



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Fase de Berry en sistemas ópticos

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Liliana Evelyn Monterrosas Martínez

Asesorada por

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez, Dr. Luis Manuel
Arévalo Aguilar

Puebla Pue.
Diciembre de 2022

Título: Fase de Berry en sistemas ópticos

Estudiante: LILIANA EVELYN MONTERROSAS
MARTÍNEZ

COMITÉ

Dra. Maribel Méndez Otero
Presidente

Dr. Miguel Ángel Olvera Santamaría
Secretario

Dr. Arturo Fernández Téllez
Vocal

Vocal

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez, Dr. Luis Manuel Arévalo Aguilar
Asesor

*Si no lo puedes explicar de forma sencilla,
no lo has entendido bien.*
ALBERT EINSTEIN

Agradecimientos

Para:

Mí, por no rendirme ante las adversidades presentadas durante el desarrollo de este trabajo.

Mi psicóloga, por su guía y otorgarme los recursos necesarios para superar mis dificultades emocionales generadas a raíz del contexto académico y social durante el tiempo que trabajé en este proyecto.

Mi mamá por siempre estar para mí a pesar de la distancia.

Gerardo, por el amor y apoyo genuino, por recordarme la importancia de seguir adelante y mostrarme mis cualidades y capacidades cuando yo no era capaz de verlas.

Jessica, Iván y Mario por darme su apoyo y ánimos para seguir adelante.

Mi asesor, Robledo, por su guía y empatía.

A todos los atomitos que me ayudaron a ver lo lejos que puedo llegar y recordarme la importancia de presentar la ciencia con simplicidad.

Índice general

	III
Resumen	XIII
Introducción	XV
1. § Conceptos básicos	1
1.1. Polarización	1
1.1.1. Polarización elíptica	1
1.1.2. Vectores de Jones	3
1.1.3. Parámetros de Stokes	4
1.1.4. Esfera de Poincare	7
1.2. Interferometría	10
1.3. Conexión	11
1.4. Conclusión	11
2. § Fase de Berry	13
2.1. Teorema adiabático	14
2.2. Deducción cuántica de la fase de Berry	14
2.3. Efecto Bohm-Aharonov	16
2.4. Conclusión	18

3. § Fase de Berry en sistemas ópticos	19
3.1. Cambios de polarización no cíclicos	19
3.2. Interferencia electromagnética de doble rendija	26
3.3. Observaciones interferométricas con luz blanca	32
4. § Aplicaciones de la Fase de Berry	37
4.1. Transporte paralelo	37
4.1.1. Péndulo de Foucault	38
4.2. Interruptores ópticos rápidos	39
4.3. Construcción de hologramas	39
4.4. Entrelazamiento de energía y tiempo	40
4.5. Cosmología inflacionaria	43
5. Análisis experimental y simulación	45
5.1. Simulación esfera de Poincaré	45
5.2. Construcción de interferómetro	48
5.2.1. Arreglo experimental	49
5.3. Medición de los parámetros de Stokes	49
5.3.1. Procedimiento	51
5.3.2. Resultados	51
5.4. La fase geométrica	60
6. § Conclusiones	65
Bibliografía	67

Índice de figuras

1.1.	Elipse de polarización rotada Ψ° en donde se muestra la relación con algunos parámetros relevantes.	2
1.2.	Representación de las coordenadas Ip , 2ψ y 2χ en una esfera.	8
1.3.	Representación de los vectores de Stokes 1.31-1.36 sobre la esfera de Poincaré.	10
2.1.	Gráfica de los estados de energía para una partícula en moviéndose al rededor del solenoide.	17
3.1.	Estados de polarización A,B,C,D y E por los que pasa el haz de luz en el arreglo experimental, dados por polarizadores lineales y retardadores de cuarto de onda.	20
3.2.	Modelo del interferómetro Mach-Zehnder.	22
3.3.	Gráfica de los resultados de medir la intensidad del patrón de interferencia con respecto a la orientación del ángulo ϕ_2	23
3.4.	Gráfica de la fase geométrica con respecto a la orientación del ángulo ϕ_1 , con el ángulo $\phi_2 = 0$. La curva azul muestra la fase de Berry cuando los estados E y A coinciden en el polo norte de la esfera. La curva roja nos muestra la fase de Berry cuando A se encuentra entre el ecuador y el polo norte y el estado E está en el polo norte.	24
3.5.	Gráfica de la fase geométrica con respecto a la orientación del ángulo ϕ_1 , con el ángulo $\phi_2 = 0$. La curva azul muestra la fase de Berry cuando el estado E se encuentra en el polo norte y A coinciden en el polo sur de la esfera. La curva roja nos muestra la fase de Berry cuando A se encuentra entre el ecuador y el polo sur y el estado E se mantiene en el polo norte.	25

- 3.6. Gráfica que muestra la singularidad de la fase geométrica, E está en el polo norte y A sobre el ecuador, $\phi_2 = 0$ 26
- 3.7. Modelo del interferómetro de Young en donde se muestran los estados de polarización con respecto a la distancia al centro de la pantalla donde se ve el patrón de interferencia 27
- 3.8. Modelo de los parámetros más importantes que se encuentran sobre una esfera. 29
- 3.9. Arreglo experimental que combina un interferómetro de tipo Mach-Zehnder con uno de tipo Young. 30
- 3.10. a) Resultados que obtuvieron para los parámetros de Stokes. b) Medida de la variación de la intensidad con respecto a diferencia de distancia al centro de la pantalla. 31
- 3.11. a) Gráfica de la magnitud de la fase de Berry con respecto a la variación de la intensidad b) Gráfica cuando se mantiene la intensidad constante pero con estados de polarización variables. 31
- 3.12. Arreglo interferométrico de tipo Sagnac con dos fuente distintas, una lámpara de tungsteno y un láser He-Ne. 33
- 3.13. Estados de polarización sobre la esfera de Poincaré para un arreglo de tipo Sagnac. 34
- 3.14. Gráfica que muestra los resultados de las intensidades con respecto a los patrones de interferencia registrados para diferentes ángulos del retardador R. 36
- 4.1. Se muestra el recorrido de un vector alrededor de una curva cerrada sobre una esfera, el cual después de completar una vuelta no regresa a su posición original. 38
- 4.2. Arreglo interferométrico de tipo Mach-Zehnder para la creación de hologramas utilizando la fase de Berry. 40
- 4.3. Arreglo experimental de tipo Franson para el estudio de la fase de Berry en el entrelazamiento de energía y tiempo. 41
- 4.4. a) Se muestra la trayectoria que sigue un fotón desde que incide en el primer retardador, pasa por el segundo, se refleja en el espejo y regresa. b) Estados de polarización de un fotón que pasa por los retardadores de ida y vuelta. 42

4.5. Resultados que obtubieron de la fase de Berry.	43
5.1. Se muestra la interfaz del simulador creado por Víctor Rico [15], utilizado para el análisis.	46
5.2. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido con un simulador teórico. Vista de frente sobre el eje S_1	47
5.3. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal. Esto es el resultado obtenido con un simulador teórico. Vista lateral. . . .	47
5.4. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal. Esto es el resultado obtenido con un simulador teórico. Vista desde arriba.	48
5.5. Arreglo experimental de tipo Mach-Zehnder.	49
5.6. Arreglo experimental modificado para medir el estado de polarización A con respecto al ángulo del retardador.	50
5.7. Parámetros de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista lateral.	53
5.8. Parámetros de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista de frente sobre el eje S_1	54
5.9. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde abajo. .	55
5.10. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde arriba.	56
5.11. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde abajo con acercamiento.	57

5.12. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde arriba con acercamiento en el polo.	58
5.13. Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista con acercamiento al ecuador.	59
5.14. Resultados de la variación de la intensidad debida a una fase de Berry, respecto a la orientación de $P_c(\phi_2)$	61
5.15. Resultados de la variación de la intensidad debida a una fase de Berry, respecto a la orientación de $P_c(\phi_2)$. La línea roja nos indica la curva generada por los puntos obtenidos.	62
5.16. Imagen del patrón de interferencia de mi arreglo experimental.	63
5.17. Imagen del patrón de interferencia de mi arreglo experimental después de rotar la lamina de polarizador con retardador.	64

Resumen

En este trabajo se analiza y estudia la fase geométrica o fase de Berry que aparece en sistemas ópticos. La fase de Berry se da como un cambio en la fase de un haz de luz después de cambiar cíclicamente sus parámetros de polarización. Este fenómeno tiene gran importancia en diferentes fenómenos físicos. Se muestran algunos arreglos interferométricos que permite manipular la polarización, mostrar su aplicación e importancia en la física, así como también realizar un arreglo experimental para observar los estados de polarización y observar la fase de Berry.

Palabras clave: *Fase de berry, interferometria, óptica cuántica.*

Introducción

En la física clásica, la rotación de un objeto en un número entero de vueltas alrededor de cualquiera de sus ejes devuelve al objeto a su estado original. Es decir, al aplicar el operador rotación $2m\pi$ radianes, donde m es un número entero, es equivalente al operador identidad, y su efecto no puede ser observado. Sin embargo, el teorema de Berry nos muestra que la función de onda de un sistema cuántico puede no regresar a su fase original después de que sus parámetros son rotados alrededor de un círculo cerrado. Este cambio de fase es una propiedad física del sistema que puede ser observado mediante interferencia si el sistema es combinado con otro que no ha sufrido cambio alguno.

La interferencia de la luz polarizada fue estudiada por Pancharatnam donde en 1956 presenta sus experimentos que actualmente son un ejemplo para el estudio de la fase geométrica. En dicho estudio muestra que los estados de polarización sobre la esfera de Poincaré que describen una trayectoria cerrada, al hacerlo interferir con otro haz que no ha sufrido cambio alguno, los dos haces presentan una diferencia de fase relativa entre ellos, la cual es proporcional a la geometría del circuito sobre la esfera, que años más tarde se mostró que era el mismo resultado que encontró Berry.

Este fenómeno también fue descubierto por Bohm-Aharonov mostrando que, si un haz de electrones pasa cerca de un campo eléctrico o magnético, aun sin interactuar con él, se modificará su dinámica, esto se observa con un desplazamiento en las líneas de interferencia mostrada en la pantalla detectora en el arreglo experimental.

En el año 1960 Robert G. Chambers de la Universidad de Birstol, misma donde residían Bohm y Aharonov, realizó el primer experimento sobre este efecto que consistía en observar las líneas de interferencia producidas por un haz de electrones dividido en dos por una fibra de cuarzo recubierta de aluminio y relacionar esos resultados con los obtenidos al colocar un filamento imantado detrás de la fibra. Tal como se esperaba, las líneas de interferencia resultaron trasladadas al colocar el filamento.

En 1984 Michael Berry presenta un estudio de procesos adiabáticos en mecánica cuántica donde se tiene como resultado una fase equivalente a la fase geométrica

descrita años atrás por Pancharatnam y que es llamada fase de Berry. Hoy en día sabemos que ambas fases son equivalente e incluso también se le conoce como fase de Pancharatnam-Berry.

En este trabajo se tienen los siguientes objetivos:

Objetivo General

Estudiar y analizar el origen histórico de la fase geométrica que aparece en los sistemas cuánticos y ópticos descubiertos por Bohm-Aharonov, Pancharatnam y M. Berry y su importancia en la óptica actualmente.

Objetivos particulares

- Estudiar como apareció el efecto Bohm-Aharonov en mecánica cuántica.
- Analizar la contraparte óptica del efecto Bohm-Aharonov que es el efecto descubierto por Pancharatnam.
- Analizar la fase de Berry o fase geométrica.
- Observar el efecto mediante la construcción de un interferómetro.
- Observar en simulación los estados de polarización en la esfera Poincaré.

El estudio de la fase de Berry es muy extenso, por tanto, en este trabajo nos limitamos a realizar una revisión general de los principales trabajos de Pancharatnam, Bohm-Aharonov, Berry ([5],[6] y [7]), presentados en el capítulo 1 y 2.

Para ampliar el estudio sobre la parte histórica y el tipo de arreglos ópticos donde se encuentra esta fase, se presentan tres interferómetros en donde se observa la fase de Berry, realizados por diferentes autores ([9],[16],[17]), esto se encontrará en el capítulo 3.

Algunas de las aplicaciones de la fase de Berry se presentarán en el capítulo 4, donde se presenta también un interferómetro realizado en 2008 por distintos autores ([22]).

La fase de Berry puede ser estudiada desde diferentes aspectos matemáticos, como puede ser la teoría de grupos, sin embargo, en este trabajo se presenta un

análisis simple a través de los vectores de Jones, los vectores de Stokes y la esfera de Poincaré. Como veremos esto es suficiente para la revisión que tiene como objetivo este trabajo, además que nos permite mostrar de una forma asequible el estudio de la fase de Berry. Este y otros conceptos que serán fundamentales para esta tesis se presentan en el capítulo 1.

Finalmente realizamos un experimento con un interferómetro en donde se observa la fase de Berry, medimos los estados de polarización y los comparamos con resultados de simulación, esto se presenta en el capítulo 5.

Capítulo 1

§ Conceptos básicos

En este capítulo se presentan algunos conceptos básicos que serán de utilidad en el desarrollo de este trabajo, así como análisis fundamentales.

1.1. Polarización

La luz puede tratarse como una onda electromagnética transversal, es decir, una oscilación del campo electromagnético en dirección perpendicular al eje de propagación. Hay casos donde todas las ondas oscilan únicamente por una misma dirección y es ahí cuando se dice que está polarizada [3].

La polarización puede ser lineal, elíptica o circular. Para el análisis que nos interesa conviene fijarnos en una polarización elíptica.

Se considera que la polarización derecha es dada en el sentido horario y la polarización izquierda en sentido antihorario, respecto al observador frente al haz de luz.

1.1.1. Polarización elíptica

Consideremos una onda plana monocromática con una frecuencia ω propagándose en la dirección del eje z . Sus componentes transversales están dadas por:

$$\begin{pmatrix} E_x(z, t) \\ E_y(z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\tau + \delta_x) & 0 \\ 0 & \cos(\tau + \delta_y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_0x \\ E_0y \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

en donde E_0x y E_0y son las amplitudes máximas, δ_x y δ_y son las fases iniciales

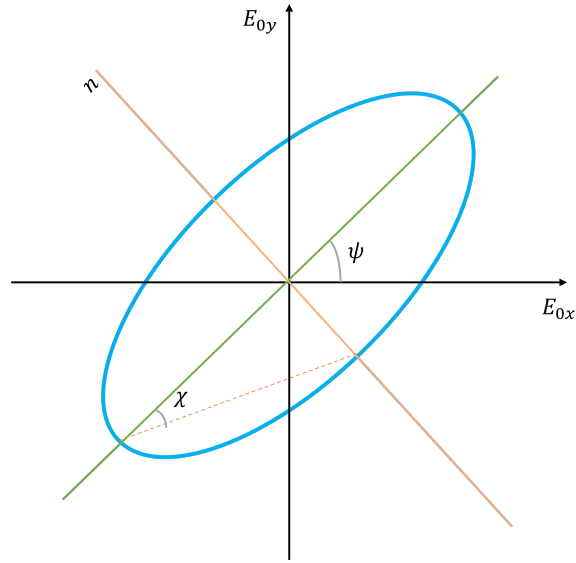


Figura 1.1: Elipse de polarización rotada Ψ° en donde se muestra la relación con algunos parámetros relevantes.

y $\tau = \omega t - kz$ es el propagador.

A medida que el campo se propaga, $E_x(z, t)$ y $E_y(z, t)$ dan lugar a un vector resultante. Este vector describe un lugar geométrico de puntos en el espacio, para saber cuál es la curva que generan los puntos de estos vector, tenemos que:

$$\begin{pmatrix} \frac{E_x}{E_{0x}} \\ \frac{E_y}{E_{0y}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\tau)\cos(\delta_x) - \text{sen}(\tau)\text{sen}(\delta_x) & 0 \\ 0 & \cos(\tau)\cos(\delta_y) - \text{sen}(\tau)\text{sen}(\delta_y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

y eliminando τ se tiene:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\frac{E_x}{E_{0x}}\frac{E_y}{E_{0y}}\cos\delta = \text{sen}^2\delta \quad (1.3)$$

en donde $\delta = \delta_y - \delta_x$. Podemos ver que la ecuación 1.3 representa una elipse y nos indica que en cualquier instante de tiempo la forma en la que se propaga la onda es elíptica, por lo tanto, decimos que la luz tiene una polarización óptica elíptica.

1.1.2. Vectores de Jones

Un haz de luz puede ser descrito mediante las componentes de su vector de campo eléctrico, por lo que puede ser representado mediante un vector columna, en su forma compleja, como:

$$\mathbf{E} = e^{i\omega t} \begin{bmatrix} E_x e^{i\phi_x} \\ E_y e^{i\phi_y} \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

en donde ω es la frecuencia temporal y $\phi_x, E_y e^{i\phi_y}$ son las fases de cada componente.

Los vectores de Jones normalizados para diferentes estados de polarización son:

Polarización lineal

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

Polarización circular derecha

$$\mathbf{J}_d = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Polarización circular izquierda

$$\mathbf{J}_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

La interacción de la luz con distintos componentes ópticos que modifican su estado de polarización se escribe con las matrices de Jones, las cuales son diferentes para cada componente, por ejemplo:

Polarización lineal con orientación θ

$$\mathbf{P}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

Placa de media onda ρ

$$\mathbf{H}(\rho) = \begin{bmatrix} \cos(2\rho) & \sin(2\rho) \\ \sin(2\rho) & -\cos(2\rho) \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Placa de cuarto de onda ρ

$$\mathbf{Q}(\rho) = \begin{bmatrix} e^{i\frac{\pi}{4}}\cos^2\rho + e^{-i\frac{\pi}{4}}\sin^2\rho & \sqrt{2}i\sin\rho\cos\rho \\ \sqrt{2}i\sin\rho\cos\rho & e^{-i\frac{\pi}{4}}\cos^2\rho + e^{i\frac{\pi}{4}}\sin^2\rho \end{bmatrix} \quad (1.10)$$

1.1.3. Parámetros de Stokes

En el año 1852 G.G. Stokes presenta cuatro cantidades en función de las observables de la onda electromagnética [13], conocidas como parámetros de Stokes. Estos describen el estado en el que se encuentra polarizada la luz. A continuación vamos a deducir dichos parámetros.

Primero escribimos la ecuación 1.3 en términos de las observables del camino óptico, para lograrlo se debe tomar un promedio en torno al tiempo de observación T :

$$\langle E_i(t)E_j(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T E_i(t)E_j(t)dt \quad (1.11)$$

Promediando a la ecuación 1.3 y multiplicando por $4E_0^2x E_0^2y$ tenemos:

$$4E_0^2y \langle E_x^2(t) \rangle + 4E_0^2x \langle E_y^2(t) \rangle - 8E_0x E_0y \langle E_x(t)E_y(t) \rangle \cos\delta = (2E_0x E_0y \sin\delta)^2 \quad (1.12)$$

Para obtener los valores promedio de está ecuación aplicamos la ecuación 1.11 a la ecuación 1.1, dando como resultado:

$$\langle E_x^2(t) \rangle = \frac{1}{2}E_{0x}^2,$$

$$\langle E_y^2(t) \rangle = \frac{1}{2}E_{0y}^2,$$

$$\langle E_x(t)E_y(t) \rangle = \frac{1}{2}E_{0x}E_{0y}\cos\delta.$$

al sustituirlos en la ecuación 1.12 se obtiene:

$$(E_{0x}^2 + E_{0y}^2)^2 - (E_{0x}^2 - E_{0y}^2)^2 - (2E_{0x}E_{0y}\cos\delta)^2 = (2E_{0x}E_{0y}\sin\delta)^2 \quad (1.13)$$

Renombramos las cantidades que están dentro del paréntesis de la siguiente manera:

$$S_0 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 \quad (1.14)$$

$$S_1 = E_{0x}^2 - E_{0y}^2 \quad (1.15)$$

$$S_2 = 2E_{0x}E_{0y}\cos\delta \quad (1.16)$$

$$S_3 = 2E_{0x}E_{0y}\sin\delta \quad (1.17)$$

De tal forma que la ecuación 1.13 se puede ver como:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (1.18)$$

Las ecuaciones 1.14 - 1.17 son los parámetros de Stokes. El primer parámetro S_0 representa la intensidad total de la luz. El parámetro S_1 describe la cantidad de polarización lineal horizontal o vertical, el parámetro S_2 la cantidad de polarización lineal a $+45^\circ$ o -45° y el parámetro S_3 representa la cantidad de polarización circular izquierda o derecha de la luz.

Método para medir los parámetros de Stokes

Para conocer los parámetros de Stokes de un estado de polarización arbitrario se puede utilizar un retardador y un polarizador lineal. Este campo arbitrario se puede describir por sus componentes horizontal y vertical de la siguiente manera:

$$\begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\delta_x} e^{i\omega t} & 0 \\ 0 & e^{i\delta_y} e^{i\omega t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{0x} \\ E_{0y} \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

Una vez que pasa este campo a través del retardador de onda se tienen unas nuevas componentes E'_x y E'_y descritas por:

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{i\phi/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\phi/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

Posteriormente este campo incide en el polarizador cuyo eje de transmisión se encuentra a un ángulo θ del eje horizontal y al ser un polarizador lineal las componentes E'_x y E'_y pueden ser transmitidas solamente por el eje del polarizador.

Dicho de otra forma, la componente $E'_x = E'_x \cos\theta$ y $E'_y = E'_y \sin\theta$ después de pasar por el polarizador. Y el campo total obtenido después del polarizador está dado por:

$$E = E'_x \cos\theta + E'_y \sin\theta \quad (1.21)$$

$$E = E_x e^{i\phi/2} \cos\theta + E_y e^{-i\phi/2} \sin\theta \quad (1.22)$$

Por otro lado la intensidad de un haz se define como :

$$I = E \cdot E^* \quad (1.23)$$

Hacemos el producto de la ecuación 1.22 por su complejo conjugado, obteniendo:

$$I(\theta, \phi) = E_x E_x^* \cos^2\theta + E_y E_y^* \sin^2\theta + E_x^* E_y e^{-i\phi} \sin\theta \cos\theta + E_y^* E_x e^{i\phi} \sin\theta \cos\theta \quad (1.24)$$

Que puede reescribirse como:

$$I(\theta, \phi) = \frac{1}{2} [(E_x E_x^* + E_y E_y^*) + (E_x E_x^* + E_y E_y^*) \cos 2\theta + (E_x E_y^* + E_y E_x^*) \cos\phi \sin 2\theta + i (E_x E_y^* - E_y E_x^*) \sin\phi \sin 2\theta] \quad (1.25)$$

Como podemos ver los términos que se encuentran dentro de lo paréntesis son los parámetros de Stokes descritos por las ecuaciones 1.14 - 1.17, remplazándolos en la ecuación 1.25 se tiene:

$$I(\theta, \phi) = \frac{1}{2} [S_0 + S_1 \cos 2\theta + S_2 \cos\phi \sin 2\theta + S_3 \sin\phi \sin 2\theta] \quad (1.26)$$

que es la intensidad del campo después de pasar por el retardador y polarizador o también conocida como la fórmula de la intensidad de Stokes.

Estos parámetros son cantidades observables que se pueden medir cuando calculamos la intensidad de cuatro pares de ángulos para el retardador y polarizador [10].

El primer parámetro S_0 se encuentra cuando el retardador está en $\phi = 0^\circ$ y el polarizador en $\theta = 0^\circ$, el segundo parámetro S_1 se encuentra cuando el retardador está en $\phi = 0^\circ$ y el polarizador en $\theta = 90^\circ$, el tercer parámetro S_2 se encuentra cuando el retardador está en $\phi = 0^\circ$ y el polarizador en $\theta = 45^\circ$ y el cuarto parámetro S_3 se encuentra cuando el retardador está en $\phi = 90^\circ$ y el polarizador en $\theta = 45^\circ$.

Al medir las intensidades para cada caso se tiene de la ecuación 1.26

$$\begin{pmatrix} I(0^\circ, 0^\circ) = I_1 \\ I(90^\circ, 0^\circ) = I_2 \\ I(45^\circ, 0^\circ) = I_3 \\ I(45^\circ, 90^\circ) = I_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} S_0 + S_1 \\ S_0 - S_1 \\ S_0 + S_2 \\ S_0 + S_3 \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

Al resolver el sistema se obtiene:

$$\begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 + I_2 \\ I_1 - I_2 \\ 2I_3 - S_0 \\ 2I_4 - S_0 \end{pmatrix} \quad (1.28)$$

Donde cada I representa la intensidad medida para cada caso descrito anteriormente. Conociendo las 4 intensidades podemos conocer los parámetros de Stokes

1.1.4. Esfera de Poincare

Los parámetros de Stokes también pueden ser escritos en términos de los parámetros de una elipse de polarización. Esto no es extraño ya que considerando este tipo de polarización se dedujeron los parámetros de Stokes. Consideremos la figura 1.1 de donde podemos ver los parámetros de una elipse de polarización y reescribiendo los parámetros de la ecuación 1.28 se obtiene:

$$\begin{aligned} S_0 &= I \\ S_1 &= Ip \cos 2\Psi \cos(2\chi) \\ S_2 &= Ip \sin(2\Psi) \cos(2\chi) \\ S_3 &= Ip \sin(2\chi) \end{aligned} \quad (1.29)$$

en donde Ip , 2Ψ y 2χ son las coordenadas esféricas del vector tridimensional S . I representa la intensidad total del haz de luz, p el nivel de polarización, el factor 2Ψ nos indica que cualquier rotación de 180° nos regresa al mismo estado

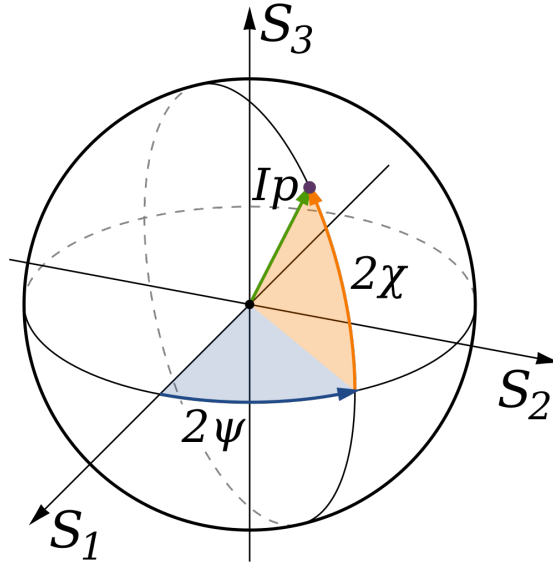


Figura 1.2: Representación de las coordenadas I_p , 2ψ y 2χ en una esfera.

de polarización y el factor 2χ indica que una elipse es indistinguible de una que es rotada 90° respecto a la longitud de los semiejes.

Dado que el vector de Stokes S descrito como

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (1.30)$$

se puede describir a través de coordenadas esféricas como se muestra en la ecuación 1.29, entonces, podemos representarlo en la esfera de Poincaré, donde la intensidad I está normalizada para mantener el radio de la esfera S_0 como unitario, de esta manera para cualquier estado de polarización podemos utilizar una misma esfera de radio 1 para conocer su posición sobre esta (ver imagen 1.2 [15]). De esta forma se puede representar gráficamente los estados de polarización descritos por los parámetros de Stokes.

Como se mencionó al inicio de este capítulo la polarización de la luz puede ser de tres tipos: lineal, elíptica o circular. Por tanto es relevante conocer donde se encuentran estos estados en la esfera de Poincaré, para encontrarlos, fijémonos en los siguientes vectores de Stokes [15]:

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.31)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.32)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.33)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

$$S = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (1.36)$$

Los cuales se pueden ver gráficamente según indica la figura 1.3 [15].

De la ecuación 1.29 y la figura 1.3 [15] podemos concluir que:

- El vector 1.31 se encuentra en el punto P sobre esfera y representa un estado de polarización lineal
- El vector 1.32 se encuentra en el punto S sobre esfera y representa un estado de polarización lineal
- El vector 1.33 se encuentra en el punto +45 sobre esfera y representa un estado de polarización lineal

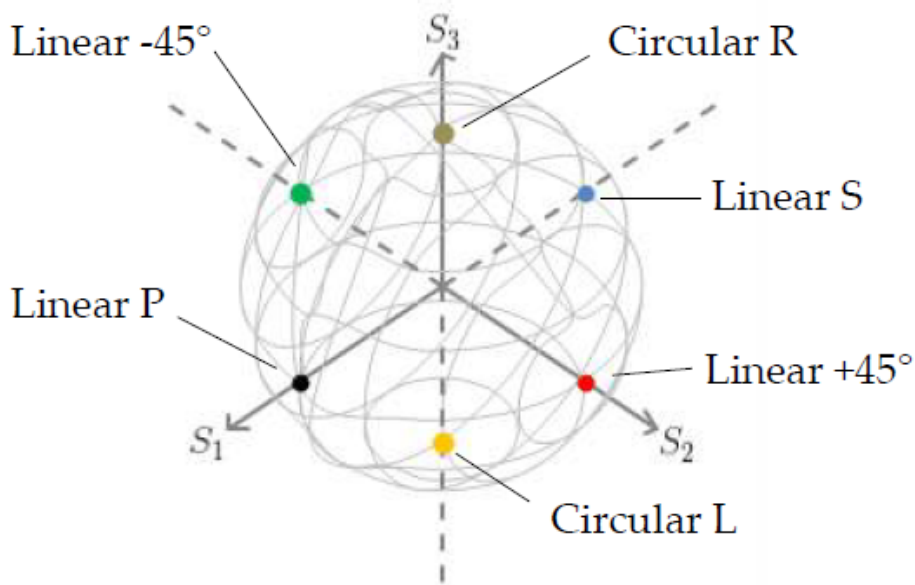


Figura 1.3: Representación de los vectores de Stokes 1.31-1.36 sobre la esfera de Poincaré.

- El vector 1.34 se encuentra en el punto -45 sobre esfera y representa un estado de polarización lineal
- El vector 1.35 se encuentra en el punto R sobre esfera y representa un estado de polarización circular
- El vector 1.36 se encuentra en el punto L sobre esfera y representa un estado de polarización circular

De donde concluimos que los puntos en el ecuador de la esfera representan polarización lineal, los que se encuentran en los polos norte y sur representan polarización circular y todos los vectores que se encuentran entre alguno de los polos y el ecuador representan la polarización elíptica.

1.2. Interferometría

En la naturaleza podemos encontrar fenómenos donde dos (o más) ondas se superponen, anulándose mutuamente parcial o completamente, pero también puede haber regiones en donde los valles o crestas resultantes son más pronunciados que los de cualquier onda constitutiva.

La interferencia óptica equivale a la interacción de dos o más ondas de luz que producen una irradiancia que se desvía de la suma de irradiancias componentes.

Los sistemas interferométricos se dividen en dos grupos: división de frente de onda y división de amplitud.

Si dos haces interfieren para producir una distribución estable su frecuencia debe ser casi la misma ya que si se tiene una distinta frecuencia notoria esto daría lugar a un desfase de variación rápida y dependiente del tiempo, que, a su vez haría que la intensidad promediaría cero en la observación [3].

Las distribuciones más notorias surgen cuando las amplitudes de las ondas sean lo más similares posible. Las regiones centrales de las franjas oscuras y claras corresponden entonces a interferencia completamente destructiva o constructiva, respectivamente.

A partir de los vectores de Jones la intensidad viene dada como:

$$I = \begin{bmatrix} E_x e^{-i\phi_x} & E_y e^{-i\phi_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x e^{i\phi_x} \\ E_y e^{i\phi_y} \end{bmatrix} \quad (1.37)$$

1.3. Conexión

La fase entre dos estados de polarización distintos $|A\rangle$ y $|B\rangle$ es da por

$$(\langle A| + \langle B|)(|A\rangle + |B\rangle) = 2 + 2|\langle A|B\rangle| \cos(ph \langle A|B\rangle) \quad (1.38)$$

la condición en la que $|A\rangle$ y $|B\rangle$ están en fase corresponde a que $\langle A|B\rangle$ sea real y positivo y esto se conoce como la conexión de Pancharatnam [24].

Esto nos dice que la conexión ocurre cuando dos haces con distinta polarización generan un patrón de interferencia. Y un campo puede obedecer esta conexión.

1.4. Conclusión

Los conceptos presentados en este capítulo se utilizarán a lo largo de este trabajo.

Capítulo 2

§ Fase de Berry

El físico británico Michael V. Berry en el año 1984 publicó un artículo [5] donde explica que para un sistema cuántico que experimenta una evolución de tal forma que después de algún tiempo regresa al estado original y cuyos parámetros externos se modifican lentamente, es decir, se comporta de manera adiabática, el estado del sistema es el mismo que el inicial pero con una fase extra, la cual es conocida como la fase de Berry, aunque él la denominó fase geométrica. Este mismo descubrimiento fue observado por Pancharatnam en el año 1956 mientras estudiaba la luz polarizada a través de cristales. Este fenómeno, por tanto, se encuentra tanto en la mecánica cuántica como en la óptica.

Para que surja la fase de Berry se requiere que el Hamiltoniano dependa continuamente de ciertos parámetros, por ejemplo, el campo eléctrico o magnético. Si los parámetros están fijos sabemos que cualquier estado con energía E evoluciona en el tiempo con la fase $\exp(-iEt/\hbar)$. Sin embargo, si los parámetros cambian lentamente, el Hamiltoniano se vuelve dependiente del tiempo y da lugar a una fase extra, obtenidas por los eigenestados de energía a lo largo de la evolución temporal.

Para una trayectoria arbitraria en el espacio de parámetros, esta fase es ambigua; pero para trayectorias cerradas se convierte en una fase de Berry bien definida y observable que se origina de la dependencia de los eigenestados de energía en los parámetros. El análisis de Berry ha encontrado aplicaciones en diversos campos como en física de partícula y altas energías, materia condensada, óptica y computación cuántica. Uno de de las consecuencias más famosas de la fase de Berry es el efecto Aharonov-Bohm.

2.1. Teorema adiabático

El cambio gradual de las condiciones externas de un sistema define un proceso adiabático. Es importante considerar dos tiempos, el del propio sistema T_i y el tiempo “externo” T_e sobre el cual los parámetros del sistema cambian apreciablemente. Un proceso adiabático es aquel para el cual $T_e \gg T_i$. Lo ideal es resolver primero el problema con parámetros externos constantes y solo al final permitir que varíen lentamente con el tiempo. En mecánica cuántica la aproximación adiabática puede expresarse en forma de teorema [1],[2],[24].

Supongamos que el hamiltoniano cambia gradualmente de alguna forma inicial H^i a alguna forma final H^f . El teorema adiabático establece que si la partícula estaba inicialmente en el estado propio $|n\rangle$ de H^i , será transportada a través de la ecuación de Schrödinger al estado propio $|n\rangle$ de H^f .

Donde $|n\rangle$ depende del parámetro λ , debido que para cada elección del parámetro se introduce un estado fundamental con una fase fija $U(t)$.

Es importante mencionar que para esto suponemos que el espectro es discreto y no degenerado a lo largo de la transición de el hamiltoniano inicial y final, de esta manera no tenemos ambigüedad sobre el orden de los estados.

2.2. Deducción cuántica de la fase de Berry

La ecuación de onda o ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo, que nos muestra la evolución del sistema cuántico esta dada por

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = H(\lambda(t)) |\psi\rangle \quad (2.1)$$

en donde $|\psi\rangle$ es un estado del sistema y H es el hamiltoniano de este mismo, el cual depende de los grados de libertad y los parámetros.

Del teorema adiabático, visto en la sección anterior, sabemos que

$$|\psi\rangle = U(t) |n\rangle \quad (2.2)$$

Si elegimos $t = 0$ entonces tenemos que $U = 1$. Ahora tenemos que encontrar U para cualquier tiempo t después de que se toma λ alrededor de una trayectoria cerrada y el sistema se encuentra en donde comenzó.

Sustituimos la ecuación (2.2) en la ecuación (2.1) obtenemos:

$$\langle \psi | \dot{\psi} \rangle = \dot{U}U^\dagger + \langle n | \dot{n} \rangle$$

y, considerando que $H(\lambda)|n\rangle = 0$

$$\begin{aligned} \langle \psi | \dot{\psi} \rangle &= -\frac{i}{\hbar} \langle n | U^\dagger H U | n \rangle \\ &= -\frac{i}{\hbar} \langle n | H | n \rangle \\ &= 0 \end{aligned}$$

Por tanto se tiene

$$\langle \psi | \dot{\psi} \rangle = \dot{U}U^\dagger + \langle n | \dot{n} \rangle = 0$$

Despejando se tiene

$$\dot{U}U^\dagger = -\langle n | \dot{n} \rangle = -\langle n | \frac{\partial}{\partial \lambda^i} | n \rangle \lambda^i \quad (2.3)$$

y si definimos

$$A_i(\lambda) = -i \langle n | \frac{\partial}{\partial \lambda^i} | n \rangle$$

conocida como conexión de Berry [5].

La ecuación (2.3) se reduce a

$$\dot{U} = -i A_i \dot{\lambda}^i U \quad (2.4)$$

Y esto se resuelve fácilmente, teniendo así:

$$U(t) = \exp(-i \int A_i(\lambda) \dot{\lambda}^i dt) \quad (2.5)$$

considerando la trayectoria cerrada en el espacio de parámetros, tenemos:

$$e^{i\gamma} = \exp(-i \oint_C A_i(\lambda) d\lambda^i) \quad (2.6)$$

Llamada fase de Berry. Notemos que esta no depende del tiempo en el que van cambiando los parámetros sino de la trayectoria que toman en el espacio de parámetros y es ahí de donde viene el nombre de fase geométrica [5].

2.3. Efecto Bohm-Aharonov

Veamos el caso de un solenoide de área \vec{A} , con un campo magnético \vec{B} y por tanto un flujo magnético $\phi = BA$ y en el exterior del solenoide sólo se encuentra el potencial vectorial. La integral de línea fuera del solenoide es

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{r} = \int \vec{B} \cdot d\vec{r} = \phi$$

y al resolver se obtiene

$$A_\phi = \frac{\phi}{2\pi r}$$

Si una partícula cuántica cargada pasa por fuera del solenoide a una distancia r , tenemos un grado de libertad a través de la coordenada angular. El hamiltoniano para este sistema es

$$H = \frac{1}{2m} (p_\phi + eA_\phi)^2 = \frac{1}{2mr^2} \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{e\phi}{2\pi} \right)^2$$

Y los eigenestados son

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} e^{in\phi} \quad (2.7)$$

con $n \in Z$

Si sustituimos (2.7) en la ecuación de Schrödinger de la forma $H\psi = E\psi$ y obtendremos

$$E = \frac{\hbar^2}{2mr^2} \left(n + \frac{\phi}{\phi_0} \right)^2$$

Notemos que si ϕ es múltiplo del cuanto de flujo $\phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{e}$, la partícula no se ve afectada por el solenoide, pero si el flujo no es un múltiplo entero de ϕ_0 entonces sí se ve afectada. Esto nos muestra que aunque la partícula no interactúe con el campo magnético esta sigue teniendo un efecto del solenoide [8].

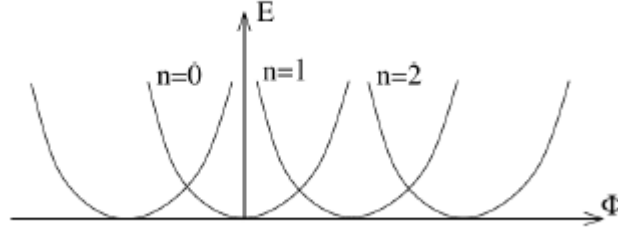


Figura 2.1: Gráfica de los estados de energía para una partícula en moviéndose al rededor del solenoide.

Esto ha sido algo que está en contra de lo que se conocía en la física clásica, ya que se creía que los potenciales no tenían mayor importancia física y que solo cuando la partícula estuviera en contacto con el campo esta cambiaría su dinámica, algo que claramente no ocurre para partículas cuánticas al rededor de un solenoide.

Este fenómeno está relacionado con la fase de Berry y para mostrarlo nos vamos a fijar en un situación donde la partícula se encontrará restringida en una caja pequeña alejada a una distancia r del solenoide. Ahora consideramos un potencial $V(x)$ debido a la caja, fuera de esta se tiene un potencial infinito, esto es para poder mantener a la partícula dentro.

Si el centro de la caja es colocado en la posición $\vec{x} = \vec{X}$ entonces el hamiltoniano del sistema es

$$H = \frac{1}{2m} \left[-i\hbar\nabla + e\vec{A}(\vec{X}) \right]^2 + V(\vec{x} - \vec{X}) \quad (2.8)$$

Comenzamos colocando el centro de la caja en la posición $\vec{x} = \vec{X}_0$, en donde desaparece el potencial gauge, es decir $\vec{A}(\vec{X}) = 0$ y el hamiltoniano se reduce a

$$H = \frac{1}{2m} (-i\hbar\nabla)^2 + V(\vec{X}_0 - \vec{X}) \quad (2.9)$$

Y el estado fundamental es

$$\psi(\vec{x} - \vec{X}_0)$$

Ahora se mueve la caja hacia algún lugar del espacio y eso no lleva a que el potencial gauge $\vec{A}(\vec{x} = \vec{X})$ ahora irá cambiando y la solución de la ecuación de Schrödinger es

$$\psi(\vec{x} - \vec{X}) = \exp\left(-\frac{ie}{\hbar} \int_{\vec{x}=\vec{X}_0}^{\vec{x}=\vec{X}} \vec{A}(\vec{x}) \cdot d\vec{x}\right) \psi(\vec{x} - \vec{X}_0)$$

Calculamos la fase de Berry tomando una trayectoria cerrada C y se regresa el sistema al punto donde comenzó. Obteniendo entonces la función de onda

$$\psi(\vec{x} - \vec{X}) \rightarrow e^{i\gamma} \psi(\vec{x} - \vec{X})$$

con

$$e^{i\gamma} = \exp\left(-\frac{ie}{\hbar} \oint \vec{A} \cdot d\vec{x}\right)$$

Comparando esto con la expresión para la fase de Berry (2.6) notamos que en este problema particular la conexión de Berry se identifica con el potencial electromagnético, que es de hecho el que se encuentra fuera del solenoide.

En general, si la partícula de carga q circunda una región que contiene un flujo ϕ , se elegirá una fase Aharonov-Bohm $e^{iq\phi/\hbar}$.

2.4. Conclusión

La fase de Berry está relacionada con un proceso adiabático, de tal forma que cuando los parámetros externos cambian muy lentamente en un sistema cuántico se obtiene una fase adicional que también está relacionada con el efecto Aharonov-Bohm, en donde una partícula que pasa cerca de un solenoide adquiere un desplazamiento, en este caso la fase de Berry depende del potencial vectorial.

Capítulo 3

§ Fase de Berry en sistemas ópticos

Como se vio en el capítulo 1 un estado de polarización descrito por los parámetros de Stokes puede representarse como un punto en la esfera de Poincaré.

Cuando un haz de luz pasa por distintos elementos ópticos, como pueden ser polarizadores o retardadores se tienen diferentes estados de polarización que en la esfera de Poincaré se representan como un contorno cerrado, y el haz adquiere una fase geométrica. Esta fase se ha estudiado en diferentes arreglos ópticos y a continuación presentaremos algunos de ellos.

Cuando el estado de polarización completa un bucle cerrado de transiciones de fase en la esfera de Poincaré, se produce un cambio de fase directamente relacionado con la trayectoria de polarización.

Una variación periódica del estado de polarización en términos de cambios de polarización de fase da lugar a una fase geométrica que es igual a la mitad del ángulo sólido encerrado por la trayectoria cerrada de los estados de polarización en la esfera de Poincaré, a esto se le conoce como la conexión de Pancharatnam.

La fase geométrica ha sido explorada en el contexto de varios elementos ópticos, y se ha demostrado que ocurre incluso con un solo fotón.

3.1. Cambios de polarización no cíclicos

En esta sección se presenta el trabajo realizado por Van Dijk, T., Schouten, H. F., Ubachs, W., Visser [9], en el que muestran la fase de Berry para un interferómetro no cíclico.

Los cambios de polarización no cíclicos son aquellos para los cuales el estado

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.1 Cambios de polarización no cíclicos

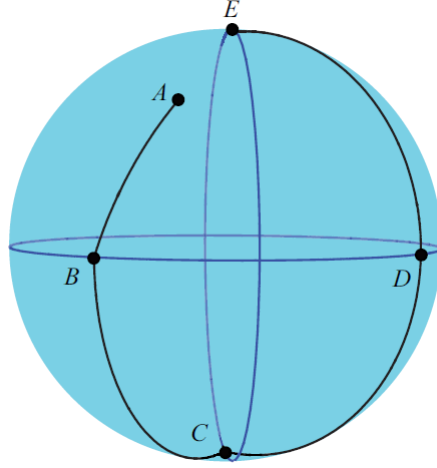


Figura 3.1: Estados de polarización A,B,C,D y E por los que pasa el haz de luz en el arreglo experimental, dados por polarizadores lineales y retardadores de cuarto de onda.

inicial y el estado final de polarización son diferentes, por tanto en una esfera de Poincaré se ven representados por caminos que no están cerrados. En este trabajo demostraron que este tipo de estados también pueden tener una fase geométrica.

Según la conexión de Pancharatnam dos estados están en fase cuando su superposición produce una intensidad máxima, es decir, cuando:

$$|E_A + E_B|^2 = |E_A|^2 + |E_B|^2 + 2R_e(E_A \cdot E_B^*) \quad (3.1)$$

toma el valor máximo.

Estudiaron una serie de cambios de polarización que se supone que están en fase y así demostraron el comportamiento de la fase geométrica. Para lograrlo consideraron un haz en un estado de polarización inicial arbitrario A, que pasa a través de un polarizador lineal cuyo eje de transmisión está bajo el ángulo ϕ_1 respecto al eje x positivo, esto genera un estado de polarización B que se encuentra sobre el ecuador en la esfera de Poincaré. Posteriormente el haz pasa por un retardador orientado de tal manera que se genera un estado de polarización circular C en el polo sur. A continuación, el haz pasa por un segundo polarizador con orientado en ϕ_2 dando lugar a un estado D en el ecuador. Finalmente el haz pasa por un retardador orientado de tal forma que se genere un estado de polarización circular E en el polo norte (ver figura 3.1 [9]).

La matriz para un polarizador lineal cuyo eje de transmisión está bajo un ángulo ϕ con respecto al eje positivo x está dada por:

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.1 Cambios de polarización no cíclicos

$$P(\phi) = \begin{pmatrix} \cos^2\phi & \cos\phi\text{sen}\phi \\ \cos\phi\text{sen}\phi & \text{sen}^2\phi \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

y la matriz para un retardador con un eje rápido bajo un ángulo θ respecto al eje x positivo, que introduce un cambio de fase δ entre las dos componentes del campo es

$$C(\delta, \theta) = \begin{pmatrix} \cos(\delta/2) + i\text{sen}(\delta/2)\cos 2\theta & i\text{sen}(\delta/2)\text{sen} 2\theta \\ i\text{sen}(\delta/2)\text{sen} 2\theta & \cos(\delta/2) - i\text{sen}(\delta/2)\cos 2\theta \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Por tanto para cada estado de polarización normalizado se tienen las expresiones:

$$E_B = P(\phi_1) \cdot E_A = T(A, \phi_1) \begin{pmatrix} \cos\phi_1 \\ \text{sen}\phi_1 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

$$E_C = C(-\pi/2, \phi_1 - \pi/4) \cdot E_B = T(A, \phi_1) e^{-i\phi_1} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$E_D = P(\phi_2) \cdot E_C = T(A, \phi_1) e^{i(\phi_2 - \phi_1)} \begin{pmatrix} \cos\phi_2 \\ \text{sen}\phi_2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

$$E_E = C(\pi/2, \phi_2 - \pi/4) \cdot E_D = T(A, \phi_1) e^{i(2\phi_2 - \phi_1)} \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

donde

$$T(A, \phi_1) = \frac{\cos\alpha_A \cos\phi_1 + \text{sen}\alpha_A e^{i\theta_A} \text{sen}\phi_1}{|\cos\alpha_A \cos\phi_1 + \text{sen}\alpha_A e^{i\theta_A} \text{sen}\phi_1|} \quad (3.8)$$

es la proyección normalizada del estado inicial A sobre el estado $(\cos\phi_1, \text{sen}\phi_1)^T$. En este caso la entra y salida del retardador están en fase, así es que todos los estados están en fase. Por tanto de la ecuación 3.7 se tiene:

$$\Psi = \text{arg} [T(A, \phi_1) e^{i(2\phi_2 - \phi_1)}] \quad (3.9)$$

que representa la fase geométrica o fase de Berry del estado final E.

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.1 Cambios de polarización no cíclicos

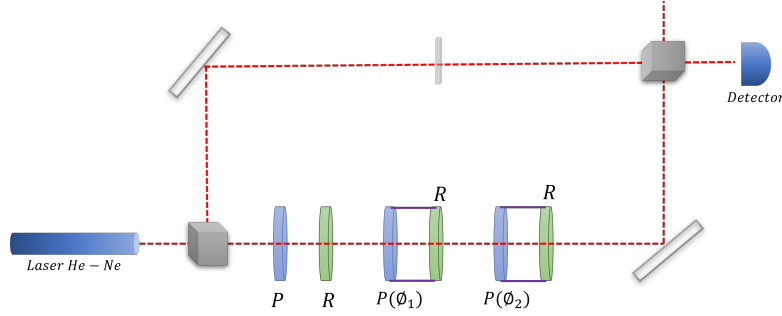


Figura 3.2: Modelo del interferómetro Mach-Zehnder.

Cuando un haz en el estado E se combina con un haz en el estado A, la intensidad es igual a

$$|E_A|^2 + |E_E|^2 + 2R_e(E_A \cdot E_E^*) = 1 + |T(A, \phi_1)|^2 + 2H(A, \phi_1) \cos(2\phi_2 - \phi_1 + \phi_H) \quad (3.10)$$

donde

$$H(A, \phi_1) e^{i\phi_H} = T^*(A, \phi_1) E_A \cdot \begin{pmatrix} 1/\sqrt{2} \\ i/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

que se encuentra en los reales.

La secuencia de estados de polarización descritos anteriormente se pueden encontrar con un interferómetro del tipo Mach-Zehnder (ver figura 3.2). Se coloca un láser de He-Ne que opera a 632,8nm y se divide en dos haces. De un lado de los brazos se encuentra un retardador y un retardador que polarizan el haz del láser generando el primer estado de polarización A. Posteriormente se colocan dos pares de polarizador con retardador fijos entre ellos y que generan los estados B, C, D y E descritos anteriormente. Del otro lado, en el siguiente brazo se coloca un filtro gris para aumentar la nitidez de las líneas de interferencia.

Estudio de la fase geométrica con un fotodiodo

Los autores dividieron el estudio en dos partes, primero se modifica el ángulo ϕ_2 que corresponde al último polarizador y retardador, que recordemos están unidos para que roten juntos y además el estado de polarización resultante es circular en el polo norte de la esfera. Al variar el ángulo ϕ_2 , la intensidad en el brazo inferior de la figura 3.2 permanece sin cambios y los cambios en el patrón de interferencia se pueden registrar con un fotodiodo.

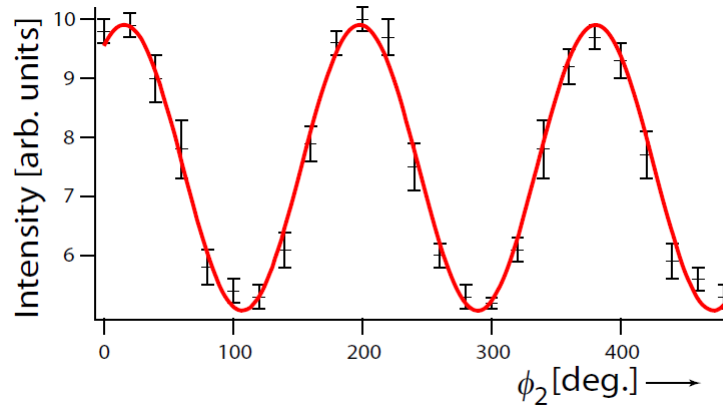


Figura 3.3: Gráfica de los resultados de medir la intensidad del patrón de interferencia con respecto a la orientación del ángulo ϕ_2 .

Para garantizar que los elementos ópticos no afecten en la longitud del camino óptico y que por tanto no produzcan una fase dinámica adicional diferente a la fase de Berry, se hizo una alineación en donde comprobaron la invariancia en el patrón con rotaciones de 180 de los polarizadores. Además, para disminuir el error manual utilizaron monturas mecánicas que funcionan a control remoto.

De la ecuación 3.9 se observa que la fase de Berry es proporcional a ϕ_2 . Y el comportamiento se ilustra en la figura 3.3, en donde la intensidad medida con el fotodiodo se gráfica en función al ángulo del último polarizador ϕ_2 . La línea en color rojo es un ajuste de los datos con respecto a la función $C_1 + C_2 \cos(2\phi_2 + C_3)$ con C_1 , C_2 y C_3 constantes.

Esto indica que la fase geométrica Ψ aumenta el doble de rápido que el ángulo ϕ_2 .

Estudio de la fase geométrica con una cámara CCD

Por otro lado al modificar el ángulo ϕ_1 la intensidad en el brazo superior sí cambia por lo que no se puede utilizar un fotodiodo sino en su lugar una cámara CCD con la cuál midieron la fase geométrica.

Consideraron primero el caso donde el estado de polarización inicial A coincide con con el polo norte, esto se consigue colocando el primer polarizador y retardador de tal forma que la polarización resultante sea circular a la derecha. Vemos que en este caso el estado inicial A y el final E coinciden sobre el polo norte y el camino está cerrado. Por tanto de la ecuación 3.9 se tiene que:

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.1 Cambios de polarización no cíclicos

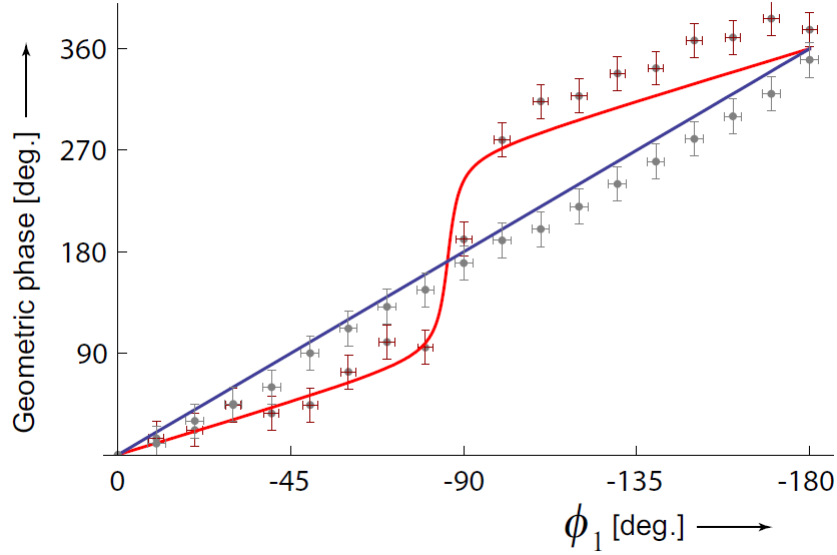


Figura 3.4: Gráfica de la fase geométrica con respecto a la orientación del ángulo ϕ_1 , con el ángulo $\phi_2 = 0$. La curva azul muestra la fase de Berry cuando los estados E y A coinciden en el polo norte de la esfera. La curva roja nos muestra la fase de Berry cuando A se encuentra entre el ecuador y el polo norte y el estado E está en el polo norte.

$$\Psi = 2(\phi_2 - \phi_1) \quad (3.12)$$

y ángulo sólido del camino recorrido es ahora

$$\Psi = 4(\phi_2 - \phi_1) \quad (3.13)$$

De esto concluyeron que en este caso se recupera el resultado de Pancharatnam que indica que la fase geométrica adquirida para un circuito cerrado es igual a la mitad del ángulo sólido del circuito subtendido en el origen de la esfera. Por lo tanto, al girar ϕ_1 sobre 180° , la fase geométrica acumulada $\Delta\Psi = 360^\circ$. Esto se observa en la curva azul de la figura 3.4.

También consideran un estado inicial arbitrario A en el hemisferio norte, aquí el comportamiento de la fase de geométrica no es lineal, pero se sigue cumpliendo que ϕ_1 sobre 180° después de que el primer polarizador se ha girado 180° . Observar curva roja en el figura 3.4 [9].

Después consideran que el estado inicial A se encuentra en el polo sur, la ecuación 3.9 da:

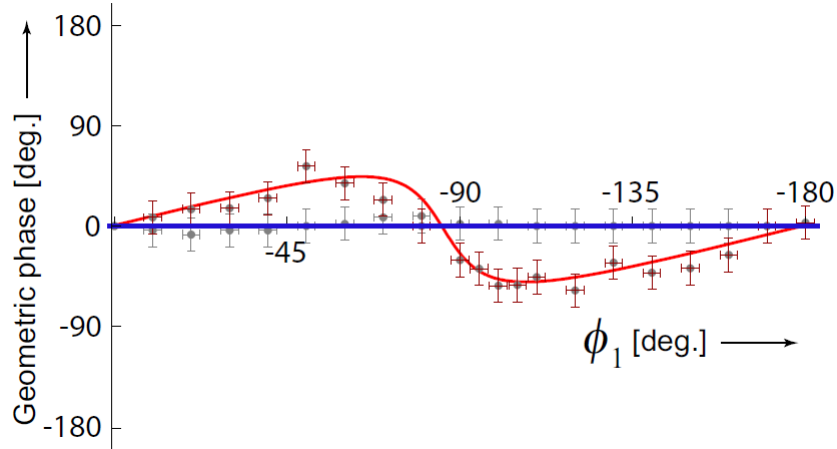


Figura 3.5: Gráfica de la fase geométrica con respecto a la orientación del ángulo ϕ_1 , con el ángulo $\phi_2 = 0$. La curva azul muestra la fase de Berry cuando el estado E se encuentra en el polo norte y A coinciden en el polo sur de la esfera. La curva roja nos muestra la fase de Berry cuando A se encuentra entre el ecuador y el polo sur y el estado E se mantiene en el polo norte.

$$\Psi = 2(\phi_2) \quad (3.14)$$

como esto es independiente de ϕ_1 , una rotación de ϕ_1 sobre 180° da como resultado $\Delta\Psi = 0$, el resultado se puede ver en la curva azul de la figura 3.5.

Para un estado inicial A arbitrario en el hemisferio sur, la fase geométrica varía con ϕ_1 , pero nuevamente $\Delta\Psi = 0$ después de una rotación de 180° del polarizador $P(\phi_1)$, esto se observa en la curva roja de la figura 3.5 [9].

Esto implica que al mover el estado A a través de la esfera de Poincaré no es posible un cambio continuo de un tipo de comportamiento a otro. Y un tipo de cambio discontinuo en el comportamiento solo puede ocurrir cuando la fase geométrica Ψ es singular. Este comportamiento singular, que resulta en una discontinuidad de 180° de la fase geométrica se observó experimentalmente y los resultados que obtuvieron se muestran en la figura 3.6 [9].

Algunas conclusiones generales a las que llegaron en este estudio son:

- La fase geométrica puede depender de forma lineal, no lineal o singular dependiendo de la orientación de los elementos ópticos.
- La dependencia de la fase geométrica del estado final E con respecto a los ángulos ϕ_1 y ϕ_2 de los polarizadores es notoriamente diferente.

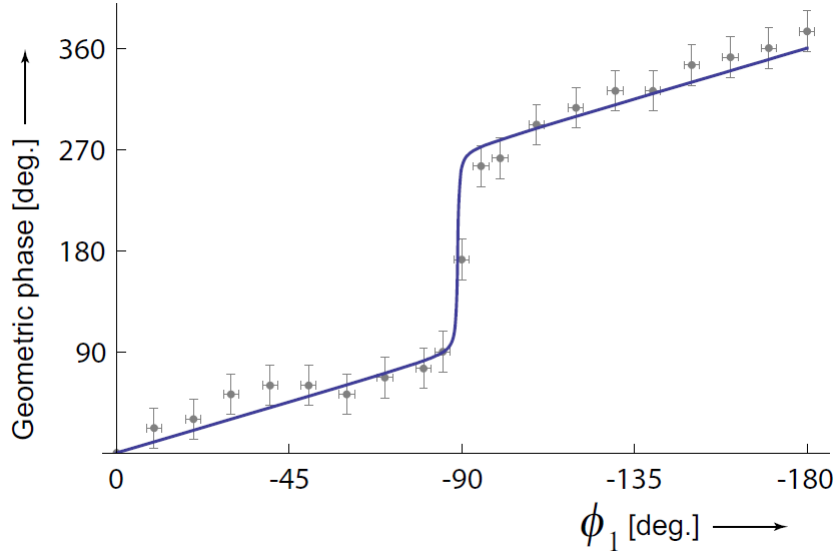


Figura 3.6: Gráfica que muestra la singularidad de la fase geométrica, E está en el polo norte y A sobre el ecuador, $\phi_2 = 0$.

- Se muestra un nuevo montaje de tipo Mach-Zehnder con el que se observa la fase geométrica o fase de Berry que acompaña estados de polarización no cíclicos.

3.2. Interferencia electromagnética de doble rendija

En esta sección se presenta el trabajo realizado por Hannonen, A., Partanen, H., Tervo, J., Setälä, T., Friberg, A. T [9], en el que muestran la fase de Berry para un interferómetro de doble rendija.

El experimento de Young ha sido muy importante en la física y es interesante el conocer como se encuentra la fase de Berry y su manipulación a través de las intensidades y los estados de polarización de los campos eléctricos en las dos rendijas.

Un haz de luz con cierta frecuencia ω , completamente coherente y polarizado, incide en una pantalla \mathcal{A} con dos agujeros, formando un patrón de interferencia en una pantalla \mathcal{B} , como se muestra en la figura 3.7 [16].

Si la luz incidente tiene una polarización uniforme, el estado de polarización del campo en la pantalla \mathcal{B} es el mismo que en los agujeros del alfiler. Sin embargo, para diferentes estados de polarización en los agujeros el resultado es diferente, lo que genera que los estados de polarización en \mathcal{B} cambien espacialmente.

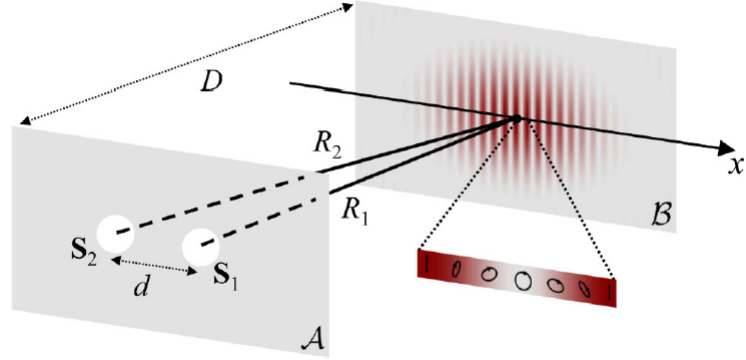


Figura 3.7: Modelo del interferómetro de Young en donde se muestran los estados de polarización con respecto a la distancia al centro de la pantalla donde se ve el patrón de interferencia .

En la figura 1 se ilustran los diferentes estados de polarización a lo largo de la pantalla \mathcal{B} los cuales se obtienen a partir de la ley de interferencia electromagnética [16], dada como:

$$S_n(\mathbf{r}) = S'_n + S''_n + 2[S'_0 S''_0]^{1/2} |\mu_n| \cos(\alpha_n - \gamma) \quad (3.15)$$

donde $S_n(\mathbf{r})$ con $n = 0..,3$ son los parámetros de Stokes en el punto \mathbf{r} de la pantalla. Las cantidades S'_0 y S''_0 describen estos parámetros cuando solo el orificio 1 o el orificio 2 están abiertos, respectivamente. Además, $\gamma = k(R_1 - R_2)$, $k = \frac{\omega}{c}$ es el número de onda, $\alpha_n = \arg(\mu_n)$ donde \arg aquí se entiende como la fase y las cantidades complejas μ_n son los parámetros de Stokes de dos puntos normalizados, que para vectores paraxiales $\mathbf{E} = (E_x, E_y)$ propagados en la dirección del eje z , se tiene:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= (E_{1x}^* E_{2x} + E_{1y}^* E_{2y}) / (S_{01} S_{02})^{1/2} \\ \mu_1 &= (E_{1x}^* E_{2x} - E_{1y}^* E_{2y}) / (S_{01} S_{02})^{1/2} \\ \mu_2 &= (E_{1y}^* E_{2x} + E_{1x}^* E_{2y}) / (S_{01} S_{02})^{1/2} \\ \mu_3 &= i (E_{1y}^* E_{2x} - E_{1x}^* E_{2y}) / (S_{01} S_{02})^{1/2} \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde el asterisco representa la conjugación compleja y $S_{0m} = |\mathbf{E}_m|^2$ con $m = 1, 2$, son las intensidades del campo eléctrico de los agujeros.

De la ecuación se tiene que la intensidad y el estado de polarización en la pantalla \mathcal{B} son funciones periódicas de γ , por lo tanto, el vector unitario $\hat{\mathbf{P}} = \mathbf{P}(\gamma)/S_0(\gamma)$,

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.2 Interferencia electromagnética de doble rendija

en donde S_0 es la intensidad y $\mathbf{P}(\gamma)$ es el vector de Poincaré normalizado, descrito como:

$$\mathbf{P}(\gamma) = \hat{\mathbf{s}}_1 S_1(\gamma) + \hat{\mathbf{s}}_2 S_2(\gamma) + \hat{\mathbf{s}}_3 S_3(\gamma) \quad (3.17)$$

donde \mathbf{s}_j con $j = 1, 3$ son vectores unitarios ortogonales en el espacio de polarización con origen en el centro de la esfera de Poincaré.

En este caso la conexión de Pancharatnam ocurre cuando el punto de observación se mueve a lo largo del eje x en el patrón de interferencia en la pantalla \mathcal{B} . La ruta explícita del estado de polarización se obtiene al sustituir la ecuación 3.2 en la ecuación 3.17, obteniendo

$$\hat{\mathbf{P}}(\gamma) = \frac{\mathbf{P}' + \mathbf{P}'' + 2[S_0' S_0'']^{\frac{1}{2}} [Re(\mu) \cos(\gamma) + Im(\mu) \sen(\gamma)]}{\mathbf{S}'_0 + \mathbf{S}''_0 + 2[S_0' S_0'']^{\frac{1}{2}} [Re(\mu_0) \cos(\gamma) + Im(\mu_0) \sen(\gamma)]} \quad (3.18)$$

Si el denominador de la ecuación anterior es cero entonces $\hat{\mathbf{P}}(\gamma)$ no está bien definida, esto ocurrirá cuando los campos eléctricos en los dos orificios son idénticos, aunque con una posible diferencia de fase, lo que implica que el estado de polarización en el patrón de interferencia es invariable.

De la ecuación 3.18 se tiene que la forma de la trayectoria de polarización, y por tanto, la fase geométrica en un periodo del patrón de interferencia, se ven afectados por las intensidades y los estados de polarización de la luz en los agujeros. Además, los puntos $\hat{\mathbf{P}}$ se ubican en un círculo en la esfera de Poincaré [16] como se muestra en la figura 3.8 [16], en donde también se observan los demás parámetros que utilizaron.

Cuando el estado de polarización $\hat{\mathbf{P}}$ se mueven en una trayectoria circular es la esfera de Poincaré, el campo eléctrico \mathbf{E}_y obedece la conexión de Pancharatnam.

Ahora, se deduce la fase de Berry. La magnitud del vector \mathbf{S}_0 está dada por:

$$|\mathbf{S}_0| = \frac{|S'_0 - S''_0|}{|\mathbf{P}' - \mathbf{P}''|} \quad (3.19)$$

El área superficial de un casquete esférico es $A = 2\pi r h$ donde r es el radio de la esfera y h la altura a la que se encuentra el casquete, en este caso $A = 2\pi(1 - |\mathbf{S}_0|)$.

Y, otra consecuencia del cumplimiento de la conexión de Pancharatnam es que

$$|\phi_{PB}| = \frac{A}{2} = \pi - \pi \frac{|S'_0 - S''_0|}{|\mathbf{P}' - \mathbf{P}''|} \quad (3.20)$$

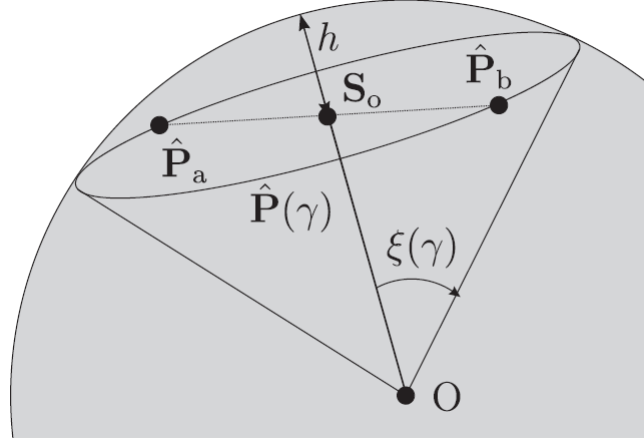


Figura 3.8: Modelo de los parámetros más importantes que se encuentran sobre una esfera.

donde $|\phi_{PB}|$ es la fase de Berry o fase geométrica.

Si los dos agujeros son idénticos, los decaimientos de las intensidades s_0 y los vectores de Poincaré \mathbf{P} en la propagación desde los agujeros (pantalla \mathcal{A}) a la pantalla \mathcal{B} son idénticos. En este caso la ecuación 3.20, que representa la fase de Berry, adquiere la forma

$$|\phi_{PB}| = \pi - \pi \frac{|S_{01} - S_{02}|}{|\mathbf{P}'_1 - \mathbf{P}''_2|} \quad (3.21)$$

donde los subíndices 1 y 2 indican los valores en los orificios 1 y 2, respectivamente. La fase es positiva si $\hat{\mathbf{P}}(\gamma)$ traza un círculo en sentido antihorario, de lo contrario la fase será negativa.

La ecuación 3.21 muestra la fase de Berry en términos del campo eléctrico en las aberturas. Una forma de expresar esta fase en términos de las intensidades [16] está dada por :

$$\phi_{PB} = \pm\pi - \sum_{n=1}^N \arg \left[S_{01} \exp(-i\pi/N) + S_{02} \exp(i\pi/N) + 2(S_{01}S_{02})^{\frac{1}{2}} |\mu_0| \cos(n2\pi/N) \right] \quad (3.22)$$

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.2 Interferencia electromagnética de doble rendija

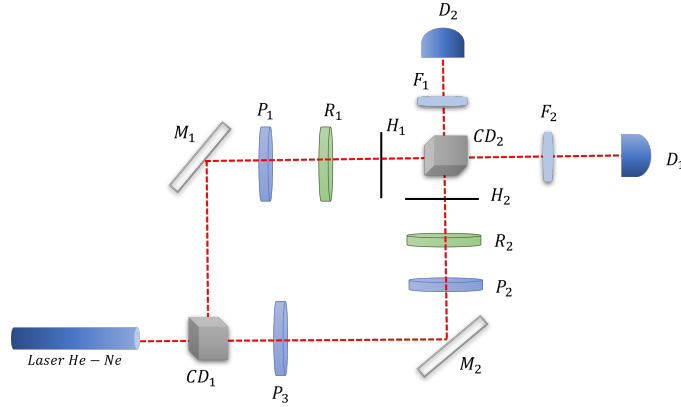


Figura 3.9: Arreglo experimental que combina un interferómetro de tipo Mach-Zehnder con uno de tipo Young.

Arreglo experimental y resultados

Utilizaron una combinación de los interferómetros Mach-Zehnder y Young, representados en la figura 3.9, para verificar las ecuaciones 3.21 y 3.22 que representa la fase de Berry.

Este arreglo les permitió ajustar y medir las intensidades y los estados de polarización en las aperturas para obtener las franjas de interferencia. Utilizaron un láser de He-Ne con longitud de onda de 633nm y dividieron en dos brazos mediante un cubo divisor CD_1 . Los estados de polarización en los brazos los obtuvieron mediante polarizadores lineales P_1 y P_2 y placas de cuarto de onda R_1 y R_2 , el tercer polarizador P_3 controla la intensidad en el brazo inferior. Cada brazo tiene un agujero H_1 y H_2 respectivamente de $200 \mu m$ de diámetro y se encuentran montados en soportes que permiten desplazarlos de forma lateral, además, se encuentran a la misma distancia de CD_2 .

Los haces divididos se guían con espejos M_1 y M_2 hasta llegar al segundo cubo divisor CD_2 donde se combinan para crear interferencia.

Además, agregaron dos lentes, la lente F_1 crea una transformada de Fourier del campo y su distribución de densidad se ve en el detector de la cámara D_1 . La lente F_2 y la cámara D_2 las usaron para ver las posiciones de los agujeros de alfiler.

Los parámetros de Stokes en la pantalla de observación se miden [16] usando el procedimiento descrito en la sección 1.1.3, los resultados que obtuvieron se muestran en la gráfica 3.10 [16].

En la figura 3.11 [16] a), se muestra la magnitud de la fase de Berry cuando los estados de polarización en los orificios se mantienen fijos pero la relación de las

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.2 Interferencia electromagnética de doble rendija

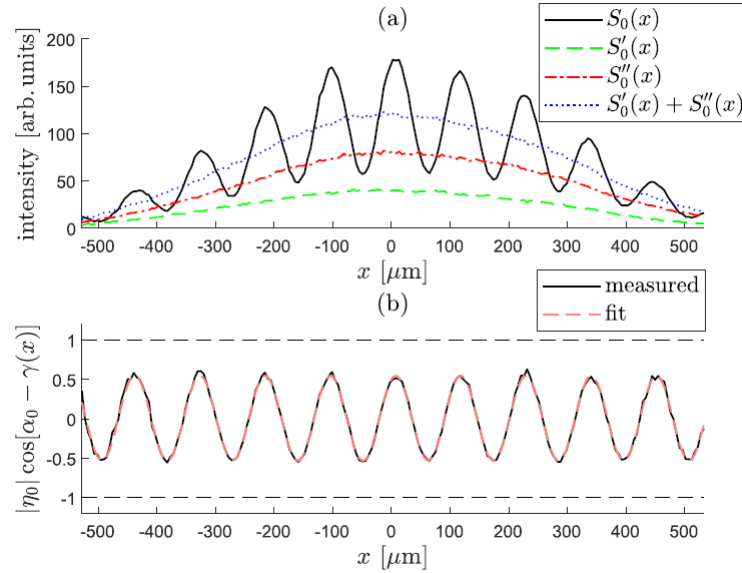


Figura 3.10: a) Resultados que obtuvieron para los parámetros de Stokes. b) Medida de la variación de la intensidad con respecto a diferencia de distancia al centro de la pantalla.

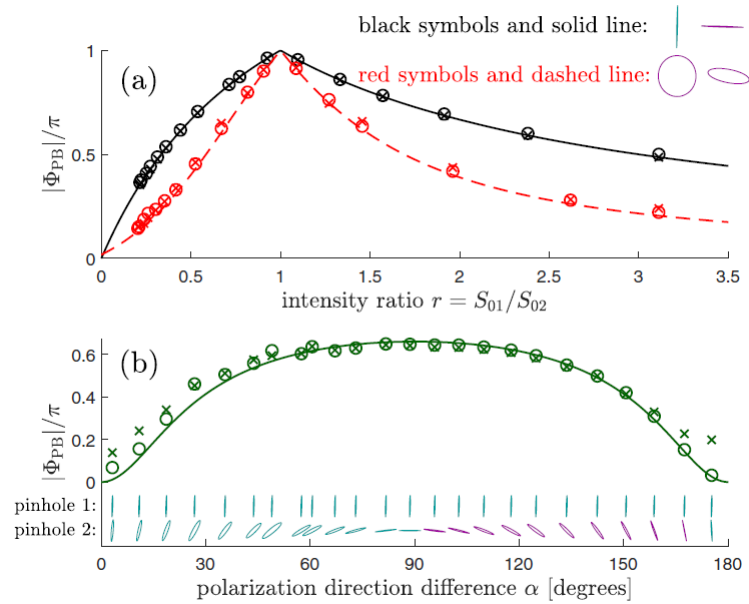


Figura 3.11: a) Gráfica de la magnitud de la fase de Berry con respecto a la variación de la intensidad b) Gráfica cuando se mantiene la intensidad constante pero con estados de polarización variables.

§ Fase de Berry en sistemas ópticos

3.3 Observaciones interferométricas con luz blanca

intensidades cambia. Y en la figura 3.11 *b*), se muestra la relación de la intensidad constante y los estados de polarización variables. Los círculos en ambas figuras indican las fases geométricas obtenidas en la ecuación 3.21 en términos de la polarización del campo e intensidad, mientras que las cruces muestran las fases geométricas obtenidas a partir de la ecuación 3.22 con $N = 300$, este dato se obtuvo usando la información de la visibilidad de las franjas en la pantalla.

Los campos de apertura están ligeramente polarizados elípticamente, como lo indican las elipses morada que representan polarización derecha y las azules que representa la polarización a la izquierda, observar figura 3.11.

Las líneas continua negra y verde muestra el valor teórico de la fase de Berry obtenido de la ecuación 3.21.

En conclusión cuando una onda electromagnética totalmente coherente (que mantienen la fase relativa entre ellas) y polarizada incide sobre dos agujeros en una pantalla negra, el campo de superposición resultante a cierta distancia tiene una fase de Berry.

Algunas conclusiones a las que llegaron en este estudio son:

- La fase geométrica surge debido a la periodicidad de los cuatro parámetros de Stokes en la pantalla de observación.
- Los parámetros de Stokes describen tanto la intensidad como el estado de polarización.
- El estado de polarización experimenta un círculo cerrado de transiciones en fase en la esfera de Poincaré cuando el punto de observación atraviesa un periodo.
- Demostraron la validez de la teoría mediante el arreglo experimental que une los interferómetros Mach-Zehnder y Young.

3.3. Observaciones interferométricas con luz blanca

En esta sección se presenta el trabajo realizado por Hariharan, P., Larkin, K. G., Roy, M. [9], en el que muestran la fase de Berry para un interferómetro de doble rendija.

El estudio de la fase de Berry no sólo se limita a la luz monocromática (con una sola longitud de onda) sino también en el estudio de la luz blanca, como demostraron en este trabajo, utilizando un desfaseador acromático que opera en la fase

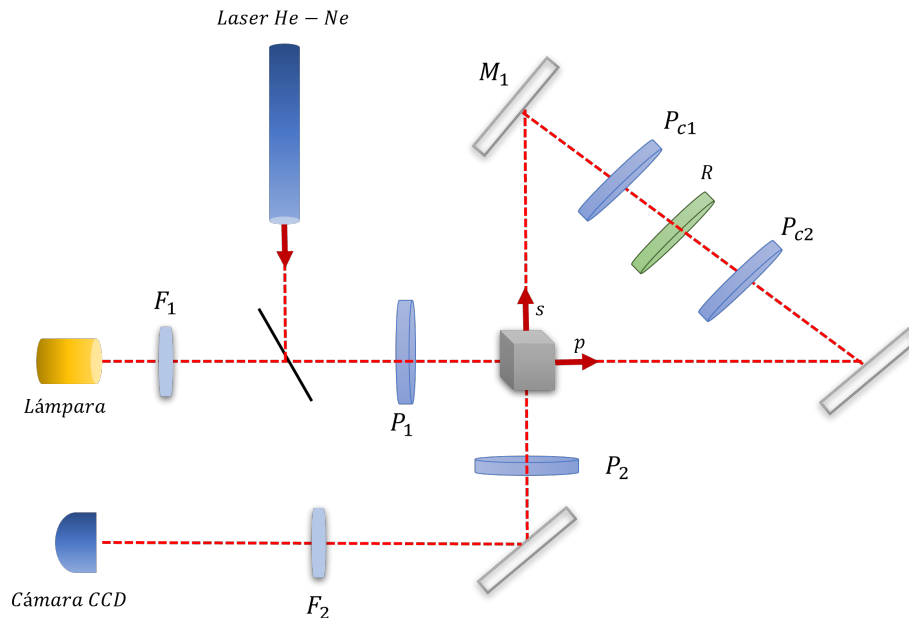


Figura 3.12: Arreglo interferométrico de tipo Sagnac con dos fuentes distintas, una lámpara de tungsteno y un láser He-Ne.

de Pancharatnam se genera una fase de Berry variable que es independiente de la longitud de onda y que por tanto es distinta de un desfase de camino óptico.

El arreglo experimental que utilizaron se muestra en la figura ??, donde la luz de una lámpara de tungsteno, pasa por un polarizador P_1 a 45° con respecto al plano de la imagen, haciendo que la luz se polarice linealmente. Posteriormente llega a un cubo divisor donde el haz polarizado se divide en dos haces polarizados ortogonales entre sí. Ambos haces atraviesan, en direcciones opuestas, la misma distancia triangular cerrada en un interferómetro de tipo Sagnac. Otro polarizador lineal P_2 con su eje a 45° con respecto al plano de la imagen hace que los dos haces que salen del interferómetro estén en interfase.

Los dos haces del interferómetro salen de forma paralela entre sí por tanto para hacerlos coincidir basta con ajustar el divisor de haz y los espejos, esta alineación se puede hacer con un láser, por ejemplo de He-Ne y una vez alineado se coloca la lámpara de luz blanca y se observa el patrón de interferencia.

Como ambos haces atraviesan el mismo trayecto óptico, la diferencia de camino óptico es siempre igual a cero en el centro del campo de visión.

Utilizaron una cámara CCD conectada a una computadora para observar el patrón de franjas y almacenar las mediciones para su análisis.

Los elementos ópticos necesarios para modificar la diferencia de fase fueron dos

§ Fase de Berry en sistemas ópticos
3.3 Observaciones interferométricas con luz blanca

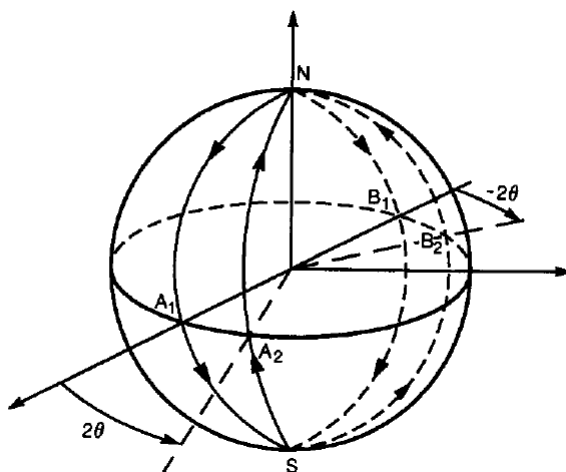


Figura 3.13: Estados de polarización sobre la esfera de Poincaré para un arreglo de tipo Sagnac.

polarizadores P_{c1} y P_{c2} y un retardador de media onda R y los colocaron en una montura rotatoria. Cada uno de estos componentes es acromático. Los que se colocaron en la línea diagonal entre los dos espejos.

Como ya se ha visto en las secciones anteriores el primer paso para el análisis de la fase de Berry es conocer cuales son los estados de polarización del sistema.

En este caso, el haz primero es polarizado linealmente lo cual genera un estado A_1 en la esfera, después es polarizado circularmente lo que genera un estado S , posteriormente regresa un estado de polarización lineal en A_2 , vuelve a pasar por un polarizador circular obteniendo el estado N y finalmente regresa a la polarización lineal A_1 . Los estados de polarización forman un circuito cerrado que puede verse en la figura 3.13 [17].

Las líneas punteadas en la figura indican los estados de polarización si la luz incidiera en la dirección opuesta.

Utilizaron luz monocromática, por ejemplo la de un láser de He-Ne, al rotar el retardador R se obtuvieron franjas de interferencia continuas a través del campo de visión. Al rotar R en la dirección opuesta obtuvieron el mismo resultado pero en dirección opuesta.

Con luz blanca, utilizaron la lámpara de tungsteno, el patrón de interferencias visto sin usar el desfasador geométrico consistía en una franja negra central con franjas blancas a los lados cuyo contraste disminuía mientras se alejaba a la franja central. Cuando utilizaron el desfasador geométrico, al rotar R se produjo un movimiento en las franjas a través de la visión del campo en dirección a la rotación. En la imagen 3.14 se observan los resultados que obtuvieron del cambio de intensidad

§ Fase de Berry en sistemas ópticos

3.3 Observaciones interferométricas con luz blanca

de las franjas.

Si s es el corte lateral entre los haces del arreglo, como se muestra en la figura ??, la diferencia de camino óptico entre los haces a una distancia x del centro del campo de visión está dada por

$$p = \frac{s}{f}x \quad (3.23)$$

donde f es la distancia focal de la lente de formación de imágenes F_2 . Si no se tiene el desfasador geométrico, los mínimos de intensidad sucesivos están definidos por

$$\Delta\phi_D = \frac{2\pi}{\lambda}p = 2m\pi \quad (3.24)$$

donde m es un número entero. Los mínimos sucesivos correspondientes a cualquier longitud de onda están separados por una distancia

$$\Delta\phi_D = \frac{2\pi}{\lambda}p = 2m\pi \quad (3.25)$$

que es directamente proporcional a la longitud de onda.

Al agregar el desfasador geométrico la diferencia de fase total entre los haces en un punto a una distancia x del centro de campo de visión es

$$\Delta\phi = \Delta\phi_D + \Delta\phi_G \quad (3.26)$$

Esto indica que al variar la fase geométrica se mueven las franjas de interferencia a lo largo del campo de visión. La fase geométrica $\Delta\phi_G$ no depende de la longitud de onda, pero la fase dinámica $\Delta\phi_D$ dada por el camino óptico sí depende de la longitud de onda.

Estas observaciones confirman que los efectos debidos a la introducción de una fase geométrica variable no son los mismos que los generados por un cambio en la diferencia de camino óptico. Y también sugieren que la fase geométrica aunque no está acotada sólo se puede medir en modulo de 2π .

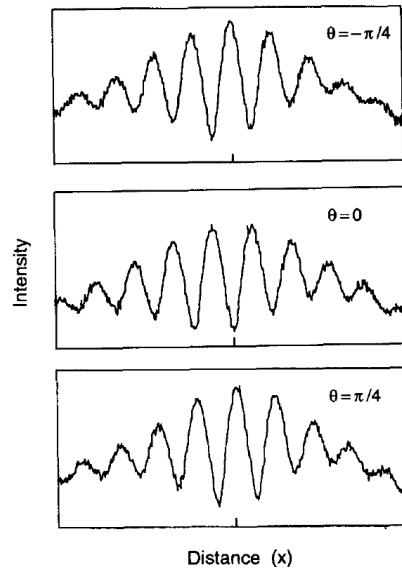


Figura 3.14: Gráfica que muestra los resultados de las intensidades con respecto a los patrones de interferencia registrados para diferentes ángulos del retardador R .

Capítulo 4

§ Aplicaciones de la Fase de Berry

En diferentes estudios de la física ha sido de gran importancia el análisis de la fase y la capacidad de modificarla, normalmente esta se controla mediante a la diferencia de camino óptico, sin embargo, como hemos visto en los capítulos anteriores la fase geométrica o fase de Berry nos presenta una nueva forma de controlar la fase.

A continuación se presentan algunas aplicación de la fase de Berry en distintos sistemas físicos, que como veremos, pueden o no estar relacionados entre sí.

4.1. Transporte paralelo

La fase de Berry puede encontrarse en diferentes fenómenos físicos que en principio pueden no tener relación alguna, en este capítulo se presenta un concepto equivalente a la fase geométrica en sistemas clásicos y un ejemplo muy sencillo para mostrarlo.

Si se considera el transporte paralelo de un vector a lo largo de una trayectoria cerrada sobre una esfera, como se muestra en la figura 4.1 [19]. El recorrido del vector comienza en el punto A , siendo paralelo a un meridiano, se mueve hasta el polo norte N , continua su camino hasta llegar al punto B en el ecuador y finalmente regresa al punto inicial A . El vector siempre mantiene la orientación con la que comenzó, es decir, paralela al meridiano.

Cuando el vector regresa al punto de partida se observa un cambio de β grados con respecto a su orientación inicial, a esto se le llama transporte paralelo y tiene gran utilidad en diversos sistemas físicos donde se tienen superficies curvas. Este efecto también es conocido como cambio global sin cambio local.

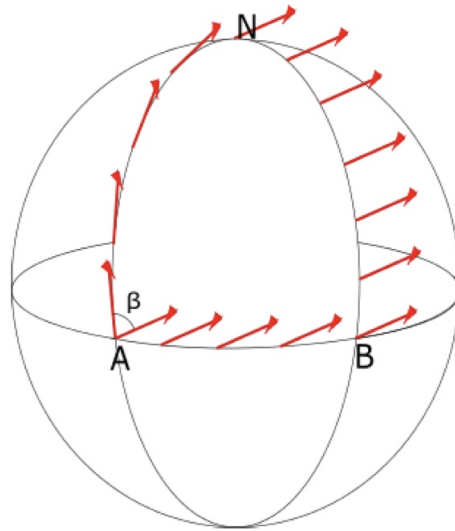


Figura 4.1: Se muestra el recorrido de un vector alrededor de una curva cerrada sobre una esfera, el cual después de completar una vuelta no regresa a su posición original.

4.1.1. Péndulo de Foucault

Una de las aplicaciones del transporte paralelo es el péndulo de Foucault. En el año 1851 el físico francés León Foucault demostró de forma experimental la rotación de la tierra al construir un péndulo de gran longitud sujeto a un punto fijo y que al ser colocado en el eje de nuestro planeta se observó que el plano de oscilación del péndulo cambia con respecto al inicial.

Para entender su relación con el transporte paralelo imaginemos lo siguiente:

Una persona se ubica en el péndulo oscilante, está observa que el plano de oscilación siempre va dirigido en un mismo sentido, por ejemplo, de este a oeste. Pero, un observador situado fuera del péndulo nota como el plano de observación del péndulo comienza a rotar. El péndulo nunca altera su oscilación, pero presenta un cambio en la orientación en el transcurso del tiempo. [19]

Este cambio de ángulo al completar un ciclo en un sistema cerrado indica una pérdida de información con respecto a la geometría y por tanto se lo conoce como fase geométrica, que como se ha visto anteriormente es lo que hoy en día también se conoce como fase de Berry.

Aquí es claro ver de dónde viene el nombre de fase geométrica y es que este cambio en la orientación de los vectores al completar un ciclo sólo depende de la geometría de la trayectoria cerrada, no hay ningún parámetro físico que lo altera, como puede ser la carga, el campo, la masa, etc. De hecho, esto último se vio también en el

efecto Aharanov-Bohm, en donde surgió una fase geométrica cuando una partícula no interactuaba con el campo.

Como sabemos, tiempo después los científicos se dieron cuenta que la fase geométrica es equivalente a la fase descrita por Berry en 1984. De esta forma podemos ver que la fase de Berry que se ha analizado a lo largo de este trabajo en sistemas cuánticos y ópticos, también puede encontrarse en sistemas clásicos como es el péndulo de Foucault.

4.2. Interruptores ópticos rápidos

Los interruptores ópticos son aparatos que conectan varias fibras ópticas entre sí y controlan la ruta de datos entre la entrada y salida. Por ejemplo, algunos interruptores ópticos convierten la luz en datos eléctricos antes de enviarlos y convertirlos nuevamente en una señal de luz a la salida.

Del trabajo expuesto en la sección 3.1 en donde se estudia la fase geométrica en un interferómetro del tipo Mach-Zehnder, se encontró que al hacer una variación mucho menor a 180° del ángulo ϕ_1 del primero polarizador lineal, se produce un salto de fase de 180° . Este hecho puede emplearse para provocar un cambio de interferencia constructiva a interferencia destructiva cuando el haz se combina con otro. [9]

Este comportamiento singular observado se puede aplicar en el diseño de interruptores ópticos rápidos.

4.3. Construcción de hologramas

Los hologramas graban una imagen tridimensional en una película. Esto lo consiguieron registrando la fase e intensidad de las ondas luminosas reflejadas por el objeto.

En este trabajo uno de los métodos descritos se usa para crear una fase de Berry de forma interferométrica capaz de registrar el frente de onda de casi cualquier objeto. [20] Para conseguirlo utilizaron un interferómetro de tipo Mach-Zehnder modificado, ver la figura 4.2.

usaron un láser que pasa a través de un cubo divisor polarizado cdp_1 que separa este haz en dos haces ortogonales polarizados linealmente, cada uno llega a un espejo que ayuda a que estos se vuelvan a unir en un segundo cubo divisor polarizado

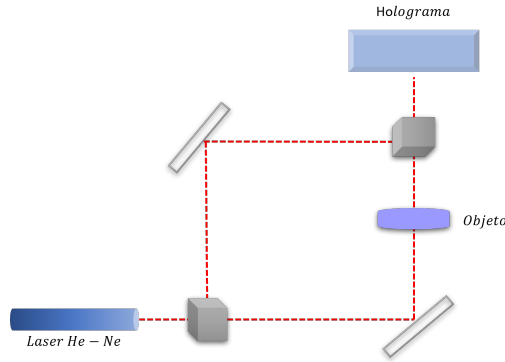


Figura 4.2: Arreglo interferométrico de tipo Mach-Zehnder para la creación de hologramas utilizando la fase de Berry.

cdp_2 . El objeto que se registrará fue colocado antes del segundo cubo divisor para que el frente de onda que genera interfiera con la referencia.

Casi cualquier objeto con una fase dinámica transparente y reflectante puede ser registrado con este método.

4.4. Entrelazamiento de energía y tiempo

La desigualdad de Bell para la energía y el tiempo fue descrita por J.D. Franson mediante un esquema interferométrico que requiere cambiar las fases de la señal y los fotones inactivos. Anteriormente esto se realizaba modificando la fase dinámica generada por la diferencia de camino óptico. Sin embargo, en este trabajo se observa experimentalmente que la desigualdad de Bell no se cumple para la energía y el tiempo, basándose únicamente en las fases geométricas de la señal de un láser y fotones inactivos. [22]

El arreglo experimental que utilizaron consistía en un láser de iones de Argón que funciona como bomba que incide en un cristal para producir una conversión descendente paramétrica, el cual convierte un fotón de mayor energía en un paraje de fotones de menor energía transmitidos en posiciones opuestas. La bomba está polarizada verticalmente y los fotones reducidos están polarizados horizontalmente. Colocaron retardadores de cuarto de onda R_1 y R_2 en cada uno de los caminos de los fotones, con una orientación de 45° respecto a la dirección de polarización horizontal. Posterior a estas colocaron dos retardadores de cuarto de onda R'_1 y R'_2 colocados en monturas rotatorias, con ejes ópticos orientados a $135^\circ + \phi_1$ y $135^\circ + \phi_2$ respecto a la dirección de polarización horizontal (vea figura 4.3). Al final de los recorridos colocaron los espejos M_0 , M_1 y M_2 . Y dos fotodetectores D_A y D_B en cada uno de los caminos alternativos que toman los fotones, es decir, al otro lado del arreglo.

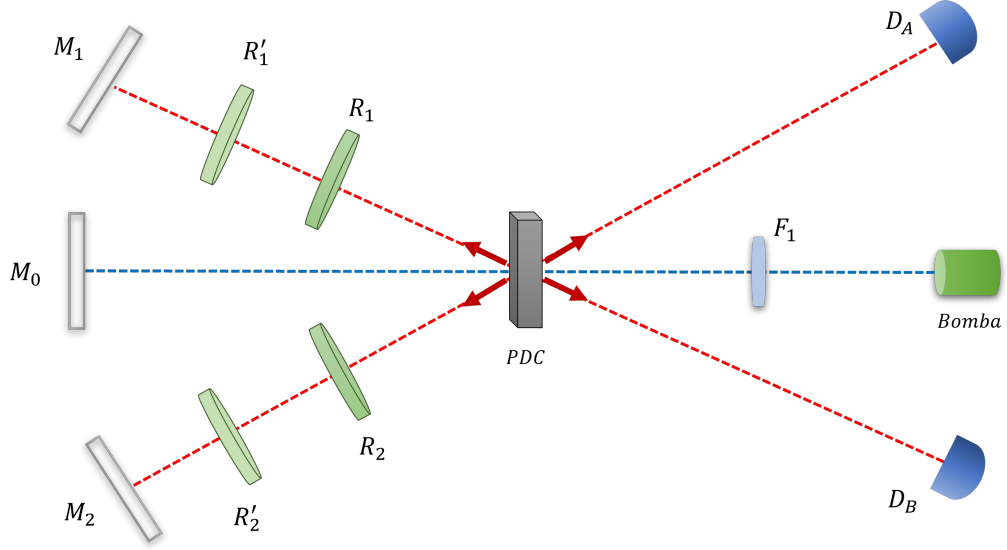


Figura 4.3: Arreglo experimental de tipo Franson para el estudio de la fase de Berry en el entrelazamiento de energía y tiempo.

Como se observa en la figura 4.3 [22] se pueden tener dos caminos alternativos, primero el fotón pasa por el cristal PDC generando dos fotones que pasan por retardadores hasta llegar a los espejos M_1 y M_2 reflejándolos hasta los detectores D_A y D_B respectivamente. El segundo ocurre cuando los fotones de la bomba atraviesan el cristal hasta el espejo M_0 (línea punteada azul) y regresan incidiendo al cristal y generando dos fotones en direcciones diferentes donde cada uno es detectado por D_A y D_B , en este caso ninguno de los fotones atraviesa los retardadores.

Ya se ha visto a lo largo de los capítulos anteriores la importancia de conocer los estados de polarización de un sistema para estudiar la fase de Berry y aquí no es la excepción. Los estados de polarización de un fotón con un estado inicial de polarización lineal A debido a la bomba polarizada y el cristal PDC, pasa por un retardador R_2 que genera un estado de polarización circular derecha B, posteriormente pasa por un segundo retardador R'_2 que lo regresa a un estado de polarización lineal C, el fotón rebota en el espejo M_2 y el haz vuelve a pasar por los polarizadores generando un estado de polarización circular izquierda D y regresa a la polarización A, respectivamente.

La interferencia es observada con la tasa de coincidencia descrita por:

$$R_{AB} = C \{1 - \cos [k_0(x_2 + x_1) + 2(\phi_2 - \phi_1)]\} \quad (4.1)$$

en donde C es una constante, $k_0(x_2 + x_1)$ es la fase dinámica y $2(\phi_2 - \phi_1)$ es la fase geométrica o fase de Berry.

§ Aplicaciones de la Fase de Berry

4.4 Entrelazamiento de energía y tiempo

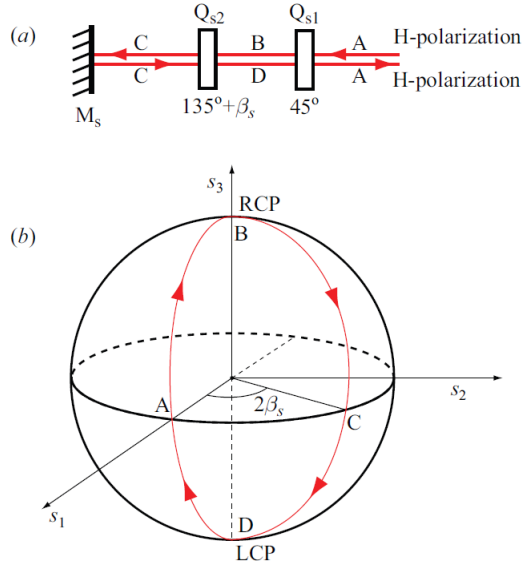


Figura 4.4: a) Se muestra la trayectoria que sigue un fotón desde que incide en el primer retardador, pasa por el segundo, se refleja en el espejo y regresa. b) Estados de polarización de un fotón que pasa por los retardadores de ida y vuelta.

Lo que hicieron es colocar distintos ángulos del retardador R'_1 desde su posición inicial (135°) con los valores $\phi_1 = 0, \pi, \pi/2, 3\pi/2$. Y el retardador R'_2 se fue rotando desde su valor inicial (135°). Se midieron los recuentos de coincidencias en función del ángulo $2\phi_2$, obteniendo los resultados vistos en la figura 4.5 [22].

Con este arreglo experimental se lograron observar que la desigualdad de Bell no se cumple para la energía y el tiempo utilizando solamente la fase geométrica de la señal y los fotones inactivos producidos por la conversión descendente paramétrica. Esto implica que el entrelazamiento de energía y tiempo se puede explorar con la fase de Berry.

Este resultado tiene implicaciones prácticas importantes en la información cuántica, proporcionando un medio adicional para manipular el entrelazamiento.

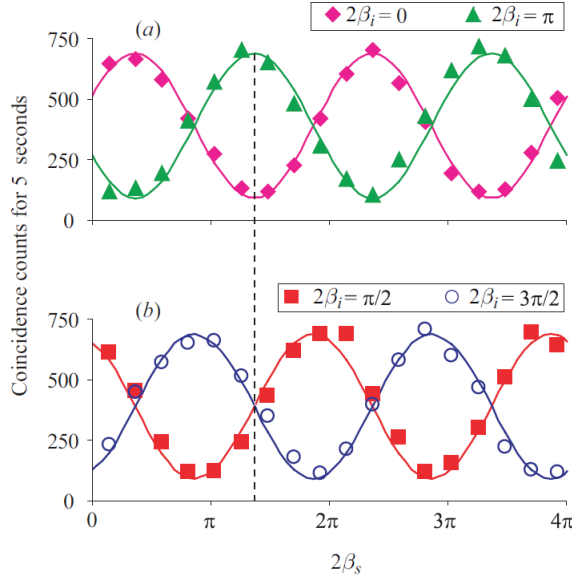


Figura 4.5: Resultados que obtubieron de la fase de Berry.

4.5. Cosmología inflacionaria

En este trabajo [23] se demostró como puede obtenerse de forma analítica la expresión exacta de una onda de perturbaciones cosmológicas cuánticas resolviendo la ecuación de Schrödinger con el método de la invariancia dinámica. De esta manera se encontró la expresión cosmológica para la fase de Berry dada por:

$$\gamma_k = \gamma_k^S + \gamma_k^T \approx -\frac{\pi}{8} \left[\frac{3 - n_S(k)}{\sqrt{2 - n_S(k)}} + \frac{2 + r/8}{\sqrt{1 + r/8}} \right] \quad (4.2)$$

y en términos de V

$$\gamma_k \approx -\frac{\pi}{8} \left[\frac{3 - n_S(k)}{\sqrt{2 - n_S(k)}} + \frac{2 + V/(12\pi^2 M_P^4 P_R)}{\sqrt{1 + V/12\pi^2 M_P^4 P_R}} \right] \quad (4.3)$$

donde γ_k representa la fase de Berry acumulada asociada con las fluctuaciones gravitacionales totales, que depende de los parámetros observables.

La fase de Berry cosmológica puede ser muy importante en la cosmología inflacionaria, ya que está relacionada con r y V a través de las ecuación 4.2 y 4.3. [23] Sin embargo, poder comprobar esto experimentalmente es lo complicado, pero se espera que en un futuro se puede observar la fase de Berry cosmológica.

Capítulo 5

Análisis experimental y simulación

En este capítulo se presenta un análisis de los parámetros de Stokes en la esfera de Poincaré con un simulador teórico y posteriormente se compara con los resultados obtenidos al medir los parámetros en un arreglo interferométrico de tipo Mach-Zehnder, el cuál nos permitirá observar la fase de Berry.

5.1. Simulación esfera de Poincaré

Utilizando un simulador de excel creado por Víctor Rico [15] en donde considerando los parámetros de Stokes y las matrices de Mueller, conocidos teóricamente como se mostró en el capítulo 1, se pueden obtener los estados de polarización en la esfera de Poincaré.

Este simulador nos permite añadir una serie de hasta 6 polarizadores o retardadores a lo largo de un eje óptico, en el caso de los retardadores se debe indicar cuál es su fase.

Para cualquier componente se puede elegir el ángulo inicial en el que se encuentran. En la figura 5.1, se observa la interfaz de este simulador.

Finalmente se elige cual es el componente que se desea rotar y en qué intervalo de ángulo, una vez iniciado el simulador este componente comienza a rotar y a su vez se forman puntos en la esfera de Poincaré que representan cuál es el estado de polarización respecto a la rotación del componente.

Como se verá más adelante, para este análisis es de interés conocer los estados de polarización de un polarizador lineal P seguido de un retardador de cuarto de onda $R(\theta)$, donde el polarizador tiene un eje de polarización horizontal con respecto al eje

Análisis experimental y simulación

5.1 Simulación esfera de Poincaré

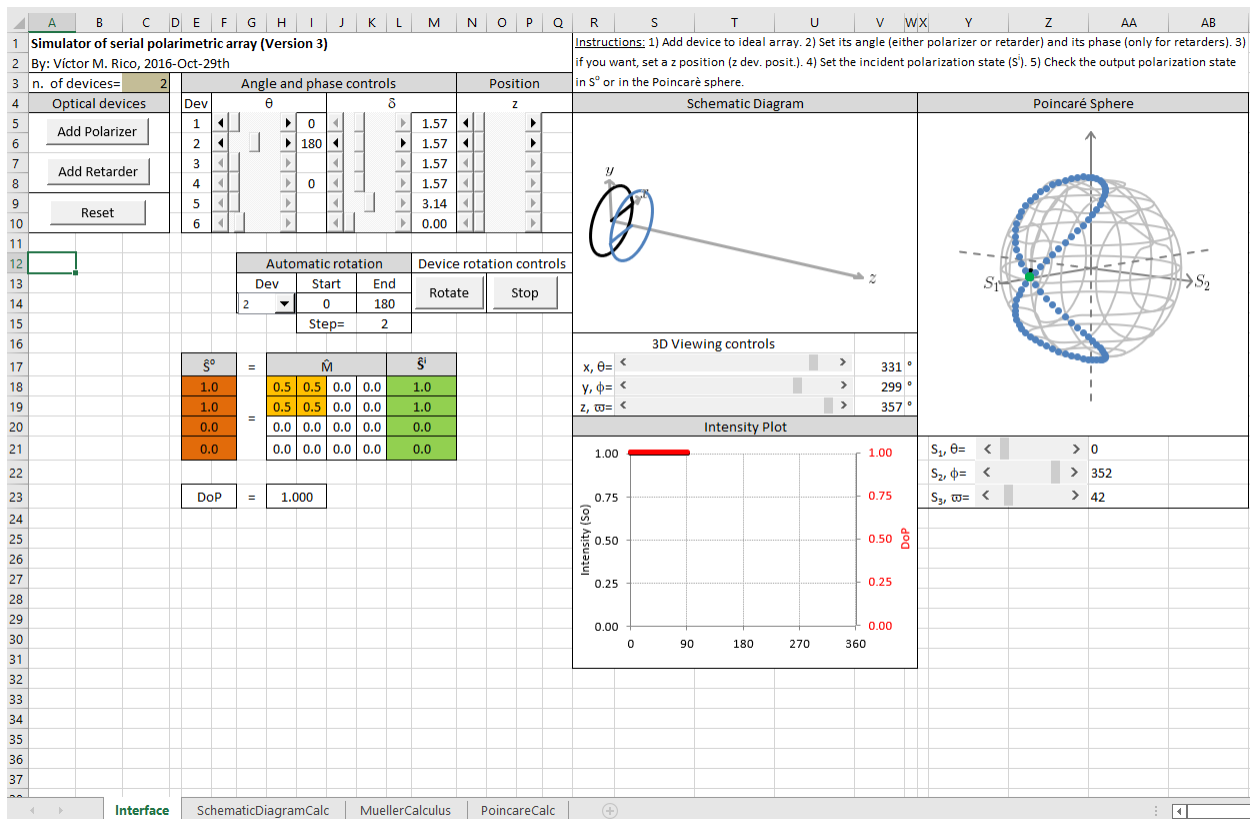


Figura 5.1: Se muestra la interfaz del simulador creado por Víctor Rico [15], utilizado para el análisis.

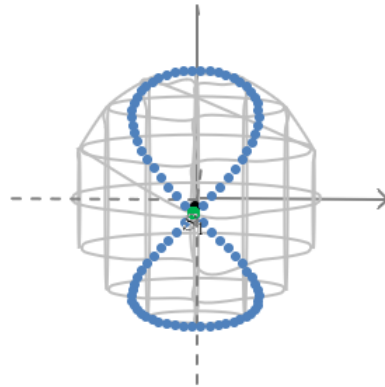


Figura 5.2: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido con un simulador teórico. Vista de frente sobre el eje S_1 .

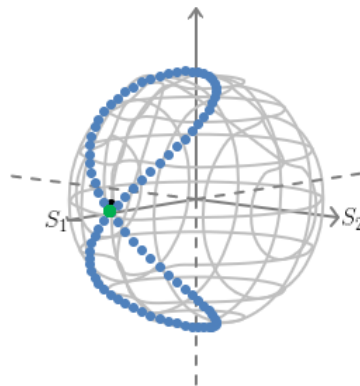


Figura 5.3: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal. Esto es el resultado obtenido con un simulador teórico. Vista lateral.

óptico y el retardador comienza con el eje rápido también horizontal. Este último será el componente elegido para rotar y así conocer los estados de polarización en la esfera de Poincaré respecto al ángulo de R .

Los resultados en la simulación se muestran en las imágenes 5.2 - 5.4.

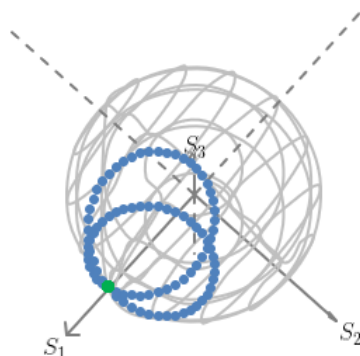


Figura 5.4: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal. Esto es el resultado obtenido con un simulador teórico. Vista desde arriba.

5.2. Construcción de interferómetro

Como se mencionó en los capítulos anteriores, existen muchos interferómetros en los que se observa la fase de Berry, en este trabajo nos concentramos en estudiar un interferómetro del tipo Mach-Zehnder. Una de las características de este arreglo, es que cada uno de los trayectos del haz dividido es recorrido una sola vez.

El interferómetro de Mach-Zehnder se ha utilizado principalmente para conocer los cambios de fase relativos entre los dos haces colimados que provienen de una misma única fuente de luz. Este tipo de cambio de fase es dada por una muestra o por el cambio en la longitud de uno de los caminos.

La utilización pirática de este arreglo es muy amplia principalmente en el ámbito de la mecánica cuántica entre los cuales se incluyen estudios como el entrelazamiento cuántico, computación cuántica, criptografía cuántica, lógica cuántica, el efecto Zenón cuántico, la difracción de neutrones, entre otros. Además de sus aplicaciones en estudios ópticos, como las telecomunicaciones ópticas.

El hecho de ser uno de los arreglos utilizados para los estudios en la óptica y la mecánica cuántica, no dejó pasar por desapercibido a los físicos la posibilidad de que en este también se encontrara una fase de Berry. Y como vimos en el capítulo 3.1, efectivamente también hay un cambio de fase del tipo geométrico.

Debido a su importancia se eligió este arreglo para observar la fase de Berry a través de un patrón de interferencia con intensidad constante y conociendo los estados de polarización en la esfera de Poincaré, ya que esta nos da una representación visual de el cambio en los estados de nuestro sistema. Este desplazamiento de franjas se medirá con en el cambio de la intensidad, que si es debido a una fase de Berry

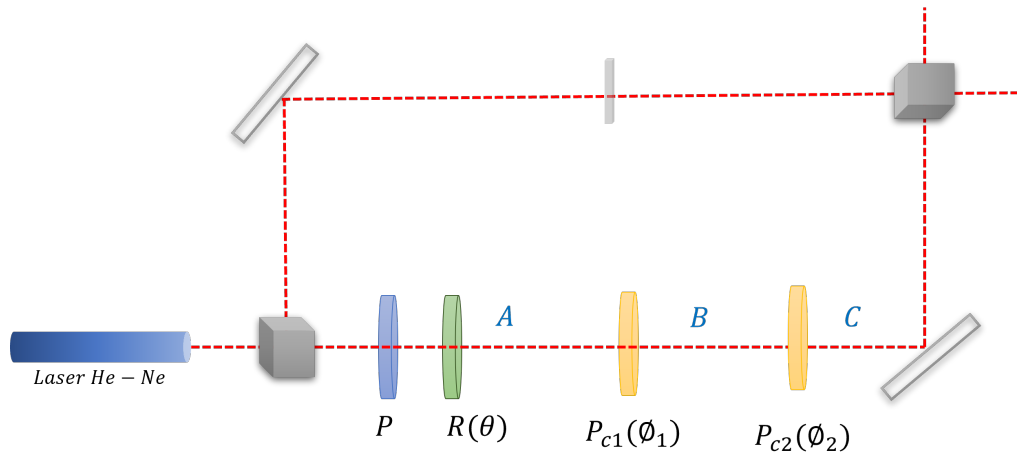


Figura 5.5: Arreglo experimental de tipo Mach-Zehnder.

variará de la forma 3.3.

5.2.1. Arreglo experimental

Se utilizó un haz de He-Ne no polarizado que opera a 632.8nm, estabilizado en intensidad, el cual se divide en dos haces, para lograrlo se coloca un cubo divisor no polarizado a una distancia de 5cm del láser. Después de este a 7cm se coloca un polarizador lineal P con su eje de transmisión horizontal con respecto al eje óptico, este polarizador se mantendrá fijo en todo momento. Posterior a este un retardador de cuarto de onda $R(\theta)$, estos dos dan como resultado un estado de polarización A, seguidos a ellos se colocan dos polarizadores circulares $P_c(\phi_1)$ y $P_c(\phi_2)$ con estados de polarización C y E respectivamente. Al final de este brazo se encuentra un espejo el cual permitirá que el haz resultante se una con el del otro brazo.

En el otro brazo y frente al cubo divisor que se encuentra delante del láser colocamos un espejo que direcciona el haz sobre el brazo hasta llegar a un cubo divisor alineado con los espejos de cada lado de los brazos y permitiendo la interferencia de los dos haces provenientes del láser de He-Ne (ver figura 3.3).

5.3. Medición de los parámetros de Stokes

Es importante conocer los estados de polarización de nuestro sistema, ya que de esta forma podemos representarlos en la esfera de Poincaré para analizar la fase de Berry respecto a estos. Existen diferentes métodos para poder medir los parámetros de Stokes, en este trabajo utilizamos uno de los sistemas más básicos para

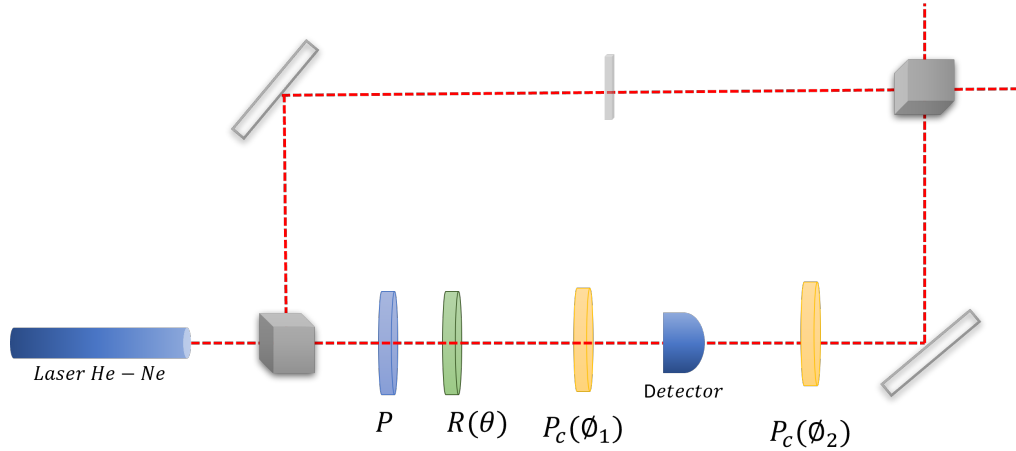


Figura 5.6: Arreglo experimental modificado para medir el estado de polarización A con respecto al ángulo del retardador.

encontrarlos, descrito en la sección 1.1.3.

Recordemos que nuestro haz de luz no está polarizado, esto nos permitirá decidir de mejor manera el estado de polarización inicial, para ello colocamos un polarizador lineal con su eje de transmisión horizontal, esto nos da un estado de polarización lineal, posteriormente esta luz polarizada pasa por un retardador de cuarto de onda que nos da como resultado un estado de polarización que denotamos como A, el cual dependerá de la orientación del polarizador y retardador. Las dos componentes siguientes son laminas de polarizador con retardador pegados, que colocados de la forma correcta, siempre nos entregaran estados de polarización circular B y C respectivamente.

La polarización B y C son bien conocidas, sin embargo, la polarización A depende de la orientación del eje rápido del retardador $R(\theta)$ con respecto al eje de transmisión del polarizador P .

Para poder conocer el estado de polarización A se coloca, entre el polarizador $P_c(\phi_1)$ y el polarizador $P_c(\phi_2)$ un fotodiodo con el cual se mide la intensidad del haz. Véase la figura 5.5.

El vector de Stokes para el haz que nos interesa medir es

$$S = \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

5.3.1. Procedimiento

Para encontrar los parámetros de Stokes utilizaremos el método descrito en la sección 1.1.3 y el arreglo experimental se puede ver en la figura 5.6.

Por practicidad el polarizador lineal $P_1(\phi_1)$ se mantuvo siempre en un ángulo $\phi = 0^\circ$, es decir, con el eje de transmisión horizontalmente. Esto genera que nuestro haz de luz se polarice linealmente en dirección horizontal.

Por lo tanto, es el retardador $R(\theta)$ quien modifica el estado de polarización A. Dependiendo el ángulo θ al que este se encuentre con respecto al plano horizontal x se obtendrá un estado de polarización A distinto.

Para observar estos estados se midieron las 4 intensidades I_n , con $n = 1, 2, 3, 4$ mientras se rotaba el retardador R de $\theta = 0^\circ$ a $\theta = 180^\circ$, en intervalos de 10° en 10° y después se encontraron los parámetros de Stokes utilizando la ecuación 1.28.

Una vez obtenido el vector de Stokes 5.1 en relación al ángulo (θ) del retardador R , se utilizó un programa en Matlab para graficarlos sobre la esfera de Poincaré.

5.3.2. Resultados

Los resultados para las intensidades I_n , para cada uno de los ángulos del primer retardador $R(\theta)$ se muestran en la tabla 1. Estos mismos ayudan a encontrar los parámetros de Stokes S_n .

Una vez obtenidos los parámetros de Stokes se llevaron a la esfera de Poincaré obteniendo los resultados de las imágenes 5.7 a 5.13.

Conclusiones de la sección

Si comparamos los resultados que se obtuvieron al medir los parámetros de Stokes y graficarlos en la esfera de Poincaré, con los obtenidos por el programa de simulación teórico para el mismo arreglo óptico, vemos que coinciden casi perfectamente. En nuestras mediciones hay que considerar ciertos errores como las vibraciones al manipular el retardador. Sin embargo, aún considerando las variaciones que pudieron haber nuestros resultados coinciden con la teoría.

Análisis experimental y simulación
5.3 Medición de los parámetros de Stokes

$R(\theta)$	I_1	I_2	I_3	I_4	S_0	S_1	S_2	S_3
0	0.0492	0	0.0237	0.0225	1	1	-0.0355	-0.0862
10	0.049	0.0096	0.0443	0.0133	1	0.6704	0.5113	-0.5454
20	0.035	0.0203	0.0423	0.0056	1	0.2650	0.5301	-0.795
30	0.0305	0.0305	0.0317	0.0587	1	0	0.0409	0.9262
40	0.0333	0.0223	0.0206	0.002	1	0.1976	-0.2574	-0.9281
50	0.04	0.019	0.0173	0.0043	1	0.0355	-0.4124	-0.8531
60	0.0466	0.0103	0.017	0.0113	1	0.06374	-0.4124	-0.60233
70	0.0572	0.0065	0.0205	0.03825	1	0.7960	-0.3568	0.2
80	0.058	0.001	0.034	0.0303	1	0.9661	0.1525	0.0282
90	0.0573	0.005	0.0486	0.043	1	0.8395	0.5614	0.3796
100	0.0483	0.0143	0.054	0.051	1	0.5425	0.7234	0.6276
110	0.0406	0.0243	0.0523	0.0576	1	0.2512	0.6102	0.7743
120	0.0205	0.0225	0.0205	0	1	-0.0465	-0.0465	-1
130	0.035	0.025	0.0253	0.0566	1	0.1666	-0.1555	0.888
140	0.038	0.0216	0.0216	0.054	1	0.2737	-0.2737	0.8100
150	0.0526	0.0116	0.0196	0.0463	1	0.6373	-0.3886	0.4404
160	0.0603	0.004	0.0256	0.0373	1	0.8756	-0.2020	0.1606
170	0.06	0.001	0.035	0.0273	1	0.9672	0.1475	-0.1038
180	0.054	0.0036	0.0436	0.018	1	0.8728	0.5144	-0.3757

Tabla 1. Resultados de la mediciones de I_n para cada ángulo del primer retardador los cuales ayudan a obtener los parámetros de Stokes normalizados S_n .

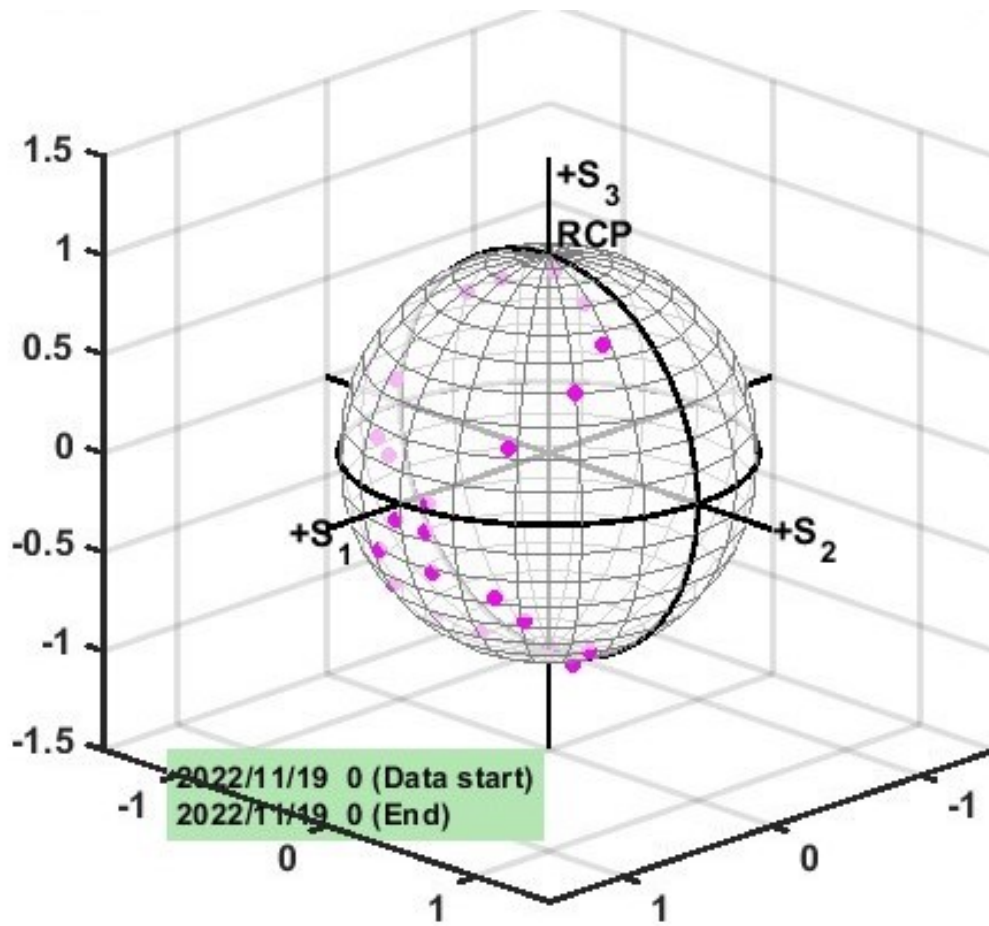


Figura 5.7: Parámetros de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista lateral.

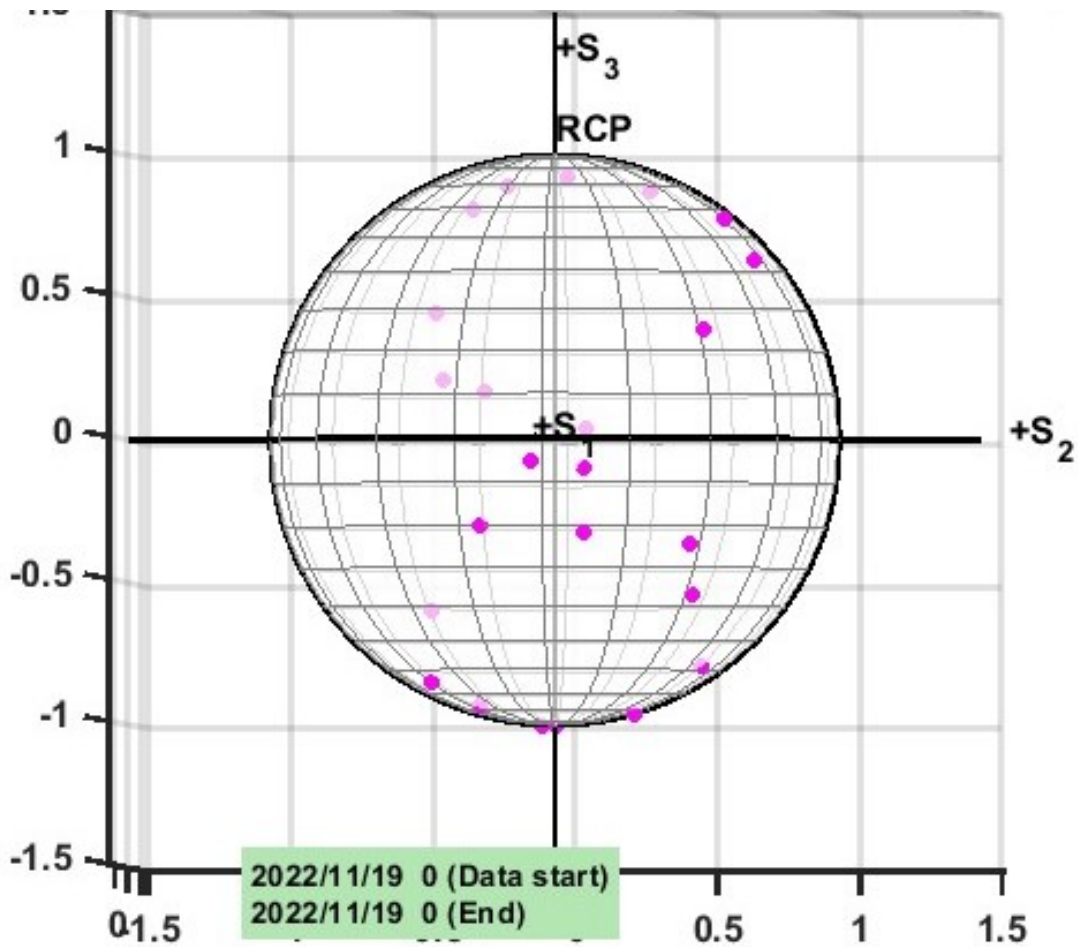


Figura 5.8: Parámetros de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista de frente sobre el eje S1.

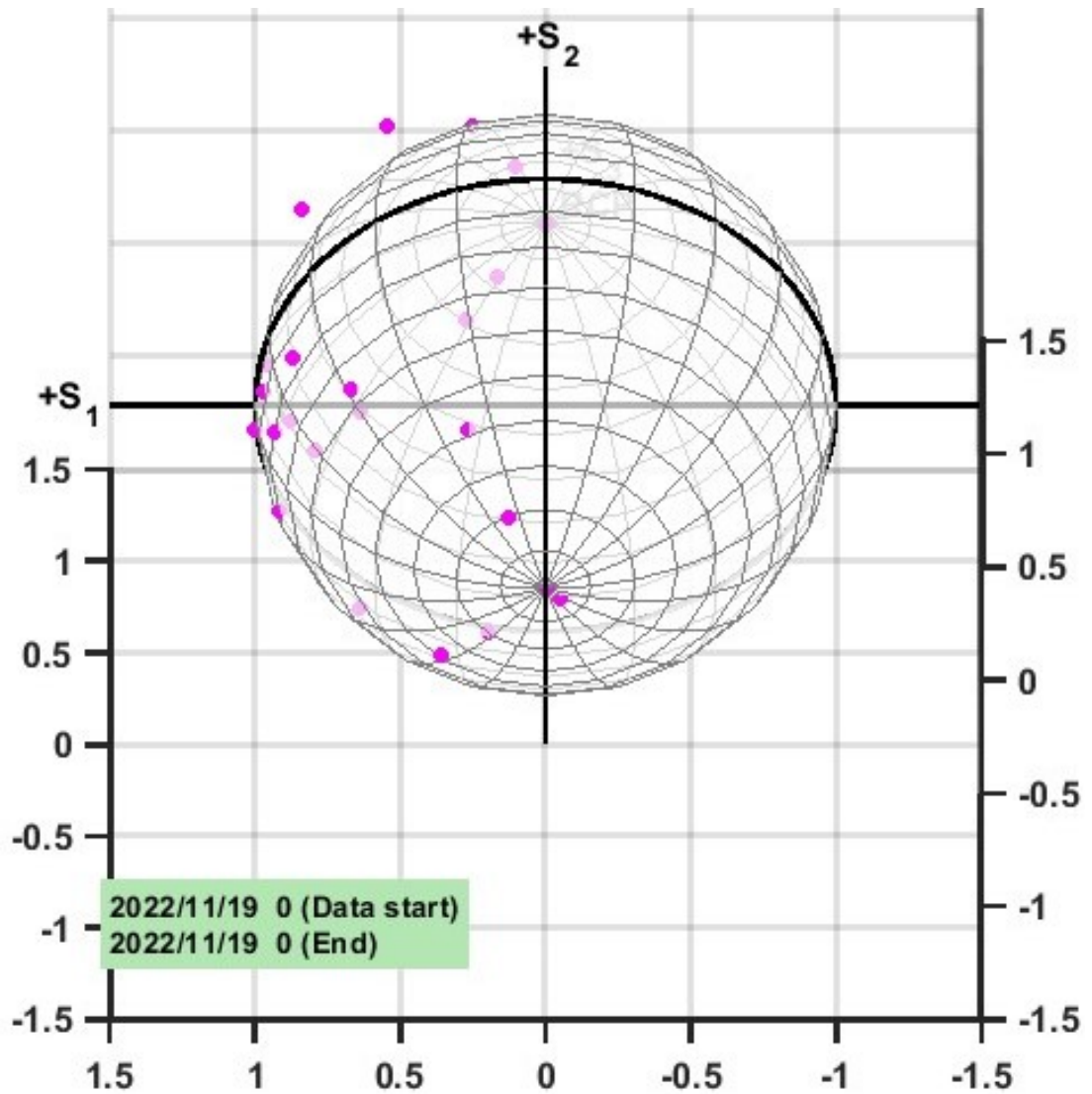


Figura 5.9: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde abajo.

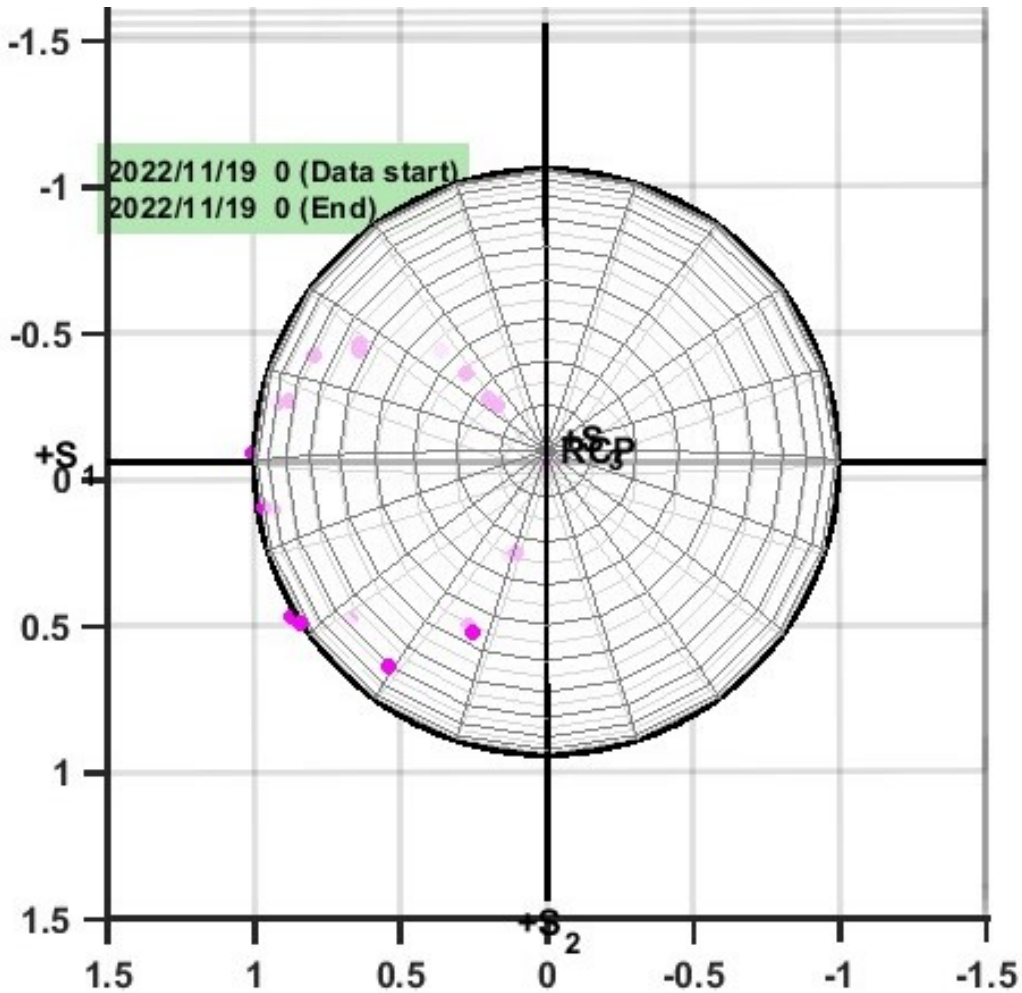


Figura 5.10: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde arriba.

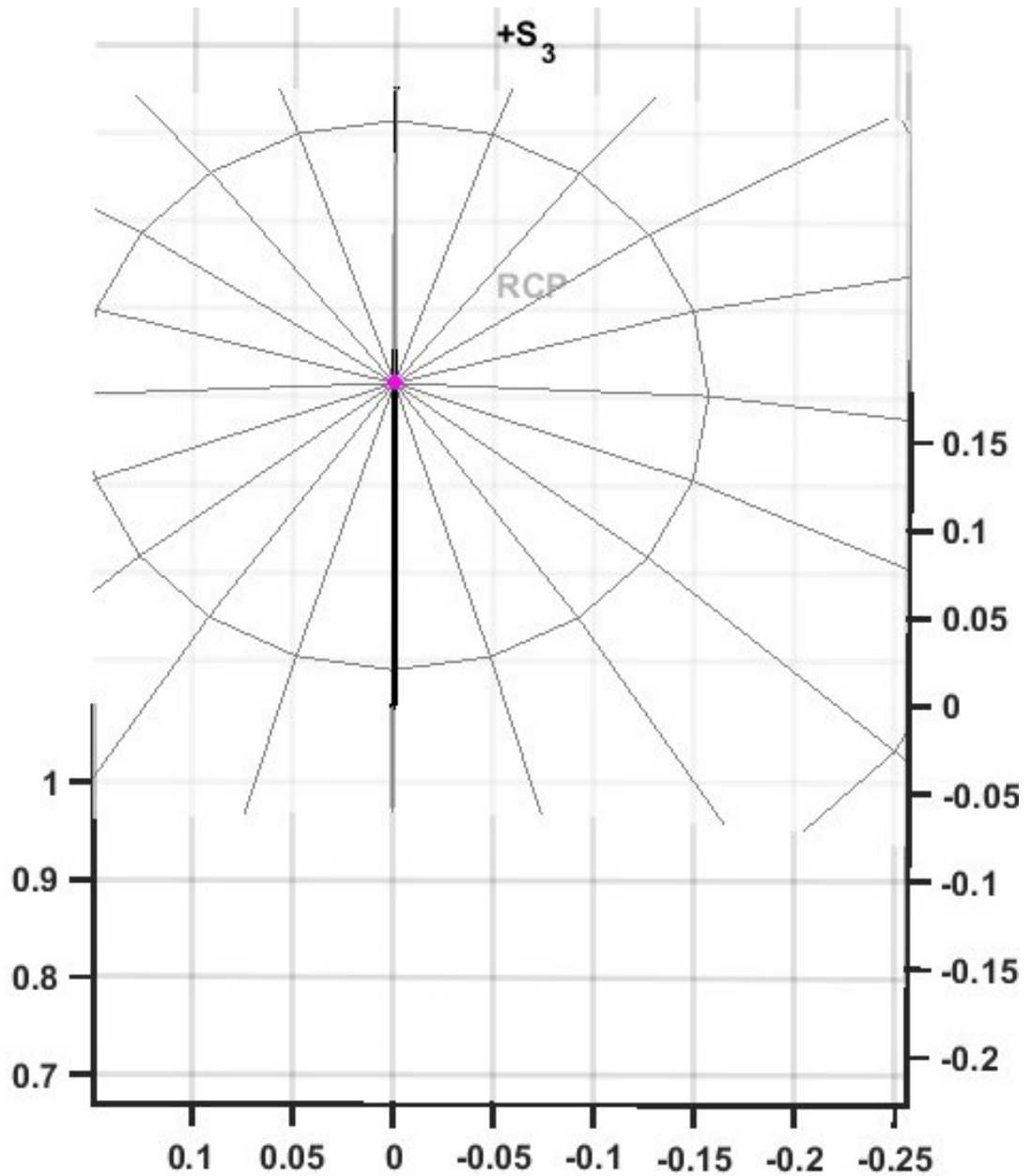


Figura 5.11: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde abajo con acercamiento.

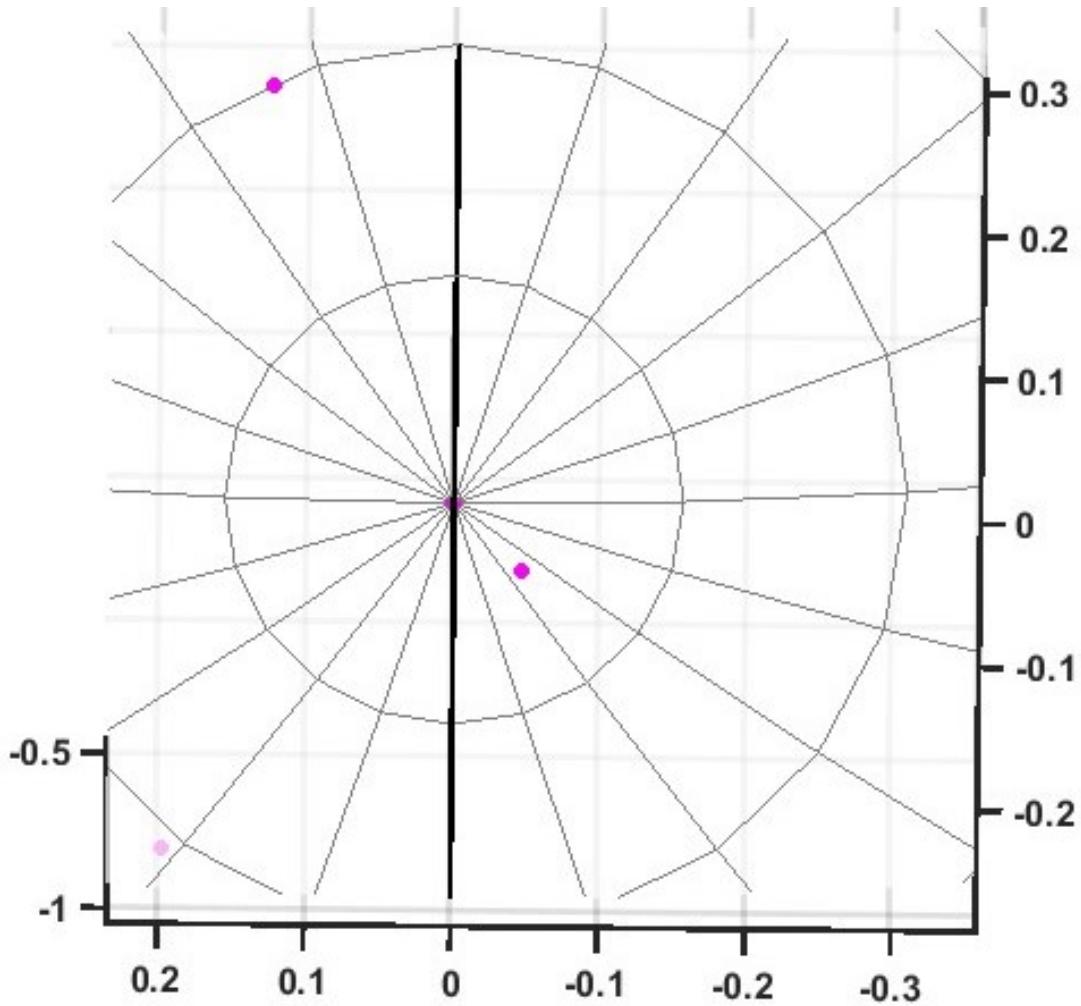


Figura 5.12: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista desde arriba con acercamiento en el polo.

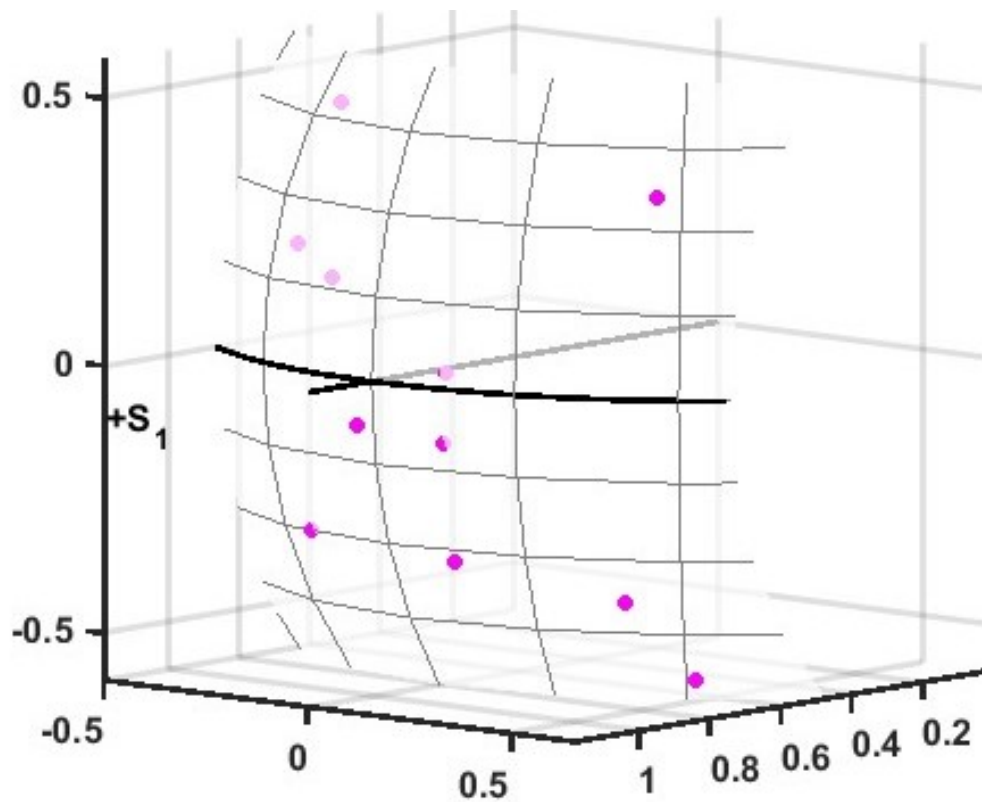


Figura 5.13: Parámetro de Stokes en la esfera de Poincaré al rotar un retardador de cuarto de onda y utilizando un polarizador lineal horizontal fijo. Esto es el resultado obtenido experimentalmente. Vista con acercamiento al ecuador.

5.4. La fase geométrica

Una vez encontrados los estados de polarización A para nuestro sistema se puede estudiar la fase geométrica. Utilizando el arreglo experimental mostrado en la imagen 5.5 donde a diferencia del desarrollo de la sección anterior ahora el fotodetector se coloca al final del interferómetro, donde se genera el patrón de interferencia.

Para tener una medición más precisa, con ayuda de una cartulina negra se creó una entrada del tamaño de la punta de un alfiler en el detector, de esta manera un mínimo desplazamiento en las franjas de interferencia será medido como un cambio de intensidad en esa pequeña región detectada. La intensidad del patrón de interferencia no cambia aunque se rota la lamina de polarizador con retardador $P_c(\phi_2)$ [9], por lo tanto el único cambio en la intensidad es dado por el desplazamiento de franjas al rotar el polarizador [9], [16], [22].

El polarizador P se mantuvo horizontalmente y el retardador $R(\theta)$ a un ángulo de 110° . Ya que, considerando los resultados obtenidos en la sección anterior sabemos que así obtendremos un estado de polarización inicial A entre el ecuador y el polo norte, el polarizador $P_c(\phi_1)$ se mantuvo fijo en $\phi_1 = 0$ y el polarizador $P_c(\phi_2)$ se rotó de 0° a 400° en intervalos de 10° y para cada ángulo se registró la intensidad.

Los resultados obtenidos están dados por la gráfica 5.14. Y en la figura 5.17 se observa la curva que une los puntos de los resultados obtenidos.

Como se observa nuestros resultados coinciden con los encontrados en la sección 3.1, que era lo esperado.

Es fácil notar que si no existiera un cambio en la fase del patrón de interferencia la intensidad medida se mantendría constante, sin embargo, los resultados indican que al rotar el polarizador $P_c(\phi_1)$ se genera un cambio en la intensidad.

En el análisis realizado en la sección 3.1 se concluyó que esta fase no es está dada por el camino óptico sino por la fase geométrica o fase de Berry. Por lo tanto se logró observar y analizar la fase de Berry con un arreglo interferométrico.

En las imágenes 5.16 y 5.17 se puede apreciar el desplazamiento de las franjas de interferencia.

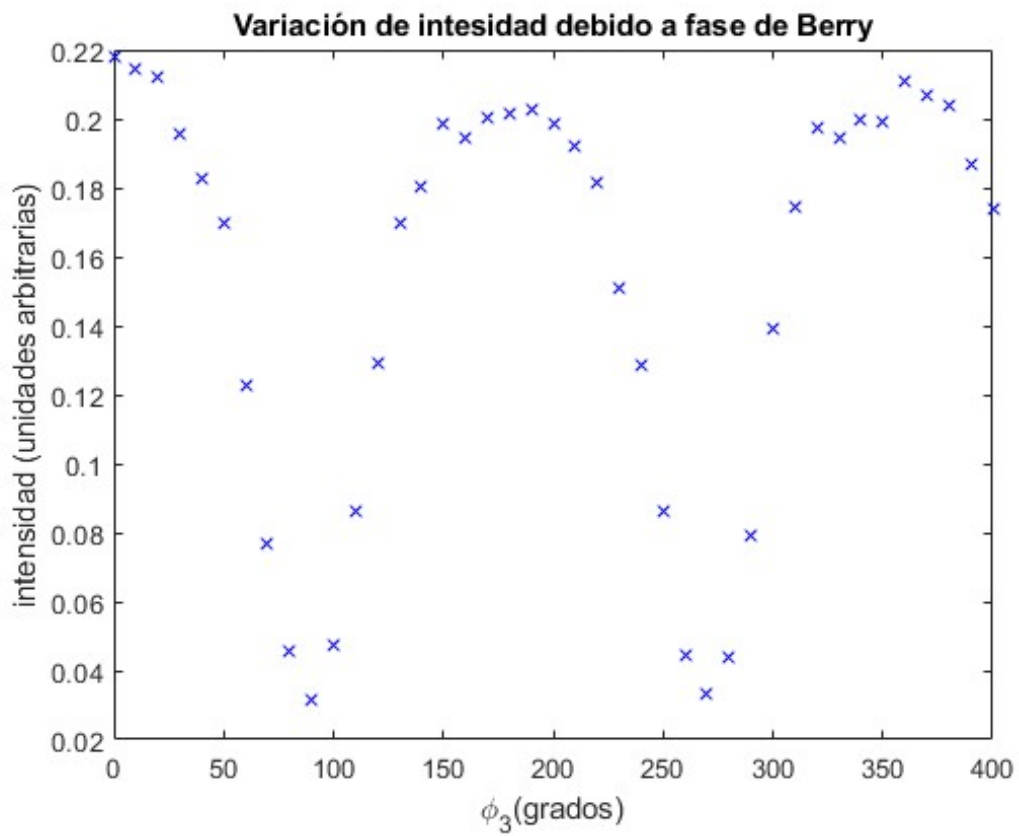


Figura 5.14: Resultados de la variación de la intensidad debida a una fase de Berry, respecto a la orientación de $P_c(\phi_2)$.

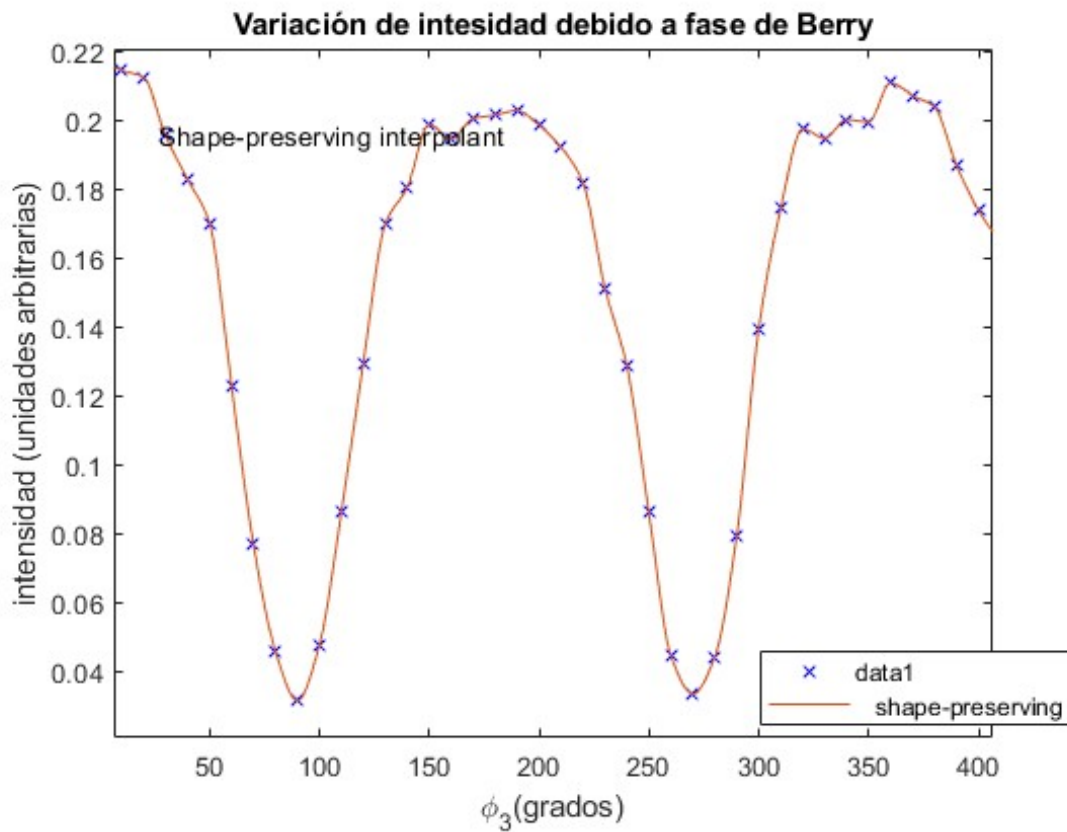


Figura 5.15: Resultados de la variación de la intensidad debida a una fase de Berry, respecto a la orientación de $P_c(\phi_2)$. La línea roja nos indica la curva generada por los puntos obtenidos.



Figura 5.16: Imagen del patrón de interferencia de mi arreglo experimental.



Figura 5.17: Imagen del patrón de interferencia de mi arreglo experimental después de rotar la lamina de polarizador con retardador.

Capítulo 6

§ Conclusiones

Con la revisión de este trabajo se encontraron varias relaciones y características de la fase de Berry que son de gran importancia en la física. Se ha demostrado que no es un fenómeno aislado a la óptica y mecánica cuántica sino que también puede encontrarse en sistemas clásicos y cosmológicos, entre otros. Debido a esta universalidad que tiene la fase de Berry, es de gran interés sus propiedades para saber las condiciones necesarias para encontrarla e incluso manipularla para obtener nuevos resultados que la fase de camino óptico no otorga. A continuación se enuncian algunas de las conclusiones a las que se llegaron en este trabajo.

Los estados de polarización descritos por los parámetros de Stokes e interpretados en una esfera de Poincaré son de gran importancia para el estudio de la fase geométrica, ya que, esto nos indica si hay una fase adicional cuando un sistema completa un ciclo en una trayectoria cerrada.

Aunque la fase geométrica puede encontrarse en diversos sistemas físicos, no tiene la misma forma en todos los casos. Esta puede depender de forma lineal, no lineal o singular dependiendo de la orientación de los elementos ópticos de un arreglo interferométrico.

Se mostró que no es necesario tener estados de polarización cíclicos para obtener una fase de Berry, sino que, en sistemas donde el estado inicial y final en una esfera de Poincaré no coinciden también se puede encontrar dicha fase.

La fase de Berry puede encontrarse en sistemas donde sus parámetros externos no cambian lentamente, es decir no se tiene un proceso adiabático.

Una variación periódica del estado de polarización en términos de cambios de polarización de fase da lugar a una fase geométrica que es igual a la mitad del ángulo sólido encerrado por la trayectoria cerrada de los estados de polarización en la esfera de Poincaré.

Se demostró que en un interferómetro de Young también se encuentra una fase geométrica y que de hecho los estados de polarización en este caso están a lo largo de las franjas de interferencia.

El estudio de la fase de Berry no sólo se limita a la luz monocromática sino que también se encuentra en el estudio de la luz blanca. Y este estudio ayudó a demostrar que la fase dada por una diferencia de camino óptico es diferente de una dada por fase de Berry, ya que la primera depende de la longitud de onda mientras que la segunda es independiente de esta.

En general, se cumplieron los objetivos planteados:

- Se estudió y analizó el origen histórico de la fase geométrica, su aparición en los sistemas cuánticos, ópticos y clásicos así como su importancia en la óptica y en la física en general.
- Se presentaron algunas situaciones donde se puede aplicar la fase de Berry reafirmando así su importancia en la física.
- Se estudió el efecto Aharonov-Bohm y su relación con la fase de Berry.
- Se observaron mediante simulación y experimentalmente los parámetros de Stokes y su interpretación con la esfera de Poincaré, además de observar el efecto de la fase de Berry con la construcción de un interferómetro.

Bibliografía

- [1] D.J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics*. 2da edición, Pearson Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ. 2005.
- [2] J.J. Sakurai and J. Napolitano, *Modern Quantum Mechanics* 2da edición, Addison-Wesley, San Francisco CA. 1994.
- [3] E. Hecht *Óptica* 3ra edición, Adelphi University, 2000.
- [4] S. G. Lipson, *Berry's phase in optical interferometry: a simple derivation*, Optics letters, 15(3), 154-155.
- [5] Y. Aharonov D. Bohm, *Significance of electromagnetic potentials in the quantum theory*, Physical Review, 1959.
- [6] M.V. Berry, *Quantal phase factors accompanying adiabatic changes*, Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences, 1984.
- [7] S. Pancharatnam *Generalized theory of interference and its applications*, In Proceedings of the Indian Academy of Sciences-Section A (Vol. 44, No. 6, pp. 398-417). Springer India, 1956, December.
- [8] D. Tong *The Quantum Hall Effect*, University of Cambridge, 2016.
- [9] Van Dijk, T., Schouten, H. F., Ubachs, W., Visser, *The Pancharatnam-Berry phase for non-cyclic polarization changes*, Optics Express, 2010, vol. 18, no 10, p. 10796-10804
- [10] N. E. Cruz Ojeda *Estudio de polarización vectorial*, INAOE, Enero 2017.
- [11] A. S. Figueroa Álvarez *La fase de Berry en el álgebra global conforme y su isomorfismo con la precesión de Thomas*, Universidad de San Carlos de Guatemala, Guatemala, Abril 2018.
- [12] Zetie, K. P.; Adams, S. F.; Tocknell, R. M *How does a Mach-Zehnder interferometer work?*, Physics Department, Westminster School, London. Retrieved 8 April 2012.

- [13] G.G. Stokes *On the composition and resolution of streams of polarized light from different sources*, Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 9, 399, 1852.
- [14] W. H. McMaster *Polarization and the Stokes parameters*, American Journal of Physics, 22(6), 351-362, 1954
- [15] V. M. Rico Botero *Single exposure reflectance measurements by means of multiple angles of incidence with conventional and unconventional polarization states of light*, Centro de investigaciones en óptica, A.C., León, Guanajuato, México, Julio 2016.
- [16] Hannonen, A., Partanen, H., Tervo, J., Setälä, T., Friberg, A. T. *Pancharatnam-Berry phase in electromagnetic double-pinhole interference*, Physical Review A, 99(5), 053826, 2019.
- [17] Hariharan, P., Larkin, K. G., Roy, M. *The geometric phase: interferometric observations with white light*, Journal of Modern Optics, Vol 41, No. 4, 663-667, 1994.
- [18] J. M. Gutiérrez Mesías *Fases cuánticas geométricas*, Tesis Digitales UNMSM.
- [19] W. A. Gómez Guzmán *De la Hipótesis Adiabática a la fase de Berry*, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Noviembre 2016.
- [20] Kim, J., Li, Y., Miskiewicz, M. N., Oh, C., Kudenov, M. W., Escuti, M. J. *Fabrication of ideal geometric-phase holograms with arbitrary wavefronts*, Optica, 2(11), 958-964, noviembre 2015.
- [21] S. A. Benton *Hologramas*, Investigación y Ciencia, No. 258, marzo 1998.
- [22] Jha, A. K., Malik, M., Boyd, R. W. *Exploring energy-time entanglement using geometric phase*, Physical review letters, 101(18), 2008.
- [23] Pal, B. K., Pal, S., Basu, B. *The Berry phase in inflationary cosmology*, Classical and Quantum Gravity, 30(12), 2013.
- [24] Kato, T. *On the adiabatic theorem of quantum mechanics*, Journal of the Physical Society of Japan, 1950.

M.V. Berry, *The adiabatic phase and Pancharatnam's phase for polarized light*, H.H. Wills Physics Laboratory, England, 1987.