



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

TÉCNICAS DE RE-MUESTREO PARA EL CÁLCULO DEL
VAR NO PARAMÉTRICO APLICADO AL ÍNDICE DE
PRECIOS Y COTIZACIONES DE LA BOLSA MEXICANA
DE VALORES DEL 2015-2021.

TESIS

PRESENTADA PARA OBTENER EL GRADO DE:
LICENCIADO EN ACTUARÍA

PRESENTA:
ALAN ROMÁN HERNÁNDEZ

DIRECTOR DE TESIS:
M. EN F. JORGE LUIS REYES GRACÍA

PUEBLA, SEPTIEMBRE 2022

A la vida.

Por la familia que me dio, por los seres que me permitió conocer, por las experiencias que me compartió, por lo que me enseñó, por formarme como soy.

Agradecimientos.

Agradezco a mi familia por el apoyo incondicional brindado a lo largo de toda mi formación académica.

A todos aquellos que de una u otra forma ayudaron a la culminación del presente documento.

A mi director de tesis por todo el apoyo y paciencia brindado para la elaboración de esta tesis, además de ser un ejemplo en el ámbito académico, profesional y personal.

Tabla de Contenido

Introducción.....	6
Capítulo 1 Sistema Financiero Mexicano.....	8
1.1 Mercados Financieros.....	14
1.1.2 Mercado de valores(accionario).....	16
1.1.3 Mercados de divisas.....	19
1.1.4 Mercado de Commodities.....	21
1.1.5 Mercado de Derivados.....	22
1.2 Bolsas de Valores en México.....	26
1.2.1 Bolsa Mexicana de Valores.....	29
1.2.2 Bolsa Institucional de Valores.....	31
1.2.3 Índices bursátiles.....	32
Capítulo 2 Técnicas de Bootstrapping.....	40
2.1 Valor en Riesgo.....	44
2.1.1 VaR Paramétrico.....	47
2.1.2 VaR no Paramétrico.....	49
2.2 Expected Shortfall.....	51
2.3 Backtesting.....	52
2.3.1 Prueba de Kupiec.....	54
2.3.2 Prueba de Christoffersen.....	57
2.4 Técnicas de Re-muestreo.....	60
2.4.1 Bootstrap.....	62

2.4.2 Jackknife	63
2.4.3 Jackknife-after-Bootstrap	66
2.5 Adaptación de las Técnicas de Re-muestreo	67
Capítulo 3 Valor en Riesgo no Paramétrico con Técnicas de Re-muestreo	70
3.1 Índice de Precios y Cotizaciones	70
3.1.2 Análisis Histórico	70
3.2 Cálculo de VaR Paramétrico	73
3.2.1 Expected Shortfall	76
3.2.2 Backtesting	76
3.3 Cálculo de VaR no Paramétrico	77
3.3.1 Backtesting	78
3.4 VaR no Paramétrico con Técnicas de Re-muestreo	81
3.4.1 Jackknife After Bootstrap	86
Capítulo 4 Conclusiones	89
4.1 Conclusiones Específicas	89
4.2 Conclusiones Generales	91
Bibliografía	93

Introducción

Dentro de modelos para el cálculo de la pérdida no esperada se encuentra el Valor en Riesgo o VaR que se basa en la obtención de percentiles extremos de la distribución asociada a las posibles pérdidas. A su vez el VaR se divide en paramétrico no paramétrico, para el caso de no paramétrico existen diversas formas de abordarlo, aunque muchas de estas debido a sus metodologías podrían generar falsa sensación de protección ante posibles pérdidas que en realidad serían mayores.

Debido a que el VaR no paramétrico se basa en muestras, una forma obvia de robustecerlo es contar con una muestra mayor, sin embargo, en muchas ocasiones reales es complicado o imposible obtenerla por diversos factores.

Las técnicas de re-muestreo permiten generar consistencia y precisión sobre muestras estadísticas a través de ciertos procesos sobre el cálculo de la estadística o bien sobre la muestra. Recordando que el VaR además de ser una medida de riesgo también es un estadístico que representa el p-percentil de cierta distribución, se puede considerar para robustecer a esta misma empleando alguna técnica de re-muestreo con el objetivo de encontrar una convergencia y de esta forma obtener un valor más estable sobre las pérdidas no esperadas.

En México la Bolsa Mexicana de Valores y la Bolsa Institucional de Valores se encargan de fungir como intermediarios de operaciones sobre títulos dentro del mercado bursátil, sin embargo, BIVA inicia operaciones en 2018 (Bolsa Institucional de Valores, s.f.) mientras que la BMV se funda en 1894 (Bolsa Mexicana de Valores, 2019) por esta misma razón y algunas otras más la BMV tiene un mayor porcentaje del mercado cubierto.

Un índice accionario a grandes rasgos trata de ponderar las empresas más representativas listadas en la institución con el fin mostrar el comportamiento del mercado, este valor también se encuentra listado dentro de la misma institución. Por lo tanto, los índices accionarios tienen un comportamiento similar a las acciones, además se puede asumir que si el índice baja entonces esto representaría que el mercado en general bajó, de forma análoga a cuando sube. Entonces cuando se adquiere un índice accionario se adquiere también el riesgo de pérdida o ganancia, por lo que es de vital importancia tratar de mesurar la cantidad monetaria que esto representa pues permitirá una mejor toma de decisiones. Una medida común para calcular las pérdidas máximas esperadas de acuerdo a cierto nivel de riesgo es el Valor en Riesgo, por lo anteriormente mencionado a mayor muestra más acertado puede ser el VaR sin embargo para el caso de movimientos de valores tales como las acciones o índices accionarios

el tomar un intervalo de tiempo mayor trae consigo dificultades debido a que se estaría dando importancia a eventos o circunstancias pasadas que posiblemente ya no representan los riesgos de la actualidad, una forma de afrontar esto es la aplicación de técnicas de re-muestreo que permiten generar nuevas muestras o en su caso generan más confiabilidad respecto al VaR sin tomar un intervalo de tiempo mayor.

Capítulo 1 Sistema Financiero Mexicano

En la época prehispánica, a pesar de no existir un sistema financiero como se entiende actualmente, la principal razón es porque durante ese tiempo la economía se regía a través del trueque. El estado controlaba cuando y donde se podía ejercer el comercio, además de encargarse de redistribuir las riquezas y gastar parte del dinero en eventos religiosos.

Después de la llegada de los españoles como bien es sabido hubo un periodo de saqueo por parte de los conquistadores, luego durante la depresión europea fue donde la iglesia tomo relevancia en asunto económicos siendo la prestamista principal de en ese entonces la Nueva España agregado a esto los comerciantes también financiaban, aunque no era oficial. Por estas y otras razones a través de las llamadas reformas borbónicas se buscó conseguir nuevamente el control de la Nueva España. Después de obtener un poco de control por la Corona española en 1775 se creó la primera institución de crédito en la Nueva España llamada “Monte de Piedad de Ánimas” que actualmente se le conoce como “Nacional Monte de Piedad”, en 1782 el “Banco Nacional de San Carlos” aunque no duró mucho y en 1784 se fundó el “Banco de Avío de Minas” que en un futuro daría paso al “Banco de Avío” en 1830.

A partir de la independencia se desarrollaron instituciones regidas por el gobierno en ese entonces de México además de la promulgación del “Código de Comercio de 1854”. En 1864 cuando prevalecía el imperio de Maximiliano de Habsburgo se creó el primer banco extranjero de nombre “Banco de Londres, México y Sudamérica” sucursal del banco “London Bank of Mexico and South America Limited”.

En 1884 a través del Código de Comercio se otorgaron las facultades de Banco Central al Banco Nacional Mexicano mientras que en 1897 se promulgó la Ley General de Instituciones de Crédito como estrategia de control. En 1917 en la Constitución se propuso un nuevo modelo de sistema financiero y se desarrollaron las instituciones financieras modernas. Durante las décadas consecuentes la economía mexicana no se pudo considerar como estable excepto durante el periodo llamado “el desarrollo estabilizador” comprendido entre 1954 y 1970, luego hasta finales del siglo veinte existieron constantes crisis económicas en el país que se trataron de estabilizar a través de reformas y la reprivatización de la banca. En 2005 se hizo pública la Ley de Mercado de Valores con el fin de la crear Sociedades Anónimas Promotoras de Inversión. (Villegas Hernández & Ortega Ochoa, 2009)

Antes que nada, es importante señalar que se considera un sistema financiero a la agrupación de instituciones públicas y privadas, mercados, y demás que, a través de leyes y

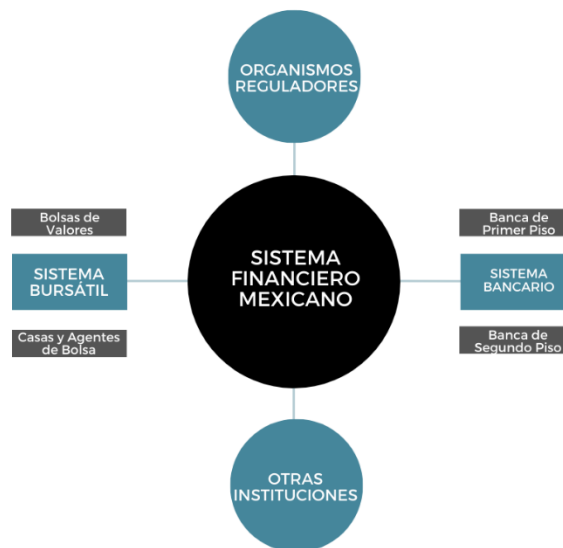
normas tiene como objetivo la interacción de necesitados de dinero con los que tiene la posibilidad de prestarlo, con la condición de que el necesitado proporcione un rendimiento al prestamista a cambio de los riesgos que contrae prestar su dinero. (Banco de México, 2022)

En la época de la globalización y el capitalismo los países tienen más oportunidades para evolucionar sin embargo esto mismo aplica para los demás, es decir, también se contrae mayor competencia por lo que es de vital importancia que se tengan estrategias, instituciones, órganos etc. que lo permitan. Para que un país pueda seguir creciendo y desarrollando su economía es de gran peso contar con un sistema financiero eficiente que propicie una interacción entre deudor y prestamista eficaz debido a que esto permite, entre otras cosas, un mayor flujo de dinero dentro de la economía del país. Sin embargo, es difícil que un sistema financiero sea eficiente si no existe organización en este, así la creación de normas y órganos reguladores que se encarguen de hacerlas valer será clave fundamental para conseguirlo.

En México el sistema financiero se divide en cuatro partes; Sistema Bursátil Mexicano que se considera como el conjunto de organizaciones por las que se aplican y regulan actividades financieras efectuadas en la Bolsa Mexicana de Valores por intermediarios bursátiles inscritos en el Registro Nacional de Valores siguiendo lo estipulado en la Ley del Mercado de Valores, Sistema Bancario cuyo propósito es conectar la captación de dinero y los prestatarios a través de instituciones bancarias, Organismos Reguladores que supervisan, vigilan y regulan las normas así como el apego a ellas y de caso contrario castigar a aquellos que las incumplan para que el sistema funcione plenamente y otras instituciones.

Figura 1

División del sistema financiero mexicano



Se define intermediación, oferta pública y valores de acuerdo con la Ley del Mercado de Valores en su artículo 2:

Intermediación con valores la realización habitual y profesional de cualquiera de las actividades que a continuación se indican:

- a) Actos para poner en contacto oferta y demanda de valores
- b) Celebración de operaciones con valores por cuenta de terceros como comisionista, mandatario o cualquier otro carácter, interviniendo en los actos jurídicos que correspondan en nombre propio o en representación de terceros.
- c) Negociación de valores por cuenta propia con el público en general o con otros intermediarios que actúen de la misma forma o por cuenta de terceros. (Ley del Mercado de Valores, 2019, p.3)

Oferta pública, ofrecimiento con o sin precio, que se haga en territorio nacional a través de medios masivos de comunicación y a persona determinada, para suscribir, adquirir, enajenar o transmitir valores por cualquier título.

También se considerará oferta pública al ofrecimiento que se realice en términos del párrafo anterior, dirigido a ciertas clases de inversionistas. (Ley del Mercado de Valores, 2019, p.4)

Valores las acciones, partes sociales, obligaciones, bonos, títulos opcionales, certificados, pagarés, letras de cambio y demás títulos de crédito, nominados o innominados, inscritos o no en el Registro, susceptibles de circular en los mercados de valores a que se refiere esta Ley, que se emitan en serie o en masa y representen el capital social de una persona moral, una parte alícuota de un bien o la participación en un crédito colectivo o cualquier derecho de crédito individual, en los términos de las leyes nacionales o extranjeras aplicables. (Ley del Mercado de Valores, 2019, p.5)

En lo que respecta al Sistema Bancario Mexicano se divide en 2, banca de primer piso o banca comercial y banca de segundo piso o banca de desarrollo. La banca comercial se puede definir como aquella que capta capital del público para colocarlo en forma de crédito a empresas o personas mientras que la banca de desarrollo está dirigida por el gobierno con el fin de incentivar sectores a través de financiamientos. También es importante señalar que dentro de la banca comercial existe un subgrupo denominado banca múltiple cuyas características son que realizan operaciones pasivas definidas por depósitos y operaciones activas definidas por los préstamos.

El sistema financiero mexicano también cuenta con diferentes órganos encargados de mantener su sano funcionamiento; en primer lugar, se encuentra la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (SHCP) máxima autoridad financiera mexicana cuyo rol es supervisar y vigilar además de implementación de políticas públicas de inicio a fin además es responsable de las actividades financieras dentro del sistema financiero mexicano, a su vez es apoyada por 3 comisiones con el propósito de que cada una se enfoque en supervisar y garantizar el apego a las normas de cierto sector del sistema financiero y son la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, Comisión Nacional de Seguros y Fianzas y la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro; aunque también son órganos de consulta en caso de solicitarlo. Su primer antecedente se remonta al 25 de octubre de 1821 con el nombre de Junta de Crédito Público, luego el 8 de noviembre de 1821 a través del Reglamento Provisional para el Gobierno Interior y Exterior de las Secretarías de Estado y del Despacho Universal se define como la Secretaría de Estado y del Despacho de Hacienda, pero se le otorgaron las facultades de fungir como administrador de las rentas de la federación, inspección de casas de bolsa, etc. hasta el 16 de noviembre de 1824 en la Ley para el Arreglo de la Administración de Hacienda Pública, fue en 1853 que se muda de nombre a Secretaría de Hacienda y Crédito Público como actualmente, para el 31 de diciembre de 1947 se agregó a la procuraduría como otra dependencia de la SHCP,

el 22 de marzo de 1998 se agregan la Banca de Desarrollo y Banca Múltiple y de Seguro y Valores a la SHPC.

El objetivo de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) es supervisar y regular las instituciones de crédito, es decir, intermediarias entre recursos del público con el mismo público, así como el contexto competitivo. Está formada por 11 vocales de los cuales 4 los designa la Secretaría de Hacienda y Crédito Público. Algunas de sus funciones más importantes son; inspección y vigilancia de emisores de valores inscritos en el Registro Nacional de Valores, del funcionamiento de Casas de Bolsa y Bolsas de Valores, del funcionamiento del INDEVAL, publicar información respecto al mercado de valores, expedir normas de carácter general para casas de bolsa y bolsa de valores, intervenir de forma administrativa a casas de bolsa y bolsa de valores en caso de ser necesario, investigar operaciones que violan la ley y aplicar sanciones, autorización de valuadores independientes, certificar inscripciones, fungir como conciliador cuando existan conflictos de valores. Fue creada en el año de 1924 la Comisión Bancaria y seguros mientras que el 31 de diciembre de 1953 la Comisión Nacional de Valores para luego en fusionarse en lo que hoy conocemos como la Comisión Nacional Bancaria y de Valores el 28 de abril de 1995.

Para el caso de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) es supervisar y regular instituciones aseguradoras y afianzadoras. Sus funciones principales son; expedir regulaciones, reglas, disposiciones sobre el régimen de seguros y fianzas. El 3 de enero de 1990 se crea la comisión a través de la publicación de la reforma de la Ley General de Instituciones y Sociedades Mutualistas de Seguros en el Diario Oficial de la Federación.

Por último, la Comisión Nacional del Sistema de Ahorro para el Retiro (CONSAR) como su nombre hace referencia supervisa instituciones tales como administradoras de fondo para el retiro y sociedades de inversión especializadas en fondos de ahorro para el retiro además de regular y administrar los sistemas de ahorro para el retiro. Sus funciones más relevantes son; expedir regulaciones, reglas, disposiciones, así como sancionar y multar a los que las incumplan en lo que respecta a los sistemas de ahorro para el retiro, hacer pública información sobre comisiones, cantidad de trabajadores en las administradoras, estados de situación financiera, estados de resultados, rentabilidad de sociedades de inversión, documentos relacionados. A través de la Ley para la Coordinación de los Sistemas de Ahorro para el Retiro publicada en el Diario Oficial de la Federación se crea la Comisión Nacional de los Sistemas de Ahorro para el retiro el 22 de julio de 1994.

La Comisión Nacional para la Protección y Defensa de los Usuarios Financieros (CONDUSEF) a pesar de también ser una comisión no vigila ni supervisa, su función es fungir como intermediario conciliador entre el usuario e instituciones financieras cuando existan conflictos entre estos dos, de forma más específica; atiende consultas y reclamaciones de usuarios financieros, es arbitro de ambas partes del conflicto, proporciona servicios tales como orientación jurídica, asesoría legal, propicia el sano desarrollo del sistema financiero y por último fomenta la cultura financiera. Se crea el 18 de enero de 1999 a través del Diario Oficial de la Federación.

También se cuenta con el Banco de México (BANXICO) que es el banco central del país, autónomo con el principal objetivo de mantener una inflación estable y contralada a través de políticas monetarias, además de políticas cambiarias para controlar el valor de la moneda nacional con el objetivo de impulsar el desarrollo económico del país, así como proveer de la misma para facilitar las transacciones de toda persona ya sea moral o física dentro de la nación. Fue creado el 1 de diciembre de 1925.

El Instituto para la Protección al Ahorro Bancario (IPAB) tiene la función de brindar protección a los ahorradores garantizando depósitos bancarios sobre todo a pequeños y medianos ahorradores a través del seguro de depósitos bancarios cuyas características principales son que responderá a los depósitos bancarios de persona físicas y morales en caso de ser necesario hasta por cuarenta mil UDIs y este seguro se efectúa gratuitamente y automática (Gobierno de México, IPAB, 22 de Agosto de 2006). Entre los depósitos que se protegen a través del seguro de depósitos bancarios se cuentan las cuentas de cheques, depósitos en cuentas de ahorro, certificados de depósito, depósitos retirables en días preestablecidos y depósitos en cuenta corriente asociados a tarjetas de débito.

Figura 2

Esquema del sistema financiero mexicano para organismos reguladores



Algunos de los participantes secundarios más importantes son la Asociación Mexicana de Casas de Bolsa organismo de las mencionadas además de representante de la agrupación bursátil, Academia Mexicana de Derecho Bursátil donde se reúne a profesionales del ramo de derecho con el fin de acuñar material bursátil tal como las circulares de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores aunado a que comparten sus puntos de vista formalizados sobre las leyes bursátiles, Calificadoras de Valores cuya función es como su nombre hace referencia calificar la calidad de los títulos de deuda para que el gran público inversionista pueda tomar una mejor decisión permitiendo compararlos inclusive si los títulos emitidos provienen de sectores económicos diferentes, Auditores externos son aquellos contadores públicos calificados y que cumplen los estándares de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores y su función es hacer auditorías en el mercado, Auditores legales externos similares a los anteriores mencionados con la diferencia que se auditarán temas legales por lo que estos deberán ser licenciados en derecho, por último los peritos valuadores que deben ser independientes y se encargan de valorar activos fijos y demás, para ser considerados como peritos valuadores deberán cumplir con ciertos criterios postulados en la Ley del Mercado de Valores y algunos otros señalados por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

1.1 Mercados Financieros

Se puede definir al mercado financiero como el espacio, ya sea físico o virtual por el cual se intercambian instrumentos financieros, además se fijan sus precios y tamaños de operación a través de la oferta y demanda de estos. Gracias a esta definición los mercados se pueden

clasificar de diferentes formas de acuerdo a cada juicio, las principales clasificaciones son; de acuerdo al área geográfica, de acuerdo a lo que transacciona, de acuerdo al modelo de cliente, etc.

Por la misma concepción de mercado financiero se puede agregar que un buen mercado financiero debe de realizar las funciones principales tales como reflejar a través de sus precios la oferta y demanda que en el momento se tenga, permitir la eficiente interacción de entre ofertante y comprador para incrementar los volúmenes de circulación además deben mantener la liquidez de sus instrumentos en todo momento.

Al mercado financiero se puede segmentar en dos partes, el mercado organizado o también conocido como mercado bursátil y el mercado extrabursátil o en inglés over the counter, el primero se caracteriza por contar con sistemas, organismos reguladores, instituciones y demás capaces de responder a los más altos estándares de calidad para garantizar transacciones seguras, transparentes y solidas mientras que dentro del mercado extrabursátil los instrumentos se negocian por lo general entre las dos partes interesadas lo que podría contraer mayores riesgos.

Los principales participantes más relevantes dentro del mercado organizado son los brokers o intermediarios que se encargan de realizar las operaciones o transacciones para los traders que son agentes solicitantes de estas actividades, también son participantes del mercado financiero. Además de los ofertantes y demandantes de los instrumentos financieros.

Debido al ajuste de precios por oferta y demanda se considera la volatilidad. Algunos de los principales motivos en la variación de precios de los instrumentos financieros son catástrofes, decisiones políticas, fallas del mismo mercado y la situación economía.

Las razones por las que se acude al mercado financiero son económicas o de inversión, sin embargo, no son las únicas, por parte de los inversionistas existen otras tomas de decisiones en las que el fin es obtener rendimientos a través de transacciones y son arbitraje y especulación que generalmente son realizados por los intermediarios.

En el arbitraje consiste en aprovechar la disparidad de precios de un mismo instrumento financiero en dos mercados diferentes para comprarlo en el mercado que esté más barato para luego venderlo donde se cotiza a un precio mayor, obteniendo como ganancia la diferencia de los precios menos gastos de operación, en este tipo de transacciones no es relevante el análisis del instrumento si no el conocimiento de las diferencias en los precios. La especulación dentro de los mercados financieros hace referencia a la “apuesta” sobre el comportamiento que tendrán

en un futuro los instrumentos financieros con el único fin de obtener ganancias y no cuenta con razones de comercio, inversión o de otra índole asumiendo el riesgo de fallar en las predicciones y perder su capital, al que aplica la especulación se le denomina especulador, los motivos por los que deciden tomar esta decisión pueden ser que cuentan con información disponible para una determinada población que los beneficia, suponen que han realizado análisis mucho más suficiente y efectivo que el resto o bien simplemente a su “corazonada” o su apetito de riesgo.

1.1.2 Mercado de valores(accionario)

Como se mencionó en el apartado anterior una función de los mercados financieros es la captación de recursos, para el caso particular del mercado de valores esto se realiza a través de la colocación de instrumentos financieros y la captación se dirige hacia los entes económicos que expiden estos instrumentos.

El marco jurídico que respalda al mercado de valores en México se puede seccionar en tres partes; especiales, generales y disposiciones secundarias. Las leyes que se clasifican en el apartado especiales son; Ley de Mercado de Valores, Ley de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, Ley de Sociedades de Inversión y Ley de Protección y Defensa al Usuario de Servicios Financieros, para el apartado de generales sus leyes son; Ley General de Títulos y Operaciones de Crédito y Ley General de Sociedades Mercantiles, por ultimo las leyes de disposiciones secundarias son las Circulares de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores tales como la Circular Única para Casas de Bolsas, Circular Única para Emisoras, Circular Única para Sociedades de Inversión y Agrupaciones Financieras además las Circulares del Banco de México.

Las partes que conforman la estructura del mercado de valores son; emisoras que son las entidades que buscan el financiamiento a través del intercambio de documentos por capital también se les conoce por el nombre de unidad económica, instrumentos que se pueden clasificar como instrumentos de acciones o instrumentos de deuda, intermediarios bursátiles son instituciones autorizadas que fungen de conectores entre las emisoras y los inversionistas, a su vez hacen las operaciones de los valores emitidos y los inversionistas son aquellos que buscan obtener rendimientos a través de la adquisición de instrumentos financieros, en general se puede decir que los inversionistas buscan minimizar los riesgos a los que están expuestos y maximizar beneficios dentro del mercado. Por último, las autoridades son organismos facultados por el

sistema financiero que se encargan de vigilar que las operaciones realizadas dentro del mercado cumplan con lo estipulado en las normas. La operación de intercambio entre emisora y unidad económica tendrá una definición de acuerdo al lado donde se analice, desde el punto de vista del emisor se define como colocación o venta en mercado primario mientras que para la unidad económica que lo adquiere se define como compra de títulos o valores.

Con el objetivo de tener más en claro las instituciones, empresas u órganos que se clasifican como participantes en el mercado de valores mexicano se nombran los siguientes; emisores son las empresas industriales, comerciales y de servicios, instituciones financieras, el gobierno federal, gobiernos estatales e instituciones u organismos gubernamentales, el grupo de intermediarios bursátiles que califican de acuerdo con las normas de México está integrado por casas de bolsa, especialistas bursátiles entre otras, por último también se consideran otras instituciones que apoyan al correcto funcionamiento del mercado de valores pero que no se encuentran en alguna definición de participantes anteriormente mencionados tales como bolsas de valores, instituciones para el depósito de valores, sociedades de inversión, sociedades operadoras de sociedades de inversión, sociedades valuadoras de acciones de sociedades de inversión, sociedades calificadoras de valores, asociaciones de intermediarios bursátiles, contrapartes centrales y sociedades distribuidoras de acciones de sociedades de inversión.

El mercado accionario se puede clasificar dividiéndolo en dos, primario que se da cuando la empresa acude para financiarse colocando títulos y el secundario donde se pactan contratos de compraventa sobre títulos adquiridos anteriormente en el mercado primario, que se realizan a través de casas de bolsa. Dentro del mercado primario se consideran dos formas de colocación de valores; la primera es cuando la colocación se da a través de la Bolsa de Valores y quien la adquiere lo hace de igual forma en la Bolsa de Valores, en otras palabras, se ejecuta dentro del mercado primario bursátil, la segunda es cuando la colocación se ejecuta en el mercado primario extrabursátil. El mercado secundario surge como una necesidad de los tenedores de títulos de mayor liquidez, flexibilidad y menores riesgos sobre estos, entonces se puede decir que el mercado secundario no atiende a las emisoras de valores, sino que se enfoca en la compraventa entre tenedores.

Otra clasificación del mercado de valores es por medio de la misma naturaleza de los valores y se divide en tres secciones; el mercado de dinero, mercado de capitales, mercado de metales. El mercado de dinero se caracteriza porque la mayoría de sus valores tienen plazo menor a un año además de que tienen una alta facilidad para comerciarlos y los inversionistas que los adquieren por lo general buscan generar rendimiento de forma rápida, en cambio en el

mercado de capitales los plazos de los valores generalmente son mayores a un año y con bursatilidad variable, en el mercado de metales se transaccionan metales amonedados expedidos por el gobierno federal y sus características más relevantes es que tienen plazos de vencimiento indeterminados y practicidad de intercambio nivel de intermedio.

Dentro de las formas de ganancias para los inversionistas se pueden mencionar los dividendos y la ganancia de capital, la primera es un premio otorgado por la empresa que emitió el título y que tiene derecho a gozar de este el tenedor, sin embargo por lo general se ofrece cuando la empresa ha generado utilidades como consecuencia de operaciones fructíferas, para el caso de la segunda forma se obtiene a través de la diferencia entre la compra y venta del título, el rendimiento que obtenga dependerá del precio al que la compró y al que la venda. Por otro lado, a las emisoras permite la diversificación de su propiedad, tener equilibrio de activos y pasivos mientras que a nivel general estimula la inversión en el mercado y por consecuencia genera nuevos empleos.

La intermediación dentro de las finanzas se puede interpretar como el agregado de actividades con fin de promover la eficacia del intercambio de dinero por valores y se clasifican en intermediación directa e intermediación indirecta. La directa se caracteriza por ejecutarse en dos pasos; primero se adquieren los valores para luego venderlos, como efecto colateral se asumen los riesgos de adquisición y tenerlos, para el caso de la indirecta el intermediador únicamente funge como conexión entre ambas partes. Cuando se lleva a cabo la intermediación directa los intermediarios tienen la opción de colocar valores secundarios cuyos plazos y montos son fijados por ellos mientras que su respaldo son los valores adquiridos previamente, de esta forma permiten que existan colocaciones diversas y que se puedan adecuar a lo que los inversionistas requieren.

Los intermediarios de acuerdo a la Ley de Mercado de Valores y el Registro Nacional de Valores de la Comisión Bancaria y de Valores son dos; Casas de Bolsas y Especialistas Bursátiles, las casas de bolsa tienen la característica de ser sociedades anónimas con autorización de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público para unir emisores y demandantes de valores además de apoyar con asesorías sobre estos mientras que los especialistas bursátiles requieren de la autorización por parte de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, sus operaciones tienen motivo de generar liquidez sobre los valores en particular en los que son especialistas y mantener menores movimientos en sus precios de acuerdo a lo que les es posible.

El Registro Nacional de Valores e Intermediarios se encarga de listar las emisiones de valores e intermediarios en tres secciones; valores, intermediarios y especiales de acuerdo con

lo estipulado en la Ley del Mercado de Valores, para el caso de las emisiones de valores estas se registrarán ya sea en la sección de valores o especiales. En la sección de valores se registran aquellos que se encuentran en la oferta pública mientras que en la sección especial es para valores cotizados fuera del país, la sección de intermediarios es para casas de bolsa y especialistas bursátiles.

Puesto que dentro del mercado de valores se operan bastantes colocaciones es necesario algo que garantice que los valores están seguros y proteger a los tenedores de cualquier riesgo relacionado a la posesión directa, México se vio obligado a desarrollar dicha institución para su mercado de valores que cumpliera los puntos mencionados anteriormente y fue así que el 28 de abril de 1978 se crea el Instituto para el Depósito de Valores o por sus siglas INDEVAL.

Como se ha mencionado anteriormente dentro del mercado financiero siempre está presente la volatilidad sobre los precios de los instrumentos financieros, en el caso de los valores no es la excepción, además cuando el mercado también es bursátil entonces los precios estarán definidos por la oferta y demanda, luego cuando nos referimos al mercado de valores bursátil se pueden señalar que algunos factores que modifican el precio de los valores a través de la oferta y demanda son situación financiera, entorno político y social del país, entorno extranjero, factores microeconómicos, factores macroeconómicos y la psicología de los inversionistas.

1.1.3 Mercados de divisas

Es importante explicar ciertos términos y expresiones para que sea más comprensible lo mencionado en este escrito respecto al mercado de divisas.

El término divisa se emplea para unidades monetarias de países que no son el nuestro, es decir, extranjeras mientras que el término moneda es utilizado comúnmente para hacer referencia a la unidad monetaria local sin embargo debido a que ambos términos generales podemos referirnos a las unidades monetarias de todos los países como divisas. En términos financieros las divisas también son un activo financiero que tienen los habitantes de un país y como cualquier otro activo tiene instrumentos financieros ligados.

El tipo de cambio es el valor de una unidad monetaria de cierta divisa expresado en otra divisa, por ejemplo, si el tipo de cambio dólar estadounidense-peso mexicano $1\text{USD}=20.45\text{MXN}$ esto significaría que para adquirir un dólar se tendría que pagar 20.45 pesos mexicanos. De forma equivalente en caso de que quisiese adquirir una unidad monetaria del peso mexicano

pagando con dólares estadounidenses se deberá pagar 0.0489 dólares estadounidenses a cambio de un peso mexicano, para saber esto basta con dividir entre 20.45 por ambos lados de la ecuación. Al tipo de cambio mencionado anteriormente se le conoce como tipo de cambio directo, sin embargo no es posible aplicarlo debido a que hay ciertos tipos de cambio que no tienen la suficiente demanda para cotizar en el mercado aunque existe una forma alternativa para conseguirlo y se le denomina tipo de cambio cruzado en donde se hace uso de una “divisa conductora” cuya característica es que tenga tipo de cambio directo con cada una de las divisas originales que se desean intercambiar por ejemplo; suponiendo que no hay un tipo de cambio directo entre el peso mexicano y el yen pero si hay entre peso mexicano y dólar estadounidense además entre dólar estadounidense y yen entonces podemos hacer un tipo de cambio cruzado para el peso mexicano y el yen en dos pasos, primero convirtiendo el peso mexicano a dólar estadounidense para posteriormente convertirlo yen.

Como puede inferirse los tipos de cambios están a merced de la oferta y la demanda de los mismos por lo que estos varían a través del tiempo, cuando la cantidad monetaria de una divisa que se ofrece por otra aumenta se dice que la divisa ofrecida se deprecia, suponiendo que ayer el tipo de cambio era $1\text{USD}=20.45\text{MXN}$ y hoy $1\text{USD}=21\text{MXN}$ entonces diríamos que el peso mexicano se ha depreciado contra el dólar estadounidense, de forma análoga se podría decir que el dólar estadounidense se ha apreciado frente al peso mexicano, cuando no hay variación no se aprecia ni se deprecia. Debido a que la moneda de un país es la medida de intercambio de este, el hecho de que se aprecie o deprecie afecta a la economía de un país en términos de exportación e importación; si su moneda se deprecia entonces esto motiva las exportaciones puesto que la moneda local ahora vale menos frente a las divisas extranjeras, esto motiva a los extranjeros a comprar, en cambio cuando la moneda local se aprecia se impulsan las importaciones pues la moneda local vale más que las extranjeras y esto les permite comprar más cosas de otros países. Cabe recalcar que en estos casos cuando aumentan las exportaciones las importaciones disminuyen y cuando las importaciones aumentan las exportaciones disminuyen.

Para una mejor transacción del activo es vital un mercado que propicie las condiciones necesarias, que en este caso se denominará mercado de divisas.

Cuando existen diferencias de precios de divisas entre mercado de pie al arbitraje de divisas que consiste en la compra y venta por parte del “arbitrajista”, él compra una divisa en el mercado donde se encuentre más barato y la vende en el mercado donde está más cara, de esta forma obtiene un rendimiento. A esta transacción no se le puede llamar especulación puesto que

se basa solo en la observación de las diferencias entre mercados, cabe señalar que ayuda a igualar los precios entre mercados debido a que aumentan o disminuye la demanda según sea el caso hasta que equilibrar los precios entre todos los mercados y una vez que sucede esto ya no es posible realizar nuevamente el arbitraje.

Los principales riesgos en el mercado de divisas a los que están sujetos los negociantes son que la contraparte decline de su obligación o bien que tarde más de lo esperado, pérdida por el aumento de precio de la moneda cuando ya se ha pactado el precio de compra, dificultad para transaccionar las divisas, que no se pueda colocar por lo menos al mismo precio que se adquirió y/o depreciación de la divisa.

1.1.4 Mercado de Commodities

En el año de 1848 se funda el Chicago Board of Trade (CBOT) que aunque en la actualidad es un mercado de derivados en sus principios era un mercado de Commodities, para 1898 se crea el Chicago Butter and Egg Board cuyo nombre actualmente es Chicago Mercantile Exchange (CME), para la India se funda el Multi Commodity Exchange of India Ltd (MCX) y el National Commodity and Derivatives Exchange (NCDEX) ambos durante el año 2003.

En primer lugar, un commodity es aquella materia prima que se puede considerar homogénea independientemente de donde se haya obtenido. Los commodities pueden clasificarse de forma general a través de tres conjuntos; el primero “agricultura” son todos aquellos que provienen de organismos vivos, nuevamente se subdividen en “granos y semillas”, “suaves” y “ganadería”, el segundo “metales” son los que se sacan de la tierra y que presentan características de los metales a su vez se subdividen en “metales preciosos” y “metales industriales”, por último los commodities “energías” estos son los que tienen la capacidad de generar energía sin o a través de procesos que también se subdividen en “petróleo”, “gas natural” y “carbón y electricidad”. Sin embargo, no es la única forma de clasificarlos, una forma alternativa es de acuerdo a sus fines y una propuesta es dividirlos en dos grupos, uno es “soft commodities” y son los que se pueden ser consumidos por el ser humano, generalmente perecen, el otro grupo es “hard commodities” aquí entran los commodities que tienen algún fin o empleo industrial.

Uno de los riesgos sobre activos más presentes entre los que miden los riesgos es el de que el activo pierda completamente su valor en algún tiempo, este riesgo también es conocido por el nombre de riesgo de obsolescencia. Para el caso de los commodities este tipo de riesgo por lo general tiene una menor probabilidad asociada debido a que son materias que son de uso

indispensable dentro del mundo humano como lo conocemos, es decir, sería muy poco probable que el valor de algún commodity llegara a valer cero en algún momento del tiempo.

Una característica de los mercados de commodities es que son físicos debido a que estos últimos también lo son, sin embargo, dentro de los mercados financieros es común tratar con ellos a través de contratos derivados tales como futuros, forwards, opciones entre otros.

1.1.5 Mercado de Derivados

Existen antecedentes del uso de los contrato derivados durante las épocas de la antigua Grecia mencionadas a través de la obra "Política" de Aristóteles además de que también se hace referencia a estos contratos durante la edad media sin embargo el primer contrato derivado de la forma que se conciben actualmente registrado fue el futuro en el siglo diecisiete dentro de la ciudad japonesa Osaka, aquí se desarrolló el mercado para generar liquidez a los productores de arroz; una de sus características es que el bien subyacente que en este caso era el arroz, no se entregaba de forma física y en su lugar se liquidaba por diferencias; aunque se tuvieron problemas y en 1869 fue suprimido por el gobierno. Para 1688 se escribió el primer libro donde se explicaban algunos contratos derivados titulado "Confusión de confusiones" escrito por Joshep Penso de la Vega. En 1973 en Chicago, E.E.U.U. se compone el Chicago Board Options Exchange (CBOE).

Para el caso del continente europeo en 1978 se funda la European Options Exchange (EOE), para Inglaterra en 1987 el London International Financial Futures Exchange (LIFFE), mientras que Francia funda en 1986 el Marché à Terme International de France (MATIF), el mercado de derivados español se estableció en 1988.

La Bolsa de Mercaderías & Futuros (BM&F) se funda en Brasil durante el año de 1986, en el año de 2001 en Argentina se añaden instrumentos derivados al Rosario Futures Exchange (ROFEX), en cambio para México el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer) es fundado durante 1998, Colombia da principio a utilizar instrumentos derivados dentro de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), por último en 2011 se establece el Mercado Integrado Latinoamericano en el cual participan las bolsas de valores de Lima, Colombia Chile, aunque México se agregó más tarde a partir del año 2014.

En Asia, el mercado de derivados japonés se implementó a la bolsa de valores en el año 1878 en la prefectura de Osaka y Tokio el uso de instrumentos derivados sin embargo en 2013 a través de la fusión de estas dos bolsas se dio origen al Japan Exchanges Group (JPX), para el

caso de China el Hong Kong Futures Exchange (HKFE) inicialmente llamado Hong Kong Commodity Exchange fue fundado en 1976 pero no fue hasta 1986 que se decidió emplear instrumentos derivados, en 1956 dentro de Korea se crea el Korea Stock Exchange (KRX) y emplea contratos futuros sobre índices hasta 1996, para Taiwan el Taiwan Futures Exchange (TAIFEX) se funda en el año 1998, la India decide fundar la Multi Commodity Exchange of India Ltd (MCX) y la National Commodity and Derivatives Exchange (NCDEX) ambas durante el año de 2003 que trabajan tanto el mercado de commodities como el mercado de derivados de la India.

Para el caso de México en 1994 la Bolsa Mexicana de Valores junto con la Indeval decidieron crear el mercado de derivados organizado, la Bolsa Mexicana de Valores se encargaría de crear el Mercado Mexicano de Derivados, S.A. de C.V. (MexDer) mientras que el Indeval crearía la Cámara de Compensación de Derivados (Asigna). No fue hasta el 15 de diciembre de 1998 que el MexDer junto con Asigna iniciaron operaciones con la autorización de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, actualmente son autorreguladas y supervisadas por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, Banco de México y Comisión Nacional Bancaria y de Valores.

Los productos derivados son aquellos instrumentos financieros que guardan relación con valores subyacentes y su motivo de origen principal era el instrumento de cobertura sobre commodities con alto grado de volatilidad sin embargo en la actualidad se les da diferentes usos tales como instrumentos de liquidez, diversificación etc. y sobre una amplia gama de valores, se les denomina derivados porque su valor deriva o depende de sus valores subyacentes.

Para el caso de los derivados financieros, estos están vinculados sobre títulos tales como títulos de deuda, índices, tasas, etc., y los derivados financieros más comunes son:

- **Futuros:** son acuerdos entre dos partes que acuerdan la compra venta de un activo o bien en una fecha futura, dentro de este contrato se deben especificar la fecha a la que se realizará la compraventa, el activo que se transaccionará que en caso de ser un commodity también se debe estipular los rangos de calidez del producto, tamaño del contrato que especifica la cantidad del activo, lugar de entrega del activo, fecha del pago, precio de cotización y la posición limite que se refiere a la cantidad máxima de contratos que puede poseer un lado del acuerdo. A la parte que vende se le adjudica la posición corta mientras que la parte que compradora toma una posición larga, matemáticamente la posición corta lo máximo que puede obtener de ganancias es el precio al que se pactó el futuro y esto se daría si a ese momento su activo vale cero en el mercado aunque sus

pérdidas podrían ser muy grandes dependiendo de que tan caro esté su producto en el mercado respecto al precio acordado en el contrato, de forma análoga para la posición larga sus pérdidas están topadas al precio pactado cuando el activo en el mercado no valga pero por el contrato futuro tenga que comprarlo al precio acordado mientras que sus ganancias podrían ser demasiado grandes de acuerdo a la diferencia superior del precio mercado sobre el pactado.

Una característica importante de los futuros es que son negociados dentro del mercado regulado, caso contrario para los forwards.

- **Opciones:** el motivo de origen de este derivado responde a las necesidades de los productores de granos para fijar su precio antes y así mitigar el riesgo de no vender su producto o venderlo a un precio rentable.

Son contratos entre dos partes en el cual una tiene el derecho, pero no la obligación de comprar o vender cierto activo subyacente en una fecha futura a un precio fijado a cambio de un pago extra a la contraparte de acuerdo a sus intereses. El pago que recibe la contraparte se le denomina prima y su monto debe representar el riesgo asumido por el trato de acuerdo a las características del mismo, otras partes de la opción son la fecha de vencimiento, el precio de ejercicio, activo subyacente, cantidad y en ciertos casos garantías.

Por lo cual hay 2 tipos de opciones, la primera se llama opción call y es aquella en la que una de las partes es poseedora del derecho, pero no la obligación de comprar el activo subyacente a la contraparte, la segunda se llama opción put, es en la que el poseedor adquiere el derecho, pero no la obligación de vender el activo subyacente. A pesar de esto existen 4 posiciones denominadas long put en la que se compra la opción put, short put donde se vende la opción put a cambio de la prima, long call se compra la opción call, short call se vende la opción a cambio de la prima.

Los tipos de opciones más conocidas son las opciones europeas cuya característica es que únicamente se pueden ejercer al vencimiento de la opción

Dependiendo del precio de ejercicio y la cotización del activo subyacente, así como la opción esta última se puede clasificar como “in the money” cuando se obtiene un beneficio al ejercer el derecho de la opción, “out the money” cuando se consigue una pérdida al ejercer el derecho y “at the money” cuando es el ejercer el derecho o no es indiferente por el precio de cotización del bien subyacente en el mercado.

Debido a las características de las opciones, diversidad, etc. en muchas ocasiones son empleadas con el motivo de generar rendimientos generalmente a través de estrategias financieras.

- **Swaps:** son contratos entre dos lados en el que ambos acuerdan dar a la contraparte flujos de efectivo en el futuro. Generalmente se negocian en el mercado extrabursátil con una institución bancaria que funja de intermediaria, uno de los swaps más empleados en el mercado es el swap de tasa de interés o “plan vainilla”, en este los dos lados acuerdan intercambiar ciertos flujos de efectivo a tasas de interés, para uno será tasa fija mientras que para el otro será tasa variable, otro swap empleado comúnmente es el swap de divisas o “currency swap” que consiste en el intercambio de cierta cantidad en una divisa especificada al inicio de la operación, luego se harán intercambios de flujos en las divisas que le corresponda a cada lado y al terminar la operación se vuelven a intercambiar la cantidad de divisas del inicio y se termina el pacto, dentro de este tipo de swaps también puede variar el tipo de interés siendo fijo-fijo o fijo-flotante.

Como se ha venido mencionando, la volatilidad dentro de los mercados siempre está presente sin embargo no todos los presentes en el mercado financiero están dispuestos por muchas razones, en estos casos es necesario desarrollar una estrategia que minimice el riesgo al que están expuestos. En dichas estrategias se hará uso de ciertos instrumentos financieros, de los más utilizados debido a su versatilidad y adaptabilidad de acuerdo a las necesidades son los productos derivados.

Un mercado de derivados organizado desarrollado de forma correcta en un país trae consigo grandes beneficios como estabilidad macroeconómica además de su función principal que es proveer instrumentos para la disminución de riesgos según organismos financieros como el Fondo Monetario Internacional y la Corporación Financiera Internacional. Para el caso del mercado de derivados organizado en México el uso de productos estandarizados debido a sus protocolos permite su fácil manejo que a su vez se traduce en liquidez y aunque no sean de tanta variedad como en el mercado extrabursátil si cuenta con los tipos de contratos más importantes y necesarios dentro del mercado.

Debido a que dentro de las transacciones de derivados siempre están latentes los riesgos de incumplimiento de contraparte es importante contar con algo que garantice que de ocurrir el incumplimiento la otra parte recibirá lo acordado, de esta forma surgen las Cámaras de Compensación, en México la cámara de compensación y liquidación es Asigna y funge como contraparte dentro del MexDer y por lo tanto garantiza las obligaciones financieras del contrato y

derivadas, la compensación y liquidación se ejerce por dos tipos de cuentas; propias y clientes para calcular el requerimiento de margen sin embargo para ciertos contratos también será necesario que las partes solicitantes del contrato realicen aportaciones iniciales mínimas, márgenes y posiciones limite al Fondo de Aportaciones en Valores y Efectivo y/o Fondo de Compensación, esto será monitoreado constantemente por Asigna. A causa de los papeles que ejecuta Asigna debe mantener la más alta calificación otorgada por las calificadoras.

El MexDer opera sus negociaciones a través de un sistema automatizado que muestra los precios al público a tiempo real, agregando que asigna funciona como contraparte permite que aquellos que solicitan los contratos tengan anonimato, es decir, no es necesario que se sepa quién es la contraparte del contrato.

Los participantes principales dentro del MexDer son los operadores y su característica es que son personal morales facultadas para transaccionar contratos dentro del Sistema Electrónico de Negociación del MexDer, socios liquidadores que como su nombre hace referencia son los que en caso de incumplimiento de contraparte tendrán que liquidar por lo que se especializan en el análisis de riesgo de contraparte además de algunos otros riesgos relacionados, estos deben ser fideicomisos y accionistas del MexDer, los formadores de mercado cuyo perfil es ser un operador que promueve las transacciones de futuros y opciones. Al ser el MexDer un mercado regulado existen ciertas condiciones y características generales de contratación sobre sus instrumentos listados, dentro de los contratos derivados es necesario marcar la clase que se refiere a los contratos con un valor subyacente especial, la serie son los contratos de la misma clase pero con diferente fecha de vigencia y pueden ser negociados hasta esta fecha, la liquidación puede ser en efectivo o en especie.

Dentro de los organismos reguladores más importantes del mundo se consideran dos que se encuentran en E.E.U.U. y son la Commodity Future Trading Commission o abreviado CFTC y tiene la función primordial de velar por la prevención respecto a la manipulación de los precios dentro de los mercados de instrumentos financieros, más específicamente para los futuros y opciones

1.2 Bolsas de Valores en México

El término bolsa fue acuñado durante el siglo catorce por los comerciantes de Brujas debido a que el lugar donde se reunían para realizar las transacciones pertenecía a la familia Van Der Buerse, recordando que durante esas épocas cada familia tenía un escudo de armas

particular, esta no era la excepción y el suyo estaba compuesto por tres bolsas de piel; entonces les era práctico referirse al lugar como bolsa. Con el paso del tiempo se les hizo costumbre referirse a los espacios donde hacían sus transacciones de comercio como bolsas.

No fue sino hasta el año de 1602 que se tuvo registro de la primera bolsa de valores donde se colocaron acciones cuya emisora fue la Compañía Holandesa de las Indias Orientales que curiosamente también se le considera como la primera sociedad anónima, la bolsa a la que hacemos referencia es la Bolsa de Valores de Ámsterdam. Como los beneficios de montar esta institución que cotizaba acciones fueron positivos para ambos lados, países como Inglaterra, Estados Unidos, Francia y España se vieron motivados a crear las suyas por lo que en 1570 se implementó la bolsa de Londres, en 1792 la bolsa de Nueva York, en 1794 la bolsa de París y en 1831 la bolsa de Madrid. En México se crea la Bolsa Mercantil de México en el año 1886 mientras que en 1895 el Centro de Operaciones Bursátiles para luego crear la Bolsa de Valores de México en 1908 sin embargo los hechos históricos más relevantes respectivos a las bolsas de valores se consideran a partir de 1850 que es el año cuando se negocian por primera vez acciones de empresas mineras para luego en 1867 establecer la Ley Reglamentaria de Corretaje de Valores, fue en 1933 cuando se expide la Ley Reglamentaria de Bolsas, mientras que la Ley de Mercado de Valores en 1975, en 1988 se funda el centro de corretajes, en 2004 la Contraparte Central de Valores comienza operaciones, el mismo centro de corretajes en febrero de 2013 propone la implementación de una segunda bolsa de valores, en octubre de 2015 se otorga la concesión para operar BIVA y finalmente el 25 de julio de 2018 oficialmente BIVA inicia operaciones.

Una Bolsa de Valores es una institución creada por sociedades para obtener beneficios a través de ella, su función es generar facilidad en transacciones sobre valores a través de instalaciones y mecanismos además de impulsar el desarrollo del mercado bursátil y como consecuencia impulsar la economía del país, compartir con el público información respectiva a valores inscritos en el sistema internacional de cotizaciones. En general una bolsa de valores se conforma por al menos veinte instituciones repartidas entre casas de bolsa y especialistas bursátiles.

Según el Centro de Estudios de las Finanzas Públicas las funciones efectuadas por las Casas de Bolsa consisten en:

- Brindar asesoría financiera y bursátil a empresas y público inversionista.
- Realizar operaciones por cuenta propia

- Propiciar servicios de guardar y administración de valores a través de una institución para el depósito de valores.
- Administrar las reservas para fondos de pensiones o jubilaciones de personal, complementarias a la que establece la Ley de Seguro Social y de prima de antigüedad, conforme a lo dispuesto por la Ley de Impuesto sobre la Renta, así como a invertir en el capital de Administradoras de Fondos para el Retiro y Sociedades de Inversión Especializadas de Fondos para el Retiro. (Centro de Estudios de las Finanzas Públicas, 2009, p. 20)

De forma similar al MexDer que cuenta con Asigna, en el mercado de valores también se encuentra la Contraparte Central de Valores (CVV), esta es una entidad que se encarga de tomar el papel de contraparte siendo comprador y vendedor en las operaciones sobre acciones y opciones efectuadas por las Bolsas de Valores en México, de esta forma garantizar que tanto emisor como inversionista inicial reciban su parte. Se conforma por agentes liquidadores que pueden ser instituciones de crédito o casas de bolsa y no liquidadores, los agentes liquidadores tienen la función de apoyar a cumplir con las obligaciones cuando alguna parte incumpla, actualmente cuenta con treinta y un agentes liquidadores y un agente no liquidador. Los riesgos que busca minimizar son dos; el primero es que la parte vendedora no traspase su valor a la otra parte mientras que esta si cumple con el efectivo, el segundo se refiere a cuando la parte vendedora si cumple con su parte, pero la compradora no efectúe el pago correspondiente. Para poder cumplir con su encomienda la Contraparte Central de Valores (CCV) cuenta con fondos de garantía con capacidad para cumplir con el 99% de perdidas potenciales además del Sistema de Administración de Riesgos o Red de Salvaguardas que son procesos y medios para hacer frente en caso de que se presente alguno de los incumplimientos mencionados, la Red de Salvaguardas cuenta con el Fondo de Aportaciones que es llenado por los aportes de margen de los agentes liquidadores, agregando el Fondo de Compensación que pide el 12% de los márgenes realizados al Fondo de Aportaciones, su metodología actual busca poder cubrir una gran parte de las perdidas en situaciones consideradas factibles extremas, por último el capital social de la CCV que se utiliza a partir del 20% cuando el Fondo de Aportaciones.

Respecto al marco normativo de la CCV, se encuentra vigilada por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, así como el Banco de México. Se rige bajo la Ley del Mercado de Valores, regulaciones emitidas por la CNBV y el BANXICO, la CVV también promulga normas como el Reglamento Interior y el Manual Operativo, Estatutos de la Sociedad, etc. a los que se apegan tanto la CVV como sus agentes.

1.2.1 Bolsa Mexicana de Valores

Los dos objetivos de la bolsa mexicana de valores son; primero velar por la eficacia respecto a las operaciones de compraventa de emisiones tanto públicas como privadas hechas por las emisoras que buscan recursos y los inversores que buscan rendimientos, la segunda es buscar y generar que el mercado bursátil se desarrolle, como consecuencia fortalecer el funcionamiento de la economía. La BMV también se encarga de erigir lugares físicos donde realizar operaciones, además de implementar mecanismos relacionados, así como hacer pública información respecto a los valores inscritos y registrados en el Sistema Internacional de Cotizaciones de la misma BMV tales como emisores y sus operaciones. Para que se lleve a cabo es necesario contar con un marco normativo que motive a los participantes a realizar sus actividades de forma correcta, razón por la cual la BMV desarrolla disposiciones y normas que permitan sentar bases, estándares y esquemas de operación, así como vigilar que se cumplan y en su caso sancionar a aquellos que no las sigan, las normas creadas por la Bolsa tienen carácter obligatorio sobre operaciones, casas de bolsa y emisoras cuyos valores se encuentren inscritos en la misma.

Para el caso particular de la Bolsa Mexicana de Valores, esta es un lugar físico donde se llevan a cabo y registran operaciones de intermediarios como Casas de Bolsa, además de que la intermediación que se ejecuta aquí es indirecta, es decir, la BMV no funge algún papel de compradora o vendedora de valores.

El proceso desarrollado para la compraventa de valores comienza con la solicitud de la empresa a alguna casa de bolsa para emitir sus valores al gran público inversionista a cambio de los recursos que la empresa considere necesarios para su beneficio, a esto se le puede adjudicar la característica de ser mercado primario debido a que se operan los valores por primera vez, en un segundo momento los valores colocados y operados en el mercado primario pueden operarse nuevamente pero en el mercado secundario; para esto será necesario que el gran público inversionista realice sus órdenes ya sea compra o venta mediante algún promotor de alguna casa de bolsa cuyo perfil es de especialista registrado por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores, luego estas órdenes se transfieren por medio del Sistema Electrónico de Negociación, Transacción, Registro y Asignación al mercado bursátil, finalmente se realiza la transacción de los valores y se registran.

La composición respectiva de la Bolsa Mexicana de Valores está definida por el Consejo de Administración donde se consideran quince consejeros que en su mayoría son independientes, ocho comités que apoyan al Consejo de Administración a través de la regulación, revisión y compartición de información de operaciones ejecutadas dentro de la bolsa, estos comités se clasifican por Ejecutivo, Normativo, Disciplinario, de Inscripción de Valores, de Compensación, de Emisoras, de Auditoría, de Admisión de Nuevos Miembros y sus principales características se mencionan de la siguiente forma:

- **Comité Ejecutivo:** Sus funciones principales son las de fungir como estrategia de desarrollo del mercado de valores, instrumentos, métodos operativos, así como la promoción y difusión del mismo mercado de valores.
- **Comité Normativo:** Como su nombre hace referencia, es encargado de lo relacionado al marco normativo tales como su desarrollo con perfil de autorregulado, edición del reglamento interior, proposición de disposiciones y reformas respecto a leyes además de órgano de consulta interpretativo de normas desarrolladas por este mismo comité.
- **Comité Disciplinario:** tiene la función de investigar y castigar a través de medidas correctivas cuando se viole el Reglamento Interior de la Bolsa Mexicana de Valores.
- **Comité de Inscripciones de Valores:** Cuando se trate de las solicitudes para inscripciones de valores, así como emisoras este comité tendrá la facultad de revisar y dar solución, en caso de ser necesario también puede pedir la información que considere necesaria para verificar el origen de los valores.
- **Comité de Compensación:** Se encarga de decidir la compensación tanto de ejecutivos de primer nivel como la sociedad de acuerdo a lo que se considere necesario según se encuentre el mercado.
- **Comité de Emisoras:** Funge de representante de las emisoras que tienen acciones listadas en la Bolsa y en caso de requerirse apoyar para solucionar los problemas que se le presenten.
- **Comité de Auditoría:** Relacionado a su nombre se encarga de supervisar la auditoría interna, así como control interno, otra característica importante de este comité es que solamente se forma por consejeros independientes.
- **Comité de Admisión de Nuevos Miembros:** Se encargan de tomar la decisión de aceptar nuevas casas de bolsa que tengan la intención de integrarse a la Bolsa Mexicana de Valores.

1.2.2 Bolsa Institucional de Valores (BIVA)

La Bolsa Institucional de Valores tiene como un objetivo principal ampliar el mercado de valores a través de la atracción de un número superior de participantes al mismo. Es la segunda bolsa de valores en México, se considera que esto propicia más variedad y competitividad en lo que respecta las instituciones que propician el financiamiento por medio de deuda o capital, como consecuencia se promueve la oferta, desarrollo de nuevos instrumentos financieros, etc., a su vez se impulsa al mercado de valores.

BIVA sostiene alianzas con una de las bolsas más grandes como lo es el National Association of Securities Dealers Automated Quotation (NASDAQ) y el London Stock Exchange Group (LSEG). El National Association of Securities Dealers Automated Quotation (NASDAQ) también apoya a BIVA a través de proporcionar la plataforma de negociación “Sistema OPEL” y herramientas para verificar la formación de precios como “SMARTS”. (Bolsa Institucional de Valores, s.f.)

Respecto al gobierno corporativo por el cual se rige se encuentra el Consejo de Administración responsable de llevar a cabo el objeto social, cuenta con consejeros temporales y revocables de los cuales mínimamente el 25% deben ser independientes, actualmente se conforma por un presidente, veinte consejeros de los cuales diez son independientes, un secretario no miembro y un comisario. Tiene un perfil normativo, se apoya de los comités que se mencionan a continuación:

- **Comité de admisión de miembros:** Su función es de valorar y tomar la decisión de aprobar la integración de las casas de bolsa que así lo deseen a la Bolsa Institucional de Valores. Está constituido por un presidente que es miembro independiente y dos internos.
- **Comité de listado de emisoras:** Se encarga de analizar y decidir si se aprueba o rechaza la inscripción al listado de valores a aquellos que se hayan emitido por empresas y se quieran listar. Está conformado por un presidente que es miembro independiente, dos miembros independientes y un interno.
- **Comité de auditoría:** El comité brinda apoyo al consejo de administración respecto al sistema de control interno, lleva a cabo funciones de auditoría y en caso de encontrar alguna anomalía su deber es notificar al mismo consejo de administración lo referente al caso. Se forma por un presidente que es miembro independiente y dos miembros independientes más.
- **Comité de vigilancia:** Este comité tiene por objetivo velar por que la integridad del mercado de valores a través de la vigilancia de comportamientos y demás relacionado de

acuerdo con lo que debería cada perfil dentro de BIVA. Recibe apoyo para cumplir el objetivo del área de vigilancia BIVA. Se forma por un presidente que es miembro independiente y otros dos miembros independientes.

- **Comité de normatividad:** El objetivo principal es tener al día el marco normativo con un perfil autorregulatorio para la Bolsa Institucional de Valores que encaje con el régimen jurídico. Se forma por un presidente que es miembro independiente, un miembro independiente y un interno.
- **Comité de sanciones:** Cuando se sepa sobre algún acto relacionado con la violación al marco normativo de BIVA este comité tendrá la facultad de dar solución a través de sanciones y castigos de acuerdo a lo que considere adecuándose a las mismas disposiciones de las normas. Se forma por un presidente que es miembro independiente y dos internos.

1.2.3 Índices bursátiles

El primer índice del que se tiene registro de operaciones dentro del mercado bursátil fue el denominado Dow Jones durante el año 1896 en Estados Unidos iniciando con tan solo doce de las empresas más grandes seleccionadas para su cálculo, sin embargo, esto se modificaría para el año 1916 cuando se aumentó el tamaño a veinte empresas.

Un índice bursátil se puede comprender como aquel valor indicador del comportamiento respectivo de un grupo de empresas que cotizan en el mercado bursátil, aunque bajo ciertas características también se podría tomar como indicador del desarrollo bursátil de un área geográfica determinada.

Los usos que se le dan son, como se ha mencionado anteriormente, de indicador o medida de la evolución sobre los mercados, comparativa del conjunto de valores seleccionados con ellos mismos en diferentes momentos del tiempo. Además, como una consecuencia; a través de ellos poder identificar los efectos en el mercado originados por diferentes situaciones y posturas de las empresas que se encuentren dentro del mismo. Sin embargo, el uso de los índices bursátiles no se ve limitado a un indicador, sino que también se utilizan como un instrumento financiero que permita gestionar el riesgo de mercado, incluso para cuando se desea gestionar un portafolio de inversiones. Al día de hoy, es común que existan instrumentos derivados sobre los mismos índices debido a su calidad de representación de los rendimientos sobre los mercados.

Se calcula a partir de una fórmula que requiere del valor de un grupo específico conformado por instrumentos financieros, acciones, deudas de empresas seleccionadas que cumplen con ciertas cualidades y metodologías específicas, a este grupo determinado seleccionadas se le asigna el nombre “muestra”. Todos estos parámetros, metodologías, etc. dependerán de lo que se busque representar con el índice.

La metodología de selección para la muestra que se tomará con el objetivo de calcular un índice bursátil en general puede definirse en tres formas; por liquidez, por capitalización bursátil o mixta, para la metodología por liquidez se seleccionan los valores con facilidad de compra o venta considerando un precio equitativo para ambos lados y algunas de las características solicitadas son; volumen de transacción, rotación, frecuencia, número de operaciones, entre otras. Cuando se emplea la metodología por capitalización bursátil las empresas serán seleccionadas de acuerdo con el valor que tienen las empresas en el mercado expresado en el precio. Para el caso de la metodología mixta se considera en la selección tanto la metodología por liquidez como la metodología por capitalización, debido a que emplea ambas metodologías la mixta es mucho más utilizada a nivel internacional.

La asignación de importancia a cada empresa para representa dentro del índice se le denomina ponderación, así se dice que un índice está ponderado cuando una mayor importancia dentro de este se otorga a las empresas más importantes o representativas de la bolsa o en su caso del mercado.

Para que se considere un índice es necesario que se cumplan con ciertas características indispensables según la página de la Bolsa de Valores de Colombia:

- **Completo:** un índice debe reflejar, para un perfil de riesgo determinado, el universo de oportunidades disponibles para los inversionistas. Entre más completo un índice, más eficientemente representa el universo de activos a seguir. Un índice completo debe proveer la mayor diversificación.
- **Replicable:** El inversionista debe ser capaz de crear un portafolio con parte o la totalidad de los activos que componen el índice, y de esta manera replicar el comportamiento de éste.
- **Metodología de cálculo clara y ampliamente difundida:** Las reglas que definen un índice deben estar bien definidas, ser claras, transparentes y deben estar disponible para los inversionistas. Dichas reglas deben contribuir a anticipar el comportamiento del índice, frente a cambios en las condiciones de mercado.

- **Preciso y con fuentes de datos completas:** Los datos usados en la construcción de índices deben ser precisos, completos y disponibles para terceros.
- **Bajo nivel de rebalanceo y costos de transacción:** Todos los índices requieren un rebalanceo con el fin de mantener la canasta alineada con metodología. En general, un menor nivel de rebalanceo implica menores costos transaccionales y facilitar el seguimiento del índice.

Los tipos de índices bursátiles que se consideran son de capitalización, de liquidez o rentabilidad y de precios. Los índices de capitalización se dividen en capitalización bursátil y capitalización ajustada, en el caso del primero se busca representar cómo se comportan los precios de los valores seleccionados para el índice respetando la ponderación, mientras que el segundo se refiere al porcentaje de la empresa que además es diferente de lo que tiene el inversionista con interés flotante. Un índice de liquidez o rentabilidad es similar a uno de capitalización bursátil con la diferencia que la ponderación se efectúa por el grado de liquidez. Cuando nos referimos a los índices de precios la característica principal que los define es que su cálculo se desarrolla a través de suma aritmética sobre los precios de los valores seleccionados, además su uso se podría considerar extraordinario.

Los valores asignados a los índices se expresan a través de puntos, aunque por lo general para entenderlos mejor por lo general se basan en el cambio de rendimiento diario, i.e., la apreciación que tiene a través del tiempo.

Índices Europeos

- **CAC 40:** Índice de la bolsa de valores Euronext, se calcula con base a las cuarenta empresas más grandes y transaccionadas dentro de la misma bolsa, se califica como el índice más empleado dentro del mercado de valores parisino. Fue introducido el 31 de diciembre de 1987.
- **DAX:** Retrata el rendimiento de las que se consideran las cuarenta empresas más grandes que han sido cotizadas dentro de la Bolsa de Valores Frankfurt en Alemania, anteriormente solo se consideraban treinta empresas sin embargo el número se amplió al actual a partir del 20 de septiembre de 2021. A partir del 1 de julio de 1998 Deutsche Börse se encargó de calcular este índice.
- **EURO STOXX 50:** Representa el rendimiento de las cincuenta empresas más grandes de ocho países de la zona euro, actualmente los países con más empresas seleccionadas para este índice son Alemania y Francia. Se aplicó a partir del 26 de febrero de 1998.

- **FTSE MIB:** Su objetivo es calcular el rendimiento de las cuarenta empresas con mayor liquidez operadas en Italia por la Bolsa Italiana y así representar el mercado italiano, está topado al 15% máximo de ponderación por empresa. Se comenzó a calcular a partir del 31 de diciembre de 1997.
- **IGBM:** Índice General de la Bolsa de Madrid está compuesto por la selección de más de cien empresas de España.
- **IBEX 35:** Es el índice representante de los treintaicinco valores con mayor liquidez cotizados en la Bolsa española, su tope de ponderación individual es del 20%. Se empezó a calcular el 14 de enero de 1992.
- **BCN GLOBAL-100:** El Índice General de la Bolsa de Barcelona selecciona a cien empresas que coticen dentro de la misma bolsa y que tengan el mayor volumen, así como frecuencia de contratación, su fecha base es el 1 de enero de 1986.

Índices asiáticos

- **Nikkei 225:** A través de la selección de doscientos veinticinco valores del Tokyo Stock Exchange busca representar el movimiento del mercado de valores en Japón, es considerado el índice más utilizado dentro del mercado japonés. Se calcula a partir del 7 de septiembre de 1950.
- **KOSPI:** El Korea Composite Stock Price Index es un índice que busca representar el rendimiento de ochocientas dieciséis empresas del mercado coreano, se calcula cada diez segundos. Fue agregado el 4 de enero de 1983.
- **S&P BSE SENSEX:** Selecciona treinta de las empresas más líquidas, grandes y sólidas en términos financieros que coticen en el Bombay Stock Exchange con el objetivo de representarlas, además se considera el índice más seguido en la India. Fue lanzada el 31 de diciembre de 1985.
- **Hang Seng:** Es un índice que selecciona las empresas más grandes y con mayor liquidez cotizadas en la Bolsa de Valores de Hong Kong, se considera un máximo del 8% cuando se refiera al peso para ponderar individualmente a las empresas seleccionadas. Se puso en empleo a partir del 24 de noviembre de 1969.
- **SSE COMPOSITE INDEX:** Es un índice cuya característica más relevante es que su criterio de selección consiste en que los valores utilizados estén listados en la Shanghai Stock Exchange, en otras palabras, todos los valores de esta bolsa. Su fecha base es el 19 de diciembre de 1990.

- **CSI 300:** Índice desarrollado por la China Securities Index que selecciona a las trecientas empresas cotizadas tanto en Shanghai Stock Exchange como en el Shenzhen Stock Exchange con los más grandes tamaños de capitalización y liquidez, además de no mostrar problemas financieros serios, violación de normas de alta volatilidad que pueda indicar señales de manipulación del precio, con el fin de representarlas. Se agregó el 8 de abril de 2005.

Índices Estadounidenses

- **Dow Jones Industrial Average:** Es un índice basado en treinta empresas “blue chip” seleccionadas del mercado estadounidense que abarca casi todos los sectores exceptuando el sector de transporte y el sector de servicios públicos, tiene autorización regulatoria de la unión europea y la frecuencia de su cálculo es a tiempo real. Fue lanzado el 26 de mayo de 1896.
- **S&P 500:** Índice desarrollado por la empresa Standard & Poor’s que representa a las quinientas empresas más grandes del mercado estadounidenses y abarca alrededor del 80% de la capitalización del mercado en Estados Unidos, es considerado el mejor índice respecto a grandes acciones americanas y se calcula a tiempo real. Se implementó a partir del 4 de marzo de 1957.
- **NYSE Composite:** Es un índice que busca representar el desarrollo de las empresas listadas en el New York Stock Exchange, las empresas que se seleccionan para el cálculo deben de ser aquellas acciones ordinarias o valores con características de acciones ordinarias que se consideran las más liquidas, es calculado cada quince segundos. Se lanzó el 31 de diciembre de 1966.
- **Russell 3000E:** Es un índice lanzado por la empresa FTSE Russell el cual selecciona para representar el rendimiento de las cuatro mil empresas más grandes de los Estados Unidos que se consideran en una reconstitución anual con el objetivo de ofrecer oportunidades a todas las empresas, es considerado el índice más amplio de la empresa. Se agregó el 1 de junio de 2005.
- **NASDAQ-100:** Desarrollado por la empresa NASDAQ, su objetivo es representar a las cien empresas más grandes del mundo seleccionadas, considerado uno de los índices más populares del mundo. Se lanzó de forma oficial el 31 de enero de 1985.

Índices Latinoamericanos

- **Ibovespa:** También conocido como índice Bovespa, es el indicador para los valores operados en la bolsa de valores de Sao Paulo y las empresas que utiliza para calcularlo deben de ser parte del 85% con mayor índice de transaccionalidad, que se hayan negociado el 95% de las sesiones y con el 0.1% de valores negociados en el mercado de contado, para garantizar que las empresas seleccionadas cumplan con estas características se aplica una reevaluación cada cuatrimestre. Se comenzó a aplicar a partir de 1968.
- **S&P VERMAL:** Índice cuyo objetivo es representar el rendimiento de las empresas de Argentina que cotizan en Bolsas y Mercados Argentinos (BYMA), selecciona a las empresas con mayor liquidez y tamaño cada trimestre, es considerado uno de los índices más icónicos del país, se calcula en tiempo real. Se empezó a aplicar a partir del 30 de junio 1986.
- **S&P IPSA:** El Índice de Precios Selectivos de Acciones tiene como objetivo medir a las acciones que se encuentran cotizadas dentro de la Bolsa de Comercio Santiago que se consideran las más grandes y de mayor liquidez, el número de empresas seleccionadas es de veintiocho, la frecuencia en su cálculo es de tiempo real. Se lanzó el 30 de diciembre de 1997.
- **IBC:** El Índice Bursátil Caracas busca medir el rendimiento del mercado accionario de Venezuela a través de empresas cotizadas en la Bolsa de Valores de Caracas utilizando para el cálculo el promedio aritmético sobre capitalización de los valores seleccionados. Se calcula a partir del 28 de agosto de 1997.

Dentro del mercado mexicano también existen este tipo de valores y algunos de los índices que se consideran más representativos tanto de la Bolsa Mexicana de Valores como de la Bolsa Institucional de Valores son:

- **IPC:** El Índice de Precios y Cotizaciones se puede considerar como el principal índice de la Bolsa Mexicana de Valores, representa el rendimiento del mercado accionario en el país a través de emisoras líderes registradas cuya ponderación está dada por la capitalización de cada una de estas emisoras seleccionadas. De acuerdo a la Bolsa Mexicana, el objetivo de este índice es ser altamente representativo además de confiable en México sobre el mercado accionario. Cuenta con treinta y cinco empresas y la periodicidad de rebalanceo al índice se hace dos veces al año; la primera durante el mes de marzo mientras que la segunda en el mes de septiembre, el cálculo se efectúa a tiempo

real. La fecha de su lanzamiento fue el 30 de octubre de 1978 y su símbolo asociado es S&P/BMV IPC.

- **INMEX:** Índice México tiene como objetivo medir a las veinte acciones más grandes y con mayor liquidez seleccionadas en el Índice de Precios y Cotizaciones, cuyas ponderaciones están definidas por la capitalización de mercado modificada, similar al IPC se ejecuta el rebalanceo durante los meses de marzo y septiembre, la frecuencia de su cálculo es a tiempo real. Se agregó a partir del 30 de diciembre de 1991 y su símbolo asociado es S&P/BMV INMEX.
- **Dividend Index:** Índice cuyo objetivo es el de representar a las empresas seleccionadas para el cálculo del Índice de Precios y Cotizaciones que han retribuido dividendos a sus inversionistas por al menos cuatro años en el último periodo de cinco años, se rebalancea cada año y se calcula a tiempo real. Se aplicó a partir del 5 de junio de 2017 y su símbolo es S&P/BMV Dividend Index.
- **IRT:** Índice de Rendimientos Totales, como su nombre menciona representa el rendimiento del mercado de acciones de acuerdo los cambios de precio de las empresas seleccionadas en el Índice de Precios y Cotizaciones. Se lanzó en julio de 2002 y su símbolo asociado es S&P/BMV IRT.
- **Índice Hábita:** También conocido como Housing Index, su objetivo es reflejar el mercado inmobiliario en México a través de seleccionar de las acciones listadas en la Bolsa Mexicana de Valores que se consideran dentro de los sectores de construcción de viviendas y desarrollos inmobiliarios, su ponderación se efectúa por capitalización de mercado ajustado al capital flotante, su rebalanceo se realiza de forma anual en el mes de septiembre. Se empezó a aplicar a partir del 19 de diciembre de 2005 y su símbolo es S&P/BMV HOUSING INDEX.
- **IPC CompMx:** De forma similar al Índice de Precios y Cotizaciones busca representar el mercado accionario, su diferencia radica en la inclusión de las empresas de mayor tamaño y liquidez en el mercado además de que su cálculo agrega el cálculo del valor ajustado de acciones flotantes de las emisoras seleccionadas, cada año durante el mes de junio y diciembre. Se lanzó el 16 de octubre de 2006 y su símbolo asociado es S&P/BMV IPC COMPMX.
- **FTSE BIVA:** Índice insignia que busca representar el mercado de valores en México, utiliza una cantidad establecida de empresas incluyendo los Fideicomisos de Inversión en Bienes Raíces que se encuentren listadas en BIVA, sus métodos son establecidos por FTSE Russell y entre ellos los criterios de selección para las empresas son el tamaño de

la empresa, liquidez mínima e historial de operaciones, otra característica importante es que el máximo que una empresa puede ponderar en el índice es 15%. Se comenzó a utilizar en el año 2018.

- **FTSE4Good BIVA:** Es un índice en el cual se evalúan las empresas por el comité Environment, Social and corporate Governance (ESG) y se seleccionan las que cumplen estándares mínimos de acuerdo con su gobernanza y su desarrollo tanto social como del medio ambiente. Se lanzó el 28 de junio de 2019.

1.2.3.1 Índice de Precios y Cotizaciones. En México el índice bursátil que se puede considerar de más relevancia es el IPC. Su fecha de lanzamiento fue el 30 de octubre de 1978 con registro del primer valor de esta misma fecha, con una frecuencia de cálculo en tiempo real hasta la actualidad. Sin embargo, anteriormente sus equivalentes se les denominó “Promedio de hechos” para los años entre 1900 y 1957 mientras que “Promedio de cotizaciones de acciones” durante los años que comprenden entre 1958 y 1965. Para 2015, la Bolsa Mexicana de Valores y Standard and Poor’s se alían con el fin de convenir en el cálculo y metodología para los índices de la BMV incluyendo al Índice de Precios y Cotizaciones, por esta razón el símbolo asociado al índice es S&P/BMV IPC y su información es registrada en el S&P Dow Jones Indices.

35 empresas fungen como componentes de ponderación de este índice, algunas de las principales son América Móvil, Walmart México, Grupo México, Grupo Financiero Banorte, etc., además, los principales sectores que abarca es el de productos básicos de consumo, materiales, servicios de comunicación, financieros entre otros. Para desarrollar el IPC se necesitan de cinco factores; la formula con la que se calcula, ponderación definida por el valor total de capitalización de cada serie accionaria; donde a las series tenedoras les consideran todas las acciones mientras que a las series subsidiarias se considera la diferencia entre las que tiene esta y las de la emisora tenedora, los criterios de selección de empresas como bursatilidad alta o media, significativas sobre su valor de capitalización y algunas otras restricciones complementarias, otro factor es el tamaño de la muestra, es decir, la cantidad de empresas seleccionadas para calcular el IPC que como se mencionó anteriormente son 35 aunque este número puede modificarse gracias a eventos corporativos.

Capítulo 2 Técnicas de Bootstrapping

La necesidad de responder a preguntas es parte de la misma naturaleza del hombre, en nuestro día a día de la actualidad estas preguntas han aumentado su grado de complejidad y se podría decir que sucede en todas las áreas conocidas. Para responder a los problemas planteados se requiere de obtener y analizar la mayor cantidad de información posible, sin embargo una complicación que se presenta es que los datos pueden estar sujetos a incertidumbre o cambios por factores aleatorios, es aquí cuando la estadística toma un papel fundamental pues se desempeña con el objetivo de obtener, observar, analizar e interpretar datos que de alguna forma tienen incertidumbre para llegar a una o más conclusiones; así los métodos estadísticos se convierten en herramientas necesarias para validar y generar resultados fidedignos.

Dentro de la administración de riesgo se busca que el inversionista no consiga pérdidas inaceptables identificando, cuantificando y controlando riesgos a los que se encuentre expuestos. En particular el riesgo de mercado se puede entender como el riesgo de pérdida por movimiento en los precios registrados en el mercado y una medida de riesgo para medirlo se le conoce como valor en riesgo (VaR) cuyo valor representa la pérdida máxima esperada bajo un nivel de confianza asignado. Sin embargo, para considerar que el VaR cumple su función es necesario realizar procedimientos de verificación, así como pruebas que permitan ratificar su uso tales como pruebas de bondad de ajuste, backtesting, etc.

Con el objetivo de entender mejor y a mayor profundidad el VaR, en particular la precisión del mismo se considera el empleo de técnicas de re-muestreo cuyo principal objetivo es el de obtener una estimación para el nivel de precisión del valor en riesgo cuando la metodología para calcularlo lo permita.

En las metodologías mostradas a continuación para estimar el valor en riesgo, así como metodologías y procesos asociados se consideran a los rendimientos obtenidos por los datos de la muestra (precios del activo) como datos de corte transversal además de independientes e idénticamente distribuidos.

Dentro de la estadística existen ciertas definiciones importantes de mencionar para efectos de comprensión del presente documento tales como población, muestra, parámetro y estadístico; cuando nos referimos a la población, estamos hablando de la colección total de elementos que forman parte de la información sobre la que se desea aplicar los métodos estadísticos, aunque francamente en la mayoría de los casos es complicado que pueda

conocerse debido a múltiples factores, razón por la cual se hace uso de la muestra, que es un subconjunto de la población que son conseguidos a través de la observación o excavación de información, los parámetros y estadísticos por su parte siguen una relación asociada a la población y la muestra; los parámetros son resúmenes de la población mientras que los estadísticos son resúmenes de la muestra además de que sirven para estimar parámetros. Los datos que representan la muestra o población pueden ser del tipo cualitativo o cuantitativo, aunque es más común trabajar con datos cuantitativo y para conveniencia de este trabajo se enfocará más en estos.

Es importante conocer algunas definiciones y conceptos básicos en estadística tales como:

1. **Espacio de probabilidad:** Es definido como un conjunto de tres componentes; $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$, donde Ω es un conjunto arbitrario, \mathfrak{F} una σ -álgebra y P una medida de probabilidad definida en la σ -álgebra \mathfrak{F} .
2. **Variable aleatoria:** Por su definición matemática es una transformación X del espacio de resultados Ω al conjunto de números reales, i.e.,

$$X: \Omega \rightarrow \mathbb{R},$$

tal que para cualquier número real x ,

$$\{\omega \in \Omega: X(\omega) \leq x\} \in \mathfrak{F}.$$

Donde Ω es el espacio muestral, ω un resultado particular del experimento y \mathbb{R} el campo de los números reales.

De una forma más simple podemos entender a la variable aleatoria como una asignación de un número a cada elemento sobre un espacio muestral.

3. **Función de distribución:** También llamada función de distribución acumulada (FDA), matemáticamente sea X una variable aleatoria. La función de distribución de X , denotada por $F(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se define como

$$F(x) = P(X \leq x).$$

La función de distribución acumulada representa la probabilidad de que el valor de la variable aleatoria sea menor o igual que x , en otras palabras, la probabilidad que una observación seleccionada aleatoriamente sea menor o igual que x .

Cuando la variable aleatoria es continua su derivada se le conoce con el nombre de función de probabilidad y se escribe como $f(x)$, cuando la variable aleatoria es discreta se tiene la siguiente definición;

Sea X una variable aleatoria discreta con valores x_0, x_1, \dots . La función de probabilidad de X , denotada por $f(x): \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, se define como

$$f(x) = \begin{cases} P(X = x) & \text{si } x = x_0, x_1, \dots \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}.$$

Al valor x para el cual la probabilidad asociada $P(X \leq x)$ es $p\%$ se le denomina el p – percentil.

4. **Valor p:** Es la probabilidad de que el valor del estadístico se considere verdadera bajo una hipótesis nula.
5. **Medidas de tendencia central:** Son estadísticas que buscan aproximar parámetros centrados, las más comunes son la media aritmética, mediana y moda. La media aritmética es la media de tendencia central más utilizada gracias a su practicidad sin embargo cuando existen valores atípicos u “outliers” puede verse afectada y no ser realmente representativa, de forma matemática se define de la siguiente forma;

Sean n observaciones x_1, x_2, \dots, x_n de una muestra aleatoria de la variable X , la media aritmética se denota por \bar{x} y se calcula como

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i.$$

Si la distribución de la variable aleatoria fuera asimétrica no sería adecuado utilizar la media aritmética, entonces se procedería a hacer uso de la media o de la moda, aunque comúnmente se prefiere la media debido a que la moda puede no ser única o no existir, la media se define como; sean n observaciones x_1, x_2, \dots, x_n ordenadas de una muestra aleatoria de la variable X , la mediana se denota por Me , su valor se determina por

$$Me = \begin{cases} x_{(n+1)/2} & \text{si } n \text{ impar} \\ \frac{x_{n/2} + x_{(n/2)+1}}{2} & \text{si } n \text{ par} \end{cases}.$$

Por último, la moda se denota mediante Mo y es el valor u observación con mayor frecuencia de la muestra. Cuando la distribución de la variable aleatoria es simétrica las tres medidas de tendencia central mencionadas coinciden.

6. **Medidas de dispersión:** Si bien las medidas de tendencia central nos aportan información, es importante tener otras medidas que expliquen la repartición y variabilidad de las observaciones en la muestra, con esto en mente se desarrollan las medidas de dispersión, las más comunes son amplitud, desviación media, varianza y coeficiente de variación, el orden escrito representa la complejidad de su cálculo ya que la medida de dispersión más empleada es la varianza y la desviación estándar que no es más que su

raíz cuadrada, todas tienen la característica de ser medidas de variación absoluta exceptuando al coeficiente de variación que es medida de dispersión relativa. La amplitud también llamada rango se denota por A y se calcula como el máximo menos el mínimo de la muestra, por esta misma forma de cálculo no se considera adecuado usarla para comparar dos muestras con diferentes cantidades de observaciones. La desviación media se denota por $D.M.$ y se define de la siguiente manera;

Sea una muestra aleatoria x_1, x_2, \dots, x_n de tamaño n sobre la variable X , con una media aritmética \bar{x} , entonces la desviación media se calcula como

$$D.M. = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|.$$

Para el caso de la varianza se caracteriza a través de s^2 y su definición es; sea una muestra aleatoria x_1, x_2, \dots, x_n de tamaño n sobre la variable X , con una media aritmética \bar{x} , entonces la varianza muestral se calcula como

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Como se mencionó anteriormente la desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza y se identifica por s . Finalmente, el coeficiente de variación se representa por $C.V.$ y se define de la siguiente forma; sea una muestra aleatoria x_1, x_2, \dots, x_n de tamaño n sobre la variable X , con una media aritmética \bar{x} y desviación estándar s_x entonces el coeficiente de variación se calcula como

$$C.V.(X) = \frac{s_x}{\bar{x}}.$$

A continuación, se mencionan algunas definiciones estadísticas importantes que se utilizan para entender las técnicas de re-muestreo y demás.

La distribución empírica denotada por \hat{F} se define de la siguiente forma; sean x_1, x_2, \dots, x_n observaciones de una muestra aleatoria de tamaño n , definimos la distribución empírica como

$$\hat{F}(x) = \frac{1}{n} \cdot \text{card}(x_i \leq x), i = 1, 2, \dots, n.$$

Una función estadística se denota por $t(\cdot)$ aunque en algunos libros se prefiere $s(\cdot)$, mientras que un parámetro por la letra griega θ , y, por último, para un estimador la letra T y se define como sigue; sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ una muestra aleatoria y $t(\cdot)$ una función, entonces el estimador T se calcula como $T = t(\mathbf{x})$.

A los métodos estadísticos que se aplican cuando se conoce la distribución de las variables aleatorias se les llama métodos paramétricos mientras que cuando se desconoce la distribución se les denomina métodos no paramétricos.

2.1 Valor en Riesgo

El valor en riesgo ha sido empleado generalmente para medir la cantidad de efectivo expuesto por el riesgo de mercado en condiciones consideradas normales y no en momentos de crisis extremas definiendo un nivel de confianza. Si bien proporciona una expectativa de los montos a través de herramientas estadísticas, es importante mantener en mente que no proporciona certeza total sobre las pérdidas por lo que debe concebirse un uso complementario, es decir, apoyarse de otras herramientas que se complementen entre sí para lograr una visión más clara y precisa sobre las pérdidas que se pudieran sufrir.

También llamado medida de riesgo cuantil que representa el capital considerado necesario para mantener solvencia a un nivel de confianza dado, se le puede considerar como una de las medidas de riesgo más comunes. Las medidas de riesgo tienen el objetivo, como su nombre hace referencia medir pérdidas que podrían ser generadas cuando los riesgos se hacen presentes y pueden representarse a través de un número o un conjunto de números. Matemáticamente se denota por la función $\rho(X)$ donde X representa el riesgo.

Un concepto importante dentro de las medidas de riesgo fue propuesto por Artzen et al.(1998) denominado “medida de riesgo coherente” y su definición es la siguiente.

Sea V un espacio de variables aleatorias que contiene todos los factores de riesgo, ρ una medida de riesgo tal que $\rho: V \rightarrow \mathbb{R}$, ρ será una medida de riesgo coherente si para cualesquiera $X, Y \in V$ variables aleatorias se cumple que:

- i) Subaditividad: $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$.
- ii) Monotonía: Si $X \leq Y$, entonces $\rho(X) \leq \rho(Y)$.
- iii) Homogeneidad positiva: para cualquier λ constante positiva, $\rho(\lambda \cdot X) = \lambda \cdot \rho(X)$.
- iv) Invariante ante translación: para cualquier constante $\alpha \in \mathbb{R}$, $\rho(X + \alpha) = \rho(X) + \alpha$.

Debido a que el valor en riesgo no cumple con la subaditividad no se le puede denominar como una medida de riesgo coherente. Cuando hablamos de un portafolio de inversión con múltiples activos esta propiedad cobra mayor relevancia, caso contrario cuando solo nos referimos a un solo activo. Sin embargo, dentro de los mercados financieros su uso es común

debido a que es una medida aplicable a cualquier activo o riesgo, en general es fácil de entender y aplicar, además de poder resumir los riesgos de forma concreta. Es importante mencionar que, dentro del mercado financiero el horizonte de tiempo definido para el valor en riesgo generalmente son días, otra característica es que el valor en riesgo se calculará sobre la variación del precio del activo y no sobre el precio mismo.

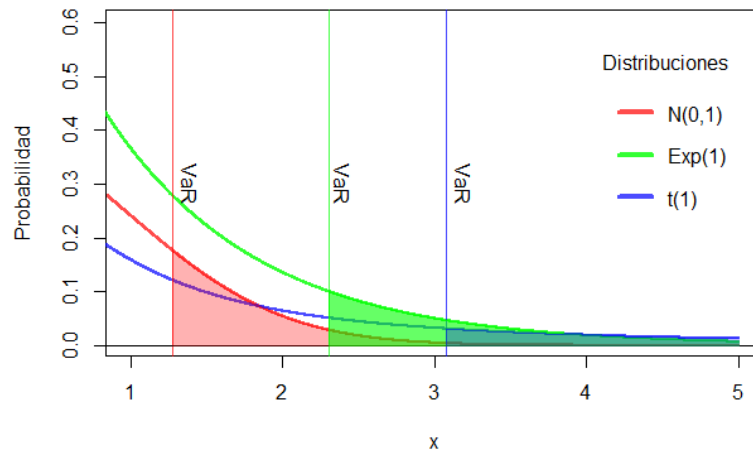
En su forma más simple, el VaR formalmente en probabilidad se define como:

Sea F_X la función de distribución de la variable aleatoria X , el valor en riesgo a un nivel de confianza p de la variable aleatoria X será el $100p$ -ésimo percentil, denotado por $VaR_p(X)$ o bien π_p , es decir,

$$VaR_p(X) = \pi_p = \inf_{x \geq 0} [x | F_X(x) \geq p], 0 < p < 1.$$

Figura 3

Valor en riesgo al 90% de confianza para tres distribuciones diferentes



Los VaR con un nivel de confianza del 90% para variables aleatorias con distribución normal con media cero y desviación estándar uno, distribución exponencial con lambda uno y distribución t de student con un grado de libertad son 1.2815, 2.3025 y 3.0776 respectivamente como se muestra en la Figura 3.

Por otro lado, el estimador del VaR_p para una muestra se calcula a través de la distribución empírica $\hat{F}(\cdot)$ de la misma muestra y se define como

$$\widehat{VaR}_p = \inf_{x \geq 0} [x | \hat{F}(x) \geq p].$$

A pesar de que existen múltiples metodologías al momento de calcular el VaR sobre una cartera de activos para el propósito de este documento nos enfocaremos solo a un activo. Los métodos estadísticos para calcular el valor en riesgo se pueden clasificar en dos; métodos paramétricos y métodos no paramétricos. El uso de cada uno dependerá de los supuestos que se consideren, además de que la seguridad que proporcione la estimación del valor en riesgo también se verá influenciada. Las metodologías mostradas suponen que la distribución de los rendimientos sobre los precios del activo no cambia a través del tiempo por lo que se vuelve sensible a la magnitud de los datos proporcionados.

Aunque los rendimientos del activo se pueden representar en términos del precio del activo, se opta por mostrarlo en términos de tasas de crecimiento debido a que aparte de ser visualmente más fácil de analizar, permite comparar entre activos con diferentes precios. Algunos de los cálculos para crecimientos de los precios más comunes son;

- **Absoluto:** A diferencia de los otros dos, el rendimiento se expresa en términos del precio por lo que no es comúnmente utilizado y se calcula como

$$r_{\text{crecimiento absoluto}} = P_{\text{actual}} - P_{\text{anterior}}.$$

- **Relativo:** Supone que el crecimiento del precio es lineal entre un tiempo y otro, se expresa en términos de porcentaje o decimales, el rendimiento se calcula como

$$r_{\text{crecimiento relativo}} = \frac{P_{\text{actual}} - P_{\text{anterior}}}{P_{\text{anterior}}}.$$

- **Exponencial:** Supone crecimiento continuo del precio entre un tiempo y otro, se expresa en términos de porcentaje o decimales, su rendimiento se obtiene a través del calculo

$$r_{\text{crecimiento exponencial}} = \ln\left(\frac{P_{\text{actual}}}{P_{\text{anterior}}}\right).$$

Donde

$r \equiv$ Rendimiento entre un tiempo y otro.

$P \equiv$ Precio del activo.

La distribución de pérdidas y ganancias es empleada dentro de la administración de riesgos con el propósito de analizar las pérdidas que sufre una cartera de inversión o un único activo. Se forma a partir de la distribución empírica de los rendimientos del activo con el signo contrario.

2.1.1 VaR Paramétrico

Como se ha mencionado anteriormente cuando nos referimos a métodos paramétricos se tiene el supuesto de que se conoce la distribución de la variable aleatoria asociada, el valor en riesgo no es la excepción, para este caso la variable aleatoria representa los rendimientos del activo. Generalmente se supone que la variable aleatoria asociada sigue una distribución normal, aunque la gran parte de los activos no lo hace por lo que se considera una aproximación.

2.1.1.1 Metodología con Supuesto de Distribución Normal. Como su nombre indica se supone una distribución normal sobre los rendimientos de los activos con una media igual a cero. Cuando se aplica a un solo activo se define como sigue:

$$VaR_p = F \cdot S \cdot \sigma \cdot \sqrt{t}$$

donde:

$F \equiv$ El 100 p -ésimo percentil de una distribución normal $N(1,0)$.

$S \equiv$ Monto o capital total que se expone al riesgo.

$\sigma \equiv$ Desviación estándar de la variable aleatoria, para este caso, el rendimiento del activo.

$t \equiv$ Horizonte de tiempo definido para el cálculo del VaR.

Note que como la distribución normal es simétrica no es necesario construir la distribución de pérdidas, además, debido a que se desconoce la desviación estándar, se estima a través de

$$s = \hat{\sigma} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

. Es importante comprobar que la media de los rendimientos es igual a cero, de lo contrario esta metodología no sería la adecuada.

2.1.1.2 Simulación Montecarlo. El cálculo del valor en riesgo empleando la simulación Montecarlo se basa en el proceso de Wiener que es un proceso estocástico a tiempo continuo. El objetivo de la simulación Montecarlo es desarrollar escenarios respecto a los precios de los activos y supone que sus rendimientos se conforman por dos partes; una determinística y otra estocástica, esta última supone a su vez una distribución normal. En términos discretos su forma recursiva se representa como:

$$S_t = S_{t-1} + S_{t-1}(\mu \cdot \Delta t + \sigma \cdot Z \cdot \sqrt{\Delta t}),$$

donde:

$S_t \equiv$ Precio del activo al tiempo t .

$\Delta t \equiv$ Periodo en un plazo de tiempo.

$Z \equiv$ Variable aleatoria tal que $Z \sim N(0, 1)$.

$\mu \equiv$ Media del rendimiento del activo.

$\sigma \equiv$ Desviación estándar del activo.

En la práctica se emplean estimadores como la media aritmética y la desviación estándar muestral para estimar μ y σ respectivamente. S_0 representa el precio del activo al precio actual o más reciente.

Los pasos por seguir para aplicar este método comienzan con la generación de m número de simulaciones Montecarlo sobre el movimiento de los precios del activo a un plazo de tiempo n que normalmente representa días, luego se procede a calcular los rendimientos relativos como

$$r_i^t = \frac{S_{t,i} - S_0}{S_0}, i = 1, \dots, m.$$

Donde

$r_i^t \equiv$ Rendimiento i -ésimo al tiempo t .

$S_{t,i} \equiv$ i -ésima simulación del precio al tiempo t .

Sin embargo, los rendimientos también se pueden calcular como absolutos o exponenciales.

Después se genera la distribución de pérdidas y ganancias sobre los rendimientos cambiando el signo. Por último, se calcula el \widehat{VaR}_p^t de la distribución de pérdidas y ganancias sobre rendimientos para cada tiempo t o uno en particular que generalmente se toma el plazo de tiempo.

La simulación Montecarlo debido a su definición tiene la capacidad de evaluar activos que no necesariamente sean lineales, además permite ver el desarrollo a través del tiempo de los precios del activo a comparación de otros procesos. De forma similar a la anterior metodología supone una distribución normal sobre los rendimientos que no siempre se puede dar, además la memoria empleada es mayor que en algunas otras metodologías debido al almacenamiento de

la trayectoria de las simulaciones; a mayores intervalos en la trayectoria y mayor número de simulaciones más cálculos y espacio se requerirá por lo que la cantidad de simulaciones dependerá de la capacidad de la computadora.

2.1.2 VaR no Paramétrico

En caso de no contar con el conocimiento acerca de la distribución de la variable aleatoria se proponen metodologías para calcular el valor en riesgo basadas en la muestra obtenida, a estas se les denomina metodologías de VaR no paramétrico.

Las metodologías para el valor en riesgo no paramétrico presentadas en este documento a diferencia de las mencionadas en el valor en riesgo paramétrico tienen un horizonte de tiempo fijo y que será una unidad de tiempo de los precios históricos.

Tanto para la simulación histórica como la bootstrap se define lo siguiente; Sea n el número total de datos históricos sobre el precio del activo, como prerequisite para la simulación se deben ordenar los datos históricos por fecha y a cada valor se le denota por $P_j, j = 0, \dots, n - 1$ de tal forma que al valor más reciente se le asigna P_0 mientras que el más antiguo P_{n-1} . A continuación, se presenta la metodología a seguir de acuerdo con el tipo de crecimiento supuesto.

2.1.2.1 Simulación Histórica. Esta metodología parte de los precios diarios históricos del activo en cuestión y supone cierto tipo de crecimiento sobre los mismos, por lo general la cantidad de datos empleados fluctúa entre los doscientos cincuenta y los quinientos.

- **Crecimientos Absolutos:** Primero se calcula la serie de pérdidas y ganancias de precios por día denotada por ΔP_i como

$$\Delta P_i = P_i - P_{i-1} \quad i = 1, \dots, n - 1.$$

A partir de esto se generan las simulaciones de los precios P_i^* respecto al más reciente de la siguiente forma

$$P_i^* = P_0 + \Delta P_i, \quad i = 1, \dots, n - 1.$$

Luego se calculan los rendimientos de los precios simulados r_i^* por

$$r_i^* = \frac{P_i^* - P_0}{P_0}, \quad i = 1, \dots, n - 1.$$

Finalmente se obtiene el VaR_p sobre los rendimientos de los precios simulados por lo que se expresará en términos de rendimiento sin embargo si se desea tenerlo en términos del precio bastará con multiplicar el rendimiento por el valor del último precio del activo.

Note que

$$r_i^* = \frac{P_i^* - P_0}{P_0} = \frac{(P_0 + \Delta P_i) - P_0}{P_0} = \frac{\Delta P_i}{P_0} = \frac{P_i - P_{i-1}}{P_0}.$$

- **Crecimientos Exponenciales:** Primero se calculan los rendimientos de los precios R_i de la siguiente forma

$$r_i = \ln\left(\frac{P_{i-1}}{P_i}\right), i = 1, \dots, n - 1.$$

Con estos rendimientos se simulan los precios P_i^* como

$$P_i^* = P_0 \cdot (1 + r_i), i = 1, \dots, n - 1.$$

A partir de los precios simulados se genera una serie de pérdidas y ganancias donde cada i -ésimo elemento se denota por PL_i y se calcula como

$$PL_i = P_0 - P_i^*, i = 1, \dots, n - 1.$$

Finalmente se obtiene el \widehat{VaR}_p sobre la serie de pérdidas y ganancias.

Note que

$$PL_i = P_0 - P_i^* = P_0 - P_0 \cdot (1 + r_i) = -P_0 \cdot r_i.$$

- **Crecimientos Relativos:** Se calculan los rendimientos de los precios del activo R_i como sigue

$$r_i = \frac{P_{i-1} - P_i}{P_i}, i = 1, \dots, n - 1.$$

Luego se procede a simular los precios P_i^* por la formula

$$P_i^* = P_0 \cdot (1 + r_i), i = 1, \dots, n - 1.$$

A partir de los precios simulados se genera una serie de pérdidas y ganancias donde cada i -ésimo elemento se denota por PL_i y se calcula como

$$PL_i = P_0 - P_i^*, i = 1, \dots, n - 1.$$

Por último, se genera el \widehat{VaR}_p sobre la distribución de pérdidas y ganancias.

Note que

$$PL_i = P_0 - P_i^* = P_0 - P_0 \cdot (1 + r_i) = -P_0 \cdot r_i.$$

Por lo que \widehat{VaR}_p sobre la distribución de pérdidas y ganancias de los precios será equivalente al \widehat{VaR}_p sobre la distribución de perdidas y ganancias de los rendimientos multiplicado por P_0 . Además, esta simulación es muy parecida a la de rendimientos logarítmicos con la única diferencia en el cálculo de los rendimientos.

2.1.2.2 Simulación Bootstrap. Cuando nos referimos a esta metodología, como su nombre lo menciona, se hace uso del bootstrap por lo que tiene los mismos supuestos que la técnica de re-muestreo bootstrap. Se realiza de la siguiente manera.

Como primer paso en esta metodología, se calcula el rendimiento diario r_i suponiendo crecimiento logarítmico o relativos como se mostró en la simulación histórica, estos se tomarán como la muestra $\mathbf{x} = (r_0, r_1, \dots, r_{n-2})$ de tamaño $n - 1$ y se considerarán que cada una tiene la misma probabilidad de ser seleccionada para así generar su distribución empírica \hat{F} , en este caso la estadística será el VaR_p de la distribución de pérdidas y ganancias, una vez definido esto se procede a generar las m muestras bootstrap y se calculan las replicaciones bootstrap del estimador, donde la i -ésima replicación se denota por $VaR^{(i)}$. Por último, se calcula el Valor en riesgo bootstrap denotado por $VaR_p^{bootstrap}$ como sigue

$$VaR_p^{bootstrap} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=0}^m VaR^{(i)}.$$

2.2 Expected Shortfall

Recordando que el valor en riesgo no es una medida coherente puesto que no cumple con la subaditividad, el Expected Shortfall (ES) se propone por Artzner et al.(1998), como una medida de riesgo coherente, también se le conoce como Conditional Value at Risk (CVaR), Tail Value at Risk (TVaR), Average Value at Risk (AVaR) o Conditional Tail Expectation (CTE). Conceptualmente se puede entender como el promedio de los valores más extremos y que son mayores al VaR a un nivel de confianza p .

Para un nivel de confianza p cuando la distribución de la variable aleatoria asociada R es continua se define como sigue

$$ES_p = \mathbb{E}[r | r > VaR_p] = \frac{1}{1 - F(VaR_p)} \cdot \int_{VaR_p}^U r \cdot f(r) dr = \frac{\int_p^1 VaR_p(R) dp}{1 - p},$$

donde:

$R \equiv$ Variable aleatoria que representa los rendimientos de los precios del activo.

$U \equiv$ Límite superior de la variable aleatoria.

$VaR_p \equiv$ Valor en riesgo de los rendimientos del precio del activo al nivel de confianza p .

Para el caso particular cuando la variable aleatoria se distribuye como una normal con media μ y varianza σ^2 , es decir, $R \sim N(\mu, \sigma^2)$, el Expected Shortfall para un nivel de confianza p se calcula como

$$ES_p = \mu + \sigma \cdot \frac{\phi[\Phi^{-1}(p)]}{1 - p},$$

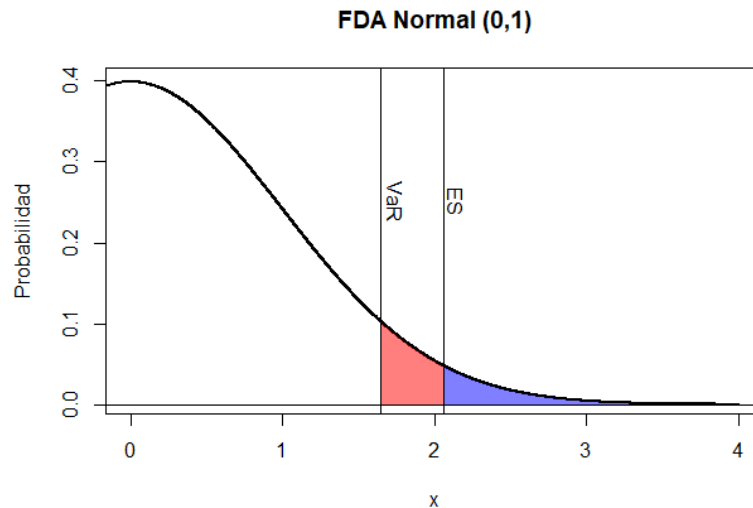
donde

$\phi(\cdot) \equiv$ Función de densidad de la variable aleatoria Z tal que $Z \sim N(0,1)$.

$\Phi(\cdot) \equiv$ Función de distribución de la variable aleatoria Z tal que $Z \sim N(0,1)$.

Figura 4

Valor en riesgo y expected shortfall



Suponiendo que los rendimientos del activo se distribuyen como una variable aleatoria normal con media cero y desviación estándar uno, entonces con un nivel de confianza del 95% tenemos que el VaR y ES asociados son 1.6448 y 2.0627 respectivamente como se muestra en la Figura 4.

2.3 Backtesting

Como se ha mostrado existen múltiples formas de calcular el valor en riesgo de un activo, sin embargo, esto no implica que cada uno sea lo suficientemente aceptable para su uso, puesto que en caso de no llegar a una efectividad definida se estaría empleando un modelo obsoleto. El

backtesting surge con el objetivo de ser medida para evaluar y calibrar los modelos propuestos que mesuran el riesgo, en particular para el VaR.

Se puede describir al backtesting como la comparación entre el valor en riesgo calculado y las pérdidas que realmente se obtuvieron en la muestra seleccionada cuyo valor fue superior al VaR.

Puesto que los backtestings mostrados en el presente documento se desarrollan mediante pruebas de hipótesis se da una definición de esta última.

Una prueba de hipótesis en estadística tiene por objetivo aceptar alguna de las sentencias definidas sobre un parámetro de la población a partir de una muestra obtenida de la misma población. Las sentencias son dos; la hipótesis nula (H_0) y la hipótesis alternativa (H_1).

Sea θ el parámetro, Θ_0 un subconjunto del espacio muestral Ω y Θ_0^c su complemento tal que $\Theta_0 \cup \Theta_0^c = \Omega$, entonces la hipótesis nula se define como $H_0: \theta \in \Theta_0$ mientras que la hipótesis alternativa como $H_1: \theta \in \Theta_0^c$.

Una prueba de hipótesis es una regla que especifica

- i. Para que valores de la muestra la decisión es aceptar H_0 como verdadera.
- ii. Para que valores de la muestra la decisión es rechazar H_0 y aceptar H_1 como verdadera.

El conjunto del espacio muestral para el que H_0 se rechaza es llamado *región de rechazo* o *región crítica*. El complemento de la región de rechazo es llamado región de aceptación. (Casella & L. Berger, 2001, p. 374)

Se define el ratio de violaciones $\hat{\pi}$ como la proporción de valores reales han sido mayores que el VaR y se expresa como

$$\hat{\pi} = \frac{T_1}{T}.$$

Donde,

$T_1 \equiv$ Número total de valores reales de la muestra que sobrepasan el VaR.

$T \equiv$ Número total de valores de la muestra.

De forma similar se define T_0 como el numero total de valores de la muestra que no sobrepasan el VaR. A partir de esta definición se puede escribir la siguiente igualdad

$$T = T_0 + T_1.$$

2.3.1 Prueba de Kupiec

Es posiblemente la prueba de backtesting más utilizada, fue propuesta por Kupiec (1995) y consiste en la prueba de hipótesis de dos colas para aprobar que el ratio de violaciones es igual a una tasa de violaciones esperada α . Note esta prueba se cataloga dentro de los tests de frecuencia, además que en el VaR el porcentaje de violaciones que se espera es $(1 - p)$ por lo que se asumirá que $\alpha = (1 - p)$. La hipótesis nula y alternativa para la prueba de Kupiec son

$$H_0: \hat{\pi} = \alpha,$$

$$H_1: \hat{\pi} \neq \alpha.$$

Cuando se supone la hipótesis nula, se define la función indicadora i -ésima

$$I_i = \begin{cases} 1 & \text{si } r_i \leq VaR_p \\ 0 & \text{si } r_i > VaR_p \end{cases}$$

Donde

$r_i \equiv$ i -ésimo valor real de la muestra.

$VaR_p \equiv$ Valor en riesgo con nivel de confianza p .

Se dice que la función indicadora i -ésima se dice se distribuye como como una variable aleatoria Bernoulli con probabilidad de éxito p .

Sea T el número total de valores en la muestra y T_0 como el número total de valores en la muestra que no sobrepasan el VaR, p el nivel de confianza del valor en riesgo, se dice que

$$T_0 \sim Bin(T, p).$$

De forma análoga sea T el número total de valores en la muestra, T_1 el número total de valores en la muestra que sobrepasan el VaR, p el nivel de confianza del valor en riesgo, se dice que

$$T_1 \sim Bin(T, 1 - p).$$

A continuación, se presentan tres formas de calcular los estadísticos de prueba asumiendo ciertas distribuciones sobre el mismo, el tamaño de T influye puesto que en algunas pruebas se emplean distribuciones asintóticas.

2.3.1.1 Distribución Binomial. Asumiendo que el número total de valores en la muestra que sobrepasan el VaR, es decir, T_1 se distribuye como una variable aleatoria binomial con

parámetros T y $1 - p$ respectivamente, para no confundir el nivel de confianza con el parámetro de probabilidad en la distribución binomial este último se denotará por p^* . Se aplica una prueba de dos colas para un nivel de significancia $\tilde{\alpha}$ tal que $\tilde{\alpha} \approx \alpha$ donde la región de no rechazo está definida por

$$R_{NR} = \{t_0: c_1 < t_0 < c_2 \wedge t_0 \in \mathbb{N}\}.$$

Donde

$$\tilde{\alpha} = P[t_0 \leq c_1 | p^* = 1 - p] + P[t_0 \geq c_2 | p^* = 1 - p],$$

Cuando la distribución no es simétrica

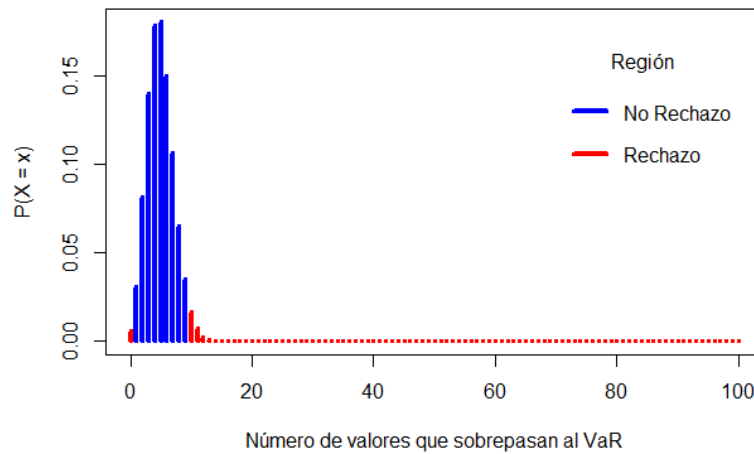
$$P[t_0 \leq c_1 | p^* = 1 - p] \approx P[t_0 \geq c_2 | p^* = 1 - p].$$

De esta forma definimos la regla de decisión como

- No rechazar H_0 si $T_0 \in R_{NR}$.
- Rechazar H_0 si $T_0 \notin R_{NR}$.

Figura 5

Prueba de hipótesis por distribución binomial



Para $T = 100$ y $p = 0.95$ se tiene $c_1 = 1$ y $c_2 = 9$ con $\tilde{\alpha} = 0.0652$ por lo que no se rechazará la hipótesis nula si $T_1 \in [1,9]$ como se muestra en la Figura 5.

2.3.1.2 Distribución Normal. Suponiendo que se sigue una distribución binomial por el teorema de limite centra se puede estimar la prueba de hipótesis para un nivel de significancia α utilizando la aproximación normal con la siguiente estadística

$$Z_p = \frac{\widehat{p}^* - (1 - p)}{\sqrt{\widehat{Var}(p^*)}}$$

Donde

$\widehat{p}^* \equiv$ Estimador de máxima verosimilitud de p^* .

$\widehat{Var}(p^*) \equiv$ Estimador de máxima verosimilitud de $Var(p^*)$.

$Z_p \sim N(0, 1)$.

Definimos los estimadores por

$$\widehat{p}^* = \frac{T_1}{T} = \hat{\pi}.$$

Mientras que

$$\widehat{Var}(p^*) = \frac{\widehat{p}^*(1 - \widehat{p}^*)}{T}.$$

De esta forma se define la regla de decisión como sigue

- No rechazar H_0 si $Z_{1-\alpha} \geq Z_p$.
- Rechazar H_0 si $Z_{1-\alpha} < Z_p$.

Donde

$Z_\alpha \equiv$ Percentil α para una distribución de la variable aleatoria normal con media cero y desviación estándar uno.

2.3.1.3 Distribución Chi-cuadrada. De forma similar a la prueba anterior, se supone que la prueba se distribuye de forma asintótica a una variable aleatoria Chi-cuadrado con un grado de libertad. La región de no rechazo para la prueba de hipótesis se calcula a través del ratio de máxima verosimilitud

$$LR_{uc} = -2 \cdot \ln \left(\frac{(1 - \alpha)^{T_0} \cdot \alpha^{T_1}}{(1 - \hat{\pi})^{T_0} \cdot \hat{\pi}^{T_1}} \right).$$

LR_{uc} tiende a la variable aleatoria Chi-cuadrada con un grado de libertad cuando T tiende al infinito por lo que el criterio de decisión es el siguiente

- No se rechaza H_0 si $\chi_{1,1-\alpha}^2 \geq LR_{uc}$.
- Se rechaza H_0 si $\chi_{1,1-\alpha}^2 < LR_{uc}$.

Donde

$\chi_{1,\alpha}^2 \equiv$ Percentil α para una distribución de la variable aleatoria chi-cuadrada con un grado de libertad.

Note que en caso de no rechazar la hipótesis nula se estaría asumiendo que el modelo para estimar el VaR es factible mientras que si rechazamos la hipótesis nula se asume lo contrario, es decir, que el modelo para estimar el VaR no es viable. Calcular el estadístico de prueba LR_{uc} es necesario para realizar el test de cobertura condicional desarrollado en la prueba de Christoffersen.

Al aplicar la prueba de Kupiec es importante tener en consideración que por ser un test de frecuencias no toma en cuenta el monto de las pérdidas que podría provocar concebir una falta de capital para hacer frente a las pérdidas cuando se hagan presentes, otro factor que influye en esta prueba es el tamaño de la muestra pues cuanto más grande sea como se mencionó anteriormente el estadístico de prueba converge a una variable aleatoria chi-cuadrada con un grado de libertad, entonces si el tamaño es pequeño puede que no se identifiquen los modelos adecuados y los que no. También se señala que no toma en cuenta el orden temporal de los datos, razón por la cual esta prueba no proporciona información acerca de algún patrón de pérdidas a través del tiempo.

2.3.2 Prueba de Christoffersen

Como se mencionó en la prueba de Kupiec, uno de sus inconvenientes es que no toma en cuenta el orden temporal de los datos, Christoffersen (1998) propone una prueba compuesta por dos test; de independencia y de cobertura en donde se toma en cuenta el valor anterior por la posible existencia de memoria; a esta prueba se le asigna su nombre. Una característica de esta prueba es que su estadístico de prueba se apoya de la estadística utilizada en la prueba asintótica sobre una variable aleatoria Chi-cuadrada con un grado de libertad de Kupiec.

Esta prueba supone que la función indicadora I_t sigue un proceso estocástico con memoria de orden uno. Note que el espacio de estados asociado es $\{0,1\}$ donde el estado 0 representa que el valor de la muestra no supera al VaR, en cambio el estado 1 representa que el valor de la muestra supera al VaR.

Se define a I_t como el proceso de violaciones al VAR_p , con matriz de transición asociada

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} \pi_{00} & \pi_{01} \\ \pi_{10} & \pi_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{pmatrix}.$$

Donde

$$\pi_{ij} = P[I_t = j | I_{t-1} = i].$$

Se define T_{ij} como el número de observaciones de la muestra que en el periodo anterior se encontraban en el estado i y que en el periodo actual se encuentran en el estado j . Además, se define a T_i como el número total de observaciones del periodo actual que están en el estado i , debido a que el proceso estocástico definido solo tiene dos estados T_0 y T_1 se pueden calcular como

$$T_0 = T_{00} + T_{10},$$

$$T_1 = T_{01} + T_{11}.$$

Si bien la prueba de Christoffersen es más completa en el sentido que también analiza la influencia de los valores anteriores en los presentes y la tasa de fallos, se debe recordar que la memoria supuesta del proceso estocástico definido es de orden uno por lo que no toma en cuenta influencias pasadas de mayor orden.

2.3.2.1 Test de Independencia. Este test tiene como finalidad comprobar la independencia de violaciones entre un periodo y el anterior, es decir, la violación presente no dependa de la violación del periodo anterior. La hipótesis nula y alternativa se definen respectivamente como

$$H_0: \pi_{01} = \pi_{11} = \pi,$$

$$H_1: \pi_{01} \neq \pi_{11}.$$

Cuando se supone la hipótesis nula, la matriz de transición puede ser expresada por

$$\hat{\Pi}_1 = \begin{pmatrix} 1 - \pi & \pi \\ 1 - \pi & \pi \end{pmatrix}.$$

Mientras que para la hipótesis alternativa

$$\Pi_1 = \begin{pmatrix} 1 - \pi_{01} & \pi_{01} \\ 1 - \pi_{11} & \pi_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{T_{00}}{T_{00} + T_{01}} & \frac{T_{01}}{T_{00} + T_{01}} \\ \frac{T_{10}}{T_{10} + T_{11}} & \frac{T_{11}}{T_{10} + T_{11}} \end{pmatrix}.$$

Se define el estadístico de prueba como

$$LR_{ind} = -2 \cdot \ln \left(\frac{(1 - \hat{\pi})^{T_0} \cdot \hat{\pi}^{T_1}}{(1 - \hat{\pi}_{01})^{T_{00}} \cdot \hat{\pi}_{01}^{T_{01}} \cdot (1 - \hat{\pi}_{11})^{T_{10}} \cdot \hat{\pi}_{11}^{T_{11}}} \right).$$

Se dice que LR_{ind} tiende a una variable aleatoria chi-cuadrada con un grado de libertad cuando el número total de valores en la muestra tiende al infinito, de esta forma la regla de decisión se define como

- Si $\chi_{1,1-\alpha}^2 \geq LR_{ind}$ entonces no se rechaza H_0 .
- Si $\chi_{1,1-\alpha}^2 < LR_{ind}$ entonces se rechaza H_0 .

Donde

$\chi_{1,\alpha}^2 \equiv$ Percentil α para una distribución de la variable aleatoria chi-cuadrada con un grado de libertad. $\alpha \equiv$ Nivel de significancia.

2.3.2.2 Test de Cobertura Condicional. Es similar al test de independencia, con la particularidad que además de analizar independencia, también tiene por objetivo verificar que la probabilidad de fallo sea α . Se define la hipótesis nula y alternativa como sigue

$$H_0: \pi_{01} = \pi_{11} = \alpha,$$

$$H_1: \pi_{01} = \pi_{11} \neq \alpha.$$

El estadístico de prueba LR_{cc} se forma por la suma del estadístico de prueba para la prueba de Kupiec y estadístico de prueba para el test de independencia, es decir

$$LR_{cc} = LR_{uc} + LR_{ind}.$$

De forma similar a los otros dos estadísticos mencionados, este también tiende a una variable aleatoria chi-cuadrada con un grado de libertad cuando el número de valores en la muestra tiende al infinito por lo que la regla de decisión es tal

- Si $\chi_{1,1-\alpha}^2 \geq LR_{cc}$ entonces no se rechaza H_0 .
- Si $\chi_{1,1-\alpha}^2 < LR_{cc}$ entonces se rechaza H_0 .

Donde

$\chi^2_{1,a} \equiv$ Percentil a para una distribución de la variable aleatoria chi-cuadrada con un grado de libertad.

2.4 Técnicas de Re-muestreo

Haciendo énfasis en las dificultades para responder a los problemas cuando se practica análisis estadístico sobre fenómenos como el movimiento de los precios en el mercado se presentan ciertos inconvenientes que complican su aplicación, tal es el caso de la dificultad para conseguir más observaciones en la muestra; ya sea porque es costoso obtenerlas, por la situación en la que se desarrolla el mercado o la incapacidad de obtener los precios más allá de los registrados.

Una gran pregunta en estadística al momento de desarrollar los estimadores del VaR para tener una idea de la calidad de los mismos es que tan precisos son, de esta forma poder comparar, comprender y seleccionar aquellos que se consideren mejores para de acuerdo a lo requerido concluyendo así en un modelo más completo para estimar el valor en riesgo. Esto se plantea a través métodos tales como el sesgo, el error estándar o el error cuadrático medio los cuales se definen como sigue;

- **Sesgo:** Sea un estimador T del parámetro θ , se define al sesgo como

$$Sesgo_{\theta}(T) = \mathbb{E}_{\theta}[T] - \theta.$$

Se dice que el estimador T es insesgado cuando $\mathbb{E}_{\theta}[T] = \theta$ o bien $Sesgo_{\theta}(T) = 0$ mientras que se le llama sesgado cuando $\mathbb{E}_{\theta}[T] \neq \theta$ o $Sesgo_{\theta}(T) \neq 0$.

- **Error Estándar (SE):** Sea un estimador T del parámetro θ , se denota al error estándar por $\sigma_{\theta}(T)$ y se calcula como

$$\sigma_{\theta}(T) = \sqrt{Var_{\theta}[T]} = \sqrt{\mathbb{E}_{\theta}[(T - \mathbb{E}_{\theta}[T])^2]}.$$

Note que $\sigma_{\theta}^2(T) = Var_{\theta}[T]$.

- **Error Cuadrático Medio (MSE):** Sea un estimador T del parámetro θ , se define al error cuadrático medio por

$$MSE_{\theta}(T) = \mathbb{E}_{\theta}[(T - \theta)^2],$$

algunas equivalencias son $MSE_{\theta}(T) = Var_{\theta}[T] + (\mathbb{E}_{\theta}[T] - \theta)^2$ o

$$MSE_{\theta}(T) = \sigma_{\theta}^2(T) + (Sesgo_{\theta}(T))^2.$$

Note que si se tienen dos de los tres listados en los puntos anteriores es posible calcular el tercero únicamente a través del despeje del cálculo del error cuadrático medio.

Cuando desarrollamos estadísticas con el objetivo de aproximarnos mediante estimadores, en particular para el valor en riesgo cuando la distribución asociada es compleja, la complicación en el ámbito teórico recae en la complejidad de los cálculos, desconocimiento de teoremas que faciliten concluir en una expresión concreto o de forma general la dificultad de obtener una fórmula para evaluar que tan preciso es el VaR y si a esto se agrega que se desconoce la distribución de la variable aleatoria asociada a los rendimientos del activo se vuelve casi imposible. En la práctica esto sucede muy a menudo por lo que se buscaron algunos otros métodos y técnicas que resultaran más simples de llevar a cabo.

Las técnicas de re-muestreo permiten suplir estos obstáculos sin embargo se genera un nuevo inconveniente que es la dificultad para realizar cálculos y procesos de las mismas requiriendo en algunos casos de tiempo para efectuarlos y que entre más grande la muestra se volverían más largos por lo que a pesar de los beneficios que brindan estas nuevas herramientas estadísticas, no era muy factible hacer uso de las técnicas de re-muestreo, sin embargo, la época en la que nos encontramos actualmente y su tecnología nos permite hacerlas sostenibles dejando los cálculos numéricos y procesos a las computadoras que son mucho más veloces y capaces en este ámbito. Durante los últimos años se considera que ha habido un incremento en el uso de las técnicas de re-muestreo.

Las técnicas de re-muestreo consisten en un conjunto de procedimientos para evaluar la precisión de las estadísticas de parámetros ya sea a través de la muestra o directamente sobre la misma estadística resultando en una mejor comprensión del estimador y así tomar mejores decisiones. Su aplicación es posible tanto para muestras con distribuciones conocidas como para muestras con distribuciones desconocidas.

Aunque existe gran información y aplicaciones para las técnicas, en el presente documento se hará énfasis en las dos técnicas más comúnmente empleadas; bootstrapping y jackknife. Suponiendo funciones de distribuciones desconocidas, su desarrollo se efectuará para estadísticas simples para calcular estimadores de parámetros, además se hará la suposición de que las muestras son de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con distribución desconocida por lo que se empleará la distribución empírica. Los métodos para evaluar estimadores de los cuales se hará uso con las tecnicas de re-muestreo serán el error estandar o su cuadrado y el sesgo.

En la actualidad existen varios softwares computacionales que permiten la aplicación de las técnicas de re-muestreo ahorrándonos las tareas de cálculos y procesos tales son los casos de R y Python.

2.4.1 Bootstrap

El algoritmo del Bootstrap fue descrito en un artículo publicado por Bradley Efron en el año 1979 y consiste en la generación de múltiples submuestras denominadas muestras Bootstrap, la replicación Bootstrap y estimar el error estándar de $\hat{\theta}$ o en su caso el sesgo en el orden escrito.

La muestra Bootstrap se define como;

Sea una muestra aleatoria de tamaño n con observaciones x_1, x_2, \dots, x_n , la muestra Bootstrap es $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$ una muestra aleatoria obtenida a partir de la distribución empírica \hat{F} construida con las observaciones x_1, x_2, \dots, x_n .

Se denota a la replicación Bootstrap del estimador $\hat{\theta}$ como θ^* y se define;

Sea $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ una muestra de tamaño n , $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ una muestra Bootstrap de tamaño n , $\hat{\theta}$ un estimador del parámetro θ y la función $t(\cdot)$ tal que $\hat{\theta} = t(\mathbf{x})$, entonces la replicación Bootstrap del estimador $\hat{\theta}$ se representa por $\hat{\theta}^* = t(\mathbf{x}^*)$.

Una vez obtenido $\mathbf{x}^{*1}, \mathbf{x}^{*2}, \dots, \mathbf{x}^{*m}$ muestras Bootstrap se aplica la replicación Bootstrap del estimador $\hat{\theta}$ a cada una de ellas obteniendo $\hat{\theta}^{*1}, \hat{\theta}^{*2}, \dots, \hat{\theta}^{*m}$.

En caso de emplear el error estándar como medida de precisión, se calcula a través de la desviación estándar muestral debido a que

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \widehat{se}_m = se_{\hat{F}}(\hat{\theta}^*),$$

donde \widehat{se}_m es la desviación estándar muestral del estadístico T con m muestras bootstrap para el caso particular de la técnica de Bootstrap y $se_{\hat{F}}(\hat{\theta}^*)$ la estimación ideal de $se_F(\hat{\theta})$. (Efron & J. Tibshirani, 1993)

La estimación del error estándar la calculamos de la siguiente forma

$$\widehat{se}_m = \sqrt{\sum_{i=1}^m \frac{\hat{\theta}^{*i} - \left(\frac{\sum_{j=1}^m \hat{\theta}^{*j}}{m}\right)}{m-1}}$$

Por otro lado, en caso de que se busque calcular la estimación del sesgo del estadístico empleando las muestras Bootstrap se calcula como sigue

$$\widehat{Sesgo}_m = \sum_{i=1}^m \frac{\hat{\theta}^{*i}}{m} - \hat{\theta}.$$

En palabras más simples de digerir, consisten en obtener una o múltiples nuevas submuestras aleatorias denominadas muestras Bootstrap a partir de una muestra aleatoria raíz para después calcular las estimaciones a cada submuestra generada. Finalmente, calcular la desviación estándar muestral de las estimaciones generadas por Bootstrap en caso de optar por el método del error estándar mientras que si se opta por el método del sesgo se calcula la estimación del sesgo.

La eficiencia de la técnica Bootstrap para evaluar la precisión de las estadísticas depende de factores como el tamaño de la muestra, puesto que una muestra mayor nos permitirá ser más precisos respecto a cómo se distribuyen los valores y por ende beneficiará la técnica, también depende del número de muestras Bootstrap generadas, de forma similar que la muestra original; un mayor tamaño nos permite ser más precisos sustentado en la convergencia del límite del sesgo. Además, es importante notar que la variabilidad de la muestra también influye al momento de la evaluación. Como se ha mencionado mientras más grande el valor de m más cercana será la estimación de la métrica de precisión a la métrica real, sin embargo, computacionalmente hablando no podríamos hacer infinitas muestras Bootstrap por lo que m será un número fijo grande de acuerdo a la velocidad del ordenador y el tiempo que se disponga, algunos autores recomiendan apoyarse en el cálculo del coeficiente de variación de la estimación de la métrica de precisión para definir el número de iteraciones adecuadas.

2.4.2 Jackknife

La palabra Jackknife que traducida al español sería “navaja” y puede hacer alusión a las ventajas que proporciona ante situaciones complicadas como lo haría una navaja. Este algoritmo como tal fue propuesto por Maurice Quenouille en el año 1949 aunque aún no se le había dado el nombre como se hace hoy en día, sin embargo, no fue hasta 1958 que John Wilder Tukey agrega su uso para calcular estimadores de varianza y acuñó el nombre Jackknife. Si bien durante estas épocas era complicado llevarlo a cabo debido a su definición, como se mencionaba anteriormente hoy en día las repeticiones computacionales nos motivan a aplicar este método de re-muestreo.

El algoritmo Jackknife consiste generar las llamadas muestras Jackknife para luego calcular sus replicas Jackknife y por último estimar el error estándar del estadístico $\hat{\theta}$ o en su caso el sesgo.

Se denota a la muestra Jackknife por $\mathbb{x}_{(i)}$ como;

Sea $\mathbb{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ una muestra aleatoria de tamaño n , $\hat{\theta}$ un estimador del parámetro θ y $t(\cdot)$ una función tal que $\hat{\theta} = t(\mathbb{x})$, entonces la muestra i -ésima Jackknife se calcula como

$$\mathbb{x}_{(i)} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, n.$$

Se denota a la i -ésima replicación Jackknife del estimador $\hat{\theta}$ por $\hat{\theta}_{(i)}$ mientras que se define por;

Sea $\mathbb{x}_{(i)} = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n)$ la muestra i -ésima Jackknife de tamaño $n - 1$, $t(\cdot)$ una función y el estimador $\hat{\theta}$ del parámetro θ , entonces la i -ésima replicación Jackknife del estimador $\hat{\theta}$ se calcula por $\hat{\theta}_{(i)} = t(\mathbb{x}_{(i)})$.

La estimación del error estándar se calcula por

$$\widehat{se}_{jack} = \sqrt{\frac{n-1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\hat{\theta}_{(i)} - \frac{\sum_{j=1}^n \hat{\theta}_{(j)}}{n} \right)^2}.$$

Por otro lado, el sesgo se estima como

$$\widehat{sesgo}_{jack} = (n-1) \left(\sum_{i=1}^n \hat{\theta}_{(i)} - \hat{\theta} \right).$$

En términos de eficiencia se puede mencionar que el Jackknife, cuando lo comparamos con el Bootstrap resulta menos eficiente. Además, para ciertas estimaciones de estadísticos la técnica Jackknife puede tener un fallo en la estimación de las métricas de precisión debido a su metodología de cálculo, dichos estadísticos pueden ser aquellos en los cuales su estimación es capaz de mantener el mismo valor cuando se modifica la muestra arbitrariamente, tal es el caso de la moda o la mediana. A continuación, se presentan las demostraciones para los estadísticos mencionados

- **Mediana:** Demostración por contradicción. Supongamos que la estimación de la mediana cambia su valor para cualquier cambio en el valor de las observaciones de la muestra. Sea una muestra $\mathbb{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ordenada, para n impar con mediana Me tal que

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{(n+1)/2-1} < x_{(n+1)/2} \leq x_{(n+1)/2+1} \leq \dots \leq x_n,$$

entonces $Me = x_{(n+1)/2}$ y el número de valores menores a $x_{(n+1)/2}$ en la muestra \mathbb{x} es $\frac{n+1}{2} - 1$ y el número de valores mayores o iguales también. Si se sustituye el valor de x_k en la muestra \mathbb{x} tal que $k < \frac{n+1}{2}$ por x_{k^*} tal que $x_{k^*} < x_{(n+1)/2}$ y $x_{k^*} \neq x_k$, entonces la nueva muestra ordenada será

$$\mathbb{x}_{k^*} = (x_1, x_2, \dots, x_{k^*}, \dots, x_{(n+1)/2}, \dots, x_n)$$

sin embargo, como $x_k < x_{(n+1)/2}$ y $x_{k^*} < x_{(n+1)/2}$ entonces tanto el número de valores mayores o iguales como menores a $x_{(n+1)/2}$ es $\frac{n+1}{2} - 1$, luego por definición la media $Me = x_{(n+1)/2}$ lo cual es contradicción ya que se suponía que al cambiar un valor de la muestra también lo haría el valor de la estadística.

Así la estimación de la mediana no cambia para cualquier cambio en el valor de las observaciones de la muestra.

Es análogo para una muestra $\mathbb{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ordenada con n impar y

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{(n+1)/2-1} \leq x_{(n+1)/2} < x_{(n+1)/2+1} \leq \dots \leq x_n.$$

Para n par sea una muestra $\mathbb{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ordenada tal que

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{n/2-1} < x_{n/2} \leq x_{n/2+1} < x_{n/2+2} \leq x_{n/2+3} \leq \dots \leq x_n,$$

entonces la cantidad de valores menores a $x_{n/2}$ está definida por $\frac{n}{2} - 1$ misma que para valores mayores a $x_{n/2+2}$, luego la media se estimará por $Me = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2}$, si x_g de la muestra tal que $x_g < x_{n/2}$ se modifica por x_{g^*} tal que $x_{g^*} < x_{n/2}$ y $x_{g^*} \neq x_g$, luego la muestra modificada ordenada será

$$\mathbb{x}_{k^*} = (x_1, x_2, \dots, x_{k^*}, \dots, x_{n/2}, x_{n/2+1}, \dots, x_n),$$

note que la cantidad de valores menores a $x_{n/2}$ es $\frac{n}{2} - 1$ y la cantidad de valores mayores a $x_{n/2+1}$ también es $\frac{n}{2} - 1$, luego por definición la media se estimará por $Me = \frac{x_{n/2} + x_{n/2+1}}{2}$.

Así para \mathbb{x} y \mathbb{x}_{k^*} la estimación de la mediana es la misma lo cual es una contradicción.

∴ La estimación de la mediana no cambia su valor para cualquier cambio en el valor de las observaciones de la muestra. ■

- **Moda:** Demostración por contradicción. Supongamos que la estimación de la moda cambia su valor para cualquier cambio en el valor de las observaciones de la muestra. Sea una muestra $\mathbb{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ de tamaño n , sea k el número máximo de elementos repetidos en la muestra tal que $k < n$ y k único, sea $A \subseteq \mathbb{x}$ tal que $A = \{x_l : x_l = c, c \in \mathbb{R}\}$ y $\dim(A) = k$, entonces por definición de estimación de la moda $Mo = c$.

$\forall B \subseteq \mathbb{X}$ tal que $B = \{x_l : x_l = d, d \in \mathbb{R}\}$ y $B \cap A = \emptyset$, por definición de $k \dim(B) < \dim(A)$. Si se sustituye $x_w \in B$ para x_w , B fijos por x_w^* tal que $x_w^* \neq x_s \forall x_s \in \mathbb{X}$, notemos que $x_w^* \notin B$, de esta forma la nueva dimensión de B será la dimensión anterior menos uno, además los demás subconjuntos definidos inicialmente no se modificarán puesto que $x_w^* \neq x_s \forall x_s$ por lo que sus dimensiones no se alteran, luego $\dim(B) < \dim(A) = k \forall B$, así nuevamente por definición de la estimación de moda $Mo = c$.

De esta forma la estimación de la moda es la misma con x_w que con x_w^* lo que es una contradicción ya que se hizo la suposición que la estimación de la moda cambia su valor para cualquier cambio en el valor de las observaciones de la muestra.

\therefore La estimación de la moda no cambia su valor para cualquier cambio en el valor de las observaciones de la muestra. ■

2.4.2.1 Delte-d Jackknife. En general se puede hablar acerca de una inconsistencia en la estimación del error estándar para estos casos utilizando la técnica jackknife, entonces para disminuir este efecto no deseado se desarrolló la variante “delte-d jackknife” entregando resultados teóricos sobre esta Shao y Wu (1989), dos años después Shao(1991).

Esta variación consiste que en lugar de extraer una observación de la muestra como se hace en la técnica original para generar la muestra Jackknife, se extraen una cantidad d de observaciones tal que $n = r \cdot d$ y $r, d \in \mathbb{N}$, en la práctica se opta por seleccionar d de tal forma que $\sqrt{n} \leq d \leq n$. Además, a la replicación del estimador se denota por $\hat{\theta}_{(s)}$ donde s representa la muestra al cual se le aplicó la estadística con el s -ésimo grupo removido. Se define la estimación del error estándar por

$$\widehat{se}_{d-jack} = \sqrt{\frac{r}{\binom{n}{d}} \cdot \sum_{s \in S} \left(\hat{\theta}_{(s)} - \frac{\sum_{z \in S} \hat{\theta}_{(z)}}{\binom{n}{d}} \right)^2},$$

donde S representa el conjunto de grupos removidos de la muestra.

2.4.3 Jackknife-after-Bootstrap

Cuando se evalúa la precisión en las estadísticas a través del Bootstrap se tiene que ser consciente de que dicha estimación dependerá de los valores en la muestra por lo que es natural preguntarse acerca de qué tanta influencia tienen las observaciones para estimar los evaluadores

de precisión o bien que tan cierto o incierto es. Una propuesta es el Jackknife-after-Bootstrap que busca estimar la varianza de la estimación del error estándar calculado por Bootstrap con m replicaciones ($Var[\widehat{se}_m]$), utilizando de apoyo la técnica Jackknife. El inconveniente que se presenta es la cantidad de cálculos realizados que aumentarán a mayor tamaño de la muestra y a mayor tamaño de replicaciones Bootstrap.

Se inicia calculando el error estándar con la técnica Bootstrap con m replicaciones bootstrap para cada i -ésima muestra jackknife, a cada una se le denota por $\widehat{se}_{m(i)}$, $i = 1, \dots, n$, luego se procede a calcular la estimación de la varianza como

$$\widehat{Var}_{jack}(\widehat{se}_m) = \frac{n-1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n \left(\widehat{se}_{m(i)} - \sum_{j=1}^n \frac{\widehat{se}_{m(i)}}{n} \right)^2.$$

2.5 Adaptación de las Técnicas de Re-muestreo

Un análisis profundo de los modelos propuestos para medir el riesgo nos permite tener una noción más amplia acerca de cuáles son sus puntos fuertes y débiles. Debe recordarse que las estadísticas también tienen medidas de precisión y las estadísticas aplicadas en estas metodologías no son la excepción, el aplicar las medidas de precisión a cada una de ellas nos proporcionará una nueva perspectiva para comparar y entenderlas de mejor forma. Las técnicas de re-muestreo sirven como otra herramienta más en el análisis de las metodologías del valor en riesgo cuando se consideran datos de corte transversal.

Las técnicas de re-muestreo propuestas se basan en el estimador $\hat{\theta}$ del parámetro θ , el estadístico $t(\cdot)$ y la muestra \mathbf{x} tal que $\hat{\theta} = t(\mathbf{x})$, el valor en riesgo será el parámetro y el estadístico dependerá del método empleado para el cálculo del VaR.

Puesto que el valor en riesgo es un percentil, la técnica Jackknife no se recomienda para estimar la precisión del estimador, en su caso se propone emplear la técnica Bootstrap, la versión modificada del t -d Jackknife o en su caso la técnica híbrida Jackknife-after-Bootstrap. Por conveniencia se prefiere calcular el VaR en términos de rendimiento ya que nos permitirá comparar las métricas de precisión entre sí.

2.5.1.1 Metodología con Supuesto de Distribución Normal. En esta metodología se hace la suposición de que los rendimientos tienen distribución normal con media cero. Para este caso en particular no se puede medir la precisión de la estimación del VaR a través de las técnicas de re-muestreo propuestas porque la estimación del valor en riesgo no se aplica directamente a una muestra, caso diferente con la estimación de la varianza sin embargo no es el objetivo de este documento.

2.5.1.2 Simulación Montecarlo. Después de generar las simulaciones de los precios a través del tiempo y generar la distribución de pérdidas y ganancias de los rendimientos, seleccionamos un tiempo en particular donde obtendremos nuestros datos de corte transversal y posteriormente se calcula el \widehat{VaR}_p para el tiempo seleccionado.

El parámetro VaR_p a un tiempo t fijo se estimará a través del estimador $\hat{\theta}$ que para esta metodología será el \widehat{VaR}_p^t y la muestra de las pérdidas y ganancias sobre rendimientos simulados al tiempo t como $\mathbb{x}_{r^*}^t = (r_1^{*t}, r_2^{*t}, \dots, r_m^{*t})$.

Sin embargo, puesto que la simulación Montecarlo está basada en una distribución tal como la normal, aplicar las técnicas de re-muestreo a esta metodología de cálculo del VaR queda en segundo plano.

2.5.1.3 Simulación Histórica. De forma similar al caso de la simulación Montecarlo para un tiempo t fijo el parámetro VaR_p se estima mediante el estimador \widehat{VaR}_p y la muestra de las pérdidas y ganancias sobre rendimientos simulados como $\mathbb{x}_{r^*} = (r_1^*, r_2^*, \dots, r_{n-1}^*)$. Con el motivo de conseguir una mejor comparación con los otros métodos para la estimación del valor en riesgo no se deberá considerar crecimiento absoluto.

2.5.1.4 Simulación Bootstrap. Un caso particular dentro de las metodologías mencionadas es la estimación del valor en riesgo por simulación Bootstrap debido a que en el cálculo del estimador se hace uso de la técnica de re-muestreo con el mismo nombre. La metodología es la misma hasta la obtención de las m replicaciones Bootstrap con la diferencia de que en la técnica Bootstrap estima el sesgo o el error estándar mientras que en la estimación del VaR calcula la media del mismo.

Antes de calcular las medidas de precisión será necesario comprobar a través de una prueba de hipótesis que $\widehat{VaR}_p(\mathbb{x}_{r^*}) = VaR_p^{bootstrap}$ para $\mathbb{x}_{r^*} = (r_1^*, r_2^*, \dots, r_{n-1}^*)$ muestra de las pérdidas y ganancias sobre los rendimientos originales. Una vez comprobado esto se procede a estimar las medidas de precisión.

Capítulo 3 Valor en Riesgo no Paramétrico con Técnicas de Re-muestreo

Como se ha mencionado, el valor en riesgo se emplea para medir el riesgo de mercado que presentan los activos, en particular también se aplican sobre los índices bursátiles mexicanos. Haciendo uso de las metodologías, procedimientos y técnicas se busca robustecer las decisiones tomadas.

La base de datos obtenida de los valores diarios del índice de precios y cotizaciones fue obtenida en la página oficial "S&P Global" en el apartado "S&P Dow Jones Indices".

El cálculo del valor en riesgo se calculará sobre el IPC al 31 de diciembre de 2021 con un horizonte de tiempo de un día.

3.1 Índice de Precios y Cotizaciones

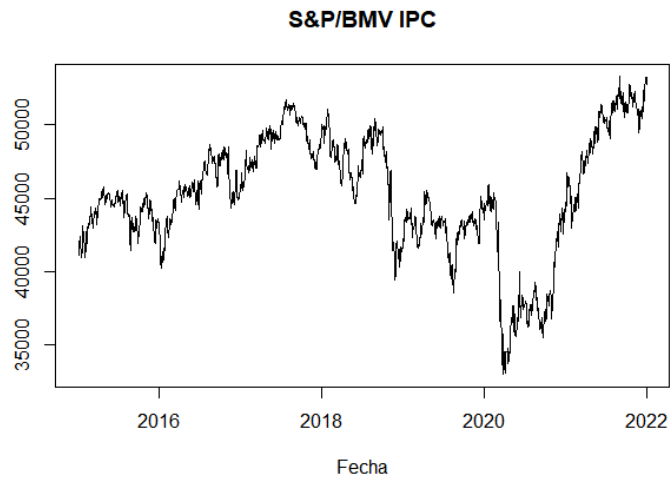
El índice de precios y cotizaciones es el índice más transaccionado dentro del mercado mexicano por lo que se le puede denominar representativo del mismo además de considerarse principal indicador de la Bolsa Mexicana de Valores.

3.1.2 Análisis Histórico

Dentro del presente documento se hará un análisis a partir de los valores registrados del índice de precios y cotizaciones desde el 2 de enero de 2015 hasta el 31 de diciembre de 2021. (Standard & Poor's Financial Services LLC, s.f., S&P/BMV IPC)

Figura 6

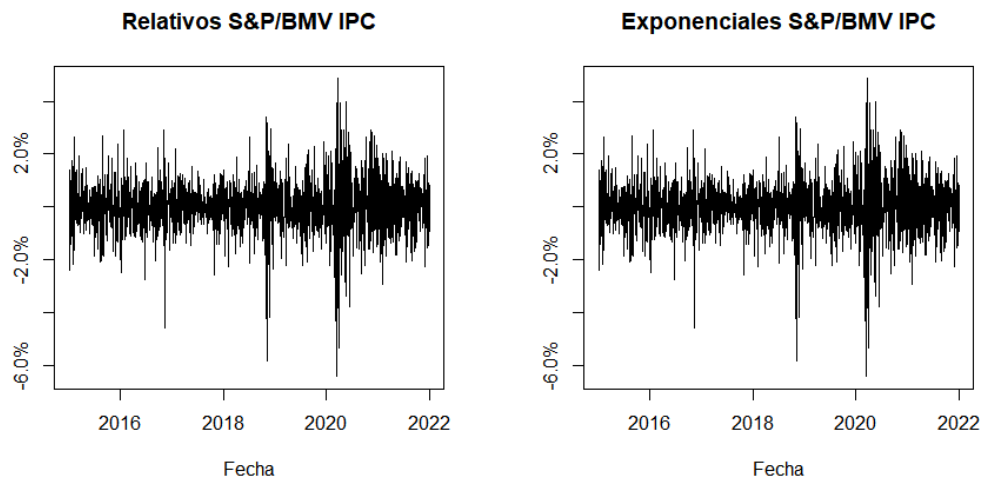
S&P/BMV IPC histórico desde 2015 hasta 2021



Mientras que los rendimientos relativos y exponenciales asociados al índice de precios y cotizaciones gráficamente se representan en la Figura 6.

Figura 7

Rendimientos relativos y exponenciales del S&P/BMV IPC del 2015 a 2021



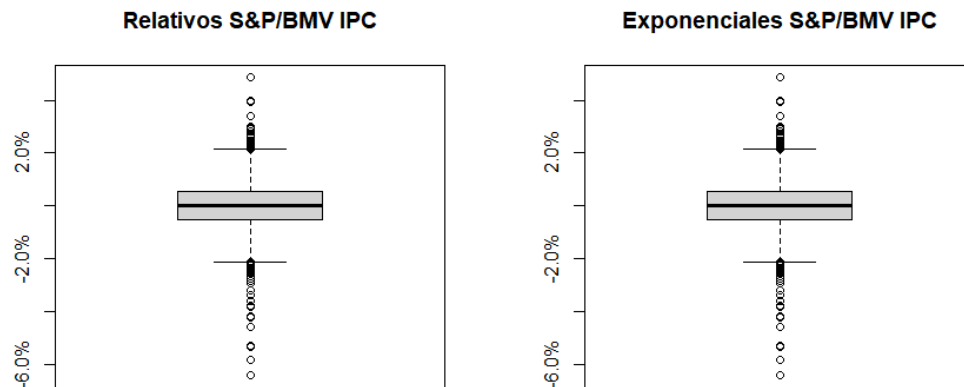
En la Figura 7 se muestran los diagramas de cajas y bigotes de los rendimientos relativos y exponenciales. Como se puede observar tanto en la Figura 6 como en la Figura 7 la media de los rendimientos se aproxima a cero además que los valores de los rendimientos relativos y

exponenciales son similares. Además, se identifican 40 valores atípicos negativos y 37 valores atípicos positivos en ambos tipos de rendimientos.

Las medias muestrales de los rendimientos relativos y exponenciales son $\bar{x}_R = 0.0182678\%$ y $\bar{x}_E = 0.0133525\%$ respectivamente mientras que las desviaciones estándar muestrales $s_R = 0.9924426\%$ y $s_E = 0.9902109\%$ respectivamente. Notar que las estimaciones obtenidas para los dos tipos de rendimientos son muy similares por lo que convendría aplicar pruebas de hipótesis que lo afirmen. Además, es importante señalar que las gráficas y estimaciones muestran valores cercanos a cero para el caso de las medias y a uno para las desviaciones estándar.

Figura 8

Diagrama de cajas y bigotes de rendimientos de 2015 a 2021



Debido a que se desconocen las distribuciones de los rendimientos de la muestra, se hace uso de pruebas no paramétricas.

Haciendo uso de la prueba no paramétrica “Kolmogorov-Smirnov” de dos colas definimos la hipótesis nula que la distribución de los rendimientos relativos y exponenciales son iguales, el valor p obtenido es 1 por lo que se acepta la hipótesis nula (Calculado por el software estadístico

“R”). Por esta razón se utilizará el rendimiento relativo como representante de ambos tipos de rendimientos.

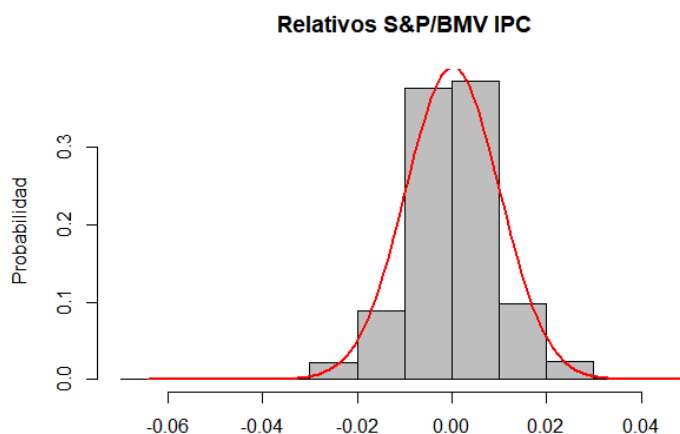
3.2 Cálculo de VaR Paramétrico

Hay que recordar que las metodologías de cálculo del VaR paramétrico suponen que la muestra sigue cierta distribución, para las seleccionadas en el documento se asume una distribución normal sobre los rendimientos del activo.

Gráficamente se puede observar una similitud entre los histogramas de los rendimientos y las funciones de densidad de distribuciones normales con medias \bar{x}_R , \bar{x}_E y desviaciones estándar s_R , s_E como se puede apreciar en la Figura 9, sin embargo, la prueba de bondad de ajuste “Kolmogorov-Smirnov” con hipótesis nula de distribución normal para los rendimientos del índice de precios y cotizaciones marca un p-value asociado de $2.397 \cdot 10^{-15}$ (Calculado a través del software estadístico “R”), así se rechaza la hipótesis nula para un nivel de significancia mayor a $2.397 \cdot 10^{-15}$, entonces para un nivel de significancia de 0.5 se rechaza la idea que los rendimientos se distribuyen de forma normal.

Figura 9

Histograma de rendimientos relativos y fdp normal con media \bar{x}_R y desviación estándar S_R



De esta forma no se recomienda hacer uso de la metodología de cálculo de valor en riesgo paramétrico sin deshacerse de los valores atípicos.

Por otro lado, cuando se eliminan los valores atípicos los p-values asociados en la prueba son 0.1365 y 0.09752 para los rendimientos relativos y exponenciales, respectivamente por lo que para un nivel de significancia del 5% no se rechazaría la hipótesis nula, es decir, no se rechaza que los rendimientos se distribuyan como una variable aleatoria normal.

Para poder aplicar las metodologías del cálculo del VaR paramétrico se tomará como muestra la base de datos sin los considerados valore atípicos, en este caso la media y desviación estándar muestral son $\bar{x}_R = 0.0002994066$ y $s_R = 0.0077821$.

- **Metodología con supuesto de distribución normal:** para un nivel de confianza del 95% el valor de F es 1.644854, la desviación estándar muestral para los rendimientos relativos es 0.0099021, tomando un intervalo de tiempo de un día y con el último precio de la base de datos $S = 53,272.44$ que corresponde a la fecha 31 de diciembre de 2021, de esta forma

$$VaR_{0,95} = (1.6448) \cdot (53,272.44) \cdot (0.007782106) \cdot \sqrt{1} = 681.9099.$$

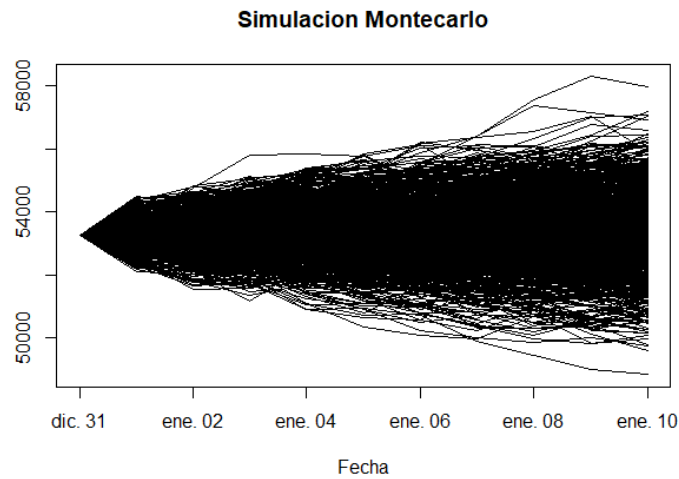
Mientras que en forma de rendimiento

$$VaR_{0,95} = (1.6448) \cdot (0.007782106) \cdot \sqrt{1} = 0.01280043.$$

- **Simulación Montecarlo:** tomando la media y desviación muestral de los rendimientos relativos, se generaron 1000 simulaciones Montecarlo con un máximo de horizonte temporal $t = 10$ e intervalo temporal de un día. Gráficamente la Figura 10 muestra los valores que tomaron las 1000 simulaciones durante los 10 días. Para calcular el VaR con horizonte de un día se emplearon los valores simulados correspondientes al 1 de enero de 2022.

Figura 10

Simulación Montecarlo del IPC con horizonte máximo a 10 días

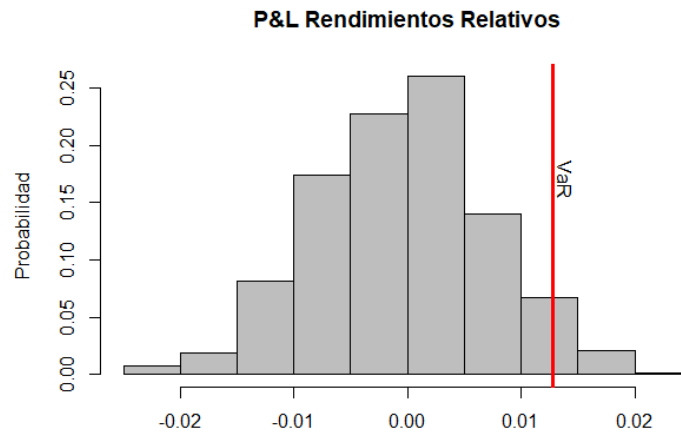


Obteniendo los rendimientos sobre los valores simulados del Índice de Precios y Cotizaciones para el horizonte temporal de un día el VaR expresado en unidades del IPC con $p = 0.95$ es $VaR_{0.95} = 681.3643$ mientras que expresado en rendimientos $VaR_{0.95} = 0.01279018$.

En la Figura 11 se puede apreciar el histograma correspondiente a la distribución P&L para los rendimientos calculados sobre las 1000 simulaciones Montecarlo para un horizonte temporal de un día además del valor en riesgo estimado correspondiente con un nivel de confianza del 95% marcado con una línea de color rojo.

Figura 11

Histograma de P&L de los rendimientos relativos de la simulación Montecarlo para t=1 y VaR al 95%



3.2.1 Expected Shortfall

El Expected Shortfall sobre el rendimiento relativo estimado suponiendo una distribución normal con media \bar{x}_R , desviación estándar s_R y nivel de confianza $p = 0.95$ se calcula como

$$ES_p = 0.0002994066 + (0.007782106) \cdot \frac{0.1031356}{1 - 0.95} = 0.01635166.$$

3.2.2 Backtesting

Para el backtesting de los valores en riesgo calculados a través de métodos no paramétricos no se aplicará la prueba de Christoffersen debido a que esta contempla los datos ordenados por intervalos de un día y puesto que se eliminaron los valores atípicos supuestos imposibilita el ordenamiento por intervalos de un día.

El nivel de significancia α utilizado para todas las pruebas realizadas será $\alpha = 0.05$.

- **Metodología con supuesto de distribución normal:** El número de valores en esta nueva base de datos que rebasan al VaR calculado por esta metodología son 89 mientras que los que no lo hacen son 1594. Así, el ratio de violaciones se estima como $\hat{\pi} = 0.05288176$.

A través de la prueba de Kupiec la región de no rechazo para la hipótesis nula cuando el estadístico de prueba se define a partir de la distribución binomial con $n = T$ y $p^* = 1 - p$ es el intervalo cerrado $[67,101]$ con $\tilde{\alpha} = 0.05698949$, por lo tanto; como $T_1 = 89$ no se rechaza la hipótesis nula. Cuando el estadístico de prueba se desarrolla mediante la aproximación normal es $Z_p = 0.5282562$ mientras que el percentil $1 - \alpha$ de una distribución normal con media y desviación estándar 0 y 1 respectivamente es 1.644854, la regla de decisión indica no rechazar la hipótesis nula. Por último, haciendo uso del estadístico a través de la distribución chi-cuadrado con un grado de libertad se obtiene $LR_{uc} = 0.289037$ contra el percentil $\chi^2_{1,1-\alpha} = 3.841459$, de acuerdo con la regla de decisión no se rechaza la hipótesis nula.

Lo anterior mencionado puede apreciarse de mejor forma mediante la Tabla 1 que se muestra a continuación.

Tabla 1

<i>Estadística</i>	<i>Valor</i>	<i>Decisión</i>
<i>Binomial</i>	89	No rechazar H_0
<i>Normal</i>	0.5282562	No rechazar H_0
<i>Chi-cuadrada</i>	0.289037	No rechazar H_0

En general podemos decir que a través de la prueba de Kupiec, no se rechaza que la tasa de violaciones $\hat{\pi}$ sea igual al nivel de significancia $\alpha = 0.05$.

- **Simulación Montecarlo:** Para el caso del cálculo del valor en riesgo mediante la simulación Montecarlo el número de valores que rebasan el VaR es igual a los que se obtuvieron para la metodología con supuesto de distribución normal, es decir, $T_1 = 89$ y $T_0 = 1594$ por lo que la tasa de violaciones es la misma y los estadísticos estimados son los mismos que en la metodología anterior, entonces de acuerdo a la prueba de Kupiec no se rechaza que la tasa de violaciones sea igual al nivel de significancia $\alpha = 0.05$.

3.3 Cálculo de VaR no Paramétrico

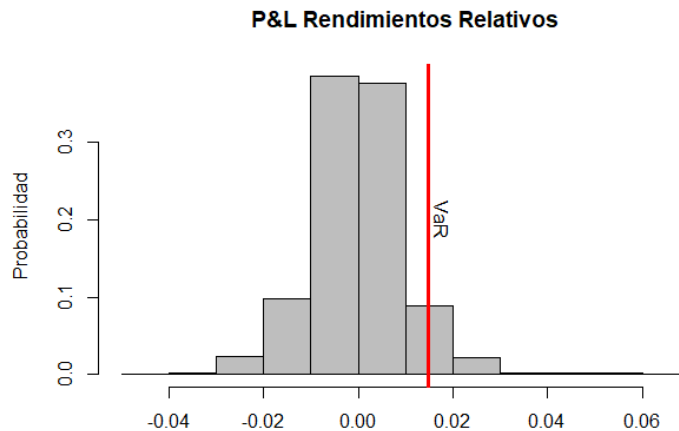
El aplicar el cálculo del VaR no paramétrico para el caso presentado permite conservar los valores que se consideraron como atípicos con mayor facilidad que en el valor en riesgo paramétrico, gracias a esto es posible aplicar la prueba de Christoffersen que requiere de los

datos ordenados con un intervalo de tiempo de un día. Además, el conservar estos valores nos permite tener una mejor idea respecto a las pérdidas que se podrían sufrir.

- **Simulación Histórica:** El valor en riesgo estimado al 95% de confianza expresado en puntos es $VaR_{0,95} = 794.1417$ mientras que expresado en términos de rendimiento se obtiene $VaR_{0,95} = 0.01490718$. La Figura 12 muestra el histograma correspondiente a la distribución de P&L de rendimientos para la simulación histórica y el valor en riesgo al 95% de confianza estimado mediante esta metodología.

Figura 12

Histograma de P&L de los rendimientos relativos de la simulación histórica y VaR al 95%



- **Simulación Bootstrap:** Se generaron 1000 simulaciones Bootstrap sobre el VaR al 95% de confianza de los rendimientos relativos, la media de las replicaciones Bootstrap es 0.01504476 de esta forma el VaR estimado expresado en términos de rendimiento es igual a la media de las replicaciones, es decir, es $VaR_{0,95} = 0.01504476$. El histograma asociado a las replicaciones Bootstrap VaR al 95% de confianza, así como su media se presentan en la Figura 14.

3.3.1 Backtesting

El backtesting para los valores en riesgo calculados por metodología no paramétrica se compone de dos pruebas; prueba de Kupiec y prueba de Christoffersen. El nivel de significancia para las pruebas se define como $\alpha = 0.05$.

- **Simulación Histórica:** La cantidad de valores que sobrepasan al VaR estimado mediante simulación histórica es 88 y 1672 los que son menores o iguales, de esta forma se obtiene el ratio de violaciones $\hat{\pi} = 0.05$.

Para la prueba de Kupiec si el estadístico de prueba se calcula mediante la distribución binomial con parámetros $n = T$ y $p^* = 1 - p$, la región de no rechazo de la hipótesis nula se define por el intervalo cerrado $[71, 105]$ para $\tilde{\alpha} = 0.06291308$, ya que $T_1 = 88$ la regla de decisión indica no rechazar la hipótesis nula. Mediante aproximación normal el estadístico de prueba tiene el valor $Z_p = -8.014031 \cdot 10^{-15}$ y $Z_{1-\alpha} = 1.644854$, como $Z_p < Z_{1-\alpha}$ entonces no se rechaza la hipótesis nula. El estadístico de prueba calculada haciendo uso de la distribución chi-cuadrado es $LR_{uc} = -1.469935 \cdot 10^{-13}$ mientras que el $(1 - \alpha)$ percentil es $\chi_{1,1-\alpha}^2 = 3.841459$ por lo que a través de la regla de decisión indica no rechazar la hipótesis nula. La Tabla 2 muestra un resumen de los tres diferentes estadísticos de la prueba de Kupiec y la decisión asociada.

La prueba de Christoffersen se divide en dos partes; la primera es el test de independencia y la segunda es el test de cobertura condicional. El número de cambios de estados 0 y 1 donde 0 representa que no se rebasa al VaR estimado mientras que 1 representa que, si lo rebasa, de esta forma se tienen las siguientes cantidades de valores $T_{00} = 1596$, $T_{10} = 76$, $T_{01} = 75$ y $T_{11} = 13$, luego se calculan los ratios $\hat{\pi}_{01} = 0.048833$ y $\hat{\pi}_{11} = 0.1460674$, además en la prueba anterior se tenía $T_0 = 1672$, $T_1 = 88$ y $\hat{\pi} = 0.05$. A partir de la información obtenida se procede a calcular el estadístico de prueba del test de independencia cuyo valor obtenido es $LR_{ind} = 12.62089$, la regla de decisión indica que se debe rechazar la hipótesis nula, es decir; se rechaza la independencia de violaciones entre periodos. Para calcular el estadístico del test de cobertura condicional basta con sumar los estadísticos LR_{ind} y LR_{uc} , de esta forma el estadístico del test es $LR_{cc} = 12.62089$, nuevamente la regla de decisión nos dicta rechazar la hipótesis nula, es decir, se rechaza la independencia de violaciones entre periodos y que sean iguales a α .

La Tabla 2 muestra a forma de resumen lo anterior mencionado.

Tabla 2

<i>Prueba</i>		<i>Valor</i>	<i>Decisión</i>
<i>Kupiec</i>	<i>Binomial</i>	88	No se rechaza H_0

	<i>Normal</i>		$-8.014031 \cdot 10^{-15}$	No se rechaza H_0
	<i>Chi-cuadrada</i>		$-1.469935 \cdot 10^{-13}$	No se rechaza H_0
<i>Christoffersen</i>	<i>Test de Independencia</i>		12.62089	Se rechaza H_0
	<i>Test de Cobertura Condicional</i>		12.62089	Se rechaza H_0

- **Simulación Bootstrap:** Las cantidades T_0 y T_1 tomando el VaR estimado por simulación Bootstrap son $T_0 = 1673$ y $T_1 = 87$, luego el ratio de violaciones se estima por $\hat{\pi} = 0.04943182$.

Para la prueba de Kupiec si la estadística de prueba se obtiene a través de la distribución binomial con $n = T$ y $p^* = 1 - p$, la región de no rechazo está definida por el intervalo cerrado $[71, 105]$ para $\tilde{\alpha} = 0.06291308$ por lo que de acuerdo a la regla de decisión como $T_1 \in [71, 105]$ no se rechaza la hipótesis nula. El estadístico de prueba obtenida por aproximación normal se estima como $Z_p = -0.1099635$ mientras que $Z_{1-\alpha} = 1.644854$ por lo que no se rechaza la hipótesis nula. Si la estadística de prueba se calcula considerando la distribución chi-cuadrado entonces su valor estimado es $LR_{uc} = 0.01200489$ y $\chi_{1,1-\alpha}^2 = 3.841459$ de esta forma no se rechaza la hipótesis nula y en general para la prueba de Kupiec no se rechaza la hipótesis nula.

Respecto a la prueba de Christoffersen se tienen la siguiente información; $T_{00} = 1598$, $T_{10} = 75$, $T_{01} = 74$ y $T_{11} = 13$, donde T_{ij} representa el número de valores que pasaron del estado i al estado j , 0 representa que el valor no rebasa al VaR estimado por simulación Bootstrap en cambio 1 representa que el valor si lo rebasa, a partir de estos números se estiman los ratios $\hat{\pi}_{01}$ y $\hat{\pi}_{11}$ obteniendo $\hat{\pi}_{01} = 0.04425837$ y $\hat{\pi}_{11} = 14.60674$, recordando de la prueba de Kupiec $T_0 = 1673$, $T_1 = 87$ y $\hat{\pi} = 0.04943182$. Con los datos mostrados se estima el estadístico de prueba para el test de independencia como $LR_{ind} = 13.07481$, debido a que $\chi_{1,1-\alpha}^2 = 3.841459$, entonces se rechaza la hipótesis nula. Como en la prueba de Kupiec se obtuvo $LR_{uc} = 0.01200489$ entonces el estadístico de prueba para el test de cobertura condicional de la prueba de Christoffersen es estima como $LR_{cc} = LR_{ind} + LR_{uc} = 13.08681$ de esta forma se rechaza la hipótesis nula para un nivel de significancia de α .

Con el objetivo de mostrar los estadísticos de prueba y las decisiones del backtesting para la estimación del VaR mediante simulación Bootstrap se presenta la Tabla 3.

Tabla 3

<i>Prueba</i>		<i>Valor</i>	<i>Decisión</i>
<i>Kupiec</i>	<i>Binomial</i>	87	No se rechaza H_0
	<i>Normal</i>	-0.1099635	No se rechaza H_0
	<i>Chi-cuadrada</i>	0.01200489	No se rechaza H_0
<i>Christoffersen</i>	<i>Test de Independencia</i>	13.07481	Se rechaza H_0
	<i>Test de Cobertura</i>	13.08681	Se rechaza H_0
	<i>Condicional</i>		

3.4 VaR no Paramétrico con Técnicas de Re-muestreo

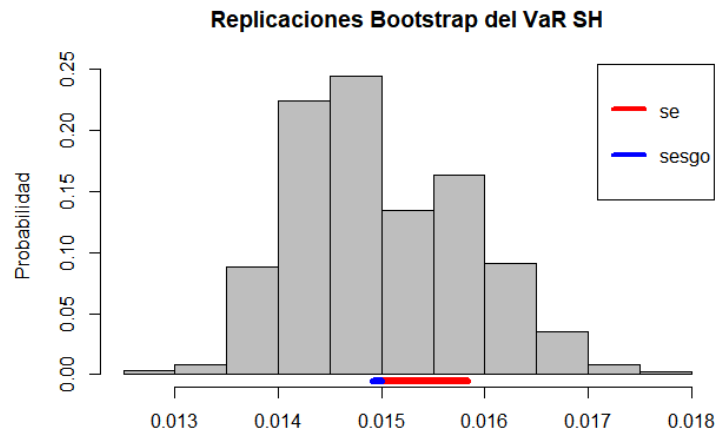
Una forma de analizar la precisión de los VaR estimados es a través de las técnicas de re-muestreo que nos permiten estimar la precisión de los mismos, esto como consecuencia nos dará más herramientas para tomar una mejor decisión en la selección de la estimación del valor en riesgo.

Para el caso de estudio de este documento se harán uso de las técnicas de re-muestreo Bootstrap, Jackknife y delte-d Jackknife además de Jackknife after Bootstrap cuyo objetivo es estimar la varianza del estimado del error estándar.

- Simulación Histórica: Para la técnica de re-muestreo Bootstrap se considera $m = 1000$, es decir, se generan 1000 simulaciones Bootstrap del VaR al 95% de confianza sobre la distribución de P&L de los rendimientos relativos, los valores obtenidos de las replicaciones Bootstrap, la media las replicaciones es 0.01500446 luego se calcula la estimación del error estándar cuyo valor es $\widehat{se}_{1000} = 0.0008344631$ y la estimación del VaR por simulación histórica es $VaR_{0.95} = 0.01490718$, el sesgo se estima como $\widehat{Sesgo}_{1000} = 0.01500446 - 0.01490718 = 9.728063 \cdot 10^{-5}$, como el error cuadrático medio se estima $\widehat{MSE}_{1000} = \widehat{se}_{1000}^2 + \widehat{Sesgo}_{1000}^2 = 0.0009317437$. El histograma asociado a las 1000 replicaciones Bootstrap, así como el error estándar y sesgo estimados se pueden apreciar en la Figura 13.

Figura 13

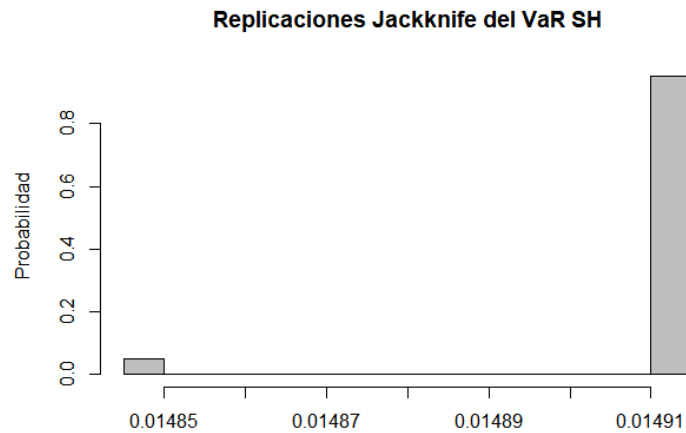
Histograma de 1000 replicaciones Bootstrap del VaR por simulación histórica, se y sesgo



Con la técnica de re-muestreo Jackknife tomando en cuenta que la cantidad de datos históricos es 1760, entonces $n = 1760$, luego la media de las replicaciones es 0.01490741 con esto se obtiene la estimación del error estándar asociado $\widehat{se}_{jack} = 0.0005862525$, además la estimación del sesgo $\widehat{sesgo}_{jack} = 0.0004025615$. Por último, calculamos el estimador el error cuadrático $\widehat{MSE}_{jack} = \widehat{se}_{jack} + \widehat{sesgo}_{jack} = 0.00098814$. A través de la Figura 14 podemos observar cómo se comportan las replicaciones Jackknife, se aprecia la separación entre valores además de que una gran cantidad corresponde a un valor en específico, por estas razones tanto el error estándar como el sesgo podrían considerarse no representativos como métricas de precisión.

Figura 14

Histograma de replicaciones Jackknife del VaR por simulación histórica



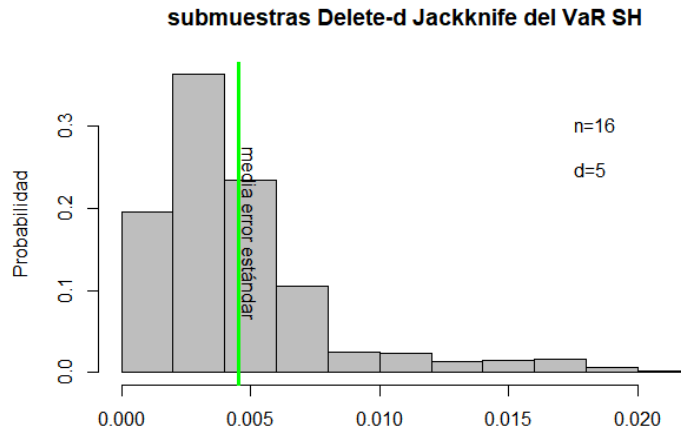
En particular sobre este caso de estudio al contar con un número grande de valores en la base de datos se complica aplicar la técnica de re-muestreo delte-d Jackknife para la muestra completa puesto que sería una gran cantidad de cálculos que una computadora promedio tardaría demasiado en ejecutar, por esta razón propone seleccionar de forma aleatoria 1000 sub-muestras de tamaño 16, para luego aplicar la técnica de re-muestreo con $d = 5 > \sqrt{16}$ y así el número de combinaciones posibles para cada sub-muestra se calcula como

$$\binom{16}{5} = \frac{16!}{5! \cdot (16 - 5)!} = 4368.$$

Es decir, 4368 muestras delete-d Jackknife para cada submuestra. Debido a la gran diferencia entre la submuestra y la muestra original, esta técnica modificada solo se desarrollará a modo de ejemplo. La media de las técnicas de re-muestreo para las 100 submuestras es 0.0045375642.

Figura 15

Histograma de 1000 errores estándar delete-d Jackknife de submuestras para el VaR



Se agrega la Tabla 4 a manera de resumen sobre los valores obtenidos a través de las técnicas de re-muestreo.

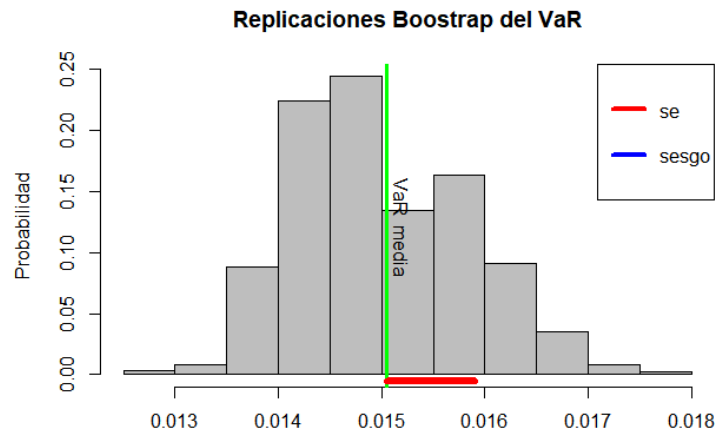
Tabla 4

<i>Técnica</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Sesgo</i>	<i>Error cuadrado medio</i>
<i>Bootstrap</i>	0.0008344631	0.00009728063	0.0009317437
<i>Jackknife</i>	0.0005862525	0.00004025615	0.0009888140
<i>Delete-d Jackknife</i>	0.0045375642		

- Simulación Bootstrap: Debido a que la misma metodología de estimación para el valor en riesgo requiere de la simulación Bootstrap no es necesario volver a generar nuevas replicasiones Bootstrap, basta con hacer uso de las 1000 que ya se han generado. Recordando que la media de las replicasiones es igual a la estimación del VaR, es decir, 0.01504476, además $m = 1000$ con esto es posible estimar el error estándar cuyo valor es $\widehat{se}_{1000} = 0.0008549423$ mientras que la estimación del sesgo es $\widehat{sesgo}_{1000} = 0.01504476 - 0.01504476 = 0$, por esto la estimación del error cuadrático medio $\widehat{MSE}_{1000} = \widehat{se}_{1000} + \widehat{sesgo}_{1000} = 0.0008549423$. La distribución de las 1000 replicasiones Bootstrap para el valor en riesgo con el 95% de confianza pueden apreciarse a través del histograma de la Figura 16.

Figura 16

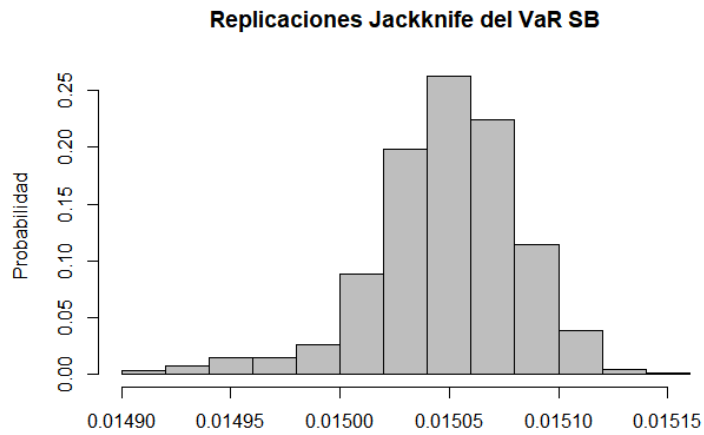
Histograma de 1000 replicas Bootstrap del VaR, media, error estándar y sesgo



Para el caso de la técnica de re-muestreo Jackknife cuando se aplica sobre la estimación del VaR mediante simulación Bootstrap debido a la metodología de ambas partes puede ser muy similar a la técnica Jackknife after bootstrap puesto que se elimina un valor de la muestra y se calcula la media de las replicas obtenidas por 1000 simulaciones Bootstrap por cada valor eliminado. La media de las replicas es 0.01504873 y $n = 1760$, a partir de esto se estima el error estándar $\widehat{se}_{jack} = 0.0014212572$ y el sesgo $\widehat{sesgo}_{jack} = 0.006970459$, una vez obtenidos estos estimadores es posible calcular el asociado al error cuadrático medio $\widehat{MSE}_{jack} = \widehat{se}_{jack} + \widehat{sesgo}_{jack} = 0.0083917165$.

Figura 17

Histograma de replicaciones Jackknife del VaR para 1000 simulaciones Bootstrap



De forma similar al caso de la simulación histórica la versión modificada de la técnica de remuestreo delete-d Jackknife se tomará como ejemplo con 100 submuestras de tamaño 16 y $d = 5 > \sqrt{16}$ y en el estimador de la estadística se generarán 100 simulaciones Bootstrap para estimar el valor en riesgo de cada muestra delete-d Jackknife. La media obtenida por esta metodología es 0.003975553.

Tabla 5

<i>Técnica</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Sesgo</i>	<i>Error cuadrado medio</i>
<i>Bootstrap</i>	0.0008549423	0	0.0008549423
<i>Jackknife</i>	0.0014212572	0.006970459	0.0083917165
<i>Delete-d Jackknife</i>	0.003975553		

3.4.1 Jackknife After Bootstrap

La varianza del estimador del error estándar asociado al estimador del valor en riesgo mediante la metodología de simulación Bootstrap se estima a través de la técnica jackknife after bootstrap considerando un número de simulaciones $m = 1000$ por cada extracción Jackknife, el valor obtenido es $\widehat{Var}_{jack}(\widehat{se}_m) = 5.492168 \cdot 10^{-7}$ por lo de su desviación estándar estimada es

$\sqrt{\widehat{Var}_{jack}(\widehat{se}_m)} = 0.0007410916$, este valor es una referencia acerca de la medida de certeza del estimador \widehat{se}_m . Para el caso de los modelos presentados no cobra mayor relevancia debido a la cantidad de los mismos y sus metodologías sin embargo es importante señalar que para la comparativa de otras estadísticas toma más relevancia en el análisis.

A forma de resumen se presenta la siguiente tabla donde se muestra lo mencionado en el capítulo (debido a la cantidad de información se opta por transponer la tabla, i. e., se intercambian filas por columnas).

Tabla 6

<i>Metodología</i>		<i>Supuesto</i>	<i>Simulación</i>	<i>Simulación</i>	<i>Simulación</i>
		<i>D. Normal</i>	<i>Montecarlo</i>	<i>Histórica</i>	<i>Bootstrap</i>
<i>VaR</i>	<i>Valor</i>	681.9099	681.3643	794.1417	801.4713
	<i>Rendimiento</i>	0.01280043	0.01279018	0.01490718	0.01504476
<i>Con outliers</i>		No	No	Si	Si
<i>Backtesting</i>	<i>Prueba de Kupiec</i>	No rechazar H_0	No rechazar H_0	No rechazar H_0	No rechazar H_0
	<i>Prueba de Christoffersen</i>	No aplica	No aplica	Se rechaza H_0	Se rechaza H_0
	<i>Bootstrap</i>	No aplica	No aplica	0.0008344631	0.0008549423
<i>Error estándar</i>	<i>Jackknife</i>	No aplica	No aplica	0.0005862525	0.0014212572
	<i>Delete-d Jackknife</i>	No aplica	No aplica	0.0045375642	0.003975553
<i>Sesgo</i>	<i>Bootstrap</i>	No aplica	No aplica	0.0008344631	0

	<i>Jackknife</i>	No aplica	No aplica	0.0005862525	0.006970459
	<i>Delete-d</i>	No aplica	No aplica	No aplica	No aplica
	<i>Jackknife</i>	No aplica	No aplica	No aplica	No aplica
<i>Error cuadrado medio</i>	<i>Bootstrap</i>	No aplica	No aplica	0.0009317437	0.0008549423
	<i>Jackknife</i>	No aplica	No aplica	0.0009888140	0.0083917165
	<i>Delete-d</i>	No aplica	No aplica	No aplica	No aplica
	<i>Jackknife</i>	No aplica	No aplica	No aplica	No aplica

Capítulo 4 Conclusiones

4.1 Conclusiones Especificas

Los rendimientos obtenidos para el intervalo de tiempo definido tanto relativos como exponenciales del IPC a través de la prueba de Kolmogorov-Smirnov se puede asumir que siguen la misma distribución.

Considerando un nivel de confianza del 95% se obtuvo que los valores en riesgo con valor más pequeños fueron los estimados a través de métodos paramétricos siendo el de simulación Montecarlo el menor mientras que los estimados por métodos no paramétricos obtuvieron valores mayores siendo el de simulación Bootstrap el más alto, en la Tabla 7 se pueden apreciar los valores calculados de menor a mayor. La diferencia entre el VaR estimado por simulación Montecarlo y metodología con distribución normal es de aproximadamente 0.0000124, mientras que la diferencia entre el VaR estimado por simulación histórica y simulación Bootstrap es aproximadamente 0.0001376.

Tabla 7

Metodología	VaR rendimiento	VaR precio	
<i>Simulación Montecarlo</i>	0.01279018	681.3643	Paramétrico
<i>Metodología con distribución normal</i>	0.01280043	681.9099	Paramétrico
<i>Simulación histórica</i>	0.01490718	794.1417	No paramétrico
<i>Simulación Bootstrap</i>	0.01504476	801.4713	No paramétrico

Como se mostró anteriormente si no se toman los valores considerados atípicos entonces se puede suponer que los rendimientos tienen una distribución normal. Cuando las condiciones de mercado se puedan considerar normales los valores en riesgo calculados por métodos paramétricos pueden cobrar más relevancia. Debido a que el VaR calculado por el método de simulación Montecarlo cuanto mayor sea el número de iteraciones, mayor será la aproximación

al VaR calculado por la metodología con distribución normal. A través de las pruebas de backtesting se considera que ambas estimaciones de VaR tienen un ratio de violaciones general adecuado para un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$ pero no independencia de violaciones entre un periodo y el anterior, es decir, que la violación presente no dependa de la violación del periodo anterior o bien $\pi_{01} \neq \pi_{11}$, además que $\pi_{01} = \pi_{11} = \alpha$ también se rechaza.

En caso de que no se desee extraer alguno de los datos obtenidos del IPC se considera mejor opción hacer uso de las metodologías para calcular el VaR no paramétrico. Sin embargo, de forma similar que los casos del backtesting para la estimación por los métodos paramétricos no se rechaza que $\hat{\pi} = \alpha$ pero si $\pi_{01} \neq \pi_{11}$ y $\pi_{01} = \pi_{11} = \alpha$.

Para medir la precisión de las estimaciones del VaR no paramétrico se hace uso de las técnicas de re-muestreo. La técnica Jackknife para el caso de la simulación histórica en varias repeticiones no se presenta cambios en su valor por lo que al momento de estimar la precisión del estimado podría caer en una falsa estimación. Si bien para el caso de la estimación del VaR por simulación Bootstrap al aplicar el re-muestreo Jackknife no se muestran indicios de este problema debido a la misma metodología de estimación del VaR, es importante no pasar desapercibido que no se recomienda estimar la precisión del VaR por la técnica Jackknife debido a que el VaR estima un percentil.

Debido a la literatura y lo observado en la aplicación de las técnicas de re-muestreo, la técnica Bootstrap se considera representante de la estimación para la precisión del VaR no paramétrico. A manera de comparación se presenta la Tabla 8.

Tabla 8

<i>Metodología VaR</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Sesgo</i>	<i>Error cuadrado medio</i>
<i>Simulación histórica</i>	0.0008344631	0.00009728063	0.0009317437
<i>Simulación Bootstrap</i>	0.0008549423	0	0.0008549423

Ambos métodos de estimación del VaR obtienen valores de precisión parecidos. Debido a la metodología de la simulación Bootstrap el sesgo asociado es cero, aunque esto no significa que el sesgo sea completamente cero, sin embargo; haciendo una comparación con otras 100 simulaciones Bootstrap la diferencia promedio fue de 0.0000077, por lo que podemos entender que el sesgo de la simulación Bootstrap es mucho menor que el estimado para la simulación histórica. Por lo tanto, comparando el error cuadrado medio se puede observar que el VaR estimado por simulación Bootstrap se puede considerar más preciso.

La estimación $\widehat{Var}_{jack}(\widehat{se}_{1000}) = 5.492168 \cdot 10^{-7}$, luego $\sqrt{\widehat{Var}_{jack}(\widehat{se}_{1000})} = 0.0007410916$ calculadas mediante la técnica Jackknife after Bootstrap.

4.2 Conclusiones Generales

La estimación tanto del VaR paramétrico como el VaR no paramétrico es una práctica que se debe considerar en la administración del riesgo de mercado sobre un portafolio de activos con el objetivo de evitar pérdidas inesperadas, pero es completamente necesario efectuar los análisis y pruebas que sostengan la viabilidad del uso del estimador.

Para medir la precisión de los estimadores del VaR no paramétrico se recomienda hacer uso de la técnica de re-muestreo Bootstrap, caso contrario para la técnica Jackknife ya que debido a su procedimiento se podría caer en una falsa idea de precisión del estimador del VaR, mientras que para la técnica delete-d Jackknife cuanto más aumenta n , el número de subgrupos de tamaño $n - d$ crece de manera notoria por lo que para n grande el tiempo de ejecución puede ser demasiado si el ordenador que hace los cálculos no tiene una velocidad considerable.

A pesar de lo mencionado, cuando se cumplan las especificaciones para algún otro estimador del VaR, que estime percentiles u otro diferente, las técnicas de re-muestreo mostradas en el documento pueden llegar a ser de gran utilidad.

El uso de las técnicas de re-muestreo se puede considerar una herramienta más cuando se haga uso de métodos no paramétricos en la estimación del VaR en el modelo apoyando a tener una noción de la precisión del estimador y como consecuencia ampliar la visión general del mismo y tomar una mejor decisión.

Recordando lo mostrado en el presente documento acerca de las técnicas de re-muestreo podemos decir que su implementación trae consigo grandes beneficios, explotando más la relación entre la cantidad de información y calidad de indicadores. Podemos mencionar que su uso no solo se ve limitado al análisis de precisión del valor en riesgo, sino que está abierto a cualquier indicador estadístico por lo que es aplicable en general a la validación de aquellos modelos que usen indicadores estadísticos además para el caso particular de la técnica de bootstrapping su uso también es aplicable a intervalos de confianza, pruebas de hipótesis, etc. En general, las técnicas de re-muestreo se desarrollan en el campo estadístico y recordar que la misma estadística tiene múltiples aplicaciones en diferentes áreas.

Bibliografía

Asia Index Pvt. Ltd. (s.f.). *S&P BSE SENSEX*. Obtenido de <https://www.asiaindex.co.in/indices/equity/sp-bse-sensex>

B3-Brazil Stock Exchange and Over-the-Counter Market. (s.f.). *Bovespa Index (Ibovespa)*. Obtenido de https://www.b3.com.br/en_us/market-data-and-indices/indices/broad-indices/ibovespa.htm

Banco de la República. (2005). *Medidas de riesgo, características y técnicas de medición: una aplicación del VaR y el ES a la tasa interbancaria de Colombia*. Melo Velandia, L. F., & Becerra Camargo, O. R.

Banco de México. (18 de Septiembre de 2022). *Mercados financieros*. Obtenido de http://educa.banxico.org.mx/banco_mexico_banca_central/sist-finc-mercados-financiero.html

Banco de México. (18 de Septiembre de 2022). *Sistema financiero*. Obtenido de http://educa.banxico.org.mx/banco_mexico_banca_central/sistema-financiero.html

Bojórquez León, C. (1994). *El mercado de valores: una opción para el financiamiento público local*. Indetec.

Bolsa de Madrid. (29 de Junio de 2016). *Nueva composición del IGBM para el segundo semestre 2016*. Obtenido de https://www.bolsamadrid.es/asp/Prensa/NotaPrensa.aspx?id=esp&fecha=20160629&tipo=notas&fich=nota_20160629_1

Bolsa de Madrid. (Junio de 2022). *Factsheets*. Obtenido de <https://www.bolsamadrid.es/esp/Indices/Factsheets.aspx>

Bolsa de Valores de Caracas. (s.f.). *LOS ÍNDICES DE LA BOLSA*. Obtenido de
<http://www1.bolsadecaracas.com/esp/inversion/indices/indices.jsp>

Bolsa de Valores de Colombia. (s.f.). *Los elementos más relevantes de los índices*. Obtenido de
<https://bvc.co/indices-descripcion-general>

Bolsa Institucional de Valores. (s.f.). *Nosotros*. Obtenido de <https://www.biva.mx/nosotros>

Bolsa Institucional de Valores. (s.f.). *Información general*. Obtenido de
https://www.biva.mx/informacion_de_mercado/indices/informacion_general

Bolsa Mexicana de Valores. (21 de Marzo de 2019). *El Índice de Precios y Cotizaciones y su importancia para el mercado*. Obtenido de Hablemos de Bolsa: <https://blog.bmv.com.mx/2019/03/el-indice-de-precios-y-cotizaciones/>

Bolsa Mexicana de Valores. (29 de Junio de 2021). *Índices accionarios: qué son y cómo leerlos*. Obtenido de Hablemos de bolsa: <https://blog.bmv.com.mx/2021/06/indices-accionarios-que-son-y-como-leerlos/>

Bolsas y Mercados Argentinos. (s.f.). *SPMERVAL (M)*. Obtenido de BYMADATA:
<https://open.bymadata.com.ar/#/technical-detail-ei-index?symbol=M>

Borsa Italiana. (s.f.). *FTSE MIB*. Obtenido de <https://www.borsaitaliana.it/borsa/indici/indici-incontinua/dettaglio.html?indexCode=FTSEMIB&lang=en>

Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión. (09 de Enero de 2019). *Ley del Mercado de Valores*. Diario Oficial de la Federación. Obtenido de
https://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LMV_090119.pdf

Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión. (24 de Agosto de 2018). *Manual de Organización General de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público*. Diario Oficial de la Nación.

Casella, G., & Berger, R. L. (2001). *Statistical inference* (2a ed.). Duxbury.

Casella, G., & L. Berger, R. (2001). *Statistical Inference*. Cengage Learning.

Castellanos, E. (s.f.). Breve historia de los mercados de derivados. *E.MEFF Newsletter*.

Cazar M., E. (2001). *El mercado internacional de divisas: principios básicos*. Abya-Yala.

CENCOR. (s.f.). *Nosotros*. Obtenido de <https://www.cencor.com/nosotros/>

Centro de Estudios de las Finanzas Públicas. (2009). *El mercado de valores en México*. Centro de Estudios de las Finanzas Públicas. Obtenido de <https://www.cefp.gob.mx/intr/edocumentos/pdf/cefp/2009/cefp1242009.pdf>

China Securities Index Company. (s.f.). *CSI 300 Index*. Obtenido de <https://www.csindex.com.cn/#/indices/family/detail?indexCode=000300>

Contraparte Central de Valores de México S.A. de C.V. (2018). *CPSS-IOSCO Principios aplicables a la infraestructuras del mercado financiero*.

De Lara Haro, A. (2008). *Medición y control de riesgos financieros* (3a ed.). Limusa.

Efron, B., & J. Tibshirani, R. (1993). *An introduction to the bootstrap*. Springer.

Euronext N. V. (s.f.). *CAC 40*. Obtenido de <https://live.euronext.com/en/product/indices/FR0003500008-XPAR>

FTSE Russell. (s.f.). *All Factsheets*. Obtenido de <https://www.ftserussell.com/analytics/factsheets/home/search>

GEDESCO. (s.f.). *La bolsa de valores: historia y función*. Obtenido de <https://www.gedesco.es/blog/la-bolsa-de-valores-historia-y-funcion-2/>

Gitman, L., & Joehnk, M. (2008). *Fundamentals of investing* (10ma ed.). Pearson.

Gobierno de México, IPAB. (22 de Agosto de 2006). *Aprendiendo a invertir*. Recuperado el 22 de Agosto de 2022, de <https://www.gob.mx/ipab/articulos/que-son-el-ipab-y-el-seguro-de-depositos-bancarios?idiom=es>

Hang Seng Indexes. (s.f.). *Hang Seng Index and Sub-indexes*. Obtenido de <https://www.hsi.com.hk/eng/indexes/all-indexes/hsi>

I. Good, P. (2006). *Resampling methods: a practical guide to data analysis* (3a ed.). Birkhäuser.

Infante Gil, S., & Zárata de Lara, G. P. (1990). *Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinario*. Trillas.

Klugman, S. A., Panjer, H. H., & Willmot, G. E. (2018). *Loss models: from data to decisions* (5a ed.). Wiley.

Korea Exchange. (s.f.). *KOSPI Series*. Obtenido de <http://eindex.krx.co.kr/contents/GLB/05/0502/0502030101/GLB0502030101.jsp?idxCd=1001#1be3686ec5cb98595cf6179ba66d7a8b=1>

Mercado Mexicano de Derivados. (s.f.). *El mercado mexicano de derivados*.

National Association of Securities Dealers Automated Quotation. (03 de Agosto de 2018). *10 Fun Facts about the Nasdaq-100 Index*. Obtenido de <https://www.nasdaq.com/articles/10-fun-facts-about-the-nasdaq-100-index-2018-08-03-0>

Navidi, W. (2006). *Statistics for engineers and scientists*. McGraw-Hill.

New York Stock Exchange. (24 de Abril de 2018). *NYSE Index Series Methodology*. Obtenido de https://www.nyse.com/publicdocs/data/NYSE_Index_Series_Methodology.pdf

Nikkei Indexes. (s.f.). *Nikkei Stock Average (Nikkei 225)*. Obtenido de

<https://indexes.nikkei.co.jp/en/nkave/index/profile?id=nk225>

Quintanar Zárate, I. M. (s.f.). *La libertad reglamentada: control y supervisión del sistema bancario mexicano 1897-1908*.

Rincón, L. (2014). *Introducción a la probabilidad*. Departamento de Matemáticas, Facultad de ciencias UNAM.

Shanghai Stock Exchange. (s.f.). *SSE Composite Index 000001*. Obtenido de

http://english.sse.com.cn/markets/indices/data/list/basic/?COMPANY_CODE=000001&INDEX_CODE=000001

Shao, J., & Dongsheng, T. (1995). *The jackknife and bootstrap*. Springer.

Solano Vargas, L. F. (2018). *Mercado de divisas*. Universidad Pontificia Bolivariana.

Standard & Poor's Financial Services LLC. (s.f.). *S&P 500*. Obtenido de S&P Down Jones Indices:

<https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/sp-500/#overview>

Standard & Poor's Financial Services LLC. (s.f.). *S&P IPSA*. Obtenido de S&P Down Jones Indices:

<https://www.spglobal.com/spdji/es/indices/equity/sp-ipsa/#overview>

Standard & Poor's Financial Services LLC. (s.f.). *S&P Merval Index*. Obtenido de S&P Down Jones

Indices: <https://www.spglobal.com/spdji/es/indices/equity/sp-merval-index/#overview>

Standard & Poor's Financial Services LLC. (s.f.). *S&P/BMV Dividend Index*. Obtenido de S&P Down Jones

Indices: <https://www.spglobal.com/spdji/es/indices/strategy/sp-bmv-dividend-index/#overview>

Standard & Poor's Financial Services LLC. (s.f.). *S&P/BMV IPC*. Obtenido de S&P Down Jones Indices:

<https://www.spglobal.com/spdji/es/indices/strategy/sp-bmv-ipc/#overview>

STOXX Ltd. (s.f.). *Euro stoxx 50*. Obtenido de <https://www.stoxx.com/index-details?symbol=sx5e>

Superintendencia del Sistema Financiero. (2012). *Boletín electrónico de educación financiera*.

V. Hogg, R., W. McKean, J., & T. Craig, A. (2005). *Introduction to Mathematical Statistics*. Pearson
Prentice Hall.

Villegas Hernández, E., & Ortega Ochoa, R. M. (2009). *Sistema financiero de México* (2a ed.). McGraw-
Hill.