matrices rotadas (así, la matriz de Yukawa ya es diagonal), además hay que aclarar que el doblete al pertenecer a la dimensión dos se puede tratar como “escalar“ ante la matriz V^\dagger permitiendo que rote a e_R , es una especie de conmutación. Como para $m \neq n$, la componente de Yukawa es igual a cero, resulta más fácil de operar.

$$\begin{aligned} (\tilde{L}_L^\dagger)_m (\tilde{Y}^e)_{mn} \Phi (\tilde{e}_R)_n &= (\tilde{L}_L^\dagger)_1 (\tilde{Y}^e)_{11} \Phi (\tilde{e}_R)_1 + (\tilde{L}_L^\dagger)_2 (\tilde{Y}^e)_{22} \Phi (\tilde{e}_R)_2 + (\tilde{L}_L^\dagger)_3 (\tilde{Y}^e)_{33} \Phi (\tilde{e}_R)_3 \\ &= \underline{(\tilde{l}_i)_{1L}^\dagger \Phi_i (\tilde{Y}^e)_{11} \tilde{e}_{1R}} + (\tilde{l}_i)_{2L}^\dagger \Phi_i (\tilde{Y}^e)_{22} \tilde{e}_{2R} + (\tilde{l}_i)_{3L}^\dagger \Phi_i (\tilde{Y}^e)_{33} \tilde{e}_{3R} \end{aligned}$$

Para fines prácticos solo se desarrolla el sumando subrayado, pues para los otros 2 es exactamente análogo, solo que respetando que el 1 es del electrón, el dos del muón y el 3 del tau. Como Φ solo tiene valor en la entrada 2, el sumando queda de la forma:

$$(\tilde{l}_i)_{1L}^\dagger \Phi_i (\tilde{Y}^e)_{11} \tilde{e}_{1R} = (\tilde{l}_2)_{1L} \Phi_2 (\tilde{Y}^e)_{11} \tilde{e}_{1R} \quad (4.13)$$

$$= (\tilde{Y}^e)_{11} (\tilde{e})_{1L} \frac{(v+h)}{\sqrt{2}} \tilde{e}_{1R} \quad (4.14)$$

$$= \frac{v}{\sqrt{2}} \tilde{e}_L \tilde{e}_R + \frac{\tilde{Y}_{11}^e}{\sqrt{2}} \tilde{e}_L h \tilde{e}_R \quad (4.15)$$

$$= m_e \tilde{e}_L \tilde{e}_R + \frac{m_e}{v} \tilde{e}_L h \tilde{e}_R \quad (4.16)$$

$$\Rightarrow m_e = \frac{v}{\sqrt{2}} \tilde{Y}_{11}^e$$

$$\therefore \tilde{Y}_{11}^e = \frac{\sqrt{2}}{v} m_e \quad (4.17)$$

4.3. Extensión al Modelo de Dos Dobletes de Higgs

En el Modelo Estándar se permite la violación de sabor con corrientes cargadas, mediante la matriz CKM un quark up se puede volver un quark down. Al agregar un doblete en el sector escalar de Higgs al doblete del SM nos da como consecuencia muchos fenómenos anómalos, uno de ellos, el cambio de sabor con corrientes neutras, es decir, que el cambio de sabor lo media un bosón sin carga como lo es el Z o el Higgs, que es el de nuestro interés.

Para extender al modelo de dos dobletes, se modifica el doblete inicial añadiendo otro, en este caso no se considera la violación de CP en el potencial de higgs, por lo que queda de la forma:

$$\Phi = \left(\begin{array}{c} H_i^* \\ \frac{v_i + h_i + i\chi_i}{\sqrt{2}} \end{array} \right) \quad (4.18)$$

En donde H_i^* es el doblete cargado.

Siguiendo el razonamiento de la sección anterior en solo fijarnos en el sector leptónico, podemos expresar el lagrangiano de Yukawa en el modelo de dos dobletes de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}_Y = (L_L)^\dagger Y_1^e \Phi_1 e_R + (L_L)^\dagger Y_2^e \Phi_2 e_R$$

Es conveniente asignar índices a cada objeto matemático para realizar las siguientes operaciones sin perder de vista la naturaleza de cada uno, luego volveremos a la notación sin índices, pero respetando las propiedades de las matrices, por tanto.

$$\mathcal{L}_Y = (L_L)_{am}^\dagger (Y_1^e)_{mn} \Phi_{1a} e_{Rn} + (L_L)_{am}^\dagger (Y_2^e)_{mn} \Phi_{2a} e_{Rn} = *$$

Tomando $a = 2$, la parte neutra de los dobletes...

$$* = (e_L)_m^\dagger (Y_1^e)_{mn} \left(\frac{v_1 + h_1 + i\chi_1}{\sqrt{2}} \right) e_{Rn} + (e_L)_m^\dagger (Y_2^e)_{mn} \left(\frac{v_2 + h_2 + i\chi_2}{\sqrt{2}} \right) e_{Rn} \quad (4.19)$$

$$= \bar{e}_L Y_1^e \left(\frac{v_1 + h_1 + i\chi_1}{\sqrt{2}} \right) e_R + \bar{e}_L Y_2^e \left(\frac{v_2 + h_2 + i\chi_2}{\sqrt{2}} \right) e_R \quad (4.20)$$

$$= \bar{e}_L \left(\frac{v_1}{\sqrt{2}} Y_1^e + \frac{v_2}{\sqrt{2}} Y_2^e \right) e_R + \bar{\mathbf{e}}_L \mathbf{Y}_1^e \frac{\mathbf{h}_1}{\sqrt{2}} \mathbf{e}_R + \bar{e}_L Y_2^e \frac{h_2}{\sqrt{2}} e_R + \dots \quad (4.21)$$

Se define a la suma de matrices que está dentro del parentésis del último resultado como $M^e = \frac{v_1}{\sqrt{2}} Y_1^e + \frac{v_2}{\sqrt{2}} Y_2^e$, debido a que tienen la misma dimensión. Rotando a la base de masas con el procedimiento empleado en ec. (4.12) a la matriz suma se obtiene una matriz diagonal, pero se debe tener cuidado, pues las matrices que suman a M^e por si solas no son matrices diagonales (aunque también estan rotadas).

$$e_L^\dagger V^\dagger V \left(\frac{v_1}{\sqrt{2}} Y_1^e + \frac{v_2}{\sqrt{2}} Y_2^e \right) V^\dagger V e_R^\dagger = \tilde{e}_L^\dagger \left(\frac{v_1}{\sqrt{2}} \tilde{Y}_1^e + \frac{v_2}{\sqrt{2}} \tilde{Y}_2^e \right) \tilde{e}_R^\dagger = \tilde{e}_L^\dagger \tilde{M}^e \tilde{e}_R^\dagger \quad (4.22)$$

donde \tilde{M}^e es diagonal. Así,

$$\tilde{Y}_1^e = \frac{\sqrt{2}}{v_1} \left(\tilde{M}^e - \frac{V_2}{\sqrt{2}} \tilde{Y}_2^e \right) \quad (4.23)$$

Ahora, retomando de la ec. (4.21) el equivalente a la rotación del sumando que está resaltado en negritas y sustituyendo \tilde{Y}_1^e :

$$* = \tilde{e}_L^\dagger \left(\frac{\sqrt{2}}{v_1} \tilde{M}^e - \frac{v_2}{v_1} \tilde{Y}_2^e \right) \tilde{e}_R \frac{h_1}{\sqrt{2}} \quad (4.24)$$

$$= \tilde{e}_{Lm}^\dagger \left(\frac{\sqrt{2}}{v_1} (\tilde{M}^e)_{mn} - \frac{v_2}{v_1} (\tilde{Y}_2^e)_{mn} \right) \tilde{e}_{Rn} \frac{h_1}{\sqrt{2}} \quad (4.25)$$

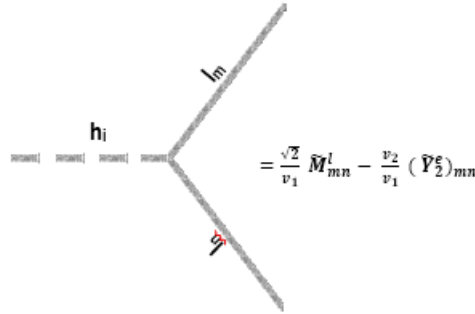


Figura 4.1: Representación a nivel árbol del cambio de sabor en el sector leptónico mediado por un Higgs neutro.

Y se define Cheng-Sher Ansatz:

$$(\tilde{Y}_2^e)_{ij} = |(\tilde{Y}_2^e)_{ij}| e^{i\theta_l} = (\chi_{ij}) \frac{\sqrt{m_i m_j}}{\sqrt{2}v} \quad (4.26)$$

4.4. Violación CP y el origen del EDM

En el año 1964 Christenson y sus colaboradores descubrieron la violación de la simetría CP en el decaimiento del mesón $K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-$ con una tasa de ocurrencia de 2×10^{-3} . La necesidad de explicar este fenómeno llevo a Kobayashi y Maskawa a estudiar a los campos vectoriales W_μ^\pm y cómo se transforman bajo CP, de donde conjeturaron que para que esto tuviera sentido la matriz de Cabibbo debería de ser una matriz compleja, y por tanto, tuviera una fase. Como consecuencia de generalizar a la matriz conocida como CKM resulta la existencia de 3 generaciones de quarks [16], con la condición de que estas 3 tengan distinta masa, actualmente esto es ampliamente aceptado en la comunidad científica.

Como se mencionó en el capítulo 2, SM estima un momento dipolar eléctrico del electrón del orden de 10^{-38} , esto debido a que en este modelo aparece en el tercer loop, que siguiendo la teoría de feynman la contribución de cada loop de orden mayor va decreciendo. Sin embargo, en el modelo de 2HDM este fenómeno aparece en el primer loop, es decir, en el primer orden de corrección. De ahí la importancia de este modelo, pues su elegancia para estimar un edm que abre las puertas a nueva física es muy alentadora.

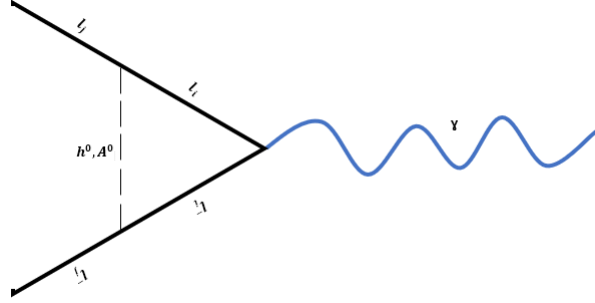


Figura 4.2: Cambio de sabor mediante un Higgs neutro a 1-loop.

Existen dos razonamientos para explicar la violación de CP, uno es directamente en el potencial de Higgs (esto implicaría obtener la estructura de los dos dobletes partiendo desde ahí) y el que toma como fuente los acoplamientos de Yukawa, que es precisamente el de nuestro interés. Para este caso, los dobletes son escogidos como:

$$\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 0 \\ v + H^0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sqrt{2}\chi^+ \\ i\chi^0 \end{pmatrix} \right], \quad \Phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} \sqrt{2}H^+ \\ h^0 + iA^0 \end{pmatrix} \right]$$

Por definición, la contribución del eEDM está dada por:

$$\mathcal{L}_{EDM} = id_l \bar{l} \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} l F^{\mu\nu} \quad (4.27)$$

en donde $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ es el tensor electromagnético y $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i[\gamma_\mu, \gamma_\nu]}{2}$

En [17] calcula explícitamente el d_l a partir de la lagrangiana que está en función de los coeficientes de Wilson y en donde aparecen los operadores de proyección izquierda y derecha, luego con ayuda de parametrizaciones de feynman calcula estos coeficientes.

Usando la función vértice que describe el acoplamiento entre un fotón y un electrón más allá del primer orden en teoría de perturbaciones (relaciona el antifermión y el fermión con el potencial A). Como se calcula en [18], para la forma más general de la invariancia de Lorentz esta función adquiere la forma:

$$\Gamma_\mu = G_1(q^2)\gamma_\mu + G_2(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu + G_3(q^2)\sigma_{\mu\nu}\gamma_5q^\nu$$

donde q_ν es el cuadrivector del fotón, y los primeros dos sumandos se le atribuyen al momento magnético anómalo del leptón, por lo que el valor no cero de la función G_3 es la responsable de violación CP y proporcional al EDM del leptón en cuestión. Si se extrae el momento dipolar eléctrico del vértice, puede ser calculado como suma de contribuciones de los higgs neutros incorporados en la sección pasada y se llega a la ecuación:

$$d_l = -\frac{iG_F}{\sqrt{2}} \frac{e}{32\pi^2} \frac{Q_\tau}{m_\tau} [-2i \sin 2\theta_l |\tilde{Y}_{N,ij}^e|^2] \times [F_1(y_{h_0}) - F_1(y_{A_0})] \quad (4.28)$$

Cabe resaltar que para llegar a esta forma se parametrizó al término $\tilde{Y}_{N,ij}^e$ y usando identidades básicas se lleva a la forma de seno, esto porque los acoplamientos son números complejos en donde su fase θ_l , son precisamente los parámetros de violación CP, que son la fuente del EDM del leptón.

4.5. Acote de los Higgs del 2HDM

Para esta última sección se hará uso de la ecuación recién obtenida ec. (4.28) aplicada a un electrón, esto con el objeto de acotar los bosones que se proponen en la sección pasada haciendo uso de la estimación del momento dipolar eléctrico realizada por el experimento ACME II.

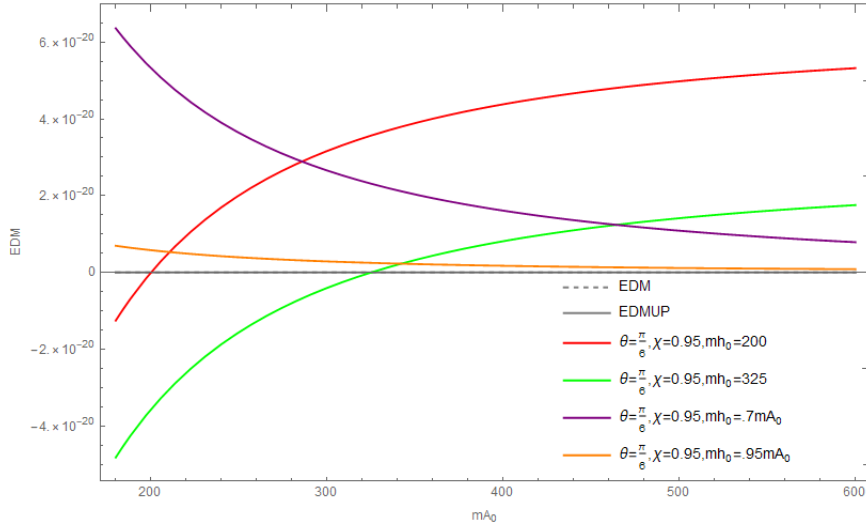
En primer lugar, se puede apreciar que muchos de los valores que aparecen en la ecuación son ya conocidos, es el caso de la constante de Fermi (G_F), de la carga del electrón así como la masa y carga del tau. El término $\tilde{Y}_{N,ij}^e$ son los acoplamientos de Yukawa con corrientes neutras (de ahí el subíndice N), los cuales se obtienen por medio de nuestro análisis previo (véase 4.1) en donde se define $\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}$ para este modelo. El ángulo θ_l es el asociado a los parámetros de violación de CP, que también se fijará para el valor de $\frac{\pi}{4}$. La constante χ que aparece en los acoplamientos se fija en 0,95.

Se modela, utilizando el software matemática, un programa que recupera el valor de las cantidades físicas ya conocidas y que fija los parámetros ya mencionados. Se hace un barrido en un intervalo sensato para la masa del bosón m_{A_0} de Higgs, mientras que m_{h_0} se mantiene fijo, para los valores 200 y 325 GeV. Para un tercer barrido se considera que la masa de un bosón está en terminos de la masa de su compañero, es decir, es proporcional; esto con la motivación de hacer variar uno, pero sin dejar fijo el otro, en específico se define la masa del h_0 como 0,7 del A_0 . Los resultados que arroja este último criterio motivaron a hacer un cuarto barrido con la masa de h_0 igual a 0,95 del A_0 , los resultados se discuten en el siguiente apartado. Luego el comportamiento que esta función arroja se analiza en escala logarítmica para visualizar mejor las zonas interesantes que se notan del anterior resultado. Para más detalles del código¹

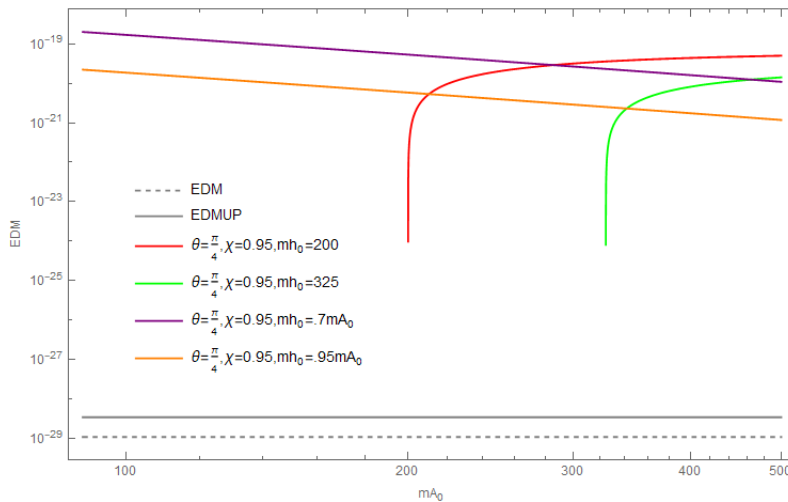
Además, de la misma ec. (4.28), se observa que solo un término es libre, de hecho es una resta de la función F_1 evaluadas en los 2 bosones; definiendo la resta como $G_1 = F_1(y_{h_0}) - F_1(y_{A_0})$. Se hace el barrido para un intervalo, con la diferencia de que en un primer barrido se deja fijo $m_{h_0} = 225$ GeV y libre m_{A_0} y en el segundo se fija $m_{A_0} = 400$ GeV dejando libre m_{h_0} . El tercer barrido se realiza con el mismo criterio de variación que el del edm; de esta forma se observa el comportamiento de esta singular función.

¹Véase apéndice B.

4.5.1. Resultados

Figura 4.3: Acote de m_{A_0} con distintos parámetros.

En la fig(4.3) se pueden apreciar puntos interesantes. Es obvio que para que exista violación CP se necesita que los bosones tengan distinta masa por la naturaleza de la ec (4.28), pero al notar las vecindades de donde la función del momento dipolar se interseca con el valor superior (en el caso donde m_{h_0} sugiere que estas masas son muy similares). Al observar la función cuando h_0 está en términos de A_0 se reproduce este comportamiento, pues cuando la masa del bosón h_0 es más cercana al del A_0 la curva pareciera ajustarse al valor estimado.

Figura 4.4: Acote de m_{A_0} a escala logarítmica.

En el caso de la fig(4.4), se utilizó una escala logarítmica para observar con mejor ángulo estas vecindades. Como se sabe, la escala logarítmica no está definida para el

cero o valores negativos por eso es que se indefine cuando el valor de las masas de los Higgs son iguales (cosa que convenientemente asegura que solo graficará cuando haya violación CP), lo que es interesante es que si se observan las funciones cuando la masa del h_0 está fija se puede apreciar que mientras más pesado es el Higgs, menor valor se obtiene, respetando la escala logarítmica para que estos cambios sean muy visibles se es necesario variar mucho este h_0 .

El punto a rescatar es que siendo conscientes que este es un modelo aún muy sencillo, pues no se considera violación en el potencial de Higgs y algunos detalles más, los resultados sugieren que la masa de los Higgs de este modelo son altas. Más aún, interpretando la misma fórmula, si la masa de A_0 incrementa, la masa de h_0 incrementa por como se definió, por lo que este resultado da pie a especular que estos bosones puede ser que no se hayan detectado aún, porque la energía necesaria es muy alta y aún no se puede concebir en los aceleradores de partículas.

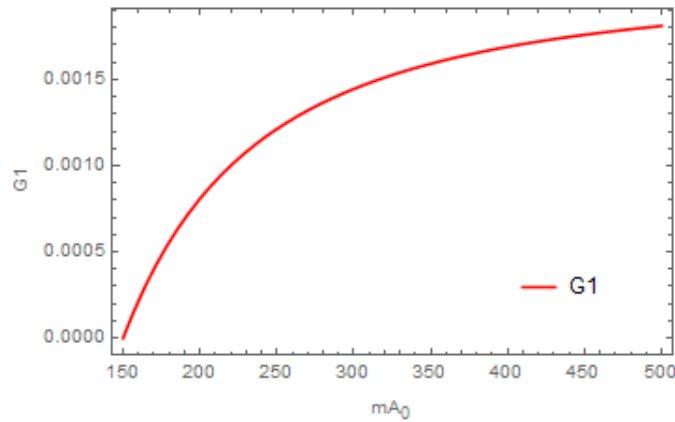


Figura 4.5: Gráfica de G_1 con $m_{h_0} = 150$ GeV y variando m_{A_0} .

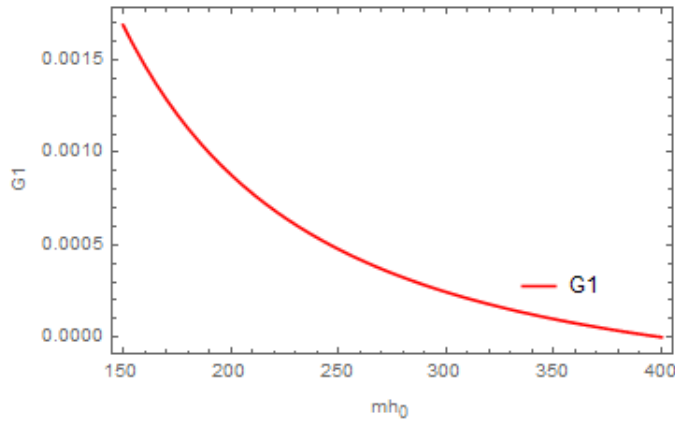


Figura 4.6: Gráfica de G_1 con $m_{A_0} = 400$ GeV y variando m_{h_0} .

Observando ahora el comportamiento de la función G_1 se puede notar que hay una discrepancia entre 2 gráficas de la otra, en específico de la que mantiene fija a la masa

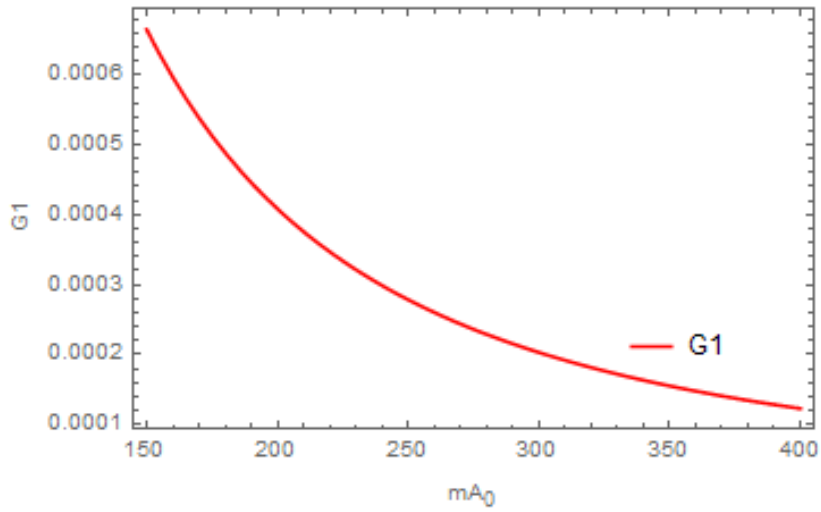


Figura 4.7: Gráfica de G_1 con $m_{h_0} = 0,85m_{A_0}$ y variando m_{A_0} .

del h_0 , si se utiliza el resultado de la gráfica anterior, es decir, darle peso a que la masa de un bosón está en términos de otro con la motivación de que eso permite la existencia de modelos como Supersimetría, se puede extrapolar que la función G_1 es decreciente.

Capítulo 5

Conclusiones

A través de este trabajo se ha aprendido la definición de un momento dipolar eléctrico clásico, que es fácil de asociar con nuestro sentido común, es decir, se utilizó al momento dipolar clásico como herramienta para tener una idea de qué tipo de interacciones o fuerzas ejerce. La importancia de saber cómo interactúa un campo eléctrico con el momento dipolar eléctrico de un electrón es muy útil para plantear experimentos que estén a la vanguardia, pues como se estudio, a veces es más importante el diseño y la astucia para optimizar un experimento, que un equipo de alta gama que comunmente es muy costoso.

El valor de tener una idea del tamaño de un electrón es vital para comprender la naturaleza de una partícula elemental y, a pesar que se realizó una especulación, nunca se puede descartar algo que aún no se ha medido.

Por último y más importante, interpretando los datos de la fig(4.3), se puede notar que para masas de los bosones h_0 y A_0 cercanas a los 200 GeV el bosón A_0 se acota, siendo un poco más pesado que su compañero (como es de esperarse), pero como se puede ver en la línea morada, cuando las masas de los bosones se consideran como múltiplos y se les da la libertad de ser sumamente masivas, naturalmente nuestro modelo comienza a ajustarse al momento dipolar eléctrico estimado en la actualidad.

El punto a rescatar es que siendo conscientes que este es un modelo aún muy sencillo, pues no se considera violación en el potencial de Higgs y algunos detalles más, los resultados sugieren que la masa de los Higgs de este modelo son altas. Lo cual deja la puerta abierta a que estas partículas sean tan masivas que aún no hemos sido capaz de detectarlas, por lo que modelos como lo es Supersimetría, no pueden ser descartados aún.

Bibliografía

- [1] AZCÁRRAGA J. A., *P.A.M. Dirac, El ingeniero que imaginó casi todo antes que todos*, REVISTA ESPAÑOLA DE FÍSICA, (2017).
- [2] ALCARAZ, J., *Búsqueda experimental del bosón de Higgs*, REVISTA ESPAÑOLA DE FÍSICA 14, (2000).
- [3] WANGSNES, ROALD K., *Electromagnetic Fields* (NEW YORK: WILEY, 1986), 2A. ED.
- [4] J. D. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, (NEW YORK: WILEY, 1998), 3A. ED.
- [5] GRIFFITHS, DAVID J., *Introduction to Electrodynamics*, PRENTICE HALL (1999).
- [6] TOM LACASTER, *Quantum Field Theory for the Gifted Amateur*, OXFORD (2014).
- [7] J. BERNABÉU, N.E. MAVROMATOS, *Novel type of CPT violation for correlated EPR states*, PHYSICAL REVIEW LETTERS 92 (2004) 131601.
- [8] G. GABRIELSE, D. DEMILLE, *Search for the electric dipole moment of the electron with thorium monoxide*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2010). ARXIV:0908.2412v2 [PHYSICS.ATOM-PH]
- [9] B.C REGAN, D. DEMILLE, *New Limit on the Electron Electric Dipole Moment*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2002). DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.88.071805
- [10] B.E. SAUER, E. A. HINDS, *Prospects for the measurement of the electron electric dipole moment using YbF*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2011). ARXIV:1103.1566v1 [PHYSICS.ATOM-PH]
- [11] ERIC CORNELL, JUN YE, *Precision Measurement of the Electron's Electric Dipole Moment Using Trapped Molecular Ions*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2017). DOI: 10.1103/PHYSREVLETT.119.153001
- [12] DAVID DEMILLE, J. DOYLE, G. GABRIELSE, *Improved limit on the electric dipole moment of the electron*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2018). DOI: 10.1038/s41586-018-0599-8

- [13] J. LORENZO DIAZ-CRUZ, *The Higgs Profile in the Standard Model and Beyond*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2010). DOI: 10.31349/REVMEXFIS.65.419
- [14] ALMA ELENA PICENO MARTÍNEZ, *Clasificación de los diversos tipos de modelos con dos dobletes de Higgs reportados a la fecha en la literatura*, BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA, 2014.
- [15] KIEN NGUYEN, *The Higgs Mechanism*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2009). https://www.theorie.physik.uni-muenchen.de/lsfrey/teaching/archiv/sose09/rng/higgs_mechanism.pdf
- [16] EDGAR GARCIA, *Mecanismo de violación de la simetría CP en el decaimiento de partículas elementales*, UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS GUATEMALA, 2009.
- [17] VENUS KEUS, *Singlet scalar and 2HDM extensions of the Standard Model: CP-violation and constraints from $(g-2)_\mu$ and $eEDM$.*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2017). DOI: 10.1007/JHEP09(2018)059
- [18] E. O. ILTAN, *Electric dipole moments of charged leptons and lepton flavor violating interactions in the general two Higgs doublet model*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2001). ARXIV:HEP-PH/0101017v2
- [19] EUGENE D. COMMINS, STEPHEN B. ROSS, DAVID DEMILLE, *Improved experimental limit on the electric dipole moment of the electron*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (1994). DOI:HTTPS://DOI.ORG/10.1103/PHYSREVA.50.2960
- [20] YING-NAN MAO, SHOU-HUA ZHU, *Lightness of Higgs Boson and Spontaneous CP-violation in the Lee Model: An Alternative Scenario*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2016). ARXIV:1602.00209v2 [HEP-PH]
- [21] YUJI OMURA, EIBUN SENAHARA, KAZUHIRO TOBE, *τ - and μ -physics in a general two Higgs doublet model with μ - τ flavor violation*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2015). ARXIV:1511.08880v1 [HEP-PH]
- [22] CHENG-TSE HUANG, *Consistency of Gauged Two Higgs Doublet Model: Gauge Sector*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2019). ARXIV:1905.02396v2 [HEP-PH]
- [23] G. C. BRANCO, P. M. FERREIRA, *Theory and phenomenology of two-Higgs-doublet models*, PHYSICAL REVIEW LETTERS (2019). ARXIV:1106.0034v3 [HEP-PH]

Apéndice A

Desarrollo multipolar del potencial

Se desea calcular el potencial ϕ en cualquier punto para el caso general.

Primero se escoge el punto origen, que para conveniencia será dentro del volumen y se considera un sistema de N partículas $q_1, q_2, \dots, q_i, \dots, q_n$ con su vector de posición asociado $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_i, \dots, \vec{r}_n$, para el punto de prueba (al que se quiere estudiar) el vector asignado es \vec{r} con magnitud r , dirección \hat{r} y la expresión para su potencial está dada por:

$$\phi(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 R_i} \quad (\text{A.1})$$

en donde R_i representa el vector que va desde la carga q_i hasta la de prueba, es decir, $\vec{R}_i = \vec{r} - \vec{r}_i$. Si se introduce el ángulo θ_i entre los 2 vectores y se recurre a la ley de cosenos puede observarse que:

$$R_i = (r^2 + r_i^2 - 2rr_i \cos \theta_i)^{\frac{1}{2}}$$

Esta expresión es correcta pero buscaremos una relación que nos sea más útil, si suponemos que $r \gg r_i$, tenemos como consecuencia que $\frac{r_i}{r}$ siempre es menor que 1 y se puede realizar un desarrollo en potencias, factorizando una r^2 , sacándola de la raíz y nombrando una $t = -\frac{2r_i}{r} + (\frac{r_i}{r})^2$, queda:

$$\frac{1}{R_i} = \left(\frac{1}{r}\right)(1+t)^{-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{r}\right)\left(1 - \frac{t}{2} + \frac{3t^2}{8} - \dots\right)$$

luego, despreciando los términos en donde el orden de t es mayor a 3 y volviendo a las variables originales se aproxima a:

$$\frac{1}{R_i} \simeq \left(\frac{1}{r}\right) \left(1 + \left(\frac{r_i}{r}\right) \cos \theta_i + \frac{1}{2} \left(\frac{r_i}{r}\right)^2 (3 \cos^2 \theta_i - 1)\right) \quad (\text{A.2})$$

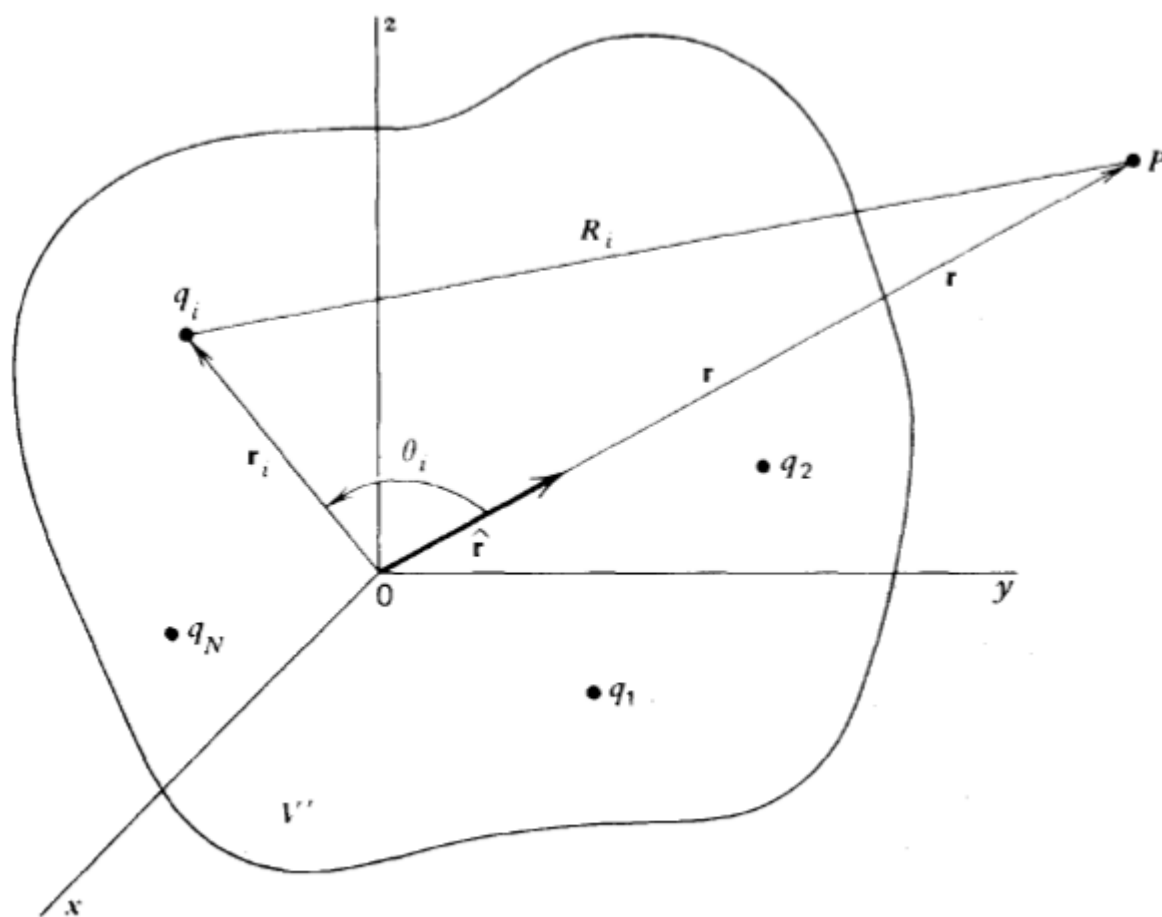


Figura A.1: Distribución de cargas en el caso general

Por último, distribuimos el $\frac{1}{r}$ y sustituimos en la ecuación (7.1) ecuación, se tiene que:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r} \sum_{i=1}^N q_i + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum_{i=1}^N q_i r_i \cos \theta_i + \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sum_{i=1}^N q_i r_i^2 \cos \theta_i^2 + \dots \quad (\text{A.3})$$

Se puede notar que se ha regresado al símbolo de igualdad debido a que con los 3 puntos se simbolizan los demás términos, pero también nos damos cuenta que conforme nos fijamos en los términos de más alto orden el $\frac{r_i}{r}$ aumenta de potencia, de manera que a medida que nos alejamos de la distribución de carga, esos términos se vuelven menos relevantes, aunque el término dipolar todavía es de consideración y mayor aún cuando estamos cerca. Para definir el momento dipolar eléctrico clásico, primero se etiquetaron a los sumandos del potencial como:

$$\phi(\vec{r}) = \phi(\vec{r})_M + \phi(\vec{r})_D + \phi(\vec{r})_Q + \dots \quad (\text{A.4})$$

El segundo término es el llamado potencial dipolar que, observando la estructura que tiene, se puede reescribir de la forma:

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum_{i=1}^N q_i r_i \cos \theta_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i \hat{r} \quad (\text{A.5})$$

Es entonces de aquí, de donde se define el momento dipolar eléctrico como:

$$\vec{P} = \sum_{i=1}^N \vec{p}_i = \sum_{i=1}^N q_i \vec{r}_i \quad (\text{A.6})$$

Apéndice B

Código para modelar el acote de
 m_{h_0} y m_{A_0}

Plots momento dipolar variando A_0 .nb * - Wolfram Mathematica 11.3

Archivo Edición Insertar Formato Celda Gráficos Evaluación Paletas Ventana Ayuda

Primero definimos nuestros valores fijos.

```
In[135]:= GF = 1.16637 * 10^(-5) (* GeV^-2 *);
          Qc = -1;
          mtau = 1.77 (* GeV *);
          v = 246 (* GeV *);
          me = 511 * 10^(-6);
          Tanb = 0.5;
```

Valores experimentales para el EDM

```
In[136]:= EDM = 1.1 * 10^(-29);
          EDMp = 3.5 * 10^(-29);
```

Valores dentro de las funciones F

```
In[137]:= yH0[mH0_] := mtau^2 / mH0^2;
          yA0[mA0_] := mtau^2 / mA0^2 (* A0 Higgs pesado *);
```

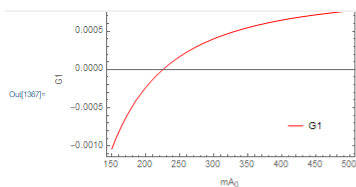
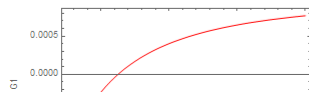
```
In[138]:= F1[m_] := (W (3 - 4 W + W^2 + 2 Log[W])) / (-1 + W)^3
```

Definimos una función que sea la resta entre las funciones F1 pero evaluadas en mH_0 y mA_0

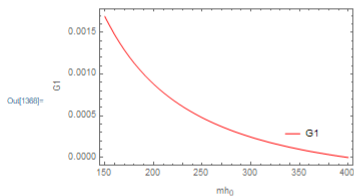
```
In[139]:= G1[mH0_, mA0_] := F1[yH0[mH0]] - F1[yA0[mA0]];
In[139]:=
```

Dejando fijo $mH_0=150\text{GeV}$ y variando mA_0

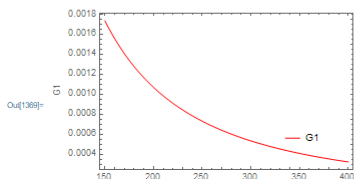
```
In[140]:= Plot[{G1[225, mA0]}, {mA0, 150, 500}, PlotLegends -> Placed[{"G1"}, {0.8, 0.2}], PlotStyle -> {Red}, Frame -> True, FrameLabel -> {"mA0", "G1"}]
```



```
In[141]:= Plot[{G1[mH0, 400]}, {mH0, 150, 400}, PlotLegends -> Placed[{"G1"}, {0.8, 0.2}], PlotStyle -> {Red}, Frame -> True, FrameLabel -> {"mH0", "G1"}]
```



```
In[142]:= Plot[{G1[0.7 mA0, mA0]}, {mA0, 150, 400}, PlotLegends -> Placed[{"G1"}, {0.8, 0.2}], PlotStyle -> {Red}, Frame -> True, FrameLabel -> {"mA0", "G1"}]
```



En esta sección definimos el valor del yukawa

$$\text{w[1371]} := \text{Tan}\beta \cdot \frac{\text{Sqrt}[m_e \cdot m_t]}{\sqrt{2} \cdot v} \cdot x;$$

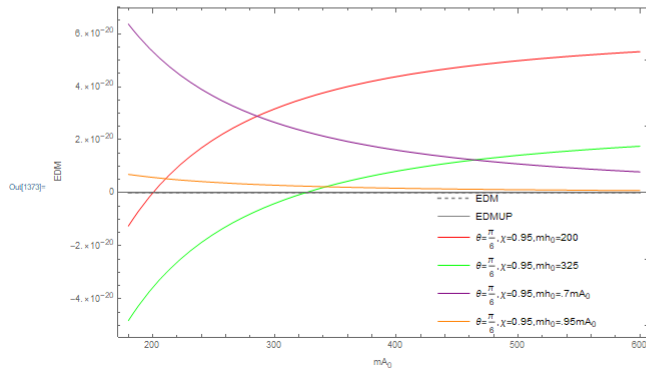
La función del momento dipolar del electrón es como sigue

$$\text{w[1372]} := \text{de}[\sigma_e \cdot (\text{Valor de } \sigma_e), j_e \cdot (\text{Valor de la } \chi_e), mh_0, mA_0 \cdot (\text{masa del escalar } A_0)] := \frac{GF}{\sqrt{2}} \frac{1}{32 \text{ Pi}^2 m_t} \frac{Q_e}{\text{seno}} \left((-2 \text{ Sin}[2 \cdot \theta]) \cdot ((Y[j])^2) + (F1[yh0[mh0]] - F1[yA0[mA0]]) \right);$$

$\text{w[1373]} := \text{Plot}[\{\text{EDM}, \text{EDMP}, \text{de}[\text{Pi}/4, .95, 200, mA_0], \text{de}[\text{Pi}/4, .95, 325, mA_0], \text{de}[\text{Pi}/4, .95, .7 mA_0, mA_0], \text{de}[\text{Pi}/4, .95, .95 mA_0, mA_0]\}, \{mA_0, 180, 600\},$

$\text{PlotLegends} \rightarrow \text{Placed}[\{\{\text{"EDM"}, \text{"EDMUP"}, \theta = \frac{\pi}{6}, \chi = 0.95, mh_0 = 200\}, \theta = \frac{\pi}{6}, \chi = 0.95, mh_0 = 325\}, \theta = \frac{\pi}{6}, \chi = 0.95, mh_0 = .7 mA_0\}, \theta = \frac{\pi}{6}, \chi = 0.95, mh_0 = .95 mA_0\}\}, \{0.75, 0.22\}],$

$\text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Directive}[\text{Dashed}, \text{Gray}], \text{Gray}, \text{Red}, \text{Green}, \text{Purple}, \text{Orange}\}, \text{Frame} \rightarrow \text{True}, \text{FrameLabel} \rightarrow \{\text{"mA}_0\}, \text{"EDM"}\}$



Escala logarítmica

$\text{w[1378]} := \text{LogLogPlot}[\{\text{EDM}, \text{EDMP}, \text{de}[\text{Pi}/4, .95, 200, mA_0], \text{de}[\text{Pi}/4, .95, 325, mA_0], \text{de}[\text{Pi}/4, .95, 0.7 mA_0, mA_0], \text{de}[\text{Pi}/4, .95, .95 mA_0, mA_0]\}, \{mA_0, 90, 500\},$

$\text{PlotLegends} \rightarrow \text{Placed}[\{\{\text{"EDM"}, \text{"EDMUP"}, \theta = \frac{\pi}{4}, \chi = 0.95, mh_0 = 200\}, \theta = \frac{\pi}{4}, \chi = 0.95, mh_0 = 325\}, \theta = \frac{\pi}{4}, \chi = 0.95, mh_0 = .7 mA_0\}, \theta = \frac{\pi}{4}, \chi = 0.95, mh_0 = .95 mA_0\}\}, \{0.25, 0.4\}],$

$\text{PlotStyle} \rightarrow \{\text{Directive}[\text{Dashed}, \text{Gray}], \text{Gray}, \text{Red}, \text{Green}, \text{Purple}, \text{Orange}\}, \text{Frame} \rightarrow \text{True}, \text{FrameLabel} \rightarrow \{\text{"mA}_0\}, \text{"EDM"}\}$

