



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA ELECTRÓNICA

REALIZACIÓN DE FUNCIONES DE RETARDO ANALÓGICAS UTILIZANDO ESTRUCTURAS PARALELAS

TESIS

Para obtener el título de:

Licenciado en Electrónica

PRESENTA:

Patricia Judith Rocha Torres

Asesores:

M.C Héctor Santiago Ramírez (Asesor Interno)

Dr. Alejandro Díaz Sánchez (Asesor Externo)

Puebla, Puebla

Agosto de 2023

DEDICATORIA

A ti, mi pequeña mejor amiga, Pelusa, por acompañarme en cada desvelo y por brindarme momentos de felicidad y alivio. Siempre estuviste a mi lado, cada vez que levanté la mirada de mis libros. Aunque no leerás estas palabras ni comprenderás las complejidades de mi investigación, tu presencia fue mi consuelo. Gracias por enseñarme que, a pesar de las adversidades, vale la pena vivir.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco a mis queridos padres, Miguel y Teresa por todo su amor, apoyo y paciencia a lo largo de este camino. Cada paso que di fue impulsado por su cariño y sacrificio.

A mis amigos y compañeros, especialmente a Marijosé por su apoyo en las horas más difíciles dentro y fuera de la universidad. Gracias por estar siempre allí.

Por último, deseo expresar mi agradecimiento a mi universidad y a mis profesores, en especial a aquellos que, sin darse cuenta han dejado huella en mí. También agradezco a todos aquellos que formaron parte, de manera directa o indirecta, de que hoy culmine esta etapa de mi vida.

Gracias.

Índice general

Resumen	13
1. Introducción	15
1.1. Objetivos	15
1.1.1. Objetivo general	16
1.1.2. Objetivos específicos	16
1.2. Justificación	16
2. Marco Teórico	19
2.1. Función de transferencia	19
2.2. Filtros analógicos	20
2.2.1. Filtros pasivos	20
2.2.2. Filtros activos	21
2.2.3. Características de los filtros	21
2.2.4. Selectividad en el dominio de la frecuencia	22
2.3. Transistor NMOS	27
2.4. Regiones de operación del MOS	29
2.4.1. Región de corte	29
2.4.2. Región de triodo	29
2.4.3. Región de saturación	29
2.5. Curvas características del NMOS	30
2.6. Transconductancia	30
2.7. Modelo de pequeña señal	31
2.8. Transistor PMOS	32
2.9. Regiones de operación del PMOS	32
2.9.1. Región de corte	32
2.9.2. Región de triodo	33
2.9.3. Región de saturación	33
2.10. Resumen de las regiones de operación del transistor MOS.	33
2.11. Retardo de fase	34
2.12. Retardo de grupo	34
2.13. Aproximaciones de retardo	34

2.13.1. Butterworth	35
2.13.2. Chebyshev tipo 1	35
2.13.3. Bessel	36
3. Desarrollo	39
3.1. Criterio para el diseño de filtros	39
3.2. Topologías de filtros pasivos	40
3.2.1. Filtro de segundo orden	41
3.2.2. Filtro de tercer orden	41
3.2.3. Filtro de cuarto orden	41
3.3. Estructuras de filtros Bessel en cascada	42
3.3.1. Filtro Bessel de segundo orden	42
3.3.2. Filtro Bessel de tercer orden	44
3.3.3. Filtro Bessel de tercer orden reemplazando el bloque de primer orden por un elemento activo	47
3.3.4. Filtro Bessel de cuarto orden	48
3.4. Estructuras en paralelo mediante descomposición de fracciones parciales	50
3.4.1. Filtro Bessel de Orden 3 con Åkerberg-Mossberg bicuadrático	51
3.4.2. Filtro Bessel de Orden 3 con Tow-Thomas y KHN	59
4. Resultados	65
4.1. Retardos de grupo en cascada	65
4.2. Retardo de grupo en paralelo	66
4.3. Comparación del retardo de grupo en filtros pasivos y activos tipo Bessel	67
4.3.1. Filtros Bessel de segundo orden	67
4.3.2. Filtros Bessel de tercer orden	69
4.3.3. Filtros Bessel de cuarto orden	70
4.4. Estructuras en paralelo	72
4.4.1. Åkerberg-Mossberg bicuadrático	72
4.4.2. Thow-Thomas y KHN	72
5. Conclusiones	73
Appendices	77
A. Códigos para soluciones matemáticas en Maple 18.	79
A.1. Topologías de filtros pasivos.	79
A.1.1. Filtro pasivo de segundo orden.	79
A.1.2. Filtro pasivo de tercer orden.	79
A.1.3. Filtro pasivo de cuarto orden.	80
A.2. Estructuras de filtros Bessel en cascada.	80
A.2.1. Filtro Bessel de segundo orden.	80

A.2.2. Filtro Bessel de tercer orden.	81
A.2.3. Filtro Bessel de cuarto orden.	81
A.3. Estructuras en paralelo para formar filtros Bessel.	82
A.3.1. Descomposición de fracciones parciales para filtro Bessel de orden 3.	82
B. Anexo para la implementación de un circuito integrado en CADENCE.	83
B.1. Caracterización OTA	83
B.1.1. Consideraciones de diseño y dimensionamiento de los transistores	84
B.1.2. Justificación del diseño	86
B.1.3. Simulaciones	87

Índice de figuras

1.1. Retardo generado por estructuras en cascada.	16
1.2. Retardo generado por estructuras en paralelo.	17
2.1. Función de transferencia.	19
2.2. Características de los filtros.	21
2.3. Filtro Pasa-Bajas (Low-Pass).	23
2.4. Filtro Pasa-Altas (High-Pass).	24
2.5. Filtro Pasa-Banda (Band-Pass).	25
2.6. Filtro Rechaza-Banda (Band-Reject).	26
2.7. Estructura del transistor NMOS.	27
2.8. Curvas características del transistor NMOS.	30
2.9. Gráfica de i_D en función de v_{GS}	31
2.10. Modelo de pequeña señal del NMOS.	31
2.11. Estructura del transistor PMOS.	32
3.1. Comparación de retardos de grupo de filtros Chebyshev tipo I y Bessel.	39
3.2. Topología filtro pasivo.	40
3.3. Filtro pasivo de segundo orden Bessel.	41
3.4. Filtro pasivo de tercer orden Bessel.	41
3.5. Filtro pasivo Bessel de cuarto orden.	42
3.6. Topología filtro de segundo orden.	42
3.7. Topología bloque de primer orden.	44
3.8. Topología bloque de segundo orden.	44
3.9. Estructuras en cascada para filtro de tercer orden.	45
3.10. Topología bloque de primer orden.	47
3.11. Topología bloque de cuarto orden.	48
3.12. Filtro de segundo orden con estructuras en paralelo.	50
3.13. Implementación de un filtro de segundo orden con estructuras en paralelo.	50
3.14. Ubicación de polos y ceros en Matlab de la función de transferencia correspondiente.	51
3.15. Filtro de tercer orden con estructuras en paralelo.	52
3.16. Ubicación de polos y ceros en Matlab de la función de transferencia de un filtro de tercer orden.	53

3.17. Åkerberg-Mossberg bicuadrático.	54
3.18. Amplificador Sumador/Restador.	55
3.19. Filtro Bessel de segundo orden.	57
3.20. Respuesta en frecuencia de los filtros.	57
3.21. Ubicación de polos y ceros del bloque Akerberg-Mossberg.	58
3.22. Ubicación de polos y ceros del filtro de tercer orden.	58
3.23. Topología Tow-Thomas.	59
3.24. Filtro KHN.	60
3.25. Amplificador Sumador-Restador.	62
3.26. Polos y ceros filtro Bessel de 3er orden con topología KHN.	63
3.27. Ventana de resultados de simulación de ubicación de polos y ceros de bloque KHN en Cadence.	63
3.28. Comparación del retardo de grupo de un filtro Bessel pasivo y activo con topología KHN en Cadence.	64
4.1. Suma de estructuras de segundo y tercer orden en cascada.	65
4.2. Suma de estructuras de segundo, tercer y cuarto orden en cascada.	66
4.3. Suma de estructuras de segundo y tercer orden en paralelo.	66
4.4. Suma de estructuras de segundo, tercer y cuarto orden en paralelo.	67
4.5. Comparación de filtros de orden 2 a 1M rad/s en Top-Spice.	67
4.6. Comparación de filtros de orden 2 a 10M rad/s en Top-Spice.	68
4.7. Comparación de filtros de orden 2 a 100M rad/s en Top-Spice.	68
4.8. Comparación de filtros de orden 3 a 1M rad/s en Top-Spice.	69
4.9. Comparación de filtros de orden 3 a 10M rad/s en Top-Spice.	69
4.10. Comparación de filtros de orden 3 a 100M rad/s en Top-Spice.	70
4.11. Comparación de filtros de orden 4 a 1M rad/s en Top-Spice.	70
4.12. Comparación de filtros de orden 4 a 10M rad/s en Top-Spice.	71
4.13. Comparación de filtros de orden 4 a 100M rad/s en Top-Spice.	71
B.1. Propuesta OTA.	83
B.2. Circuito de polarización.	84
B.3. Esquemático del OTA.	87
B.4. Esquemático del circuito de polarización.	88
B.5. Test Bench OTA.	88
B.6. Grafica de capacitor de compensación vs margen de fase.	89
B.7. Gráfica de resistencia de compensación vs margen de fase.	90
B.8. Tercer ajuste.	90
B.9. Esquemático para obtener la resistencia de salida.	91
B.10. Resistencia de salida.	91
B.11. Punto de operación del circuito de polarización.	92
B.12. Punto de operación del OTA.	92
B.13. Barrido en DC para lazo abierto.	93

B.14. Esquemático del análisis DC en lazo cerrado.	93
B.15. Barrido en DC para lazo cerrado.	94
B.16. Ganancia del OTA.	94
B.17. Ganancia en dB del OTA.	95
B.18. Ancho de banda del OTA.	95
B.19. Esquemático del CMRR.	96
B.20. Voltaje diferencial y de modo común.	97
B.21. CMRR.	97
B.22. Análisis Transitorio del OTA.	98
B.23. PSRR+.	99
B.24. PSRR-.	99

Índice de tablas

2.1. Regiones de operación.	34
2.2. Primeros cinco polinomios de Chebyshev.	36
2.3. Ubicación de polos de Bessel.	37
3.1. Coeficientes de Bessel.	40
3.2. Resumen de valores de R y C para filtro de segundo orden utilizando la topología Sallen & Key.	43
3.3. Resumen de valores de R y C para bloque de primer orden.	46
3.4. Resumen de valores de R y C para bloque de orden 2.	47
3.5. Resumen de valores de R y C para bloque de primer orden con elemento activo.	48
3.6. Resumen de valores de R y C para bloque de orden 2-A.	49
3.7. Resumen de valores de R y C para bloque de orden 2-B.	49
3.8. Resumen de valores de RC para bloque de orden 1.	53
3.9. Resumen de valores del bloque de segundo orden.	55
3.10. Resumen de valores del bloque de suma y resta.	56
3.11. Resumen de valores del bloque de segundo orden.	62
B.1. Dimensiones de los transistores para el circuito de polarización.	86
B.2. Dimensiones de los transistores para el OTA.	86

RESUMEN

El presente trabajo de investigación se centra en el diseño y análisis de funciones de retardo de grupo utilizando estructuras en paralelo. Este se basó en la hipótesis de que las estructuras en paralelo ofrecen una mejora significativa en el retardo de grupo ya que podrían lograr un retardo de grupo más constante y preciso en comparación con los filtros en cascada [1] [2] [3].

Durante este trabajo se exploraron diferentes configuraciones de filtros paralelos y se compararon con las estructuras en cascada tradicionales en términos de retardo de grupo. Se propusieron diversas topologías de filtros en paralelo en las cuales se implementaron simulaciones, en donde se realizaron pruebas para evaluar el rendimiento de cada una de las estructuras en paralelo.

Se estudiaron las aplicaciones potenciales de las estructuras en paralelo: sistemas de audio, procesamiento de imágenes, telecomunicaciones, instrumentación y medición, procesamiento de señales biomédicas, aplicaciones en control y automatización industrial, etc., en donde el retardo de grupo constante es parte esencial para garantizar una buena señal y evitar distorsiones.

Este trabajo ofrece una contribución valiosa al campo de la electrónica, al presentar una metodología para diseñar funciones de retardo de grupo con estructuras en paralelo en vez de utilizar estructuras en cascada. Esta tesis pretende ayudar en caso de que algún usuario requiera la información contenida en este documento y da paso a que dicho usuario también mejore la información u obtenga mejores resultados.

Capítulo 1

Introducción

El uso de retardos de señales analógicas pueden ser aplicados a propósitos de investigación y de desarrollo tecnológico donde se requiera compensar las distorsiones de retardo provocadas por otros elementos en un sistema de transmisión. Se aplican en muchos tipos de circuitos de procesamiento de una señal, por ejemplo: líneas de retardo acústicas y electromecánicas por proporcionar un efecto de reverberación en amplificadores de instrumentos musicales o para simular un eco. En osciloscopios de alta velocidad se utilizan para permitir la observación de las formas de onda justo antes de un evento desencadenante. En procesamiento de señales digitales, los retardos ayudan a eliminar alguno de los problemas con la disipación y el ruido en sistemas analógicos [6] [15].

Actualmente, diversos trabajos enfocados a la realización de funciones de retardo son llevadas a cabo mediante estructuras en cascada [1] [2] [3] [4] [5] [6], lo cual, genera latencias altas (entiéndase por *latencia* el tiempo que transcurre en un sistema entre recibir una “orden” y generar una “reacción” esperada). Lo ideal en circuitos analógicos es tener una latencia baja y evitar la ya mencionada latencia alta.

Es aquí donde el siguiente trabajo de investigación toma un propósito, puesto que, se plantea como hipótesis la idea de utilizar estructuras en paralelo con el fin de generar funciones de retardo analógicas que *absorban* o bien, reduzcan la latencia en los circuitos, evitando así, la lentitud de los mismos y buscando lograr que el retardo sea constante en cierto rango de frecuencia.

Esta es la principal motivación del trabajo propuesto ya que existen pocas referencias en este tema y las estructuras que se propondrán pueden tener aplicaciones en diferentes campos enfocados siempre a los circuitos analógicos.

1.1. Objetivos

A continuación, se hará alusión a la meta primordial que se espera alcanzar en este trabajo y la manera en cómo se alcanzará dicha meta.

1.1.1. Objetivo general

Realizar funciones de retardo analógico de alto orden utilizando bloques de filtros activos conectados en paralelo en una tecnología CMOS para reducir la latencia.

1.1.2. Objetivos específicos

- Simular un retardo analógico mediante funciones de primer y segundo orden.
- Realizar funciones de orden alto mediante bloques de retardo analógico en paralelo.
- Realización del layout de una estructura en paralelo.
- Escritura del manuscrito de tesis.

1.2. Justificación

Realizar funciones de retardo tiene diversas aplicaciones, en especial en ecualizadores, filtros predictivos y adaptativos. Sin embargo, la mayoría de los trabajos actuales utilizan estructuras en cascada (figura 1.1), por lo que los tiempos de latencia son grandes. A manera de ejemplo, prácticamente no hay implementaciones de retardos de cuarto orden debido a los valores grandes de latencia lo cual lo vuelve lento.



FIGURA 1.1: Retardo generado por estructuras en cascada.

En cambio, al utilizar una estructura en paralelo se busca lograr que el retardo sea constante en un rango de frecuencia mayor, teniendo así algunas ventajas como la reducción de la latencia del circuito.

El sistema a realizar se muestra en la figura 1.2. La idea central es diseñar bloques de primero y segundo orden utilizando las aproximaciones Chebyshev y Bessel de forma activa en una tecnología CMOS para ser conectados de forma paralela y entonces estudiar las funciones de retardo obtenidas de manera analítica y su corroboración mediante simulaciones.

Se puede lograr que la implementación tenga una alta velocidad y bajo consumo de potencia en un *circuito integrado* (CI) en modo corriente, utilizando un OTA CMOS como elemento activo y realizando un nodo de baja impedancia mediante el bloque conocido como *flipped voltage follower* (FVF), como punto de suma. Adicionalmente, mediante el uso de switches

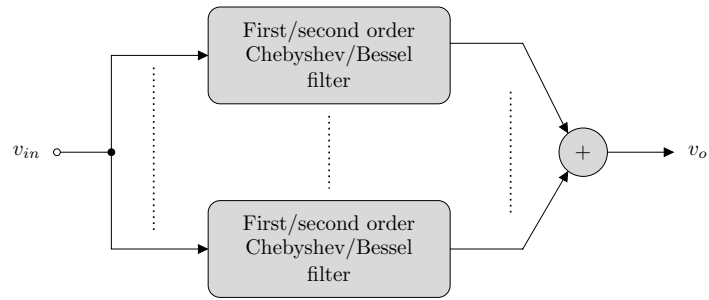


FIGURA 1.2: Retardo generado por estructuras en paralelo.

analógicos (transmission gates) es posible tener cierto grado de programabilidad para seleccionar entre diferentes trayectorias de retardo.

Capítulo 2

Marco Teórico

A continuación se encontrarán las bases teóricas y conceptos desde básicos como *función de transferencia* (sección 2.1) y *filtros analógicos* (sección 2.2), complementarios acerca de los *transistores MOS* (sección 2.3-2.10) hasta específicos como lo son *retardo de fase* (sección 2.11), *retardo de grupo* (sección 2.12) y *aproximaciones de retardo* (sección 2.13); con la intención de proporcionar al lector una idea más clara acerca del tema de investigación de este trabajo.

2.1. Función de transferencia

La función de transferencia es una expresión matemática que caracteriza la relación Entrada-Salida de sistemas lineales invariantes en el tiempo.

- En el dominio de S:

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a_m s^m + \dots + a_1 s + a_0}{b_n s^n + \dots + b_1 s + b_0} = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (2.1)$$

- En el dominio de la frecuencia: Si $s = j\omega$:

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} \quad (2.2)$$

Esto puede representarse como:

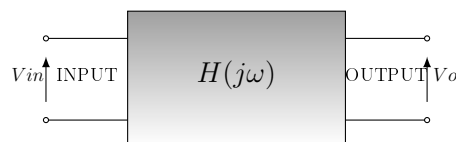


FIGURA 2.1: *Función de transferencia.*

Como todo número complejo se puede representar en forma polar con magnitud y ángulo, ecuaciones (2.3) y (2.4).

$$|H(j\omega)| = \sqrt{\operatorname{Re}(H(j\omega))^2 + \operatorname{Im}(H(j\omega))^2} \quad (2.3)$$

$$\varphi(\omega) = \angle H(j\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\operatorname{Im}(H(j\omega))}{\operatorname{Re}(H(j\omega))} \right) = \operatorname{arg}(H(j\omega)) \quad (2.4)$$

2.2. Filtros analógicos

Un filtro es un elemento que discrimina cierta gama de frecuencias de una señal que pasa a través de él, o también son aquellos elementos que permiten el paso de un determinado grupo de frecuencias. Este tipo de sistemas tienen diversas aplicaciones como:

- Demodular señales.
- Ecualizadores.
- Eliminación de ruido.
- Conversión de señales muestreadas en señales continuas.
- Detección y acondicionamiento de señales.
- Etc.

2.2.1. Filtros pasivos

Se conocen como filtros pasivos a todos aquellos circuitos que están compuestos por:

- Resistencias
- Capacitores
- Inductores

Este tipo de filtros presentan la ventaja de tener baja sensibilidad y poca disipación de energía.

2.2.2. Filtros activos

Los filtros activos son aquellos circuitos que se componen por elementos activos como:

- Amplificadores Operacionales (OpAmps).
- Amplificadores Operacionales completamente diferenciales (Fully-diferential OpAmps).
- Current-Feedback OpAmps (CFOPAMPS).
- Amplificadores de Transconductancia (OTA).
- Etc.

La ventaja de utilizar o diseñar filtros activos es la eliminación de inductancias, ya que con esto se reduce el tamaño del circuito y por ende su costo, dando además la posibilidad de ser realizado en un circuito integrado.

2.2.3. Características de los filtros

A continuación en la figura 2.2 se presenta un filtro tipo pasa bajas como ejemplificación de las características de los filtros tanto ideal y no ideal.

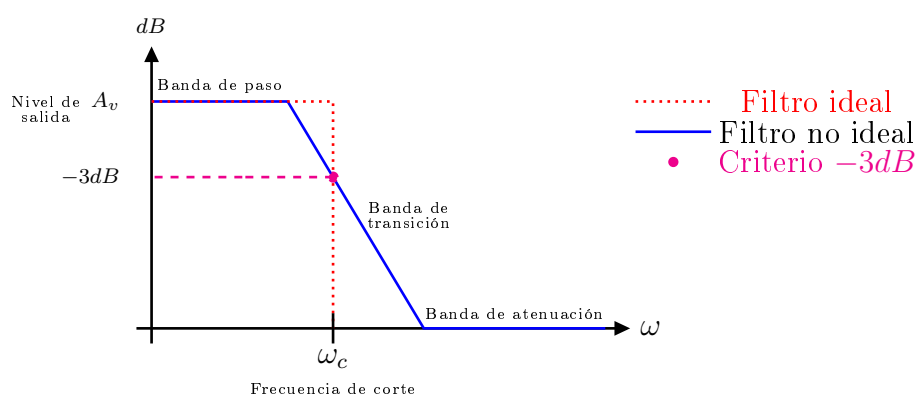


FIGURA 2.2: Características de los filtros.

- Nivel de salida: *máximo nivel que el filtro es capaz de entregar sin distorsionar la señal, generalmente, se expresa en dB.*
- Banda de paso: *rango de frecuencias de señal que pueden pasar a través de un filtro con poco o ningún cambio en el nivel de señal.*
- Banda de transición: *en esta parte la amplitud de la señales cambia rápidamente.*

- Banda de atenuación: *rango donde las señales reducen su amplitud de acuerdo con las especificaciones de diseño, y esto evita que pasen.*
- Frecuencia de corte: *es el borde entre la banda de paso donde hay una reducción de 3dB en la amplitud de la señal*

2.2.4. Selectividad en el dominio de la frecuencia

Existen cinco posibles respuestas de filtros de acuerdo con el tipo de selectividad que muestran en el dominio de la frecuencia: pasa-bajas, pasa-altas, pasa-banda, rechaza-banda y pasa-todo.

2.2.4.1. Filtro pasa-bajas

Se caracteriza por dejar pasar la señal desde baja frecuencia hasta cierta frecuencia de corte (ω_c). A partir de esta, la señal empieza a atenuarse gradualmente y finalmente se llega a la banda de atenuación. Cualquier señal mayor a la frecuencia de corte será rechazada por el filtro.

Matemáticamente,

- Filtro pasa-bajas de primer orden:

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = A_o \cdot \frac{\omega_c}{s + \omega_c} = A_o \frac{1}{\frac{s}{\omega_c} + 1} \quad (2.5)$$

Donde,

A_o es la ganancia a baja frecuencia.

ω_c es la frecuencia de corte.

- Filtro pasa-bajas de segundo orden:

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = A_o \cdot \frac{\omega_c^2}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2} \quad (2.6)$$

Donde,

Q es el factor de calidad.

Como observamos en la ecuación (2.6) se incluye el factor de calidad lo que puede que provoque tener pico en la magnitud cuando el factor de calidad es mayor de $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

La siguiente ecuación nos indica en donde se presenta este pico:

$$\omega_p = \omega_c \cdot \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \quad (2.7)$$

Su magnitud está dada por,

$$|H(j\omega_p)| = A_o \frac{2Q^2}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \quad (2.8)$$

La figura 2.4 muestra un filtro pasa-bajas normalizado en amplitud.

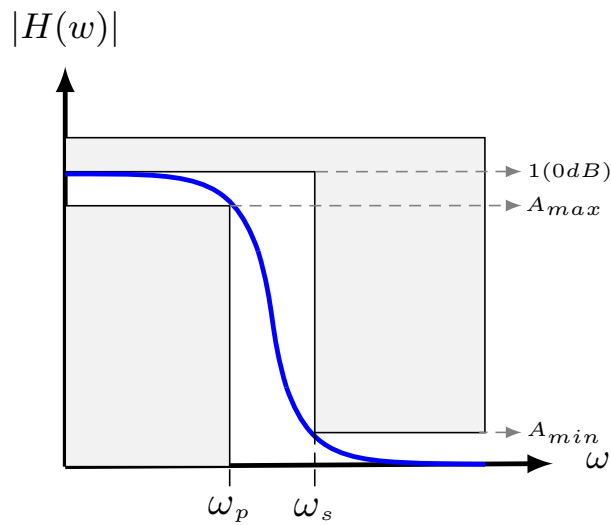


FIGURA 2.3: Filtro Pasa-Bajas (Low-Pass).

La frecuencia ω_c define el fin de la banda de paso, mientras que ω_s define el inicio de la banda de rechazo. La banda de frecuencias entre ω_c y ω_s define la banda de transición.

2.2.4.2. Filtro pasa-altas

Este filtro como su nombre lo dice, deja pasar las frecuencias altas desde una frecuencia de corte hasta una frecuencia infinita (teóricamente). Su función de transferencia se expresa de la siguiente manera:

- Filtro pasa-altas de primer orden:

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = A_o \cdot \frac{s}{s + \omega_c} \quad (2.9)$$

- Filtro pasa-altas de segundo orden:

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = A_o \cdot \frac{s^2}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_c}{Q} + \omega_c^2} \quad (2.10)$$

Nuevamente, la función de transferencia para un filtro de segundo orden presenta el factor de calidad (Q), y en este caso la cresta puede ser calculada por la ecuación:

$$\omega_p = \frac{\omega_c}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}} \quad (2.11)$$

Mientras que la magnitud de la cresta será:

$$|H(j\omega_p)| = A_o \frac{2Q^2}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \quad (2.12)$$

A continuación, la figura 2.4 representa gráficamente el comportamiento más real de un filtro pasa-altas.

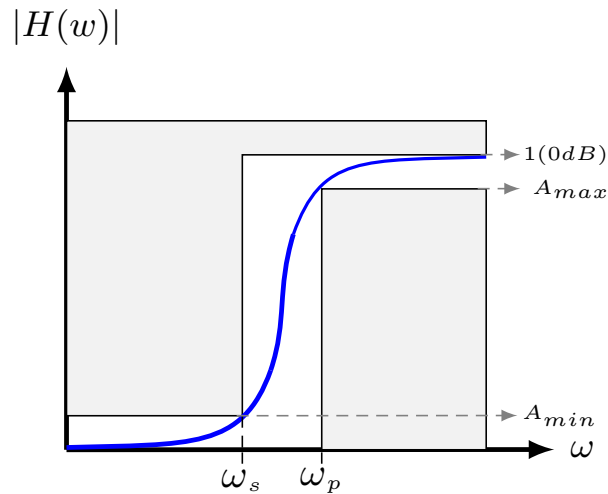


FIGURA 2.4: Filtro Pasa-Altas (High-Pass).

2.2.4.3. Filtro pasa-banda

En la figura 2.5, se muestra la respuesta en frecuencia de un filtro pasa-banda. Observemos que en este tipo de filtros se tienen dos frecuencias de corte, ω_{c1} y ω_{c2} , debido a que estos filtros dejan pasar un rango de frecuencias (ancho de banda) siendo estas $0 < \omega_{c1} < \omega_{c2} < \infty$.

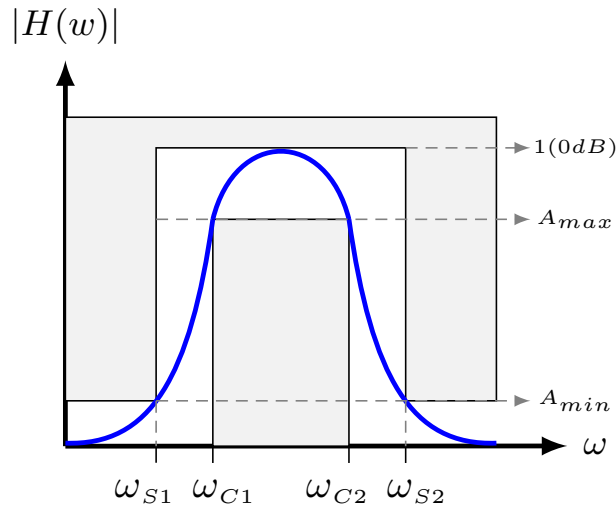


FIGURA 2.5: Filtro Pasa-Banda (Band-Pass).

Se define como ancho de banda (BW) al conjunto de frecuencias que el circuito deja pasar, sin atenuar:

$$BW = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \omega_o/Q \quad (2.13)$$

Donde,
 ω_o es la frecuencia central.
 Q es el factor de calidad.

Se define como la media geométrica:

$$\omega_o = \sqrt{\omega_{c2} \cdot \omega_{c1}} \quad (2.14)$$

De modo que la función de transferencia se puede expresar como:

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{s \cdot \frac{\omega_o}{Q}}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_o}{Q} + \omega_o^2} \quad (2.15)$$

Las frecuencias de corte pueden ser halladas mediante las ecuaciones (2.16) y (2.17).

$$\omega_{c1} = \frac{\omega_o}{\sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} + \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2Q^2}\right)^2 - 1}}} \quad (2.16)$$

$$\omega_{c2} = \frac{\omega_o}{\sqrt{1 + \frac{1}{2Q^2} - \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2Q^2}\right)^2 - 1}}} \quad (2.17)$$

2.2.4.4. Filtro rechaza-banda

Son aquellos que atenúan una banda delimitada por las frecuencias de corte 1 y 2. Si tomamos como referencia la figura 2.6 estas serían ω_{c1} y ω_{c2} . Siendo estas frecuencias $0 < \omega_{c1} < \omega_{c2} < \infty$.

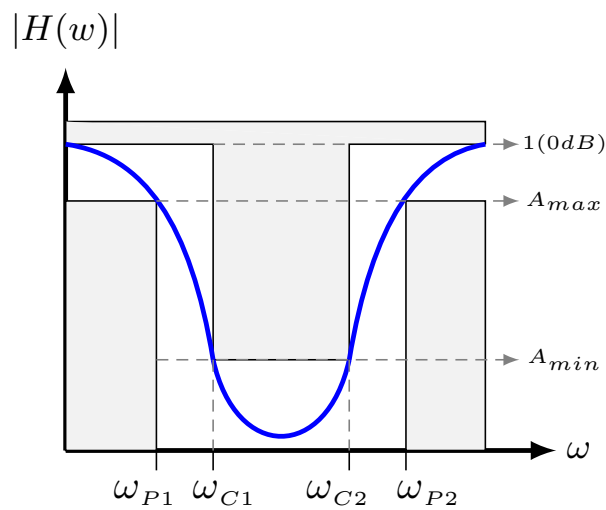


FIGURA 2.6: Filtro Rechaza-Banda (Band-Reject).

La función de transferencia general para un filtro rechaza banda de segundo orden se muestra en la ecuación (2.18).

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{s + \omega_z}{s^2 + s \cdot \frac{\omega_o}{Q} + \omega_o} \quad (2.18)$$

Donde:

- ω_o es la frecuencia de central [rad/s]
- ω_z es la frecuencia del cero [rad/s]
- Q es el factor de calidad

2.2.4.5. Filtro pasa-todo

Un filtro pasa-todo, deja pasar todas las frecuencias de la señal de entrada con una ganancia unitaria pero modifican la fase de la señal. Se usa para cambiar la fase de la señal de entrada de acuerdo a la ubicación de su polo. El módulo de respuesta de este filtro es totalmente plano, por lo que no existe como tal una banda de paso ya que "pasa todo". Sin embargo, en cierta banta útil el filtro mantiene las especificaciones sobre la fase.

El filtro pasa-todo más común es el de primer orden, su función de transferencia se muestra en la ecuación (2.19), donde ω_c es la frecuencia de polo y cero.

$$H(s) = \frac{v_o}{v_i} = \frac{s - \omega_c}{s + \omega_c} \quad (2.19)$$

A partir de la ecuación (2.19) podemos calcular la magnitud y el ángulo de la función de transferencia, como se muestra en la ecuación (2.20).

$$|H(j\omega)| = 1, \quad \angle H(j\omega) = -2 \tan^{-1} \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right) \quad (2.20)$$

2.3. Transistor NMOS

La estructura física del transistor MOS se divide en PMOS y NMOS. El NMOS se construye sobre un sustrato tipo **P** el cual recibe el nombre de cuerpo (B), dos regiones tipo **n+** fuertemente dopadas las cuales son la fuente (S) y el drenaje (D). La compuerta (G) está construida sobre una capa de dióxido de silicio (SiO_2). Debido a esta estructura se crean dos uniones **pn** las cuales se polarizan en inversa conectando la terminal (B) al potencial más negativo, lo que permite trabajar al MOS como un dispositivo de tres terminales. Dos parámetros importantes son el largo **L** y ancho **W**, del canal pues están relacionados con la corriente que circula a través de éste.

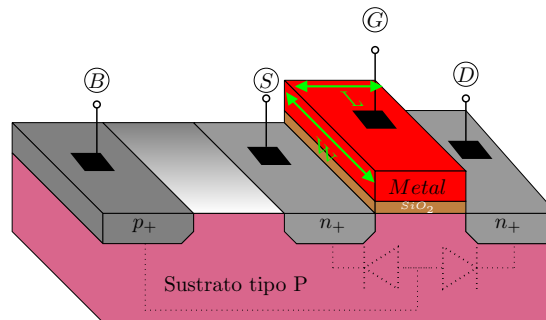


FIGURA 2.7: Estructura del transistor NMOS.

Al aplicar un voltaje v_{GS} , se induce un canal. Una vez inducido el canal, aplicando un voltaje v_{DS} entre drenaje y fuente hace que circule una corriente i_D por el canal inducido. Esto debido a que v_{DS} es pequeño, entonces se asume que el voltaje entre la compuerta y varios puntos a lo largo del canal permanece aproximadamente constante al igual que v_{GS} . Por lo tanto, el voltaje efectivo entre la compuerta y los diversos puntos a lo largo del canal permanecen igual al voltaje de overdrive (v_{OV}) y la carga.

$$v_{OV} = v_{GS} - V_{TH} \quad (2.21)$$

Podemos expresar la magnitud de la carga en el canal mediante:

$$|Q| = C_{ox}(WL)v_{OV} \quad (2.22)$$

Donde, C_{ox} es conocida como la capacitancia de óxido por unidad de área y matemáticamente se obtiene como:

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{t_{ox}} \quad (2.23)$$

Donde, ϵ_{ox} es la permitividad del dióxido de silicio. Es una constante equivalente a

$$\epsilon_{ox} = 3.9\epsilon_0 = 3.9 \cdot 8.854 \times 10^{-12} = 3.45 \times 10^{-11} F/m^2 \quad (2.24)$$

Mientras que t_{ox} es el espesor del óxido y está determinado por la tecnología del proceso de fabricación del MOSFET.

Al igual que el t_{ox} existe el factor $\mu_n C_{ox}$ que se determina por la tecnología del proceso de fabricación del MOSFET. Esto se refiere al producto de la movilidad de los electrones (μ_n) y la capacitancia de óxido C_{ox} . A este producto se le denomina parámetro de transconductancia del proceso y se simboliza con k'_n .

Es decir,

$$k'_n = \mu_n C_{ox} \quad (2.25)$$

Por otra parte el parámetro de transconductancia del MOSFET se expresa como el producto del parámetro de transconductancia del proceso (k'_n) y la relación de aspecto del transistor (W/L):

$$k_n = k'_n(W/L) \quad (2.26)$$

Una discusión similar para el transistor PMOS se puede consultar en [9] [10].

2.4. Regiones de operación del MOS

2.4.1. Región de corte

La región de corte, es la región donde el dispositivo estará en condición de APAGADO. No hay canal, por lo que no habrá corriente a través de él. En esta región el dispositivo funciona como un interruptor abierto o un circuito abierto.

$$V_{GS} < V_{TH} \quad (2.27)$$

Entonces,

$$I_{DS} = 0 \quad (2.28)$$

2.4.2. Región de triodo

Cuando se induce un canal, el transistor puede funcionar en la región del triodo o en la región de saturación. Esto depende de si el canal es continuo o está estrangulado en el extremo del drenaje.

Para ambos casos:

$$V_{GS} > V_{TH} \quad (2.29)$$

Por lo tanto,

$$I_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2 \right] \quad (2.30)$$

En la región de triodo, lineal u óhmica el transistor se comporta como una resistencia y por ello el nombre de la región.

2.4.3. Región de saturación

Cuando está en saturación los dispositivos tendrán su valor de corriente de drenaje a fuente como constante sin considerar la mejora en el voltaje a través del drenaje a la fuente. Esto sucede solo una vez cuando el voltaje a través del drenaje al terminal de la fuente aumenta más que el valor del voltaje de estrangulación.

$$V_{DS} \geq V_{OV} \quad (2.31)$$

Por lo tanto,

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda V_{DS}) \right] \quad (2.32)$$

Donde λ se conoce como el efecto de modulación de canal y su valor depende tanto de la tecnología del proceso que se utiliza en la fabricación del dispositivo como la longitud del

canal (L) que seleccione el diseñador. Para una tecnología de proceso dada, λ es inversamente proporcional a L . Esta región es la utilizada para el diseño de amplificadores, etc.

2.5. Curvas características del NMOS

La figura 2.8 muestra las curvas de corriente de drenaje (I_D) en función del voltaje del drenaje a fuente (V_{DS}), para ciertos valores determinados de voltaje de compuerta (V_{GS}).

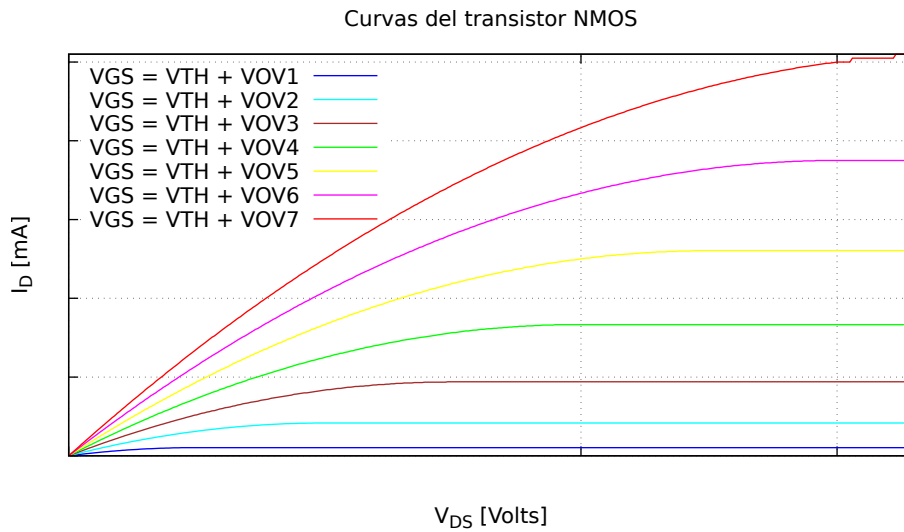


FIGURA 2.8: Curvas características del transistor NMOS.

2.6. Transconductancia

La transconductancia es una característica importante de los transistores MOS. Se denota con el símbolo g_m , con el subíndice m (mutual) ya que en ocasiones es llamada conductancia mutua. *Recordemos que la conductancia es el recíproco de la resistencia.*

Esta característica relaciona el cambio en la corriente de drenaje (D) con el cambio en el voltaje compuerta-fuente (G-S).

En saturación, matemáticamente esto es:

$$g_m = \frac{\Delta i_D}{\Delta v_{GS}} = \left. \frac{di_D}{dv_{GS}} \right|_{Q-pt} = k'_n \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TN}) = \frac{2I_D}{V_{OV}} \cong \sqrt{2k_n I_D} \quad (2.33)$$

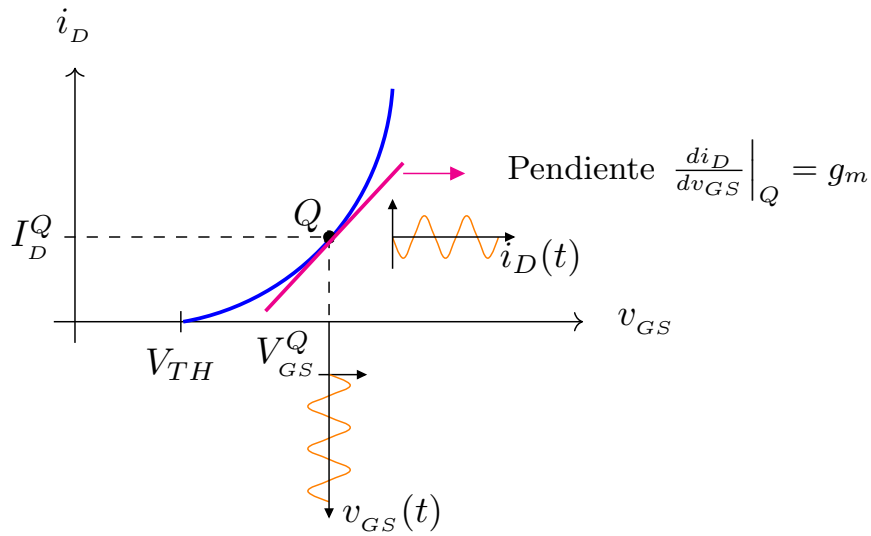


FIGURA 2.9: Gráfica de i_D en función de v_{GS} .

Cuanto mayor sea la transconductancia del dispositivo, más ganancia podemos esperar de un amplificador.

2.7. Modelo de pequeña señal

El modelo de pequeña señal permite analizar la corriente alterna de cada amplificador considerando que tienen un punto de operación y que no se tienen en cuenta las componentes continuas.

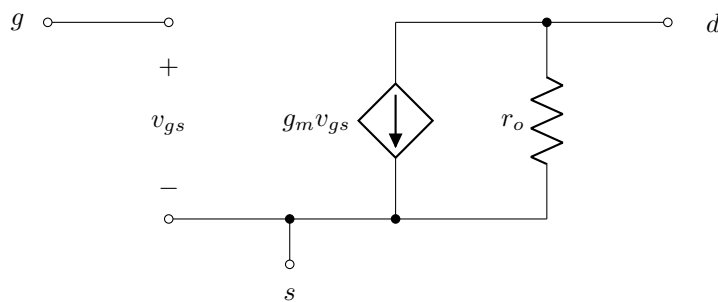


FIGURA 2.10: Modelo de pequeña señal del NMOS.

La figura 2.10 muestra el circuito equivalente de pequeña señal de un transistor MOS.

Donde,

$$r_o = \frac{|V_A|}{I_D} \quad (2.34)$$

$$V_A = \frac{1}{\lambda} \quad (2.35)$$

V_A se conoce como el voltaje de Early y es un parámetro del dispositivo, proporcional a la longitud del canal (L).

Es importante tener en cuenta que los parámetros del modelo de señal pequeña g_m y r_o dependen del punto de polarización de DC del MOSFET.

2.8. Transistor PMOS

El PMOS a diferencia del NMOS tiene un sustrato tipo N, y las terminales D y S son regiones P fuertemente dopadas, razón por la cual el voltaje que se aplica en G es negativo y la corriente fluye en sentido contrario respecto al NMOS.

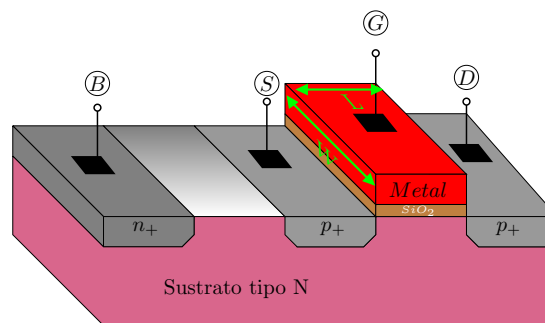


FIGURA 2.11: Estructura del transistor PMOS.

Motivo por el cual las condiciones para las regiones de operación cambian.

2.9. Regiones de operación del PMOS

2.9.1. Región de corte

Para el transistor PMOS el voltaje de umbral es negativo por lo que se debe cumplir la siguiente condición para que el transistor se encuentre en la región de corte:

$$v_{SG} > |V_{TH}| \quad (2.36)$$

2.9.2. Región de triodo

Se requiere cumplir con la siguiente condición para formar un canal:

$$v_{SG} \leq |V_{TH}| \quad (2.37)$$

Así también se debe satisfacer que:

$$v_{SD} \geq v_{SG} - |V_{TH}| \quad (2.38)$$

Por lo tanto, la corriente será:

$$i_D = \mu_p C_{ox} \frac{W}{L} \left[(|v_{SG}| - |V_{TH}|) |v_{SD}| - \frac{1}{2} v_{SD}^2 \right] \quad (2.39)$$

2.9.3. Región de saturación

Finalmente para que el transistor PMOS opere en la región de saturación es necesario cumplir la condición:

$$v_{SD} \leq v_{SG} - |V_{TH}| \quad (2.40)$$

Por lo tanto, la ecuación de la corriente de drenaje se expresa como:

$$i_D = \frac{1}{2} \mu_p C_{ox} \frac{W}{L} (|v_{SG}| - |V_{TH}|)^2 (1 + \lambda |v_{SD}|) \quad (2.41)$$

2.10. Resumen de las regiones de operación del transistor MOS.

El cuadro 2.1 muestra las condiciones y las ecuaciones de ambos transistores en las tres regiones posibles en las que operan: corte, triodo/lineal/óhmica o saturación.

Transistor	NMOS	PMOS
Corte	$V_{GS} < V_{TH}$ $I_D = 0$	$V_{SG} < V_{TH}$ $I_D = 0$
Triodo	$V_{GS} \geq V_{TH}$ $V_{DS} < V_{GS} - V_{TH}$ $I_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} [(V_{GS} - V_{TH}) V_{DS} - \frac{1}{2} V_{DS}^2]$	$V_{SG} > V_{TH}$ $V_{SD} < V_{SG} - V_{TH} $ $I_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} [(V_{SG} - V_{TH}) V_{SD} - \frac{1}{2} V_{SD}^2]$
Saturación	$V_{GS} \geq V_{TH}$ $V_{DS} \geq V_{GS} - V_{TH}$ $I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} [(V_{GS} - V_{TH})^2 (1 + \lambda V_{DS})]$	$V_{SG} > V_{TH}$ $V_{SD} \geq V_{SG} - V_{TH} $ $I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} [(V_{SG} - V_{TH})^2 (1 + \lambda V_{SD})]$

TABLA 2.1: Regiones de operación.

2.11. Retardo de fase

Es la relación entre el desplazamiento total de fase de una señal sinusoidal transmitida a través de un sistema y la frecuencia de la señal.

$$\tau_\varphi = -\frac{\varphi(\omega)}{\omega} \quad (2.42)$$

2.12. Retardo de grupo

El retardo de grupo de un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI), se define como el negativo de la derivada de la respuesta de fase con respecto a la frecuencia. Sea la función de respuesta en frecuencia la ecuación (2.4), entonces, el retardo de grupo se expresa matemáticamente:

$$\tau_g = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \quad (2.43)$$

Este consiste en el retardo de tiempo que sufre cada componente de una señal modulante al atravesar un sistema. En otras palabras, es una medida conveniente de la linealidad de la fase con respecto a la frecuencia en un sistema de modulación.

2.13. Aproximaciones de retardo

Para lograr que la respuesta de un filtro cumpla con los parámetros preestablecidos se emplean funciones matemáticas denominadas funciones de aproximación.

2.13.1. Butterworth

La función de aproximación más básica conocida es la llamada Butterworth que se caracteriza por:

- Curva de magnitud máximamente plana dentro de la banda de paso.
- Curva monotónicamente decreciente. (20 dB/década o 6 dB/octava) para cada polo.

La ecuación general para la respuesta de amplitud de un filtro Butterworth es:

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{\left[1 + \left(\frac{s}{\omega_1}\right)^{2n}\right]^{1/2}} \quad (2.44)$$

2.13.2. Chebyshev tipo 1

Una de estas funciones de aproximación de retraso es la Chebyshev y algunas de sus características son:

- Se utiliza para lograr una caída más rápida al permitir la ondulación en la respuesta de frecuencia.
- A medida que aumenta la ondulación, la caída se vuelve más abrupta.

La ecuación general para la respuesta en amplitud de un filtro Chebyshev es:

$$|H(j\omega)| = \frac{K}{[1 + \epsilon^2 C_n^2(\omega)]^{1/2}} \quad (2.45)$$

donde,

$$C_0(\omega) = 1 \quad (2.46)$$

$$C_1(\omega) = \omega \quad (2.47)$$

Los polinomios de Chebyshev de orden superior se obtienen mediante la fórmula recursiva:

$$C_n(\omega) = 2\omega C_{n-1}(\omega) - C_{n-2}(\omega) \quad (2.48)$$

Para hallar los polos de Chebyshev se sabe que:

$$s_k = \sigma_k \pm j\omega_k \quad (2.49)$$

donde,

$$\sigma_k = \sinh \beta_k \cdot \sin \left(\frac{2k-1}{2n} \pi \right) \quad (2.50)$$

$$\omega_k = \cosh \beta_k \cos \left(\frac{2k-1}{2n} \pi \right) \quad (2.51)$$

con,

$$\beta_k = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\epsilon} \quad k = 1, 2, \dots, 2n \quad (2.52)$$

Orden (n)	Polinomio
0	1
1	ω
2	$2\omega^2 - 1$
3	$4\omega^3 - 3\omega$
4	$8\omega^4 - 8\omega^2 + 1$
5	$16\omega^5 - 20\omega^3 + 5\omega$

TABLA 2.2: *Primeros cinco polinomios de Chebyshev.*

2.13.3. Bessel

Otra función de aproximación de retardo es la conocida como Bessel-Thomson.

Este tipo de aproximación de retardo también se puede encontrar en la literatura como “Maximally Flat Delay” ya que son adecuados para aproximar la función de transferencia trascendental (e^x), que caracteriza un red de retardo ideal sin distorsión. Es decir, que la aproximación se considera mejor en cuanto a que su máximo retardo de grupo demora más en el dominio de la frecuencia.

Los polinomios de Bessel se dan mediante:

$$B_n(x) = \sum_{k=0}^n A_{nk} x^k \quad (2.53)$$

Dónde,

$$A_{nk} = \frac{(n+k)}{(n-k)!k!2^k} \quad (2.54)$$

Visto desde otra manera:

$$B_n\left(\frac{1}{s}\right) \equiv \sum_{k=0}^n \frac{(n+k)}{(n-k)!k!(2s)^k} \quad (2.55)$$

Orden (n)	Parte Real ($-\alpha$)	Parte imaginaria ($\pm j\beta$)
2	1.1030	0.6368
3	1.0509	1.0025
	1.3270	
4	1.3596	0.4071
	0.9877	1.2476

TABLA 2.3: *Ubicación de polos de Bessel.*

Capítulo 3

Desarrollo

3.1. Criterio para el diseño de filtros

En esta sección se muestra el proceso de diseño de filtros. Para empezar a diseñar los filtros es necesario seleccionar criterios de acuerdo con el propósito de este documento.

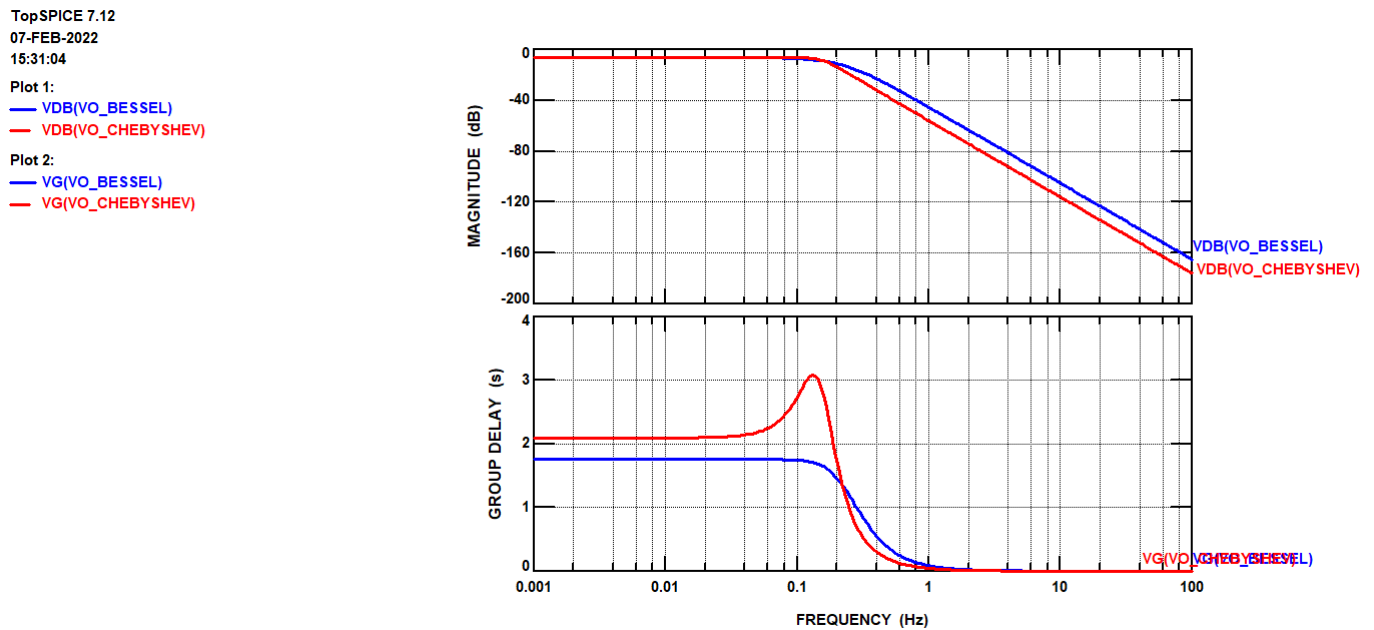


FIGURA 3.1: Comparación de retardos de grupo de filtros Chebyshev tipo I y Bessel.

Como se observa en la figura 3.1 la respuesta para el retardo de grupo de un filtro Bessel es más lineal. Por esta razón se opta por utilizar la aproximación de Bessel para el diseño de los

filtros.

3.2. Topologías de filtros pasivos

Existen muchas referencias para el diseño de filtros pasivos. En este trabajo usaremos la referencia [15].

La siguiente tabla 3.1 muestra los primeros cuatro ordenes de filtros tipo Bessel y los coeficientes para cada elemento del circuito pasivo.

n	R_s	C_1	L_2	C_3	L_4
2	1.0000	0.5755	2.1478		
3	1.0000	0.3374	0.9705	2.2034	
4	1.0000	0.2334	0.6725	1.0815	2.2404

n	$1/R_s$	L_1	C_2	L_3	C_4

TABLA 3.1: Coeficientes de Bessel.

Donde,

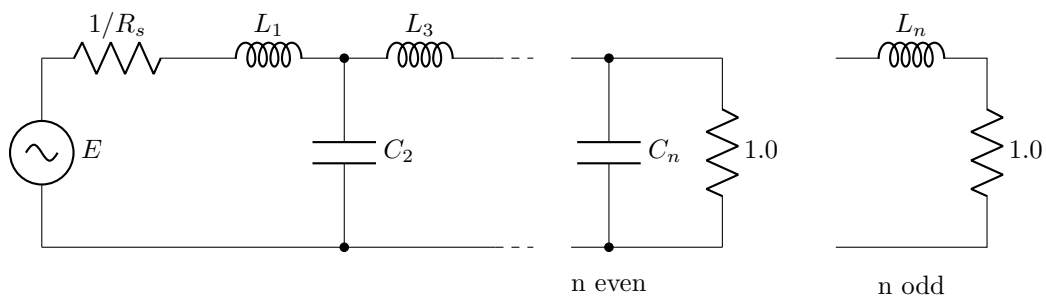


FIGURA 3.2: Topología filtro pasivo.

A continuación, se obtuvo la función de transferencia de cada orden de filtro pasivo.

3.2.1. Filtro de segundo orden

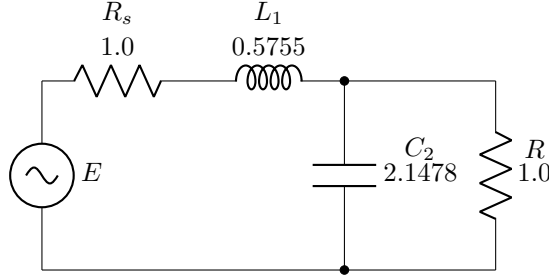


FIGURA 3.3: *Filtro pasivo de segundo orden Bessel.*

$$H(s) = \frac{R}{(C_2RL_1)s^2 + (C_2R_sR + L_1)s + R_s + R} \quad (3.1)$$

3.2.2. Filtro de tercer orden

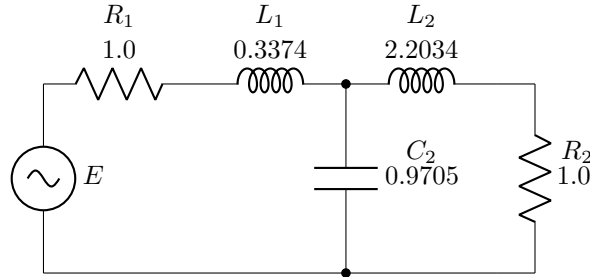
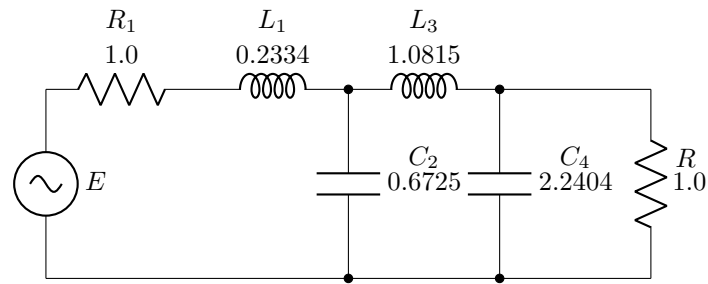


FIGURA 3.4: *Filtro pasivo de tercer orden Bessel.*

$$H(s) = \frac{R}{(C_2L_1L_3)s^3 + C_2(L_1R + L_3R_s)s^2 + (C_2RR_s + L_1 + L_3)s + R + R_s} \quad (3.2)$$

3.2.3. Filtro de cuarto orden

$$H(s) = \frac{R}{C_2C_4L_1L_3Rs^4 + C_2L_3(C_4RR_s + L_1)s^3 + (C_2L_1R + C_2L_3R_s + C_4L_1R + C_4L_3R)s^2 + (C_2RR_s + C_4RR_s + L_1 + L_3)s + R + R_s} \quad (3.3)$$

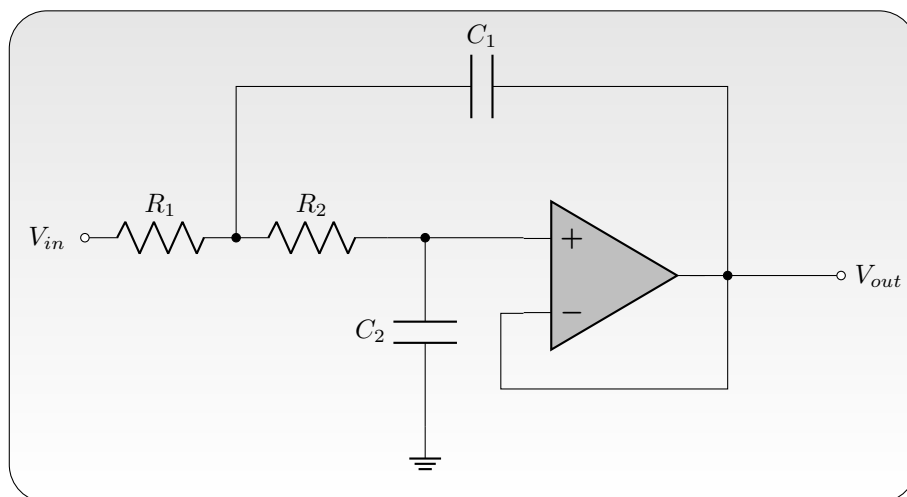
FIGURA 3.5: *Filtro pasivo Bessel de cuarto orden.*

3.3. Estructuras de filtros Bessel en cascada

La tabla 2.3 es la base para diseñar los filtros. La idea principal es utilizar bloques de primero y segundo orden para la creación de filtros de orden dos, tres y posiblemente cuatro. Es importante resaltar que existen dos maneras de realizar los filtros (cascada y paralelo), en esta sección analizaremos las topologías utilizadas y la manera de diseñar ambos tipos de estructuras.

3.3.1. Filtro Bessel de segundo orden

La topología que se utiliza para hacer este filtro es un pasa-bajas Sallen & Key:

FIGURA 3.6: *Topología filtro de segundo orden.*

Su función de transferencia está dada por:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (3.4)$$

Considerando la ubicación de los polos de un filtro de segundo orden, la función de transferencia normalizada deberá ser:

$$H(s)_{poles} = \frac{1}{(s + 1.1030 + 0.6368i)(s + 1.1030 - 0.6368i)} \quad (3.5)$$

$$= \frac{1}{s^2 + 2.206s + 1.1622} \quad (3.6)$$

A partir de esto, se debe denormalizar la función anterior, para esto $s^n \rightarrow \frac{s^n}{\omega_c^n}$.

De modo que las funciones de transferencia denormalizadas en $1M \text{ rad/s}$, $10M \text{ rad/s}$ y 100 rad/s , son:

$$H(s)_{1M} = \frac{1 \times 10^{12}}{s^2 + 2.206 \times 10^6 s + 1.1622 \times 10^{12}} \quad (3.7)$$

$$H(s)_{10M} = \frac{1 \times 10^{14}}{s^2 + 22.06 \times 10^6 s + 1.1622 \times 10^{14}} \quad (3.8)$$

$$H(s)_{100M} = \frac{1 \times 10^{16}}{s^2 + 220.6 \times 10^6 s + 1.1622 \times 10^{16}} \quad (3.9)$$

Igualando las funciones anteriores con la función de la ecuación (3.4) para hallar los valores de los componentes, se obtiene:

Frecuencia [rad/s]	C_1 [F]	C_2 [F]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]
1M	1p	750f	906.6K	906.6K
10M	1p	750f	90.66K	90.66K
100M	1p	750f	9.066K	9.066K

TABLA 3.2: Resumen de valores de R y C para filtro de segundo orden utilizando la topología Sallen & Key.

3.3.2. Filtro Bessel de tercer orden

Para lograr un filtro de tercer orden se colocan en cascada un filtro de primer orden con otro de segundo orden. El único inconveniente que se tiene es que debe cumplir con la ubicación de los polos de la tabla 2.3 de un filtro de orden tres. Por lo tanto se toman en cuenta dos bloques que al momento de ser cascados forman el filtro deseado.

El primer bloque es un filtro RC de primer orden.

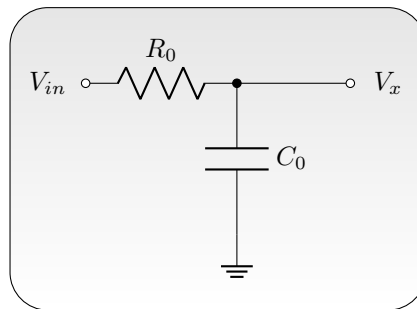


FIGURA 3.7: Topología bloque de primer orden.

Cuya función de transferencia es:

$$H(s) = \frac{V_x}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{R_0 C_0}}{s + \frac{1}{R_0 C_0}} \quad (3.10)$$

Mientras que el segundo bloque se trata de un bloque similar al filtro de segundo orden previo.

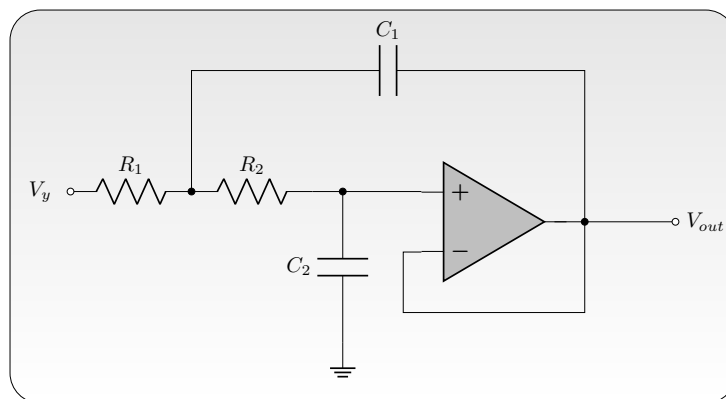


FIGURA 3.8: Topología bloque de segundo orden.

Teniendo una función de transferencia:

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_y} = \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (3.11)$$

Dado que los bloques están en modo voltaje, se requiere de un buffer (de voltaje) para poder cascar las funciones de transferencia.

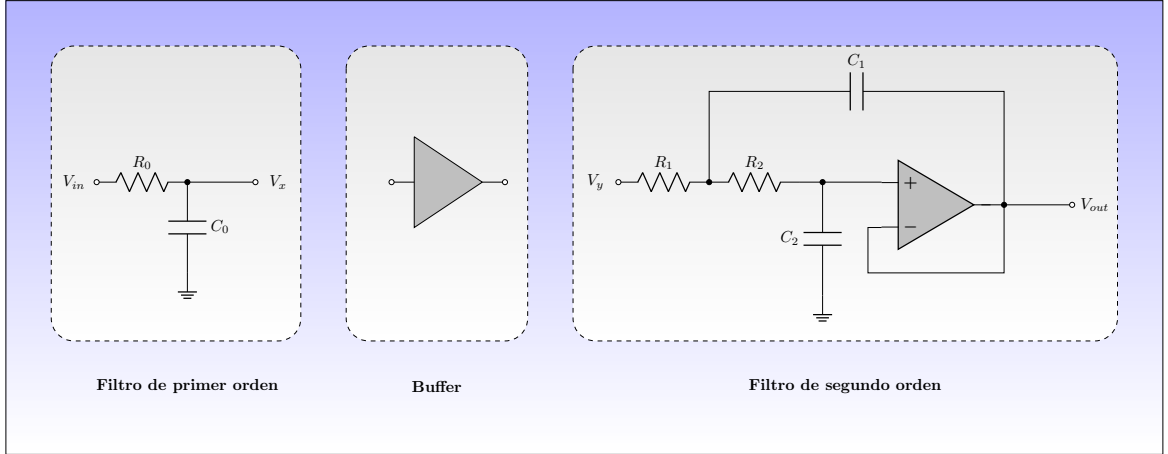


FIGURA 3.9: Estructuras en cascada para filtro de tercer orden.

Teóricamente, esto es una multiplicación de ambas funciones de transferencia.

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{\frac{1}{R_0 C_0}}{s + \frac{1}{R_0 C_0}} \cdot \frac{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} \right) s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (3.12)$$

$$= \frac{1}{(R_0 R_2 C_0) s^3 + (R_0 R_1 C_0 C_2 + R_1 R_2 C_1 C_2) s^2 + (R_0 C_0 + R_1 C_2 + R_2 C_2) s + 1} \quad (3.13)$$

Para poder conseguir que el filtro sea tipo Bessel de tercer orden, la función de transferencia será:

$$H(s)_{poles} = H(s)_{Order1} \cdot H(s)_{Order2} \quad (3.14)$$

$$= \frac{1}{s + 1.3270} \cdot \frac{1}{(s + 1.0509 + 1.0025i)(s + 1.0509 - 1.0025i)} \quad (3.15)$$

Es decir,

$$H(s)_{poles} = \frac{1}{s + 1.3270} \cdot \frac{1}{s^2 + 2.1018s + 2.1093} \quad (3.16)$$

Denormalizando individualmente, ($s^n \rightarrow \frac{s^n}{\omega_c^n}$), se obtiene para el bloque de primer orden:

$$H(s)_{1M} = \frac{1 \times 10^6}{s + 1.3270 \times 10^6} \quad (3.17)$$

$$H(s)_{10M} = \frac{10 \times 10^8}{s + 1.3270 \times 10^7} \quad (3.18)$$

$$H(s)_{100M} = \frac{100 \times 10^8}{s + 1.3270 \times 10^8} \quad (3.19)$$

Igualando las funciones anteriores con la función de la ecuación (3.10) y considerando un $C_0 = 1pF$ los valores obtenidos son:

Frecuencia [rad/s]	C_0 [F]	R_0 [Ω]
1M	1p	753.579K
10M	1p	75.3579K
100M	1p	7.53579K

TABLA 3.3: Resumen de valores de R y C para bloque de primer orden.

Denormalizando el bloque de segundo orden se obtienen los siguientes valores:

$$H(s)_{1M} = \frac{1 \times 10^{12}}{s^2 + 2.1018 \times 10^6 s + 2.1093 \times 10^{12}} \quad (3.20)$$

$$H(s)_{10M} = \frac{1 \times 10^{14}}{s^2 + 21.018 \times 10^6 s + 2.1093 \times 10^{14}} \quad (3.21)$$

$$H(s)_{100M} = \frac{1 \times 10^{16}}{s^2 + 210.18 \times 10^6 s + 2.1093 \times 10^{16}} \quad (3.22)$$

Igualando las funciones anteriores con la función de la ecuación (3.11) para hallar los valores de los componentes, se obtiene:

Frecuencia [rad/s]	C_1 [F]	C_2 [F]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]
1M	1p	523.58f	951.538K	951.538K
10M	1p	523.58f	95.1538K	95.1538K
100M	1p	523.58f	9.51565K	9.51565K

TABLA 3.4: Resumen de valores de R y C para bloque de orden 2.

3.3.3. Filtro Bessel de tercer orden reemplazando el bloque de primer orden por un elemento activo

Considerando lo anterior, podemos sustituir el filtro RC por un elemento activo de la siguiente manera:

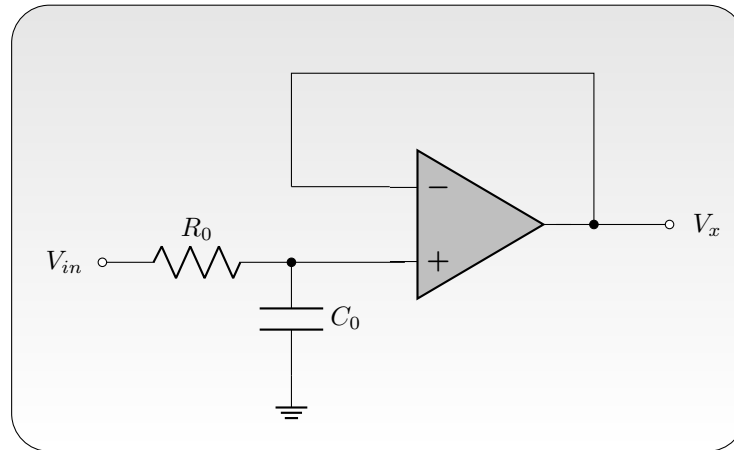


FIGURA 3.10: Topología bloque de primer orden.

Cuya función de transferencia es:

$$H(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{R_0 C_0}} \quad (3.23)$$

Igualando las funciones de transferencia (3.23) con el segundo término de la ecuación (3.16) se obtiene la siguiente tabla de valores:

Frecuencia [rad/s]	C_0 [F]	R_0 [Ω]
1M	1p	753.579K
10M	1p	75.3579K
100M	1p	7.53579K

TABLA 3.5: Resumen de valores de R y C para bloque de primer orden con elemento activo.

3.3.4. Filtro Bessel de cuarto orden

Para poder implementar este filtro se utilizan dos etapas de segundo orden tomando en cuenta la ubicación de los polos de un filtro de cuarto orden tipo Bessel.

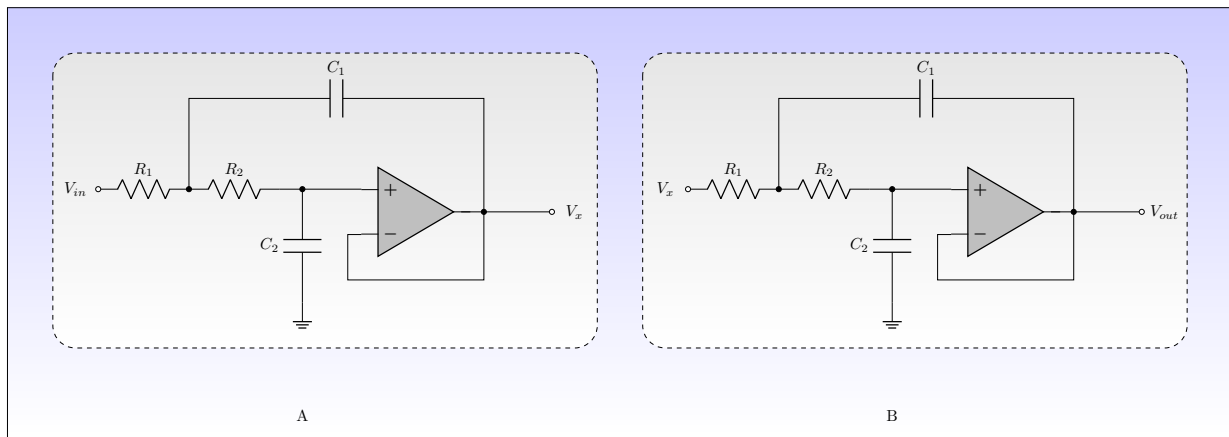


FIGURA 3.11: Topología bloque de cuarto orden.

Cada una de las estructuras corresponden a un Sallen & Key y por lo tanto tienen la misma función de transferencia que (3.4).

Utilizando la ubicación de los polos estas cambian, la estructura A es:

$$H(s)_{A-polos} = \frac{1}{(s + 1.3596 + 0.4071i)(s + 1.3596 - 0.4071i)} \quad (3.24)$$

$$= \frac{1}{s^2 + 2.7192s + 2.01424257} \quad (3.25)$$

Mientras que, para la estructura B:

$$H(s)_{B\text{-poles}} = \frac{1}{(s + 0.9877 + 1.2476i)(s + 0.9877 - 1.2476i)} \quad (3.26)$$

$$= \frac{1}{s^2 + 1.9754s + 2.5320} \quad (3.27)$$

Igualando las funciones de transferencia se obtienen los siguientes valores de R y C:

Frecuencia [rad/s]	C_1 [F]	C_2 [F]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]
1M	1p	917.72f	735.51K	735.51K
10M	1p	917.72f	73.551K	73.551K
100M	1p	917.72f	7.3551K	7.3551K

TABLA 3.6: Resumen de valores de R y C para bloque de orden 2-A.

Frecuencia [rad/s]	C_1 [F]	C_2 [F]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]
1M	1p	385.28f	1.0124M	1.0124M
10M	1p	385.28f	101.24K	101.24K
100M	1p	385.28f	10.124K	10.124K

TABLA 3.7: Resumen de valores de R y C para bloque de orden 2-B.

3.4. Estructuras en paralelo mediante descomposición de fracciones parciales

Realizar estructuras en paralelo mediante la descomposición de fracciones parciales es importante para garantizar que los filtros implementados sean del tipo retardo máximamente plano".

Analicemos lo que ocurre cuando se ponen en paralelo bloques de filtros Bessel como se muestra en la siguiente figura.

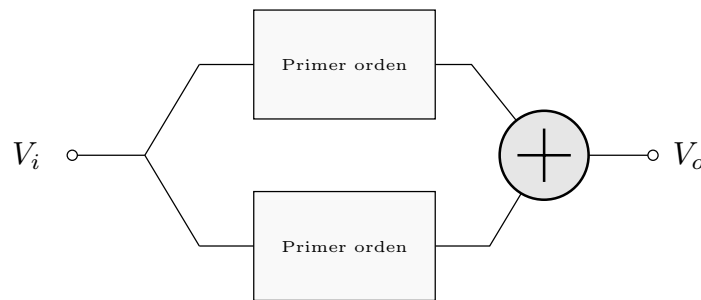


FIGURA 3.12: Filtro de segundo orden con estructuras en paralelo.

La implementación sería utilizar dos filtros de primer orden para posteriormente ser sumados con el objetivo de obtener a la salida un filtro tipo Bessel de segundo orden y así sucesivamente con las combinaciones para los demás ordenes de filtros.

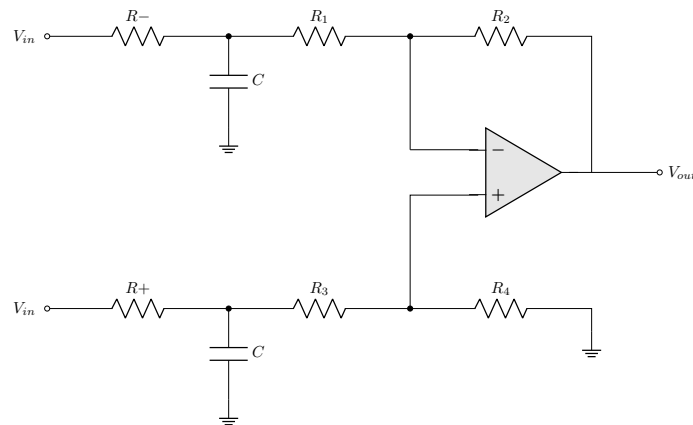


FIGURA 3.13: Implementación de un filtro de segundo orden con estructuras en paralelo.

Sin embargo, retomando las ecuaciones:

$$H(s)_{poles} = \frac{1}{(s + 1.1030 + 0.6368i)(s + 1.1030 - 0.6368i)} \quad (3.28)$$

$$= \frac{1}{s^2 + 2.206s + 1.6221} \quad (3.29)$$

Observamos que no es posible obtener dos filtros de primer orden con una ecuación que contiene polos conjugados, ya que la descomposición en fracciones parciales sería la siguiente:

$$H(s)_{poles} = \frac{1}{s^2 + 2.206s + 1.62212324} = \frac{K_1}{s + a_1} \pm \frac{K_2}{s + a_2} \quad (3.30)$$

$$= \frac{7.8518i}{s + 1.1030 + 0.6368i} - \frac{7.8518i}{s + 1.1030 - 0.6368i} \quad (3.31)$$

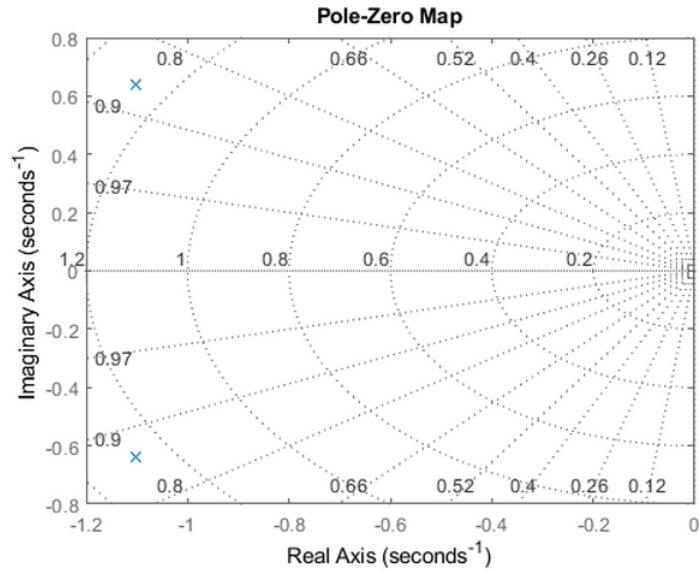


FIGURA 3.14: Ubicación de polos y ceros en Matlab de la función de transferencia correspondiente.

Con lo anterior queda demostrado que no es posible obtener dos filtros de primer orden que en paralelo se obtenga la función de transferencia correspondiente a un filtro Bessel de segundo orden.

3.4.1. Filtro Bessel de Orden 3 con Åkerberg-Mossberg bicuadrático

A continuación se desarrolla el método correcto para obtener a la salida un filtro Bessel utilizando bloques en paralelo no necesariamente Bessel, esto se realiza utilizando fracciones

parciales.

Basándonos en el siguiente filtro de tercer orden con estructuras en paralelo.

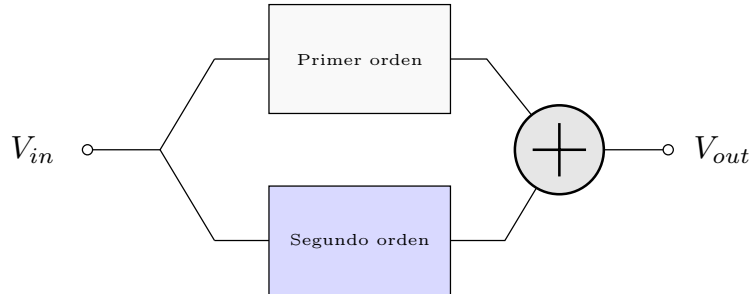


FIGURA 3.15: Filtro de tercer orden con estructuras en paralelo.

Y retomando algunas ecuaciones:

$$H(s)_{poles} = \frac{1}{s + 1.3270} \cdot \frac{1}{s^2 + 2.1018s + 2.1093} \quad (3.32)$$

$$= \frac{1}{s^3 + 3.4288s^2 + 4.8984s + 2.7991} \quad (3.33)$$

Nótese que la función de transferencia de tercer orden se puede descomponer en fracciones parciales de la siguiente forma:

$$H(s)_{poles} = \frac{K_1}{s + 1.3270} + \frac{K_2s + K_3}{(s + 1.0509 + 1.0025i)(s + 1.0509 - 1.0025i)} \quad (3.34)$$

$$= \frac{K_1}{s + 1.3270} + \frac{K_2s + K_3}{s^2 + 2.1018s + 2.1093} \quad (3.35)$$

donde,

$$K_1 = 0.9248 \quad (3.36)$$

$$K_2 = -0.9248 \quad (3.37)$$

$$K_3 = -0.7165 \quad (3.38)$$

es decir,

$$H(s)_{poles} = \underbrace{\frac{0.9248}{s + 1.3270}}_{LP \text{ Orden } 1} - \underbrace{\frac{0.9248s}{s^2 + 2.1018s + 2.1093}}_{BP \text{ Orden } 2} - \underbrace{\frac{0.7165}{s^2 + 2.1018s + 2.1093}}_{LP \text{ Orden } 2} \quad (3.39)$$

En este caso la ubicación de cada polo coincide con el de un filtro Bessel de tercer orden.

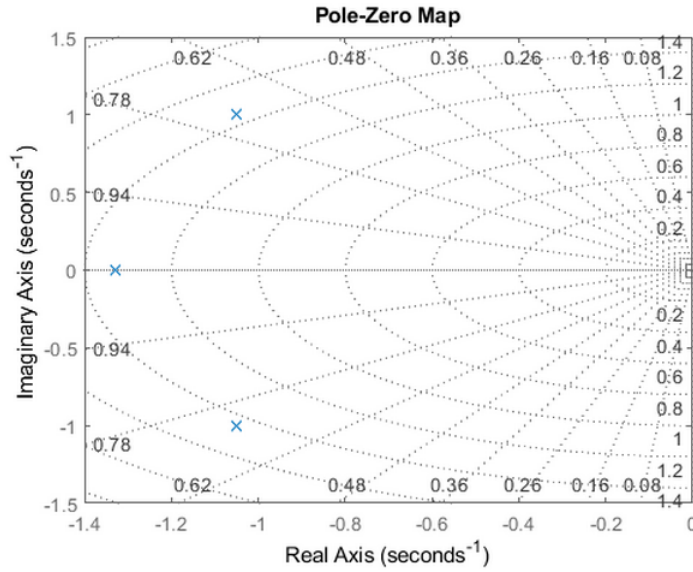


FIGURA 3.16: Ubicación de polos y ceros en Matlab de la función de transferencia de un filtro de tercer orden.

Como se puede identificar para obtener un filtro Bessel de tercer orden es necesario poner en paralelo una estructura de primer orden (figura 3.10) y otra de segundo orden que corresponda a un filtro pasa banda y pasa bajas.

Para el primer bloque considerando la función de transferencia sin la ganancia se obtiene:

$$H(s)_{O1} = \frac{\frac{1}{R_0 C_0}}{s + \frac{1}{R_0 C_0}} = \frac{1}{s + 1.3270} \quad (3.40)$$

Considerando $C_0 = 1 \times 10^{-12} F$, entonces:

$$\frac{1}{RC} = 1.3270 \implies R = \frac{1}{(1 \times 10^{-12})(1.3270)} = 7.5357 \times 10^{11} \quad (3.41)$$

Frecuencia [rad/s]	C_0 [F]	R_0 [Ω]
1	1×10^{-12}	7.5357×10^{11}

TABLA 3.8: Resumen de valores de RC para bloque de orden 1.

Para el bloque de segundo orden, se utilizó la estructura *Åkerberg-Mossberg bicuadrático*, como se muestra en la figura 3.17.

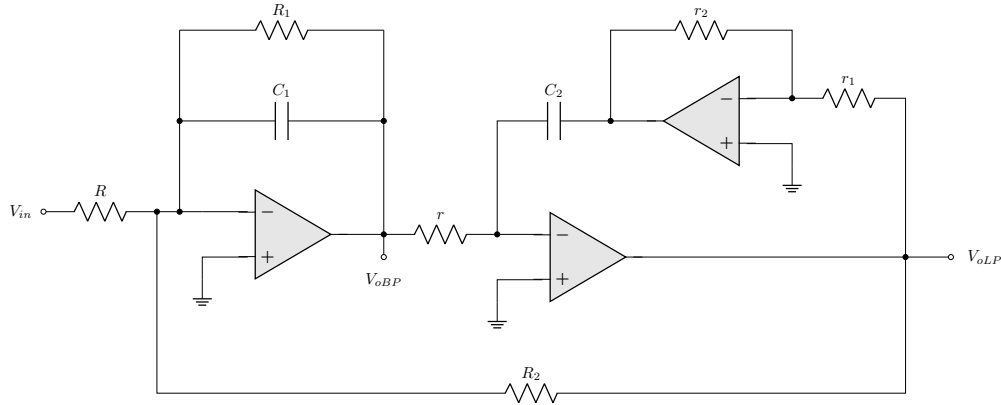


FIGURA 3.17: *Åkerberg-Mossberg bicuadrático*.

En esta topología se puede obtener un filtro pasa-banda y otro pasa bajas que se rigen por las siguientes funciones de transferencia:

$$\frac{V_{oBP}}{V_{in}} = -\frac{\frac{s}{RC_1}}{s^2 + \frac{1}{R_1C_1}s + \frac{r_1}{C_1C_2R_2rr_2}} \quad (3.42)$$

$$\frac{V_{oLP}}{V_{in}} = -\frac{\frac{r_1}{C_1C_2R_2rr_2}}{s^2 + \frac{1}{R_1C_1}s + \frac{r_1}{C_1C_2R_2rr_2}} \quad (3.43)$$

Considerando $C_1 = C_2 = 1 \times 10^{-12}$, $r_1 = r_2 = 1 \times 10^3$ y $R = R_1 = R_2$, podemos obtener el valor de estos últimos igualando las funciones de transferencia sin considerar las ganancias y los valores propuestos anteriormente.

$$\frac{1}{R_1C_1} = 2.1018 \implies R_1 = \frac{1}{C_1(2.1018)} = \frac{1}{(1 \times 10^{-12})(2.1018)} = 4.7578 \times 10^{11} \quad (3.44)$$

Para hallar r se igualan las funciones de transferencia obteniendo que,

$$\frac{r_1}{C_1C_2R_2rr_2} = 2.1093 \implies r = \frac{r_1}{C_1C_2R_2r_2(2.1093)} \quad (3.45)$$

$$= \frac{(1 \times 10^3)}{(1 \times 10^{-12})^2(4.7578 \times 10^{11})(1 \times 10^3)(2.1093)} \quad (3.46)$$

$$= 9.9639 \times 10^{11} \quad (3.47)$$

Para el punto de suma se puede utilizar un amplificador sumador/restador.

Frecuencia [rad/s]	$C_1 = C_2$ [F]	$r_1 = r_2$ [Ω]	$R = R_1 = R_2$ [Ω]	r [Ω]
1	1×10^{-12}	1×10^3	4.7578×10^{11}	9.9639×10^{11}

TABLA 3.9: Resumen de valores del bloque de segundo orden.

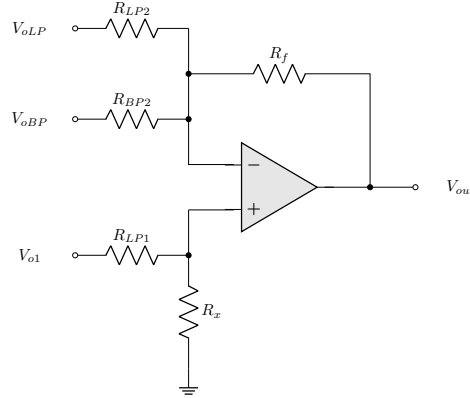


FIGURA 3.18: Amplificador Sumador/Restador.

Recordemos que la ganancia independientemente de su signo se obtiene con:

$$A = \frac{R_f}{R_j} \quad (3.48)$$

Si consideramos $R_f = 1K\Omega$ y las ganancias dadas necesarias dadas por las ecuaciones (3.36), (3.37) y (3.38), las resistencias deben ser de los siguientes valores:

$$R_{LP1} = \frac{1K\Omega}{0.9248} = 1.0812K\Omega \quad (3.49)$$

$$R_{BP2} = \frac{1K\Omega}{0.9248} = 1.0812K\Omega \quad (3.50)$$

$$R_{LP2} = \frac{1K\Omega}{0.7165} = 1.0812K\Omega \quad (3.51)$$

$$(3.52)$$

Sin embargo, se debe cumplir que la suma de las ganancias positivas sean igual a la suma de las ganancias negativas más uno. Es decir,

$$A_+ = A_- + 1 \quad (3.53)$$

Si lo anterior no se cumple entonces es necesario una resistencia de compensación (R_x) que es equivalente a:

$$R_x = \frac{R_f}{A_- + 1 - A_+} \quad (3.54)$$

En nuestro caso la suma de las ganancias positivas y negativas son las siguientes:

$$A_+ = 0.9248 \quad (3.55)$$

$$A_- = 1.6407 \quad (3.56)$$

$$A_- + 1 = 2.6407 \quad (3.57)$$

Observemos que no se cumple el enunciado de la ecuación (3.54), de modo que se necesitará una resistencia de compensación

$$R_x = \frac{1K\Omega}{(2.6407) - (0.9248)} = \frac{1K\Omega}{1.7159} = 582.7968\Omega \quad (3.58)$$

Obteniendo así los valores de este bloque.

R_f [Ω]	R_{LP1} [Ω]	R_{BP2} [Ω]	R_{LP2} [Ω]	R_x [Ω]
1K	1.0812K	1.0812K	1.3955K	582.7968

TABLA 3.10: Resumen de valores del bloque de suma y resta.

Finalmente, el diagrama del circuito sería el siguiente:

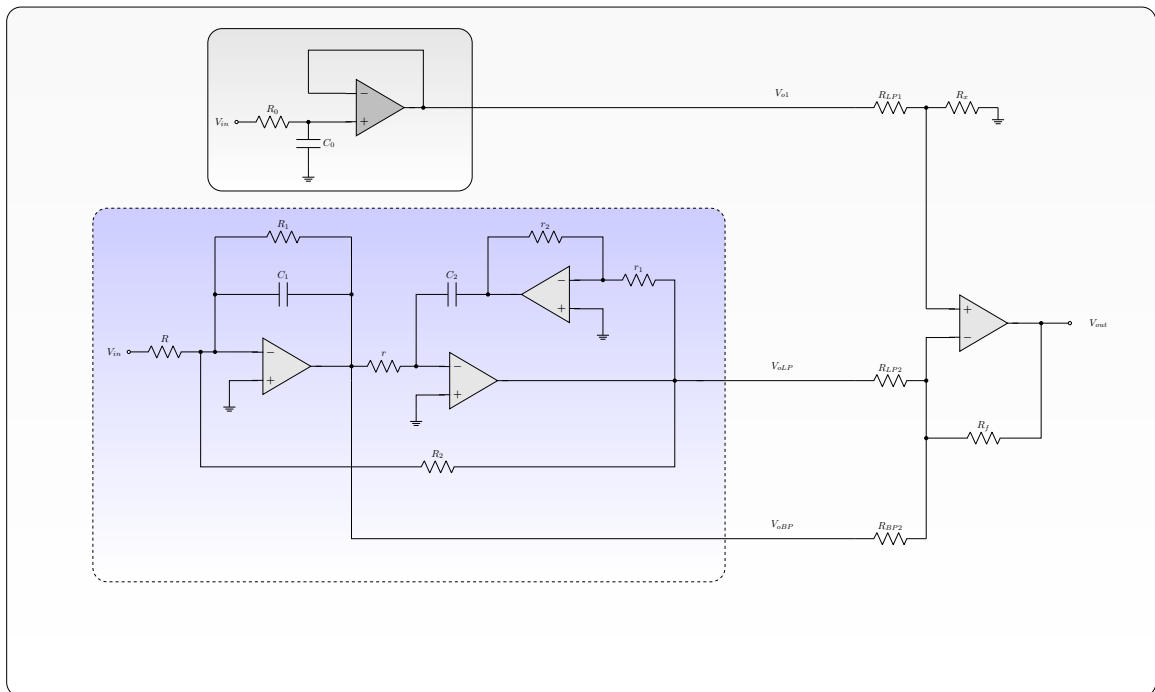


FIGURA 3.19: Filtro Bessel de segundo orden.

Sin embargo, al transcribir el esquema propuesto con la topología Akerberg-Mossberg en la herramienta de Cadence y observando la respuesta en frecuencia, se tiene que:

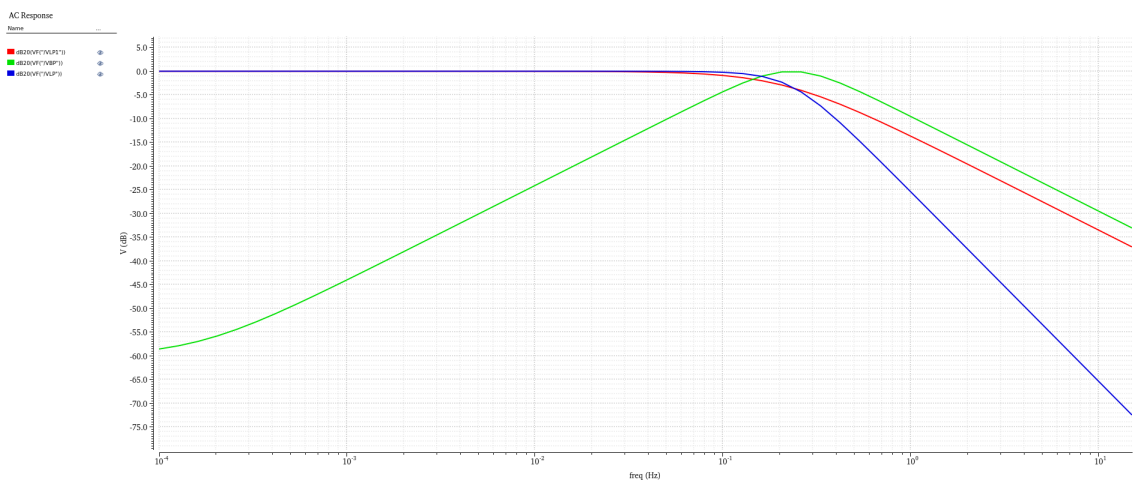


FIGURA 3.20: Respuesta en frecuencia de los filtros.

Se nota que estas respuestas de cada filtro correspondiente a la ecuación (3.39), se aproximan.

Se espera que la ubicación de los polos y ceros coincida con la obtenida matemáticamente. Al simular los polos y ceros de este bloque se tiene lo siguiente.

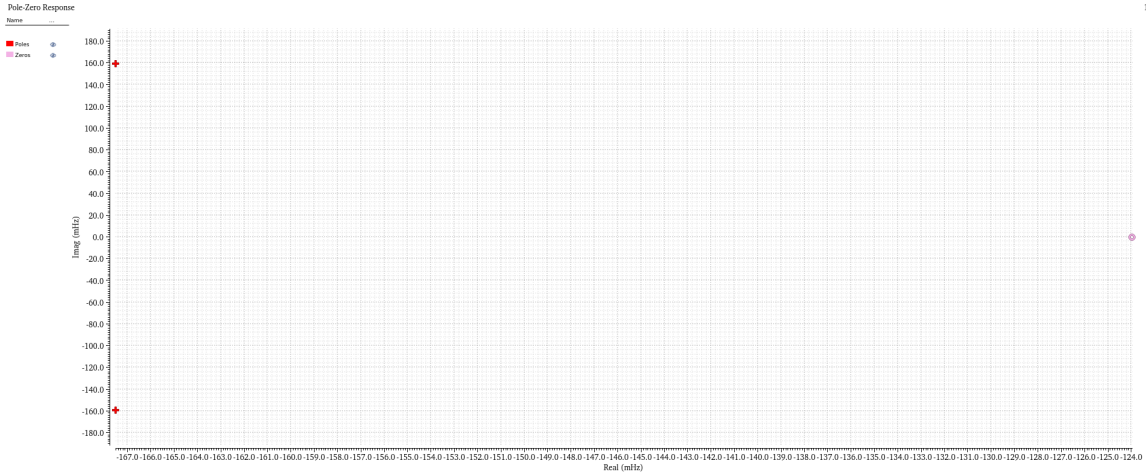


FIGURA 3.21: Ubicación de polos y ceros del bloque Akerberg-Mossberg.

Vemos la aparición de un cero, pero no es preocupante ya que se encuentra relativamente lejos. Sin embargo, al simular los polos y ceros de la función de transferencia de todo el sistema con las estructuras en paralelo se obtienen como resultado los polos y ceros de la figura 3.22.

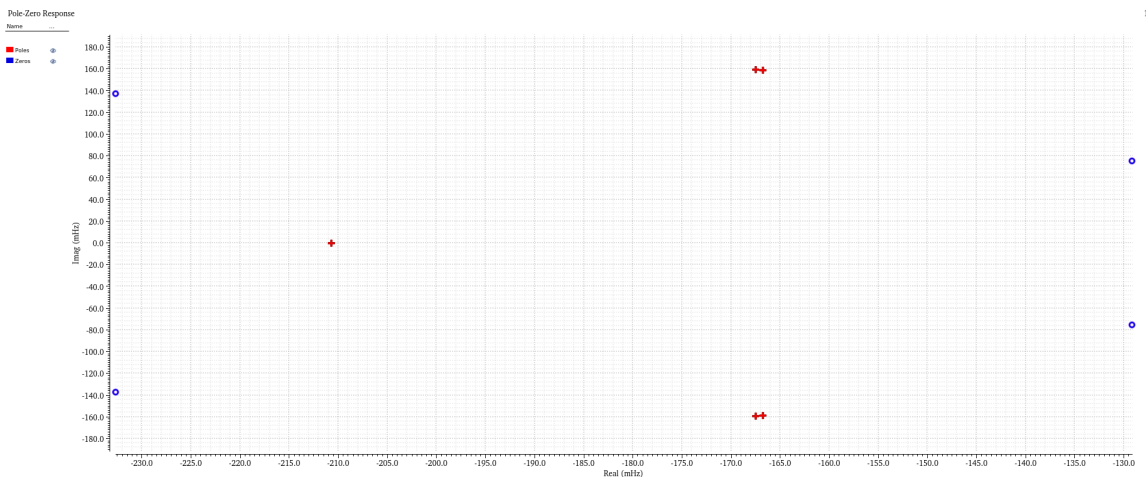


FIGURA 3.22: Ubicación de polos y ceros del filtro de tercer orden.

Como se observa, los resultados obtenidos no son favorables. De modo que se optó por utilizar una nueva topología.

3.4.2. Filtro Bessel de Orden 3 con Tow-Thomas y KHN

Otra topología bicuadrática es la Tow-Thomas que funciona con tres OpAmps como se muestra en la siguiente figura.

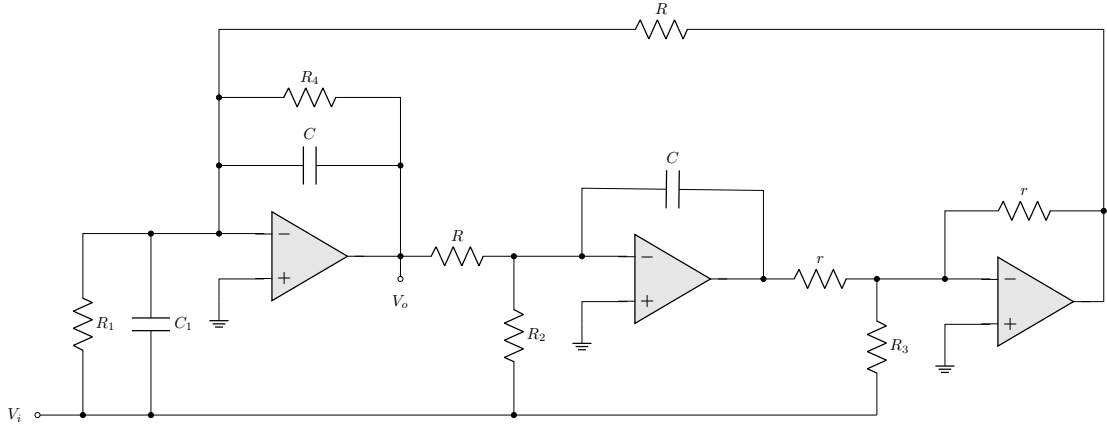


FIGURA 3.23: Topología Tow-Thomas.

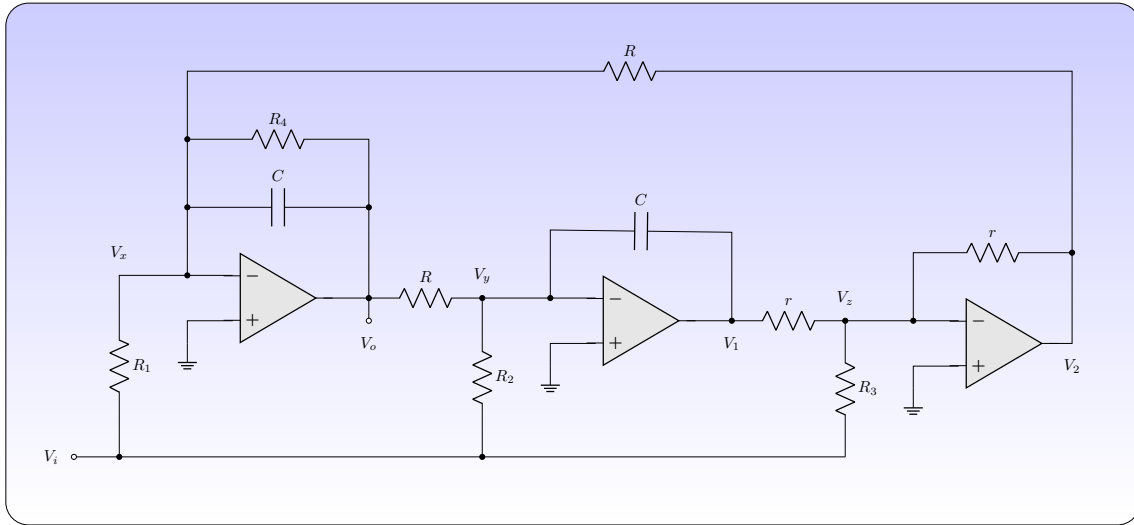
Cuya, función de transferencia es:

$$H(s) = \frac{\frac{C_1}{C}s^2 + \frac{1}{CR} \left(\frac{R}{R_1} - \frac{r}{R_3} \right) s + \frac{1}{C^2RR_2}}{s^2 + \frac{1}{CR_4}s + \frac{1}{C^2R^2}} \quad (3.59)$$

Sin embargo, necesitamos esta estructura para obtener un bloque de segundo orden al que corresponda la función de transferencia:

$$H(s)_{poles} = \frac{-0.9248s - 0.7165}{s^2 + 2.1018s + 2.1093} \quad (3.60)$$

De modo que, en la función de transferencia original de la topología se debe eliminar el termino cuadrático en el numerador. Es decir, que $C_1 = 0$, esto en la literatura también se conoce como un filtro KHN.

FIGURA 3.24: *Filtro KHN.*

La función de transferencia correspondiente a la anterior figura será:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{CR} \left(\frac{R}{R_1} - \frac{r}{R_3} \right) s + \frac{1}{C^2 RR_2}}{s^2 + \frac{1}{CR_4} s + \frac{1}{C^2 R^2}} \quad (3.61)$$

Por análisis nodal se plantean las siguientes ecuaciones,

$$eq1 = \frac{(V_x - V_i)}{R_1} + (V_x - V_o)sC + \frac{(V_x - V_o)}{R_4} + \frac{(V_x - V_2)}{R} = 0 \quad (3.62)$$

$$eq2 = \frac{(V_y - V_o)}{R} + \frac{(V_y - V_i)}{R_2} + (V_y - V_1)sC = 0 \quad (3.63)$$

$$eq3 = \frac{(V_z - V_1)}{r} + \frac{(V_z - V_i)}{R_3} + \frac{(V_z - V_2)}{r} = 0 \quad (3.64)$$

$$(3.65)$$

Con las condiciones,

$$V_x = 0; V_y = 0; V_z = 0; \quad (3.66)$$

Resolviendo en Maple:

$$H(s) = -\frac{R_4 R ((CRR_2 R_3 - CR_1 R_2 r)s + R_1 R_3)}{(R_1 R_2 R_3 (C^2 R^2 R_4 s^2 + CR^2 s + R_4))} \quad (3.67)$$

Simplificando la función de transferencia obtenida:

$$H(s) = -\frac{R_4 R (C R_2 (R R_3 - R_1 r) s + R_1 R_3)}{(R_1 R_2 R_3 (C^2 R^2 R_4 s^2 + C R^2 s + R_4))} \cdot \frac{\frac{C R_2 (R R_3 - R_1 r)}{C R_2 (R R_3 - R_1 r)}}{\frac{C^2 R^2 R_4}{C^2 R^2 R_4}} \quad (3.68)$$

$$= \frac{R R_4 C R_2 (R R_3 - R_1 r) (s + \frac{R_1 R_3}{C R_2 (R R_3 - R_1 r)})}{R_1 R_2 R_3 C^2 R^2 R_4 (s^2 + \frac{C R^2}{C^2 R^2 R_4} s + \frac{R_4}{C^2 R^2 R_4})} \quad (3.69)$$

$$= \frac{\frac{(R R_3 - R_1 r)}{R_1 R_3 C R} (s + \frac{R_1 R_3}{C R_2 (R R_3 - R_1 r)})}{s^2 + \frac{1}{C_4} s + \frac{1}{C^2 R^2}} \quad (3.70)$$

$$= \frac{\frac{(R R_3 - R_1 r)}{R_1 R_3 C R} s + \frac{1}{C^2 R R_2}}{s^2 + \frac{1}{C R_4} s + \frac{1}{C^2 R^2}} \quad (3.71)$$

$$= \frac{\frac{1}{C R} \left(\frac{R}{R_1} - \frac{r}{R_3} \right) s + \frac{1}{C^2 R R_2}}{s^2 + \frac{1}{C R_4} s + \frac{1}{C^2 R^2}} \quad (3.72)$$

Igualando las funciones de transferencia de las ecuaciones (3.61) y (3.60) para obtener los valores y por practicidad proponiendo $C = 1mF$; se tiene en el denominador:

$$\frac{1}{C R_4} = 2.1018 \implies R_4 = \frac{1}{(1 \times 10^{-3})(2.1018)} = 475.7826 \quad (3.73)$$

$$\frac{1}{C^2 R^2} = 2.1093 \implies R = \sqrt{\frac{1}{(1 \times 10^{-3})^2 (2.1093)}} = 688.5267 \quad (3.74)$$

En el numerador:

$$\frac{1}{C^2 R R_2} = 0.7165 \implies R_2 = \frac{1}{(1 \times 10^{-3})^2 (688.5267)(0.7165)} = 2026.7986 \quad (3.75)$$

Considerando, $R = R_1$ y proponiendo una $R_3 = 1K\Omega$:

$$\frac{1}{C R} \left(\frac{R}{R_1} - \frac{r}{R_3} \right) = 0.9248 \implies r = 363.2048 \quad (3.76)$$

En resumen:

Frecuencia [rad/s]	C [F]	r [Ω]	$R = R_1$ [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]
1	1×10^{-3}	363.2048	688.5267	2026.7986	1×10^3	475.7826

TABLA 3.11: Resumen de valores del bloque de segundo orden.

Al igual que la anterior topología se utiliza un amplificador sumador-restador, de la siguiente forma,

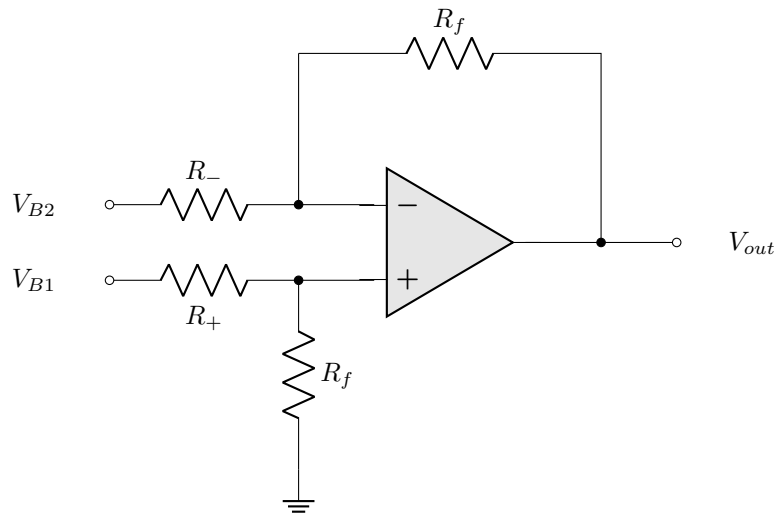


FIGURA 3.25: Amplificador Sumador-Restador.

Por superposición podemos obtener la función de transferencia:

$$\frac{V_{out}}{V_x} = 1 + \frac{R_f}{R_-} \quad (3.77)$$

$$\frac{V_x}{V_{B1}} = \frac{R_f}{R_f + R_+} \quad (3.78)$$

$$\frac{V_{out}}{V_{B1}} = \frac{R_f}{R_f + R_+} \cdot \left(1 + \frac{R_f}{R_-} \right) \quad (3.79)$$

Ya que ya se obtuvieron las ganancias necesarias del bloque de segundo orden, entonces en esta etapa ya no se deben amplificar, de modo que se propone $R_f = R_- = 1K\Omega$:

$$\frac{V_{out}}{V_{B1}} = \frac{2R_f}{R_f + R_+} = \frac{2K\Omega}{1K\Omega + R_+} 0.9248 \quad (3.80)$$

$$R_+ = 1162.4748\Omega \quad (3.81)$$

Ahora, observemos la ubicación de polos y ceros con Cadence:

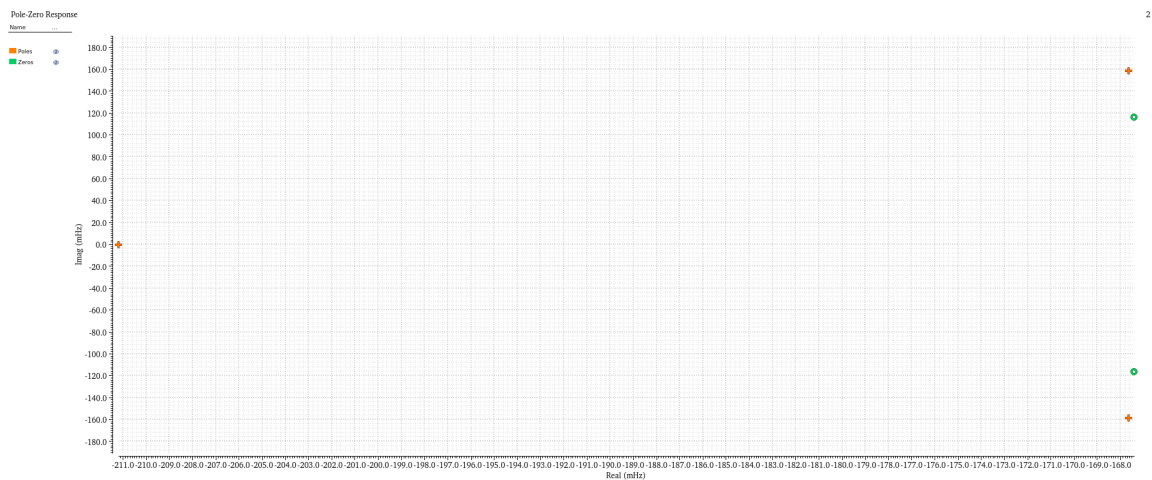


FIGURA 3.26: Polos y ceros filtro Bessel de 3er orden con topología KHN.

Nótese que debido a la retroalimentación que existe se agregan ceros conjugados ubicados tal como se muestra en la ventana de resultados en Cadence que se muestra a continuación.

```
*****
DC simulation time: CPU = 298 us, elapsed = 298.977 us.
DC simulation time: CPU = 128 us, elapsed = 126.839 us.
Poles (Hz)

      Real          Imaginary      Qfactor
1  -2.11199e-01      0.00000e+00      5.00000e-01
2  -1.67642e-01      +/- 1.58742e-01      6.88595e-01

Zeros (Hz)
at V(Vout,0)/V0

      Real          Imaginary      Qfactor
1  -1.67418e-01      +/- 1.16331e-01      6.08857e-01

Constant factor = 2.14604e+00
DC gain = 1.26099e+00
```

FIGURA 3.27: Ventana de resultados de simulación de ubicación de polos y ceros de bloque KHN en Cadence.

Al pasar de [Hz] a [rad/s] los polos que se obtienen son:

$$Real : -0.2111(2\pi) = 1.3270 \quad (3.82)$$

$$Real : -0.1676(2\pi) = -1.0533 \quad (3.83)$$

$$Imaginario : \pm 0.1587(2\pi) = \pm 0.9974 \quad (3.84)$$

Como se observa, estos resultados coinciden con la tabla 2.3 de la ubicación de los polos y ceros de un filtro Bessel de tercer orden. Sin embargo, también se obtuvieron ceros conjugados de valores:

$$Real : -0.1676(2\pi) = -1.0519 \quad (3.85)$$

$$Imaginario : \pm 0.1163(2\pi) = \pm 0.7309 \quad (3.86)$$

Por esta razón la respuesta en frecuencia de este filtro cambia ya que se atenúa la amplitud, y se tiene un pico.

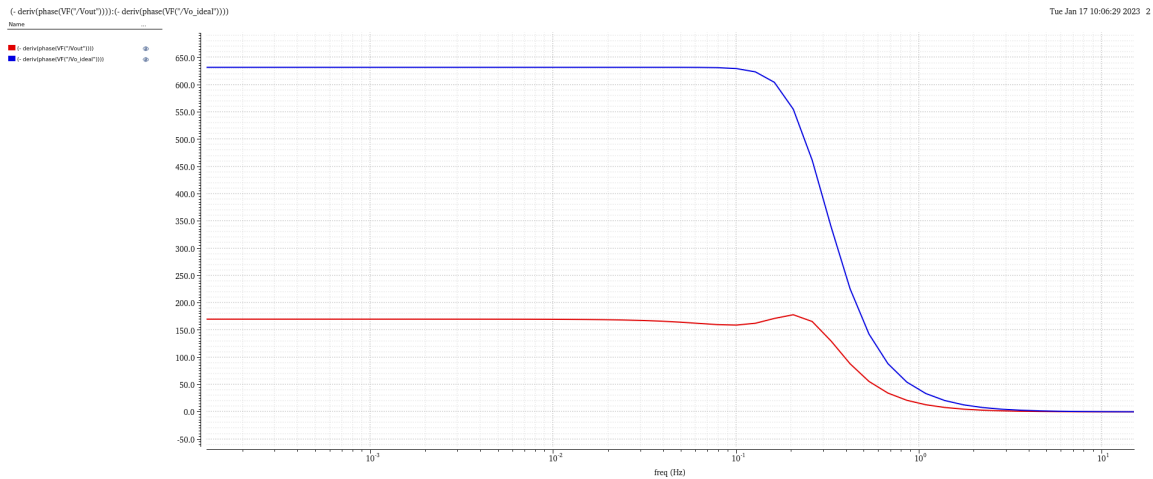


FIGURA 3.28: Comparación del retardo de grupo de un filtro Bessel pasivo y activo con topología KHN en Cadence.

Finalmente, se realizó la comparación del retardo de grupo de un filtro Bessel pasivo y activo con esta última topología del bloque de segundo orden.

Capítulo 4

Resultados

A continuación se discuten los resultados obtenidos en este trabajo de investigación.

4.1. Retardos de grupo en cascada

Si sumamos las estructuras en cascada, obtenemos la suma los retardos de grupo. Es decir,

$$\tau_g = \tau_{g1} + \tau_{g2} + \tau_{g3} + \dots + \tau_{gn} \quad (4.1)$$

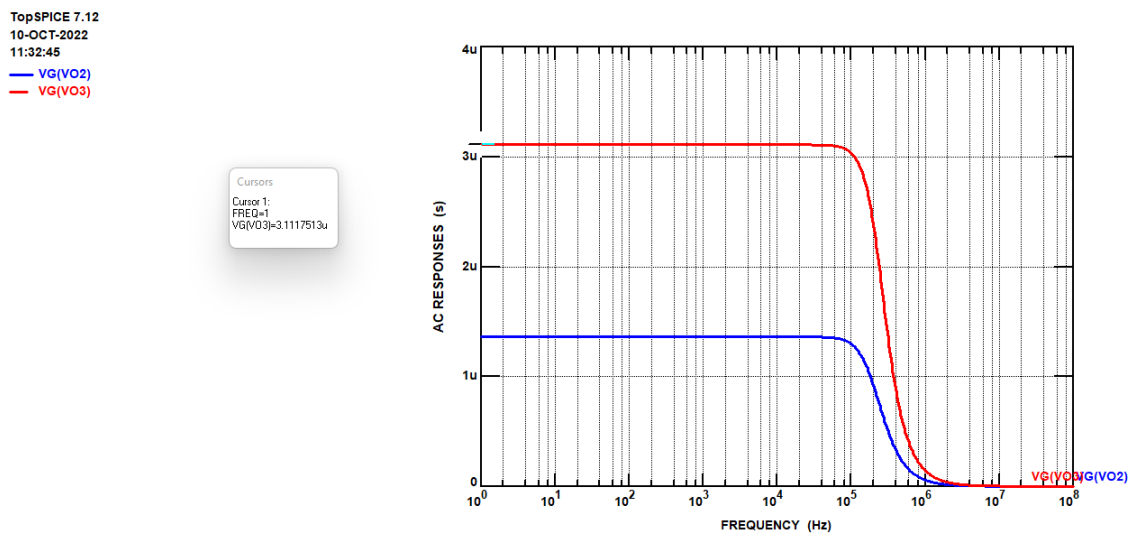


FIGURA 4.1: Suma de estructuras de segundo y tercer orden en cascada.

En las figuras 4.1 y 4.2, se aprecia que el retardo de grupo es la suma de cada uno de los retardos de los bloques.

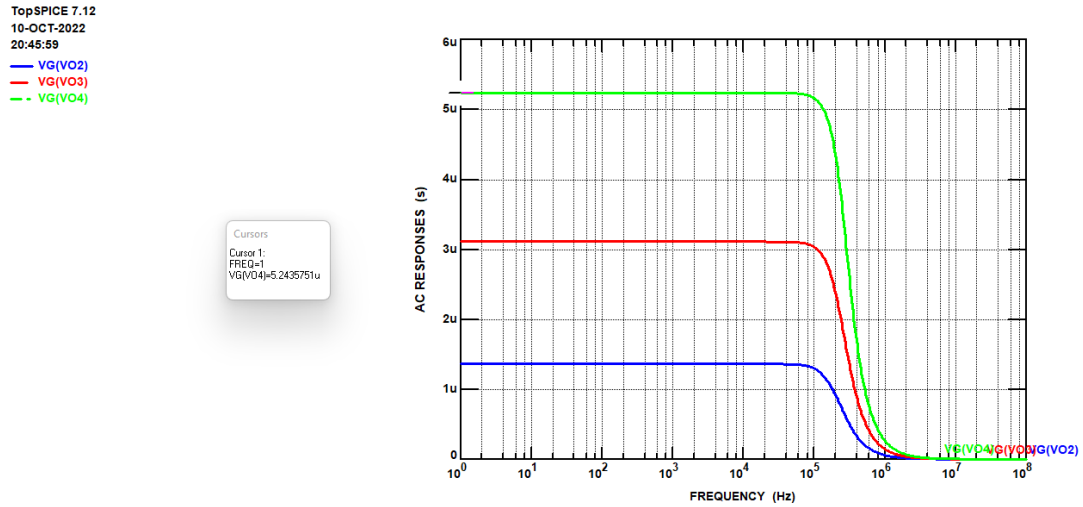


FIGURA 4.2: Suma de estructuras de segundo, tercer y cuarto orden en cascada.

4.2. Retardo de grupo en paralelo

Por otra parte, al sumar estructuras en paralelo se obtiene el promedio:

$$\tau_g = \frac{\tau_{g1} + \tau_{g2} + \tau_{g3} + \dots + \tau_{gn}}{n} \tag{4.2}$$

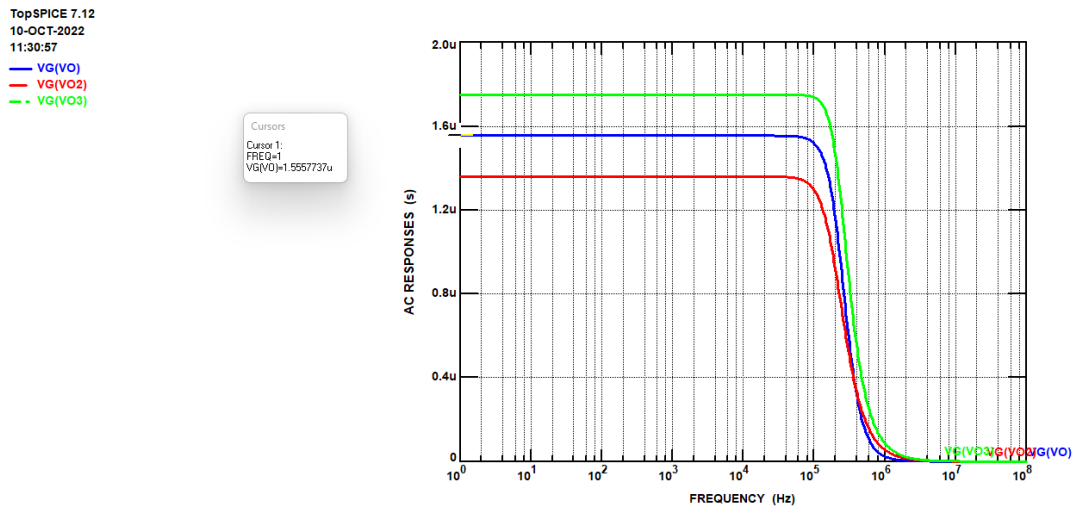


FIGURA 4.3: Suma de estructuras de segundo y tercer orden en paralelo.

Nótese en las figuras 4.3 y 4.4, que el retardo de grupo a la salida de estas estructuras paralelas es precisamente el promedio de cada uno de los retardos de los bloques.

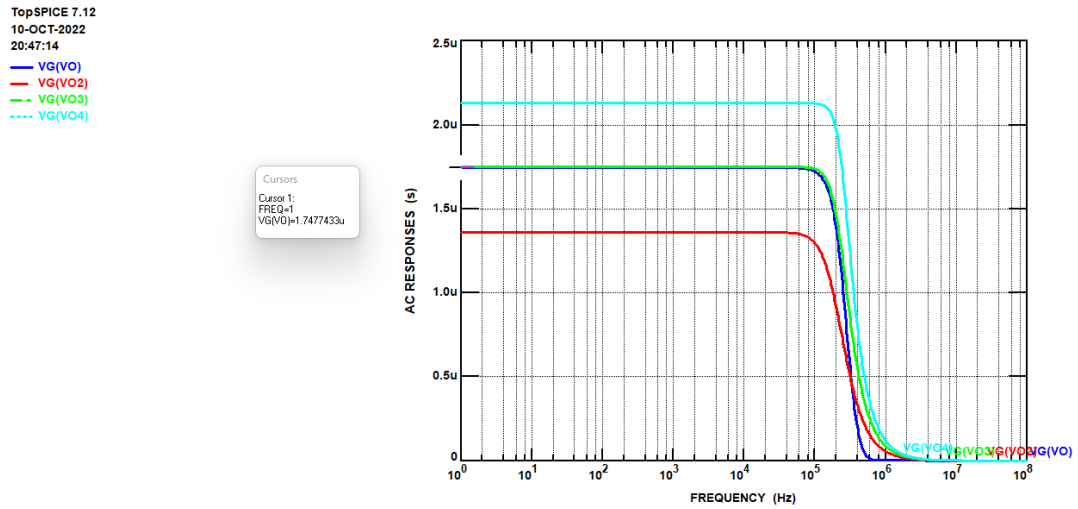


FIGURA 4.4: Suma de estructuras de segundo, tercer y cuarto orden en paralelo.

4.3. Comparación del retardo de grupo en filtros pasivos y activos tipo Bessel

En esta sección de resultados se muestran las simulaciones respectivas.

4.3.1. Filtros Bessel de segundo orden

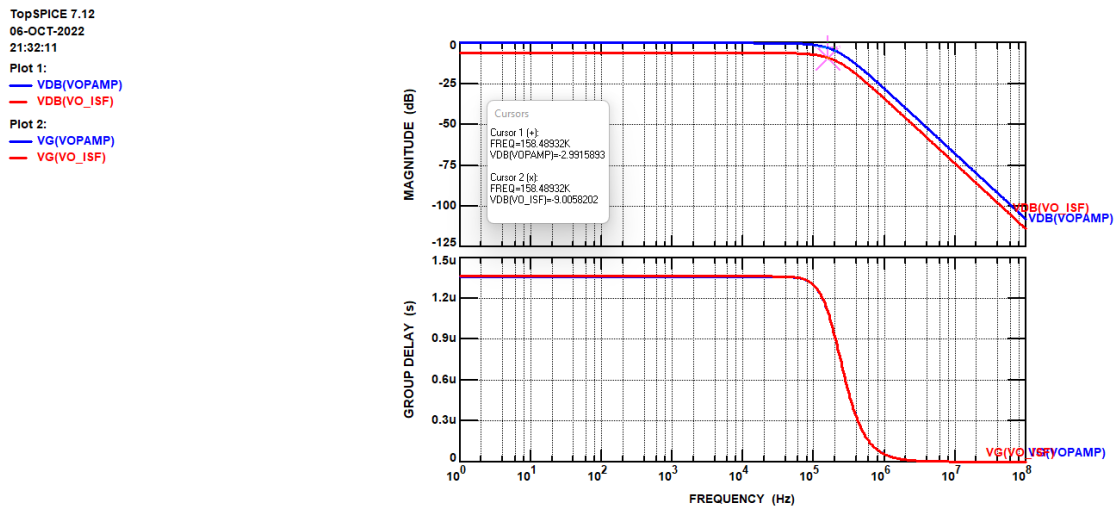


FIGURA 4.5: Comparación de filtros de orden 2 a 1M rad/s en Top-Spice.

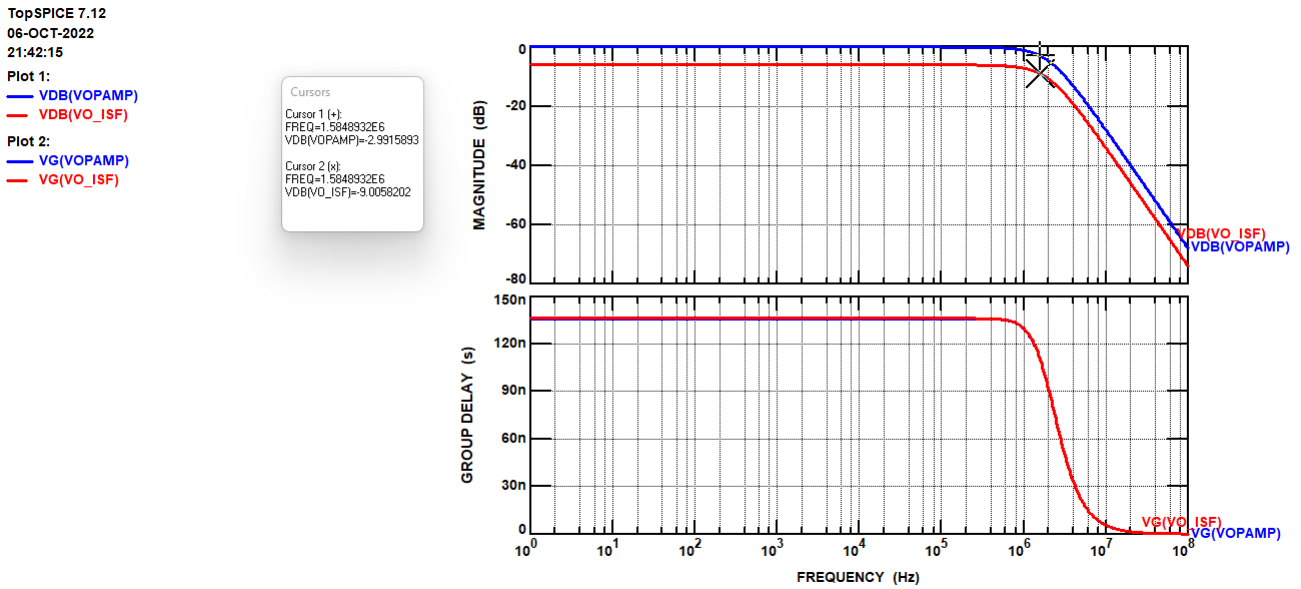


FIGURA 4.6: Comparación de filtros de orden 2 a 10M rad/s en Top-Spice.

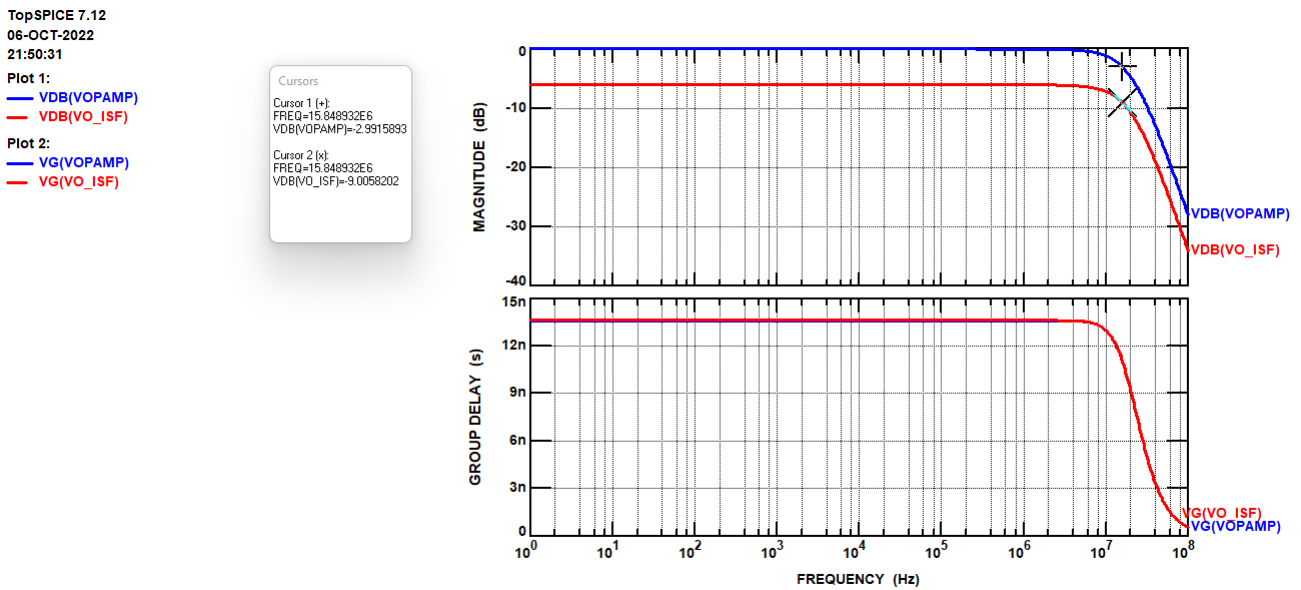


FIGURA 4.7: Comparación de filtros de orden 2 a 100M rad/s en Top-Spice.

Cada una de las simulaciones presentadas anteriormente es la comparación de los filtros pasivos de la figura 3.3 y el activo en cascada de la figura 3.6 con las tablas de valores 3.1 con su escalamiento en impedancia y frecuencia, a la tabla y 3.2, correspondientemente.

4.3.2. Filtros Bessel de tercer orden

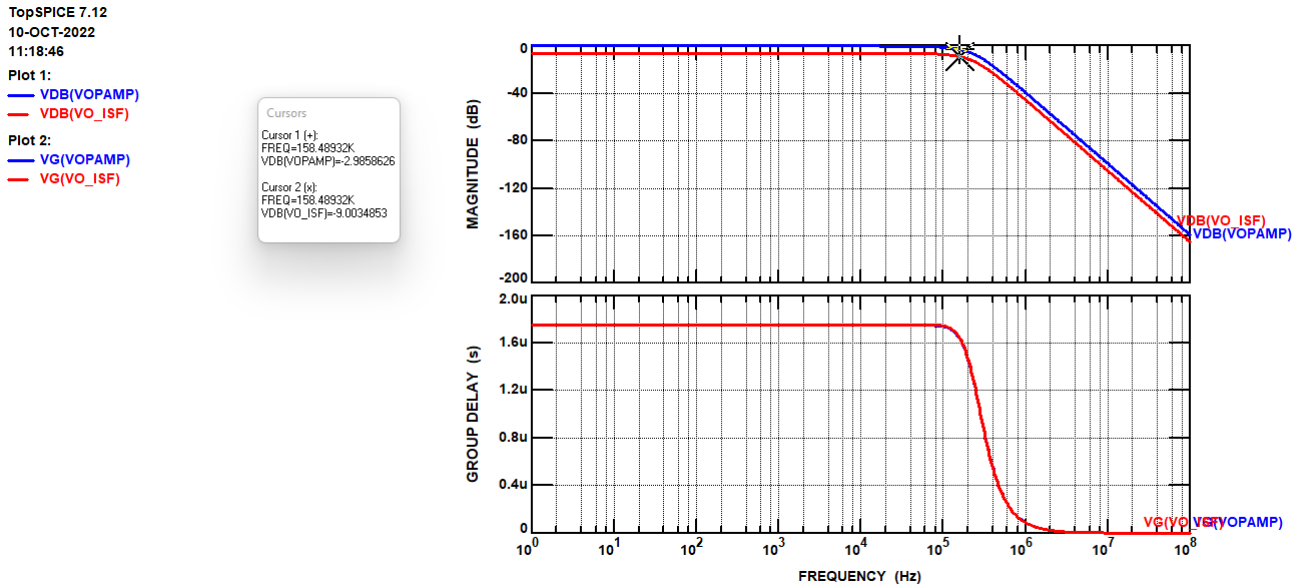


FIGURA 4.8: Comparación de filtros de orden 3 a 1M rad/s en Top-Spice.

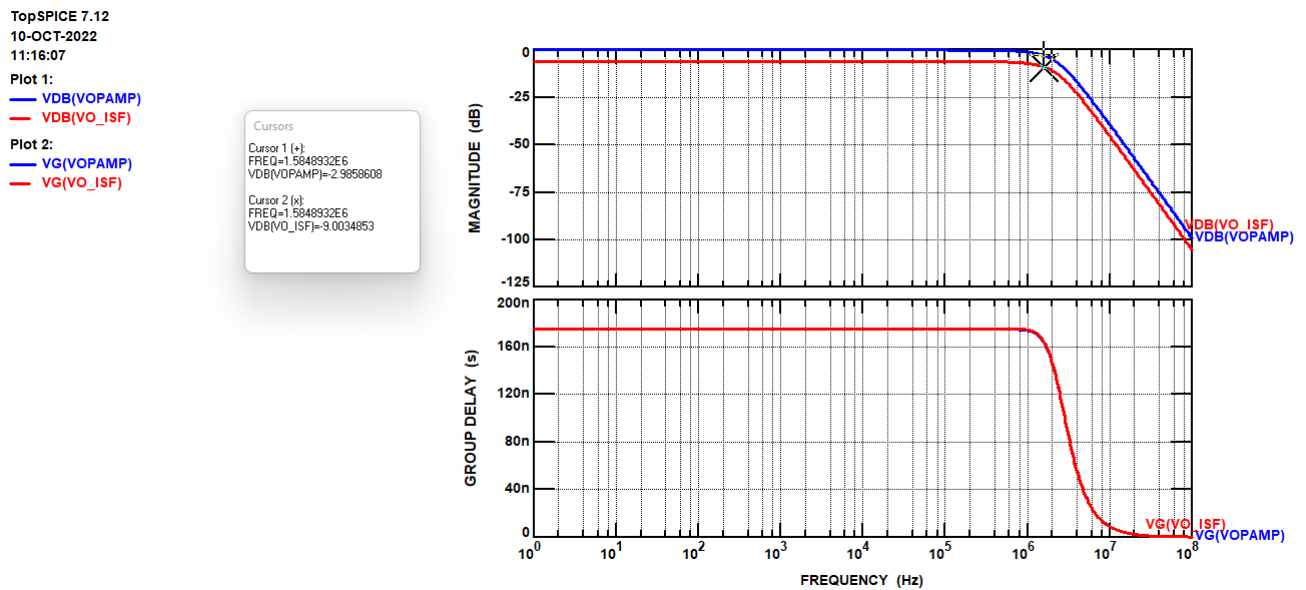


FIGURA 4.9: Comparación de filtros de orden 3 a 10M rad/s en Top-Spice.

Las figuras 4.8, 4.9 y 4.10 corresponden a comparación de filtros pasivos dados el filtro pasivo de la figura 3.4 con su respectivo escalamiento en impedancia y frecuencia, y al filtro

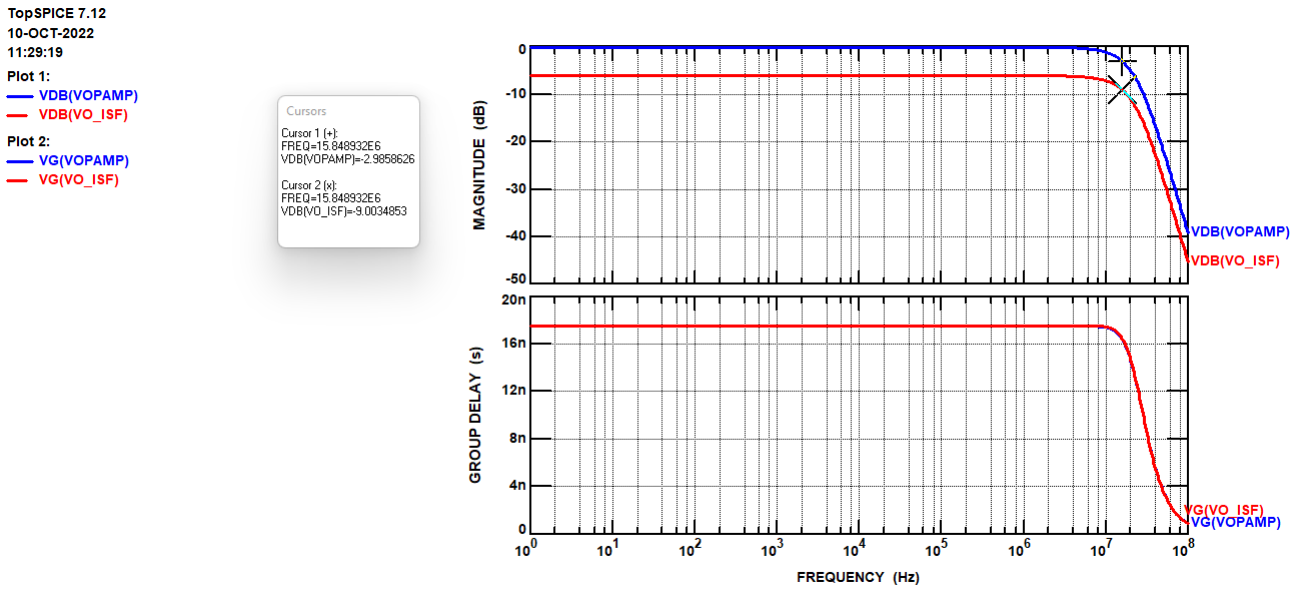


FIGURA 4.10: Comparación de filtros de orden 3 a 100M rad/s en Top-Spice.

activo en cascada de la figura 3.9 con los valores de la tablas 3.3 y 3.4.

4.3.3. Filtros Bessel de cuarto orden

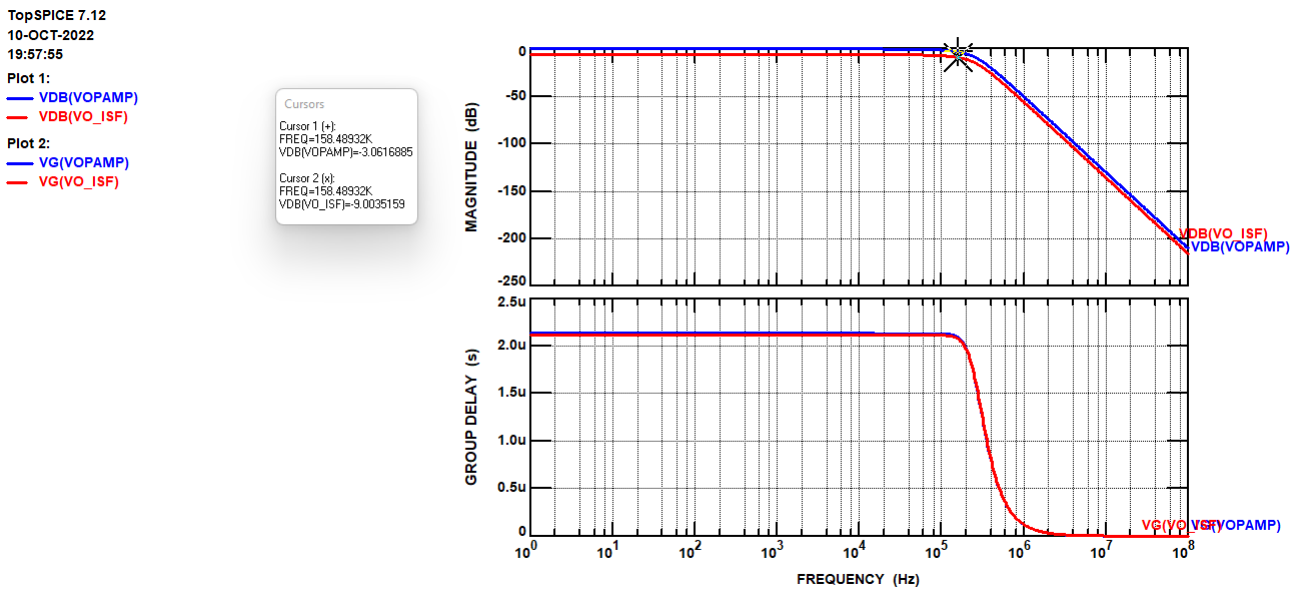
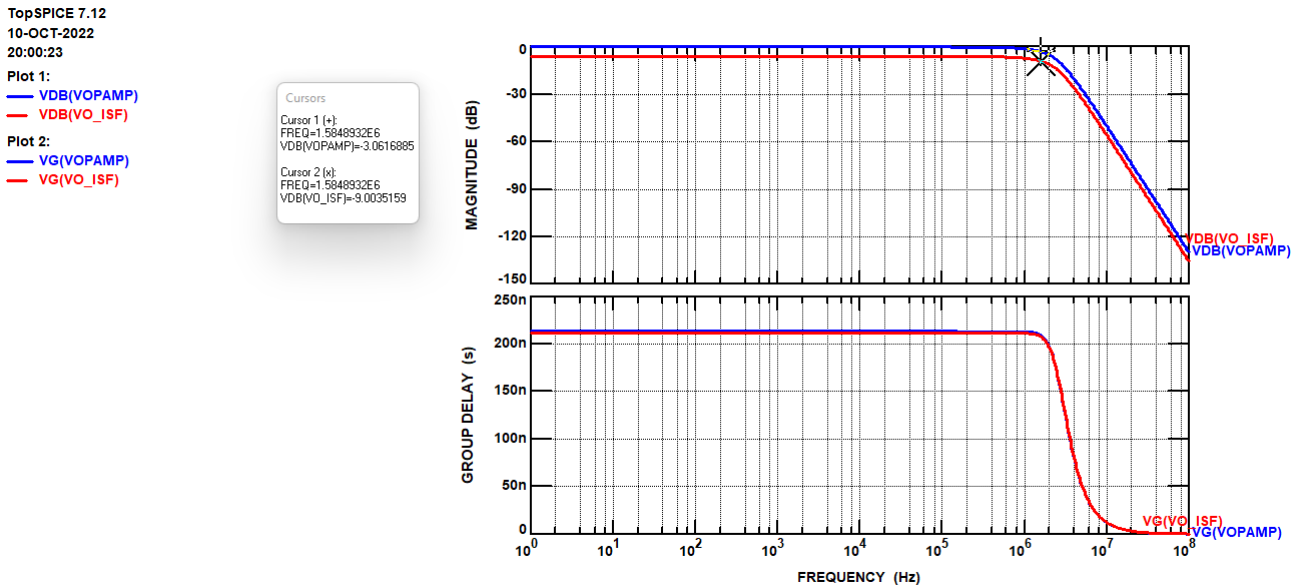
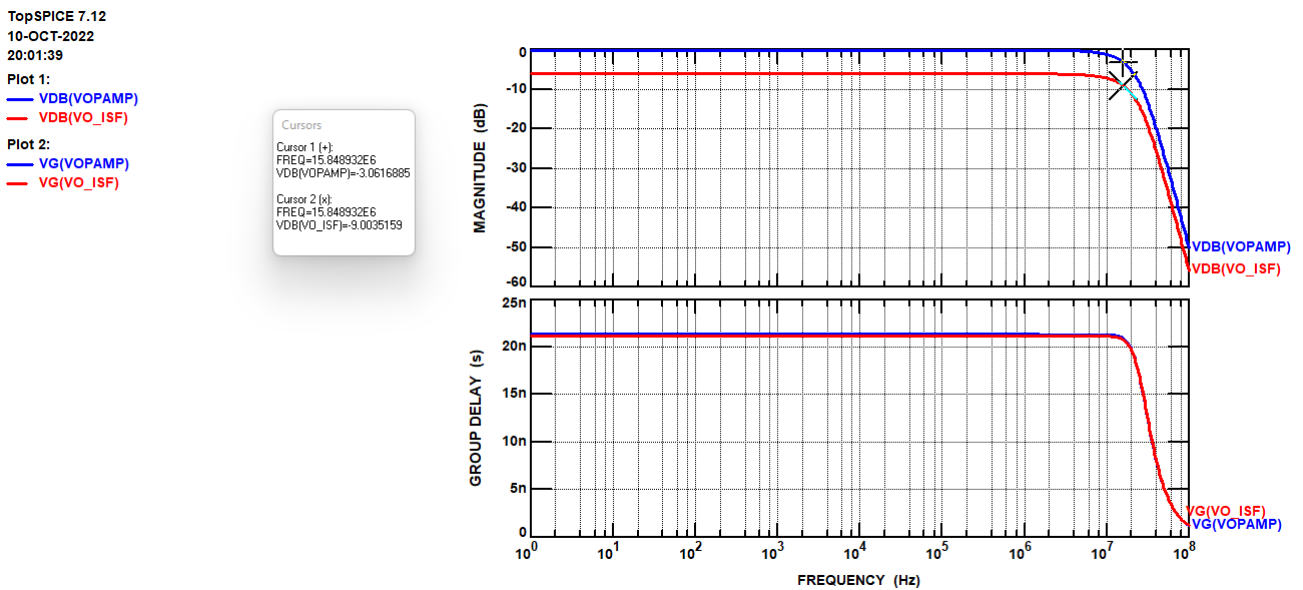


FIGURA 4.11: Comparación de filtros de orden 4 a 1M rad/s en Top-Spice.

FIGURA 4.12: Comparación de filtros de orden 4 a $10M$ rad/s en Top-Spice.FIGURA 4.13: Comparación de filtros de orden 4 a $100M$ rad/s en Top-Spice.

En las figuras anteriores se hace nuevamente una comparación de los filtros pasivos dados por la figura 3.5 y sus modificaciones en impedancia y frecuencia correspondientes, así también como el filtro activo en cascada de la figura 3.11 con las tablas de valores 3.6 y 3.7.

Como se puede observar en las figuras anteriores, en cada una de las comparaciones realizadas, el retardo de grupo coincide, es decir, que la aproximación de retardo tipo Bessel tanto en filtros pasivos como activos son correctas para cada frecuencia dada.

4.4. Estructuras en paralelo

A continuación, se discutirá brevemente lo que ocurre en cada uno de los filtros con estructuras en paralelo ya que los resultados obtenidos se pueden apreciar en cada una de las gráficas y tablas de la sección *Desarrollo* de este documento.

Cabe mencionar que en cada filtro de tercer orden se utilizó como estructura de primer orden el mencionado en la figura 3.10. Sin embargo, las estructuras de segundo orden cambiaron. Recordemos que estos bloques son condicionados por la descomposición de fracciones parciales mencionada.

4.4.1. Akerberg-Mossberg bicuadrático

En esta topología, se obtienen polos conjugados en la posición que se esperaban pero se obtuvo un cero no deseado al hacer la simulación. Este cero se debe a la retroalimentación que existe, estos resultados se aprecian en la figura 3.21.

Ahora bien, cuando se ponen ambas estructuras en paralelo para después sumarse, se obtiene lo que se muestra en la figura 3.22 y al hacer la simulación de este filtro a la salida se obtienen ceros conjugados, y por ende el filtro no será preciso.

Es importante mencionar que los valores que se hallaron en la tabla 3.9 fueron los seleccionados de reportar pero se hicieron diferentes pruebas y los valores no eran precisamente los mejores. No obstante, estos tienen de resistencias de un orden alto lo que imposibilita la opción de hacer un circuito integrado con esas características. Por lo tanto, fue necesario buscar alguna alternativa de esta estructura de segundo orden.

4.4.2. Thow-Thomas y KHN

Es así como se llega a la topología Thow-Thomas o también KHN (como ya se mencionaba), esta nos muestra un mejor resultado si analizamos la figura 3.26. Ahora se obtienen mejores resultados respecto a las resistencias de esta topología pero si observamos el valor de las capacitancias en la tabla 3.11 notamos que no es conveniente realizar un circuito integrado ya que un capacitor de 1mF es complicado de lograr en la tecnología de 180nm.

Aún así, se puede decir que los resultados del retardo de grupo comparado con el retardo de grupo de un filtro Bessel ideal mantienen un retardo de grupo constante hasta cierta frecuencia, en donde el filtro real ya presenta una ligera ondulación en la banda de paso y además su amplitud se atenúa. (Véase figura 3.28).

Capítulo 5

Conclusiones

A lo largo de este trabajo hemos hablado de la importancia que tiene el retardo de grupo por el uso que tiene y su actual investigación. La meta de este trabajo era realizar funciones de retardo analógico de alto orden utilizando bloques en paralelo con el objetivo de reducir la latencia y tratar de implementarlo en una tecnología CMOS.

Sin embargo, se demostró que no es conveniente implementar filtros Bessel-Thomson para la reducción de la latencia. Debido a que, se ve afectado el retardo de grupo por los ceros que se presentan cerca los polos casi cancelándolos debido a la retroalimentación que se tienen en las topologías. En este trabajo, se utilizaron topologías Sallen & Key, Akerberg-Mossberg, Tow-Tomas (KHN).

Al realizar funciones de retardo mediante bloques es necesario considerar la función de transferencia final que se desea obtener. Cuando se cascan bloques con diferentes funciones conocemos que la función de transferencia final es el producto de todas estas funciones. Sin embargo, en bloques en paralelo no funciona así. De modo que, para lograr obtener la función de transferencia que se desea es necesario hacer un proceso de descomposición de la función final, y esta descomposición se puede hacer mediante fracciones parciales.

Para este trabajo que consta de hacer un filtro Bessel-Thomson de tercer orden mediante dos bloques (uno de primer orden, y otro de segundo orden) y al final hacer que la función de transferencia de estos bloques en paralelo formen un filtro "Maximally Delay Flat" de tercer orden, las fracciones parciales dieron como resultado la función (3.39) que en un principio se intentó resolver mediante una topología Akerberg-Mossberg (fig. 3.17), sin embargo se llegó a la conclusión de que no nos servía pues al final teníamos retroalimentación que afectaba el retardo de grupo (fig. 3.22).

Posteriormente, se llegó a la topología Tow-Thomas ya que su función de transferencia puede ser modificada e incluso se realizó el procedimiento matemático para verificar que la idea propuesta fuese correcta. Al hacer dichas modificaciones se llegó a la conclusión de que en realidad esto es mejor conocido como un filtro universal o KHN. Cumplía con todas las especificaciones que se necesitaban. Sin embargo, al realizar las simulaciones la retroalimentación generó ceros que se esperaban por las retroalimentaciones pero en cambio no se esperaban que estuvieran

ubicadas tan cerca de los polos de la función de transferencia del filtro que se deseaba. Por lo que se concluyó que no es factible este tipo de implementación para reducir la latencia en los circuitos.

A pesar de que la intención de esta tesis era poder llegar a hacer un diseño a nivel circuito integrado y de que al inicio se tomaron los cursos necesarios para el uso de la herramienta Cadence proporcionada por el Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica y se caracterizó una bloque OTA, más no era factible continuar con el diseño del circuito integrado pues para implementar los capacitores y resistencias en la tecnología de 180nm abarcaba un área más grande de lo esperado. Incluso se consideró agregar dichos elementos por fuera del circuito pero tampoco era lo mejor.

Como trabajo a futuro se propone verificar nuevas topologías que tengan una mejor respuesta del retardo de grupo, además de una mejor opción para implementarse en un circuito integrado.

Referencias

- [1] K. R. Laker, A. Ganesan and P. E. Fleischer, "Design and implementation of cascaded switched-capacitor delay equalizers", IEEE Transactions on Circuits and Systems, vol. 32, no. 7, pp. 700-711, July 1985.
- [2] M. S. Marinaik, G. K. Maheshwarappa and N. Kadayinti, "A True Time Delay Element using Cascaded Variable Bandwidth All Pass Filters", 2022 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), Austin, TX, USA, 2022, pp. 3473-3477, doi: 10.1109/ISCAS48785.2022.9937466.
- [3] Y. C. Kuyu and F. Vatansever, "Analog Filter Group Delay Optimization using Metaheuristic Algorithms: A Comparative Study", 2018 International Conference on Artificial Intelligence and Data Processing (IDAP), Malatya, Turkey, 2018, pp. 1-5, doi: 10.1109/IDAP.2018.8620754.
- [4] T. -S. Chu, J. Roderick, and H. Hashemi, "An integrated ultra-wideband timed array receiver in 0.13 μm CMOS using a path-sharing true time delay architecture", IEEE J. Solid-State Circuits, vol. 42, no. 12, pp. 2834– 2850, Dec. 2007.
- [5] E. Avignon-Meseldzija, JA de França Ferreira, PM Ferreira y P. Bénabès, "A Compact Active Phaser with Enhanced Group Delay Linearity for Analog Signal Processing", 14a. Conferencia internacional sobre tecnologías, sistemas y servicios avanzados en telecomunicaciones (TELSIKS) de 2019 , Nis, Serbia, 2019, págs. 41-44, doi: 10.1109/TELSIKS46999.2019.9002018.
- [6] Romero-Cantero, Yair A. (2021). "Diseño de bloques de retardo analógicos". Reporte anual, ayudante de investigador nacional nivel III (SNI).
- [7] Zverev, A., I. (2005). "Handbook of Filter Synthesis (Revisado)". Wiley-Interscience.
- [8] Rocha-Torres, Ricardo M. (2020). "Implementación de un filtro pasa-todo de primer orden mediante un amplificador diferencial de corriente". Tesis, FCE-BUAP.
- [9] Razavi, B. (2021). "Fundamentals of microelectronics". John Wiley & Sons.
- [10] Sedra, A. S., & Smith, K. C. (2015). "Microelectronic Circuits". Oxford University Press.

-
- [11] Allen, P. E., & Holberg, D. R. (2011). "CMOS Analog Circuit Design". (The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering) (3rd ed.). Oxford University Press, USA.
- [12] Jaeger, R. C., & Blalock, T. N. (2010). "Microelectronic Circuit Design". (4.a ed.). McGraw-Hill Science Engineering.
- [13] Deliyannis, T., Sun, Y., & Fidler, J. K. (2019). "Continuous-Time Active Filter Design". Amsterdam University Press.
- [14] Su, K. L. (2010). "Analog Filters". (2nd Softcover Reprint of the Original 2nd 2002 ed.). Springer.
- [15] Williams, A., & Engineering, A. S. C. F. O. J. (2006). "Electronic Filter Design Handbook". (4th ed.). McGraw-Hill Education.
- [16] Jin-guang Jiang, Yi-gang He and Jie Wu, "Design of fully differential fourth-order Bessel filter with accurate group delay", ASICON 2001. 2001 4th International Conference on ASIC Proceedings (Cat. No.01TH8549), Shanghai, China, 2001, pp. 281-284, doi: 10.1109/ICASIC.2001.982553.
- [17] Y. Horii, S. Gupta, B. Nikfal and C. Caloz, "Multilayer Broadside-Coupled Dispersive Delay Structures for Analog Signal Processing," in IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 22, no. 1, pp. 1-3, Jan. 2012, doi: 10.1109/LMWC.2011.2176476.
- [18] H. Pekau, A. Yousif and J. W. Haslett, "A CMOS integrated linear voltage-to-pulse-delay-time converter for time based analog-to-digital converters," 2006 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Kos, Greece, 2006, pp. 4 pp.-2376, doi: 10.1109/IS-CAS.2006.1693099.

Appendices

Apéndice A

Códigos para soluciones matemáticas en Maple 18.

A continuación, se muestran cada uno de los códigos utilizados para la resolución y verificación matemática del diseño de filtros del capítulo *Desarrollo*.

A.1. Topologías de filtros pasivos.

Los siguientes códigos fueron utilizados para hallar la función de transferencia matemática de los filtros pasivos tipo Bessel.

A.1.1. Filtro pasivo de segundo orden.

```
Inicializar la ventana de comando con el comando "restart".
>restart;
Escribir las ecuaciones del analisis del circuito.
>eq1:= Vx*((1/R1)+1/(s*L1))-Vi/R1-Vo/(s*L1)=0;
>eq2:= Vo*((1/R2)+s*C1+1/(s*L1))- Vx/(s*L1)=0;
Con el comando "solve" el programa resolvera el sistema de ecuaciones planteado anteriormente.
>soluciones:= solve({eq1,eq2,ft=Vo/Vi},{Vo,Vx,ft});
>assign(soluciones);
Para factorizar el resultado en terminos de una variable se utiliza el comando "collect".
>ft1:= collect(ft,s,factor);
```

A.1.2. Filtro pasivo de tercer orden.

```
>restart;
>eq1:=Vx*((1/R1)+1/(s*L1))-Vi/R1-Vy/(s*L1)=0;
>eq2:=Vy*((1/(s*L1))+(1/(s*L2))+s*C2)-Vx/(s*L1)-Vo/(s*L2)=0;
>eq3:=Vo*((1/R)+(1/(s*L2)))-Vy/(s*L2)=0;
>soluciones:= solve({eq1,eq2,eq3,ft=Vo/Vi},{Vo,Vx,Vy,ft});
>assign(soluciones);
>ft1:= collect(ft,s,factor);
```

A.1.3. Filtro pasivo de cuarto orden.

```
>restart;
>eq1:=Vx*((1/R1)+1/(s*L1))-Vi/R1-Vy/(s*L1)=0;
>eq2:=Vy*((1/(s*L1))+(1/(s*L3))+s*C2)-Vx/(s*L1)-Vo/(s*L3)=0;
>eq3:=Vo*((1/R)+(1/(s*L3)))+(s*C4)-Vy/(s*L3)=0;
>soluciones:=solve({eq1,eq2,eq3,ft=Vo/Vi},{Vo,Vx,Vy,ft});
>assign(soluciones);
>ft1:=collect(ft,s,factor);
```

A.2. Estructuras de filtros Bessel en cascada.

En esta sección los códigos siguientes son modificados solamente en la frecuencia para hallar los valores a 1M [rad/s], 10M [rad/s] y 100M [rad/s], proponiendo valores iniciales y verificando su comportamiento.

A.2.1. Filtro Bessel de segundo orden.

Utilizando la topología Sallen & Key para un filtro Bessel de segundo orden se denormalizó la función de transferencia conocida por la literatura y reemplazada por la ubicación de los polos correspondiente a Bessel. El siguiente código puede ser utilizado para hallar dicha función de transferencia denormalizada a la frecuencia deseada por el lector.

En seguida se muestra el ejemplo del código para una frecuencia $\omega = 1M[\text{rad/s}]$ y hallando los valores de los elementos del circuito considerando una capacitancia de 1pF .

```
Inicializamos el programa.
>restart;
Damos el valor de acuerdo a la frecuencia denormalizada deseada.
>w := 1E6
Indicamos la funcion de transferencia de un filtro Bessel de segundo orden usando la topologia
Sallen & Key para denormalizar.
>ft2 := 1/(s^2/w^2+2.206*s/w+1.62212324);
Las siguientes cuatro lineas de codigo nos muestran graficamente el comportamiendo del sistema
(magnitud, fase, y diagrama de polos y ceros).
>with(DynamicSystems);
>sys := TransferFunction(ft2);
>BodePlot(sys, title = "Respuesta en frecuencia");
>ZeroPolePlot(sys, color = [red, green, blue, brown], title = "Zeros and Poles");
```

Se propone un valor de capacitancia (puede ser modificado).

```
>eq1:= C1=1E-12;
A partir de aqui se disena el filtro en base a restricciones del disenador.
>eq2:= C1=C2;
>eq3:= 1/(R1*R2*C1*C2) = 1.62212324E12;
>eq4:= (1/(C1*R1)+(1/(R2*C1))+(1-u)/(R2*C2))= 2.206E6;
>eq5:=u=1;
>eq6:= R1=R2;
```

Con el siguiente comando se hallan los valores de los elementos del circuito que cumplen con las ecuaciones establecidas.

```
>soluciones:=solve({eq1,eq3,eq4,eq5,eq6},{C1,C2, R1, R2,u});
```

A.2.2. Filtro Bessel de tercer orden.

En este caso se necesitan dos bloques, uno de primer orden y otro de segundo orden.

A.2.2.1. Bloque de primer orden pasivo.

```
>restart;
Damos el valor de acuerdo a la frecuencia denormalizada deseada.
>w := 1E6
>ft2 := 1/(s^2/w^2+2.206*s/w+1.62212324);
>with(DynamicSystems);
>sys := TransferFunction(ft2);
>BodePlot(sys, title = "Respuesta en frecuencia");
>ZeroPolePlot(sys, color = [red, green, blue, brown], title = "Zeros and Poles");

Proponemos el valor de la capacitancia.
>eq1:= C=1E-12;
>eq2:= 1/(R*C) = 1.327E6
>soluciones:=solve({eq1,eq2},{C,R});
```

A.2.2.2. Bloque de primer orden activo.

```
>restart;
>w := 1E6
>ft2 := 1/(s^2/w^2+2.206*s/w+1.62212324);
>with(DynamicSystems);
>sys := TransferFunction(ft2);
>BodePlot(sys, title = "Respuesta en frecuencia");
>ZeroPolePlot(sys, color = [red, green, blue, brown], title = "Zeros and Poles");
>eq1:= C=1E-12;
>eq2:= 1/(R*C) = 1.327E6
>soluciones:=solve({eq1,eq2},{C,R});
```

A.2.2.3. Bloque de segundo orden.

En este caso, se reutiliza el código del filtro de segundo orden con la única modificación en la función de transferencia, donde esta ahora será:

```
>ft2 := ft2:= 1/(s^2/(w)^2+2.1018/(w)*s+2.10939706);
```

A.2.3. Filtro Bessel de cuarto orden.

Ya que para formar un filtro de cuarto orden se necesitaron dos etapas de segundo orden, se utiliza el mismo código del filtro de segundo orden con dos funciones de transferencia distintas.

A.2.3.1. Bloque 2-A

```
>ft2 := ft2:= 1/(s^2/(w)^2+2.1018/(w)*s+2.10939706);
```

A.2.3.2. Bloque 2-B

```
>ft2 := ft2:= 1/(s^2/(w)^2+2.1018/(w)*s+2.10939706);
```

A.3. Estructuras en paralelo para formar filtros Bessel.

A.3.1. Descomposición de fracciones parciales para filtro Bessel de orden 3.

```
>restart;
>B3 := K1/(s+2.322185354)+(K2*s+K3)/(s^2+3.677814646*s+6.459432695);
>B3_den := expand((s+2.322185354)*(s^2+3.677814646*s+6.459432695));
>B3_num := collect(K1*(s^2+3.677814646*s+6.459432695)+(s+2.322185354)*(K2*s+K3), s);
>eq1 := K1+K2 = 0;
>eq2 := 3.677814646*K1+2.322185354*K2+K3 = 0;
>eq3 := 6.459432695*K1+2.322185354*K3 = 15;
>soluciones := solve({eq1, eq2, eq3}, {K1, K2, K3});
>assign(soluciones);
>B3_2 := expand(B3);
>with(DynamicSystems);
>sys1 := TransferFunction(B3);
>BodePlot(sys1);
```

Apéndice B

Anexo para la implementación de un circuito integrado en CADENCE.

B.1. Caracterización OTA

Se propone un OTA de la figura B.1 en una tecnología TSMC 180nm con una fuente simétrica, es decir, $V_{DD} = 0.9V$ y $V_{SS} = -0.9V$, con una corriente de referencia $I_{ref} = 100\mu A$.

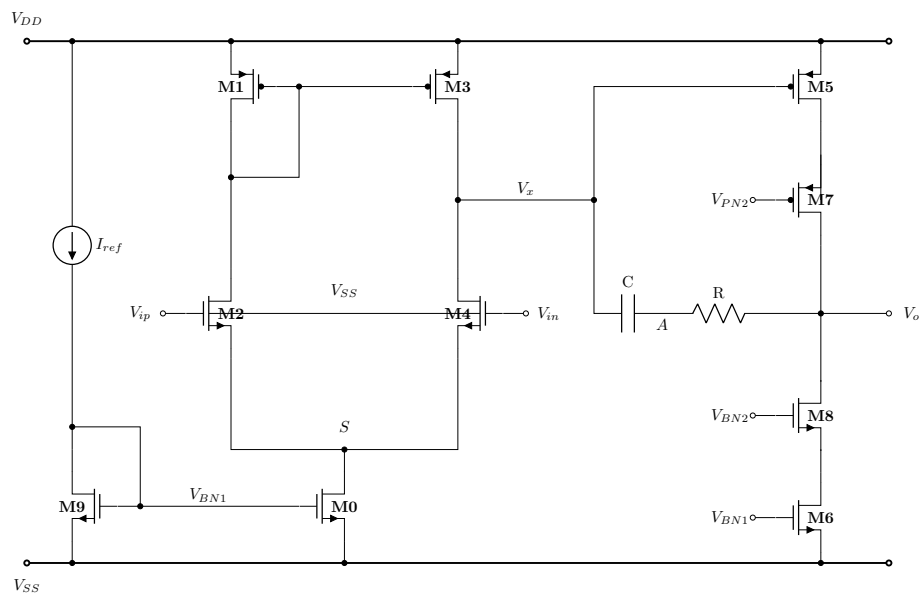


FIGURA B.1: Propuesta OTA.

Los voltajes de V_{BPn} y V_{BNn} se rigen en base al siguiente circuito de polarización:

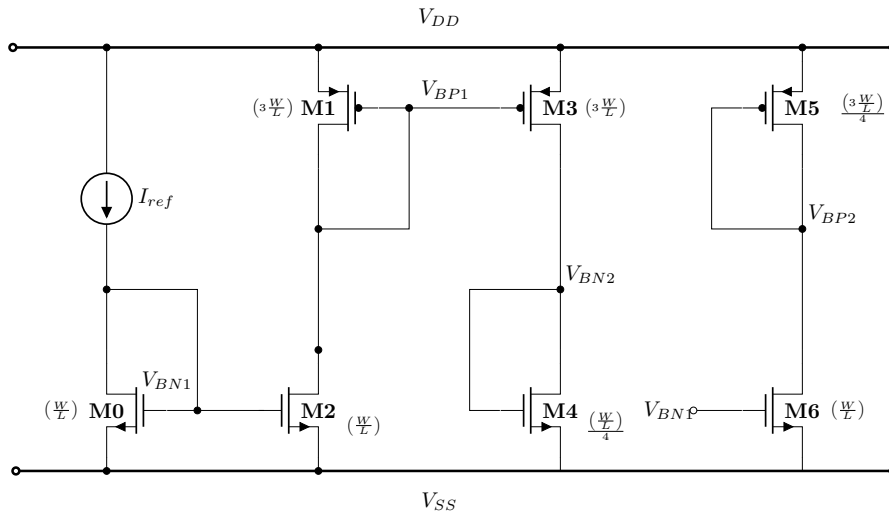


FIGURA B.2: Circuito de polarización.

B.1.1. Consideraciones de diseño y dimensionamiento de los transistores

Es importante mencionar que no existen especificaciones especiales para el diseño del OTA. Sin embargo, para realizar el diseño se consideró lo siguiente:

- Uso de la ley cuadrática, ya que el circuito trabajará en la región de saturación:

$$I_D = \frac{1}{2} \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_{TH})^2 \quad (B.1)$$

- Definir el voltaje de overdrive tomando en cuenta que se tiene una salida cascode:

$$V_{ov} = V_{gs} - V_{th} \approx 0.2V \quad (B.2)$$

- Definir la corriente de referencia para tener un ancho de banda típico.

$$I_D \approx 100\mu A$$

Tomando en cuenta la ecuación (B.1) y despejando las dimensiones:

$$\frac{W}{L} \geq \frac{I_D}{\frac{1}{2} \mu_n C_{ox} V_{ov}^2} \quad (B.3)$$

Sabemos que, el parámetro de transconductancia del proceso (k'_n) para transistores NMOS en la tecnología TSMC 180 nm, es de $263\mu A/V^2$. Entonces podemos hacer un aproximado de las dimensiones que se deben utilizar, sustituyendo los valores:

$$\frac{W}{L} \geq \frac{100\mu A}{(263\mu A/V^2)(0.2V)^2} \geq 9.5057 \quad (\text{B.4})$$

Proponiendo una $W = 360nm$ (dos veces el ancho mínimo del canal) entonces,

$$W \geq (9.5057)(360nm) \geq 3.422\mu m \quad (\text{B.5})$$

En este caso utilizaremos $L = 10\mu m$

Para el dimensionamiento de los transistores en el circuito de polarización se utilizó el modelo de un Wide-Swing Current Mirror donde los fingers de los transistores N se dimensionan con de acuerdo con,

$$M_{0,2,6} := \frac{W}{L} \implies 4 \text{ fingers} \quad (\text{B.6})$$

$$M_4 := \frac{\frac{W}{L}}{4} \implies 1 \text{ fingers} \quad (\text{B.7})$$

según las consideraciones del diseñador.

Mientras que los transistores P deben ser:

$$M_{1,3} := 3\frac{W}{L} \implies 12 \text{ fingers} \quad (\text{B.8})$$

$$M_5 := \frac{3\frac{W}{L}}{4} \implies 3 \text{ fingers} \quad (\text{B.9})$$

Para los transistores N del circuito OTA, los fingers de los transistores en un principio se consideraron de la siguiente manera:

$$M_{0,6,8} := 4 \text{ fingers} \quad (\text{B.10})$$

$$M_{1,2,3,4} := 6 \text{ fingers} \quad (\text{B.11})$$

$$M_{5,7} := 12 \text{ fingers} \quad (\text{B.12})$$

En la siguiente tabla se consideran los tamaños de los transistores y el número de fingers a utilizar en el circuito de polarización considerando la figura B.2.

Transistor	W	L	Fingers
M0 M2 M6	10 μ m	360 nm	4
M4	10 μ m	360 nm	1
M1 M3	10 μ m	360 nm	12
M5	10 μ m	360 nm	3

TABLA B.1: *Dimensiones de los transistores para el circuito de polarización.*

Por otra parte, las dimensiones de los transistores para el OTA tomando como referencia las etiquetas de la figura B.1.

Transistor	W	L	Fingers
M0 M6 M8	10 μ m	360 nm	4
M1 M2 M3 M4	10 μ m	360 nm	6
M5 M7	10 μ m	360 nm	12

TABLA B.2: *Dimensiones de los transistores para el OTA.*

B.1.2. Justificación del diseño

A continuación se analizará matemáticamente el circuito propuesto.

B.1.2.1. Primera etapa (Par diferencial)

Para la ganancia se requiere hacer un análisis de pequeña señal, dado que el circuito es simétrico nos permite analizar el circuito en dos partes. En esta primera etapa, la ganancia está dada por:

$$A = \frac{v_x}{v_i} = -g_{m4}R_{out} \quad (\text{B.13})$$

Donde,

$$R_{out} = r_{o3} || r_{o4} \quad (\text{B.14})$$

B.1.2.2. Segunda etapa (Cascode)

Para esta segunda etapa se tiene que una salida cascode, si consideramos que los tamaños de N y P de la tabla B.2 podemos hacer que las transconductancias y resistencias sean iguales. Dado que el producto $g_m r_o \gg 1$ se puede despreciar el término $(1 + g_m r_o)$ y entonces obtendremos que la resistencia de salida se puede definir como:

$$R_{out} = R_{outP} || R_{outN} \quad (B.15)$$

Donde,

$$R_{outP} = (g_{m7} r_{o7}) r_{o5} \quad (B.16)$$

$$R_{outN} = (g_{m8} r_{o8}) r_{o6} \quad (B.17)$$

B.1.3. Simulaciones

Una vez analizado el circuito se procede a realizar las respectivas simulaciones para este trabajo, dado que la tecnología es TSMC180nm se utilizará Cadence.

B.1.3.1. Esquemático

La figura B.3, corresponde al esquemático en Virtuoso del OTA que se caracterizará.

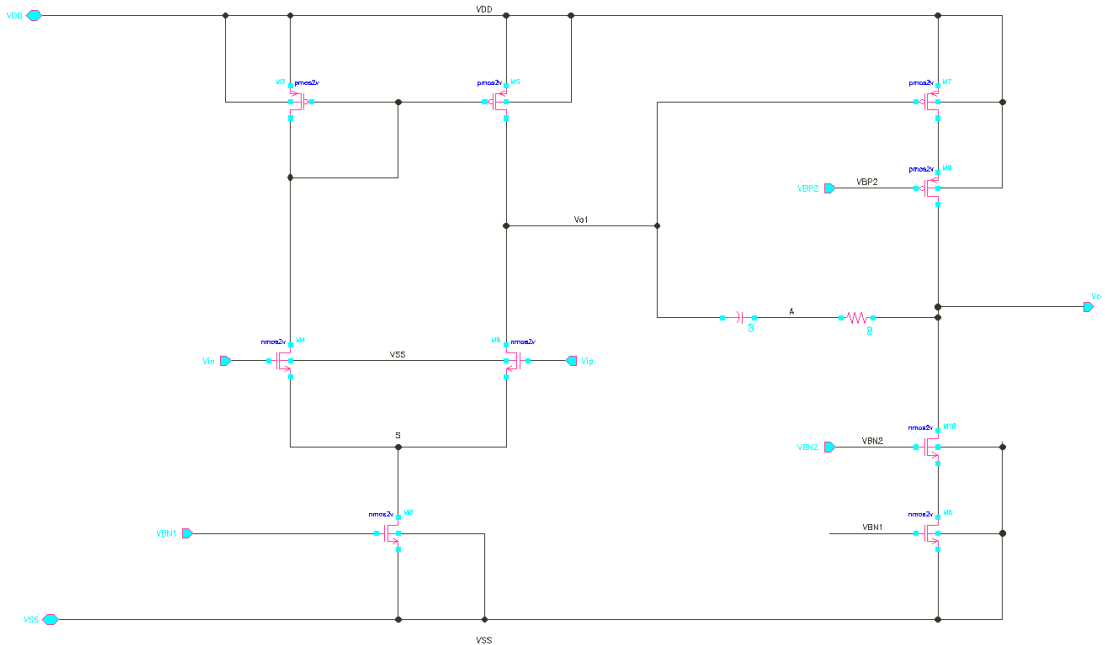


FIGURA B.3: Esquemático del OTA.

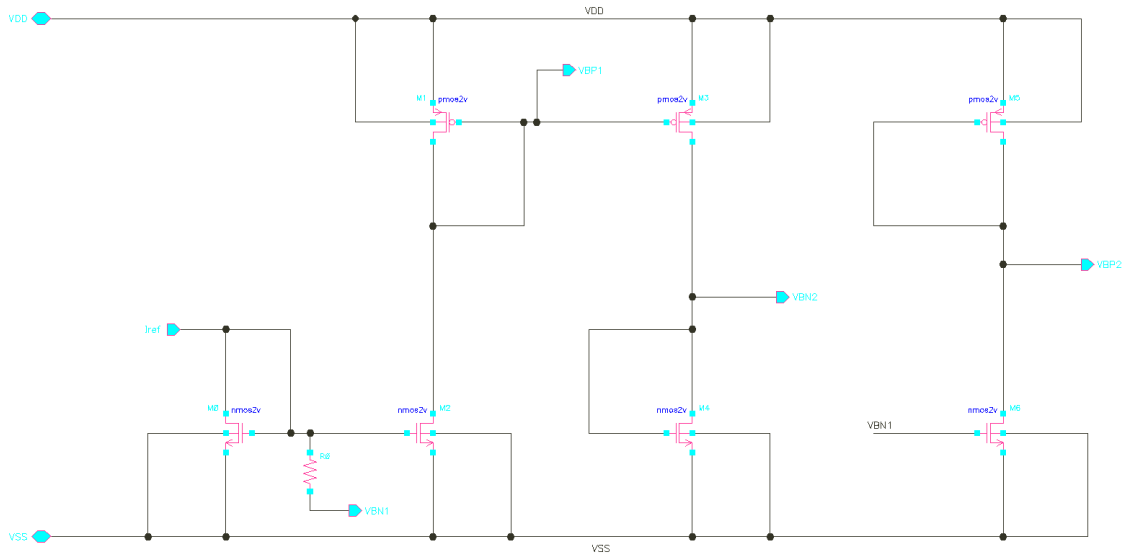


FIGURA B.4: Esquemático del circuito de polarización.

Mientras que la figura B.4, será el circuito de polarización del OTA.

Para pruebas posteriores es necesario crear un símbolo que corresponda a nuestro circuito. Por lo tanto, se crea un nuevo archivo especialmente para el banco de pruebas (Test Bench) del OTA y de esta forma también simplifica el análisis.

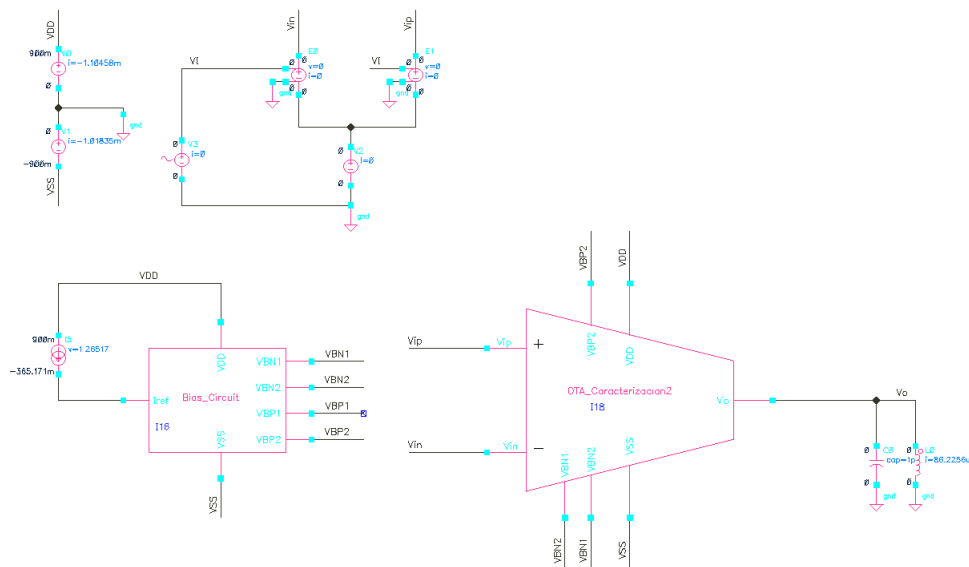


FIGURA B.5: Test Bench OTA.

B.1.3.2. Compensación Zero-Nulling Resistor

Para obtener mejores resultados en las simulaciones se tuvo que compensar el circuito OTA para tener una magnitud de fase de al menos 60 grados. De modo que, se realizaron diferentes análisis paramétricos y se obtuvieron mejores resultados al variar el capacitor interno, la resistencia interna y el número de fingers del transistor M7 y M8 de la etapa cascode.

- **Ajuste del capacitor interno:** En la figura B.6 se realiza una variación del capacitor desde 2pF a 3 pF y se observa el margen de fase. Considerando el tamaño que se tiene para hacer el diseño geométrico del circuito final, el capacitor interno debe ser máximo de 3pF, y al hacer esta simulación para no perder la fase de 60 grados, se optó por poner ese capacitor con valor de 3pF.

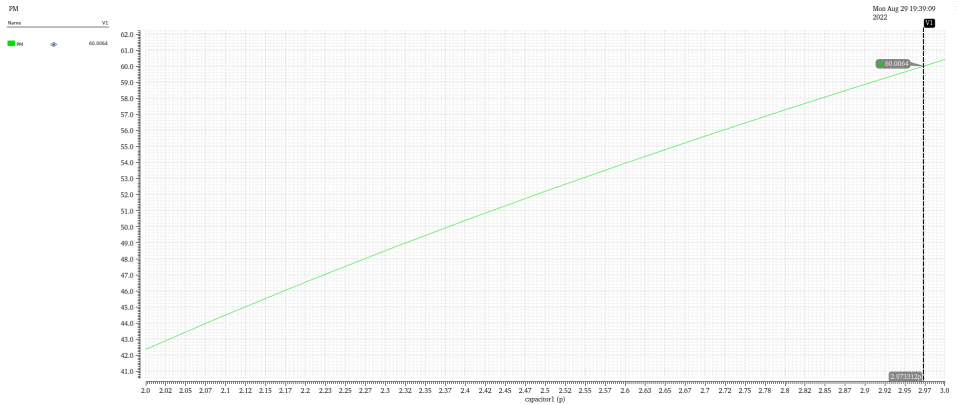


FIGURA B.6: Gráfica de capacitor de compensación vs margen de fase.

- **Ajuste de la resistencia de compensación:** Por otra parte, también se varió la resistencia de compensación, y se llegó al resultado de que con una resistencia de valor $2.6K\Omega$, se mantendrá la fase deseada.

- **Ajuste de los fingers de M7 y M8:**

Finalmente, se tuvo que ajustar por medio de los fingers de la etapa cascode para obtener un modelo de un polo dominante sin comprometer la ganancia de salida.

Por esta razón se obtuvo que el transistor N de nombre M8 tendrá un de valor 1 y siguiendo con las consideraciones de diseño y dimensionamiento de la sección anterior, el transistor P llamado M7 deberá tener 3 veces ese valor, es decir 3 fingers.

B.1.3.3. Resistencia de salida

Para obtener la resistencia de salida es necesario colocar el voltaje de entrada en 0V y colocar una fuente de corriente directa de 1 A a la salida, con lo cual $R_{out} = V/1$.

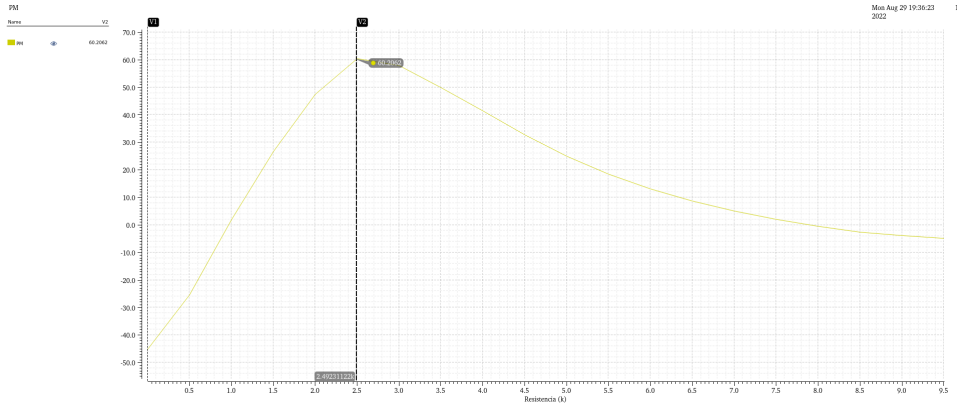


FIGURA B.7: Gráfica de resistencia de compensación vs margen de fase.

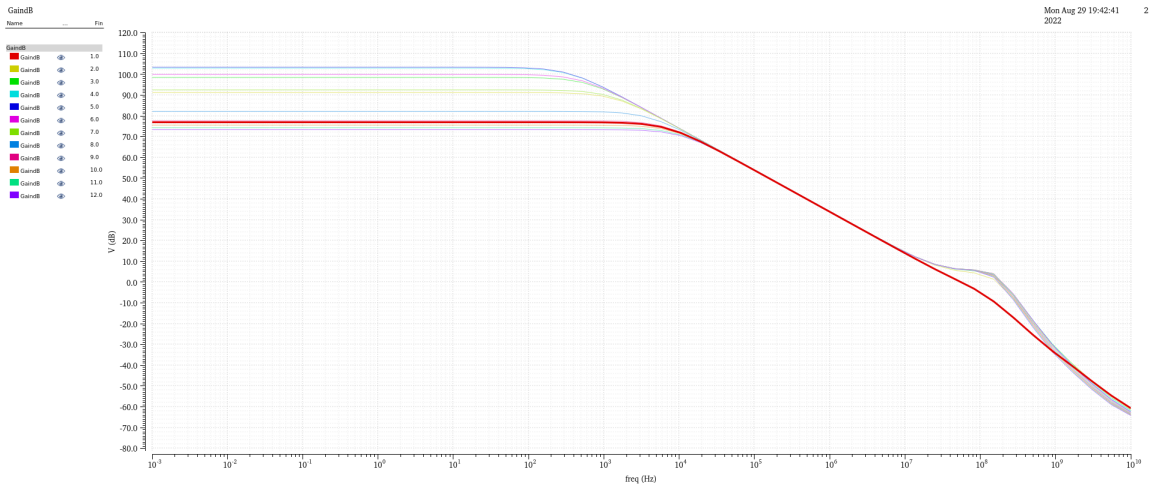


FIGURA B.8: Tercer ajuste.

Esto nos indicaría que:

$$R_{out} = \frac{V_o [V]}{1 [A]} \quad (B.18)$$

Como resultado tenemos una resistencia de $172.32K\Omega$, que para nuestros propósitos podemos considerar que es alta.

B.1.3.4. Punto de operación

Lo primero que necesitamos obtener es el punto de operación del circuito en lazo abierto, para lo cual conectamos una capacitancia muy grande de $C_L = 1GF$, junto con un resistor de valor muy grande $1T\Omega$. De manera alternativa, podemos conectar una inductancia de valor muy grande entre la salida y tierra, ver fig (B.11).

Como se observa el punto de operación indica que para entrada cero hay salida cero.

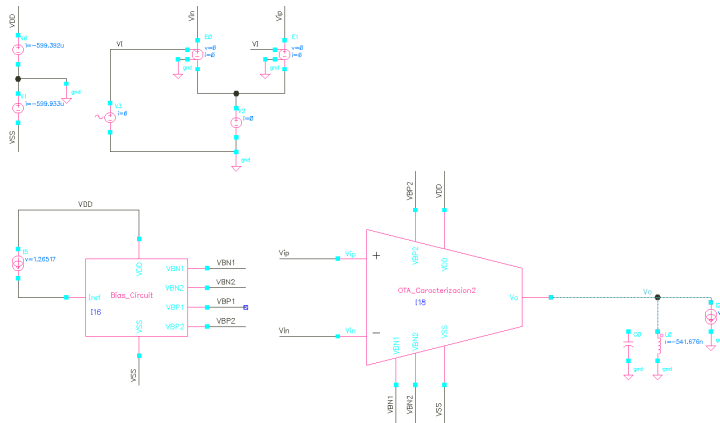


FIGURA B.9: Esquemático para obtener la resistencia de salida.

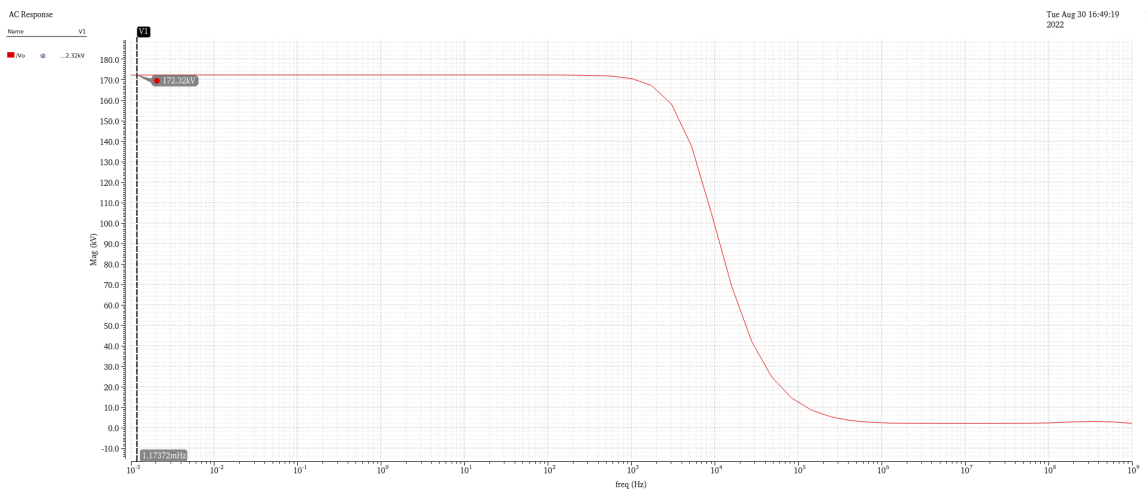


FIGURA B.10: Resistencia de salida.

B.1.3.5. Barrido en DC

Para poder analizar el circuito en DC, se realiza un barrido con la intención de visualizar el comportamiento del voltaje de salida con respecto al de la entrada. Para esto, se hacen dos casos: lazo abierto y lazo cerrado.

- Lazo abierto:

Si sacamos derivada con respecto de x , es decir la pendiente de la función se obtendría:

En este caso observemos que la pendiente de inclinación es la ganancia y varía de aproximadamente $-100\mu V$ con una amplitud de $\approx -650mV$ hasta $\approx 170\mu V$ con amplitud de $\approx 700mV$.

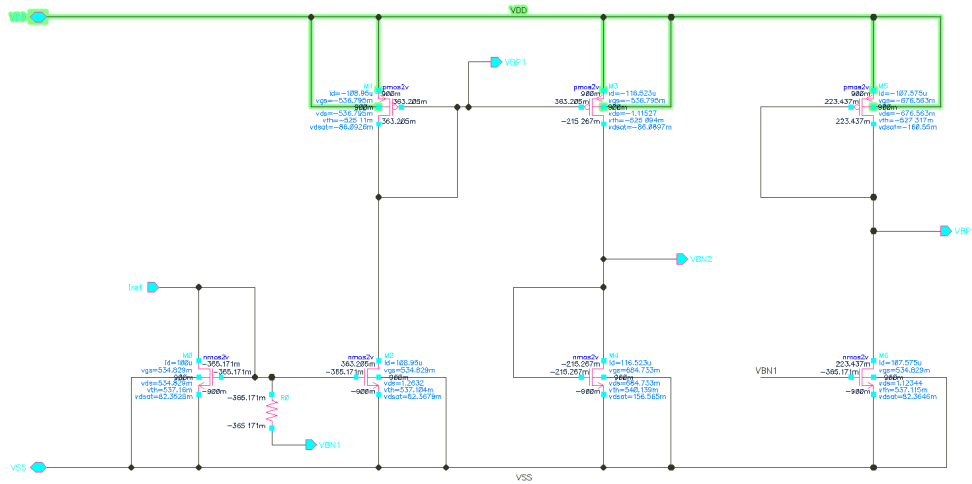


FIGURA B.11: Punto de operación del circuito de polarización.

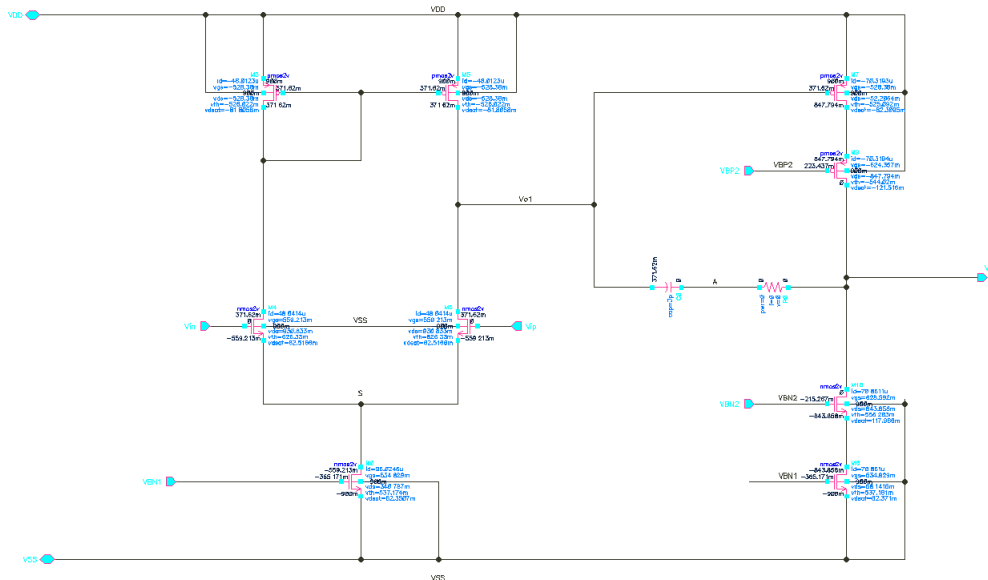


FIGURA B.12: Punto de operación del OTA.

Por otra parte, también es necesario considerar el otro caso cuando el circuito tiene retroalimentación o bien, está en lazo cerrado.

- Lazo cerrado:

Para ese caso, se obtuvo una variación de aproximadamente $\approx -900mV$ y $\approx 900mV$, es decir que su comportamiento es un seguidor.

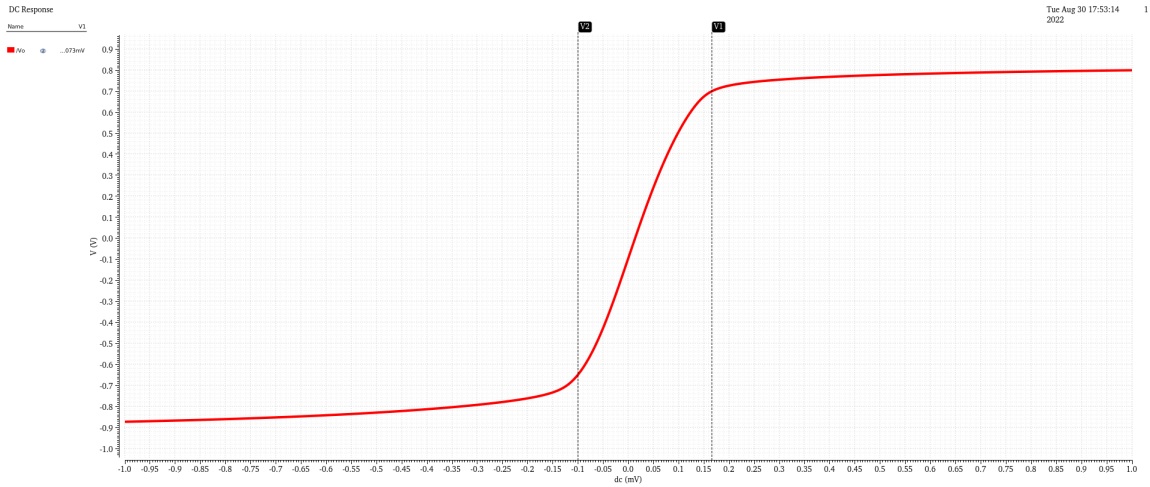


FIGURA B.13: Barrido en DC para lazo abierto.

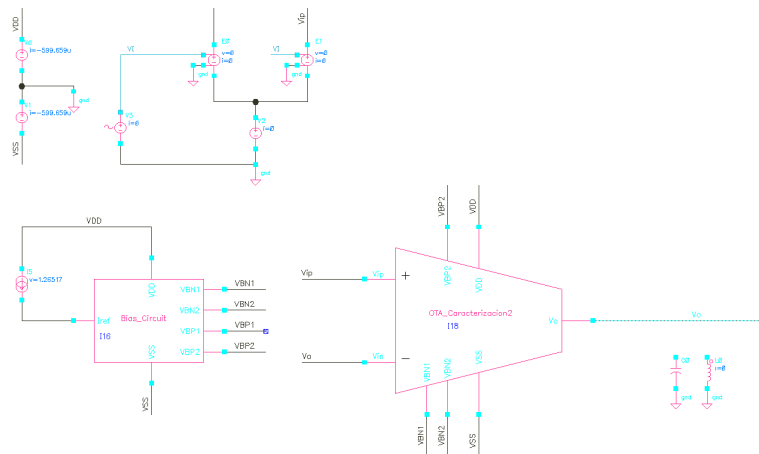


FIGURA B.14: Esquemático del análisis DC en lazo cerrado.

B.1.3.6. Análisis AC

Se debe realizar un análisis de AC para obtener la ganancia del circuito en lazo abierto. Para esto, es necesario introducir un voltaje diferencial de $\pm 500mV$ en las terminales V_{ip} y V_{in} , respectivamente.

En la anterior figura obtenemos una curva que representa la ganancia del circuito. Si retomamos la ecuación (B.1) y sustituimos por los valores de g_{m4} y la resistencia de salida que en este caso es equivalente al parámetro $\frac{1}{g_{ds4}}$, de modo que:

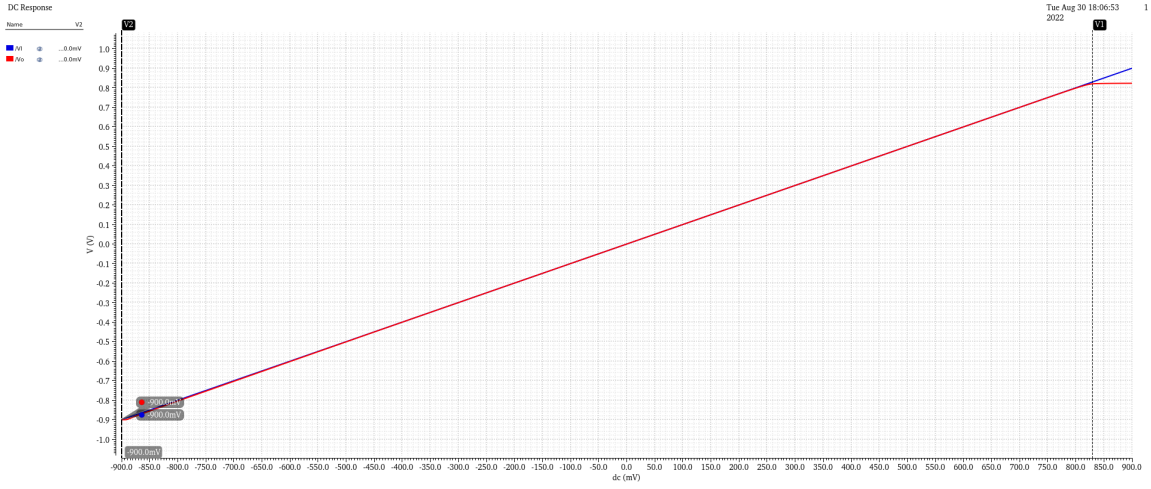


FIGURA B.15: Barrido en DC para lazo cerrado.

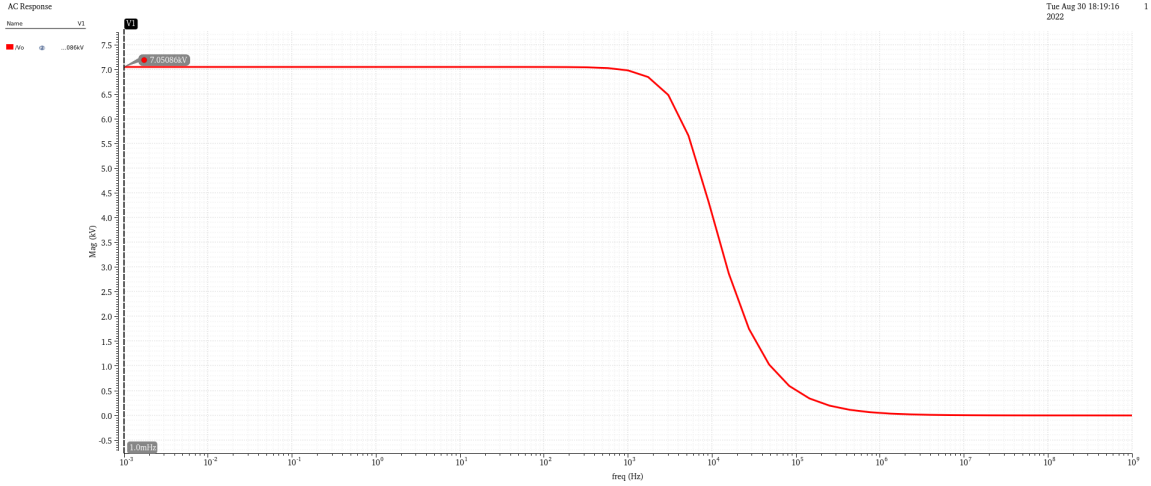


FIGURA B.16: Ganancia del OTA.

$$A_{v_x} = \frac{g_{m4}}{g_{ds4}} = \frac{836.566 \mu S}{24.8217 \mu S} = 33.703 \quad (B.19)$$

$$A_v = A_{v_x} g_{m7} (R_{outP} || R_{outN}) \quad (B.20)$$

La ganancia en decibelios será:

$$A = 20 \log(33.703) \quad (B.21)$$

Teniendo un ancho de banda de aproximadamente 7K Hz.

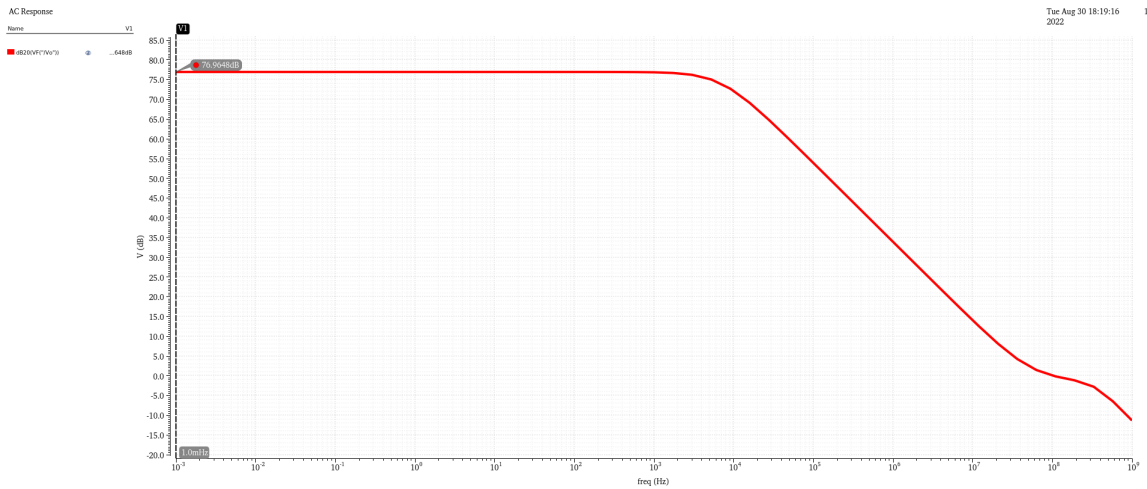


FIGURA B.17: Ganancia en dB del OTA.

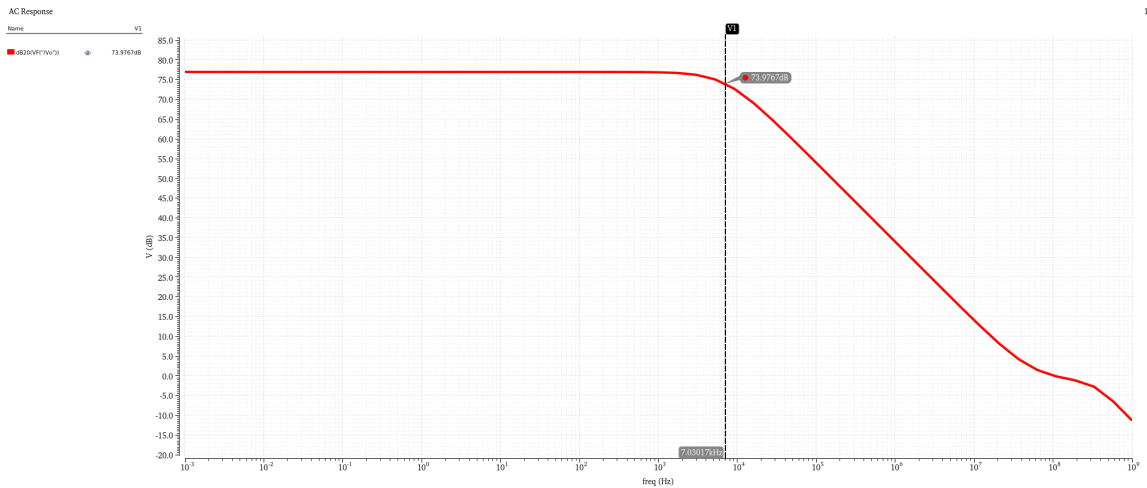


FIGURA B.18: Ancho de banda del OTA.

B.1.3.7. Common Mode Rejection Ratio (CMRR)

El parámetro del factor de rechazo al modo común (CMRR) se refiere a la capacidad que tiene un dispositivo para rechazar las señales de modo común y poder amplificar las señales que aparecen como diferencias de tensión en sus entradas. El CMRR se mide en decibelios con la siguiente ecuación:

$$CMRR = 20 \log_{10} \left(\frac{A_{v_{diff}}}{A_{v_{com}}} \right) \quad (B.22)$$

También se puede expresar como:

$$CMRR = A_{v_{diff}}[dB] - A_{v_{com}}[dB] \quad (B.23)$$

Para encontrar este parámetro es necesario agregar al Test Bench otro OTA para hacer la diferencia que nos indica la ecuación (B.23).

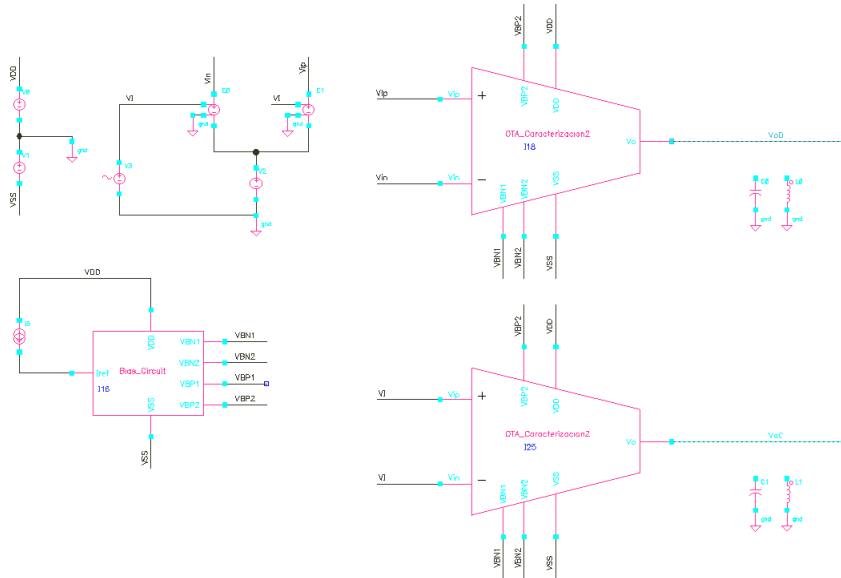


FIGURA B.19: Esquemático del CMRR.

Como podemos observar el primer OTA tiene a la salida un voltaje diferencial (\$V_{oD}\$) y el segundo tendrá un voltaje de modo común (\$V_{oC}\$).

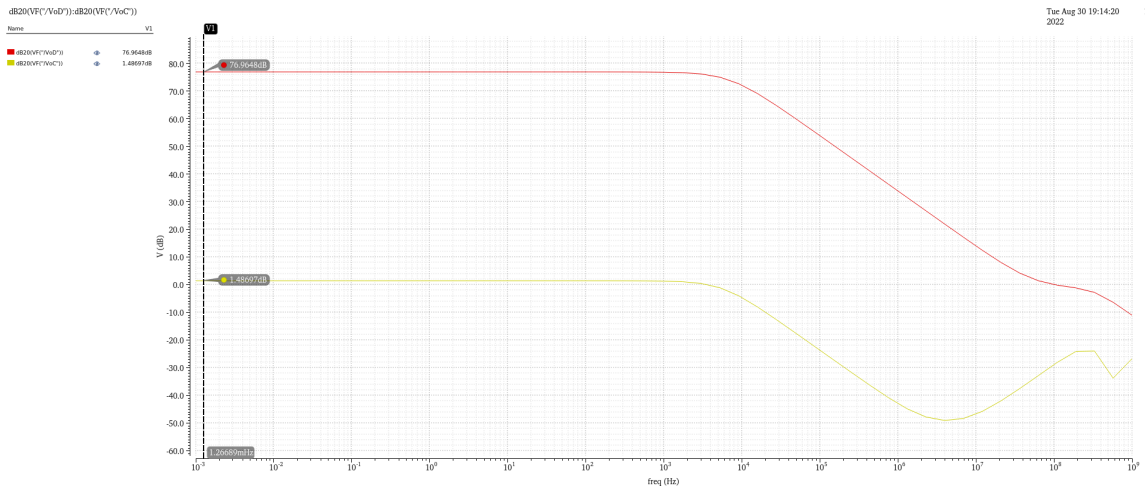


FIGURA B.20: Voltaje diferencial y de modo común.

De modo que utilizando la ecuación (B.23) en este caso:

$$CMRR = 76.9648[dB] - 1.4869[dB] = 75.4778[dB] \approx 76[dB] \quad (B.24)$$

El resultado obtenido en la simulación se muestra en la siguiente figura:

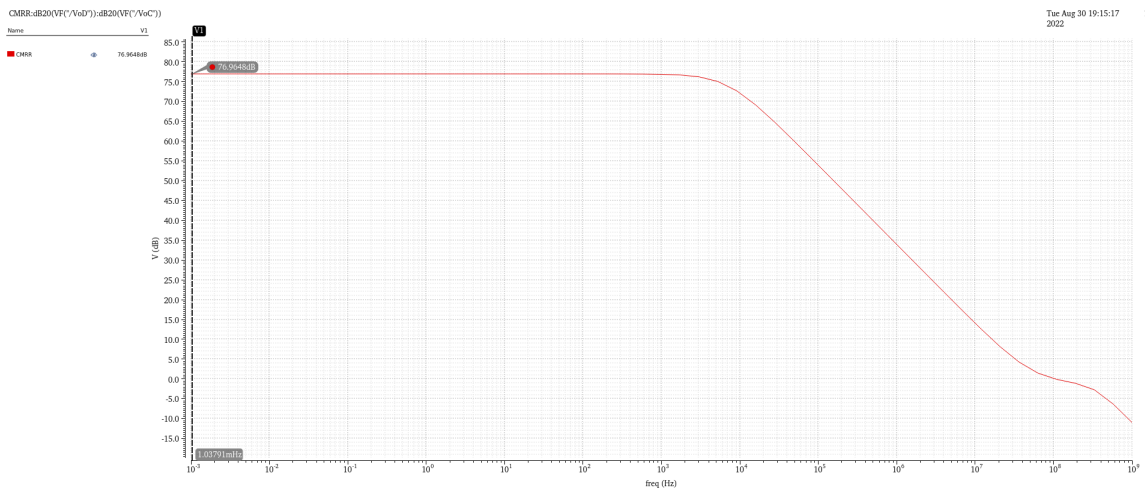


FIGURA B.21: CMRR.

B.1.3.8. Análisis transitorio

Para determinar si este circuito es un buen amplificador se debe realizar un análisis transitorio. Al poseer una ganancia de 7.05K el voltaje que se debe colocar a la entrada del circuito debe ser de:

$$V_{input} = \frac{V_{DD}}{A_v} = \frac{0.9V}{7.05 \times 10^3} \approx 127.65 \mu V \quad (B.25)$$

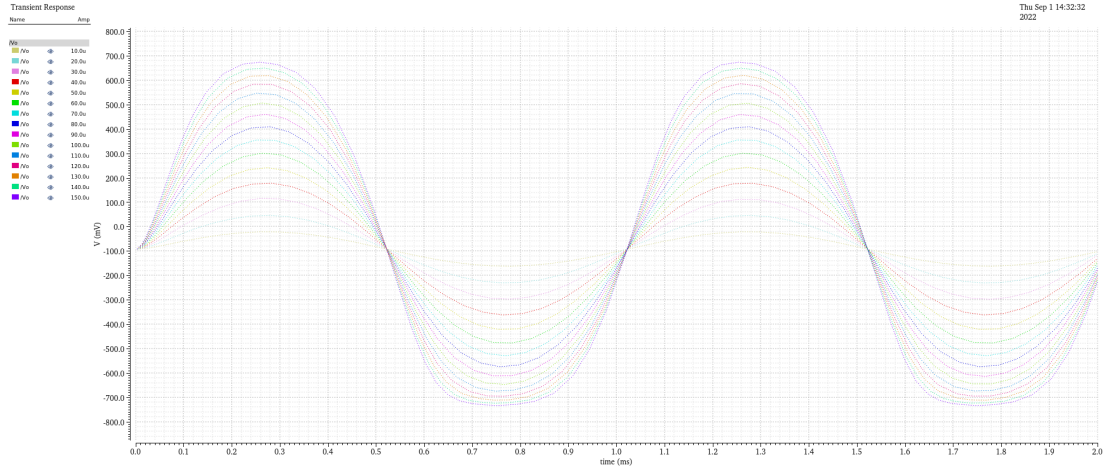


FIGURA B.22: *Análisis Transitorio del OTA.*

Haciendo el análisis transitorio correspondiente y a su vez un paramétrico para observar el comportamiento del voltaje de entrada con respecto del de salida, se obtuvo que en efecto amplifica sin saturarse hasta incluso $150 \mu V$ de voltaje de entrada.

B.1.3.9. PSRR+ y PSRR-

Un parámetro relacionado con el CMRR es la **tasa de rechazo de la fuente de alimentación** conocida por sus siglas en inglés como PSRR (Power Supply Rejection Ratio). Cuando los voltajes de la fuente de alimentación cambian por factores como la existencia de ruido en los suministros, el voltaje de compensación de entrada equivalente también cambia ligeramente. El PSRR mide la capacidad de los amplificadores para rechazar estas variaciones de la fuente de alimentación.

El PSRR se puede definir como la relación entre la ganancia diferencial del amplificador y la ganancia experimentada por un cambio en el voltaje de la fuente de alimentación (V_{DD} y V_{SS}).

$$PSRR^+ \equiv \frac{A_{diff}}{A^+} \equiv A_{diff}[dB] - A^+[dB] \quad (B.26)$$

Donde,

$$A^+ \equiv \frac{v_O}{v_{DD}} \quad (B.27)$$

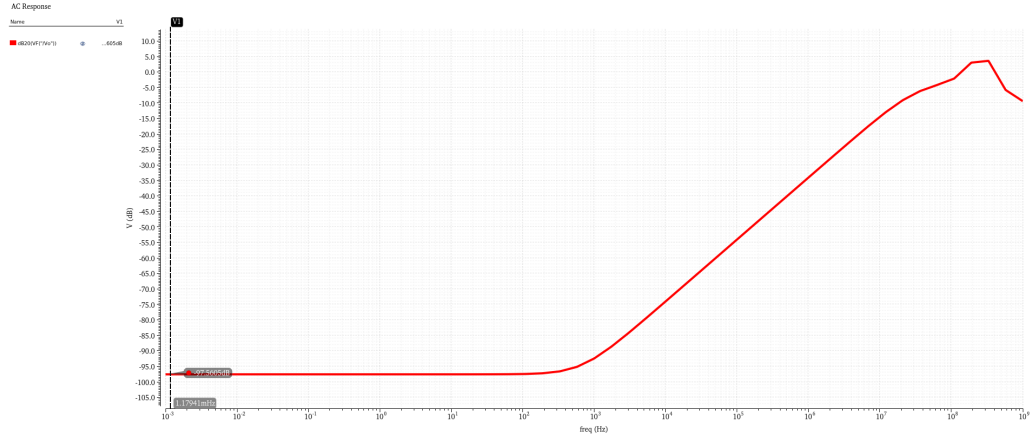


FIGURA B.23: $PSRR^+$.

Para obtener el $PSRR^+$, entonces utilizaremos la ecuación (B.26).

$$PSRR^+ \equiv A_{diff}[dB] - A^+[dB] = 77[dB] - (-97.56[dB]) = 174.56dB \quad (B.28)$$

Mientras que para obtener el $PSRR^-$, se utilizan las siguiente ecuaciones:

$$PSRR^- = \frac{A_{diff}}{A^-} = A_{diff}[dB] - A^-[dB] \quad (B.29)$$

Donde,

$$A^- = \frac{v_O}{v_{SS}} \quad (B.30)$$

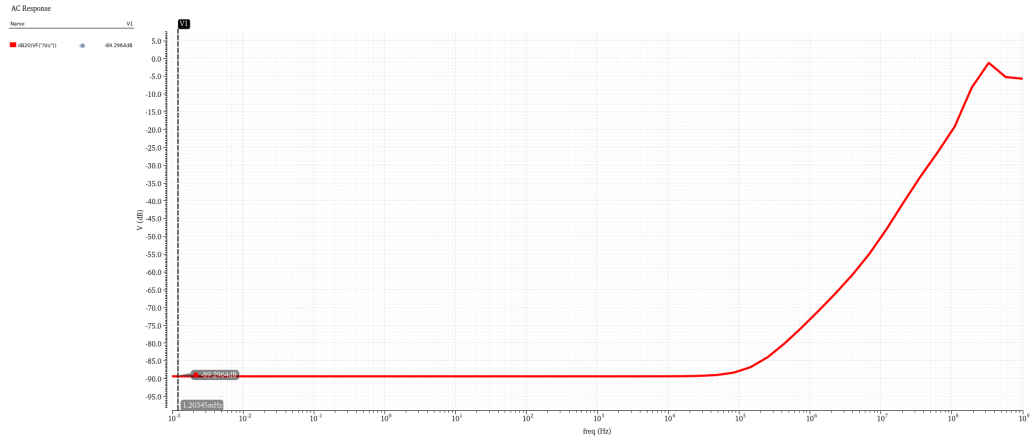


FIGURA B.24: $PSRR^-$.

En este caso,

$$PSRR^- = A_{diff}[dB] - A^-[dB] = 77[dB] - (-89.29[dB]) = 166.29dB \quad (B.31)$$