Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias de la Electrónica

Maestría en Ingeniería Electrónica Opción Instrumentación Electrónica

"EMULACIÓN DE LA DINÁMICA DE UN SISTEMA PVTOL MEDIANTE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO DE PROPÓSITO ESPECÍFICO"

T E S I S

que para obtener el título de

Maestro en Ingeniería Electrónica

presenta:

José Reyes Rosales*

Asesores:

Dr. Víctor Rodolfo González Díaz

Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

*Becario CONACyT

Puebla, Pue., México.
Noviembre 2014.

Título: "EMULACIÓN DE LA DINÁMICA DE UN SISTEMA PVTOL MEDIANTE UN CIRCUITO ELECTRÓNICO DE PROPÓSITO ESPECÍFICO"
Estudiante: José Reyes Rosales

COMITÉ

Dr. Germán Ardul Muñoz Hernández Presidente	Dra. Liliana Cortez Georgievna Secretario

M.C. Selene Edith Maya Rueda
Vocal

ASESORES

Dr. Víctor Rodolfo González Díaz	Dr. José Fermi Guerrero Castellanos

Agradecimientos

Pricipalmente agradezco a Dios por darme las fuerzas para llegar hasta esta etapa de mi vida.

A mi madre por confiar siempre en mí, por luchar todo el tiempo para que yo esté bien. A mi padre por su apoyo y comprensión.

A mis hermanos y hermanas por estar siempre pendientes de mí.

A mis asesores de tesis, el Dr. Víctor Rodolfo González Díaz y el Dr. José Fermi Guerrero Castellanos que confiaron en mí para sacar este trabajo adelante.

A mis compañeros y amigos de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), aprendí mucho de ellos.

A todos mis profesores que tuve durante mi estancia en el posgrado, que me asesoraron en todo momento necesario.

Mi agradecimiento al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología* (CONACYT) por el apoyo económico otorgado durante mis estudios de Maestría.

Dedicatoria

A mi madre querida

por enseñarme el valor

de la dedicación, por todo lo

que ha hecho por mi.

Eres la mejor mama que pude tener.

Resumen

En este trabajo se presenta el diseño de un circuito electrónico capaz de emular una sección de la dinámica del avión de despegue y aterrizaje vertical PVTOL (Planar Vertical Takeoff and Landing Aircraft, por sus siglas en inglés) . El modelo de la plataforma del avión PVTOL ha sido estudiado extensamente por varios investigadores, debido a sus aplicaciones. Para la solución de las ecuaciones diferenciales, sobre todo en el área de control de vehiculos aéreos no tripulados que representan al sistema PVTOL, se ha usado mayormente métodos numéricos, los cuales son ejecutados en computadoras digitales, pero existe otra alternativa: la construcción de emuladores electrónicos o computadoras analógicas, que consiste en sistemas electrónicos, cuyas señales representan la solución, o parte de la solución del sistema dinámico en cuestión.

Las referencias indican que en la actualidad existen muchos emuladores de distintos tipos de sistemas, pero la gran mayoría de estos aún son emuladores desarrollados en sistemas digitales que ocupan un gran espacio físico en el área de trabajo. Esta tesis se enfoca en el diseño de un circuito integrado a nivel transistor, llegando a la etapa post-layout, que permita que en un periodo de mediano plazo se mande a fabricar como prototipo sobre un chip electrónico convencional. Entre las ventajas al trabajar de forma analógica, es posible mencionar: La emulación de un sistema complejo en tiempo real, eliminación de ruido de cuantización y en general el procesamiento de la señal, entre otros.

La solución del modelo matemático del sistema PVTOL es obtenido mediante un software numérico (Matlab-Simulink), las respuestas adquiridas son tomadas como referencia para comparar la solución obtenida mediante el circuito emulador.

El circuito diseñado consta de 12 transistores con base en una tecnología CMOS (cuya traducción en español es Semiconductor Metal-Óxido Complementario) a $90nm$, trabajando completamente en modo voltaje, funcionando con un ancho de banda de 1 MHz, cuyo diseño ha sido alacanzado hasta la etapa post-layout, simulado con sus parámetros de extracción, alcanzando con esto un resultado muy confiable. A parte de la aplicacion buscada se logró observar que el circuito presente funciona como un multiplicador de frecuencia, que puede tener un uso potencial en sistemas de comunicación.

Índice general

Resumen III

Índice de figuras VII

Lista de Acrónimos VIII

Introducción X

1. Generalidades y estado del arte 1

1.1. Breve historia del control 1
1.2. Modelado de sistemas dinámicos 2
1.2.1. Sistema de control 2
1.3. Solución de sistemas dinámicos 4
1.4. Solución numérica de sistemas dinámicos 6
1.4.1. Inconvenientes de la solución numérica 9
1.5. Propuesta de solución a los inconvenientes del método numérico 11
1.6. Origen y función de la computadora analógica 12
1.6.1. Solución de ecuaciones lineales y no lineales mediante computadoras analógicas 13
1.7. Desventajas de la solución digital contra la solución analógica 14
1.8. Circuito integrado de emulación 15
1.9. Proceso y metodología en el diseño de circuitos integrados 16
1.10. Aplicación del circuito emulador en el sistema dinámico PVTOL 19

2. Síntesis del circuito analógico para la emulación de la dinámica del PVTOL 21

2.1. Modelado Matemático del Sistema PVTOL 21
2.2. Modelo de la dinámica vertical del PVTOL 24
2.3. Cálculo de la función coseno en computadoras digitales 25
2.4. Aproximaciones de la función coseno de forma analógica reportados en la literatura 27
2.5. Diseño del bloque de la función coseno a nivel transistor 30

2.5.1. Nueva propuesta de aproximación para bloque de función coseno . . . 30
2.5.2. Error promedio gráfico de las aproximaciones del coseno 36
2.6. Caracterización del circuito que aproxima la función coseno 38
2.6.1. Ajuste en frecuencia y amplitud del mapeo no lineal 39
2.6.2. Especificaciones generales 39
2.7. Diseño de layout del circuito "Función coseno" 42
2.8. Caracterización del layout del circuito emulador 44

3. Pruebas y resultados del circuito emulador sobre una propuesta de control LQR del sistema PVTOL 45
3.1. Modelo comportamental general del PVTOL y comparación de la simulación numérica y analógica 45
3.2. Representación en espacio de estados y linealización del sistema PVTOL . . 53
3.2.1. Regulador Lineal Cuadrático (LQR) con horizonte finito 58
3.2.2. Simulación del Regulador Lineal Cuadrático (LQR) con horizonte finito 59
3.3. Resultados y simulación del circuito emulador con el control LQR aplicado al modelo de la dinámica vertical del PVTOL 60
3.3.1. Observación del error obtenido con el circuito emulador 65

4. Conclusiones y trabajo a futuro 66
4.1. Trabajo a futuro 67

Apéndices 68

A. Reporte de invención 70

B. Publicación 70

Bibliografía 71

Índice de figuras

1.1. Proceso a controlar. 3
1.2. Sistema de control con retroalimentación 3
1.3. Sistema de control sin retroalimentación 3
1.4. Ejemplo de la respuesta de un sistema en lazo abierto 5
1.5. Diagrama a bloques de un sistema digital. 9
1.6. Diagrama general de un DAC. 10
1.7. Sistema electrónico divisor. 13
1.8. Operaciones principales del amplificador operacional. 14
1.9. Metodología de diseño top-down 16
1.10. Diagrama de flujo del proceso de diseño del emulador. 18

2.1. Sistema PVTOL. 22
2.2. Comparación del coseno con su aproximación por Taylor. 26
2.3. Comparación del coseno con su aproximación por CORDIC. 27
2.4. Comparación del coseno con la aproximación propuesta por Seevinck. 29
2.5. Objetivo del mapeo del bloque coseno. 31
2.6. Respuesta de la función de transferencia y la forma de onda a la salida de un "folding circuit ideal" 32
2.7. Circuito de foldeo con control de ajuste. 32
2.8. Respuesta del circuito de foldeo con control de ajuste. 33
2.9. Bloque general del coseno realizado a nivel transistor. 33
2.10. Circuito principal usado para la realización de la función coseno. 34
2.11. Amplificadores de ganancia para ajuste de la función coseno. 34
2.12. Resultado de la aproximación mediante el mapeo no lineal. 35
2.13. Error promedio de la aproximación por serie de Taylor. 36
2.14. Error promedio de la aproximación por Seevinck. 37
2.15. Error promedio de la aproximación por Mapeo no lineal. 37
2.16. Ajuste con ganancias del coseno a nivel transistor. 39
2.17. Frecuencia de trabajo del circuito de mapeo no lineal 41
2.18. Layout de circuito emulador. 43

3.1. Modelo comportamental general del PVTOL. 46
3.2. Modelo comportamental a bloques del PVTOL en Simulink. 46
3.3. Modelo comportamental a bloques realizado en Verilog-A. 47
3.4. Entradas μ_1 y μ_2 constantes. 48
3.5. Respuesta del sistema a entradas constantes. 49
3.6. Error promedio a la salida de y bajo condiciones iniciales constantes. 49
3.7. Entradas μ_1 y μ_2. 50
3.8. Respuesta del sistema a entradas tipo rampa. 51
3.9. Error promedio a la salida de x bajo condiciones iniciales tipo rampa. 51
3.10. Error promedio a la salida de y bajo condiciones iniciales tipo rampa. 52
3.11. Error promedio a la salida de θ bajo condiciones iniciales tipo rampa. 52
3.12. Control LQR en Simulink. 59
3.13. Respuesta del control LQR en Simulink. 60
3.14. Control implementado en modo comportamental con Verilog-A. 61
3.15. Respuesta del control LQR a nivel comportamental en su modo analógico. . 61
3.16. Diagrama a bloques de las ecuaciones 3.24 y 3.25 con el control LQR en Simulink. 62
3.17. Control implementado en modo comportamental de y y θ en Pyxis. 63
3.18. Comparación de respuesta numérica y analógica del eje vertical y el ángulo θ 63
3.19. Error promedio de la respuesta numérica a la salida de y con el control LQR 64
3.20. Error promedio de la respuesta numérica a la salida de θ con el control LQR 64

Lista de Acrónimos

ADC	Analog-to-Digital Converter (Convertidor Analógico Digital)
ASIC	Application-Specific Integrated Circuit (Circuito Integrado para Aplicaciones Específicas)
BJT	Bipolar Junction Transistor (Transistor de Unión Bipolar)
BUAP	Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
CAD	Computer-Aided Design (Diseño Asistido por Computadora)
CMOS	Complementary Metal-Oxide-Semiconductor(Semiconductor Metal-Óxido Complementario)
DAC	Digital-to-Analog Converter (Convertidor Digital Analógico)
DSP	Digital Signal Processor (Procesador de Señal Digital)
FPGA	Field-Programmable Gate Array (Arreglo de Compuertas Programables en Campo))
IC	Integrated Circuit (Circuito Integrado)
LQR	Linear Quadratic Regulator (Regulador Lineal Cuadrático)
MIE	Maestría en Ingeniería Electrónica
MOSFET	Metal-Oxide-Semiconductor Field-effect Transistor (Transistor de Efecto de Campo Metal-Óxido-Semiconductor)
MOS	Metal-Oxido-Semiconductor (Semiconductor Metal-Óxido)
OP-AMP	Operational Amplifier (Amplificador Operacional)
PC	Personal Computer (Computadora Personal)

PIC	Peripheral Interface Controller(Controlador de Interfaz Periférica)
PVTOL	Planar Vertical Takeoff and Landing (acrónimo usado para referenciar un avión Planar de Despegue y Aterrizaje Vertical)
ULSI	Ultra Large Scale Integration (Interacción a Escala Extremadamente Grande)
VHDL	VHSIC (Very High Speed Integrated Circuits) Hardware Description Language (literalmente, Lenguaje de Descripcion de Hardware para Circuitos Integrados de Muy Alta Velocidad)
VLSI	Very Large Scale Integrated(Interacción a Escala muy Grande)

Introducción

El proceso de modelado matemático de un sistema dinámico, puede llevar a la obtención de una representación para el mismo por medio de una ecuación diferencial no lineal de orden n, o por un conjunto de "n" ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales, cuya solución se debe obtener para conocer la evolución de las trayectorias del sistema, a partir de un conjunto de condiciones iniciales y una entrada dada. La solución analítica de una ecuación diferencial lineal de primer orden puede ser fácil, sin embargo, el resultado para una ecuación de orden mayor puede presentar mayor dificultad. Por otro lado, al resolver las ecuaciones diferenciales de un sistema no lineal, muchas veces la solución es imposible por medios analíticos [1]. Cuando el sistema de ecuaciones es difícil o imposible de resolver mediante la forma analítica, es posible mencionar un par de alternativas para solucionar dicho modelo, por ejemplo, mediante un programa de simulación digital y con un sistema emulador de señales, capaz de procesar en forma analógica las señales representadas por el sistema general.

El objetivo general del presente trabajo consiste en "'Realizar el diseño de un emulador electrónico de propósito específico, capaz de emular esencialmente el sistema PVTOL", para el alcance de tal objetivo es necesario:

- Analizar el modelo matemático del sistema PVTOL que se usará.
- Elaborar la simulación a nivel comportamental en Verilog A del sistema no-lineal que modela al PVTOL.
- Diseñar los bloques del circuito emulador a nivel transistor.
- Comparar el sistema diseñado con el sistema simulado en MATLAB/simulink.
- Realizar el patrón geométrico y caracterización del circuito emulador.

El documento de tesis está organizado de la siguiente forma:

El estudio de los distintos sistemas dinámicos y sus aplicaciones son enfatizados en el capítulo 1, donde se ofrece una breve descripción de los sistemas de control y sus orígenes. Se muestra una clasificación del control según la naturaleza del sistema, donde es posible distinguir los sistemas lineales y no lineales.

Se mencionan 3 formas de solución a los sistemas dinámicos: forma analítica, forma numérica y por último, pero no menos importante, la forma analógica. De dichos métodos, los que llaman la atención en el desarrollo de esta tesis son el método numérico y analógico. Al estudiar el procedimiento para la solución con el método numérico se pueden encontrar varios inconvenientes, por lo tanto, se propone una solución a este conflicto a partir de un emulador electrónico que sea capaz de procesar las señales en tiempo continuo.

Posteriormente, se explica de manera sucinta la metodología usada para el diseño del circuito integrado, donde se expone un diagrama de flujo general sobre el desarrollo analógico y físico del emulador.

En el capítulo 2 se aborda el modelo del sistema PVTOL. Una forma de simplificar el sistema de ecuaciones del PVTOL y hacer más sencillo su implementación, es estudiando únicamente su dinámica vertical, donde los bloques necesarios para el desarollo estructural son operadores de integración, suma, multiplicación, de ganancia y una función trigonométrica coseno, la cual es una función no lineal. Cada operador es visto como un bloque para su futura integración al modelo comportamental general. La realización y el diseño analógico de cada uno de los bloques tiene su propia complejidad. Es bien sabido que hacer una función no lineal como el seno o coseno representa un reto para cualquier diseñador analógico.

El capítulo 2 también aborda el diseño e implementación del circuito emulador. Cabe mencionar que una de las partes esenciales de esta tesis es la creación de la función no lineal coseno mediante un circuito completamente analógico, de tal forma que pueda ser comprobada su eficiencia sobre el sistema de ecuaciones que rigen al PVTOL. Específicamente se emula una aproximación de la función coseno.

Según la literatura estudiada se encontraron al menos 3 formas reelevantes de aproximación de la función coseno para este trabajo: por el algoritmo de cordic, por series de taylor y mediante un circuito eléctrico con una ecuación dada. De las aproximaciones descritas se realiza un estudio y se resuelve implementar una nueva aproximación de la función trigonométrica denominado "**mapeo no lineal**".

La creación del circuito emulador innovador y su patrón geométrico son explicados a

detalle en esta sección, analizando además el error promedio de la creación descrita junto con su caracterización eléctrica.

En el capítulo 3 se presentan las pruebas y resultados, también, se realiza la comparación del sistema PVTOL solucionado desde el método analógico y numérico con la finalidad de examinar los resultados y su similitud.

Posteriormente, se propone y se simula un control LQR para el sistema PVTOL, hecho esto, se sustituye el bloque de la función coseno ideal y se coloca el bloque emulador creado con la finalidad de verificar la propuesta de aproximación creada.

Por último, a partir del análisis anterior, en el capítulo 4 se describen las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de la tesis y se menciona el trabajo a futuro en relación con este trabajo.

¡Cómo es posible que la matemática, un producto del pensamiento humano independiente de la experiencia, se adapte tan admirablemente a los objetos de la realidad!

Albert Einstein

CAPÍTULO

1

Generalidades y estado del arte

Este capítulo abordará primeramente en la sección 1.1 una breve historia del control y su evolución hasta la época actual en relación con el modelado matemático. Posteriormente en el aparatado 1.2 se presenta el modelado de los sitemas dinámicos y sus formas de solución: forma analítica, forma numérica y forma analógica, donde se recalca como motivación a este trabajo, el análisis de sistemas dinámicos mediante la forma analógica.

En la sección 1.3 se observan los inconvenientes de la soluci'on numerica. De esta forma, posteriormente se menciona una propuesta de solucióna dichos inconvenientes.

En las secciones 1.5 y 1.6 se explica a detalle el origen y la función de la computadora analógica utilizado como emulador para la solución de ecuaciones lineales y no lineales. Así, en la sección 1.7 y 1.8 se presenta la propuesta mediante un circuito integrado de emulación y se estudia el proceso y metodología en el diseño de circuitos integrados. Este capítulo finaliza explicando de manera sucinta una aplicación del circuito emulador en el sistema dinámico PVTOL.

1.1 Breve historia del control

A lo largo del tiempo los sistemas de control han sufrido cambios mediante un proceso de evolución que se remonta hacia el año 300 a.C., esto fue cuando los griegos tuvieron la necesidad de medir empíricamente el tiempo mediante mecanismos reguladores con flotador. Aquí es donde se dan a conocer tres hombres que brillaron por su ingenio: Ktesibios realizó un dispositivo realimentado que fue el reloj de agua, en donde usaba un regulador con flotador; Philon aproximadamente por el año 250 a.C. diseña un regulador de flotador

para mantener el nivel de aceite en una lámpara y Herón que realiza varios mecanismos de nivel de agua con reguladores de flotador [2]. Desde entones grandes aplicaciones de control fueron creados; por ejemplo para el año de 1620 Cornelis Drebbel (1572-1633) realiza un regulador de temperatura para incubadoras, hornos, etc. Otra aplicación de gran importancia es la realizada por James Watt en 1769, quien es considerado el primer controlador con realimentación automática usada en un proceso industrial: el regulador centrífugo, éste era un dispositivo completamente mecánico para controlar la velocidad de una máquina de vapor, tenía un sistema que cuando aumentaba la velocidad se elevaban unos contrapesos,a su vez, cerraban la válvula que ajustaba el vapor que provenía de la caldera [3]. El concepto de control puede ser muy general, ya que tiene varios significados y más específicamente, varios sentidos, que son significativos para el análisis. Para esta tesis se usa el concepto de control según [4], el cual define al control como el uso de algoritmos y de sistemas de retroalimentación en ingeniería. Así, el control incluye ejemplos tales como lazos cerrados en los amplificadores electrónicos, controles puntuales en química y procesamiento de materiales, sistemas en aeronaves "fly-by-wire" (pilotaje por cable), inclusive protocolos de router que controlan el flujo del tráfico en la internet. Emergen aplicaciones que incluyen sistemas de software de alta confiabilidad, vehículos y robots autónomos, sistemas de gestión de combate y sistemas de ingeniería biológica. En esencia, el control es una ciencia de información y éste incluye el uso de información en ambas representaciones tanto analógicas como digitales.

1.2 Modelado de sistemas dinámicos

Zudanaisky [5] ofrece una descripción acertada de lo que es un sistema dinámico que consiste en un conjunto de magnitudes medibles que evolucionan con el tiempo. Se trata del análisis y resolución de problemas dinámicos relativos a la variación de las magnitudes que evolucionan.

1.2.1. Sistema de control

Un sistema de control es una interconexión de componentes conectados y relacionados entre sí, que forman una configuración del sistema que proporcionará una respuesta deseada.

Los sistemas de control se pueden representar en forma de diagramas de bloques, a cada componente del sistema de control se le denomina elemento y se representa por medio de un rectángulo, como se muestra en la figura 1.1.

Mediante una generalización de los sistemas de control se observa que existen los sistemas retroalimentados o en lazo cerrado y los sistemas en lazo abierto o sin retroalimentación. Un sistema de control en lazo cerrado usa una medida de la salida y la realimentación de esta señal para compararla con la salida deseada (referencia u orden), a la medida de la

Figura 1.1. Proceso a controlar.

salida se le denomina señal de realimentación, en la figura 1.2 se observa un ejemplo de un sistema retroalimentado, El término control en lazo cerrado siempre implica el uso de una acción de control realimentado para reducir el error del sistema.

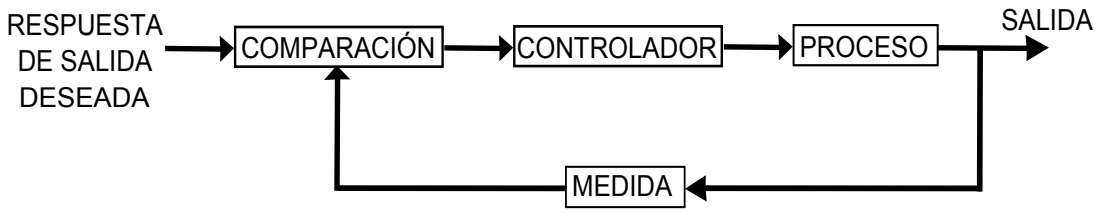


Figura 1.2. Sistema de control con retroalimentación

Por otro lado en un sistema de control en lazo abierto la salida no afecta la acción de control, ya que utiliza un dispositivo de actuación para controlar el proceso directamente sin emplear retroalimentación, en la figura 1.3 se observa un ejemplo de un sistema sin retroalimentación.

En cualquier sistema de control en lazo abierto para cada entrada de referencia le corresponde una condición operativa fija; como resultado, la precisión del sistema depende de la calibración. Ante la presencia de perturbaciones, un sistema de control en lazo abierto no realiza la tarea deseada. En la práctica, el control en lazo abierto sólo se usa si se conoce la relación entre la entrada y la salida y si no hay perturbaciones internas ni externas [3], [6].

Figura 1.3. Sistema de control sin retroalimentación

Una clasificación de los sistemas de control se puede mostrar con el siguiente arreglo:

Clasificación de los sistemas de control:
- Según la característica temporal de la ley de control.
- Según el número de entradas y salidas.
- Según la linealidad del sistema.
- Según la continuidad del sistema.
- Según los parámetros del sistema.

Si se atiende a la linealidad del sistema se pueden distinguir:

- Sistemas Lineales: Las ecuaciones diferenciales que describen al sistema, tanto a la planta como al controlador son lineales.

- Sistemas no lineales: Las ecuaciones diferenciales que describen al sistema no son lineales. Algunas veces es la planta que no es lineal y otras veces es el propio controlador.

Ahora bien un sistema es lineal si cumple con el principio de superposición, como bien se sabe los sistemas lineales son escasos fuera del ámbito académico. Sin embargo, la discrepancia de los modelos dinámicos con la realidad es a menudo pequeña por lo que la utilidad de estos es grande.

Los sistemas no lineales pueden modelarse por medio de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, para las cuales no existe solución general, por lo que su estudio es complicado. Afortunadamente, en muchas situaciones se utilizan modelos lineales para describir sistemas que no lo son [7].

1.3 Solución de sistemas dinámicos

Un sistema dinámico se modela con el fin de predecir su comportamiento mediante la solución de las ecuaciones que contiene dicho modelo, o bien, describir el recorrido a lo largo del tiempo de todos los puntos de un espacio dado S [8]. Por otro lado, el método de solución varía dependiendo la aplicacion. Es posible imaginar un sistema en lazo abierto que responde según la gráfica de la figura 1.4, donde *x(t)* es la señal que quiere ser encontrada y t es el transcurso de la señal en el tiempo. La pregunta que se plantea a continuación es, teniendo el sistema $\dot{x} = f(x, t, \mu)$ ¿cómo conocer la evolución de la trayectoria de $x(t)$ a lo largo del tiempo?

Generalmente se plantean 3 formas para conocer a *x(t)*:

1. **Forma Analítica:**
   Procedimiento cognoscitivo, consiste en descomponer un objeto de estudio separando

Figura 1.4. Ejemplo de la respuesta de un sistema en lazo abierto

cada una de las partes del todo para estudiarlas en forma individual, es decir, se soluciona el sistema mediante lápiz y papel planteando las distintas leyes y métodos conocidos [9].

2. **Forma Numérica:**
   En el uso de algoritmos iterativos se obtienen soluciones numéricas a problemas en los cuales la forma analítica es poco eficiente y en consecuencia no se puede ofrecer solución. En particular a estos algoritmos se les llama métodos numéricos [10]. De esta forma se solucionan las ecuaciones complejas en los programas de cálculo numérico, como por ejemplo Matlab, Mathcad, Maple, etc., donde se utilizan algunos métodos como Runger- Kutta, Euler, método de Adams- Bashfort entre muchos otros.

3. **Forma Analógica:**
   Consiste en comparar dos fenómenos parecidos pero no idénticos, entre los que, por tanto, hay simultánea coincidencia y diferencia, por lo que siendo uno de ellos más conocido en sus causas nos da la posibilidad de inferir la o las causas del menos conocido [11].

Una solución analítica es una solución exacta que tiene la forma de una expresión matemática en función de las variables asociadas al problema que se quiere resolver. Una solución numérica es un valor numérico aproximado (un número) de la solución. Aunque las soluciones numéricas son aproximaciones, pueden ser muy exactas.

En muchos métodos numéricos los cálculos se ejecutan de manera iterativa hasta que se alcanza una exactitud deseada, de manera que tienen que ser lo suficientemente exactos como para satisfacer los requisitos de los problemas a resolver y lo suficientemente precisos para ser adecuados [12]. Por otra parte, la utilidad de la solución mediante un circuito

analógico radica principalmente en la comparación con un sistema ya conocido, resuelto de un modo análogo.

1.4 Solución numérica de sistemas dinámicos

Actualmente los métodos numéricos junto con las computadoras ofrecen una alternativa para poder obtener la solución de cálculos complicados, ésta es la principal ventaja de los métodos numéricos. Aunque las soluciones analíticas aún son muy valiosas, tanto para resolver problemas como para proporcionar una mayor comprensión, los métodos numéricos representan alternativas que aumentan de manera considerable la capacidad para confrontar y dar solución a los problemas matemáticos. A pesar de que hay muchos tipos de métodos numéricos, todos comparten algo en común: invariablemente se debe realizar un gran número de tediosos cálculos aritméticos. No es raro que con el desarrollo de computadoras digitales, el papel de los métodos numéricos en la solución de problemas de ingeniería haya aumentado en forma considerable.

Para resolver una ecuación diferencial de primer orden (ver ecuación 1.1), se debe encontrar una secuencia de valores de la variable independiente $t\,\{t_i\}$, dentro de un intervalo de solución $[t_0, t_f]$, donde $f(x,t)$ es una función no lineal cualquiera. Existe un instante de tiempo entre cada secuencia de valores para obtener la solución denominada usualmente *paso de integración* Δt que puede permanecer constante sobre un determinado número de intervalos de la solución, o variarse cuando las consideraciones de error lo hagan deseable.

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t), \quad x(t_0) = x_0 \tag{1.1}$$

En cuanto al paso de integración, dependiendo del método, éste puede ser fijo o variable y además puede ser acotado en forma manual o automática. Si Δt no es lo suficientemente pequeño para representar la solución de la ecuación diferencial en forma exacta, existe un error que se nombra error por truncamiento. Cabe hacer hincapié en un tipo de sistemas denominado "sistemas rígidos", estos sistemas presentan características dinámicas lentas y rápidas en forma simultánea, como podría ser el caso de un sistema electromecánico, en donde las constantes de tiempo de los componentes eléctricos, pueden ser muy pequeñas en comparación con las constantes de tiempo de los componentes mecánicos. La presencia de dinámicas lentas y rápidas dentro del mismo sistema de ecuaciones diferenciales, introduce dificultades al momento de obtener su solución numérica. Para garantizar la estabilidad y exactitud de la solución de las ecuaciones de la parte dinámica rápida, se puede requerir un paso de integración pequeño, el cual puede ser demasiado corto para la solución de la parte dinámica lenta, extendiendo innecesariamente la obtención de la solución en todo el intervalo de solución deseada, si el paso se mantiene constante.

Una posible solución al problema planteado por la presencia de constantes de tiempo muy diferentes, puede ser la utilización de métodos de paso variable, los cuales pueden

ajustar el paso de integración de acuerdo a los requerimientos del sistema, utilizando pasos pequeños inicialmente y luego que la parte de dinámica rápida haya desaparecido se utiliza un paso de integración mayor, sin embargo dicho procedimiento tiene un costo extra por la necesidad de efectuar evaluaciones adicionales de las ecuaciones diferenciales y comparaciones para determinar el ajuste del paso.

Para la solución de los sistema rígidos son usualmente preferidos los métodos numéricos de solución de ecuaciones diferenciales basados en las fórmulas de diferencias retrógradas implícitas [1].

Dependiendo de la dinámica del problema que se pretenda simular, los resultados que se obtienen de las simulaciones pueden variar con el método de integración seleccionado. Por ejemplo, el grupo de los métodos de integración de paso fijo mantienen un tamaño de muestreo fijo para la resolución de las ecuaciones durante todas las simulaciones, en comparación, al grupo de los métodos de integración de paso variable que varían el muestreo según detecte que los resultados varíen, por ello si detecta que los resultados se mantienen constantes aumenta el muestreo y si por el contrario hay muchas variaciones reduce el muestreo.

El grupo de métodos de integración de paso fijo permite tener un control del muestreo por lo que son adecuados para programar en tiempo real, como desventaja frente al otro grupo, el tiempo que se tarda en obtener resultados de la simulación puede llegar a ser más lento que en el caso que se utilicen métodos de paso variable, y además si el tiempo de muestreo no ha sido correctamente seleccionado, las simulaciones pueden perder dinámica. Por otro lado, el grupo de métodos de integración de paso variable simula los archivos de forma más rápida que el anterior pero puede producir errores en los resultados de la simulación para algunos tipos de problemas que mezclen dinámicas rápidas y lentas [13].

En la obtención de los métodos numéricos para la solución de las ecuaciones es importante considerar entonces:

- Cuánto error se comete en cada paso del cálculo y como afecta en los pasos siguientes, esto es, cómo se propaga el error.
- La habilidad del método para estimar el error en una etapa de cálculo, en función de los resultados obtenidos.
- La iniciación del método (se conoce la condición inicial y_0 pero además, algunos métodos numéricos requieren conocer los valores de y en más de un punto anterior para calcular el siguiente).
- La velocidad del método.

Entre los objetivos de la tesis no se encuentran el estudio a detalle sobre los diferentes métodos numéricos, por lo tanto, solamente se mencionarán algunos métodos de paso fijo y de paso variable que usa Matlab-Simulink.

I. **Métodos de paso fijo**

1) **ode45**: Éste es el método por defecto si Simulink detecta que el modelo es de estado continuo. En general, esta forma de análisis arroja resultados satisfactorios para la mayoría de los modelos continuos y resulta ser muy bueno como primera aproximación cuando no se conoce mucho del sistema en estudio.
2) **ode23**: Este método resulta más eficiente que el ode45 cuando las tolerancias del error no son tan exigentes y el modelo presenta un leve grado de rigidez
3) **ode15s**: Es un método multipaso de orden variable basado en fórmulas de diferenciación numérica (NDFs). El orden de este método puede variar entre uno y cinco.
4) **discrete**: Es el método por defecto que elige Simulink cuando detecta un modelo de estado discreto.

II. **Métodos de paso variable**

1) **ode5**: Es la versión de paso fijo de ode45.
2) **ode4**: Está basado en la fórmula de Runge-Kutta de cuarto orden (RK4).
3) **ode3**: Es la versión de paso fijo de ode23.
4) **ode2**: Está basado en el método de Heun también conocido como fórmula de Euler mejorada.
5) **ode1**: Está basado en la fórmula de Euler.
6) **discrete**: Este método no realiza integraciones por lo que es aconsejable para modelos sin estados, para los cuales la detección cruces por cero y la detección de errores no es importante.

El tamaño del paso de integración utilizado para la solución de la ecuación diferencial, afecta directamente la exactitud de la misma. Normalmente, se desea emplear el paso de integración mayor posible para obtener una solución rápida, pero no tan grande que introduzca errores apreciables en ésta. El tamaño del paso de integración necesario para obtener una solución satisfactoria depende entonces de la exactitud del método de integración y de la ecuación diferencial a resolver. Entre más preciso, mayor orden.

Se pueden emplear pasos mayores cualesquiera que sea el método de integración utilizado, sin embargo debe tenerse también en cuenta que, en los casos en que se desea mostrar la solución de la ecuación diferencial en forma gráfica, el tamaño máximo del paso estará determinado usualmente por la resolución deseada de este gráfico.

1.4.1. Inconvenientes de la solución numérica

El flujo de aire alrededor de un automóvil en movimiento, la distribución de la temperatura en un sólido, la estructura mecánica de un avión, la velocidad de la partículas de un fluido, las tensiones de un puente, la temperatura ambiental en determinada zona del mundo, prácticamente todos los fenómenos existentes pueden ser modelados para su estudio, de esta forma, analizar su comportamiento y controlarlo. Regularmente, dicho control se emplea en un entorno numérico, pero en este marco existen varias desventajas, nombradas a continuación:

1. **Tiempo de procesamiento**:

   La influencia de muchos factores dinámicos en un modelo pueden hacer cada vez más y más complejo su análisis con un software para su simulación númerica, por lo tanto, para generar un resultado eficiente, el sistema de cómputo debe tener muy buenos recursos de procesamiento para generar la solución en el menor tiempo posible.

2. **Resolución del sistema**:

   La resolución de un simulador es importante para sistemas en los que se analiza ruido espectral y si no se tiene una buena resolución digital, puede generar diferencias en el resultado final.

3. **Procesamiento de la señal**:

   Gran parte de las magnitudes físicas son continuas, bajo ciertas restricciones, la señal continua en el tiempo pueda ser representada solamente por algunos de sus valores, correspondientes a determinados instantes (discretos) de tiempo, y también que pueda ser recuperada a partir de ellos. Esta propiedad sorprendente es consecuencia de un resultado básico que se conoce como teorema del muestreo. La importancia del teorema mecionado es que establece un puente entre las señales de tiempo continuo y las de tiempo discreto [14] . Actualmente es muy común el procesamiento de las señales discretas, para este proceso es necesario antes que nada una interfaz entre la señal analógica y el procesador digital y viceversa. Estas interfaces son el Convertidor Analógico-Digital (ADC) y el Convertidor Digital-Analógico (DAC) , como se muestra en la figura 1.5.

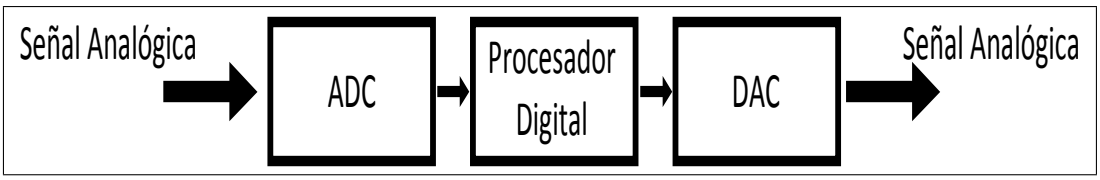


Figura 1.5. Diagrama a bloques de un sistema digital.

Conceptualmente, el bloque ADC posee un proceso de tres pasos que son:

- **Muestreo.**
  Se puede definir como la cantidad de veces que se mide el valor de la señal en un periodo de tiempo. Según el teorema de Nyquist-Shannon la cantidad de veces que se debe medir una señal, para no perder información, debe de ser al menos el doble de la frecuencia máxima que alcanza dicha señal. Si no ocurre esta situación, se tiene lugar el fenómeno denominado *aliasing*.

- **Cuantificador:**
  Esta es la conversión de una señal en tiempo discreto con valores continuos a una señal en tiempo discreto con valores discretos (señal digital). El valor de cada muestra de la señal se representa mediante un valor seleccionado de un conjunto finito de posibles valores . La diferencia entre la muestra sin cuantificar $x(n)$ y la salida cuantificada $x_q(n)$ se denomina error de cuantificación.

- **Codificador:**
  En el proceso de codificación, cada valor discreto $x_q(n)$ se representa mediante una secuencia binaria de b-bits.

El procesador digital de señales puede ser un ordenador digital programable, por ejemplo una PC (Computadora Personal) o un microprocesador embebido (DSP, FPGA, PIC, etc.) para realizar las operaciones deseadas sobre la señal de entrada.

Por otro lado, es posible generalizar el bloque DAC con la figura 1.6.

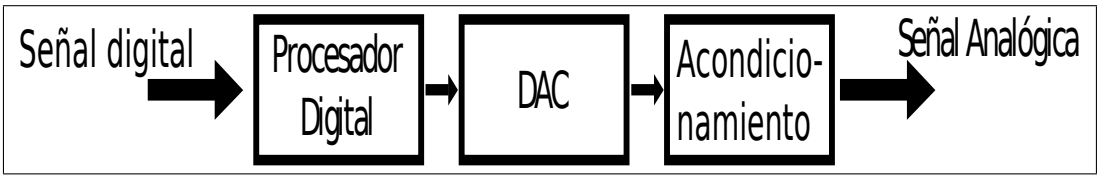


Figura 1.6. Diagrama general de un DAC.

El proceso del DAC se debe pasar por un convertidor del tipo digital - análogo. Esta señal modulada, es recuperada a través de un filtro pasa bajas e interpolada, obteniéndose la señal análoga equivalente.

En resumen, únicamente en el proceso de digitalización se observan algunas desventajas del método numérico:

1. La discretización en el tiempo introduce un posible problema que no existe en el mundo análogo, llamado ***aliasing***, que se origina cuando la tasa de muestreo es insuficiente, generando una pérdida irrecuperable de la información contenida en la señal.

2. La discretización en la amplitud puede ser casi imperceptible, si se cuantiza la señal con los bits adecuados, pero si se cuantiza la señal con pocos bits, es posible que se presenten algunos efectos indeseados, tales como:
   a. Ruido de cuantización.
   b. Visibilidad errónea del resultado.

Con el desarrollo de la tecnología, los sistemas se van haciendo cada vez más complejos y se necesita tomar un enfoque de nuevas herramientas para analizar estos sistemas, de tal forma que su repuesta pueda ser encontrada de manera correcta y en tiempo real, sin los inconvenientes que surgen con el método numérico. En la siguiente sección se propone una solución a dicho problema.

1.5 Propuesta de solución a los inconvenientes del método numérico

El estudio de sistemas de ecuaciones diferenciales no lineales, también conocido como sistemas dinámicos, supone un difícil problema matemático. En aplicaciones donde el método analitico no es eficiente, se ha confiado en el desarrollo de métodos numéricos ejecutados en computadoras digitales. Sin embargo existe otra alternativa de solución, que es la construcción de emuladores electrónicos o computadoras analógicas directas.

De acuerdo a [15], un emulador electrónico es una aproximación estadística de un modelo determinista, es decir, es una aproximación para el cual la salida $f(x)$ es única para un valor en la entrada $\hat{f}(x)$.

Entonces, particularizando sobre el emulador electrónico se puede decir que éstos son diseñados de tal forma que simulen el funcionamiento de algún sistema físico y que incorporan la posibilidad de realizar la depuración del software en condiciones parecidas a la realidad.

Típicamente, un emulador se divide en módulos o bloques que corresponden de forma precisa a los subsistemas del equipo emulado. La resolución del sistema de ecuaciones diferenciales se consigue sintetizando un circuito electrónico regido por esas ecuaciones. La síntesis del circuito se realiza por medios electrónicos. El resultado del cómputo se expresa como señales generadas por el circuito electrónico sintetizado. Esas señales son adquiridas por un sistema de adquisición de datos y procesadas mediante un software de tratamiento de datos en tiempo real.

En todo proceso de emulación, el primer paso es determinar el procedimiento mediante el cual la información disponible puede ser usada para extraer la información necesaria, en

base a las ecuaciones básicas que definen el problema físico.

Al obtener el modelo dinámico de algún sistema y emularlo, se debe tomar en cuenta que se trabaja con el comportamiento de señales físicas y que se hace un procesamiento analógico. En problemas fuertemente no lineales, es conveniente realizar el estudio de las señales en forma analógica, debido a que el tiempo para obtener la solución en un simulador digital puede ser extenso por el análisis de las ecuaciones altamente complejas del sistema.

La propuesta de construcción de un emulador electrónico analógico es una forma atractiva y eficaz para realizar las pruebas necesarias del modelo dinámico obtenido, en primera instancia se ahorrarían en gran medida el gasto económico, espacio y tiempo, por nombrar algunas razones que hacen de este método una solución viable para la prueba de modelos en control.

1.6 Origen y función de la computadora analógica

A diferencia de las computadoras digitales que funcionan en unidades discretas y la entrada y salida se encuentran en dichas unidades, las computadoras analógicas aceptan una entrada continua y producen una salida continua, esto quiere decir que las computadoras analógicas calculan el modelo matemático de un sistema en tiempo real. En ese sentido, son más rápidos que las máquinas digitales.

Al igual que con las computadoras digitales, la historia de las computadoras analógicas entra en una fase mecánica y una fase electrónica. El nacimiento de las computadoras analógicas tienen sus orígenes en la simple mecánica analógica. A principios de 1870, Lord Kelvin construyó varios integradores mecánicos. En este siglo, la computadora analógica mecánica más famosa de propósito general es el Analizador Diferencial de Vannevar Bush. La máquina era demasiado grande, aproximadamente del tamaño de una habitación y era relativamente lenta, pero tuvo una larga vida y muchas aplicaciones. La primera computadora completa analógica de propósito general fue construida en 1941 por Helmut Hoelzer en Peenemunde, Alemania. Éste era un ingeniero eletrónico Alemán, especialista en orientación a control remoto. Su computadora se utilizá en una variedad de simulaciones y cálculos de trayectoria en Peenemunde y más tarde en Fort Bliss, Texas, cuando su equipo, que trabajaba en cohetes, emigró a los Estados Unidos. Esta computadora no sólo es un punto importante en la historia de la computación analógica, sino que es la pieza central del crecimiento del arte y la ciencia de la simulación. Se contribuyó a un sistema para el desarrollo de cohetes que resultó en vehículos capaces de llegar a la luna. A pesar de su utilidad e impacto, esta máquina ha recibido poca atención en las historias actuales de la computación analógica [16].

Las computadoras analógicas realizan las operaciones de forma continua mediante el

"Amplificador Operacional".

1.6.1. Solución de ecuaciones lineales y no lineales mediante computadoras analógicas

El mundo físico es completamente continuo, por lo tanto los sistemas que interactúan en éste resulta importante analizarlos y simularlos en tiempo continuo, una propuesta para analizar y resolver el modelo matemático de algún sistema es mediante la utilización de circuitos eléctricos para el cálculo analógico. Por ejemplo un simple potenciómetro, puede ser utilizado para divisiones rápidas, como se muestra en la siguiente ecuación.

$$V_0 = V_i \left(\frac{P}{R1} \right) \tag{1.2}$$

Donde R1 es el valor del potenciómetro, P es el valor porcentaje medido para la resistencia, V_i es el voltaje de entrada y V_o es el voltaje de salida según la figura 1.7.

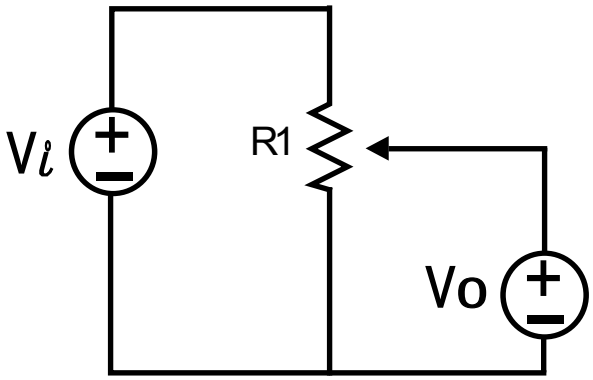


Figura 1.7. Sistema electrónico divisor.

Entonces un sistema de ecuaciones puede ser resuelta mediante elementos discretos, que son dispositivos electrónicos individuales con una funcionalidad muy genérica, tales como, resistores, condensadores, relés, diodos, transistores, etc. Y de esta manera, un amplificador operacional (chip realizado mediante elementos discretos) en sus distintas formas de operación es usado para operaciones analógicas como sumas, restas, producto, integraciones, entre otras funciones, como se observa en la figura 1.8. A escala industrial, algunos equipos como aviones, simuladores de vuelo y máquinas robotizadas, son un conjunto de sistemas analógicos de alta velocidad.

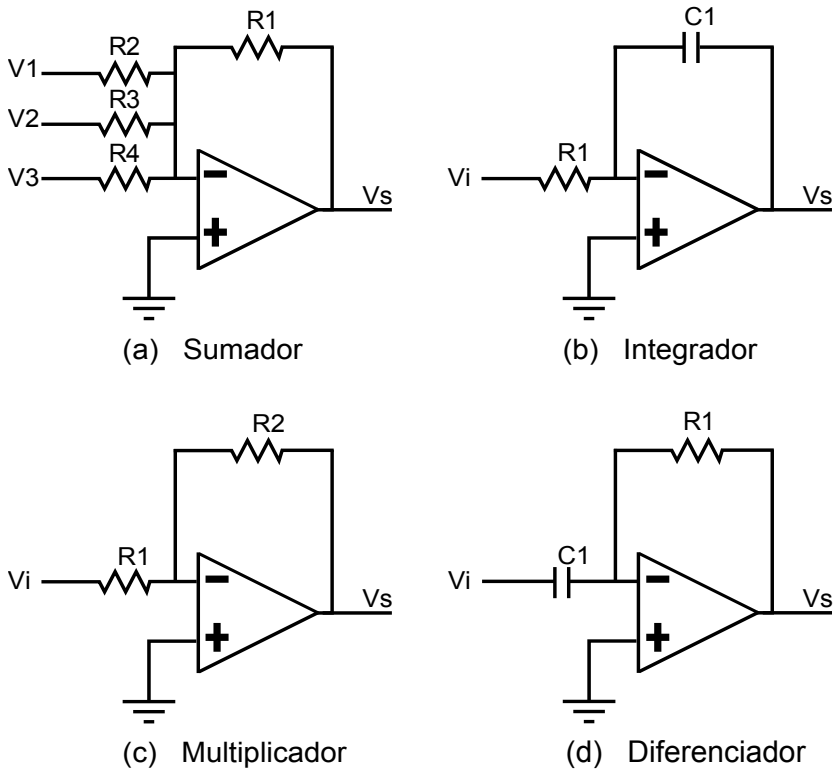


Figura 1.8. Operaciones principales del amplificador operacional.

1.7 Desventajas de la solución digital contra la solución analógica

Normalmente, la simulación de la dinámica de un sistema en lazo cerrado se hace mediante una computadora digital, sin embargo, para problemas fuertemente no lineales es recomendable analizar las señales con un procesamiento analógico.

A continuación, se presentan algunas desventajas del procesamiento digital con respecto al analógico:

1. **Mayor limitación en altas frecuencias.**

   Ya que normalmente se requieren conversores A/D capaces de tomar muestras a una tasa varias veces mayor que la de la frecuencia de la señal análoga, y procesadores capaces de efectuar muchas operaciones por cada muestra recibida.

2. **El diseño es generalmente más complejo.**

   Ya que incluye aspectos de hardware y de software.

3. **Menor rango dinámico de amplitud.**

   La razón entre la señal más grande (que puede ser procesada) y la más pequeña es más limitado, debido a la discretización en la amplitud. Sin embargo, la disponibilidad actual de conversores A/D de alta resolución (18 a 24 bits) y de procesadores capaces de efectuar cálculos en punto flotante con un gran número de decimales, puede eliminar esta desventaja en muchos casos.

4. **Menor rango dinámico de frecuencia.**

   Un filtro análogo sencillo podría procesar simultáneamente componentes de 1 Hz y de 1 MHz, a pesar de que las 2 frecuencias están separadas por 6 órdenes de magnitud. Para realizar la misma tarea con un filtro digital, sería necesario procesar un gran número de muestras, ya que se debería discretizar la señal a una tasa mínima de $2 \cdot 10^6$ muestras por segundo, por lo que se necesitarían $2 \cdot 10^6$ muestras para representar sólo 1 ciclo de la componente de 1 Hz [17].

1.8 Circuito integrado de emulación

Un circuito integrado (IC, por sus siglas en inglés Integrated Circuit) puede ser definido como la incorporación de todos los componentes activos y pasivos de un circuito electrónico de manera conjunta en una única pastilla de material semiconductor. Que es caracterizado por un proceso tecnológico. El circuito integrado de emulación se centrará en la tecnología del silicio (Si) y más concretamente el circuito será basado en el dispositivo transistor metal-óxido semiconductor (MOS) de tipo complementario (CMOS). Esta tecnología cubre actualmente más del 85 % del mercado mundial de semiconductores y es considerada como la tecnología actual más madura, en la que se incorporan los circuitos más avanzados, sin perjuicio de otras tecnologías como las basadas en transistores bipolares o de heterounión, que cada uno es atractivo en sus respectivos campos de aplicación. Los actuales procesos de fabricación de circuitos integrados están basados en los principios de la tecnología planar, en la que todos los componentes están localizados en la superficie superior del cristal de silicio. El proceso de fabricación consiste en la aplicación de una secuencia de procesos físico-químicos en la superficie del cristal, actuando de forma selectiva mediante el uso de máscaras junto a un delicado y crítico proceso de fotolitografía miniaturizada. La evolución de la tecnología planar de circuitos integrados ha permitido alcanzar en la actualidad una resolución nanométrica y la consiguiente realización de circuitos que incorporan billones de transistores en una superficie de cristal de silicio del orden de dos centímetros cuadrados.

El aumento de la complejidad de los circuitos que conlleva esta tecnología, es el motor que ha permitido integrar de forma acelerada, y con la previsión de mantener este crecimiento durante los próximos años, circuitos con funciones más complejas y características más relevantes (especialmente velocidad) [18].

Particularmente esta tesis se centra en la realización de un emulador electrónico, cuyo núcleo de emulación sea un circuito integrado capaz de trabajar de manera analógica , en modo voltaje, basada en una tecnología CMOS a $90nm$.

1.9 Proceso y metodología en el diseño de circuitos integrados

La tecnología CMOS ha ido evolucionando desde sus inicios hasta la actualidad, tanto que los procesos tecnológicos basado en la utilización de transistores MOS han logrado densidades de integración muy altas (VLSI, Very Large Scale Integrated) o ultra-altas (ULSI, Ultra-Large Scale Integrated) con billones de transistores de efecto de campo, concentrado en un circuito integrado de aplicación específica (ASIC, Application-Specific Integrated Circuit).

Para implementar el circuito emulador electrónico se necesita de una metodología de diseño, es bien sabido que para diseños complejos, es necesario recurrir a estrategias de diseño jerarquico como descendente y ascendente. La estrategia de diseño que se empleará para el desarrollo del circuito de emulación es del tipo descendente (denomida tradicionalmente top-down en inglés), que puede observarse en la figura 1.9, (normalmente usado para el flujo de diseño de circuitos analógicos)[19].

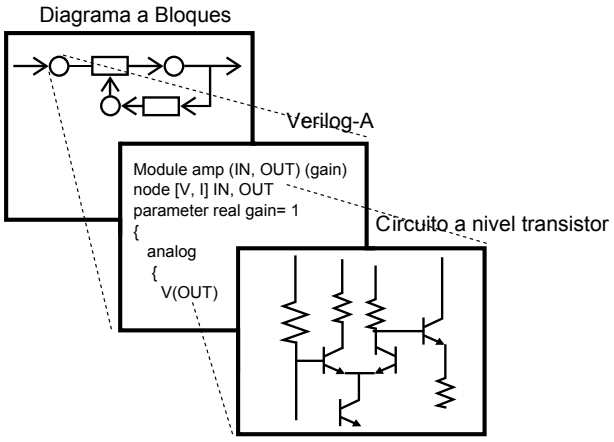


Figura 1.9. Metodología de diseño top-down

El sistema se descompone en subsistemas, los cuales a su vez son descompuestos en subsistemas más simples hasta que se llega a un nivel jerárquico donde pueden ser realizados directamente con módulos disponibles. El éxito de esta estrategia depende de la experiencia del diseñador al escoger una descomposición adecuada para cada nivel.

La clave para la gestión correcta del desarrollo de la metodología, es el uso de los sistemas de Diseño Asistido por Computadora (por sus siglas en ingles CAD, Computer-Aided

Design) que están formados por diversas etapas:

- Caracterización del sistema completo, del que se extraen aquellas funcionalidades a realizar mediante un circuito hardware dedicado.
- Especificaciones del circuito, que se realizan con un lenguaje de descripción de hardware normalmente VHDL o Verilog-A) y se simula con un modelo comportamental del resto del sistema.
- Con la herramienta CAD que se esté empleando, especializada en diferentes niveles de abstracción, se explora en un tiempo relativamente corto los posibles diseños alternativos.
- Una vez encontrado el diseño óptimo, se proyecta sobre un Circuito Integrado de Aplicación Específica (por sus iglas en ingles ASIC, Application Specific Integrated Circuit).

Este trabajo está articulado en torno a la descripcion de modelos implementados en Verilog-A, el cual es un lenguaje de alto nivel que usa módulos para describir la estructura y comportamiento de un sistema analógico y sus componentes[1]. Además que es un lenguaje que cubre todas las necesidades de diseño y simulación. Dicho lenguaje es el estándar en el desarrollo de modelos compactos en la actualidad por su flexibilidad, portabilidad y facilidad de uso. Los modelos ha desarrollar serán compilados y utilizados en el simulador comercial ELDO®(Mentor Graphics). Este tipo de simuladores actuales alcanzan muchas decenas o incluso centenas de GHZ en la frecuencia de operación de los transistores [21].

El proceso general de diseño del circuito CMOS para el emulador a realizar se puede observar en el diagrama de flujo visualizado en la figura 1.10[22].

- Primero se deben definir las especificaciones del circuito, es decir, las entradas y salidas necesarias para la aplicación.
- Una vez que se sabe a detalle las entradas y salidas del circuito, se procede a realizar el esquemático del circuito.
- Posteriormente, se simula el esquemático y se corrobora con las especificaciones inicialmente planteadas. Cabe mencionar que desde el primer paso hasta éste, el proceso es denominado diseño analógico.
- Si las especificaciones se han cumplido, entonces se inicia con el proceso de layout. De este paso hacia adelante el proceso es llamado diseño físico[18].

[1]Para más información acerca de la descripción de un sistema en Verilog-A, consultar en [20].

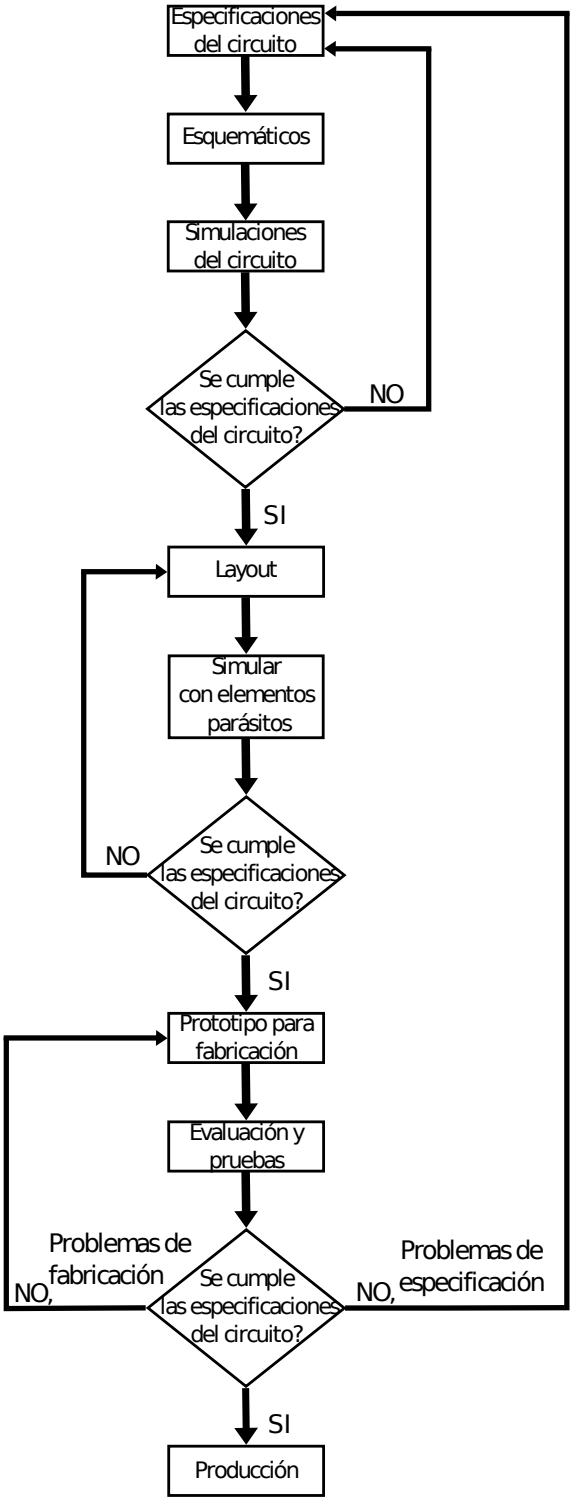


Figura 1.10. Diagrama de flujo del proceso de diseño del emulador.

- Normalmente, la tarea del layout y su simulación es a menudo dado a un ingeniero de hardware o layout. Sin embargo, es extremadamente importante que el ingeniero dedicado al diseño analógico tenga conocimiento del diseño físico y la simulación post-layout, que entienda el papel que juegan los elementos parásitos después del patrón geométrico como por ejemplo: capacitancias, inductancias, uniones pn, factores del silicio, etc. Que a su vez puede provocar un bajo desempeño en el diseño(precisión, ancho de banda, rapidez de repuesta).
- Después de la simulación con los elementos parásitos se llega a una condición, donde, si se observa una respuesta aceptable, se puede seguir a la fabricación de un prototipo, si no hay una respuesta favorable, se regresa al diseño del layout, de tal modo que mediante el diseño del mismo se obtenga la respuesta deseada.
- Teniendo el prototipo fabricado, se realizan pruebas y se evalúan. Si en primera instancia la evaluación es satisfactoria y las señales resultantes son las esperadas, entonces, se manda directamente a producción, prácticamente es muy difícil que suceda esto, por que siempre existirán factores que eviten la obtención física de un IC en una primera corrida. Por ejemplo, los mismos problemas de fabricación o ensamble (mala colocación de un transistor, pista faltante, entre otros inconvenientes) o encontrar que las especificaciones del circuito no fueron bien definidas inicialmente. Un fallo en las especificaciones del circuito a este paso, es muy delicado porque literalmente meses de trabajo junto con factores económicos son desechados, aspectos que son rechazados en cualquier empresa.

La realización adecuada de un ASIC, se obtiene con un trabajo eficiente de parte de los diseñadores y con mucha práctica.

1.10 Aplicación del circuito emulador en el sistema dinámico PVTOL

Un caso específico de un sistema no lineal, cuyo modelo matemático es atractivo por su complejidad y su amplio rango de aplicaciones, que se ha seleccionado para las pruebas del emulador electrónico a realizar, es el sistema PVTOL, Existen varios modelos que han sido propuestos por varios investigadores dedicados al área en cuestión [23], [24], [25], [26].

El control de aviones tripulados y no tripulados es un campo de interés en control, sin embargo, dada la complejidad de estos sistemas es conveniente estudiar modelos simplificados que contemplan un número reducido de variables de estado y control pero que capturan los aspectos esenciales del sistema para efectos de control, de tal modo que el sistema de ecuaciones (1.3), (1.4) y (1.5) es el seleccionado para la emulación del PVTOL. Dichas ecuaciones anteriormente ya fueron estudiadas por [24], se elige este modelo contra otros por ser concreto, práctico y flexible para su implementación, y el cual se abordará a detalle en el siguiente capítulo:

$$\ddot{x} = -\mu_1 sin(\theta) + \epsilon\mu_2 cos(\theta) \tag{1.3}$$

$$\ddot{y} = \mu_1 cos(\theta) + \epsilon\mu_2 sin(\theta) - 1 \tag{1.4}$$

$$\ddot{\theta} = \mu_2 \tag{1.5}$$

El presente trabajo ofrece una alternativa para resolver el modelo dinámico mediante el diseño de un circuito de aplicación específica que emule la dinámica del sistema antes mencionado. El diseño del circuito será llevado hasta la etapa del patrón geométrico para poder realizar su fabricación en un mediano plazo dentro del grupo de la MIE (Maestría en Ingeniería Electrónica).

Si necesitas de una nueva función analógica para tu circuito integrado de señal mixta, no esperes ser capaz de ordenarlo, como ordenas un pizza.

Barrie Gilbert

CAPÍTULO

2

Síntesis del circuito analógico para la emulación de la dinámica del PVTOL

En este capítulo se abordará primeramente el modelo matemático del sistema PVTOL. Posteriormente los esfuerzos se concentrarán en la dinámica vertical del mismo, donde se mostrará que un subsistema fundamental es la función coseno, la cual, evidentemente es una función no lineal. De esta forma, la sección 2.3 y 2.4 aborda la manera y algunos métodos en que se calcula la función coseno, tanto de forma digital como analógica, observando gráficamente la comparación con la función coseno ideal.

Analizando el desarrollo de las soluciones analógicas descritas, se opta por una nueva propuesta de aproximación a dicha función y se explica su desarrollo en la sección 2.5, además de analizar el error promedio de las aproximaciones y compararlos con la función de aproximación propuesta.

Una vez realizado el diseño del circuito emulador de la función coseno, en la sección 2.6 se realiza la caracterización de dicho circuito, donde se muestra el ancho de banda, amplitud, temperatura, entre otros valores característicos del circuito. Este capítulo finaliza con el diseño del layout y caracterización del circuito con parámetros post-layout.

2.1 Modelado Matemático del Sistema PVTOL

El modelo matemático del avión PVTOL (Planar Vertical Takeoff and Landing Aircraft) ha sido estudiado extensamente por varios investigadores, la cantidad de inves-

tigación es debido a la complejidad del tema y sus aplicaciones [23], [24] y [26], [25], [27], [28].

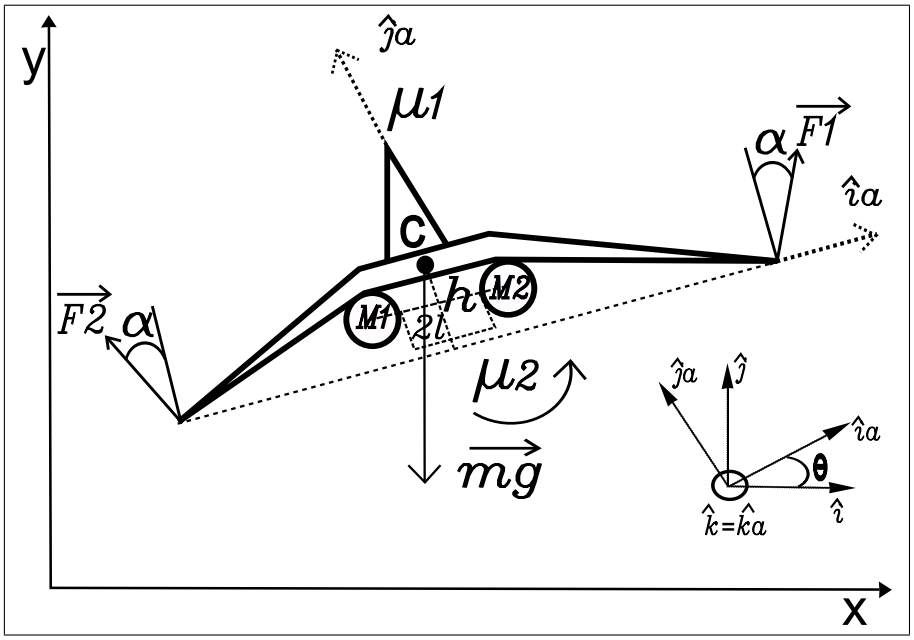


Figura 2.1. Sistema PVTOL.

El objeto de estudio en este documento es el sistema PVTOL, el cual se modela matemáticamente según interactúen las fuerzas en el mismo, como se ve en la figura 2.1. Se tienen las bases ortonormales $\hat{i}$, $\hat{j}$, $\hat{k}$, de los ejes inerciales, expresada en coordenadas cartesianas, $\hat{i}_a$, $\hat{j}_a$, $\hat{k}_a$ representa la base del cuerpo de la nave. θ representa el ángulo roll del avión respecto del eje horizontal, C es el centro de masa, μ_1 es una fuerza de empuje y el momento rolling μ_2 es representada por un par de fuerzas iguales F_1 y F_2 actuando en las puntas de las alas y que pueden ser aplicadas sobre los puntos M_1 y M_2. Las direcciones de estas fuerzas no son perpendiculares al eje horizontal del avión, sino están inclinadas por algún ángulo fijo α (este ángulo se considera fijo por el mismo modelo de despegue y aterrizaje vertical del avión), m, denota la masa del avión, l es la distancia entre el centro de masa y M_1, por último g es la aceleración gravitacional.

Ahora se analizará al sistema PVTOL desde su base matemática, partiendo del estudio de las fuerzas que interactúan en éste, mediante sus ecuaciones diferenciales para llegar finalmente al sistema de ecuaciones (1.3), (1.4) y (1.5). Y posteriormente se buscará la linealidad del sistema con su representación en espacio de estados llegando a su ecuación final linealizada, de tal forma que finalmente se proponga una ley de control al PVTOL.

El sistema PVTOL es representado mediante la figura 2.1, las variables que interactuan en este modelo se explican detalladamente en el capítulo 2.2, Considerando lo anteriormente

escrito se puede hacer notar que las fuerzas que interactúan en el PVTOL son:

$$\vec{F_1} = F_1 \sin\alpha \hat{i_a} + F_1 \cos\alpha \hat{j_a} \tag{2.1}$$

$$\vec{F_2} = -F_2 \sin\alpha \hat{i_a} + F_1 \cos\alpha \hat{j_a} \tag{2.2}$$

$$\vec{W} = -mg\hat{j_a} \tag{2.3}$$

Primero desarrollaremos las ecuaciones de la dinámica rotacional del sistema, la distancia desde el centro de masa a los puntos *M1* y *M2* están dadas por:

$$\vec{r_1} = l\hat{i_a} - h\hat{j_a} \tag{2.4}$$

$$\vec{r_1} = -l\hat{i_a} - h\hat{j_a} \tag{2.5}$$

El torque aplicado en el centro de masa $\sum \vec{T}$ es igual a la suma de los torques producidos por $\vec{F_1}$ y $\vec{F_2}$,

$$\sum \vec{T} = \vec{T}_{F1} + \vec{T}_{F2} \tag{2.6}$$

$$\sum \vec{T} = \hat{k}_a[lF_1 \cos\alpha + hF_1 \sin\alpha] + \hat{k}_a[-lF_2 \cos\alpha - hF_2 \sin\alpha] \tag{2.7}$$

$$\sum \vec{T} = (F_1 - F_2)(h \sin\alpha + l \cos\alpha)\hat{k}_a \tag{2.8}$$

Entonces, mediante la segunda ley de Newton se obtiene:

$$J\ddot{\theta} = (F_1 - F_2)(h \sin\alpha + l \cos\alpha) \tag{2.9}$$

Ahora se procede a obtener el movimiento traslacional, la suma de fuerzas en el centro de masa es:

$$\sum \vec{F} = m\hat{a}_c = \vec{F_1} + \vec{F_1} + m\hat{g} \tag{2.10}$$

Los vectores $\sum \vec{F}$ y $\hat{a}_c$ pueden ser expresadas en coordenadas cartesianas, de este modo en forma de componentes o ejes fijos se tiene:

$$\sum F_x = ma_x = m\ddot{x}_c = -(F_1 + F_2)\cos\alpha \sin\theta + (F_1 - F_2)\sin\alpha \cos\theta \tag{2.11}$$

$$\sum F_y = ma_y = m\ddot{y}_c = (F_1 + F_2)\cos\alpha \cos\theta + (F_1 - F_2)\sin\alpha \sin\theta - mg \tag{2.12}$$

Las ecuaciones (2.9, 2.11 y 2.12) se pueden reescribir como:

$$\frac{\ddot{x_c}}{g} = \frac{1}{mg}[-(F_1 + F_2)\cos\alpha\sin\theta + (F_1 - F_2)\sin\alpha\cos\theta] \tag{2.13}$$

$$\frac{\ddot{y_c}}{g} = \frac{1}{mg}[(F_1 + F_2)\cos\alpha\cos\theta + (F_1 - F_2)\sin\alpha\sin\theta - mg] \tag{2.14}$$

$$\ddot{\theta} = frac1J(F_1 - F_2)(h\sin\alpha + l\cos\alpha) \tag{2.15}$$

Configurando algunas variables como $\mu_1 = \frac{F_1+F_2}{mg}\cos\alpha$; $\mu_2 = \frac{F_1-F_2}{J}(h\sin\alpha + l\cos\alpha)$; $\epsilon = \frac{J}{mg}\frac{\sin\alpha}{h\sin\alpha+l\cos\alpha}$; $x = \frac{x_c}{g}$; $y = \frac{y_c}{g}$.

Finalmente, las ecuaciones de movimiento son:

$$\ddot{x} = -\mu_1 sin(\theta) + \epsilon\mu_2 cos(\theta) \tag{2.16}$$

$$\ddot{y} = \mu_1 cos(\theta) + \epsilon\mu_2 sin(\theta) - 1 \tag{2.17}$$

$$\ddot{\theta} = \mu_2 \tag{2.18}$$

Donde x e y son la posición horizontal y vertical respecto del centro de masa y θ es el ángulo roll que la nave realiza con la horizontal del mismo. La variable ϵ es un coeficiente pequeño de acoplamiento entre el momento rolling y la aceleración lateral de la nave. Note que $\epsilon > 0$, esto significa que al aplicar un momento (positivo) para rotar hacia la izquierda se produce una aceleración hacia la derecha (x positivo). El coeficiente "-1" es la aceleración gravitacional normalizada.

La selección del sistema de ecuaciones ((1.3), (1.4), (1.5)), muestra la dinámica del sistema PVTOL como un sistema de dos controles que son tomadas a la vez, como entradas, los cuales son μ_1 y μ_2 que representan el empuje (dirección hacia arriba) y la aceleración angular (momento rolling o el torque), además de 3 salidas que son consideradas como las variables θ, x e y.

2.2 Modelo de la dinámica vertical del PVTOL

Un aporte de la tesis en cuestión es disminuir el sistema de ecuaciones ((1.3), (1.4), (1.5)), con la finalidad de puntualizar el estudio solamente en los parámetros necesarios para su implementación.

Analizando la dinámica vertical del sistema PVTOL, se elimina el coeficiente de acoplamiento ϵ , así, dicho parámetro es igual a cero. No es difícil deducir con este planteamiento que las ecuaciones (1.3), (1.4), (1.5) quedan reducidas a :

$$\ddot{y} = \mu_1 cos(\theta) - 1 \tag{2.19}$$

$$\ddot{\theta} = \mu_2 \tag{2.20}$$

La tabla 2.1 presenta los bloques necesarios para analizar el eje vertical y el ángulo θ del PVTOL tomados a partir de de las ecuaciones 2.19) y (2.20).

Tabla 2.1. Bloques del Sistema PVTOL (análisis del eje vertical y el ángulo θ).

Bloque	**No**
Integrador $\int dt$	4
Sumadores +	1
Función cos(θ)	1
Multiplicadores $\times$	1
Fuentes DC v	1
Fuentes Tipo Rampa v	2

El modelo representado por las ecuaciones (2.19), (2.20) hace notar que con esta particularidad, se minimiza el sistema en 2 controles (μ_1 y μ_2) y 2 variables (y y θ), por otro lado, los bloques presentados en la tabla 2.1 muestra que la solución a las ecuaciones radica principalmente en la realización de la función coseno.

En el siguiente capítulo, las ecuaciones 2.19 y 2.20 serán llevados a su forma comportamental y simulados para su solución con el emulador que se pretende crear.

A continuación, se estudia el cálculo de la función trigonométrica coseno mediante un sistema de cómputo digital o numérico y con la aproximación de forma analógica. El método analógico no es una solución trivial ya que sebe hacer un mapeo de la función y trabajar con valores analógicos, pero que es necesario, debido a que como ya se mencionó, conlleva muchas ventajas respecto al método numérico.

2.3 Cálculo de la función coseno en computadoras digitales

La mayoría de las operaciones algebraicas que se encuentra en los modelos dinámicos involucran las operaciones más usuales: suma, resta, multiplicación, división, exponentes y raíces. Sin embargo, también se encuentran a menudo (como en el caso del PVTOL) con algunas funciones trascendentes, es decir, las funciones trigonométricas.

Al hablar de soluciones a funciones trascendentales en el dominio digital se han encontrado principalmente dos maneras de realización: mediante el algoritmo CORDIC y mediante series de Taylor, Es bien sabido que no son los únicos pero sí los más usados.

- Taylor.

  La serie de Taylor lleva este nombre en honor al matemático inglés Brook Taylor (1685-1731), es una representación de una función como una infinita suma de términos. La aproximación de un argumento x es:

$$cos(x) = \sum_{n=0}^{n=\infty} (-1)^n \frac{x^{2n}}{2n!} ... \forall x \tag{2.21}$$

  A medida que se aumentan los términos en la serie se va obteniendo cada vez una mejor aproximación de la función dada, la aproximación del coseno con 4 términos se puede observar en la figura 2.2.

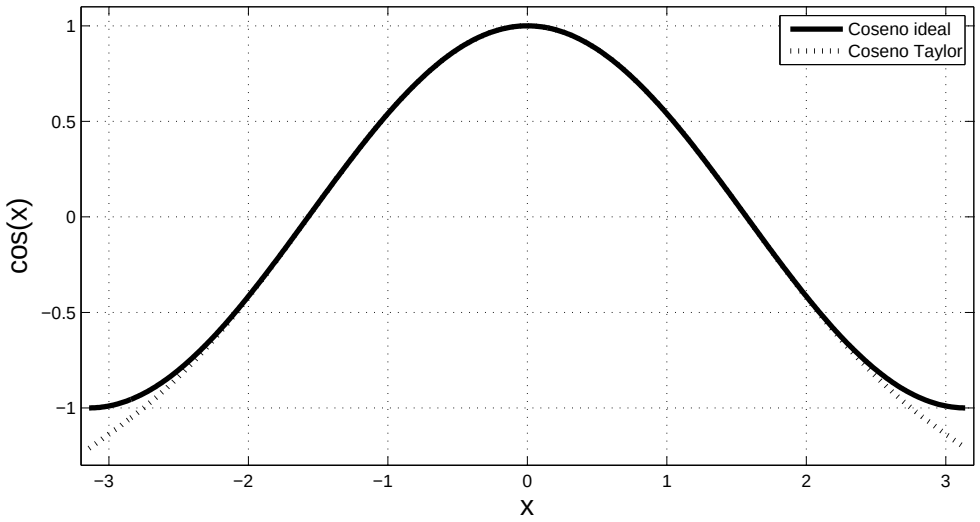


Figura 2.2. Comparación del coseno con su aproximación por Taylor.

- CORDIC.

  CORDIC es un acrónimo para Cordinate Rotation Digital Computer. El algoritmo original fue propuesto por Jack Volder en el año 1959 [29], en sistemas digitales este algoritmo es usado frecuentemente para el desarrollo de funciones trigonométricas, hiperbólicas y funciones lineales. El cálculo de funciones trigonométricas es basado en rotaciones de vectores. Como lo propone su inventor, este algoritmo se realiza con operaciones de suma y desplazamiento, como la mayoría de los algoritmos implementados en hardware, éste debe balancear la complejidad del circuito respecto al desempeño.

  Si se aplica de forma correcta, el algoritmo CORDIC ofrece una muy buena aproximación de la función coseno como se ve en la figura 2.3, cuya gráfica es realizada mediante

la programación en Matlab y obtenida con 10 iteraciones a una entrada cuantizada de 12 bits.

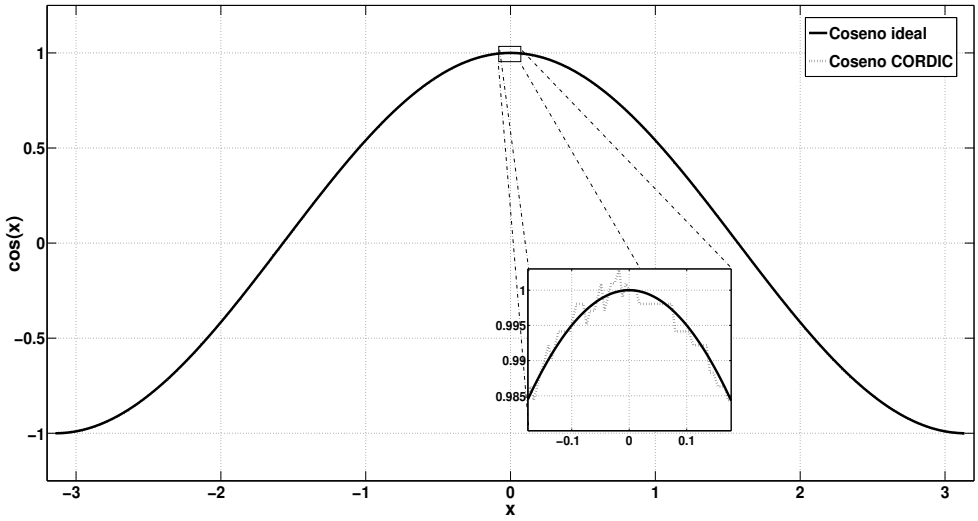


Figura 2.3. Comparación del coseno con su aproximación por CORDIC.

Sobre un punto de vista particular, el uso del algoritmo CORDIC es excelente para aplicaciones en un sistema de computo digital, sin embargo, el enfoque de la presente obra es ofrecer al lector una alternativa más alla del cálculo mediante computadoras digitales, es decir, con un sistema de cómputo analógico.

2.4 Aproximaciones de la función coseno de forma analógica reportados en la literatura

La creación analógica de una función no lineal no es una acción sencilla de realizar, por la misma exigencia del comportamiento, se debe encontrar una topología que cuya tarea sea la aproximación de la función no lineal, la cual esté lo más cercano posible a los valores de la función original, de tal modo, que el error promedio sea un valor lo más bajo posible.

Es importante aclarar que en el estado del arte no existe mucha información sobre la implementación analógica de la función coseno, sin embargo se han encontrado 2 formas de sintetizar la función trigonométrica. El primero se deriva de la serie de Taylor y el segundo es la aproximación mediante circuitos eléctricos con una ecuación dada.

- Series de Taylor.

  En la referencia [30] se observa una forma de realizar la aproximación del coseno por series de Taylor con 4 términos.

$$cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \frac{x^6}{720} \tag{2.22}$$

Para x^2 y el resto de los sumandos de la ecuación (2.22) se conoce el rango de entrada de las señales y lo que se espera a la salida, tanto de la estructura total como de cada bloque individual. En este caso en particular la salida de la estructura realiza el coseno de la corriente de entrada que está en el rango $-\pi \leq x \leq \pi$ El sumando -$\frac{x^2}{2}$, eleva al cuadrado una corriente que se encuentra en el mismo rango. La entrada y salida se conocen; entonces las condiciones para el bloque que eleva al cuadrado son:

- Su entrada debe variar de $-\pi \leq x \leq \pi$, normalizada en corriente.
- Su salida debe variar de $\frac{-\pi^2}{2}$ a $\frac{\pi^2}{2}$, normalizada adecuadamente.

En otras palabras si en la entrada hay una señal que varía de $-\pi \leq x \leq \pi$ de manera lineal, esta suposición se sustenta en que el comportamiento del bloque es cuadrático para el rango de excursión de las señales de entrada, entonces la salida debe ser una señal con forma de onda paraboidal, con origen en 0, simétrica con respecto al eje vertical y con valores en los máximos de $\approx 4,935$, redondeando π^2 a tres cifras significativas.

El razonamiento anterior se aplica a los demás sumandos, de este modo, los bloques analógico principales para para el desarrollo con la serie de Taylor son cuadradores de corriente.

- Seevinck.

  Es nombrado así en honor a la persona que realizó esta aproximación implementado, directamente en circuitos eléctricos usando el principio translineal. Analizando en forma algebraica la función coseno, se llega a la ecuación 3.5.

$$cos(\pi x) = \frac{(1-4x^2)(2-x^2)}{2+x^2} \qquad -1 \leq x \leq 1 \tag{2.23}$$

  La implementación de la función coseno mediante esta aproximación a nivel transistor es relativamente sencillo, además, ofrece un error muy bajo de 0.25 % y no está restringido a funciones racionales. El autor ha implementado dicha aproximación en un circuito diseñado para la sintetización del coseno [31].

  La aproximación mediante esta ecuación es muy efectiva, como se puede observar en la figura 2.4 que prácticamente no se visualiza diferencia alguna.

La realización a nivel transistor en forma analógica de las aproximaciones por Taylor y por Seevinck, no es algo sencillo de resolver. Por otro lado, en forma digital, con el algoritmo CORDIC, dependiendo de las iteraciones, que se le imponga se puede llegar a ver una respuesta satisfactoria, pero el propósito de esta tesis va más allá de la aproximación digital del coseno, puesto que se desea emular en forma analógica la función, de tal modo, que se

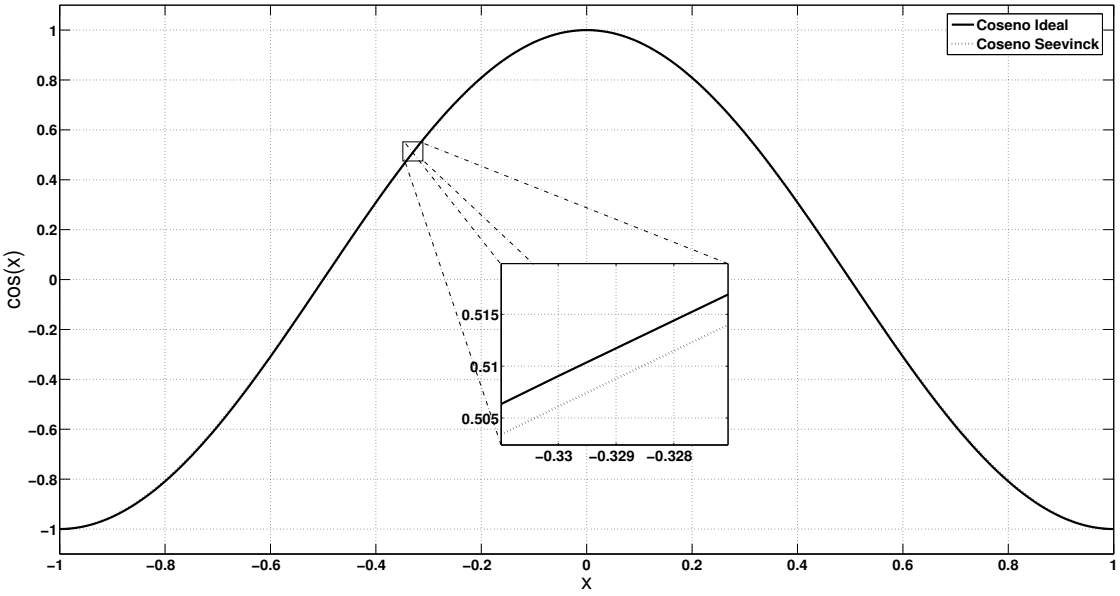


Figura 2.4. Comparación del coseno con la aproximación propuesta por Seevinck.

resuelve implementar una nueva aproximación de la función trigonométrica denominado "**Mapeo no lineal**".

- Mapeo no lineal.

  Es una nueva aproximación propuesta para emular la función coseno, básicamente la diferencia entre las otras técnicas mencionadas anteriormente es que ésta se deriva del comportamiento básico de un transistor MOSFET y su respuesta a ciertas entradas de excitación.

  De tal modo, que la implementación de este circuito es relativamente sencillo, operando completamente en modo de voltaje con un circuito de mapeo no lineal.

A continuación se explica a detalle la propuesta de aproximación analógica para el bloque de la función coseno a nivel transistor con base en la tecnología CMOS $90nm$

Posteriormente la función aproximada será caracterizada y comparada con un "coseno ideal" para conocer el error promedio alcanzado. Como último paso, para comprobar la eficiencia de dicha función en el capítulo 3 se evaluará como emulador del sistema PVTOL.

2.5 Diseño del bloque de la función coseno a nivel transistor

Aproximadamente, tras 50 años de evolución de la tecnología, el elemento base de la actual tecnología electrónica es el circuito integrado, cristal único de material semiconductor (usualmente silicio) en el que se han implementado un número muy elevado de dispositivos transistores, generalmente de tipo unipolar conocidos como transistores MOS.

Teniendo en cuenta que los transistores MOS tienen un único tipo de portadores, y en el caso de los transistores con canal tipo N (NMOS) los portadores son electrones que tienen una movilidad considerablemente mayor que la de los huecos responsables de la conducción en los de canal P (PMOS), las primeras familias lógicas de transistores MOS se basaban en transistores de canal tipo N, siendo conocida como familia NMOS.

A fines de los setenta surgieron procesos tecnológicos que permitían integrar transistores canal N y canal P simultáneamente en un mismo encapsulado. De esta manera surge la tecnología de transistores MOS complementarios (CMOS, complementary MOS). El conjunto de familias CMOS posee ventajas indudables sobre las otras familias lógicas, y aún sobre la misma NMOS; sobre todo en cuanto al mínimo consumo de potencia haciendo que rápidamente se estableciera como el estándar dando lugar a un aumento vertiginoso de la escala de integración, hasta llegar a poner cientos de millones de transistores en un mismo chip. Hoy la tecnología CMOS ha reemplazado casi totalmente a las tecnologías basadas en transistores bipolares no sólo en circuitos digitales sino también en circuitos analógicos.

2.5.1. Nueva propuesta de aproximación para bloque de función coseno

Recapitulando, hasta el momento se tiene la respuesta del modelo matemático del sistema PVTOL, que ha sido escrito en su forma de variables de estado e implementado mediante bloques a nivel comportamental, los bloques que suponen ser mayor desafío son las funciones trigonométricas seno y coseno. En primera instancia se pretende realizar el bloque del coseno, pero para crear la función coseno se deben conocer sus propiedades principales que son:

- La función coseno es periódica.
- El dominio es el conjunto de números reales R , y el codominio de la función es [-1,1].
- El valor máximo de la función es 1 en x = 0 ó x = 2π y el valor mínimo de la función es -1 para x = π.
- La función es continua en todo su dominio.
- Es una función creciente en el intervalo [π, 2π] y decreciente en [0,π].
- La función es par, ya que: cos (x) = cos ($-$x).
- La gráfica es simétrica con respecto al eje de ordenadas.

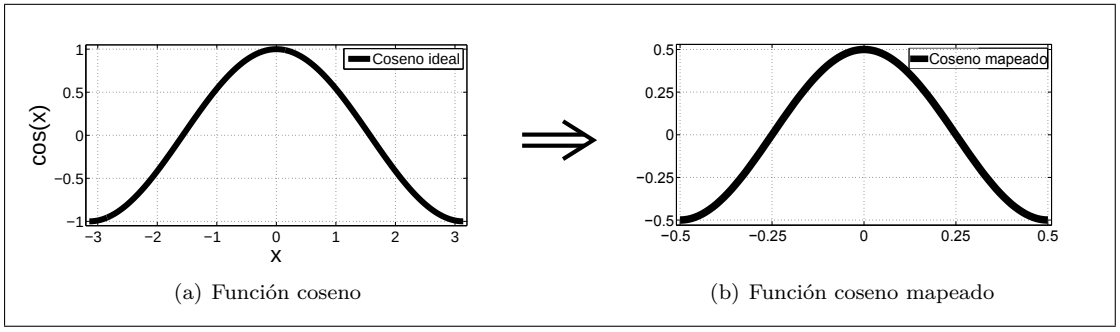
Además de estas características, hay que mencionar que el comportamiento en el tiempo para un periodo de -π a π de la función coseno, no es lineal, es por esto que la implementación realizada se trabaja como un mapeo no lineal para la aproximación de la función.

Otra especificación del circuito que se implementará es que debe operar en modo voltaje, debido a que en la actualidad la gran mayoría de circuitos no utilizan señales de corriente pero sí de voltajes y este punto no puede ser descartado tratándose del diseño electrónico. Esta es una desventaja que tienen que enfrentar los circuitos en modo corriente, los cuales usualmente requieren de una conversión voltaje-corriente-voltaje, de modo que, en términos de compatibilidad con el mundo exterior, la técnica de diseño en modo voltaje es un método aún actual y bastante importante [32].

El método de operación de una circuito en voltaje o corriente es un tema de discusión para los diseñadores de circuitos, en [33], Shigetaka demuestra el análisis de un filtro en modo voltaje que concluye en superioridad comparado con su análogo en modo corriente, en términos de rango dinámico, frecuencias de corte y potencia de consumo cuando ambos filtros son implementados con amplificadores de transconductancia.

Cabe mencionar que el rendimiento de un circuito depende de otras características y no en tanto de la técnica de diseño con los que fueron creados, por ejemplo la cantidad de nodos de baja impedancia y la manera en que estos son conectados.

La función del mapeado es llevar los valores del coseno ideal a los valores en forma de voltaje con el que el emulador trabajará, dado que la tecnología implementada en este trabajo es CMOS a 90nm, entonces, los valores de voltaje deben oscilar como máximo a 1 volt sobre el eje de las ordenadas o en amplitud, y en vez de tener un periodo de -π a π se busca un periodo de -0.5 a 0.5, como se ve en la figura 2.5.

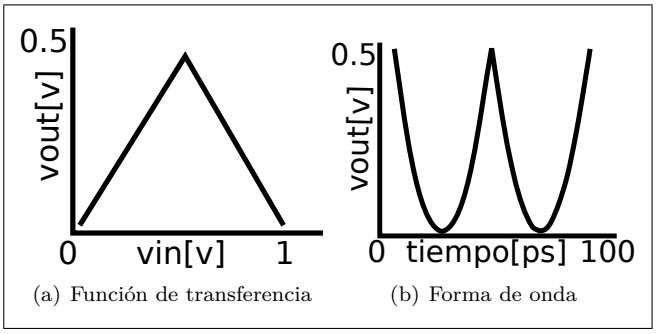


(a) Función coseno (b) Función coseno mapeado

Figura 2.5. Objetivo del mapeo del bloque coseno.

Para realizar este mapeo, se usa una técnica llamada “folding circuit” o circuito de foldeo. Esta técnica se basa en la respuesta de la función de transferencia de dicho circuito.

Un circuito de foldeo ideal presenta una forma triangular en su función de transferencia y a la salida presenta una forma de onda como se puede observar en la figura 2.6.



(a) Función de transferencia (b) Forma de onda

Figura 2.6. Respuesta de la función de transferencia y la forma de onda a la salida de un "folding circuit ideal"

Las respuestas presentadas en la figura 2.6 no son satisfactorias para lo que se busca como objetivo en esta sección, pero a partir de esta respuesta de foldeo con un control diferencial obtiene una pseudogaussiana que es algo muy parecido a lo que se está buscando.

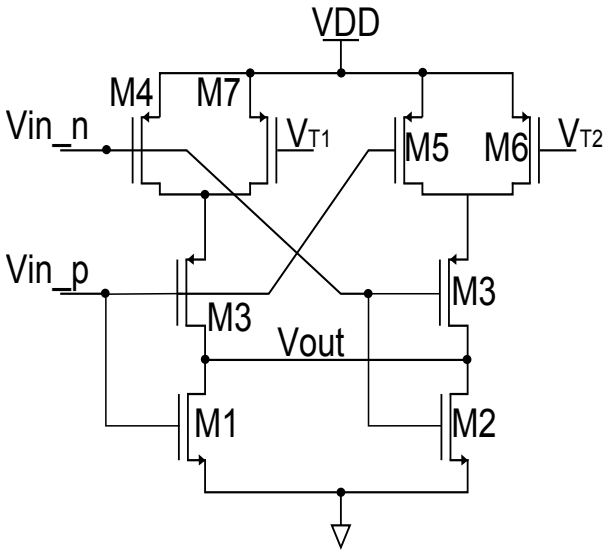


Figura 2.7. Circuito de foldeo con control de ajuste.

La figura 2.7 es el circuito desarrollado en [34], este circuito ya tiene implementado un control de ajuste con unas fuentes de DC (V_{T1} y V_{T2} que son de unos 10 mV) donde la entrada en general es completamente diferencial, esto quiere decir que cuando la entrada 1 es puesta a un nivel bajo, la otra entrada 2 es puesta a un nivel alto, ambas

trayectorias están apagadas y el voltaje de salida es cero. A cierto nivel diferencial dado, el circuito empieza a conducir y el voltaje de salida empieza a incrementar, cuando el voltaje diferencial es cero, la salida alcanza su pico máximo de voltaje, como se observa en la figura 2.8 hay un voltaje nominal representado por una línea sólida y un voltaje de ajuste que se puede ver como una línea desvanecida [34].

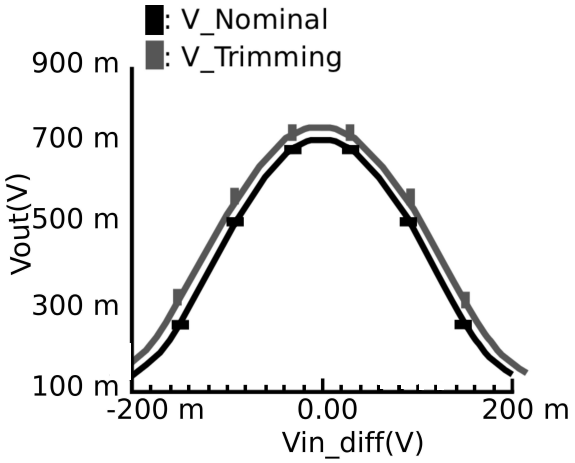


Figura 2.8. Respuesta del circuito de foldeo con control de ajuste.

El mismo principio que usa el Dr. Maloberti para crear una pseudogaussiana, es el que se aplica para la implementación del coseno, pero en este caso se aumenta el número de transistores como el número de fuentes con la finalidad de lograr un mejor ajuste de la señal y tener una aproximación óptima de la función deseada. Generalizando el bloque coseno que se realizará, éste se divide internamente en tres sub-bloques, dos de ganancia y el principal sub-bloque que es el circuito folding realizado, como se puede observar en la figura 2.9.

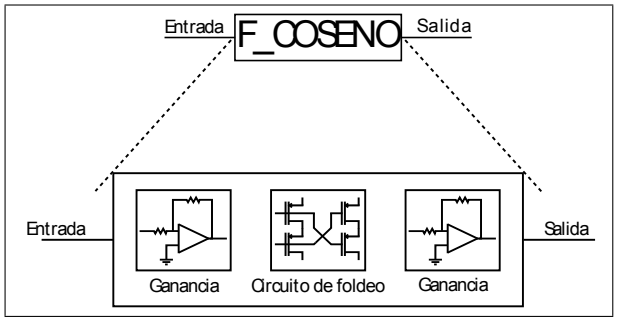


Figura 2.9. Bloque general del coseno realizado a nivel transistor.

El circuito diseñado se observa en la figura 2.10, teniendo un par de entradas completamente diferencial y una salida. A la entrada del circuito (Vin_n1 y Vin_p1) se colocan un par de amplificadores con cierta ganancia como se ve en la figura 2.11(a) con la finalidad de ajustar la señal de salida en el periodo preestablecido, cabe mencionar que la salida (Out_G)

finaliza con un amplificador de ganancia, mostrado en la figura 2.11(b), éste ayudará a acondicionar la señal en la amplitud requerida.

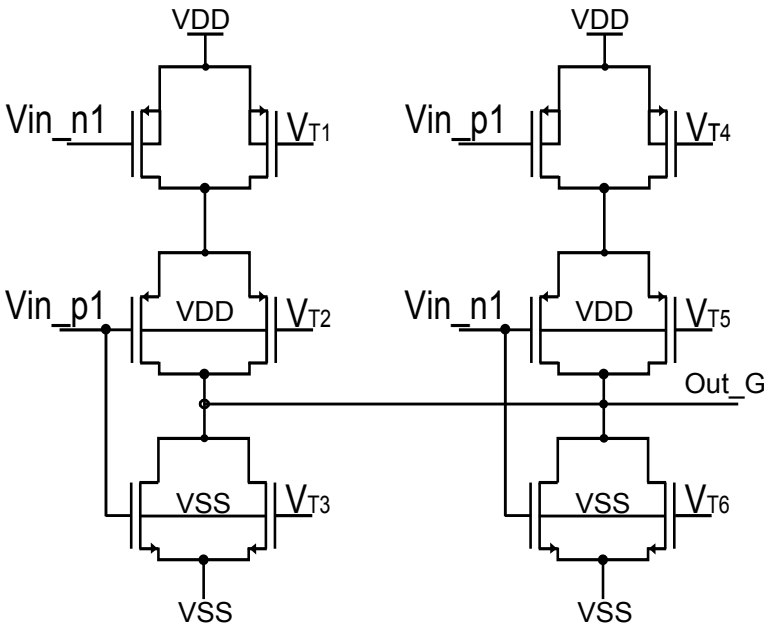
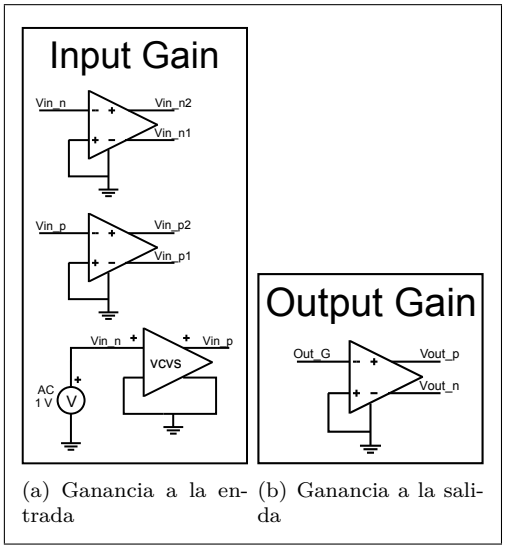


Figura 2.10. Circuito principal usado para la realización de la función coseno.



(a) Ganancia a la entrada (b) Ganancia a la salida

Figura 2.11. Amplificadores de ganancia para ajuste de la función coseno.

La función final del bloque coseno mediante la aproximación por mapeo no lineal se expresa en la figura 2.12 donde se puede observar el mapeo del coseno en un periodo de -0,5 a 0,5, como una línea punteada y la aproximación a este mapeo se recalca mediante una línea sólida.

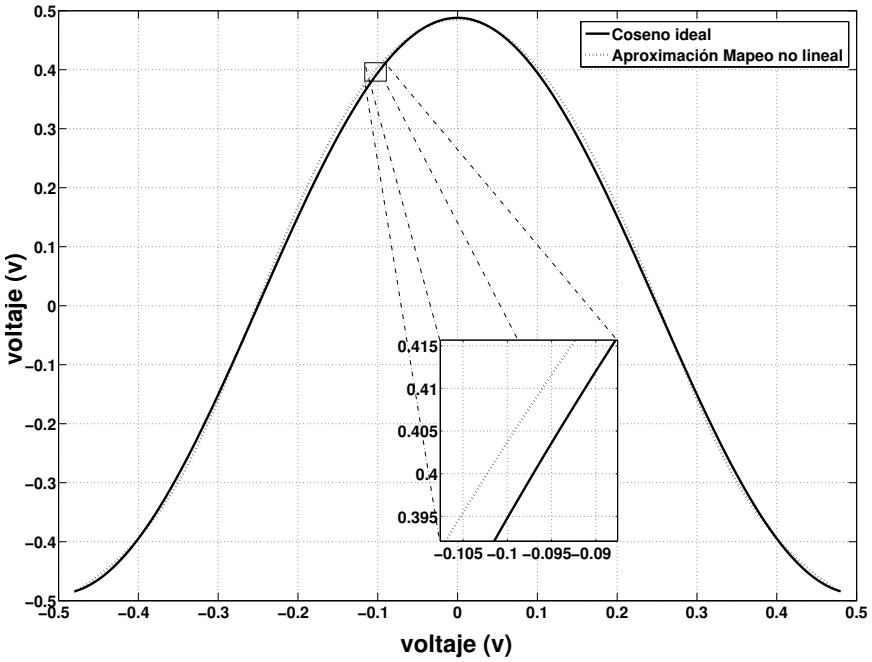


Figura 2.12. Resultado de la aproximación mediante el mapeo no lineal.

Es de hacerse notar que este circuito genera resultados satisfactorios y su implementación a nivel transistor se ha demostrado que es relativamente simple.

2.5.2. Error promedio gráfico de las aproximaciones del coseno

A la diferencia entre la señal de salida y la señal de referencia se le llama error. En el mundo real, debido a varias imperfecciones y a la composición natural del sistema, la respuesta de salida rara vez concuerda con la señal de referencia. En consecuencia el error en la mayoría de los sistemas son casi inevitables [35].

Uno de los objetivos del sistema es mantener el error lo mínimo posible, al mismo tiempo cumplir con el requisito de exactitud de las señales comparadas, cabe mencionar, que este requerimiento depende mucho del sistema a diseñar y de las respuestas que se esperan a la salida. Para el caso de la función creada en esta tesis, con la aproximación propuesta, se obtienen una exactitud adecuada para el desarrollo del sistema en el tiempo, como se explicará más adelante.

En general, el error se puede ver como una señal que rápidamente debe ser reducida a cero, si esto es posible. Con referencia a nuestra propuesta en donde, si nombramos $r(t)$ a la señal de coseno ideal mapeado y $y(t)$ a la señal coseno realizado a nivel transistor, el error es simplemente:

$$e(t) = r(t) - y(t) \tag{2.24}$$

El error promedio de las aproximaciones del coseno mencionadas anteriormente (mediante series de Taylor, Seevinck y Mapeo no lineal) evaluadas en el rango útil de trabajo se presentan en las figuras 2.13, 2.14 y 2.15.

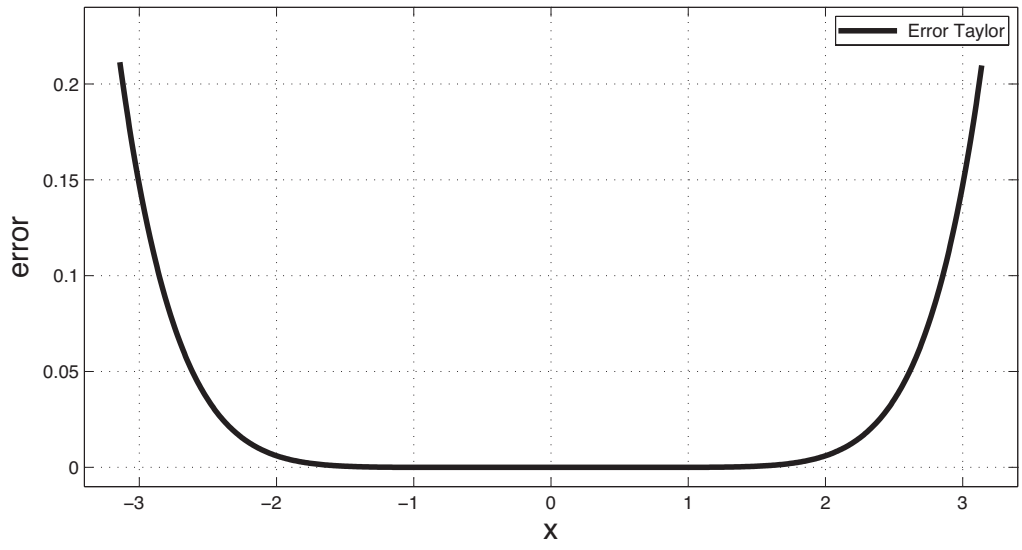


Figura 2.13. Error promedio de la aproximación por serie de Taylor.

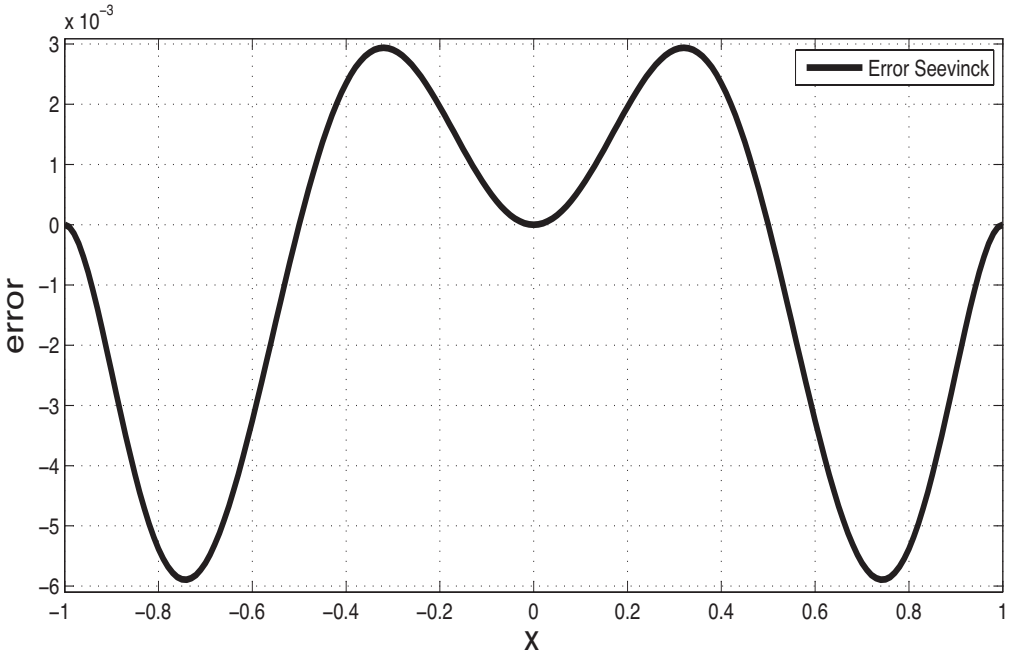


Figura 2.14. Error promedio de la aproximación por Seevinck.

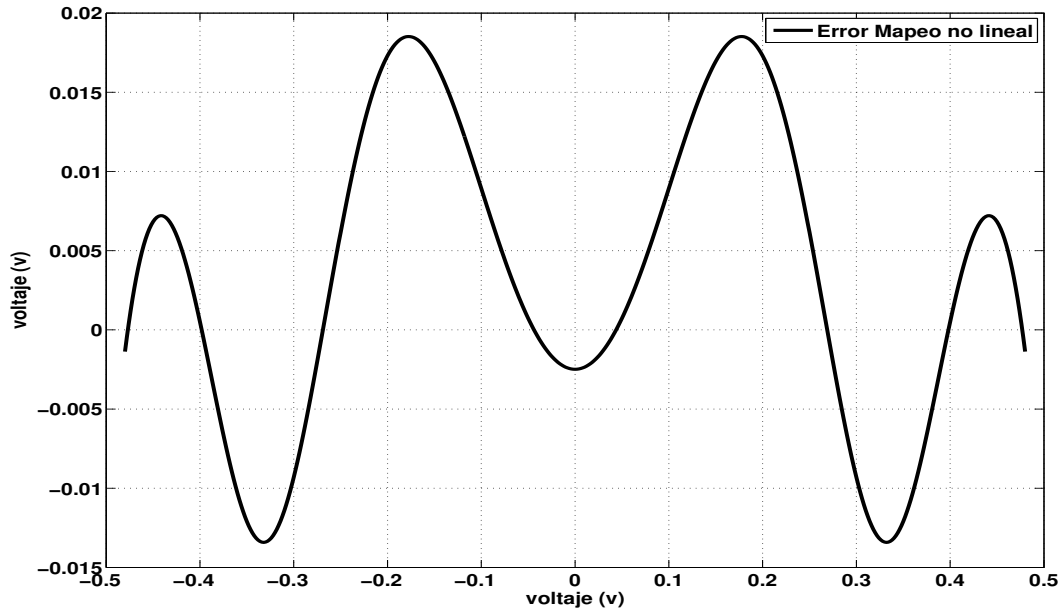


Figura 2.15. Error promedio de la aproximación por Mapeo no lineal.

Al comparar la señal de referencia con la señal de aproximación, es posible obtener el error cuantificado, cuyo resultado se expresa en la tabla 2.2, también se presenta los recursos necesarios para la implementación de dichas aproximaciones.

Tabla 2.2. Error promedio para cada una de las aproximaciones.

Aproximación	**Error**	**Recursos e implementación**
Taylor	$\pm 2.205\,\%$	No menos de 39 transistores CMOS, modo I
Mapeo no lineal	$\pm 1.62\,\%$	12 Transistores CMOS, modo V
Seevinck	$\pm 0.82\,\%$	10 Transistores BJT, modo I

La realización a nivel de transistor en forma analógica, mediante las aproximaciones por Taylor y Seevinck proporcionan resultados satisfactorios, como se muestra en las gráficas anteriores.

La implementación de la señal coseno mediante Taylor es un método relativamente difícil, debido a que el diseño electrónico debe ser capaz de elevar una sexta potencia, este requerimiento en la práctica es complicado de obtener a nivel transistor.

Por otro lado la creación del coseno por Seevinck no es difícil de obtener a nivel transistor, pero se necesita de una gran cantidad de recursos para llevarlo a cabo con la tecnología CMOS, por esta razón no es práctico.

Si se pone un poco de atención al circuito de foldeo, que es el núcleo para la aproximación de Mapeo no lineal, se puede dar cuenta fácilmente que sólo se necesitan de unos cuantos transistores, además que no se analiza una ecuación matemática estricta de la función no lineal requerida, como en el caso de Taylor y Seevinck, para obtener la respuesta buscada simplemente se usa la función de transferencia del transistor como tal.

2.6 Caracterización del circuito que aproxima la función coseno

La aproximación del Mapeo no lineal de la función (coseno) propuesta para el sistema PVTOL, se caracteriza mediante la siguiente ecuación:

$$y(t) = 0{,}5 \cos\left[\frac{\alpha * \pi}{0{,}5}\right] \tag{2.25}$$

Lo que quiere decir que la señal se encuentra normalizada en un periodo de $-0{,}5$ a $0{,}5$ con una amplitud de $-0{,}5$ a $0{,}5$, esto, debido al rango de voltaje que se maneja con la tecnología del transistor que se está empleando ($90nm$).

2.6.1. Ajuste en frecuencia y amplitud del mapeo no lineal

El control que se ha propuesto para el PVTOL trabaja perfectamente con la función coseno ideal según las ecuaciones que rigen al sistema, es decir, con un periodo de $-\pi$ a π y una amplitud de -1 a 1, por lo tanto, para poder implementar el control LQR desarrollado antes con la aproximación de Mapeo no lineal, se necesita remapear o realizar un mapeo inverso, que se puede obtener mediante dos bloques de ganancia.

El primer bloque se coloca antes que la señal entre al circuito de foldeo, de tal forma que la operación principal de éste, es ajustar el argumento (α) al nivel que se requiera para trabajar con el transistor.

El segundo bloque, se coloca después del circuito de foldeo, dicho bloque se encarga de ajustar los valores en amplitud, de tal manera que a la salida, se obtenga un módulo capaz de trabajar en cualquier rango como lo hace un coseno ideal (ver figura 2.16).

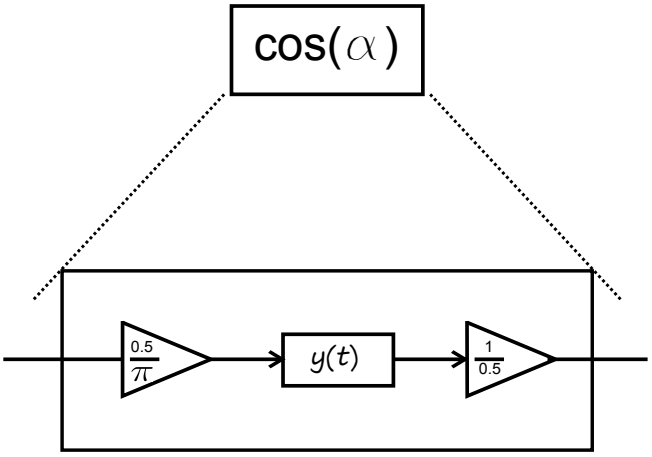


Figura 2.16. Ajuste con ganancias del coseno a nivel transistor.

2.6.2. Especificaciones generales

La caracterización de dispositivos y circuitos integrados es de vital importancia puesto que con los resultados obtenidos a partir de las mediciones es posible sugerir mejoras a los dispositivos con el fin de lograr un desempeño adecuado.

Es esta razón que el circuito nuevo creado debe ser estudiado y caracterizado, para saber por ejemplo el rango de frecuencias, de voltaje, temperatura, consumo de potencia o los parámetros necesarios para el funcionamiento del circuito.

El rango de frecuencias de una señal analógica es normalmente llamado “ancho de banda” es donde se concentra la mayor parte de la potencia y para circuitos lineales puede

ser calculado con una señal temporal mediante el análisis de Fourier.

El circuito de aproximación creado es meramente no lineal, debido a esta especificación es necesario hacer la caracterización de la frecuencia de trabajo de forma transitoria, colocando a la entrada una onda triangular. El objetivo de usar este tipo de señal es hacer un barrido lineal en todo el rango de tensiones de entrada.

La frecuencia de la onda triangular es modificada hasta obtener la señal coseno a la salida, es importante también colocar a la señal de entrada en el mismo rango de amplitud de operación del transistor (−0,5 a 0,5).

La tabla 2.3 expresa los valores de caracterización para encontrar la frecuencia de trabajo del circuito emulador, donde se muestra la señal de entrada y la señal obtenida, para mayor entendimiento, en la figura 2.17 se observa gráficamente las ondas descritas en la tabla 2.3.

Tabla 2.3. Caracterización para frecuencia de trabajo del circuito emulador.

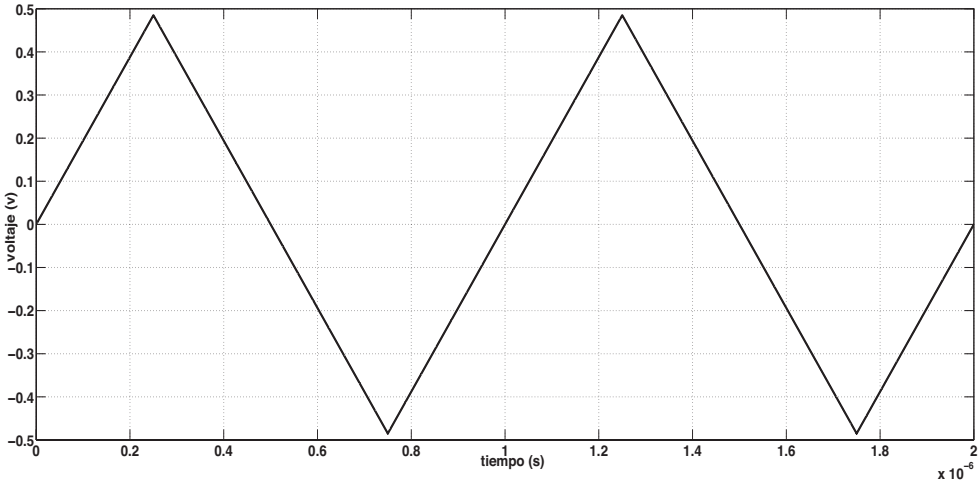
SEÑAL A LA ENTRADA		**SEÑAL A LA SALIDA**	
Parámetro	**Valor**	**Parámetro**	**Valor**
Forma de onda	Triangular	Forma de onda	Senoidal
Frecuencia	1 MHz	Frecuencia	2 MHz
Amplitud	0.5 V	Amplitud	0.5 V
Valor mínimo	-0.5 V	Valor mínimo	-0.5 V
Valor máximo	0.5 V	Valor máximo	0.5 V

Las especificaciones del circuito ideal de la función de aproximación creado se han obtenido gracias a los datos que ofrece el simulador Eldo-spice, cuyos valores se contemplan en la tabla 2.4.

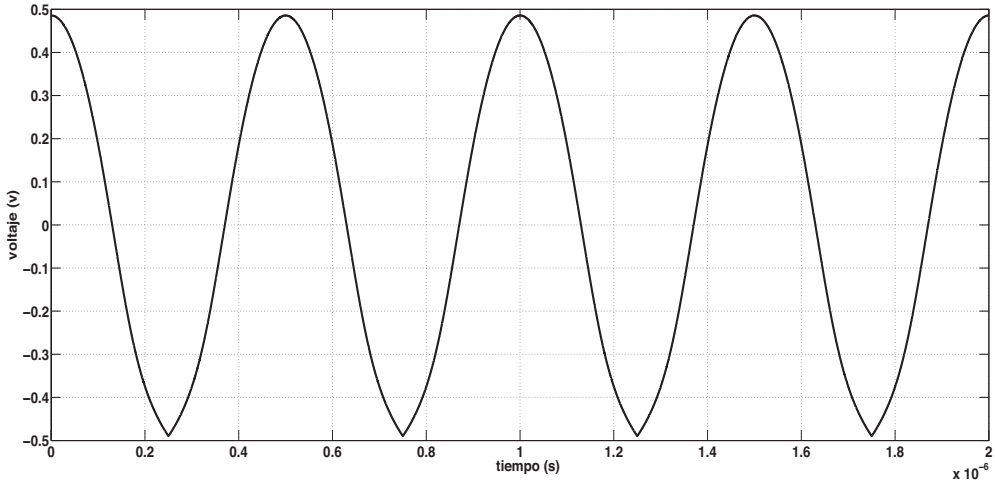
Tabla 2.4. Especificaciones ideales generales del circuito emulador.

Parámetro	**Valor**
Rango de temperatura	−55°C a 125°C
Frecuencia de trabajo	1 MHz
Rango de voltaje	1 V
Potencia total de consumo	3.0676mW
Temperatura de simulación	27°C

Cabe recalcar que los valores de la tabla 2.4 son obtenidos a partir de elementos ideales, en la próxima sección se observará la misma tabla pero ahora obtenidos mediante el diseño del layout cuyos valores pueden variar debido a los componentes parásitos del sistema físico.



(a) Señal de entrada en forma de onda triangular



(b) Señal resultante de aproximación

Figura 2.17. Frecuencia de trabajo del circuito de mapeo no lineal

2.7 Diseño de layout del circuito “Función coseno”

Un objetivo específico de la presente obra es realizar el patrón gemoétrico del circuito emulador y su caracterización, por lo tanto, en este apartado se explica el diseño del layout y sus especificaciones.

Todo diseñador de hardware sabe que para obtener un buen diseño de layout, al menos se debe cumplir con 2 condiciones.

- Conocer las reglas de diseño y aplicarlas.

- Muchas horas de práctica.

Sobre la primera condición, para obtener una respuesta eficiente del patrón geométrico se necesita respetar varias normas de diseño, por ejemplo: número de vias, ancho de ruteo, tipo de ruteo al conducir una señal de reloj, simetría absoluta del layout, colocación de planos para señales de polarización, ruteo adecuado para procesamiento en altas frecuencias, entre muchas otras normas que sería importante conocerlas, pero debido a los objetivos principales planteados en la tesis, no se profundizará en este tema.

Una propiedad de la función coseno es la simetría respecto al eje de las ordenadas, es de hacerse notar que en la creación del circuito emulador también se respetó la propiedad simétrica en los parámetros de los transistores, en caso que no se hubiera respetado, la forma de la onda resultante se observaría desbalanceada.

Así, el diseño físico debe ser lo más simétrico posible para tener un balance de las señales procesadas, de tal modo que dicha propiedad se verá reflejada en la respuesta. Dicha simetría ha sido respetada, como se muestra en el layout resultante de la figura 2.18, donde es posible oberva el número de capas (con diversos colores) y su clasificación mediante colores.

Sobre la segunda condición para un buen layout, el diseño requiere de mucha práctica, existen aspectos del patrón geométrico que no son tan fáciles de entender si no es bajo la dedicación y la práctica. Además que todo diseño debe finalizar con un toque estético.

El cumplimento de las condiciones tomadas de forma seria para realizar un buen patrón geométrico ha llevado a considerar popularmente que el diseño del layout es un arte.

Cabe agregar, que el diseño del layout en su totalidad ha sido creado en Pyxis Layout V10.3_1.0 propiedad de Mentor Graphics®

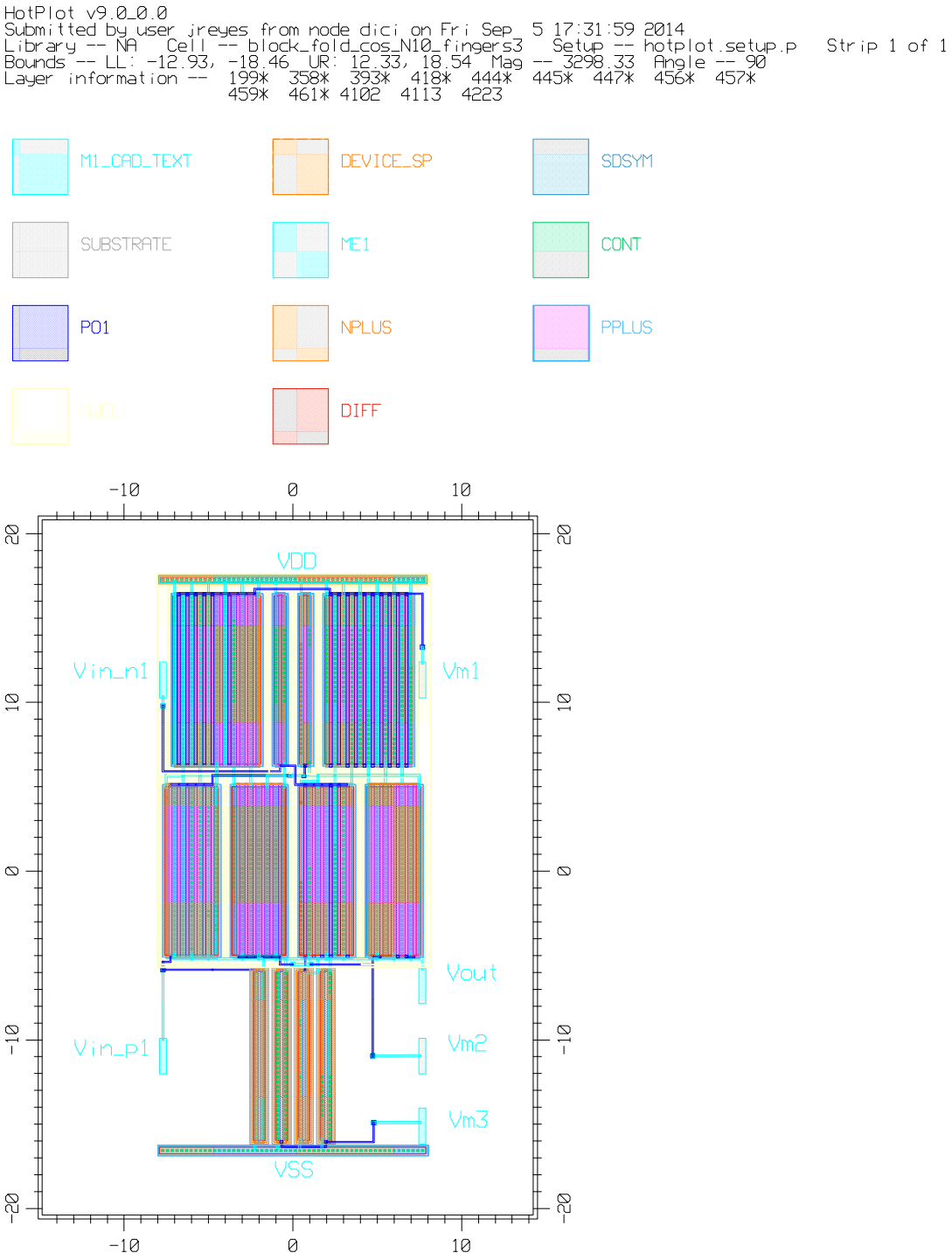


Figura 2.18. Layout de circuito emulador.

2.8 Caracterización del layout del circuito emulador

La caracterización del nivel físico es ejecutado con la misma entrada aplicada para obtener la caracterización del emulador ideal (vista en la sección anterior).

Muchas veces al comparar la simulación de un circuito ideal con la simulación del layout de dicho circuito es notorio observar que algunos parámetros pueden cambiar por mencionar la potencia de consumo, la frecuencia de trabajo entre otros, debido a que en el patrón geométrico ya influyen los elementos parásitos. Es importante mencionar que un buen patrón geométrico busca obtener el mismo resultado que las simulaciones del circuito ideal, principalmente en la frecuencia de trabajo.

Para obtener la caracterización del layout se sigue una serie de pasos:

1. Se ejecuta la herramienta "Design Rule Check" (por sus sigles en ingles DRC) para observar que no se haya violado alguna regla de diseño.

2. Una vez obtenido el DRC, se compara el diseño físico con el esquemático mediante la herramienta "Layout Vs Schematic" (por sus sigles en ingles LVS).

3. Notando que no hubo error alguno con la comparación, se corre el "Parasitic Extraction" (por sus siglas en ingles PEX), que no es más que la extracción de los elementos parásitos y en conjunto se crea un archivo con formato .spi que es usado para simular al sistema y obtener una respuesta que será muy aproximada a la respuesta del producto ya fabricado.

Siguiendo los pasos anteriores se muestran las especificaciones de trabajo del nivel físico del emulador en la tabla 2.5, donde se observa que la frecuencia de trabajo ha sido igualada en comparación con la caracterización del circuito a partir de un esquemático ideal, esto indica que se ha creado un buen diseño de layout. Dichos valores son válidos con un proceso de diseño de tecnología standard CMOS UMC90nm.

Tabla 2.5. Especificaciones generales del layout del circuito emulador.

Parámetro	**Valor**
Rango de temperatura	$-55°$C a $125°$C
Frecuencia de trabajo	1 MHz
Rango de voltaje	1 V
Potencia total de consumo	2.9211mW
Temperatura con parámetros de extracción	$27°$C

Lo que puede ser afirmado sin pruebas,
puede ser descartado sin pruebas.

Euclides de Alejandría

CAPÍTULO

3

Pruebas y resultados del circuito emulador sobre una propuesta de control LQR del sistema PVTOL

El objetivo de esta sección es mostar la simulación del modo comportamental del PVTOL. La dinámica general es analizada y simulada en modo numérico y analógico sin control alguno. Posteriormente se propone un control LQR y es aplicado al modelo comportamental de la dinámica vertical (estudiada en el capítulo 2). Finalmente se implementa el circuito emulador creado y se compara los resultados obtenidos de forma análogica y numérica.

3.1 Modelo comportamental general del PVTOL y comparación de la simulación numérica y analógica

Las ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) expresan el modelo matemático completo del sistema PVTOL, que es el objeto de estudio. Para el diseño del emulador electrónico, se debe comenzar con la implementación a nivel comportamental en bloques, de tal forma que estas ecuaciones serán representadas como bloques integradores, multiplicadores, funciones senoidales y sumadores, esto es, lo necesario para poder simular en primera instancia al sistema de ecuaciones planteada.

$$\ddot{x} = -\mu_1 sin(\theta) + \epsilon\mu_2 cos(\theta) \tag{3.1}$$

$$\ddot{y} = \mu_1 cos(\theta) + \epsilon\mu_2 sin(\theta) - 1 \tag{3.2}$$

$$\ddot{\theta} = \mu_2 \tag{3.3}$$

Uno de los objetivos específicos de esta tesis es elaborar la simulación a nivel comportamental del sistema no-lineal que modela al PVTOL, de tal forma que a las entradas (empuje y torque) se le puedan aplicar valores de voltaje o corriente y poder visualizar a la salida (θ, x e y) la respuesta adecuada, tal y como se observa en el siguiente diagrama a bloques en la figura 3.1. Se utilizarán dos entornos de simulación del sistema PVTOL, con la finalidad de corroborar y comparar en ambas simulaciones las respuestas del modelo dinámico del PVTOL.

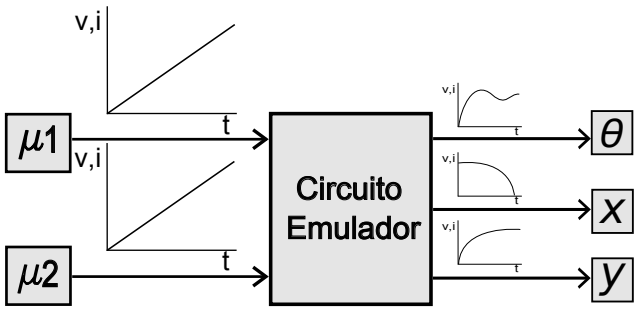


Figura 3.1. Modelo comportamental general del PVTOL.

El proceso de descripción del sistema PVTOL es realizado y simulado en Matlab-Simulink (cuya respuesta se nombrará como "respuesta numérica") y Eldo-Spice con modelos en Verilog-A (cuya respuesta se nombrará como "respuesta analógica"). ambos programas recomendados para la simulación a nivel comportamental de cualquier sistema. Así primeramente se muestra en la figura 3.2 el modelo a bloques realizado en Simulink.

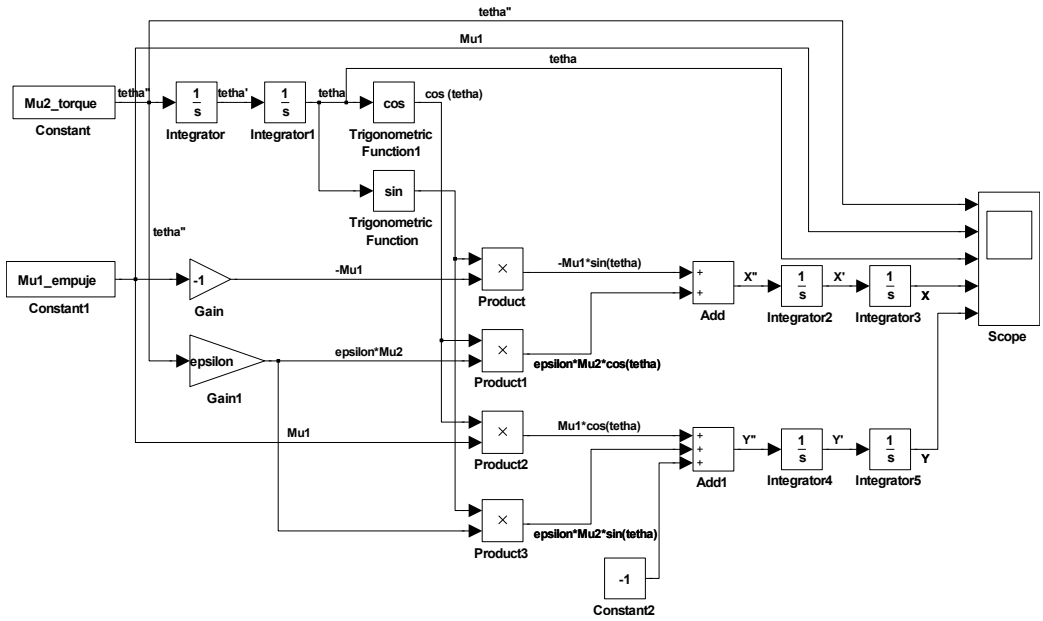


Figura 3.2. Modelo comportamental a bloques del PVTOL en Simulink.

En el modelo comportamental a bloques del PVTOL representado en la figura 3.2 se pueden hacer notar varios módulos de integración, algunos sumadores, dos funciones trigonométricas (seno y coseno), un par de bloques de ganancia y multiplicadores. También se observa que se tienen las dos entradas μ_1 que es el empuje y μ_2 que es el torque, el cual, para este caso son constantes. Como respuesta al estímulo de estas entradas con el modelo general, se tienen a la salida 3 variables θ, x e y.

Al modelar funcionalmente el sistema de ecuaciones (3.1), (3.2) y (3.3) en el lenguaje para descripción analógica, Verilog-A, su respuesta debe ser la misma gráfica que resulta de forma numérica. El modelo a bloques implementado se puede apreciar en la figura 3.3.

Es importante mencionar que en su totalidad los modelos de los bloques en Verilog-A han sido desarrollados como parte de este trabajo, adquiriendo el aprendizaje mediante los documentos que ofrece Cadence Design Systems.

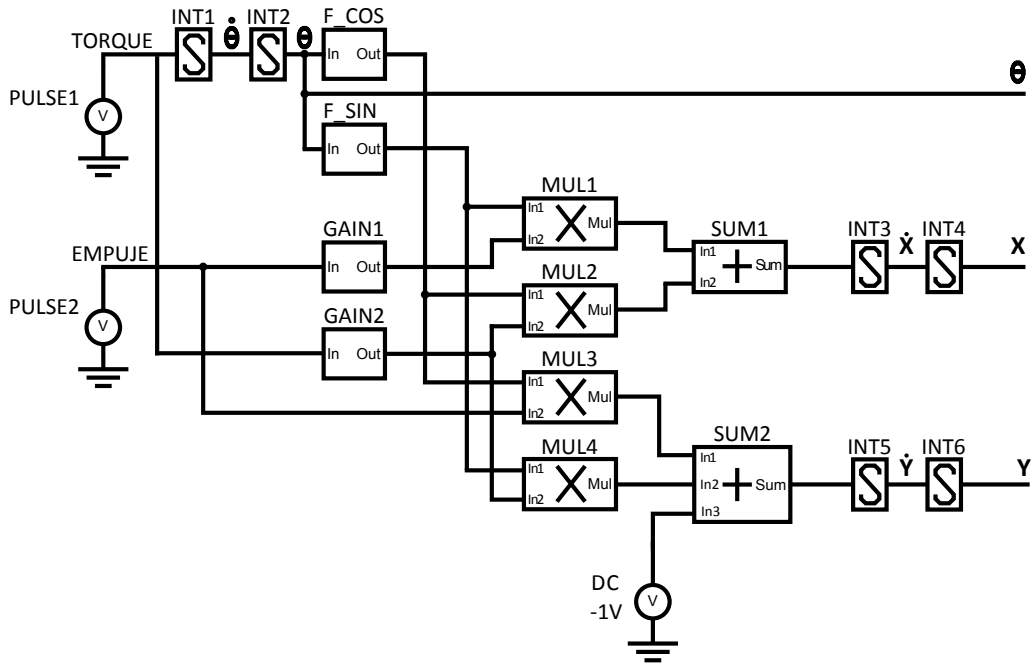


Figura 3.3. Modelo comportamental a bloques realizado en Verilog-A.

Para probar y obtener el correcto funcionamiento del modelo dinámico, se han excitado los valores de $\epsilon = 0{,}1$, $\mu_1 = 0.9$ y $\mu_2 = 0$[1], las entradas μ_1 y μ_2 se pueden apreciar en la figura 3.4, (recordemos que según la ecuación 3.3, $\ddot{\theta}$=μ_2) cuyo valor para dichas variables son únicos en todo instante de tiempo, en las gráficas de la figura mencionada se pueden

[1]Los valores propuestos para ϵ, μ_1 y μ_2 son escogidos aleatoriamente, únicamente con la condición de que dichos valores sean constantes en el tiempo.

visualizar la comparación con una alimentación constante en Simulink (respuesta numérica) y en Eldo-Spice (respuesta analógica).

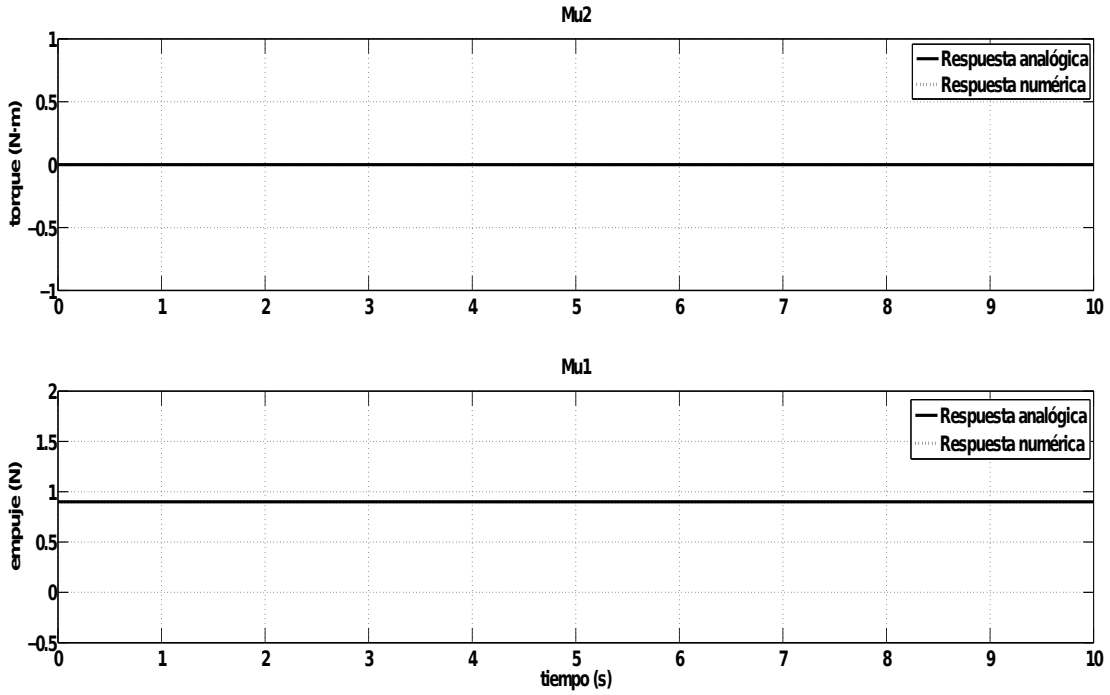


Figura 3.4. Entradas μ_1 y μ_2 constantes.

Si se analiza brevemente el modelo matemático en estudio y su representación de fuerzas en la figura 2.1, se tiene que con un torque igual a 0 no existirá un movimiento en roll y recordando que la normalización de la aceleración gravitacional es igual a 1, es lógico pensar que el empuje debe ser mayor que 1 si se quiere una elevación en el eje Y, pero como no se cumple esta condición, entonces se tendrá un descenso sobre el eje vertical. Por lo tanto, sin torque y sin empuje mayor a 1 no se obtiene movimiento alguno en el eje horizontal. Este análisis se observa en la figura 3.5, donde también se observa la comparación en respuesta numérica y analógica para θ, x e y.

A pesar de observar minuciosamentelas las graficas de la figura 3.5, no es posible visualizar diferencia alguna en la comparación o el error que existe en ambas respuestas(analógica y numérica). Es importante mencionar que cuando el comportamiento sea constante (por ejemplo x, μ_1, μ_2, θ) no existirá un error promedio, así, la única gráfica que será posible visualizar un error, es la salida en el eje y (ver figura 3.6).

Cabe señalar que los valores de μ_1 y μ_2 para el desarrollo físico del sistema PVTOL no son valores constantes, ya que van cambiando gradualmente, es por esta razón que se simula el sistema con entradas tipo rampa, que son lo más parecido al valor real que entrará al

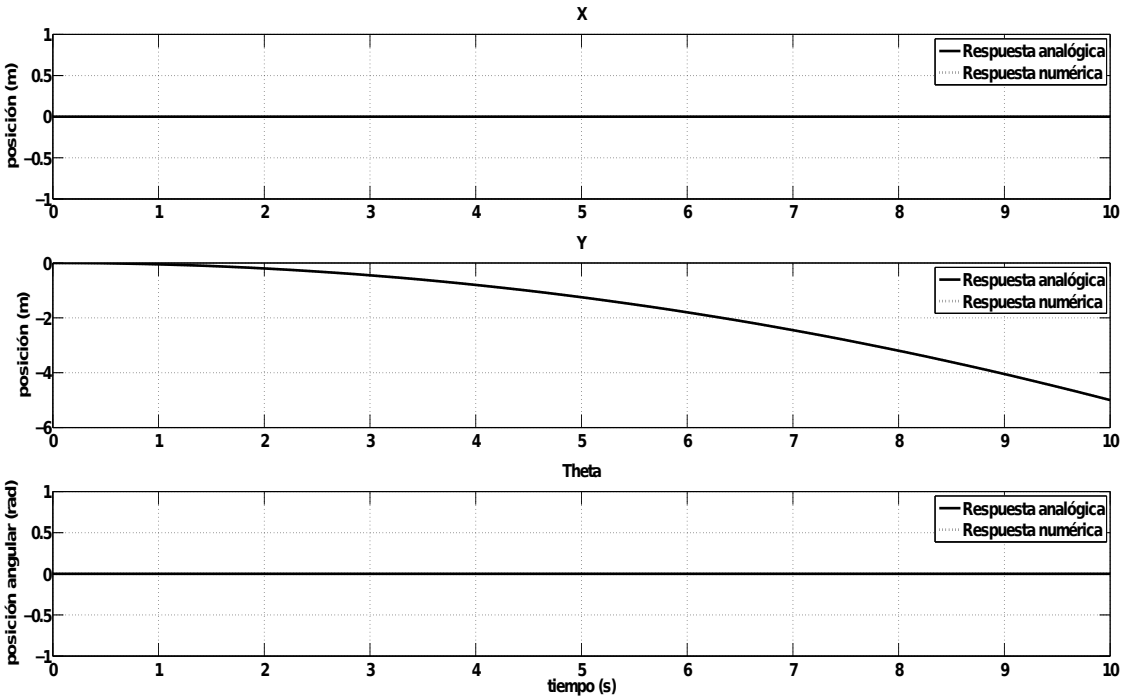


Figura 3.5. Respuesta del sistema a entradas constantes.

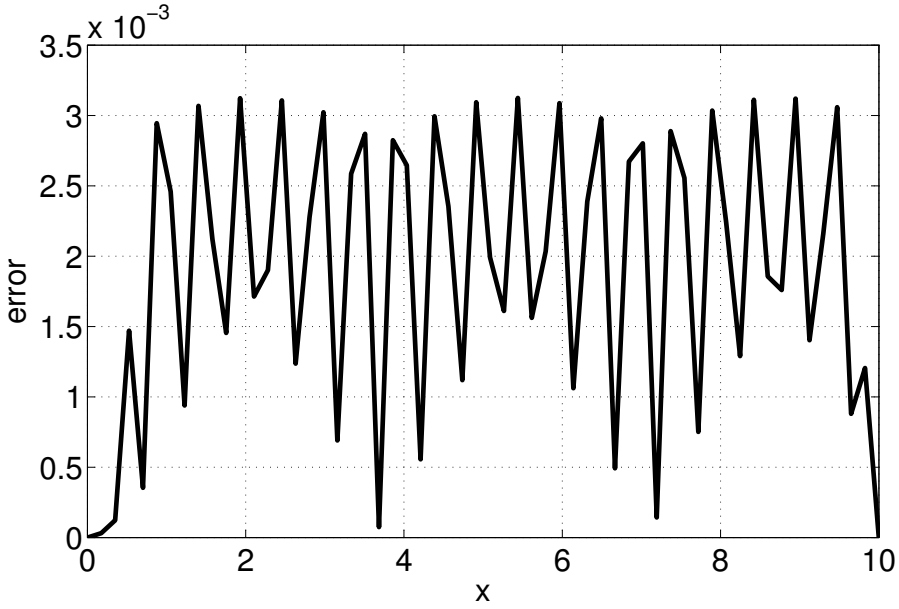


Figura 3.6. Error promedio a la salida de y bajo condiciones iniciales constantes.

sistema en forma de voltaje. Estas entradas son simuladas numéricamente y analógicamente en la figura 3.7.

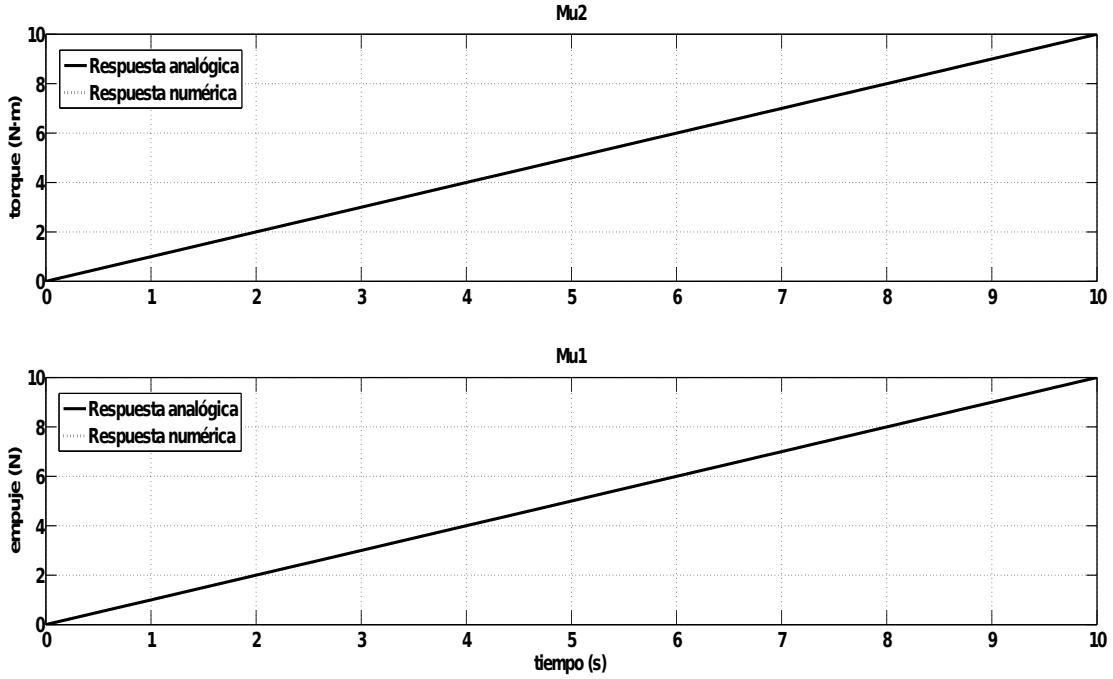


Figura 3.7. Entradas μ_1 y μ_2.

Aplicando un torque que crece de manera constante en el tiempo, se obtiene que el ángulo roll θ crecerá de forma exponencial (debido a $\ddot{\theta}$=μ_2)) y con un empuje en forma de rampa se espera físicamente un desplazamiento negativo en el eje X, a pesar que la aceleración gravitacional ha sido sobrepasada, la respuesta para el eje Y también es negativo debido al crecimiento exponencial de θ. La comparación numérica y analógica de las variables θ, X e Y se puede observar en la figura 3.8.

Debido a que el comportamiento de las entradas μ_1 y μ_2 son de tipo rampa con un cambio constante en el tiempo, la gráfica de error de la respuesta analógica y numérica prácticamente se mantendrá en cero, pero en las salidas x, y y θ sí existe un error, que en la comparación de la figura 3.8 es difícil de ver, las figuras 3.9, 3.10 y 3.11 presentan el error promedio que existe en la comparación del método numérico y anaógico a entradas tipo rampa.

Es de hacerse notar que las respuestas obtenidas a partir de entradas constantes y variables en el tiempo, son las soluciones al modelo dinámico sin control.

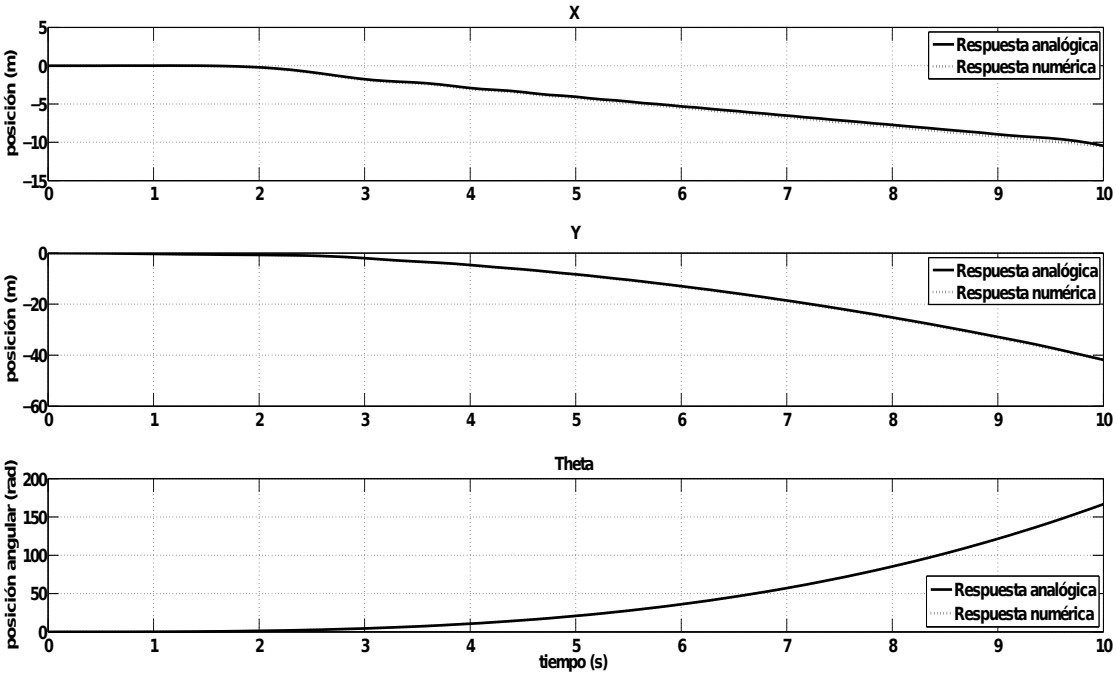


Figura 3.8. Respuesta del sistema a entradas tipo rampa.

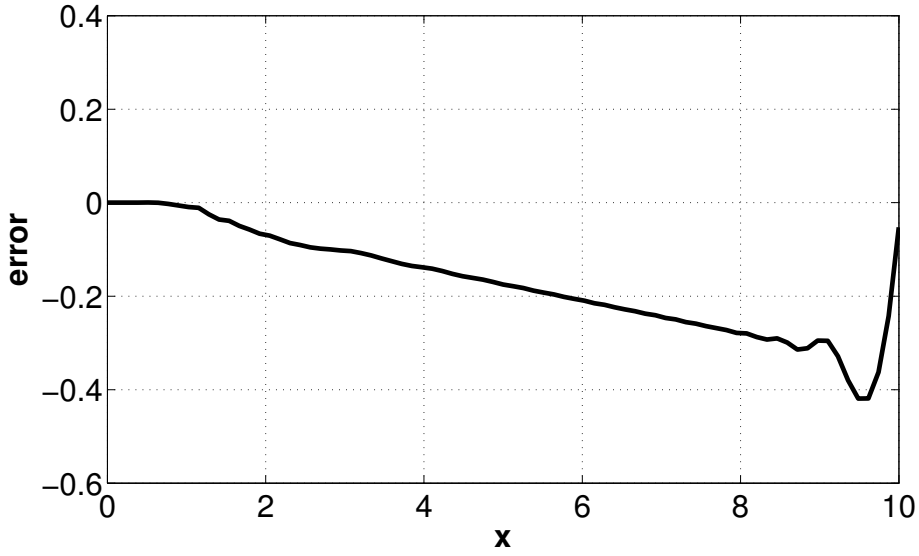


Figura 3.9. Error promedio a la salida de x bajo condiciones iniciales tipo rampa.

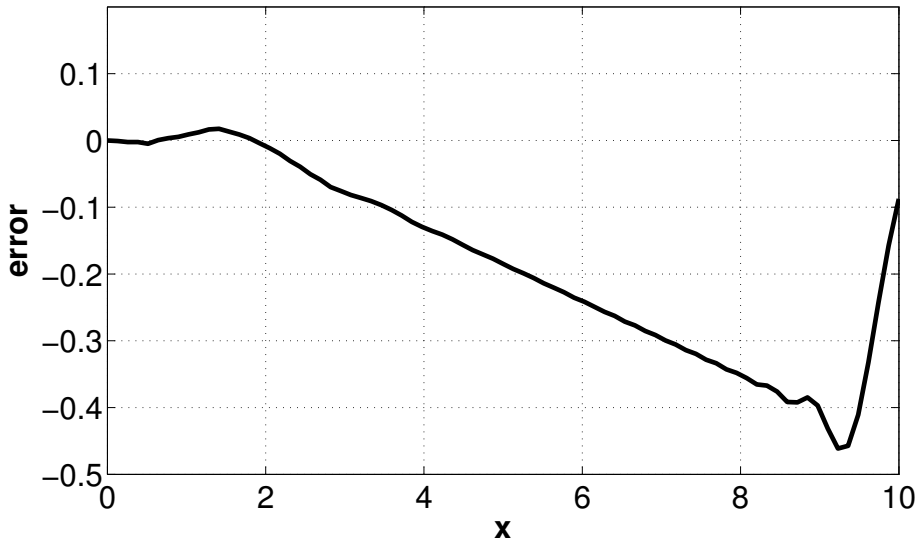


Figura 3.10. Error promedio a la salida de y bajo condiciones iniciales tipo rampa.

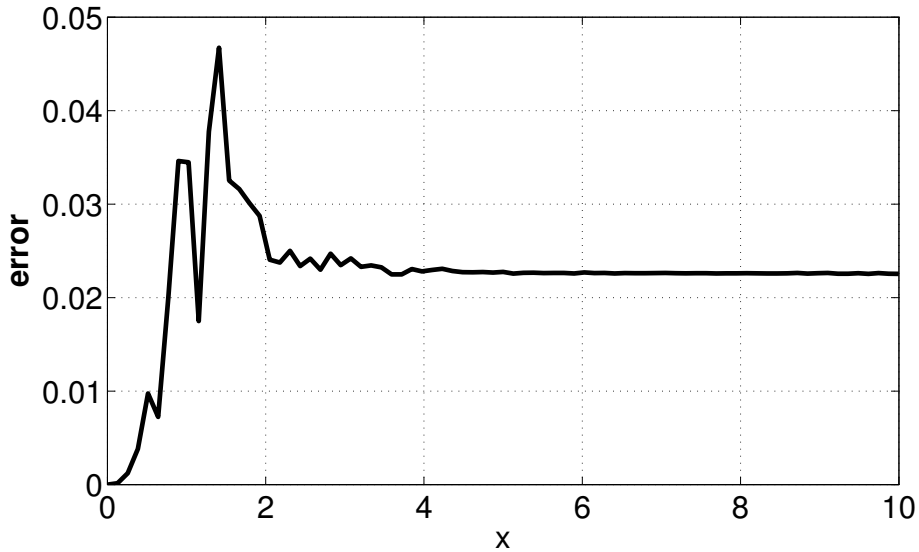


Figura 3.11. Error promedio a la salida de θ bajo condiciones iniciales tipo rampa.

3.2 Representación en espacio de estados y linealización del sistema PVTOL

En la actualidad, la ciencia y sus métodos han ofrecido respuesta a innumerables interrogantes sobre distintos sistemas y sus propiedades, generalmente estos métodos están basados en la experimentación, que básicamente consiste en cambiar algunas propiedades del sistema en estudio y observar su comportamiento, a su vez representar los cambios mediante un lenguaje matemático. En la predicción del comportamiento dinámico de un sistema se requiere del conocimiento del modelo matemático, éste, es frecuentemente usado en industrias como la aeronáutica, electrónica, logística, diseño y producción industrial entre otros, de tal manera que el modelado matemático es una pieza clave para el desarrollo de cualquier sistema. El sistema PVTOL no es la excepción debido a que si se desea predecir o proponer un control a su comportamiento en el tiempo, esta tarea definitivamente no se podrá efectuar sin su modelo matemático. Es evidente, que una de las ventajas del uso de los modelos matemáticos es su bajo costo, si lo comparamos con los modelos físicos, además de existir factores que podrían afectar al estudio de un sistema como el tiempo o quizá que la experimentación para el sistema sea irrealizable (por inexistencia del mismo o incapacidad humana de experimentar).

A medida que transcurre el tiempo, los sistemas se van haciendo cada vez más complejos, esto es porque la mayoría de los sistemas necesitan de más actuadores, sensores e interfaces, etc. Debido a esto se buscan altos requerimientos, además de un buen control. La misma evolución de los sistemas ha provocado que el control vaya evolucionando de tal forma que se pueda generalizar el control en un enfoque clásico y en un enfoque moderno, los cuales a su vez tienen su base en el conocimiento de la dinámica del proceso que se desea controlar.

Las primeras herramientas analíticas del control se apoyaban en el estudio de ecuaciones diferenciales ordinarias con la ayuda de métodos algebraicos para determinar la estabilidad de un sistema mediante el criterio de Routh y Hurwitz.

En el enfoque clásico se representan las funciones de transferencia para caracterizar la relación entrada-salida de un sistema. Según Ogata [6] la función de transferencia descrita mediante una ecuación diferencial lineal e invariante en el tiempo se define como el cociente entre la transformada de Laplace de la salida (función de respuesta) y la transformada de Laplace de la entrada (función de excitación) bajo la suposición que todas las condiciones iniciales son cero.

Cabe mencionar que al hacer un análisis con entrada y salida pueden pasar ciertas perturbaciones en el modelo que no se le toma en cuenta por únicamente analizar al sistema como función de transferencia.

Por otro lado, en el enfoque moderno se hace una descripción del sistema en espacio de estados, este enfoque aplica a sistemas con entradas y salidas múltiples, que pueden ser lineales o no lineales, cuyo objetivo es reescribir las ecuaciones diferenciales de orden n como n ecuaciones diferenciales de orden 1.

Se requieren al menos n variables desde x_1, x_2 ..., x_n para describir completamente el comportamiento dinámico del sistema de orden n. Éstas son las n variables de estado.

Estas n variables de estado se consideran los n componentes de un vector x comúnmente llamado vector de estado [6].

El control es un elemento fundamental en la ingeniería y la ciencia, su teoría es de interés para científicos e ingenieros que desean profundizar en la investigación de algún sistema con el fin de obtener un desempeño óptimo y disminuir tareas repetitivas.

En un sistema de control se busca que a pesar de perturbaciones, el sistema se vuelva a un estado de equilibrio, para esto, en el control clásico se analiza la función de trasferencia, sin embargo la descripción del sistema mediante la función de transferencia tiene las siguientes limitaciones:

- No proporciona información sobre la estructura física del sistema.
- Sólo es válida para sistemas lineales con una entrada y una salida e invariantes en el tiempo.
- No proporciona información de lo que pasa dentro del sistema.
- Se necesita que las condiciones iniciales del sistema sean nulas.

Prácticamente ningún sistema cumple con estos requisitos, puesto que en realidad los sistemas presentan no linealidades, puede tener más de una entrada o más de una salida, cuyos parámetros cambian en el tiempo y las condiciones iniciales no siempre son cero.

Para este inconveniente se opta por linealizar al sistema, trabajando sobre un punto de interés con las ventajas del análisis por Laplace, sin embargo, existen sistemas que son demasiados complejos y que no es posible analizarlos mediante este enfoque, de tal manera que se utiliza la representación por variables de estado.

La ventaja del uso en representación en espacio estado es que éste puede en su modelado representar sistemas tanto continuos como discretos, lineales o no lineales variables o invariantes en el tiempo y generalmente usados en notación matricial.

La idea es caracterizar el estado del sistema en cualquier instante del tiempo de tal modo, que dado el estado actual, el futuro no dependa del pasado. En el modelado siempre podremos describir un sistema en suficiente detalle como para determinar su comportamiento futuro dentro del nivel de exactitud deseado [36].

Se puede separar en dos representaciones a un sistema dinámico, en una representación externa y en una representación interna, la primera está dada mediante la función de trasferencia, ya que sólo trabaja con la relación de entradas y salidas. Por otra parte, una representación interna del sistema dinámico se puede establecer por medio de la representación en el espacio de estado.

Cabe mencionar que el control y sus técnicas aplicadas al sistema PVTOL son de suma importancia para la implementación del emulador, pero no es un objetivo principal profundizar en conceptos y explicaciones sobre el cálculo y la realización del control (esto, simplemente por el enfoque general de la tesis), por lo tanto para el avance en esta sección se recomienda ampliamente consultar la bibliografía relevante sobre el tema [6], [37] y [8].

En vista de los valores pequeños que toma ϵ , se seguirá un enfoque de control que es propuesto en [24] y [26] considerando a $\epsilon = 0$.

Para comenzar con la linealización se proponen las variables de estado de posición y torque respectivamente, que son:

$$\begin{aligned} x_1 &= x \\ x_2 &= \dot{x} \\ x_3 &= y \\ x_4 &= \dot{y} \\ x_5 &= \theta \\ x_6 &= \dot{\theta} \end{aligned} \tag{3.4}$$

Las ecuaciones de estados se representan de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \dot{x_1} &= x_2 \\ \dot{x_2} &= -\mu_1 \sin x_5 \\ \dot{x_3} &= x_4 \\ \dot{x_4} &= \mu_1 \cos x_5 - 1 \\ \dot{x_5} &= x_6 \\ \dot{x_6} &= \mu_2 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Ahora bien, definamos las siguientes variables, conocidas como variables de desviación:

$$\begin{aligned} z_1 &= x_1 - \delta_1 \quad z_3 = x_3 - \delta_2 \quad z_5 = x_5 - \delta_3 \\ z_2 &= x_2 - \dot{\delta_1} \quad z_4 = x_4 - \dot{\delta_2} \quad z_6 = x_6 - \dot{\delta_3} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Recordando que los deltas son los puntos de equilibrios alrededor de los cuales el sistema se quiere linealizar y al llegar a este punto la velocidad tiende a cero, escribamos el sistema de ecuaciones (3.5) en términos de las variables de desviación:

$$\begin{aligned} \dot{z_1} &= z_2 \\ \dot{z_2} &= -\mu_1 \sin(z_5) \\ \dot{z_3} &= z_4 \\ \dot{x_4} &= \mu_1 \cos(z_5) - 1 \\ \dot{z_5} &= z_6 \\ \dot{z_6} &= \mu_2 \end{aligned} \tag{3.7}$$

La intención es encontrar una pareja de equilibrio (x_e, μ_e) donde x_e es el vector de estado y μ_e es el control, tal que $0 = f(x_e, \mu_e)$. Hasta ahora hemos encontrado x_e y falta μ_e, que es lo que se buscará. Así que, se parte del hecho que para que (3.7) tenga un punto de equilibrio en el origen (de las nuevas coordenadas), el empuje μ_1 debe tener una componente estática T_f, junto con esto, sabemos que nuestras nuevas coordenas para el punto de equilibrio al que se quiere llegar son: $z_n e_0$, por lo tanto sustituyendo lo dicho anteriormente, las ecuaciones de desviación (3.7) quedan reducido a:

$$T_f \cos(\delta_3) = 1 \tag{3.8}$$

Despejando la componente estática T_f se tiene que:

$$T_f = \frac{1}{\cos(\delta_3)} \tag{3.9}$$

Ahora definamos la variable de control como $\mu = T - T_f$, despejando el empuje final del sistema (T) y sustituyendo nuestra T_f , se tiene:

$$T = \mu + \frac{1}{\cos(\delta_3)} \tag{3.10}$$

Cabe recalcar que T_f es el empuje necesario para llegar dentro del límite del control, y así esta forma el control pueda estabilizar al sistema. Dando como empuje final la suma del control más T_f.

Ahora sustituyendo T en donde se encuentre μ_1 en las ecuaciones de desviación (3.7), se

obtiene un cambio de variable en el control que es:

$$\begin{aligned} \dot{z_1} &= z_2 \\ \dot{z_2} &= -\left[\mu + \frac{1}{\cos\delta_3}\right]\sin(z_5+\delta_3) \\ \dot{z_3} &= z_4 \\ \dot{z_4} &= \left[\mu + \frac{1}{\cos\delta_3}\right]\cos(z_5+\delta_3) - 1 \\ \dot{z_5} &= z_6 \\ \dot{z_6} &= \mu_2 \end{aligned} \tag{3.11}$$

Linealizando (3.11) alrededor del origen $z_{ne} = 0$; en la forma $\dot{Z} = AZ + B\nu$, se obtiene entonces que:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{3.12}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.13}$$

Por lo tanto, la ecuación del PVTOL en forma lineal es:

$$\begin{bmatrix} \dot{Z}_1 \\ \dot{Z}_2 \\ \dot{Z}_3 \\ \dot{Z}_4 \\ \dot{Z}_5 \\ \dot{Z}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \nu \tag{3.14}$$

Recordemos que el modelo original del PVTOL es de la forma:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\upsilon \tag{3.15}$$

Al hacer un cambio de variable, se logra escribir a (3.15) en la forma:

$$\dot{Z} = f(z) + g(z)\nu \tag{3.16}$$

Linealizando el sistema alrededor de $Z = 0$, se obtiene:

$$\dot{Z} = AZ + B\nu \tag{3.17}$$

el objetivo ahora es diseñar un control de la forma $\nu{=}-KZ$ y sustituyendo este control en (3.17), se llega a:

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= AZ + BKZ \\ &= (A - BK)Z \end{aligned} \tag{3.18}$$

Para asegurar que todas las trayectorias de la ecuación (3.18) tiendan a cero, se debe de asegurar que $(A - BK)$ sea Hurtwitz.

3.2.1. Regulador Lineal Cuadrático (LQR) con horizonte finito

Este método nos permitirá encontrar la matriz K tal que $(A - BK)$ sea Hurwitz .

El Regulador Lineal Cuadrático con horizonte finito es uno de los problemas más comunes en el control óptimo. Dado un sistema con múltiples entradas [38].

$$\dot{X} = AX + B\nu \qquad\qquad X \in \mathbb{R}^n \quad y \quad \mathbb{R}^p \tag{3.19}$$

Se pretende minimizar la siguiente función:

$$\tilde{j} = \int_0^\infty (x^T Q_x x + u^T Q_u u)dt \tag{3.20}$$

Donde $Q_x \geq 0$ y $Q_u > 0$ son matrices simétricas, positivas de apropiadas dimensiones. Esta función representa un compromiso entra la distancia del estado al origen y el costo (amplitud) de la señal de control.

Mediante la selección de las matrices Q_x y Q_u se puede balancear la velocidad de convergencia de las soluciones con el costo de control.

La solución a este problema es dada por la siguiente ecuación:

$$u = \underbrace{-A^{-1}B^T P}_{k} X \tag{3.21}$$

Donde P ϵ $\mathbb{R}^{nxn}$ es una matriz simétrica definida positiva que satisface la ecuación algebraica de Riccati; dada por:

$$PA + A^T P - PBQ_u^{-1}B^T P + Q_x \tag{3.22}$$

La solución numérica a esta ecuación se puede encontrar de forma sencilla en Matlab usando el comando "lqr".

$$[K, P, e] = lqr(A, B, Q, R, N) \tag{3.23}$$

Mediante este comando se encuentra la constante K, en la siguiente sección se simulará el sistema PVTOL en lazo cerrado con el control óptimo propuesto.

3.2.2. Simulación del Regulador Lineal Cuadrático (LQR) con horizonte finito

El comando "lqr" colocado anteriormente de la ecuación (3.23) en Matlab calcula la ganancia óptima K para un sistema en tiempo continuo donde:

K es el valor que se requiere para aplicarlo al control.

P es la solución a la ecuación algebraica de Riccati.

e Son los eigenvalores de $(A - BK)$.

A y B son las matrices espacio-estado del sistema encontrados en (3.12) y (3.13).

Q y R , Son las matrices de ponderación que balancean la importancia relativa de la entrada y el estado en el costo que se pretende optimizar.

N En todos los casos, el valor por defecto es 0 cuando es omitido, por ejemplo, este caso.

El valor de K que se encuentra con Matlab, se coloca en un bloque de ganancia, haciendo el control por retroalimentación al sistema PVTOL en general y una estabilización en $x = 5$ e $y = 3$[2], como se observa en la figura 3.12.

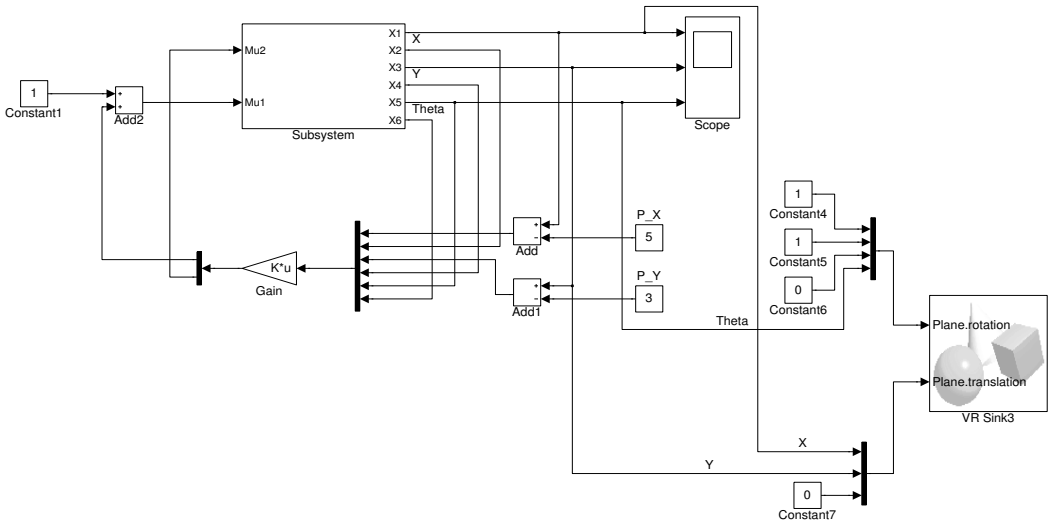


Figura 3.12. Control LQR en Simulink.

[2]Los valores propuestos ($x = 5$ e $y = 3$) han sido elegidos debido a que son números que se encuentran dentro del rango de evaluación para el control lineal (LQR).

La respuesta a los valores propuestos para la estabilización son mostrados satisfactoriamente en la figura 3.13.

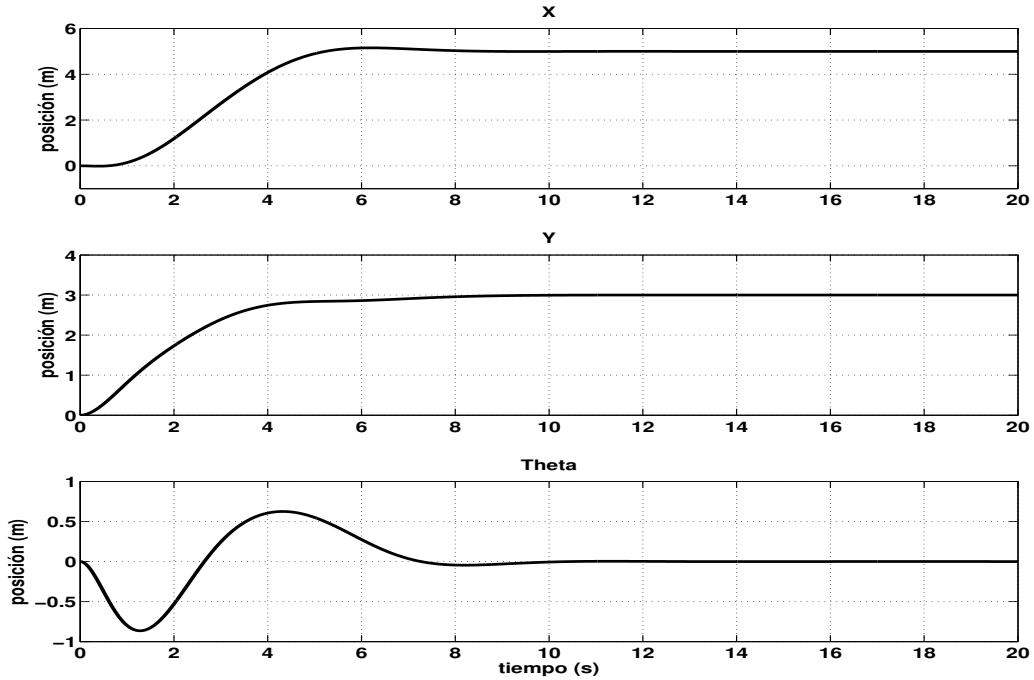


Figura 3.13. Respuesta del control LQR en Simulink.

A continuación se presenta en la figura 3.14 el control implementado a nivel comportamental con modelos en VerilogA, junto con las respuestas (figura 3.15) del sistema estabilizado, donde es posible observar que no existe diferencia sustancial, por lo que el modelo comportamental es adecuado.

3.3 Resultados y simulación del circuito emulador con el control LQR aplicado al modelo de la dinámica vertical del PVTOL

Anteriormente se propuso un control LQR para el sistema PVTOL, realizando de esta manera la estabilización en la posición deseada, dicho control, a partir de ahora, se probará para comprobar los resultados del circuito de emulación propuesto.

La idea principal es comprobar la eficiencia de la aproximación propuesta del coseno, implementado en el sistema y con la finalidad de observar el funcionamiento, se atiende la propuesta acerca del análisis de la dinámica vertical y angular (Y y θ) haciendo a $\epsilon = 0$ cuyo modelo se presenta con las ecuaciones 3.24 y 3.25.

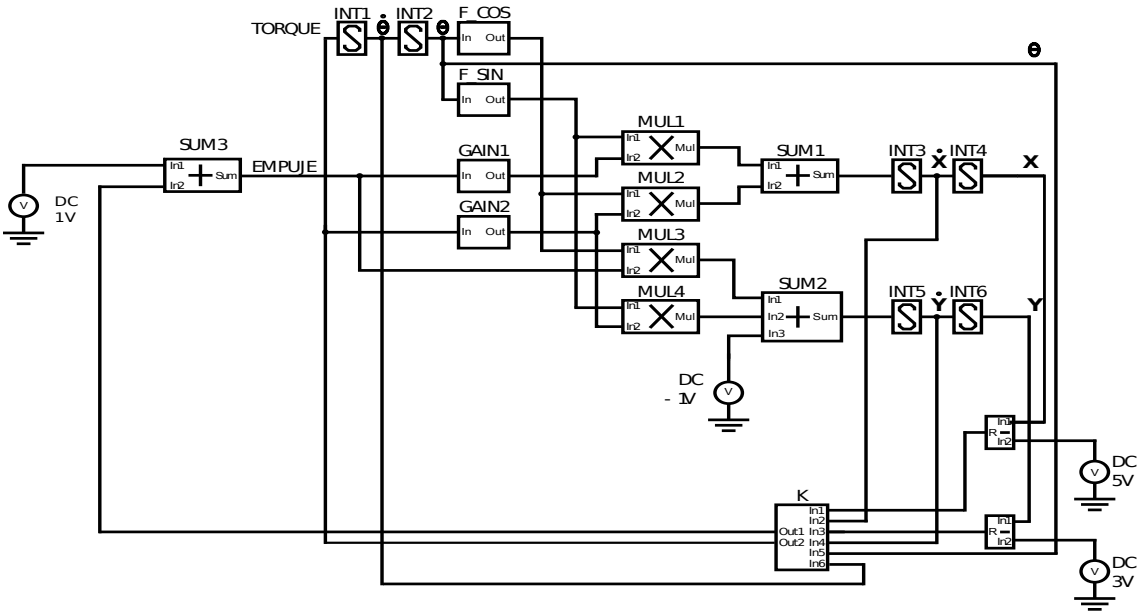


Figura 3.14. Control implementado en modo comportamental con Verilog-A.

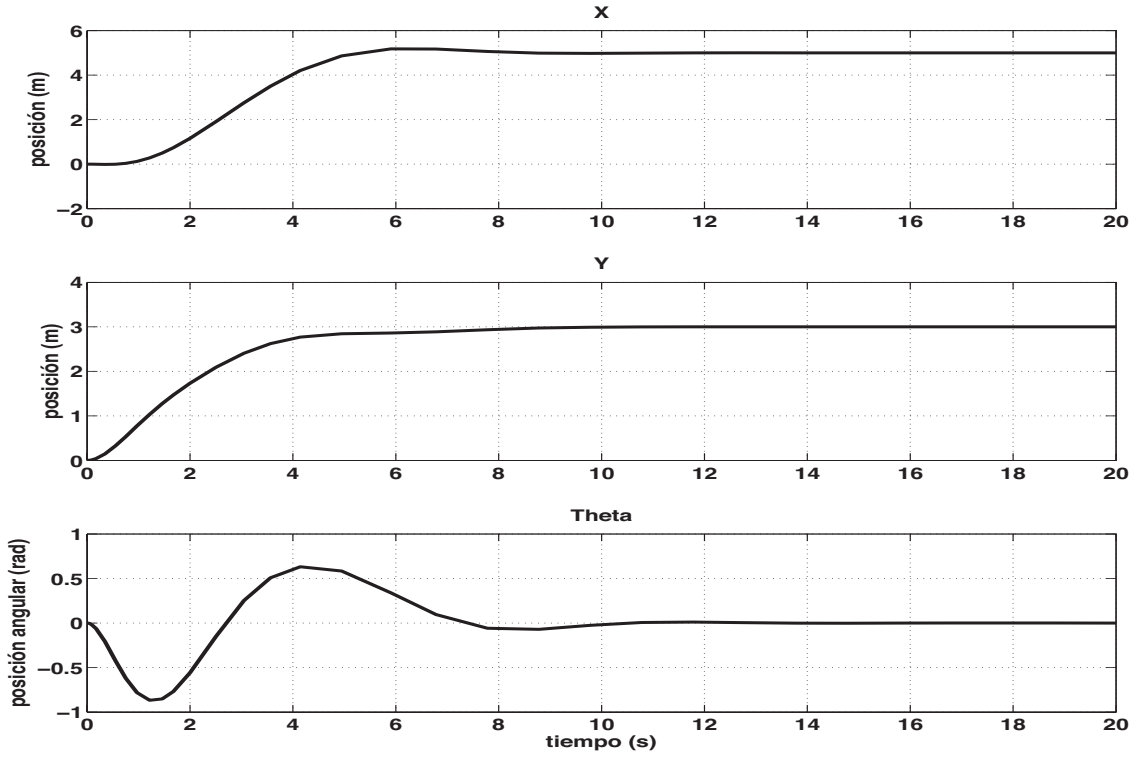


Figura 3.15. Respuesta del control LQR a nivel comportamental en su modo analógico.

$$\ddot{y} = u_1 cos(\theta) - 1 \tag{3.24}$$

$$\ddot{\theta} = u_2 \tag{3.25}$$

En la figura 3.16 se presenta el diagrama a bloques de las ecuaciones 3.24 y 3.25 junto con el control LQR, realizado en un software numérico (Matlab-Simulink).

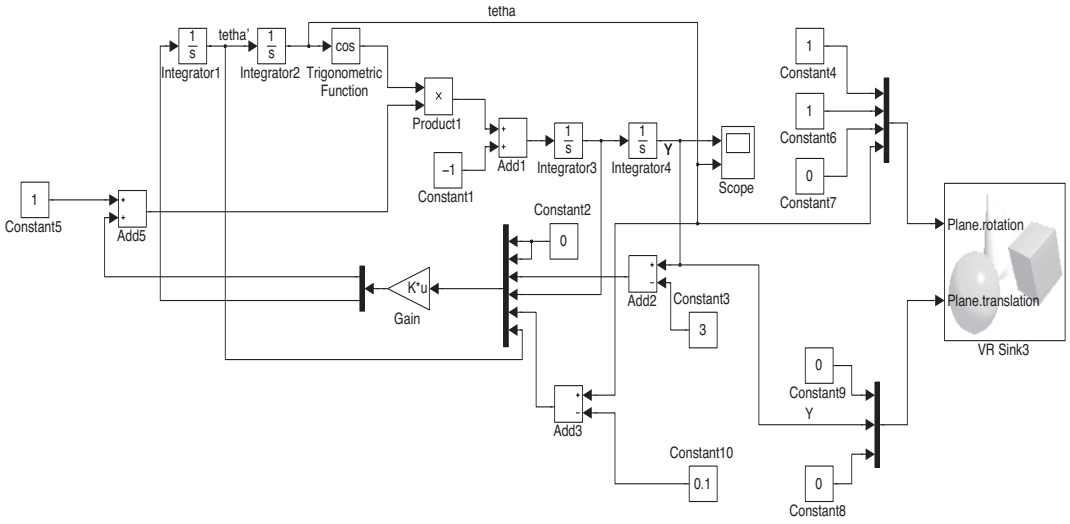


Figura 3.16. Diagrama a bloques de las ecuaciones 3.24 y 3.25 con el control LQR en Simulink.

Por otro lado, la figura 3.17 representa el diagrama a bloques de las ecuaciones mencionadas arriba, implementado con modelos en Verilog-A y simulados en Eldo-Spice.

Es importante recalcar que el bloque "FUN_COS" de la figura 3.16 trae consigo los parámetros de extracción post-layout del circuito que sintetiza la función coseno.

Al igual que las simulaciones en la sección anterior con el control en lazo abierto a diferentes entradas de forma numérica y de forma analógica, también, en esta ocación se compara la respuesta al control analizando el eje vertical Y y el ángulo θ, cuya gráfica se observa en la figura 3.18.

El resultado de las gráficas que se presentan en la figura 3.18 muestran solo una aplicación del circuito emulador creado, implementado con la ley de control LQR alcanzando una estabilización de forma óptima, practicamente sin visualizar diferencia alguna en la respuesta numérica y analógica, demostrando así, la eficiencia del circuito emulador creado.

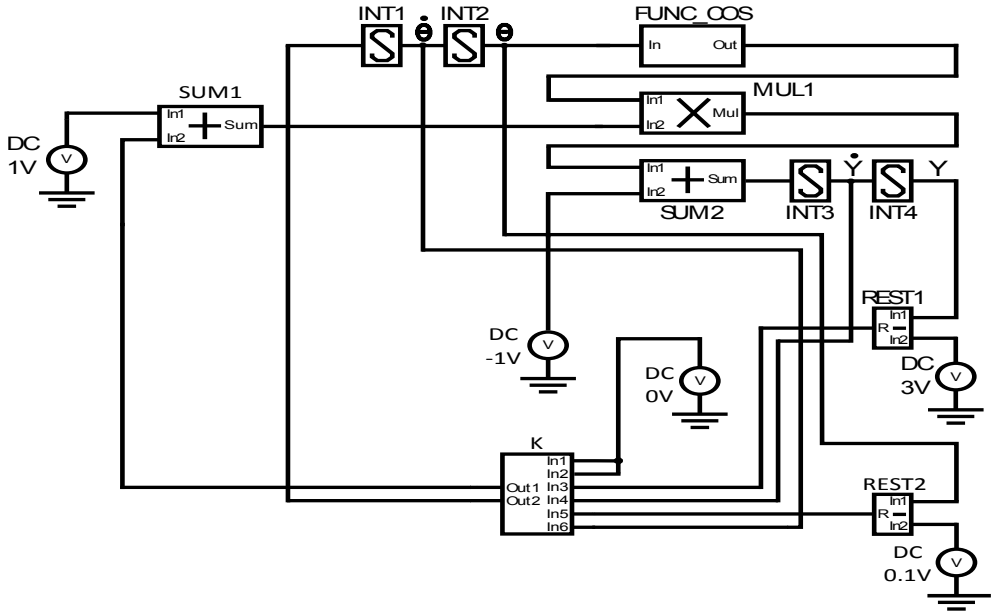


Figura 3.17. Control implementado en modo comportamental de y y θ en Pyxis.

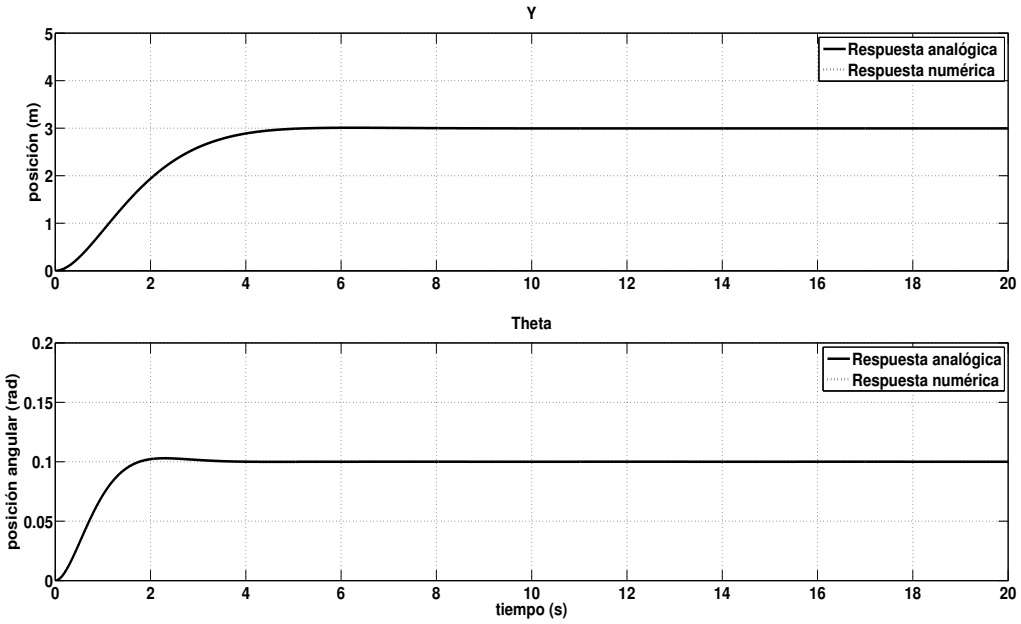


Figura 3.18. Comparación de respuesta numérica y analógica del eje vertical y el ángulo θ

3.3. RESULTADOS Y SIMULACIÓN DEL CIRCUITO EMULADOR CON EL CONTROL LQR APLICADO AL MODELO DE LA DINÁMICA VERTICAL DEL PVTOL

Para finalizar con la presentación de los resultados obtenidos, a continuación, en la figuras 3.19 y 3.20 se presentan el error obtenido de la respuesta analógica para y y θ con el circuito emulador y su estabilización con el control LQR.

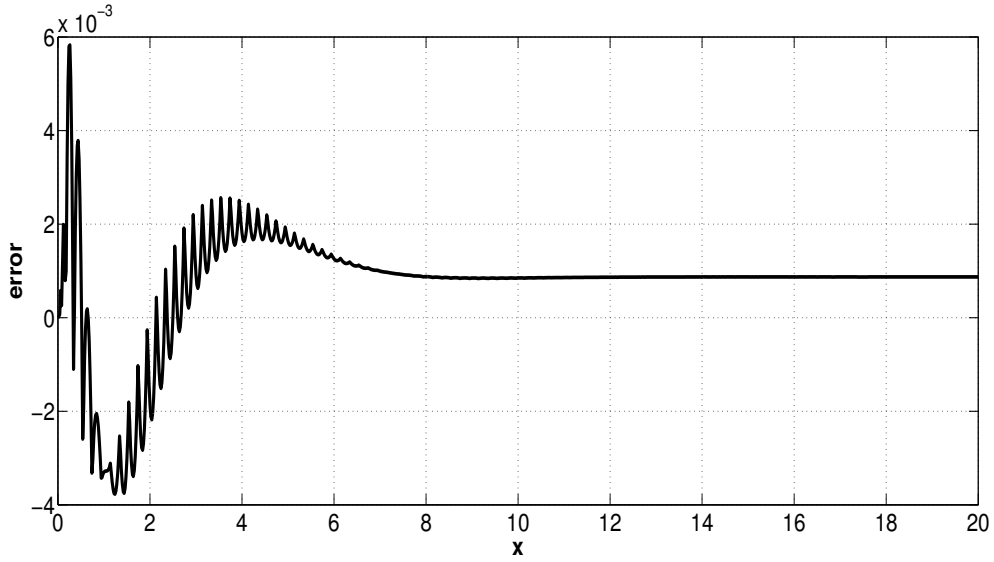


Figura 3.19. Error promedio de la respuesta numérica a la salida de y con el control LQR

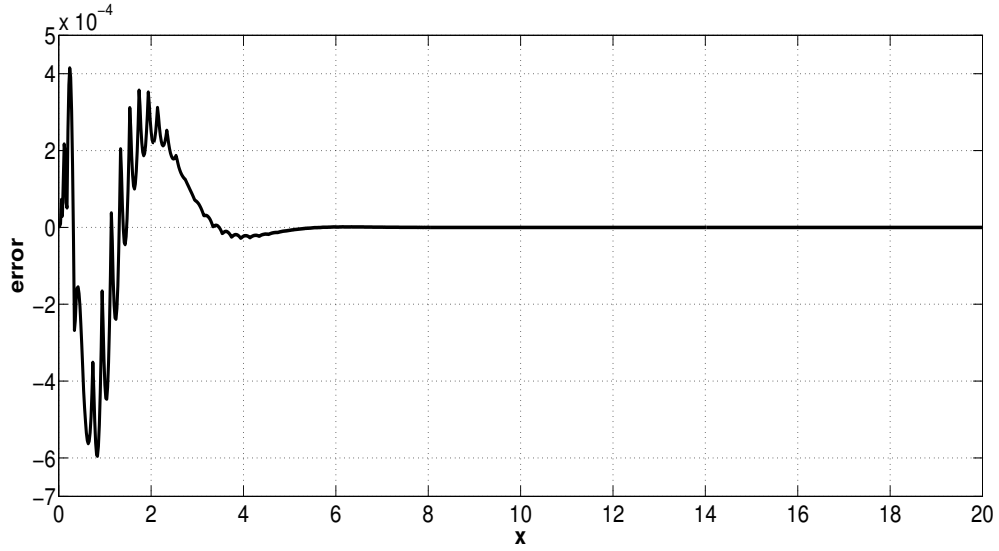


Figura 3.20. Error promedio de la respuesta numérica a la salida de θ con el control LQR

La importancia de las gráficas de error de la figuras 3.19 y 3.20 radica principalmente en que dicho resultado ha sido obtenido mediante el bloque coseno a nivel dispositivo y post-layout.

3.3.1. Observación del error obtenido con el circuito emulador

Es notable observar la casi nulidad del error obtenido en el análisis de la dinámica vertical del PVTOL, este error es tan pequeño que para la aplicación en específico de esta tesis puede ser despreciable. De esta forma, dicha respuesta demuestra la eficiencia del diseño post-layout, siendo capaz de operar de manera eficaz la funcion coseno.

Me interesa el futuro porque es el sitio donde voy a pasar el resto de mi vida.

Woody Allen

CAPÍTULO

4

Conclusiones y trabajo a futuro

El trabajo de tesis reportado en este documento consistió en una alternativa diferente para la solución de las ecuaciones no lineales que describen a los sistemas dinámicos mediante el procesamiento de señales de forma analógica, lo cual presenta ventajas sobre los metodos numericos, cuyas aplicaciones son comunes actualmente con el uso de procesadores digitales.

Durante el desarrollo, se ha presentado la creación de un circuito emulador electrónico mediante la propuesta de una nueva topología capaz de generar la función coseno a nivel transistor, trabajando en modo voltaje y haciendo uso de un número reducido de transistores.

Los aspectos más importantes en el desarrollo del trabajo:

- La topología usada para la aproximación de la función no lineal coseno es un novedoso circuito analógico que es resaltado por su simplicidad y su eficiencia a la salida. Es un circuito de creación propia no empleado en ninguna literatura existente hasta el momento.
- La implementación en modo voltaje conlleva beneficios en términos de compatibilidad, ya que no necesita de una conversión voltaje-corriente-voltaje.
- Una aplicación extra encontrada en la observación del comportamiento final del circuito emulador, es el de un multiplicador de frecuencia, teniendo a la entrada 1 MHz y a la salida una onda cosenoidal de 2 MHz, que puede tener un uso potencial en sistemas de comunicación.

- La frecuencia de trabajo del circuito ideal (1 MHz) comparado con el layout (simulación con elementos parásitos) ha sido igualado.

4.1 Trabajo a futuro

Como trabajo a futuro se espera:

- Preparar un IC para su fabricación y su caracterización, con el fin de adaptarlo a un sistema que requiera la función deseada como un modelo.

- Profundizar en el análisis teórico de la generación de la función coseno alcanzada con el circuito de mapeo.

- Analizar un multiplicador de frecuencia obtenido, proponer una topología sencilla apartír del circuito creado que conste de no más de 10 transistores y mostrar que el multiplicador puede operar en aplicaciones cuyas señales son de alta frecuencia.

- Proponer y realizar topologías nuevas en base a circuitos CMOS para los bloques restantes del sistema PVTOL (multiplicador, sumador, integradores, etcétera).

Se ha propuesto una solución alterna mediante el método analógico para el análisis de modelos matemáticos, ha sido propuesto, aunque cabe aclarar que el uso de cualquier método dependerá de la aplicación.

Con la perspectiva analógica en su totalidad se pueden ofrecer muchas mejoras para el análisis de sistemas modernos (como se demostró en este trabajo) que van cambiando y haciendose cada vez más y más complejos.

Como conclusión general, hay mucho por mirar y explorar en el diseño electrónico. Hoy en día, es importante abrazar una visión mucho más amplia referente a dos puntos, el diseño analógico y el diseño digital. Mediante la cooperación y la realización entre ambas disciplinas es posible provocar un gran avance tecnológico [39].

Apéndices

A. Reporte de invención

Sometido y aprobado en el programa 2014 de apoyo al registro de patentes convocado por la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, donde se reporta y se explica a detalle la topología para realizar la función no lineal coseno.

REPORTE DE INVENCIÓN

INFORMACIÓN GENERAL DEL INVENTO

Título:
"Circuito Analógico Generador de la Función Trigonométrica Coseno "

Palabras clave (máximo 5):
Circuito Integrado, Procesamiento Analógico, Función No Lineal.

Inventor(es):
JOSÉ REYES ROSALES, VÍCTOR RODOLFO GONZÁLEZ DÍAZ, JOSÉ FERMI GUERRERO CASTELLANOS.

INFORMACIÓN TÉCNICA

a. Introducción (*máximo dos cuartillas*):

La mayoría de los sistemas y variables en la naturaleza evolucionan de manera continua y con un comportamiento no lineal. Es decir, la variación de su amplitud y evolución en el tiempo están bien definidas en magnitud y en todo el horizonte temporal. Las aplicaciones de electrónica y procesamiento de señales han tenido un gran impacto gracias a la evolución en el diseño y fabricación de los Circuitos Integrados, permitiendo el desarrollo de microprocesadores y procesadores digitales de señales, de tal forma que el procesamiento de las señales se realice en tiempo y amplitud discreta. Sin embargo, las exigencias en términos de velocidad y las tecnologías empleadas en los circuitos de muestreo y retención provocan efectos adversos como los errores de cuantización, resultado que las señales no estén bien definidas en todo rango de amplitud y tiempo.

No obstante, al tener un mundo invariablemente analógico, los circuitos eléctricos deben capturar y entregar la información en forma analógica. Las ventajas del procesamiento completamente analógico son principalmente la ausencia del error de cuantización y una mayor velocidad de procesamiento. Un ejemplo claro de las ventajas del procesamiento analógico es la generación las señales en Radio Frecuencia para los sistemas de comunicaciones. Aunque el procesamiento de la información es digital, la transmisión final se realiza en el espectro electromagnético a través de cambios de fase en un oscilador completamente analógico [1-5]. Otra aplicación de los circuitos analógicos es la síntesis de modelos dinámicos donde es importante enfatizar la presencia de funciones no lineales (como el coseno, seno, exponenciales, entre otras). Las funciones no lineales en ecuaciones diferenciales representan un problema muy complicado y difícil de resolver, que al momento de llevarlos a un sistema digital requiere una gran cantidad de recursos.

Este documento describe brevemente una implementación de la función trigonométrica Coseno (cos(x)) mapeado mediante un circuito electrónico a nivel transistor, obtenido a partir de una topología de implementación sencilla, implementado con pocos recursos y obteniendo una respuesta satisfactoria. Al analizar y comparar la topología con las existentes [4] se puede notar que la propuesta tiene aplicaciones en procesamientos de

1

B. Publicación

Presentado al 14th. International Congress on Computer Science (CORE 2014)

Design of Transistor Level Circuit for Cosine Wave Mapping Function: Applied to Dynamics Models

J. Reyes-Rosales, V. González-Díaz, and J.F. Guerrero-Castellanos

Facultad de Ciencias de la Electrónica-BUAP. Av. San Claudio y 18 Sur, Col. San Manuel, C.P. 72570, Puebla, Pue. México
{jreyes, vrgdiaz,fguerrero}@ece.buap.mx

Abstract. This brief focuses on the design of analog circuits generating a trigonometric mapping function, such as the cosine function. The designed mapping circuit is to be used as a core component for a circuit emulating the non linear behavior such PVTOL (Planar Vertical Take-Off and Landing). With the analog solution for trigonometric synthesis functions the designer expects a continuous time response with no quantization error. In order to test the proposed approach, the vertical dynamics of a PVTOL system is emulated.

Keywords: Aircraft, Dynamic Model, Nonlinear Systems, Electronic Applications, Circuits Design, Nonlinear Equations, Continuous time systems.

1 Introduction

In the late 1970s and early 1980s "analog" was considered obsolete, anyone seriously contemplating the analog design was out of the modern age of electronic circuit design. This view changed abruptly with the ASIC revolution of the mid-1980s. Indeed, much analog did migrate into some digital form [1] and [2] .

Even today more than ever are becoming more functions and problems working with microcontrollers, microprocessors and useful devices for processing digital signals.

However the higher the amount of digital systems which are created for the data acquisition and process control interface circuits also more internally using analog circuits to operate at a continuous rate as in the case of high speed dividers are required, emulators for real-time control, analog processors focused on the area of the image, signal generators, etc... [3] , [4], [5], [6], [7]. To design embedded circuits, designers must understand the basic principles of analog design. This is to achieve a good performance at a reasonable cost [8].

This paper mainly focuses on the generation of cosine trigonometric function, noticing the problematic that has in certain analog solution analyzed mostly in the control area with non-linear models, such as VTOL (Vertical Take-off and Landing) and PVTOL (Planar Vertical Take-Off and Landing) nonlinear systems

Bibliografía

[1] V. M. Alfaro. "Métodos numéricos para la solución de ecuaciones diferenciales ordinarias(EDO)". Master's thesis, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Costa Rica, 2005.

[2] O. Mayr. "The Origins of Feedback Control", Reviewed by D. D. Pidhayny. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 17(2):283–284, 1972.

[3] R. C. Dorf and R. H. Bishop. *"Sistemas de control moderno"*. Prentice Hall, 2005.

[4] R. M. Murray. *"Control in an Information Rich World, Report of the Panel on Future Directions in Control Dynamics, and Systems"*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003.

[5] P. E. Zudanaisky. *"Sistemas Dinámicos, Teorías y Métodos Numéricos Computacionales"*. Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires, 2006.

[6] K. Ogata. *"Ingeniería de Control Moderna"*. Prentice Hall, 1998.

[7] M. Arahal, M. Berenguel, and F. Rodríguez. *"Técnicas de predicción con aplicaciones en ingeniería"*. Publidisa, 2006.

[8] J.F. Guerrero. "Una breve introducción al control de sistemas lineales". Notas de curso, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, verano 2011.

[9] C. Bernal. *"Metodología de la investigación para administración, economía, humanidades y ciencias sociales"*, page 56. Pearson Educación, 2006.

[10] J. J. Cortez, M. E. González, and V. D. Pinilla. "Introducción al análisis numérico y tratamiento de errores". Notas de curso, Universidad Nacional Autónoma de México, 2011.

[11] J. Fernández. *"Metodología de la investigación para administración, economía, humanidades y ciencias sociales"*, page 26. Universidad Nacional Autónoma de México, 1982.

[12] J. E. Fernández. *"Iniciación a los métodos numéricos"*. Universidad de La Rioja, 2012.

[13] A. A. Rubio and G.V Raffo. "Manual de simulink para la asignatura de teoría de sistemas". Notas de curso, Escuela Superior de Ingenieros. Depto. de Ingeniería de sistemas y Automática. Universidad de Sevilla, Marzo 2009.

[14] J. G. Proakis. *"Digital signal processing: principles, algorithms, and application-3/E."*. Prentice-Hall, 1996.

[15] A. O'Hagan. "Bayesian Analysis of Computer Code Outputs: A Tutorial". Notas de curso, University of Sheffield, UK, Agosto 2004.

[16] J. E. Tomayko. "Helmut Hoelzer's Fully Electronic Analog Computer". In *Annals of the History of Computing*, volume 7, pages 227–240, 1985.

[17] J. V. Barchiesi. *"Introducción al Procesamiento Digital de Señales"*. EDICIONES UNIVERSITARIAS DE VALPARAISO, 2008.

[18] Antonio Rubio, Josep Altet, Xavier Aragonés, José Luís González, Diego Mateo, and Francesc Moll. *"Diseño de circuitos y sistemas integrados."*. Edicions UPC, 2003.

[19] Y. Miyahara, Y. Oumi, and S. Moriyama. "Design methodology for analog high frequency ICs". In *33rd Design Automation Conference Proceedings*, pages 503–508, Las Vegas, NV, 1996.

[20] Cadence. "Affirma^{TM} Verilog-A Language Reference". Tutorial, Cadence Design Systems, Inc., July 2001.

[21] A. Pe na, V. R. González, and F. Maloberti. "$\sum\delta$ Modulator whit Op-Amp Gain Compensation for Nanometer CMOS Technologies". In *IEEE Third Latin American Symposium on Circuits and Systems (LASCAS)*, pages 1 – 4, Puebla-México, 2012.

[22] R Jacob Baker. *"CMOS Circuit Design, Layout, and Simulation-3/E."*. Wiley-IEEE Press, 2010.

[23] H. Sira and M. Fliess. "Regulation of Non-minimum Phase Outputs in a PVTOL Aircraft". In *37th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 4222 – 4227 vol.4, Los Andes Univ., Merida, Venezuela, 1998.

[24] J. Hauser, S. Sastry, and G. Meyer. "Nonlinear control design for slightly nonminimum phase systems: Application to v/stol aircraft". *Automática*, 28, no. 4:665–679, 1992.

[25] Ph. Martin, S. Devasia, and B. Paden. "A different look at output tracking: control of a vtol aircraft". *Automática*, 32, no. 1:101–107, 1996.

[26] A. Zavala, I. Fantoni, and R. Lozano. "Global stabilization of a PVTOL aircraft model with bounded inputs". In *Conference on Decision and Control*, pages 4462–4467, Las Vegas, Nevada USA, 2002.

[27] R. Wood, B. Cazzolato, and D. Halim. "A Global Non-linear Control Design for a PVTOL Vehicle with Aerodynamics". In *44th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 7478 – 7483, Adelaide, Australia, 2005.

[28] L. A. Daniela. "Global stabilization of the PVTOL aircraft with lateral coupling and bounded inputs". Master's thesis, INSTITUTO POTOSINO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA, A.C. IPICYT, 2008.

[29] J. Volder. "The CORDIC Trigonometric Computing Technique". *RE Trans. Electronic Computing*, EC-8:330–334, September 1959.

[30] N. Hernández Cruz. "Transformada discreta del coseno realización analógica". Master's thesis, Instituto Nacional de Astrofísica Óptica y Electrónica, Puebla, México, 2003.

[31] E.Seevinck. "Simple, wide-range approximations to trigonometric and inverse trigonometric functions useful in real-time signal processing". *IEEE Electronic Circuits and Systems, IEE Proceedings G*, 128(1):41–45, 1981.

[32] M. B. Juan. "Diseño vlsi de un sistema difuso en modo corriente e interfaz de entrada en modo voltaje". Master's thesis, INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL, 2007.

[33] S. Takagi. "Analog Circuit Design in the Last Decade and Their Trends toward the 21st Century". *IEICE Trans. Fundamentals*, E84-A(1):68–79, 2001.

[34] A. Surano, E. Bonizzoni, and F. Maloberti. "On-Chip Sine Wave Frequency Multiplier for 40-GHz Signal Generator". In *Research in Microelectronics and Electronics*, pages 284–287, University of Pavia, Pavia- ITALY, 2009.

[35] Benjamin C Kuo. *Sistemas de control automático*. Pearson Educación, 1996.

[36] Vivian K. Johannsen Thomas Nord-Larsen. "A state-space approach to stand growth modelling of European beech". *INRA, EDP Sciences*, 64:365–374, 2007.

[37] S. Domínguez, P. Campoy, J. M. Sebastián, and J. Jiménez. *"Control en el Espacio de Estado"*. Prentice Hall, 2006.

[38] K. J. Astrom and R. M. Murray. *"Feedback Systems, An Introduction for Scientist and Engineers"*. Princeton, 2008.

[39] Barrie Gilbert. Analog design in the information age. In *Bipolar/BiCMOS Circuits and Technology Meeting, Proceedings of the 2001*, pages 118–123. IEEE, 2001.