

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla  
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas  
Posgrado en Física Aplicada

**“Diversas aplicaciones de la teoría de cristales  
fotónicos: de osciladores mecánicos a microtúbulos  
neuronales”**

Presenta:

**Noemí Sánchez Castro**

Como requisito parcial para obtener el grado de:

**Doctora en Física Aplicada**

Asesores de tesis:

**Dra. Martha A. Palomino Ovando**

**Dr. J. Eduardo Lugo Arce**

1 5 7 8  
Diciembre. 2018

## Agradecimientos

A CONACYT por las becas nacional y mixta que hicieron posible el desarrollo de este trabajo.

A Jocelyn Faubert, director del Laboratorio de Percepción Visual en la Universidad de Montreal, por dejarme hacer uso de su equipo e instalaciones.

Gracias a mis asesores: Dra. Palomino y Dr. Lugo, por su tiempo y enseñanzas.

Gracias a mi familia (mama, papá, Coral, Igor, Chris, Naya...), que aunque extendidos por el globo terráqueo siempre los siento cercanos.

Sergio: Muchas gracias por todas las pláticas científicas, pero especialmente por todas las demás. Gracias por pasar conmigo veranos increíbles y hacer los inviernos más cálidos. Te amo.

Inés: gracias por recordarme todas las cosas buenas todos los días y por ser una fuente inagotable de amor. Te amo. Es un privilegio ser tu mamá.

# Índice

<b>Agradecimientos</b>	<b>2</b>
<b>Índice</b>	<b>3</b>
<i>Introducción.</i>	5
<i>Desarrollo del proyecto.</i>	7
<b>Capítulo 1.</b>	<b>8</b>
<i>Marco teórico.</i>	8
1.1 <i>¿Qué es un cristal fotónico?</i>	8
1.2 <i>Estudio de los campos electromagnéticos en un cristal fotónico.</i>	9
1.3 <i>Localización de la luz mediante la inserción de un defecto en la estructura.</i>	13
1.4 <i>Transmisión de una onda electromagnética a través de un cristal fotónico con una capa defecto.</i>	13
1.5 <i>Campos electromagnéticos dentro de un cristal fotónico con una capa defecto.</i>	14
1.6 <i>Cálculo de las fuerzas electromagnéticas dentro de un cristal fotónico con una capa defecto.</i>	17
<b>Capítulo 2.</b>	<b>22</b>
<b>Análisis teórico y uso de la teoría de cristales fotónicos para tres diferentes aplicaciones.</b>	<b>22</b>
2.1 <i>Primera aplicación. Oscilador fotónico.</i>	22
2.1.1 <i>Modelo teórico de las oscilaciones de un cristal fotónico.</i>	22
2.1.2 <i>Auto-oscilador fotónico</i>	24
2.1.3 <i>Condición de auto-oscilación.</i>	24
2.1.4 <i>Caracterización del oscilador fotónico forzado.</i>	25
2.1.5 <i>Inclusión de un material con pérdidas en la estructura fotónica.</i>	26
2.1.6 <i>Importancia de usar cristales fotónicos unidimensionales en la generación de fuerzas electromagnéticas.</i>	27
2.2 <i>Segunda aplicación. Caracterización de las propiedades mecánicas de un cristal fotónico: medición de la constante de elasticidad y el módulo de Young.</i>	28
2.3 <i>Tercera aplicación. Análisis de un sistema biológico con simetría de multicapas: los microtúbulos.</i>	29
2.3.1 <i>¿Dónde están y cómo funcionan los microtúbulos?</i>	30
2.3.2 <i>Un enfoque diferente para el análisis de la actividad neurónica en MT.</i>	32
2.3.3 <i>Modelo teórico de las oscilaciones neurales.</i>	33
2.3.4 <i>Simulación de numérica de los Microtubulos.</i>	36
<b>Capítulo 3.</b>	<b>37</b>
<b>Desarrollo experimental.</b>	<b>37</b>
3.1 <i>Dispositivo fotónico: materiales y métodos.</i>	37
3.1.1 <i>Fabricación del Silicio Poroso.</i>	37
3.1.2 <i>Fabricación del dispositivo fotónico.</i>	38
3.2 <i>Oscilador fotónico forzado.</i>	41
3.2.1 <i>Configuración experimental.</i>	41
3.3 <i>Auto-oscilaciones y medición experimental del módulo de Young.</i>	42
3.3.1 <i>Configuración experimental.</i>	42
3.3.2 <i>Medición de las propiedades mecánicas.</i>	43

	4
3.4 <i>Obtención experimental de la transmisión eléctrica a través del MT.</i>	44
3.4.1 Extracción y preparación de los microtúbulos.	44
3.4.2 Medición de la transmisión eléctrica a través de un solo microtúbulo.	45
<b>Capítulo 4.</b>	<b>47</b>
<b>Resultados.</b>	<b>47</b>
4.1 <i>Comparación de los resultados teóricos y experimentales para el oscilador fotónico</i>	47
4.1.1 Estimación de los parámetros $\langle a_x \rangle_T$ , $h$ y $\omega_0$ .	47
4.1.2 Fuerza electromagnética en el dispositivo fotónico.	49
4.1.3 Optimización de las oscilaciones para cada forma de señal.	53
4.1.4 Optimización de las oscilaciones con la inclusión de una capa metálica.	56
4.1.5 Importancia de usar cristales fotónicos unidimensionales en la generación de fuerzas electromagnéticas.	57
4.2 <i>Resultados teóricos y experimentales de las auto-oscilaciones.</i>	59
4.2.1 Influencia de las fluctuaciones del láser, vibraciones mecánicas y factores externos en el origen de las auto-oscilaciones.	59
4.2.2 Resultados experimentales de la medición de auto-oscilaciones.	60
4.2.3 Comparación del modelo teórico con los resultados experimentales.	62
Oscilación de 16 Hz.	62
4.2.4 Propiedades mecánicas del Silicio Poroso sin sustrato.	66
4.3 <i>Reproducción de la transmisión a través del microtúbulo. (Comparación con resultados experimentales).</i>	67
<b>Capítulo 5.</b>	<b>70</b>
<b>Conclusiones.</b>	<b>70</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>

## Introducción.

La principal motivación de la mayoría de los avances tecnológicos ha sido producto del intento humano por entender y mejorar su entorno. Entre otros estudios importantes, el entendimiento profundo de las características y propiedades de los materiales ha sido un punto clave en este desarrollo.

Eventualmente, nuestros ancestros aprendieron a hacer más que sólo tomar los recursos naturales inmediatos. Mediante la manipulación de los materiales existentes, se produjeron sustancias con propiedades diferentes e incluso más útiles. Ahora, la manipulación se lleva a cabo con procesos mucho más sofisticados, lo que ha llevado a la obtención de diversos tipos de materiales con igual número de propiedades diferentes.

Una de las propiedades más interesantes de los materiales es su capacidad para obstruir o dejar pasar luz, es decir sus propiedades ópticas. En los últimos años, la revolución tecnológica exige dispositivos cada vez más eficientes, es por esta razón que las propiedades ópticas de los materiales empiezan a ser estudiadas para novedosas aplicaciones ya que ofrecen un amplio ancho de banda y una velocidad de ejecución de gran potencial.

La búsqueda de este tipo de dispositivos y aplicaciones basados en las propiedades ópticas de los materiales a dado paso a una nueva área de investigación llamada fotónica. La idea de fabricar estos dispositivos ópticos, cuyos objetivos principales son confinar, controlar y guiar luz, resulta entonces muy prometedora. Sin embargo, se topa con las propiedades ópticas de los materiales en la naturaleza: los materiales reflectantes (conductores) tienen pérdidas a longitudes de onda ópticas, mientras que los materiales refractivos (dieléctricos) en bulto no confinan modos en el orden de magnitud de la longitud de onda requerida. En la búsqueda de una solución, la investigación ha sido dirigida hacia el campo de los dispositivos con cristales fotónicos (CF) que ofrecen las características requeridas y además pueden ser fabricados en silicio. [1]

La idea es diseñar el cristal fotónico de tal manera que afecte a las propiedades de los fotones de una manera similar en la que los cristales semiconductores afectan las propiedades de los electrones. Entonces, el concepto análogo al *bandgap* electrónico en semiconductores será la banda fotónica prohibida en los cristales fotónicos. [2]

Una manera de enfatizar lo especial que es un material fotónico, es entender que este material rechazará la luz porque no hay estados electromagnéticos disponibles dentro del material. [3] Esta afirmación es cierta para cristales fotónicos perfectos. Un defecto en el cristal conduciría a obtener estados fotónicos localizados en la banda prohibida. Las propiedades del estado fotónico estarían dictadas por la naturaleza del defecto, esto lleva a una habilidad de manipulación importante que discutiremos más adelante a lo largo de este trabajo.

Por otro lado, aunado a esta idea de estructuras fotónicas, está el concepto de presión de radiación. Generalmente, la presión de radiación es suficientemente grande para manipular micro-objetos, por ejemplo, las pinzas ópticas son usadas para hacer levitar virus, bacterias, células y organismos sub-celulares. [4] Motivados por el rápido desarrollo de los sistemas micro electromecánicos, las investigaciones se han dirigido hacia nuevos principios de trabajo de micro-motores electromagnéticos, pero el problema principal es que la presión de radiación es demasiado pequeña para esta aplicación. En este trabajo se analizarán los efectos de resonancia usados para incrementar esta fuerza bajo un enfoque diferente: un cristal fotónico unidimensional, con base en una cavidad de Fabry-Perot. [5] Mediante el uso de estas estructuras es posible prever una micro máquina impulsada por las fuerzas normales que puede ser usada como un pistón mecánico o en alguna otra aplicación fotónica, un ejemplo es mostrado en trabajos anteriores [6] - [9] que serán estudiados a detalle en los siguientes capítulos.

Los cristales fotónicos también pueden ser encontrados en la naturaleza. Esta es, por ejemplo, la razón por la que los escarabajos *Chrysina resplenders* tienen un color único en sus alas. [10] Otro ejemplo de cristal unidimensional biológico (aunque no fotónico), son los microtúbulos. Analizados bajo un enfoque similar por Bressloff y colegas [11] los

microtúbulos en este trabajo serán estudiados haciendo un símil con la teoría existente para cristales fotónicos.

### **Desarrollo del proyecto.**

En este trabajo se desarrollarán tres diferentes aplicaciones partiendo desde la teoría fotónica existente para sistemas con simetría de traslación unidimensional. La primera aplicación se usa para la caracterización de osciladores mecánicos hechos con cristales fotónicos. En la segunda aplicación, el análisis teórico se usará para la caracterización de las propiedades de un cristal fotónico mediante la medición de su constante de elasticidad  $k$  y Módulo de Young. La tercera aplicación usará las mismas bases teóricas para analizar un sistema biológico con simetría de multicapas: los microtúbulos. La descripción detallada de este análisis será organizada de la siguiente manera: en el Capítulo 1 se expondrán los Fundamentos Teóricos que servirán de base para el estudio de las tres aplicaciones. Posteriormente, hay una subsección para cada aplicación. En el Capítulo 2, subtema 2.1 se expone la teoría de un oscilador y el modelo mecánico obtenido para este sistema en específico. En la subsección 2.2 se resume la teoría de oscilaciones en vigas y la definición de la constante de elasticidad y el módulo de Young. En el apartado 2.3 se presenta una síntesis acerca del sistema biológico estudiado (los microtúbulos). También se exponen los diversos antecedentes teóricos para su modelación matemática.

El procedimiento experimental de cada aplicación se muestra en el Capítulo 3 en sus respectivas subsecciones 3.1 para el experimento del oscilador fotónico, 3.2 para la caracterización mecánica del cristal fotónico y en el 3.3. se resume el experimento realizado con microtúbulos por el grupo de investigación de A. Bandyopadhyay y colegas de la Universidad Amity en India.

Los resultados se muestran en el Capítulo 4. Para cada caso en las respectivas secciones (4.1, 4.2 y 4.3) se discuten los alcances del modelo y sus límites.

Por último, en el Capítulo 5 se expondrán las conclusiones generales y el trabajo a futuro.

La bibliografía se muestra posteriormente. El apéndice es usado para anexar la fabricación

de la estructura de manera detallada y el experimento con microtúbulos.

## Capítulo 1.

### Marco teórico.

#### 1.1 ¿Qué es un cristal fotónico?

En gran medida, puede decirse que el campo de los cristales fotónicos tiene sus orígenes en la estructura multicapas unidimensional, en la cual, capas de dos o más materiales ópticos diferentes son arreglados de forma periódica. [12] Aunque este tipo de estructuras han sido estudiadas por más de un siglo ya, no fue hasta 1970 que Bykov hizo una generalización a otras dimensiones. Esencialmente, él propone el uso de una estructura periódica que sirva para inhibir ciertas frecuencias electromagnéticas. [13] Este tipo de estructuras son entonces llamadas cristales fotónicos e inhiben la propagación de ciertas longitudes de onda, mientras permiten la propagación de otras. Un cristal fotónico es entonces, un medio periódicamente estratificado en el cual capas de material dieléctrico se apilan de forma periódica. El ejemplo más sencillo de un medio periódico consiste en capas alternas de dos materiales diferentes con igual espesor.

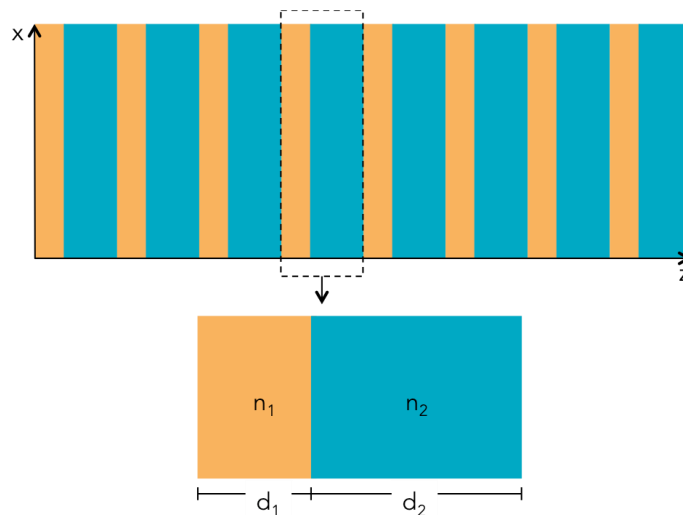


Fig. 1 Ejemplo de un cristal fotónico unidimensional con capas alternadas de índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$  y espesores  $d_1$  y  $d_2$  respectivamente.

Las propiedades ópticas de las capas dependen de diversos parámetros: el ancho y composición química de cada una. Estos parámetros, a su vez, afectan propiedades tales como interferencia, reflexión, absorción e índice de refracción efectivos.

Los cristales fotónicos son, entonces, medios periódicos estratificados construidos mediante variaciones periódicas del índice de refracción del material que los constituye. Esta variación puede ser periódica en una, dos o tres dimensiones. Durante el desarrollo de este trabajo estudiaremos cristales fotónicos periódicos en una sola dimensión. Es importante hacer notar que, aunque a partir de ahora haremos el análisis de la interacción de una onda electromagnética con una estructura multicapas, más adelante en el capítulo 3 ocuparemos una analogía de estos resultados para diferentes aplicaciones.

## 1.2 Estudio de los campos electromagnéticos en un cristal fotónico.

En este análisis, estudiaremos la interacción de luz incidiendo desde el exterior de la capa inicial y atravesando cada una de las capas del cristal fotónico como es representado en la Fig. 2.

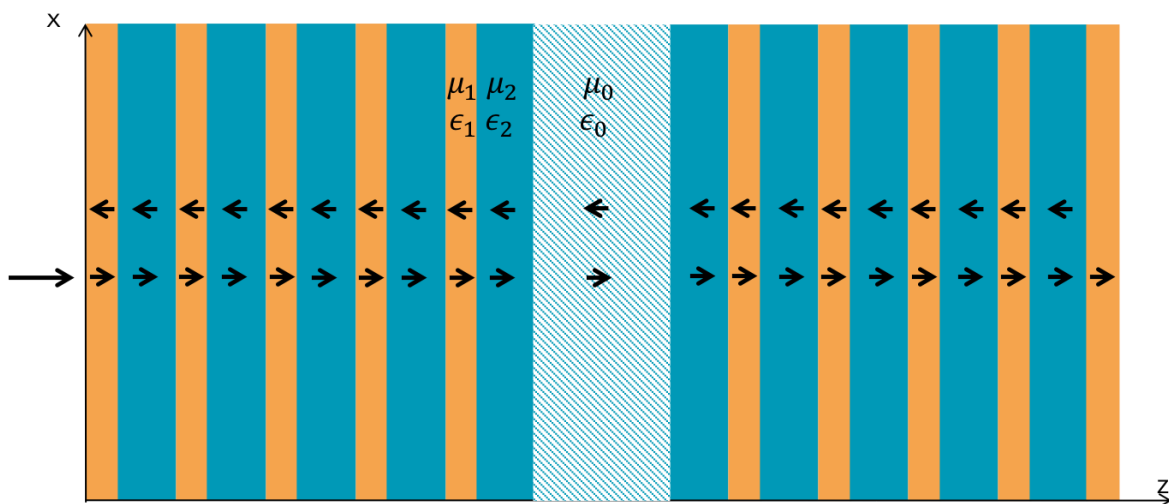


Fig. 2 Las flechas en la figura representan la reflexión y transmisión de la luz incidente en cada capa de un cristal fotónico unidimensional. La luz incide desde el extremo izquierdo en el eje z. Las capas alternadas tienen un índice de refracción  $n_r = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$  y un defecto consistente de una capa de aire en el centro.

La presencia de campos electromagnéticos en este estudio nos conduce naturalmente al uso de las Ecuaciones de Maxwell, debido a que son el conjunto de expresiones que gobiernan el comportamiento de estos campos en un medio. En el Sistema Internacional de unidades, las ecuaciones de Maxwell son:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{Ley de Gauss. (1.1)}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Inexistencia de monopolos magnéticos. (1.2)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Ley de Faraday-Lenz. (1.3)}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{Ley de Ampere. (1.4)}$$

Con  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$  para materiales no magnéticos. Aquí  $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  son los campos eléctrico y magnético,  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$  es el vector de desplazamiento eléctrico,  $\vec{J}$  es la densidad de corriente libre y  $\rho$  es la densidad de carga libre.

Si el campo eléctrico y el campo magnético se escriben como producto de una función que sólo depende de la posición y una que sólo depende del tiempo, esta separación de variables nos conduce a los campos armónicos en la forma:  $\mathbf{E} = \vec{E} e^{-i\omega t}$  y  $\mathbf{H} = \vec{H} e^{-i\omega t}$ .

Así, las ecuaciones (1.1) y (1,2) se simplifican a:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0 \quad (1.5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.6)$$

De la misma manera, para las ecuaciones (1.3) y (1.4) tendremos:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\mu_0\vec{H} \quad (1.7)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = -i\omega\epsilon\vec{E} \quad (1.8)$$

Una ecuación sólo para el campo electromagnético  $\vec{E}$  puede ser obtenida tomando el producto cruz de la ecuación (1.7) y combinando con la ecuación  $\mathbf{E} = \vec{E}e^{-i\omega t}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \omega^2\epsilon\vec{E} \quad (1.9)$$

Empleando la siguiente identidad  $\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \vec{\nabla}^2\vec{E}$  podemos llegar a la ecuación para  $\vec{E}$ :

$$\vec{\nabla}^2\vec{E} + \frac{\omega^2}{c^2}\epsilon_r\vec{E} = 0 \quad (1.10)$$

Donde  $c^2 = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ ,  $\epsilon_r = \epsilon/\epsilon_0$ . Esta es la llamada **Ecuación de Helmholtz** y en adelante se omitirá el subíndice r en  $\epsilon_r$  por simplicidad. Esta ecuación describe la forma en la que una onda electromagnética se propaga en el espacio.

De las ecuaciones anteriores se deduce la ecuación de continuidad, tomando para ello la divergencia de la Ley de Ampere, y teniendo en cuenta que la divergencia del rotacional es cero.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{\nabla} \cdot \vec{j} + i\omega\epsilon\vec{\nabla} \cdot \vec{E} \quad (1.11)$$

$$0 = \vec{\nabla} \cdot \vec{j} + i\omega\epsilon\left(\frac{\rho}{\epsilon}\right) \quad (1.12)$$

$$0 = \overline{\nabla} \cdot \vec{J} + i\omega(\rho) \quad (1.13)$$

Sea, entonces, un cristal fotónico unidimensional como el mostrado en la Fig. 1, a medida que  $z$  varía el medio cambia, el medio es homogéneo en la dirección de  $x$ , así que una solución para la ecuación de Helmholtz se escoge como:

$$E(x, z) = E(z)e^{ik_x z} \quad (1.14)$$

donde  $k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} \sin \theta$ . Esta última expresión también es conocida como vector de onda,  $\theta$  es el ángulo de incidencia,  $\omega$  la frecuencia de la onda electromagnética incidente y  $\epsilon$  la constante dieléctrica del material en el que la onda se propaga.

Para entender el espesor que deben tener las multicapas de un cristal fotónico se puede hacer una analogía con los materiales semiconductores: en un semiconductor, la red atómica presenta un potencial periódico para un electrón propagándose a lo largo del cristal electrónico. La geometría de la red y la fuerza del potencial son tales que, debido a la difracción tipo Bragg que producen los átomos, se produce un espacio (*gap*) dentro de las energías permitidas. Es decir: hay ciertas energías (y sus frecuencias correspondientes) para las cuales el electrón tiene prohibido propagarse en cualquier dirección.

Entonces, si se buscan condiciones para que la luz en un cristal fotónico pueda interactuar y tener fenómenos interesantes, para este caso el “potencial” periódico será debido a la red macroscópica de interfaces dentro del cristal fotónico. Si las constantes dieléctricas de los constituyentes son lo suficientemente diferentes, la difracción de Bragg debido a las interfaces producirá muchos de los fenómenos similares a las que el potencial atómico produce para electrones. Así, un cristal fotónico podrá ser diseñado para tener un rango completo de frecuencias en las cuales la luz incidente no puede existir dentro del cristal, a esto se le llama **banda prohibida**. [14]

### 1.3 Localización de la luz mediante la inserción de un defecto en la estructura.

La luz que se propaga a través de un cristal fotónico interactuando con la modulación periódica del índice de refracción tendrá como resultado la formación de bandas permitidas y prohibidas. Esta estructura de bandas, como ya ha sido mencionado, depende de la geometría específica y composición del cristal fotónico, así como del tamaño de la estructura. Además, estas bandas serán completas en todo un rango de frecuencias. Si se quiere utilizar la existencia de estas bandas, una de las aplicaciones más útiles e interesantes es el diseño de un filtro de transmisión de banda estrecha también llamado resonador de Fabry Perot. [15]

Este filtro puede ser realizado simplemente introduciendo una capa defecto en el cristal fotónico para romper la periodicidad espacial. Esta capa defecto se comportará, en principio, como una cavidad cuando la condición de resonancia se satisfaga. El *modo defecto* estará localizado dentro de las bandas fotónicas prohibidas, algo muy similar a un estado defecto en la banda prohibida de un semiconductor.

### 1.4 Transmisión de una onda electromagnética a través de un cristal fotónico con una capa defecto.

Para mostrar el surgimiento del modo defecto, los resultados de A. Sopaheluwakan [14] han sido reproducidos haciendo uso del conocido método de la matriz de transferencia. Una estructura multicapa con ocho periodos constituidos de dos materiales dieléctricos e índices de refracción  $n_1 = 1.25$ ,  $n_2 = 2.5$  respectivamente. Calculamos la transmisión para dos casos: la multicapa, cuya gráfica es mostrada en la Fig. 2 y la multicapa con una capa defecto en medio de la estructura (curva de transmitancia ilustrada en la Fig. 3). El índice de refracción de la capa defecto será escogido como  $n_d = 2.5$ . A diferencia de la transmitancia a través de una estructura periódica, cuando la capa defecto es introducido,

existe una frecuencia con transmitancia distinta de cero justo en el medio de la banda prohibida.

Estos modos defecto o modos localizados experimentarán un cambio si la capa defecto sufre algún cambio en su longitud o índice de refracción. Es decir, la frecuencia en la que el modo defecto surgirá puede ser elegida mediante el diseño adecuado del cristal fotónico.

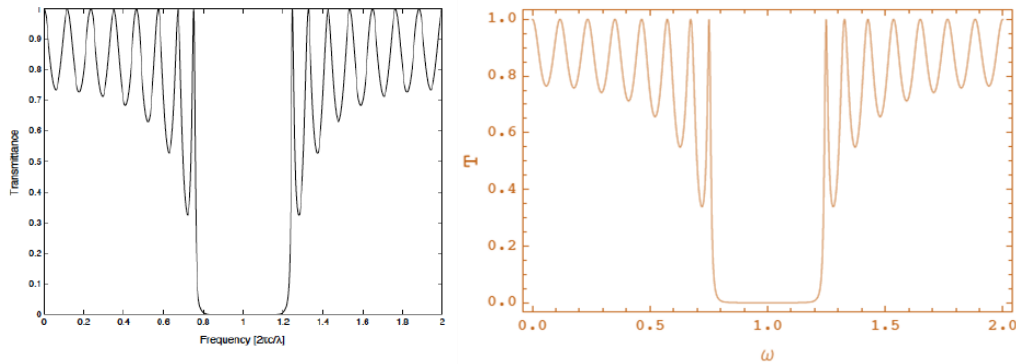


Fig. 3 Curva de transmitancia para una multicapa periódica.

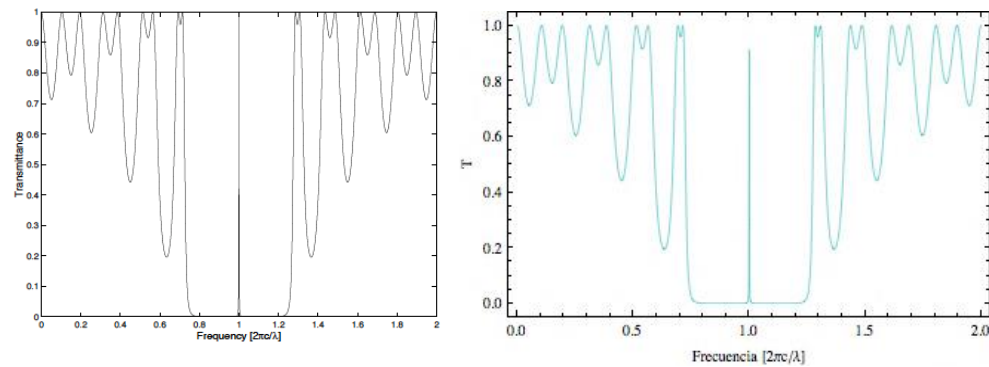


Fig. 4 Curva de transmitancia para una multicapa periódica con un defecto en medio de la estructura.

### 1.5 Campos electromagnéticos dentro de un cristal fotónico con una capa defecto.

Debido a que la finalidad de la primera aplicación es la obtención de fuerzas electromagnéticas a través del cristal fotónico, en esta sección se iniciará el estudio mediante el cálculo de los campos electromagnéticos al interior de la estructura. Consideremos una capa infinita con una capa defecto de ancho  $2L$  localizada en el centro de la estructura. Sea una frecuencia dentro de la banda frecuencia prohibidas. Usando el Teorema de Bloch, la solución a la ecuación de Helmholtz para  $z > L$  es:

$$E(z) = u(z)e^{iK(\omega)(z-L)} \quad (1.15)$$

Teniendo en cuenta que la estructura mostrada en la Fig. 2 incluyendo al defecto posee una simetría de reflexión, la solución puede ser simétrica o antisimétrica con respecto a la reflexión:

$$E(z) = A \cos(k_d z), \quad \text{estados simétricos,} \quad (1.16)$$

$$E(z) = B \sen(k_d z), \quad \text{estados antisimétricos,} \quad (1.17)$$

Ahora, la solución para una estructura fotónica finita como una superposición de una onda monocromática viajando a la derecha y otra viajando hacia la izquierda:  $E(z) = A_N e^{ik_1(z-(L+(N-1)d))} + B_N e^{-ik_1(z-(L+(N-1)d))}$  para la  $N$ -ésima capa con índice  $n_1$  y  $E(z) = C_N e^{ik_2(z-(L+(N-1)d+d_1))} + D_N e^{-ik_2(z-(L+(N-1)d+d_1))}$  para la  $N$ -ésima capa con índice de refracción  $n_2$ .

Entonces, la relación para las amplitudes de las ondas planas es como sigue:

$$\begin{bmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} A_N \\ B_N \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

donde  $M$  está definida como:

$$M_{12} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) e^{ik_1 d_1} & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) e^{ik_1 d_1} \\ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k_1}{k_2}\right) e^{ik_1 d_1} & \frac{1}{2} \left(1 + \frac{k_1}{k_2}\right) e^{ik_1 d_1} \end{bmatrix}$$

Los siguientes resultados han sido derivados por Sopaheluwakan en su trabajo "*Defect states and defect modes in 1D photonic crystals*". Aquí se resumirán los pasos más importantes. Usando la propiedad de periodicidad de  $u(z)$  para obtener:

$$E(L + d) = -E(L)e^{-\rho d} \quad (1.19)$$

donde, en términos de las ondas monocromáticas hacia la derecha y hacia la izquierda,  $E(L + d) = A_2 + B_2$  y  $E(L) = A_1 + B_1$ . La matriz de transferencia relaciona los campos eléctricos de un lado al otro de cada capa N. Mediante el uso de las condiciones de frontera, los campos reflejados y transmitidos pueden ser deducidos de los campos incidentes. De la definición de  $M$ :

$$A_2 = M(1,1)A_1 + M(1,2)B_1, \quad B_2 = M(2,1)A_1 + M(2,2)B_1 \quad (1.20)$$

donde:

$$\begin{aligned} E(L + d) &= (M(1,1) + M(2,1))A_1 + (M(1,2) + M(2,2))B_1 \\ &= -(A_1 + B_1)e^{-\rho d} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Despejando los coeficientes  $A_1$  y  $B_1$  de las ecuaciones anteriores, obtenemos la relación:

$$B_1 = -\gamma A_1, \quad \gamma = \frac{M(1,1) + M(2,1) + e^{-\rho d}}{M(1,2) + M(2,2) + e^{-\rho d}} \quad (1.22)$$

De aquí,

$$E(L) = (1 - \gamma)A_1 \quad \Rightarrow \quad A_1 = \frac{E(L)}{(1 - \gamma)} \quad (1.23)$$

Además:

$$\begin{aligned} E_z(L) &= ik_d(A_1 - B_1) = ik_d(1 + \gamma)A_1 \\ E_z(L) &= ik_d \frac{(1 + \gamma)}{(1 - \gamma)} E(L) \end{aligned} \quad (1.24)$$

De esta manera, se deduce la expresión para el campo electromagnético en dependencia de la posición en el eje z en la estructura. Es decir, es posible conocer el comportamiento de la amplitud del campo eléctrico en cada capa.

En las siguientes gráficas (Fig. 5), usando la Ec. (1.32) se muestra la amplitud del campo eléctrico a lo largo de la estructura en el artículo de referencia (a la izquierda) y el programa que se usará en lo sucesivo (a la derecha) para el análisis de los campos eléctricos en este trabajo.

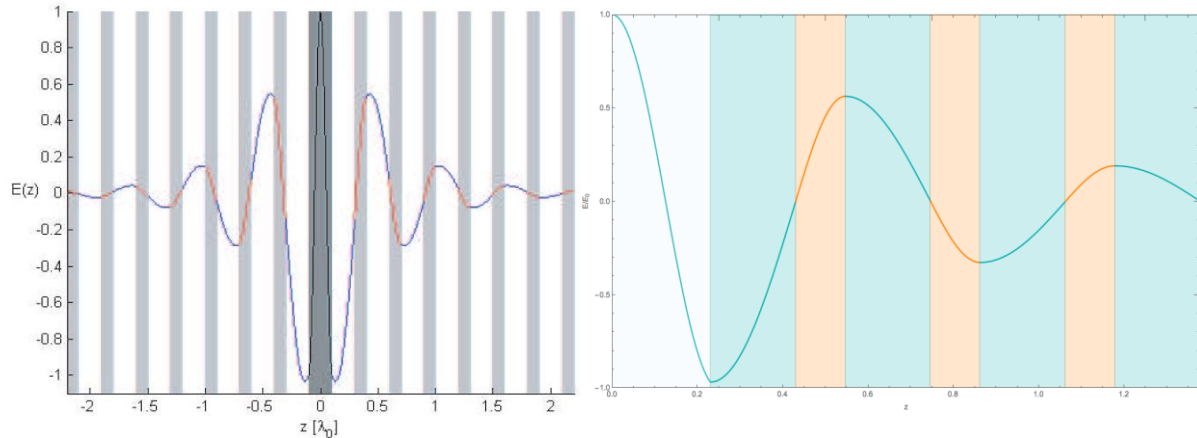


Fig. 5 a) Campo eléctrico para una estructura, la gráfica muestra a la estructura de  $-z$  a  $z$ , en donde la capa defecto es la capa gris oscuro y está al centro de la estructura. b) Campo eléctrico para una estructura con los mismos parámetros que a), en este caso la gráfica muestra a la estructura de  $0$  a  $z$ , donde la capa defecto se muestra a la izquierda de la estructura.

### 1.6 Cálculo de las fuerzas electromagnéticas dentro de un cristal fotónico con una capa defecto.

Como se ha mencionado con anterioridad, el objetivo del trabajo ha sido usar los efectos de resonancia para estudiar las fuerzas electromagnéticas emergentes e incrementarlas. Para establecer los principios de mejoramiento de la fuerza electromagnética, analizaremos el comportamiento del campo electromagnético en cada capa de la estructura fotónica unidimensional. Como se muestra en el trabajo de Li, Dong y Shan [5], al calcular la fuerza electromagnética se puede mostrar que la amplitud de ésta en las capas cercanas al defecto

se incrementa a cierta frecuencia. Las capas en ambos lados del defecto experimentarán la mayor fuerza. Además, existe una **fuerza normal** en cada capa, como es mostrada en la Figura 6.

La densidad de fuerza volumétrica está dada por la siguiente expresión:

$$\vec{f} = \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B} \quad (1.25)$$

Donde  $\rho$  es la densidad instantánea de carga eléctrica,  $\vec{J}$  es la densidad de corriente eléctrica instantánea,  $\vec{E}$  es el campo eléctrico instantáneo y  $\vec{B}$  es la inducción magnética instantánea.

En un material polarizable con densidad de polarización instantánea  $\vec{P}$ , la densidad efectiva de carga eléctrica es  $\rho = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$  y la densidad de corriente efectiva es  $\vec{J} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ . Debido a que el análisis se hace en un material dieléctrico y no existen cargas libres, se tiene que:  $\epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$  y  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ .

La densidad de fuerza volumétrica puede entonces escribirse como:

$$\vec{f} = \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \mu_0 \vec{H} \quad (1.26)$$

Específicamente, para campos armónicos, la densidad de fuerza promediada en el tiempo será:

$$\langle \vec{f} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [-i\omega \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) \vec{E} \times \mu_0 \vec{H}] \quad (1.27)$$

Si se escribe esta fuerza en términos de sus componentes, considerando la polarización TE (Ec. 1.22 para el campo eléctrico) se tiene:

$$\langle \vec{f} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [-i\omega \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E_y \mu_0 H_z^*] \hat{i} + \frac{1}{2} \text{Re} [-i\omega \epsilon_0 (\epsilon_r - 1) E_y \mu_0 H_x^*] \hat{k} \quad (1.28)$$

Es decir:

$$\langle f_x \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [(\epsilon_0 \epsilon_r - \epsilon_0) i\omega E_y \mu_0 H_z^*] \quad (1.29a)$$

$$(1.29b)$$

$$\langle f_y \rangle = 0$$

$$(1.29c)$$

$$\langle f_z \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [ -(\varepsilon_0 \varepsilon_r - \varepsilon_0) i \omega E_y \mu_0 H_x^* ]$$

Sin embargo, si se asume que el material es dieléctrico sin pérdidas, tendremos que  $\varepsilon_r$  es un número real. Por lo que, la ecuación (1.29c) se podrá escribir como:

$$\langle f_x \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ -(\varepsilon_0 \varepsilon_r - \varepsilon_0) i \omega E(x) e^{i(\omega t - \beta z)} \frac{n_0 \sin \theta_0}{\eta_0} E_x^* e^{-(\omega t - \beta z)} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ -(\varepsilon_0 \varepsilon_r - \varepsilon_0) i \omega \mu_0 \frac{n_0 \sin \theta_0}{\eta_0} |E(x)|^2 \right].$$

Es decir,

$$\langle f_x \rangle = 0 \quad (1.30)$$

Se llega a la conclusión de que no habrá fuerza volumétrica en la dirección  $z$  para materiales dieléctricos.

Para obtener la expresión de la densidad de fuerza volumétrica en función de la amplitud de los campos en cada capa, se hará uso de la Ec. (1.29c) y de las expresiones para los campos eléctrico y magnético:

$$E_y = E(z) e^{i(\omega t - \beta z)} \text{ y } H_x^* = \frac{n_l \cos \theta_l}{\eta_0} E(z) [A_l^* e^{ik_l(z-z_l)} - B_l^* e^{-ik_l(z-z_l)}] = \frac{n_l}{\eta_0} \cos \theta_l [A_l e^{-ik_l(z-z_l)} + B_l e^{ik_l(z-z_l)}] [A_l^* e^{ik_l(z-z_l)} - B_l^* e^{-ik_l(z-z_l)}].$$

Así, el producto de la componente  $y$  del campo eléctrico por la componente  $x$  del campo conjugado magnético será:  $E_y H_z^* = \frac{n_l \cos \theta_l}{\eta_0} E(z) e^{i(\omega t - \beta z)} [A_l^* e^{ik_l(x-x_l)} - B_l^* e^{-ik_l(x-x_l)}].$

Si se desarrolla este producto y se sustituye en la Ec. 1.29a se tiene:

$$\langle f_{z_l} \rangle = -(\varepsilon_{rl} - 1) \omega \eta_0 \varepsilon_0^2 n_l \cos \theta_l 2 |A_l| |B_l| \sin(2k_l(z - z_l) + \varphi_{B_l} - \varphi_{A_l}) \quad (1.31)$$

La Ec. 1.31 representa a la densidad de fuerza volumétrica en la  $l$ -ésima capa.

Hasta aquí se ha hecho el análisis de las fuerzas electromagnéticas volumétricas, sin embargo, las fuerzas de densidad superficial tienen un aporte importante en las fuerzas electromagnéticas totales

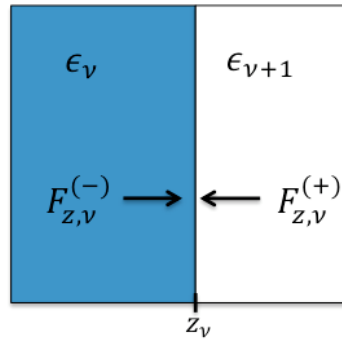


Fig. 6. Interface entre dos capas dieléctricas en las que se forma una densidad de polarización de carga superficial. La representación de las fuerzas electromagnéticas a la izquierda y derecha de la frontera de dos capas de diferente material, cuya constante dieléctrica es  $\epsilon_v$  y  $\epsilon_{v+1}$  respectivamente. La fuerza electromagnética proveniente desde la izquierda se denominará  $F_{z,v}^{(-)}$  y la que proviene de la derecha  $F_{z,v}^{(+)}$ .

Una forma conveniente de modelar este tipo de fuerzas, es mediante la partición de sus cargas en dos sistemas que pueden denominarse cargas de conducción (o libres) y cargas de polarización (o ligadas). Las cargas de conducción serán las de los electrones libres. Parte de ellas, como en los conductores sólidos, o todas ellas, como en los gases ionizados, pueden ser transportadas a través del medio a distancias macroscópicas. Al resto de las cargas del medio se les define como cargas de polarización.

Este último sistema es neutro a nivel molecular y sus cargas sólo se mueven dentro de distancias microscópicas. En la práctica, la anterior forma de partición de las cargas es hasta cierto punto ambigua pero facilita la modelación de los medios.

Aunque, como se sabe, la respuesta de un medio es siempre mixta, se dice que, bajo ciertas circunstancias, un medio es conductor, dieléctrico o magnético si en su respuesta predomina la conducción, la polarización eléctrica o la polarización magnética.

Si definimos a los dieléctricos como aquellos materiales cuya respuesta a un campo eléctrico consiste en la creación de un momento dipolar.

Los dieléctricos están constituidos por moléculas con momento dipolar permanente. A una temperatura distinta del cero absoluto y en ausencia de campo aplicado, los momentos dipolares de cada molécula están orientados al azar, lo que macroscópicamente se traduce en una polarización nula.

La aplicación de un campo eléctrico tiende a alinear los dipolos en la dirección del campo, por lo que en las interfaces entre las capas dieléctricas, se crea una carga superficial de polarización dando lugar a una densidad de fuerza de superficie.

De acuerdo con la relación de constitución para la polarización, la respuesta del material está dada por:

$$\rho_{s,v} = \overline{-1}_\chi \cdot \left( \overline{P}_{v+1}^{(-)} - \overline{P}_v^{(+)} \right) \quad (1.32)$$

Donde  $\overline{P}_{v+1}^{(-)}$  y  $\overline{P}_v^{(+)}$  son la densidad de polarización en las interfaces  $v + 1$  y  $v$  respectivamente y  $\overline{-1}_\chi$  es la constante de susceptibilidad eléctrica lineal del material. La fuerza por unidad de área es obtenida mediante la multiplicación de los campos eléctricos de ambos lados.

Si se define a  $E_{x,v}^{(+)}$  y  $E_{x,v+1}^{(-)}$  como los componentes en  $z$  del campo eléctrico en la frontera de la capa  $v$  y la capa  $v + 1$ , respectivamente, se obtendrá la densidad de fuerza superficial.

$$F_{z,v} = \rho_{s,v} \frac{1}{2} \left( \varepsilon_{z,v}^{(+)} + \varepsilon_{z,v+1}^{(-)} \right) \quad (1.33)$$

Usando la condición de frontera  $\varepsilon_v \varepsilon_{x,v}^{(+)} = \varepsilon_{v+1} \varepsilon_{x,v+1}^{(-)}$  y la ecuación (1.33), la densidad de fuerza superficial en la frontera también se puede escribir como:

$$F_{z,v} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left( \varepsilon_{z,v}^{(+)} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_v^2}{\varepsilon_{v+1}^2} - 1 \right) \quad (1.34)$$

La densidad de fuerza superficial estará dada entonces por la siguiente expresión:

$$\langle F_{z,T} \rangle = \sum_{v=0}^{\infty} [\langle F_{z,v} \rangle] = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{2} \varepsilon_0 \left( \varepsilon_{z,v}^{(+)} \right)^2 \left( \frac{\varepsilon_v^2}{\varepsilon_{v+1}^2} - 1 \right) \right].$$

Por lo tanto, la densidad de fuerza superficial en la  $l$ -ésima capa estará dada por:  $\langle F_{x,l-1} \rangle = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \left| E_{x,l-1}^{(+)} \right|^2 \left( \frac{\varepsilon_{l-1}^2}{\varepsilon_l^2} - 1 \right)$ . En términos de los índices de refracción:

$$\langle F_{z,l-1} \rangle = \frac{1}{4} \varepsilon_0 \left( \frac{n_{l-1}^4}{n_l^4} - 1 \right) \left| E_{z,l-1}^{(+)} \right|^2 \quad (1.35)$$

Hasta ahora, se han analizado las fuerzas de densidad volumétrica y superficial por separado. Para poder observar la contribución de ambas fuerzas sobre la superficie, la fuerza de densidad volumétrica Ec. (1.31) puede ser promediada a lo largo de toda la estructura obteniendo así una densidad de fuerza superficial:

$$\langle f_{zls} \rangle = \frac{-(\varepsilon_{rl} - 1)\varepsilon_0}{2} |A_l| |B_l| [\cos(\varphi_{Bl} - \varphi_{Al}) - \cos(-2k_l d_l + \varphi_{Bl} - \varphi_{Al})] \quad (1.36)$$

Para saber la magnitud de la fuerza total, se debe hacer la sumatoria de la contribución de ambas fuerzas en todas las capas. Es decir, se hará la sumatoria de la contribución de la fuerza de densidad superficial en todas las capas (Ec. 1.34) para posteriormente añadirla a la contribución final de la fuerza de densidad volumétrica (Ec. 1.35):

$$\langle F_z \rangle_T = \sum_{l=1}^{N+1} \langle F_{x,l-1} \rangle + \sum_{l=1}^N \langle f_{xls} \rangle \quad (1.37)$$

En donde  $N$  es el número de capas. Haciendo el desarrollo, se llega al resultado:

$$\begin{aligned} \langle F_z \rangle_T = \sum_{l=1}^N \left[ \frac{\epsilon_0}{4} \left( \frac{n_{l-1}^4}{n_l^4} - 1 \right) [ |A_l|^2 + |B_l|^2 + 2|A_l||B_l| \cos(2k_l d_l + \varphi_{A_l} - \right. \\ \left. \varphi_{B_l}) ] + \frac{\epsilon_0}{4} \left( \frac{n_N^4}{n_s^4} - 1 \right) [ |A_s|^2 + |B_s|^2 + 2|A_s||B_s| \cos(\varphi_{A_s} - \varphi_{B_s}) ] \right] + \\ \sum_{l=1}^N \left[ \frac{\epsilon_0}{2} [ n_l^2 - 1 ] |A_l||B_l| \cos(\varphi_{A_l} - \varphi_{B_l}) \cos(2k_l d_l + \varphi_{A_l} - \varphi_{B_l}) \right] \end{aligned} \quad (1.38)$$

## Capítulo 2.

### Análisis teórico y uso de la teoría de cristales fotónicos para tres diferentes aplicaciones.

#### 2.1 Primera aplicación. Oscilador fotónico.

En la sección anterior se ha hecho el análisis teórico de las fuerzas electromagnéticas que surgen al hacer incidir un campo electromagnético en una estructura fotónica unidimensional con una capa defecto. Estas fuerzas producirán que la estructura fotónica se mueva.

En la siguiente sección, las ecuaciones de movimiento de un sistema oscilatorio serán usadas para estudiar el sistema dinámico del cristal fotónico vibrando.

##### 2.1.1 Modelo teórico de las oscilaciones de un cristal fotónico.

Existen múltiples y variados ejemplos de sistemas físicos con movimiento periódico en la naturaleza: la rotación de la tierra en torno al eje polar, los latidos del corazón, la vibración

de las moléculas de un sólido alrededor de sus posiciones de equilibrio, entre muchos otros. El ejemplo más sencillo de movimiento oscilatorio es el movimiento armónico simple. [17]

Este tipo de movimiento ha sido ampliamente estudiado, ya que, además de ser el tipo de movimiento más fácil de describir matemáticamente, constituye una buena aproximación a muchas oscilaciones que se encuentran en la naturaleza.

En este caso, el sistema físico es el cristal fotónico vibrando bajo la influencia de una fuerza externa. Para desarrollar el análisis, se hará una analogía con un sistema simple: un péndulo en un medio viscoso actuando bajo la influencia de una fuerza con magnitud constante. Se supone un desplazamiento en la dirección  $x$ , con desplazamiento del equilibrio  $x(t)$ . Se tiene una fuerza restauradora, una fuerza de resistencia debida a la fricción y una fuerza externa que realiza trabajo sobre el sistema.

En este caso en particular, la fuerza de resistencia debida a la fricción está relacionada con el coeficiente de amortiguamiento  $h$  y es proporcional a la velocidad. La fuerza restauradora está relacionada con la frecuencia natural del sistema:  $\omega_0^2$  igual a la fuerza de retorno por unidad de desplazamiento por unidad de masa. La segunda ley de Newton dará entonces la ecuación de movimiento del sistema [18].

$$\ddot{x} = -2h\dot{x} - \omega_0^2x + F(t) \quad (2.1)$$

Sin embargo, debido a que experimentalmente la fuerza externa será controlada (la luz se dejará incidir sólo en ciertos intervalos de tiempo), el movimiento deberá ser representado para ambas situaciones: cuando la luz está incidiendo en el cristal fotónico y cuando no hay luz incidente.

Para ello será usado el parámetro  $n_{light}$  que definirá a la fracción de periodo cuando la luz está incidiendo sobre el cristal fotónico. Así, el movimiento del sistema dinámico será modelado por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2x &= f(t)\langle a_x \rangle_T & jT < t < (n_{light} + j)T \\ \ddot{x} + 2h\dot{x} + \omega_0^2x &= 0 & (n_{light} + j)T < t < (j + 1)T \\ & & j = 0, \dots, m \end{aligned} \quad (2.2)$$

En donde  $j + 1$  es el número de ciclos en que la luz incide o no en el cristal fotónico. El periodo  $T$  estará dado por  $2\pi/\omega$ , donde  $\omega$  es la frecuencia externa. En este sistema, la fuerza externa que controlará al oscilador forzado es la fuerza electromagnética por unidad de masa:  $\langle a_x \rangle_T = \langle F_x \rangle_T A / m_{psi}$ , donde  $m_{psi}$  y  $A$  son la masa y la superficie del cristal fotónico (en adelante llamado *fotodino* de Silicio Poroso o *Psi fotodino*). Para poder utilizar la ecuación 2.1 es necesario encontrar el valor de los parámetros intrínsecos  $h$ ,  $\omega_0$  para cada fotodino fabricado. Esto se logra poniendo a auto-oscilar el fotodino tal como se describe a continuación. La fuerza electromagnética por unidad de masa  $\langle a_x \rangle_T$  puede ser calculada

usando la ecuación 2.1 o puede ser usada como parámetro variable una vez que todos los parámetros de la ecuación 2.1 son conocidos.

### 2.1.2 Auto-oscilador fotónico

El término auto-oscilación está definida como la generación y mantenimiento de un movimiento periódico mediante una fuente de poder que carece de una periodicidad correspondiente. [17] Esto es, en un sistema, la oscilación en sí misma controla la fase con la que la fuente de poder actúa sobre ella. [18]

Los auto-osciladores son distintos de otros de otros sistemas resonantes (incluyendo los resonadores paramétricos y forzados), en los cuales la oscilación es manejada mediante una fuente de poder que es modulada externamente.

Estudiaremos una microcavidad hecha de dos cristales fotónicos unidimensionales de Silicio Poroso con un defecto de aire. El área de su superficie es de  $8 \text{ mm}^2$  auto-oscilando a una frecuencia de  $16 \text{ Hz}$  cuando un láser con potencia de  $13 \text{ mW}$  incide sobre una microcavidad a un ángulo de  $35^\circ$ .

Una propiedad típica de los sistemas auto-osciladores es la conexión entre la fuente constante de energía y el sistema, tal que la energía dada por la fuente varía periódicamente, el periodo de esta variación puede ser determinado por las propiedades del sistema. En este caso, el periodo  $T$  está relacionado con la frecuencia del oscilador:  $T = 2\pi/\omega$ , así como con la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguación:  $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$ .

### 2.1.3 Condición de auto-oscilación.

La auto-oscilación es distinta del fenómeno conceptualmente más conocido de resonancia forzada. [19] Es decir, la auto-oscilación es una oscilación no amortiguada en un sistema dinámico no lineal, cuya amplitud y frecuencia pueden permanecer constantes durante un largo periodo de tiempo. Además, dicha oscilación, es en gran medida independiente de las condiciones iniciales y está determinada por las propiedades del mismo sistema.

Así, los sistemas dinámicos capaces de producir oscilaciones son conocidos como sistemas auto-oscilantes. Algunos ejemplos son relojes, generadores de vibraciones eléctricas, algunos instrumentos musicales de viento, etc.

Una característica esencial de las auto-oscilaciones es el hecho de que la pérdida de energía debe ser compensada por una fuente constante de energía. [20] Debido a que en un sistema autónomo las fuerzas no dependen explícitamente del tiempo, esta fuente de energía debe producir una fuerza que no esté dada por una función dependiente del tiempo y que será determinada por el sistema mismo. [21]

Como ya ha sido mencionado en el capítulo anterior, un ejemplo de un sistema oscilatorio muy simple que puede producir oscilaciones forzadas o auto-oscilaciones es el de un péndulo en un medio viscoso. El montaje experimental se discutirá más adelante en el capítulo 3.2.

Para el análisis matemático, se usará el sistema oscilatorio descrito por las ecuaciones de movimiento (2.2). Si se logra que la energía disipada en algún momento en el periodo de la oscilación sea compensada por la fuerza externa no habrá ganancia ni pérdida de energía y se logrará una oscilación prolongada. Es decir, el sistema estará en un estado oscilatorio estable con periodo  $T$ .

Matemáticamente, usando los términos de la ecuación de movimiento (2.2), la condición de compensar la energía disipada con la fuerza externa a la mitad del ciclo se puede calcular como:

$$\left| 2h \int_0^{T/2} \dot{x}^2 dt \right| = \left| \int_0^{T/2} \langle a_x \rangle_T \dot{x} dt \right| = \left| \int_0^{T/2} \langle a_x \rangle_T dx \right| \quad (2.3)$$

Aún sin tener la solución exacta de las ecuaciones movimiento, si se usan los valores máximos de desplazamiento  $x_p$  y velocidad  $V_p$  podemos aproximar el resultado de esta condición:

$$|2hV_p^2T/2| = |\langle a_x \rangle_T x_p| \quad (2.4)$$

Así, conociendo  $x_p$ ,  $V_p$  y  $\langle a_x \rangle_T$ , el parámetro  $h$  puede ser calculado. Posteriormente usando la ecuación  $\omega^2 = \omega_0^2 - h^2$  se puede estimar  $\omega_0$ .

#### 2.1.4 Caracterización del oscilador fotónico forzado.

El comportamiento del oscilador fotónico forzado fue caracterizado teóricamente. Usando la ecuación 1.37 para diferentes longitudes del defecto de aire se calculó la fuerza electromagnética teórica para diferentes potencias ópticas. La fuerza electromagnética presenta un pico de resonancia para una cierta longitud del defecto. El pico de resonancia es modulado por la potencia óptica. De este resultado fue posible inferir el comportamiento de la fuerza electromagnética en la resonancia con la potencia óptica.

También se ha explorado el comportamiento de la fuerza electromagnética fuera de las condiciones de resonancia. En el caso de la resonancia la luz láser incidía de manera normal a las multicapas. En el segundo análisis la luz se hizo incidir con un ángulo de 35 grados con respecto a la normal. La fuerza electromagnética fue calculada nuevamente bajo estas condiciones para una potencia óptica y diferentes longitudes del defecto. La densidad superficial de fuerza electromagnética no presentó ninguna resonancia y su valor oscilaba entre dos valores límites.

Manteniendo la potencia óptica constante, la forma de onda de excitación rectangular, se varió la frecuencia temporal y se encontró el comportamiento de la amplitud de la oscilación. Esto se hizo utilizando la ecuación 1.39.

Siempre usando la ecuación 1.39 se estudió también el comportamiento de la amplitud de oscilación (forma de onda de excitación rectangular) a diferentes potencias ópticas y manteniendo la frecuencia de excitación constante.

Finalmente, usando el parámetro  $\langle a_x \rangle_T = \langle F_x \rangle_T A / m_{psi}$ , como variable de ajuste, y conociendo  $m_{psi}$ ,  $A$ , la masa y la superficie del cristal fotónico; el comportamiento de la fuerza electromagnética puede ser observado al variar la potencia óptica, cuando se conserva la frecuencia de excitación constante.

Para estudiar el comportamiento de la amplitud de las oscilaciones del fotodino fueron probadas tres formas de onda para la señal electromagnética externa (sinusoidal, triangular y rectangular), diferentes niveles de la potencia de luz incidente y frecuencias externas.

Los cambios en la forma de onda son considerados en el modelo a través de la función  $f(t)$ :

$$\text{Forma de onda triangular: } f(t) = \begin{cases} \left(\frac{20}{\pi}\right) \omega t - 1 & jT < (j + 1/20)T \\ \left(-\frac{20}{19}\right) \omega t + \frac{21}{19} & \left(j + \frac{1}{20}\right)T < t < (j + 1)T \end{cases}$$

$$\text{Forma de onda sinusoidal: } f(t) = \sin \omega t \quad jT < t < (j + 1)T$$

$$\text{Forma de onda rectangular: } f(t) = 1 \quad jT < t < (j + 1)T.$$

En la siguiente sección, haciendo uso de la geometría que se tendrá en el montaje experimental y que será detallada en el capítulo 3.2, se describirá el análisis usado para estimar el módulo de Young y la rigidez del material con el modelo teórico.

### 2.1.5 Inclusión de una material con pérdidas en la estructura fotónica.

Como se ha mostrado en las Ec. 1.29c y 1.30, la fuerza electromagnética no tendrá una componente en el eje  $z$  a menos que un material con pérdidas esté presente en la estructura fotónica. Usando esta idea, se propuso teórica y experimentalmente la inclusión de una capa metálica (oro) en la estructura fotónica, con la configuración mostrada en la Fig. 7.

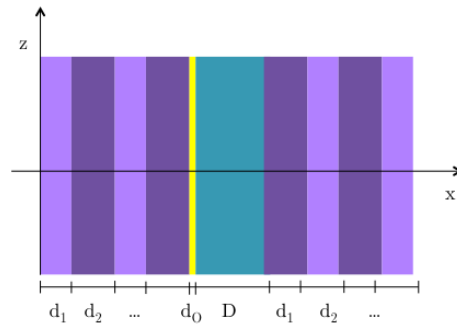


Fig. 7 Configuración de la inclusión de una capa de oro (amarilla) en la estructura fotónica.

Se probaron diferentes espesores para esta segunda capa defecto ( $5\text{ nm}$ ,  $10\text{ nm}$ ,  $20\text{ nm}$ ,  $40\text{ nm}$ ). Teóricamente, se encontró que incluso para la capa más delgada que puede lograrse experimentalmente, la amplitud del modo defecto en el espectro de transmisión disminuye en un 90% como puede observarse en la Fig. 8.

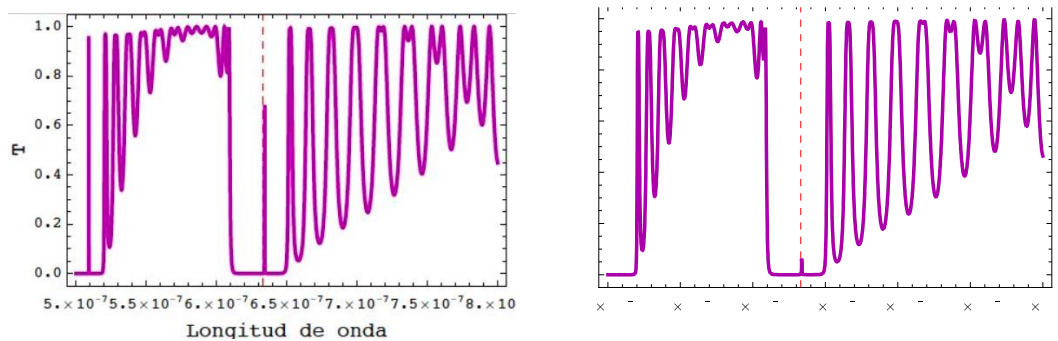


Fig. 8 Izquierda: Transmisión de la estructura fotónica sin la capa de oro. Derecha: transmisión de la estructura fotónica (multicapas+capa de oro+defecto de aire+multicapas).

### 2.1.6 Importancia de usar cristales fotónicos unidimensionales en la generación de fuerzas electromagnéticas.

Para mostrar la importancia de usar cristales fotónicos unidimensionales en la generación de fuerzas electromagnéticas. Se simuló el comportamiento de los campos electromagnéticos y las respectivas fuerzas electromagnéticas generadas para dos diferentes estructuras.

La estructura I está compuesta de: un bloque dieléctrico homogéneo de índice de refracción de 1.1 ( $n_1$  en el experimento), un espacio de aire de  $9\ \mu\text{m}$  y de nuevo un bloque dieléctrico con índice de refracción de 1.1. La estructura II está compuesta de un cristal fotónico de 10 periodos, un espacio de aire de  $9\ \mu\text{m}$  y otro cristal fotónico de 10 periodos. El ancho total de ambas estructuras es el mismo. La estructura II tiene el mismo periodo que el dispositivo fotónico experimental.

Las simulaciones fueron hechas en FEM-LAB 3.1 a  $633 \text{ nm}$  (con un nivel de irradiancia de  $13 \text{ mW}/3\text{mm}^2$ ). Se usó polarización TE y se consideró los mismos espesores e índices de refracción obtenidos al hacer coincidir las bandas prohibidas del espectro de transmisión obtenido teórico y experimentalmente. El ángulo de incidencia fue de  $35^\circ$ . La malla fue creada con triángulos de  $70 \text{ nm}$  y una tolerancia numérica de  $10^{-6}$ . La simulación calcula y grafica los campos electromagnéticos mediante los cuales se calculan las fuerzas electromagnéticas.

## 2.2 Segunda aplicación. Caracterización de las propiedades mecánicas de un cristal fotónico: medición de la constante de elasticidad y el módulo de Young.

Se denomina módulo de elasticidad a la razón entre el incremento de esfuerzo y el cambio correspondiente a la deformación unitaria. Si el esfuerzo es una tensión o una compresión, el módulo se denomina módulo de Young ( $E$ ).

El coeficiente de rigidez ( $k$ ), cuantifica la rigidez de un elemento resistente bajo diversas configuraciones de carga. Normalmente se calcula como la razón entre una fuerza aplicada y el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza. [22]

Aunque el montaje experimental será detallado en el capítulo 3, para un mejor entendimiento del modelo teórico, en la Fig. 9 se muestra la configuración de los dos cristales fotónicos de Silicio Poroso. Se ha diseñado de tal manera que uno de ellos (en la parte inferior) está fijo y el otro (en la parte superior) es movable.

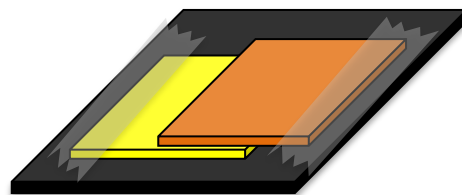


Fig. 9. Dibujo del arreglo experimental: dos estructuras de silicio poroso montadas una sobre otra. La estructura superior (naranja) es parcialmente movable.

El componente superior del dispositivo fotónico podría ser considerado como una viga mecánica sujeta de un extremo. Sin embargo, debido a los campos electromagnéticos incidentes, el otro extremo no está del todo libre. Así, la mejor aproximación a un modelo mecánico ya conocido sería la de una viga empotrada-articulada. En la Fig. 10 se hace un bosquejo de la viga.



Fig. 10. Esquema del modelo usado. La parte superior se considera una viga elástica que puede oscilar.

Suponiendo que se trata con una viga como la representada en Fig. 10, en la cual una viga empotrada-articulada se deforma bajo la influencia de una fuerza en el sentido de la dirección  $y$ . La coordenada  $x$  comienza en el extremo izquierdo de la viga y se extiende hacia la derecha.

Si se supone que las rectas inicialmente perpendiculares a la elástica de la viga siguen siéndolo después de la deformación y usando las condiciones de frontera para el caso de la viga empotrada-articulada, se puede llegar a la bien conocida expresión para las frecuencias naturales [23] de la oscilación de la viga.

$$\omega_{oi} = \alpha_{oi}^2 \sqrt{\frac{EI}{\mu L^4}} \quad (2.5)$$

Donde  $E$  es el módulo de Young de la viga (módulo de elasticidad),  $I$  es el momento de inercia,  $\mu$  es densidad de masa por unidad de longitud,  $L$  es la longitud de la viga y  $\alpha_{oi}$  son constantes dependientes de las condiciones de frontera.

Mecánicamente, dependiendo de la configuración del experimento, la relación entre el coeficiente de rigidez y el módulo de Young es conocida. Así que, conociendo  $k$  es posible conocer  $E$  y viceversa.

### 2.3 Tercera aplicación. Análisis de un sistema biológico con simetría de multicapas: los microtúbulos.

Los sistemas biológicos pueden ser estudiados en términos de las propiedades de sus componentes. Sin embargo, no todos los procesos de estos sistemas pueden ser entendidos con este tipo de análisis. [24] [25] Esto podría ser debido a que las propiedades de sus constituyentes no están completamente entendidas o porque las relaciones entre los componentes individuales no están siendo adecuadamente relacionadas a la dinámica del sistema. [26]

En este sentido, es conocido que las componentes de la mayoría de los materiales sólidos poseen una estructura cristalina, es decir con periodicidad espacial o traslación de simetría. En estas estructuras, los electrones interactúan con el potencial periódico de la estructura

atómica y para un cierto rango de energías, los estados electrónicos no existen, dando lugar a una banda electrónica prohibida.

De hecho, la organización y el diseño de estas estructuras ha inspirado el desarrollo de sistemas artificiales copiados por el hombre. Ahora existen los cristales conocidos como cristales fonónicos (fonones interactúan con la variación periódica de masa y elasticidad de los componentes de la estructura) y cristales fotónicos, un ejemplo de estos son los usados en las dos primeras aplicaciones (los fotones afectados por la variación periódica de la constante dieléctrica en la estructura). Incluso, como ya ha sido mencionado antes, existen ejemplos de cristales fotónicos naturales tal como el escarabajo *Chrysinia resplendens*, con más de 120 capas que producen su color (cristal fotónico unidimensional).

Aunque no es un cristal fotónico, un gran ejemplo de un cristal biológico se encuentra en el cerebro humano. Una teoría de la formación de patrones en la corteza visual primaria que toma en cuenta una estructura de forma cristalina es presentada en [27].

Entonces, es evidente que un enfoque interdisciplinario basado en las ciencias físico-matemáticas puede contribuir notablemente a una comprensión más amplia de este tipo de sistemas biológicos. Los microtúbulos, por ejemplo, son estructuras celulares que puede ser abordada desde ese enfoque. En la siguiente sección, se hará un breve resumen de sus características.

### 2.3.1 ¿Dónde están y cómo funcionan los microtúbulos?

A nivel celular, un gran salto en la complejidad de la vida fue el paso de células procariotas a eucariotas. La diferencia entre ambas células es que la segunda tiene un núcleo celular organizado en el cual está contenido el material hereditario. Uno de los principales componentes de estas células son los microtúbulos. Debido a que están presentes en cualquier célula eucariota incluidas las células humanas, los microtúbulos y los procesos biológicos en los que están relacionados son un interesante objeto de estudio. Lejos de ser un soporte pasivo de la célula, los microtúbulos (MT) son estructuras altamente dinámicas e involucradas en la motilidad de la célula y el transporte intracelular. [28]

Todas las células eucariotas producen la proteína tubulina, mantienen al menos dos tipos de estas que son llamadas *alpha* y *beta* tubulina. Las tubulinas *alpha* y *beta* se enlazan espontáneamente para formar una subunidad llamada heterodímero mediante un proceso que regula dicha síntesis llamado inhibición por retroalimentación.

En la Fig. 11 se muestra un dibujo de este heterodímero. [29] Cuando las condiciones intracelulares favorecen el ensamblamiento, los heterodímeros se ensamblan en protofilamentos lineales. Estos protofilamentos a su vez se transforman en microtúbulos como es mostrado en la Fig. 11. Todo el ensamblaje está sujeto a la regulación proveniente de la célula. [30]

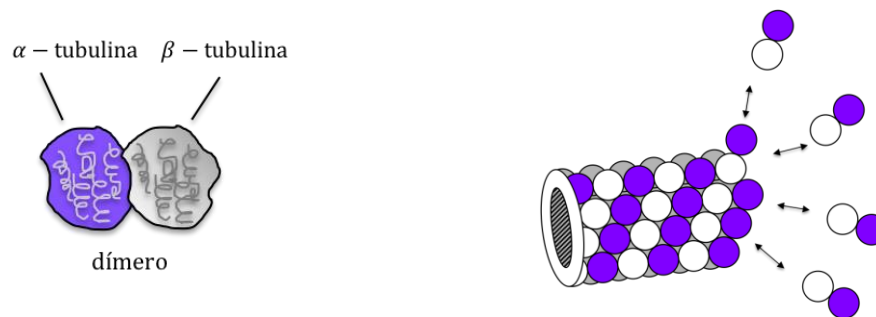


Fig. 11 Esquema de un microtúbulo. Izquierda: dímero de tubulina alpha + tubulina beta. Derecha: Dímeros siendo adheridos conservando la misma orientación que el resto del microtúbulo.

En condiciones de estado estable, pudiera parecer que los microtúbulos son completamente estáticos. Sin embargo, hay acciones teniendo lugar constantemente. Las poblaciones de los microtúbulos usualmente están compuestas de MT contrayéndose o creciendo. Un solo microtúbulo puede oscilar entre fases de crecimiento y acortamiento. Durante el crecimiento, los heterodímeros son adheridos al final del microtúbulo y durante el acortamiento se desprenden como subunidades. El mismo heterodímero puede adherirse o desprenderse una y otra vez.

Los MT son cilindros vacíos con diámetros externo e internos de aproximadamente  $25 \text{ nm}$  y  $15 \text{ nm}$  respectivamente. Su longitud promedio va de 5 a 10 micras. Están hechos de 13 protofilamentos paralelos. Cada protofilamento está hecho de un monómero alpha-tubulina o beta-tubulina. [31] [32]

La longitud promedio de la unidad dímero (ambos monómeros beta y alpha) es  $8 \text{ nm}$ . Los protofilamentos están firmemente ligados hacia dentro y se unen a través de enlaces laterales más débiles para formar una lámina que se envuelve en un tubo siguiendo el proceso de nucleación.

Cada monómero de tubulina del MT contiene un extremo C-terminal H12 muy pequeño que está situado después de una secuencia aminoácida que sobresale de la superficie del MT. Esta secuencia proyectada es conocida como cola de tubulina (*tubuline tail* o TT). Las TT tiene longitudes del orden de  $4 - 5 \text{ nm}$  cuando están completamente desenrolladas, sobresaliendo de la superficie de MT en la solución y hacen que la superficie de un filamento de MT sea muy rugosa. Las TT son clave para las interacciones de los MT con proteínas afines. [33] [34]

Además, las TT de un monómero de beta-tubulina podrían aumentar o disminuir su longitud de H12 y por lo tanto, la longitud de beta-TT.

Esta propiedad sería de importancia si se quiere modelar las propiedades de transmisión en MT porque la flexibilidad de la TT podría actuar significativamente sobre los flujos corriente

iónica a través de la superficie del MT. [35]

Los MT tienen predominantemente carga negativa, principalmente en su superficie exterior. Por lo tanto, cada MT atrae iones positivos cerca de su superficie, mientras que los iones negativos del citosol o matriz citoplásmica son repelidos de forma que surge un área de disminución cilíndrica alrededor de un MT. [36] [37] El grosor de esta área se conoce como longitud Bjerrum y puede evaluarse con la distancia desde la superficie del MT a la cual la energía térmica es igual a la energía de Coulomb de las cargas de superficie. Esta longitud determina en gran medida las propiedades eléctricas del MT. [38] [39]

### 2.3.2 Un enfoque diferente para el análisis de la actividad neurónica en MT.

Adicionalmente a lo mencionado en la sección anterior, la disposición espacial final de los protofilamentos del MT puede verse como una estructura multicapa inclinada con una celda unitaria de 8 nm tal como se muestra en la Fig. 12.

De esta manera podemos hacer explícito el método por el cual la actividad ondulatoria podría emerger de la actividad neuronal.

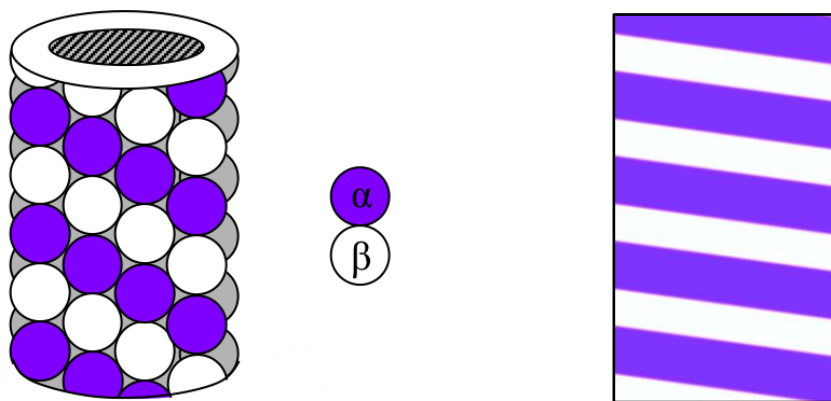


Fig. 12 MT conformado por el heterodímero alpha+beta visto como un cristal unidimensional.

Debe notarse que para abrir un canal de iones, una serie de proteínas necesitan someterse a una serie de cambios conformacionales en un orden específico. Si se mira la investigación acerca de la actividad cerebral, surgen términos como *oscilación neuronal* [40], [41], [42] que está relacionado principalmente con un impulso eléctrico a través de las bicapas de la membrana de las moléculas.

El término *oscilación cerebral* se refiere a la actividad eléctrica rítmica y repetida, generada en el sistema nervioso central y que permitirá modelar al MT desde el punto de vista de un sistema de transmisión electromagnético.

Poznanski and Cacha [43] consideran *“(tratar a) la polarización proteica como un mecanismo mediante el cual dendritas pasivas se vuelven activas al tratar el núcleo dipolar como un conductor de la corriente, teniendo como base el supuesto de que las interacciones entre cargas móviles individuales pueden ser tratadas como un medio intracelular homogéneo de conductividad y permitividad constantes en espacio y tiempo”*. Como ha sido mostrado en la Fig. 10, el MT puede representarse como una estructura cuyos parámetros de permitividad y permeabilidad están cambiando periódicamente.

De acuerdo a [36] *“el canal de agua y la molécula de proteína controlan juntas las propiedades emergentes del material”*. Este hecho juega un rol crucial en el modelo de MT que se presenta en este trabajo. En [44] se propone *“un marco teórico para EEG y MEG basado en un modelo de una línea de transmisión. Usando las propiedades conocidas de la teoría de propagación de ondas, una teoría electromagnética-fisiológica de ondas cerebrales puede ser formulada basada en las propiedades (aunque altamente idealizadas) de las actividades sinápticas. Este modelo podría potencialmente reproducir algunos descubrimientos experimentales así como predecir varias características destacadas. Se conjetura que las ondas cerebrales pueden ser tratadas como ondas de Bloch”*.

### 2.3.3 Modelo teórico de las oscilaciones neurales.

En su Segundo Postulado, Pokorný [45] y colegas establecen la hipótesis de que las vibraciones del MT pueden generar un campo electromagnético que juega un rol crucial en el comportamiento de las células. La excepcional polaridad eléctrica de los objetos biológicos sugeriría un papel fundamental de los campos electromagnéticos endógenos en la actividad biológica. Como la mayoría de las proteínas son eléctricamente polares, cualquier oscilación genera un campo electromagnético. [46]- [49]

En una solución, los iones positivos son atraídos a la superficie negativamente cargada del MT, mientras que los iones negativos son repelidos, creando así una nube iónica localizada alrededor del microtúbulo. En la presencia de un voltaje aplicado, la nube iónica es libre de migrar a lo largo del MT, creando una corriente iónica y una corriente eléctrica asociada.

Además, la configuración tipo globo de los dímeros de tubulina genera orificios pequeños que se pueden considerar como canales que conectan las superficies internas y externas del MT. En estos estrechos deberíamos esperar más escapes de iones, que serían posibles de rectificar después a lo largo de la capa cilíndrica de Bjerrum alrededor del MT. Además, si se libera el canal de agua, el microtúbulo se convierte en un aislante una vez más, por lo tanto, el canal de agua controla la conductividad del microtúbulo. Por lo tanto, este trabajo analizará (usando una analogía a la matriz de transferencia para estructuras periódicas

unidimensionales y anteriormente en la teoría de filtros) la transmisión eléctrica a través de los MT.

El periodo del MT o *cristal neurónico* consistirá en la unidad de dímero de tubulina (alpha + beta). La razón de esto es porque los monómeros se pueden plegar de manera diferente creando dos estructuras helicoidales entrelazadas.

Se puede modelar cada monómero como dos cilindros huecos perpendiculares, como se muestra en la Fig. 13. Cada monómero tendrá una resistencia en serie  $R_{si}$  ( $i=\alpha, \beta$ ) y una Resistencia en paralelo  $R_{pi}$ , para mantener el modelo lo más simple posible, los efectos de capacitancia e inductancia no serán tomados en cuenta. [50]

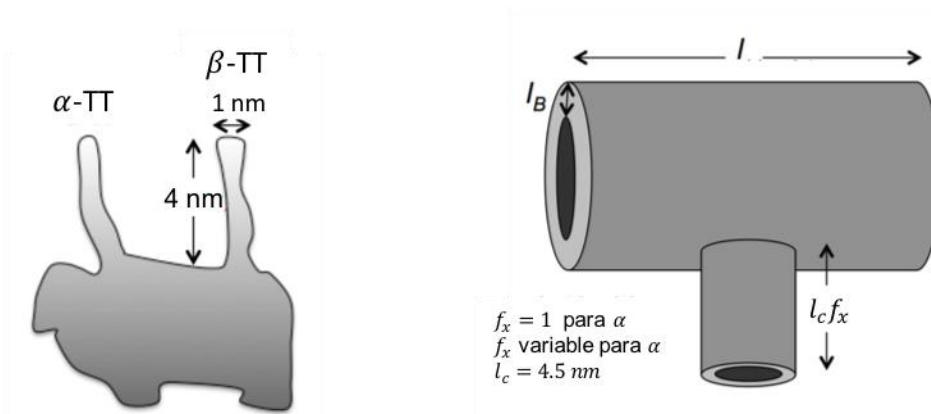


Fig. 13 Izquierda: Dímero alpha+beta. Derecha: Modelo de resistencias de un dímero alpha+beta

Ambas resistencias están dadas por:

$$R_{s\alpha} = (l_\alpha/2\pi R l_B \sigma) + (l_B/2\pi R_{TT} l_c \sigma) \quad (2.6 a)$$

$$R_{s\beta} = (l_\beta/2\pi R l_B \sigma) + (l_B/2\pi R_{TT} l_c f_x \sigma) \quad (2.6 b)$$

$$R_{p\alpha} = (l_B/2\pi R l_\alpha \sigma) + (l_c/2\pi R_{TT} l_B \sigma) \quad (2.6 c)$$

$$R_{p\beta} = (l_B/2\pi R l_\beta \sigma) + (l_c f_x/2\pi R_{TT} l_B \sigma) \quad (2.6 d)$$

El parámetro  $f_x \in (0,1]$  permitirá a las  $\beta$ -TTs encogerse. Las longitudes serán:

$$l_B = 6.7 \times 10^{-10} m, \quad l_c = 4.5 \times 10^{-9} m \text{ y } R = 12.5 nm, \quad \sigma = (0.15 \pm 0.01) S/m.$$

Las longitudes de los monómeros son  $l_\alpha = 4nm$  y  $l_\beta = 4nm$ . La longitud del periodo  $p$  es entonces  $l_\alpha + l_\beta = 8nm$  y representa el período de la estructura periódica en nuestro modelo. El ángulo de inclinación de las multicapas es de aproximadamente  $18 \text{ grados } \tan^{-1}(8 nm/25 nm)$ .

Se utilizará un modelo de transmisión simplificado como el desarrollado en [51]. En la Fig. 14 se muestra la línea de transmisión donde  $Z_i$  y  $Y_i$  son las impedancias y admitancias de una unidad dímero de tubulina. Dicha línea de transmisión puede ser simplificada como se muestra en la Fig. 15, donde se observa una celda unitaria consistente una unidad alpha-

MT (con impedancia efectiva  $Z_{0\alpha}$ ) y una unidad beta-MT (con impedancia efectiva  $Z_{0\beta}$ ). Se pueden repetir estas unidades las veces que sean necesarias.

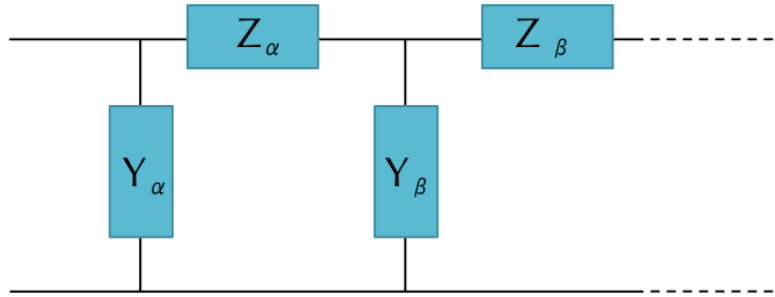


Fig. 14 Línea de transmisión

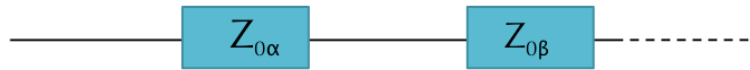


Fig. 15 Modelo de transmisión equivalente usado para el presente análisis.

Las expresiones para  $Z_{0\alpha}$  y  $Z_{0\beta}$  son:

$$\begin{aligned} Z_{0\alpha} &= \sqrt{Z_\alpha/Y_\alpha}, \\ Z_{0\beta} &= \sqrt{Z_\beta/Y_\beta} \end{aligned} \quad (2.7)$$

En donde se puede identificar:  $Z_\alpha = R_{s\alpha}$ ,  $Y_\alpha = 1/R_{p\alpha}$  y  $Z_\beta = R_{s\beta}$ ,  $Y_\beta = 1/R_{p\beta}$ . El subíndice  $i$  significa la  $i$ -ésima capa. Además, se puede definir los índices de refracción equivalentes  $n_i$  para cada monómero como  $n_i = Z_{ref}/Z_{0i}$ , estos índices equivalentes serán usados en la siguiente sección de simulación numérica. Donde  $Z_{ref}$  es la impedancia de referencia.

Para cualquier red de transmisión de cuatro terminales, hay por definición, una relación lineal entre la corriente de entrada y la corriente de salida:  $E_1 = AE_2 + BI_2$ ,  $I_1 = CE_2 + DI_2$ . [47] Donde  $I_1$  y  $E_1$  son la corriente y voltaje de entrada respectivamente y  $E_2$ ,  $I_2$  la corriente y voltaje de salida respectivamente. Escrito en forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} E_1 \\ I_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} A & B \\ C & D \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} E_2 \\ I_2 \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

Para una unidad en la línea de transmisión con impedancia característica  $Z_0$ , velocidad de propagación  $v$  y longitudes de las unidades alpha o beta  $l_i$ , se tendrá una matriz de transmisión:

$$m_i = \begin{vmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \beta_i & jZ_{0i} \sin \beta_i \\ j \frac{\sin \beta_i}{Z_{0i}} & \cos \beta_i \end{vmatrix} \quad (2.9)$$

Así, se pueden relacionar los coeficientes de cada unidad por medio de la ecuación:

$$\begin{bmatrix} V_i \\ I_i \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} A_{mt} & B_{mt} \\ C_{mt} & D_{mt} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} V_{i+1} \\ I_{i+1} \end{bmatrix} = m_{mt} \begin{bmatrix} V_{i+1} \\ I_{i+1} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

También, se pueden relacionar los voltajes hacia la derecha y hacia la izquierda en cada punto a través de la matriz de propagación:

$$\begin{bmatrix} V_{i+} \\ V_{i-} \end{bmatrix} = P_i = \begin{pmatrix} e^{i\beta_1} & 0 \\ 0 & e^{-i\beta_1} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} V_{(i+1)+} \\ V_{(i+1)-} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Es evidente que puede hacerse una analogía con la propagación de ondas planas. De hecho, como lo muestra Orfandis en [50] se pueden hacer las siguientes identificaciones:

$$\begin{array}{ll} V(z) \leftrightarrow E(z) & V_+(z) \leftrightarrow E_+(z) \\ I(z) \leftrightarrow H(z) & V_-(z) \leftrightarrow E_-(z) \\ z \leftrightarrow \eta \end{array}$$

De esta manera, puede usarse el mismo método de la matriz de transeferencia para ondas planas para calcular la transmisión a través de la línea.

La velocidad de la corriente de iones en situaciones fisiológicas, oscila entre 0.1 *m/s* y 10 *m/s*. [52] Se han obtenido mejores resultados en este trabajo usando  $v = 2.65$  *m/s*. Este valor, está en el mismo orden de magnitud que el reportado por Sekulic y colegas en [51]:  $v_0 = 0.67$  *m/s*.

### 2.3.4 Simulación de numérica de los Microtubulos.

Fue posible realizar una simulación de elementos finitos (FEMLAB 3.1) en una versión corta del MT (longitud de 304 nm). Los monómeros miden 4 nm cada uno. La secuencia para las capas es similar a la mencionada anteriormente. La única diferencia es que contiene solo 6 unidades con el mismo orden que en la línea de transmisión, las unidades estarán acomodadas de la siguiente manera:  $n_{low}n_{high}n_{low}n_{high}n_{low}n_Dn_{low}n_{high}n_{low}n_{high}$ . En donde  $n_{low}$ ,  $n_{high}$  y  $n_D$  son los índices equivalentes a las impedancias usadas en el análisis de la línea de transmisión y tienen los valores de:  $n_{low} = 1.07402$ ,  $n_D = 1.33$ ,  $n_{high} = 7.3$ .

Se comprobó que las propiedades de transmisión de esta versión corta del MT retienen los mismos picos de transmission. Los índices de refracción son los equivalentes a las impedancias mencionadas anteriormente.

En este modelo, una onda plana con amplitud de  $10 \text{ KV}/m$  excita al MT e incide a un ángulo de 18 grados. Este valor es inferido por los valores experimentales reportados en [47] que es de  $1 \text{ V}/100 \mu m$ . Según Jaffe y colegas, [50] el rango del campo eléctrico intracelular es de  $1 - 10 \text{ V}/m$ . Además, estudios in vitro han mostrado que si el campo eléctrico excede los  $2 \times 10^3 \text{ V}/m$  los microtúbulos son destruidos. [51] El valor del campo electromagnético utilizado está en el rango de valores experimentalmente soportados por el microtúbulo.

La malla fue creada usando triángulos isósceles con una base de longitud  $0.5 \text{ nm}$  y altura de  $0.25 \text{ nm}$  y una tolerancia numérica de  $10^{-6}$ . La simulación calcula la componente normal del campo eléctrico. Se usó una polarización TE para resolver la ecuación de Helmholtz.

## Capítulo 3.

### Desarrollo experimental.

Cada modelo teórico tratado en el capítulo anterior ha sido analizado con la finalidad de reproducir o complementar algún resultado experimental. En las siguientes secciones se describirán los materiales y métodos usados en cada caso.

#### 3.1 . Dispositivo fotónico: materiales y métodos.

El dispositivo fotónico de Silicio Poroso fue fabricado en dos pasos. Primero, se crecieron las multicapas y posteriormente se hizo el montaje experimental con los demás componentes ópticos. En las siguientes subsecciones se describirá el desarrollo experimental a detalle.

##### 3.1.1 . Fabricación del Silicio Poroso.

El Silicio Poroso (Psi) fue fabricado mediante anodización electroquímica de sustratos de Silicio cristalino (c-Si) con orientación (100) altamente dopados con Boro y una resistividad eléctrica de  $0.001 - 0.005 \text{ Ohm} - \text{cm}$  (temperatura de  $25^\circ\text{C}$ ). Se depositó una capa de aluminio en uno de los lados de la oblea de c-Si y se calentó a  $550^\circ\text{C}$  por 15 minutos en una atmósfera de nitrógeno para producir un buen contacto eléctrico. Para obtener

superficies internas planas se usó un electrolito acuoso compuesto de glycerol y ethanol, de esta manera se logró anodizar el sustrato de silicio. Se sabe que el índice de refracción del  $\text{Si}$  aumenta cuando la corriente aplicada disminuye durante el ataque electroquímico. Para producir las multicapas, la densidad de corriente aplicada durante la disolución electroquímica se alternó de  $3 \text{ mA/cm}^2$  (capa 1) a  $40 \text{ mA/cm}^2$  (capa 2).

Se hicieron 15 periodos consistentes de dos capas cada uno (capa 1 + capa 2). La banda prohibida de la estructura fotónica se determinó mediante la medición del espectro de transmisión de las multicapas.

Debido a que en el experimento la luz incidirá desde un extremo de la estructura fotónica, es necesario usar sólo las multicapas sin el sustrato de aluminio. Para ello, se sumergió la oblea en etanol durante aproximadamente 5 minutos. Posteriormente, se usaron unas pinzas para despegar las multicapas de Silicio Poroso de la oblea de aluminio. En la Fig. 16 se muestra la manipulación de las hojuelas que contienen a las multicapas ya sin el sustrato.

Usando el método de la matriz de transferencia antes descrito se graficó la transmisión teórica de un cristal fotónico para hacerla coincidir con la obtenida experimentalmente. Ambas gráficas son mostradas en la Fig. 17. Los índices de refracción y espesor de las capas que mejor representaron la gráfica de transmisión fueron  $n_1 = 1.1$ ,  $n_2 = 2$  y  $d_1 = 335 \text{ nm}$ ,  $d_2 = 438 \text{ nm}$ .

Para el depósito de la capa de oro, se utilizó el equipo Cressinton Sputter Coater Ted Pella. El oro se depositó utilizando una presión de  $0.2 \text{ mbarr}$  y una corriente de  $20 \text{ mA}$  en una atmósfera de Argón. El espesor de la capa se controla mediante el tiempo de depósito. Se fabricaron muestras con capas de  $5 \text{ nm}$ ,  $10 \text{ nm}$  y  $20 \text{ nm}$ .

### 3.1.2 Fabricación del dispositivo fotónico.

Para construir el dispositivo fotónico o *photodino*, un par de hojas multicapas deben ser colocados yuxtapuestos con simetría espejo, dejando un espacio de aire entre ellos. La hoja de Silicio Poroso es un material muy frágil y difícil de manipular. Debido a esta razón y a la poca resistencia mecánica, se buscó la manera más simple de construir el dispositivo. En la Fig. 16 se muestran las multicapas sin sustrato siendo manipuladas.

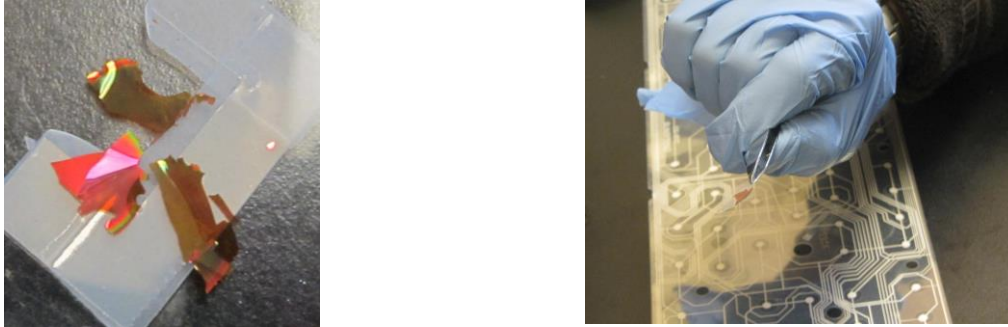


Fig. 16 Manipulación de las multicapas. A la izquierda se muestra una hojuela fracturada, a la derecha las multicapas están siendo montadas en un sustrato de acrílico.

Para encontrar la geometría más adecuada para este experimento se probaron dos configuraciones. En la primera, dos hojuelas de Silicio Poroso fueron colocadas una sobre otra con la ayuda de cinta adhesiva aplicada a la orilla de cada una sobre un sustrato de vidrio. En este caso, el dispositivo tiene una sección transversal similar a una “V”, donde la capa de aire incrementa idealmente de forma lineal a lo largo de las hojuelas de PSi, como se muestra en la Fig. 17.

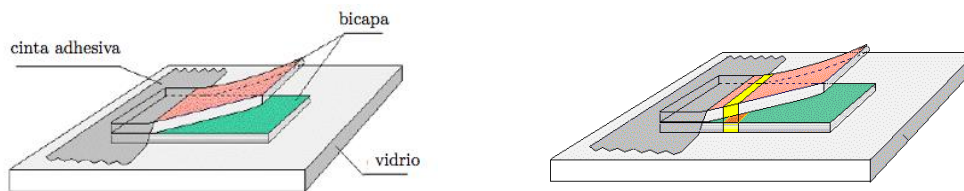


Fig. 17 Primera configuración de las estructuras del fotodino. Hojuelas yuxtapuestas sujetadas del mismo lado. En este caso, la longitud del defecto (o el espacio entre ambas hojuelas) será la misma sólo a lo largo de un área como se muestra en la figura de la derecha.

La segunda configuración consistió en colocar una hoja multicapa sobre un sustrato de vidrio. Posteriormente, para colocar la segunda estructura se usó un espaciador para compensar la distancia debida a la primera estructura ya colocada. Finalmente, la segunda hoja multicapa fue colocada encima de la primera para formar la estructura final. De esta manera, hay dos cristales fotónicos de Silicio Poroso colocados con simetría de espejo y con un espacio entre ellos como es mostrado en la Fig. 18.

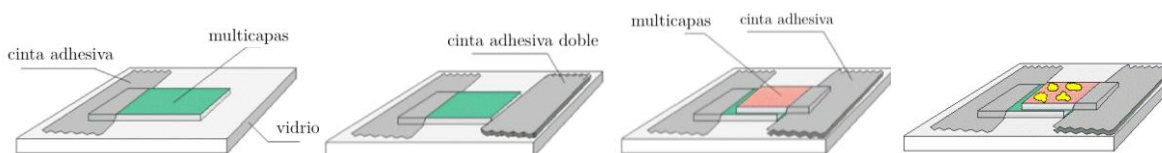


Fig. 18 Segunda configuración de las estructuras del fotodino. En este caso, las hojuelas de PSi se superponen sobre un sustrato de vidrio juxtaponidos de las orillas opuestas. La longitud del defecto será igual para ciertas zonas entre ambas hojuelas, como se muestra en el dibujo inferior derecho.

Debido al tipo de configuración, también conocida como micro cavidad, la separación entre ambos cristales fotónicos no puede ser controlado. También se observa que las dos partes del fotodino no son membranas totalmente planas, es decir, el espesor del espacio entre ellas o de la capa de aire (longitud de la micro cavidad) es diferente en cada punto de la superficie. La longitud de la capa de aire o la capa defecto fue medida con una cámara CCD y un objetivo óptico (distancia focal de  $8\text{ mm}$ , resolución de  $5\ \mu\text{m}$ ), las mediciones obtenidas fueron desde los  $5\ \mu\text{m}$  hasta  $1\text{ mm}$ . Entonces, las frecuencias que pueden ser acopladas dentro de la cavidad son también dinámicas y dependerán de los cambios de la longitud de la micro cavidad. Una fotografía del dispositivo fotónico es mostrada en la Fig. 19a. La comparación de las bandas prohibidas teórica y experimental es mostrada en la Fig. 19b.

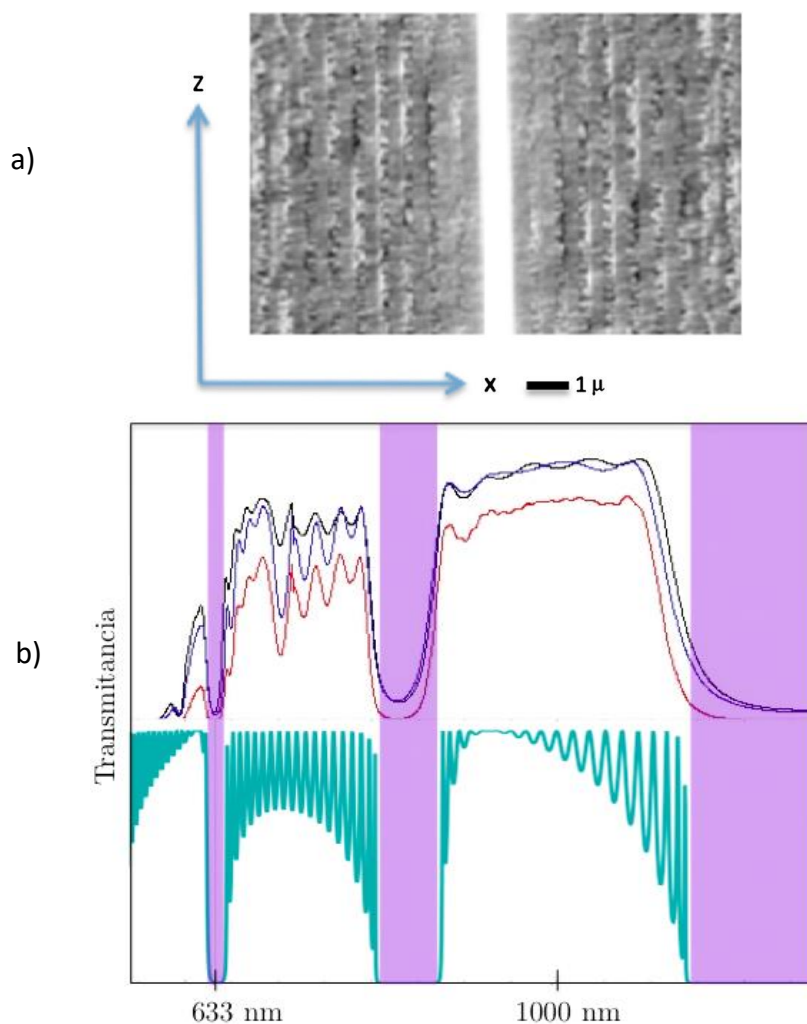


Fig. 19 a) El cristal fotónico unidimensional es mostrado con microscopía electrónica de barrido. Las multicapas con la capa defecto (espacio de aire entre las dos multicapas). b) Comparación de las bandas prohibidas de la gráfica de la transmitancia experimental (arriba) y teórica (abajo).

### 3.2 Oscilador fotónico forzado.

#### 3.2.1 Configuración experimental.

En la Fig. 18 se muestran todos los elementos del montaje experimental. Una vez que se tenía más experiencia manipulando las hojuelas y montándolas para formar el dispositivo, se produjeron una docena de prototipos. Todas ellas con pequeñas diferencias en la forma de las piezas. El dispositivo mostró robustez para todos los prototipos probados. La configuración general fue la siguiente: el fotodino es montado en un portaobjetos XY. Un generador de funciones controla el movimiento de un *chopper* que bloqueará o permitirá el paso del láser de luz roja ( $633\text{ nm}$ ) de acuerdo con la señal enviada desde el generador de funciones. La potencia óptica máxima de la luz es de  $13\text{ mW}$  con un ángulo de incidencia de  $35$  grados y polarización TE. El tamaño del *spot* del láser es de aproximadamente  $3\text{ mm}^2$ .

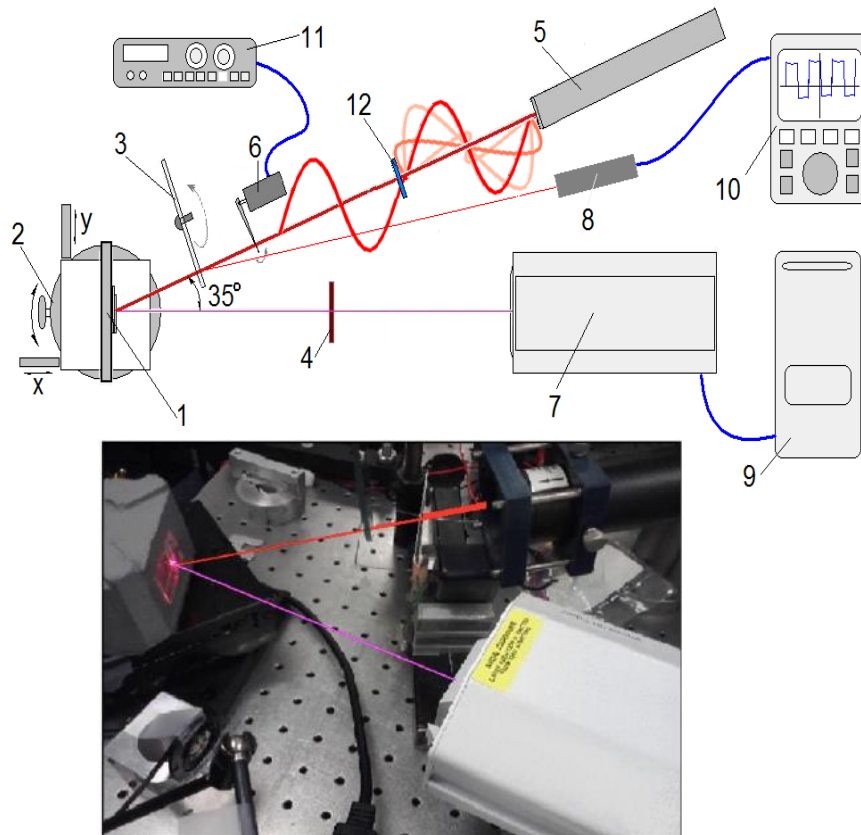


Fig. 20 Montaje experimental para la medición de las oscilaciones en el fotodino. Configuración experimental para las oscilaciones forzadas. (1) Dispositivo fotónico, (2) Portaobjetos XY, (3) Filtro circular, (4) Filtro pasabandas infrarrojo, (5) Láser He-Ne, (6) Chopper, (7) Vibrómetro, (8) Fotocelda, (9) Computadora, (10) Osciloscopio, (11) Generador de funciones, (12) Polarizador lineal. Abajo se muestra una fotografía del experimento.

Los resultados experimentales mostraron que ambas configuraciones funcionan, sin embargo, la segunda es la más efectiva y estable.

Las formas de señal usadas fueron sinusoidal, triangular y rectangular. La frecuencia de las señales también fue un parámetro de prueba. Fueron usadas las frecuencias en el rango de  $1.2 \text{ Hz}$  a  $20.5 \text{ Hz}$ . Los movimientos de oscilación mecánicos inducidos en el fotodino fueron medidos un vibrómetro de alta precisión (*metroLaser*, model 500v). Mediante el uso de un osciloscopio y una fotocelda fue posible verificar la señal. Para prevenir reflexiones no deseadas en el interferómetro se usó un filtro infrarrojo. La opción de cambiar la intensidad de la luz incidente para observar su efecto en el experimento fue posible al añadir un filtro de rueda neutral. Considerando el circuito presentado en la Fig. 20, cuando el *chopper* permite pasar la luz del láser, las fuerzas electromagnéticas que surgen en el fotodino empujarán hacia abajo su parte superior y el sistema iniciará un movimiento oscilatorio con periodo  $T$ .

La estructura fotónica fue probada y mantenida a  $23^{\circ} \text{ C}$  y una humedad relativa del 30% (condiciones ambientales).

### **3.3 Auto-oscilaciones y medición experimental del módulo de Young.**

#### **3.3.1 Configuración experimental.**

En la Fig. 21 se muestra un dibujo del montaje experimental. Se usó un montaje similar al de las oscilaciones forzadas. En este caso, con la finalidad de obtener auto-oscilaciones, se añade un circuito Schmitt Trigger. La señal del movimiento, medida mediante el vibrómetro será procesada a través del circuito Schmitt Trigger, cuya salida controlará el *chopper* y este a su vez el bombeo del láser. Así, cuando la estructura empieza a moverse, el circuito inmediatamente bloqueará la luz del láser con el *chopper*. Una vez que la estructura regresa a su posición inicial, el bombeo del láser comienza otra vez y así sucesivamente.

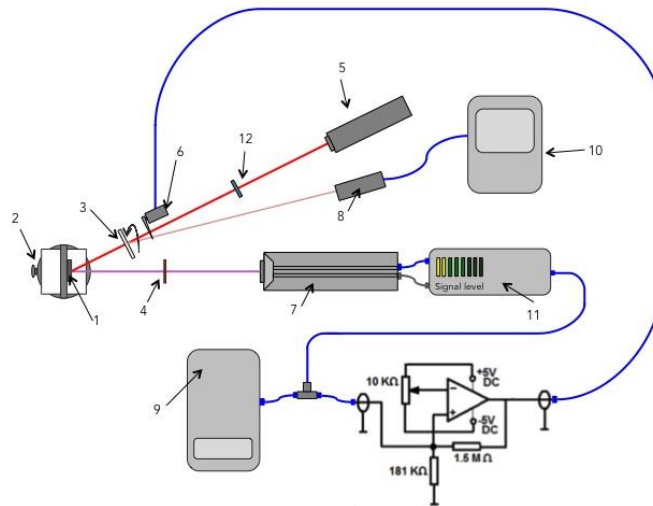


Fig. 21 Montaje experimental. Auto-oscilaciones. (1) Fotodino, (2) Portaobjetos XY, (3) Filtro circular, (4) Filtro pasabandas infrarrojo, (5) Láser He-Ne, (6) Chopper, (7) Vibrómetro, (8) Fococelda, (9) Computadora, (10) Osciloscopio, (11) Interfaz del vibrómetro, (12) Polarizador lineal. El circuito mostrado presenta un Schmitt trigger.

Una vez que el ciclo se ha cerrado la estructura oscilará por algunos segundos a diferentes frecuencias que oscilan entre  $2\text{ Hz}$  y  $50\text{ Hz}$ . Después de ese periodo, la estructura mostró una clara tendencia a estabilizar la auto-oscilación. Las frecuencias típicas fueron de  $15\text{ Hz}$  a  $17\text{ Hz}$  y de  $30\text{ Hz}$  a  $34\text{ Hz}$ . A estas frecuencias, el movimiento presentó un espectro más puro y la estructura fue estable por hasta 5 minutos. Se escogió un circuito Schmitt Trigger basado en un amplificador operacional. Al hacer esto, se tiene un amplio rango de parámetros para ajustar el comportamiento del circuito. El Schmitt Trigger compara el voltaje de la señal que manda el vibrómetro con un voltaje de referencia. La señal de pulso eléctrico resultante controla el *chopper*.

### 3.3.2 Medición de las propiedades mecánicas.

Se usó la configuración de viga cargada en un extremo para hacer la medición de las propiedades mecánicas, un esquema de este método es mostrado en la Fig. 22. El cristal fotónico unidimensional fue montado sobre un sustrato de vidrio, el cuál está sujeto a un portaobjetos XYZ. La longitud de la muestra  $L$  fue de  $1\text{ mm}$ , con un ancho  $b$  de  $1.425\text{ mm}$  y un espesor  $t$  de  $7.61\text{ }\mu\text{m}$  aproximadamente. La fuerza de carga fue proporcionada por medio de el brazo de una balanza con diferentes pesos.

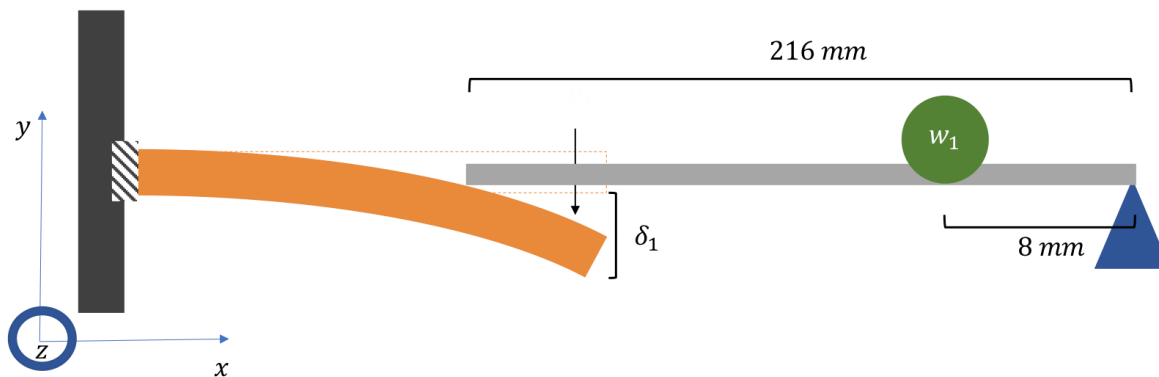


Fig. 22 Esquema del montaje experimental. Medición de las propiedades mecánicas.

Inicialmente la balanza estando en equilibrio y después añadiendo una serie de pesos conocidos de  $w_1 = 0.007849 \text{ g}$ ,  $w_2 = 2w_1$  y  $w_3 = 3w_1$ . Los pesos fueron colocados a  $8 \text{ mm}$  del centro del brazo de la balanza. Dado que la longitud del brazo era de  $216 \text{ mm}$  la carga en el borde puede ser calculada como:  $F_i = w_i / (216/8) = w_i / 27$ . Posteriormente, los desplazamientos mecánicos  $\delta$  inducidos por la carga fueron medidos con una cámara CCD y un objetivo óptico.

### 3.4 Obtención experimental de la transmisión eléctrica a través del MT.

#### 3.4.1 Extracción y preparación de los microtúbulos.

La obtención de las propiedades del transporte eléctrico en MT fue hecha siguiendo varios protocolos por A. Bandyopadhyay y colegas. [53] Los microtúbulos fueron extraídos de un cerebro porcino. Una vez obtenida la proteína tubulina, las subunidades de microtúbulos purificadas (tubulina) fueron preservadas a  $-80^\circ\text{C}$ .

Para polimerizar tubulina en microtúbulos de  $6.5 \mu\text{m}$  de longitud,  $160 \mu\text{m}$  de tubulin-glicerol comprimido ( $60\% \text{ v/v}$  glicerol,  $80 \text{ mM}$  PIPES pH 6.8,  $1 \text{ mM}$  EGTA,  $1 \text{ mM}$   $\text{MgCl}_2$ ) fueron añadidos a  $830 \mu\text{l}$  de tubulin-glicerol comprimido ( $80 \text{ mM}$  PIPES pH 7,  $1 \text{ mM}$  EGTA,  $2 \text{ mM}$   $\text{Mg}_2\text{Cl}_2$ ) y  $10 \mu\text{l}$  de  $100 \text{ mM}$  de solución GTP. Esta mezcla fue guardada en un baño de hielo por 10 minutos.

De esta mezcla,  $200 \mu\text{l}$  de la solución son añadidos a  $1 \text{ mg}$  de tubulina y otra vez se mantiene en baño de hielo por 10 minutos más. Después, se coloca en la incubadora a  $35 - 37^\circ\text{C}$  por 40 minutos. Posteriormente, para estabilizar a los microtúbulos, se añadió  $20 \mu\text{l}$  de Paclitaxal disuelto en DMSO anhidro y se mantuvo en incubación por 10 minutos más a  $37^\circ\text{C}$ . La longitud del microtúbulo fue sintonizada entre  $\sim 4 \mu\text{m} - 20 \mu\text{m}$ . Para prepara la

película, la solución es diluida 8 veces usando tubulin-glicerol comprimido y una solución de DMSO paclitaxol.

Se depositó en un sustrato de Silicio (100) a  $45^\circ$ , se mantuvo a una temperatura de  $-20^\circ\text{C}$  durante toda la noche. Un campo eléctrico fue aplicado a través del sustrato con el objetivo de alinear paralelamente a los microtúbulos. El exceso de solución de microtúbulo fue removido del sustrato usando papel filtro, esta técnica es la mejor para poder llevar a cabo los estudios de AFM y STM. Por último, el sustrato es sumergido en tubulin-glicerol comprimido y una vez más es secado soplando con  $N_2$ .

El proceso fue repetido dos veces. El sustrato fue puesto en refrigeración por 3 h para dejar secar a la superficie parcialmente. La reconstrucción de tubulina  $\alpha$  y  $\beta$  en heterodímeros  $\alpha\beta$  de dimensiones  $46 \times 80 \times 65 \text{ \AA}^3$  fue confirmada vía UHV-AFM y UHV-STM con una punta atómica de  $0.01 \text{ \AA}$ .

También fue confirmado que fueron producidos 13 protofilamentos en los microtúbulos mediante imágenes obtenidas vía Raman y STM/AFM, como se muestra en la Fig. 23.

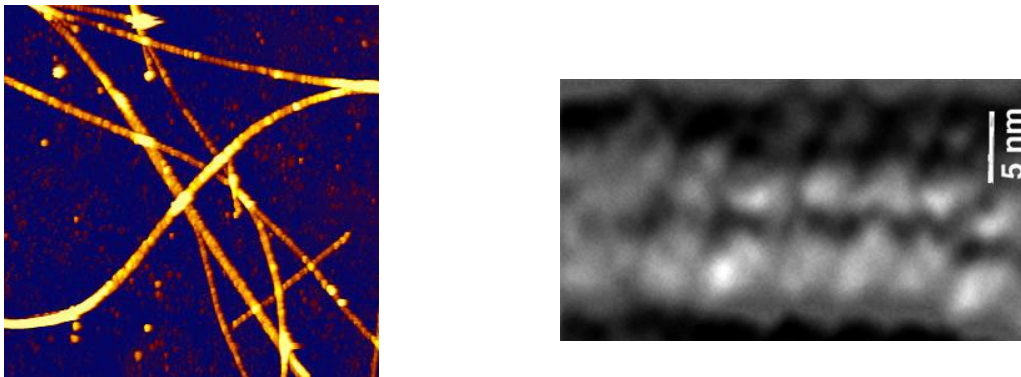


Fig. 23 a) Microscopía de fluorescencia de microtúbulos, tomada de la página: [www.jpk.com/image-gallery/products\\_cellular-adhesion-cytomechanics](http://www.jpk.com/image-gallery/products_cellular-adhesion-cytomechanics).  
 b) Imágenes obtenidas vía STM: Maaloum, M. Chrétien, D., Karsenti, E., Horbe, J. K. (1994) Approaching microtubule structure with the scanning tunneling microscope (STM). Journal of cell science, 107(11)

### 3.4.2 Medición de la transmisión eléctrica a través de un solo microtúbulo.

Después de una década de investigaciones, Bandyopadhyay y colegas han logrado obtener la ruta más avanzada para obtener las mediciones de transmisión eléctrica en proteínas complejas, entre ellos los microtúbulos.

Consiste en formar uno, dos o cuatro puntos de contacto con el microtúbulo mediante puntas atómicas coaxiales (Pt/Ir). La punta vibra con la señal ac aplicada en contacto con la biomolécula (en este caso el MT), entonces se transferirá resonantemente la energía o los planos atómicos de orientación diferente modularán la transmisión de la señal ac que después es desmodulada usando un amplificador, obteniendo entonces la respuesta de la molécula. El punto de contacto asegura que no haya ningún espacio entre la punta y la proteína, como en el caso de los electrodos.

El punto de contacto se logra mediante la repetida inserción y extracción de la punta en la proteína que formará una cadena atómica para poder hacer la medición como se muestra en la Fig. 24.

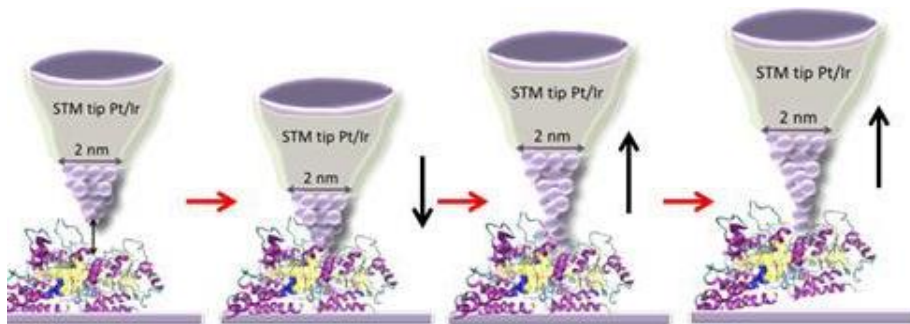


Fig. 24 En esta imagen se muestra como es formado el punto de contacto con una sola molécula de proteína. Con ese objetivo, la punta es insertada primero y luego extraída rápidamente. (Esquema tomado del artículo "Inventing a c-axial atomic resolution patch clamp to study a single resonating protein complex..." de Bandyopadhyay y colaboradores)

Mientras la inserción de esa punta dentro del axón de la neurona y posteriormente el MT es hecha, es necesario que los átomos de una segunda punta capturen las señales provenientes de la proteína (Fig. 25).

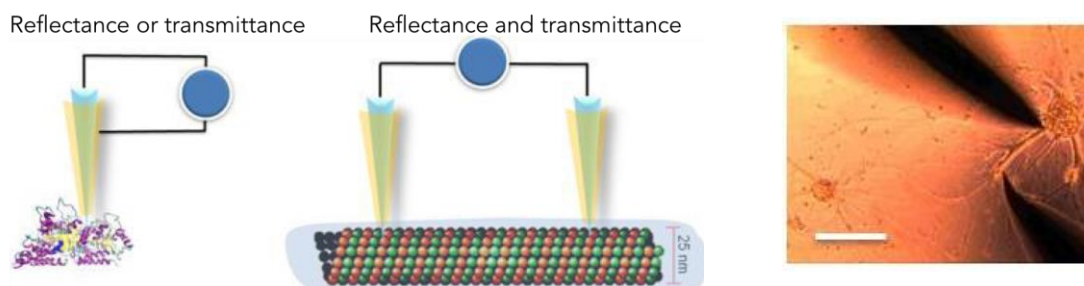


Fig. 25 Medición de reflexión y transmisión en MT. A la izquierda se usa solo una punta, en la parte central se usan dos puntas atómicas coaxiales. En la parte derecha se muestra un ejemplo de este tipo de medición, una neurona de rata conectada a dos puntas. (Esquema tomado del artículo "Inventing a c-axial atomic ..." de Bandyopadhyay y colaboradores)

Una sola punta atómica podría medir las frecuencias de resonancia. Sin embargo, por alguna razón, el axón entero está hecho de miles de microtúbulos continuos desde el principio hasta el final del axón. Esto permite la oportunidad de hacer algo que parece imposible, se puede medir un solo microtúbulo al insertar ciegamente dos puntas dentro del axón.

El efecto acoplador entre dos microtúbulos ayuda a entender que no se han tocado dos, sino solo uno. Si las dos puntas tocan el mismo microtúbulo se obtiene un espectro prístino, pero si por error las dos puntas se conectan a dos microtúbulos diferentes, entonces la señal combinada tendrá un aspecto ruidoso, resultado de la superposición de dos. Si la separación aumenta a más de 150 nm, el efecto acoplador desaparece. Esto significa que un par de microtúbulos actuarán como un circuito integrado que filtra las vibraciones para seleccionar las frecuencias comunes.

## Capítulo 4.

### Resultados.

#### 4.1 Comparación de los resultados teóricos y experimentales para el oscilador fotónico

Durante el experimento, el software del vibrómetro proporcionó diversos datos acerca de las oscilaciones del dispositivo fotónico. Entre ellos: el desplazamiento máximo del dispositivo fotónico, la velocidad y el espectro de Fourier del perfil de la velocidad con sus principales frecuencias y armónicos. En todos los experimentos, el vibrómetro arrojó el perfil de la velocidad como una señal medida en volts.

##### 4.1.1 Estimación de los parámetros $\langle a_x \rangle_T$ , $h$ y $\omega_0$ .

Para poder usar el modelo teórico los parámetros  $\langle a_x \rangle_T$ ,  $h$  y  $\omega_0$  deben ser estimados. Se puede estimar el parámetro  $\langle a_x \rangle_T$  de la manera siguiente: debido a que experimentalmente no se tiene control del espacio de aire entre las dos estructuras fotónicas, se toma el valor promedio entre los valores máximo y mínimo encontrados teóricamente para  $\langle F_x \rangle_T$  que es igual  $2.75 \times 10^{-3} \text{ N/m}^2$  (véase la figura 26).

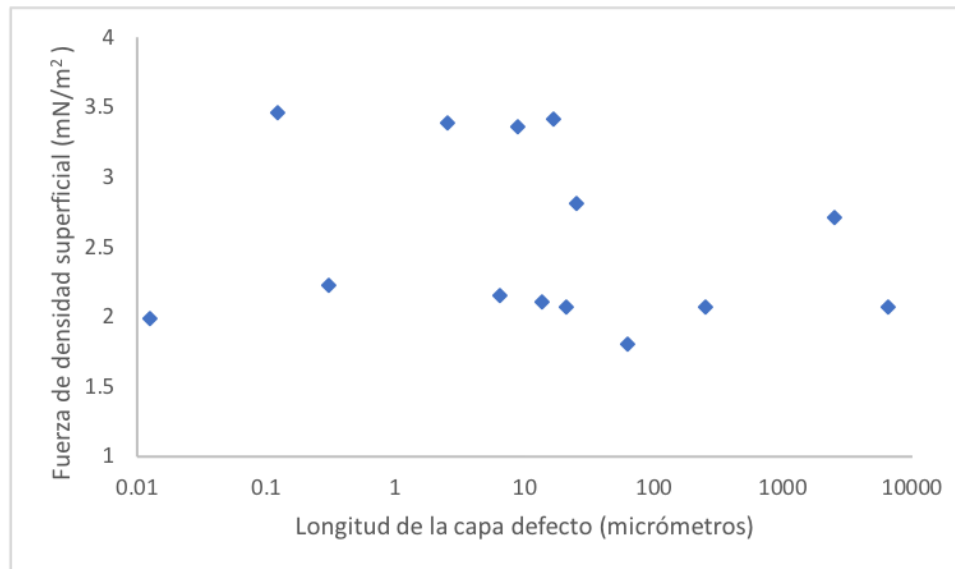


Fig. 26 Fuerza de densidad superficial teórica (Ec. 2.14) para diferentes longitudes de la capa defecto. La fuerza de densidad superficial oscila entre  $2 \text{ mN/m}^2$  y  $3.5 \text{ mN/m}^2$  con longitudes de la capa defecto de hasta  $1 \text{ mm}$  para un ángulo de incidencia de  $35$  grados.

Además, cada cristal fotónico unidimensional (1DPC) tiene las siguientes dimensiones: longitud  $L = 4 \text{ mm}$ , ancho  $b = 2 \text{ mm}$ , grosor  $7.61 \text{ } \mu\text{m}$ . Por lo tanto, el área promedio de superficie es  $A = Lb = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ , el volumen es entonces  $V = 6.09 \times 10^{-11} \text{ m}^3$ . La densidad volumétrica de cada capa es el producto de  $(1 - P) \times 2330 \text{ kg/m}^3$ , donde  $P$  es la porosidad del material. El valor  $2330 \text{ kg/m}^3$  corresponde a la densidad volumétrica del Silicio cristalino.

Debido a que cada cristal fotónico contiene dos diferentes porosidades, hay entonces dos densidades volumétricas diferentes. Para poder obtener la densidad volumétrica efectiva, se puede tomar el promedio de ambas densidades. El resultado final es de  $\rho = 586 \text{ kg/m}^3$ . Multiplicando el volumen por la densidad volumétrica efectiva se obtiene la masa promedio:  $m_{PSi-1DPC} = 3.5 \times 10^{-8} \text{ kg}$ .

Usando los valores de fuerza y aceleración, es posible entonces obtener el valor para  $\langle a_x \rangle_T$  de  $0.242 \text{ m/s}^2$ . De acuerdo con los valores obtenidos en [6] para  $x_p$ ,  $V_p$ ,  $T$  y usando la condición de auto-oscilación (Ec. 2.12) se encuentran los valores para  $h$  de  $91.1$  y de  $\omega_0 = 136.1118$ .

#### 4.1.2 Fuerza electromagnética en el dispositivo fotónico.

Para tener una idea de la magnitud de la fuerza electromagnética producida en el dispositivo fotónico, se puede hacer el cálculo para los valores más representativos del experimento: se tiene una aceleración de  $0.14 \text{ m/s}^2$ , entonces la fuerza mecánica neta inducida en el dispositivo fotónico se puede estimar de una manera simple usando la ecuación:  $F = ma$ . Donde  $F$  es la fuerza que quiere estimarse,  $m$  es la masa del dispositivo y  $a$  es la aceleración con la que vibra el dispositivo. Como el área del dispositivo es de  $3 \text{ mm}^2$  y el ancho de cada periodo es de  $761 \times 10^{-9} \text{ m}$ , entonces considerando los 10 periodos de cada multicapa se tiene un volumen de  $2.283 \times 10^{-11} \text{ m}^3$ . La densidad volumétrica de cada capa es de  $(1 - P)(2330 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$ , donde  $P$  es la porosidad del material y 2330 es la densidad volumétrica del Silicio cristalino. Ya que las multicapas contienen variaciones de dos capas con porosidad diferente, se puede tomar un promedio de ambas densidades tomando en cuenta los anchos respectivos de cada capa. El resultado final dará una densidad volumétrica de  $586 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Multiplicando el volumen por la densidad volumétrica efectiva tenemos la estimación de la masa de toda la estructura, que tiene un valor de  $1.33784 \times 10^{-8} \text{ kg}$ .

Finalmente, la fuerza mecánica teórica sería de  $F = ma = (1.33784 \times 10^{-8} \text{ kg})(0.14 \text{ m/s}^2)$ , es decir la fuerza resultante es:  $F = 1.87297 \times 10^{-9} \text{ N}$ .

Para conocer la relación que hay entre la fuerza electromagnética con la longitud del defecto y la potencia de la luz incidente, en la Fig. 27 se graficó la fuerza calculada para diferentes longitudes del defecto y potencias de luz incidente.

En esa misma figura, se puede observar que la magnitud de la fuerza electromagnética teórica (ecuación 1.39) oscila entre **2 nN** y **260 nN** para longitudes del defecto (capa de aire) variando desde  $1 \mu\text{m}$  hasta  $16 \mu\text{m}$ . El impacto de la potencia de la luz incidente sobre la fuerza electromagnética en la condición de resonancia también fue estudiado teóricamente.

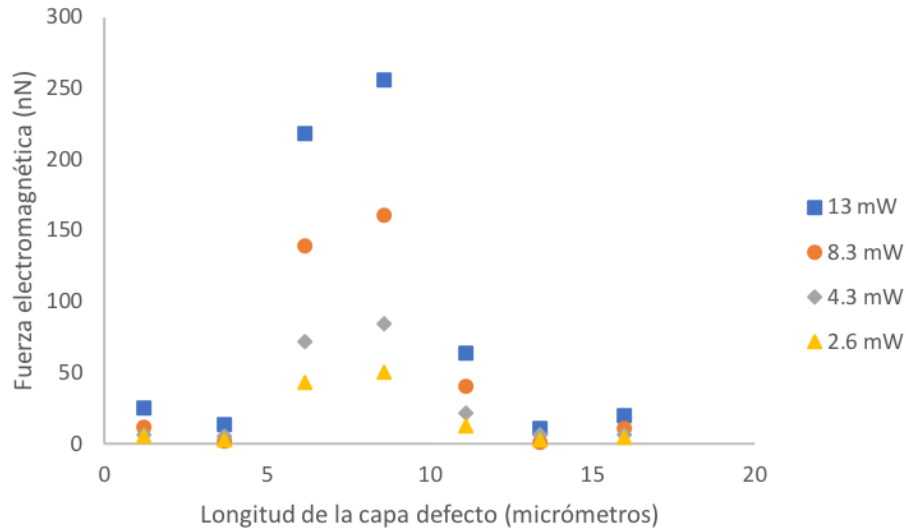


Fig. 27 Perfil de la fuerza electromagnética para diferentes niveles de potencias ópticas y longitudes del defecto en micrómetros. La luz incide con un ángulo de cero grados y polarización TE.

En la Fig. 28 se muestran los resultados teóricos que se obtuvieron al variar la potencia del haz incidente. La relación de la potencia óptica vs fuerza electromagnética en la condición de resonancia es lineal con una pendiente de  $19.7 \text{ nN/mW}$ .

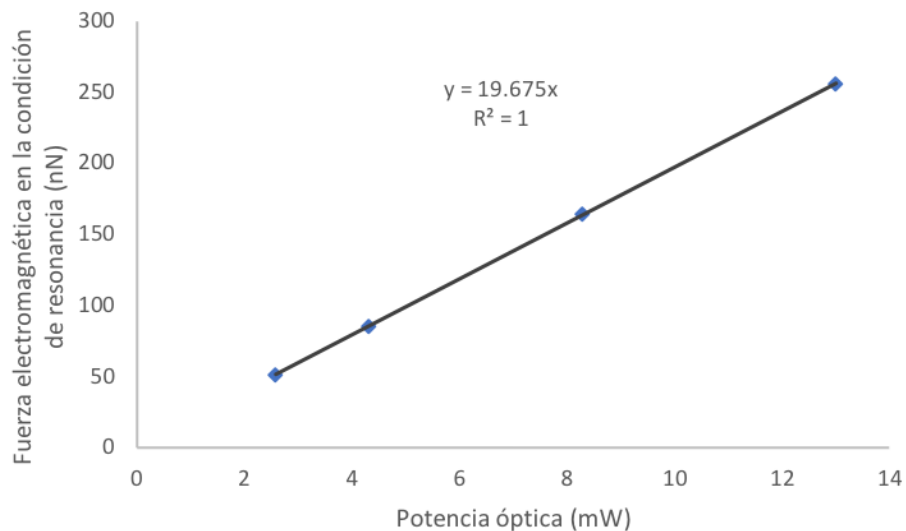


Fig. 28 Fuerza electromagnética para diferentes valores de la potencia óptica.

La Fig. 29 muestra como la amplitud teórica y experimental de las oscilaciones decrece cuando la frecuencia externa incrementa siguiendo una relación aproximada de  $L/\nu^n$ , con  $n = -1.812$  y  $L = 133.6 \mu\text{m}/\text{Hz}^{1.812}$ .

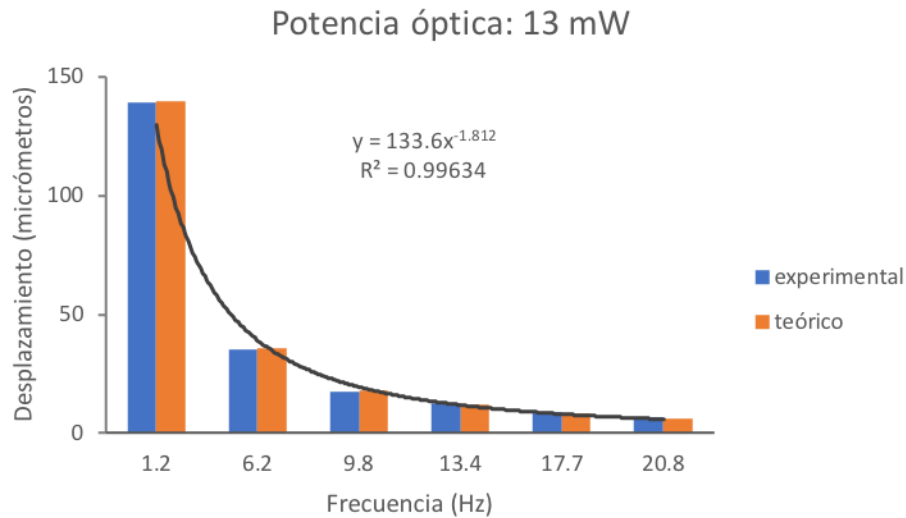


Fig. 29 Comportamiento de la amplitud del movimiento oscilatorio a diferentes frecuencias con una potencia óptica de 13 mW.

En la Fig. 30 se observa que, cuando el valor de la frecuencia externa es un parámetro constante, la amplitud teórica y experimental del movimiento oscilatorio incrementa a medida que la potencia óptica lo hace.

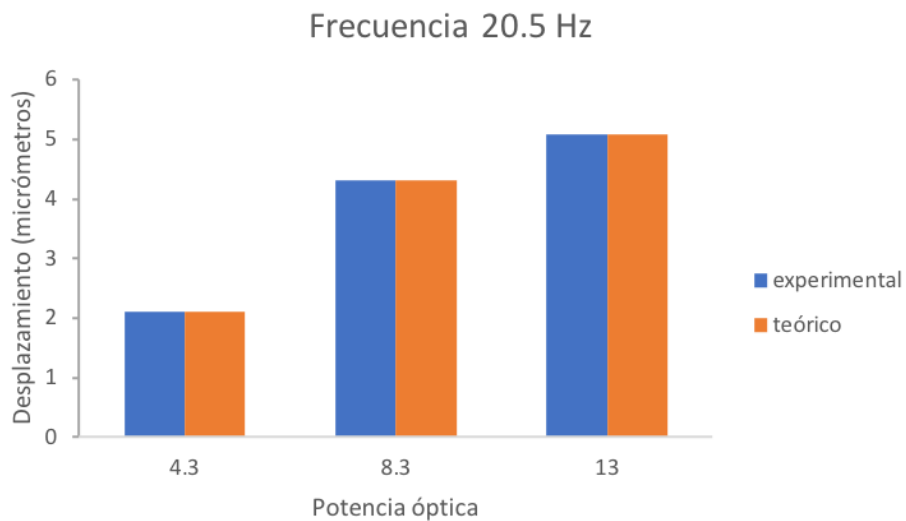


Fig. 30 Comportamiento de la amplitud del movimiento oscilatorio con diferentes potencias ópticas y frecuencia externa fija de 20.5 Hz.

En la Fig. 31 se muestra el comportamiento de la amplitud del movimiento oscilatorio a diferentes potencias ópticas con dos diferentes parámetros de frecuencia externa fijos. Cuando la frecuencia externa es alta ( 20.5 Hz) la relación podría ser lineal, mientras que a bajas frecuencias no lo es. Parecería que, a bajas frecuencias, la estructura podría estar más

cerca de la condición de resonancia para cierta área. Debe notarse que el área de superficie efectiva no es la misma que el área total, además podría ser diferente de un ciclo a otro.

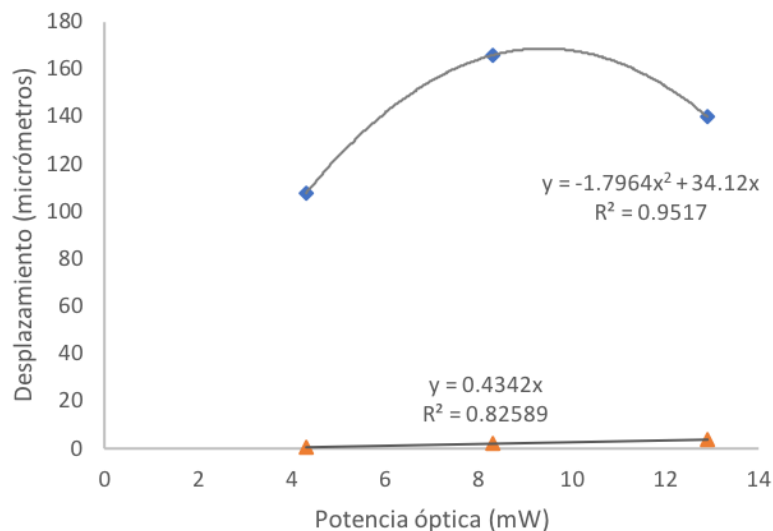


Fig. 31 Comportamiento de la amplitud del movimiento oscilatorio con diferentes potencias ópticas a dos diferentes frecuencias externas fijas de 20.5 Hz y 1.2 Hz.

En la Fig. 32 se observa que la amplitud experimental del movimiento oscilatorio decrece cuando la frecuencia externa aumenta para dos diferentes niveles de la potencia óptica.

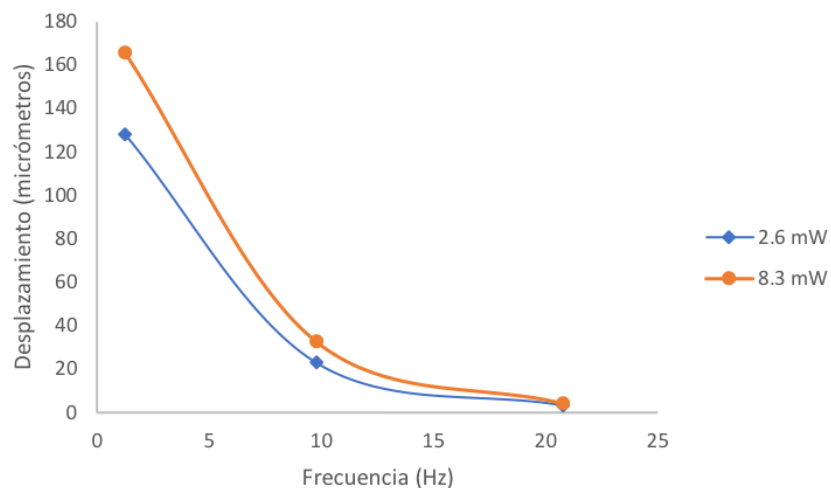


Fig. 32 Comportamiento de la amplitud del movimiento oscilatorio a dos diferentes potencias ópticas: 8.3 mW y 2.6 mW.

Como el parámetro  $\langle a_x \rangle_T$  está dado por  $\langle F_x \rangle_T A / m_{Psi}$  y como el parámetro  $m_{Psi}$  es conocido (la masa del dispositivo fotónico), es posible estimar la fuerza electromagnética. En la Fig. 33 se observa que la relación entre la fuerza electromagnética y la potencia óptica podría ser lineal para altas frecuencias, pero no para bajas frecuencias. Nótese que el coeficiente lineal que la relaciona la fuerza electromagnética con la potencia óptica tiene

un valor de  $21.534 \text{ nN/mW}$  que es del mismo orden de magnitud que el valor teórico de  $19.7 \text{ nN/mW}$  mostrado anteriormente.

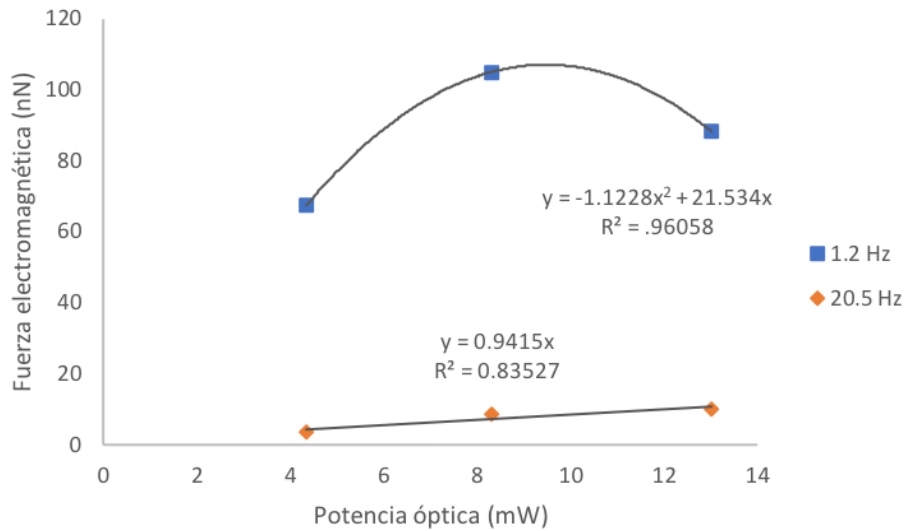


Fig. 33 Comportamiento de la fuerza electromagnética inducida para diferentes niveles de la potencia óptica a dos diferentes valores de la frecuencia externa.

#### 4.1.3 Optimización de las oscilaciones para cada forma de señal.

Para cada forma de señal, los parámetros  $h$ ,  $n_{light}$  y  $\langle a_x \rangle_T$  son parámetros libres y la ecuación 2.10 fue calculada. En las Fig. 34-36, se observan tres ejemplos (uno para cada forma de onda) de cómo la velocidad del dispositivo fotónico oscila. Los resultados experimental y teórico son comparados. En general, la teoría puede predecir correctamente la forma del perfil de la velocidad y el número de armónicos presentes en el espectro de Fourier. En todos los ejemplos, el mejor valor para  $\langle a_x \rangle_T$  es  $1.98 \text{ m/s}^2$  donde  $h$  y  $n_{light}$  toman diferentes valores para cada ejemplo.

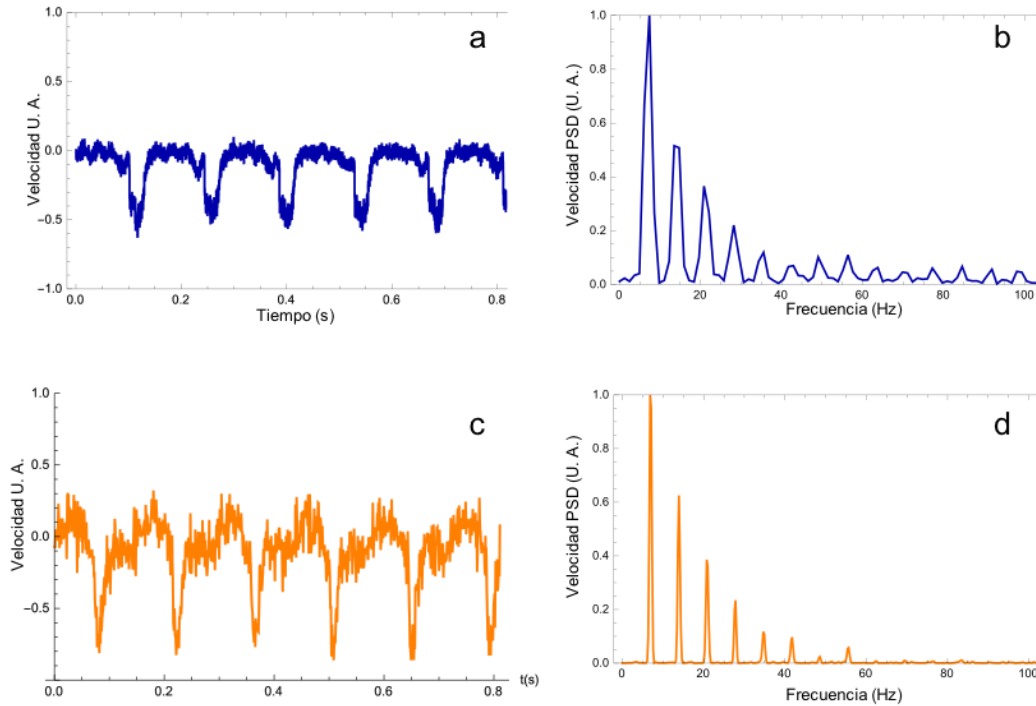


Fig. 34 Velocidad del movimiento del dispositivo fotónico (a,b) y espectro de Fourier (c,d). Comparación de los resultados teóricos (naranja) y experimentales (azules). Señal rectangular, frecuencia de entrada 5 Hz. Valor calculado de  $h = 41.4$  y  $n_{light} = 0.42$ .

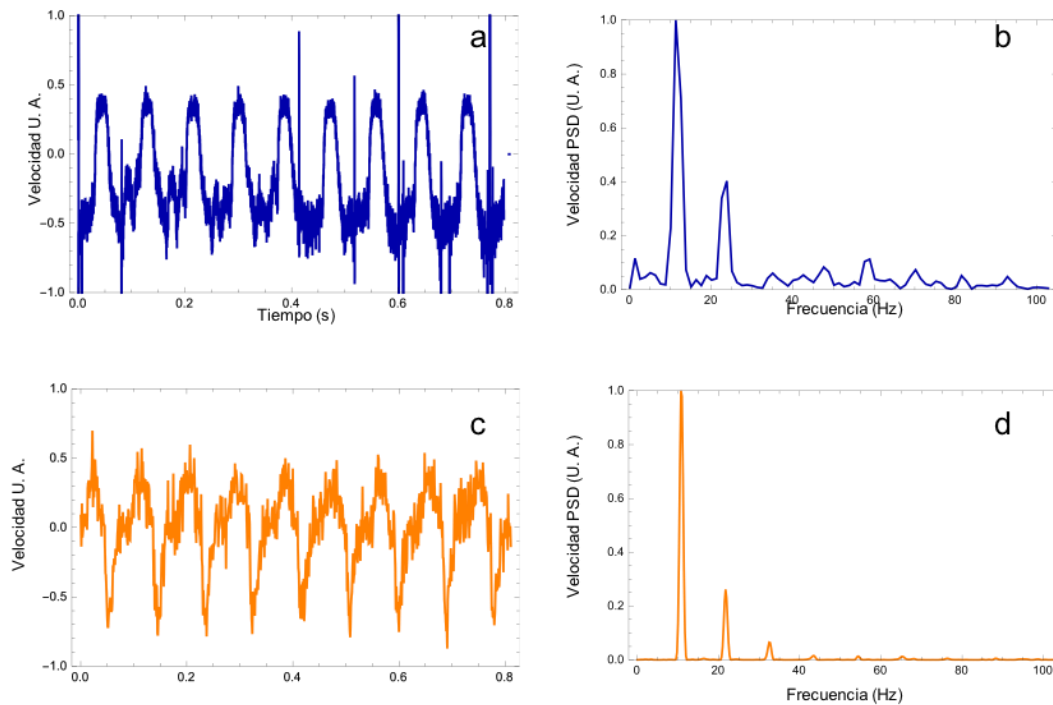


Fig. 35 Velocidad del movimiento del dispositivo fotónico (a,b) y espectro de Fourier (c,d). Comparación de los resultados teóricos (naranja) y experimentales (azules). Señal sinusoidal, frecuencia de entrada 10 Hz. Valor calculado de  $h = 27.1$  y  $n_{light} = 0.50$ .

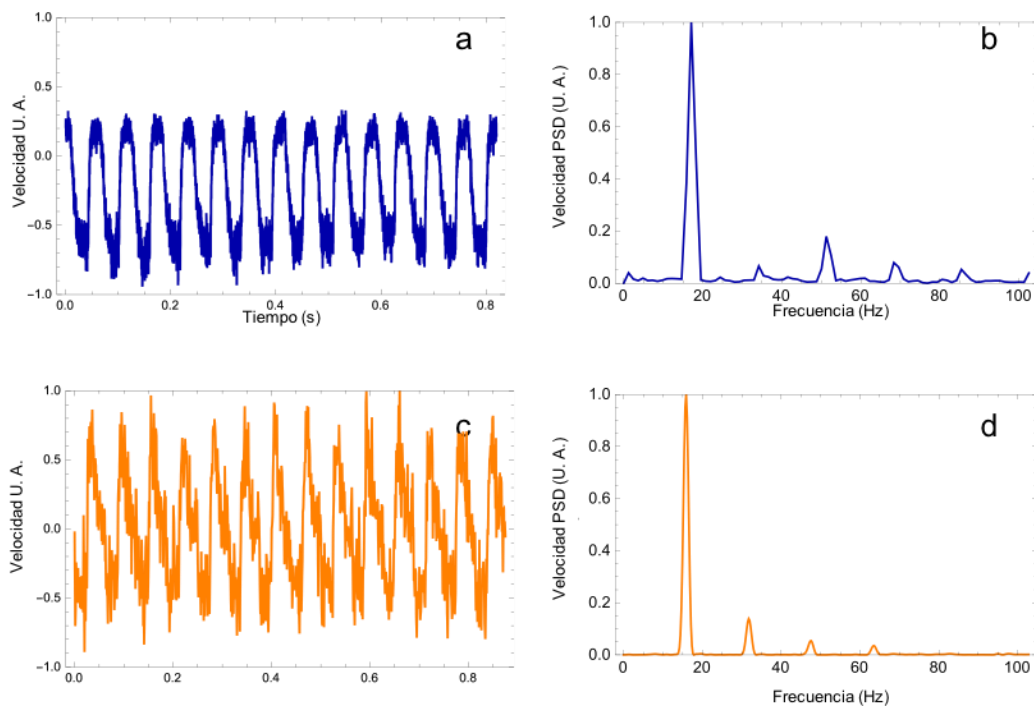


Fig. 36 Velocidad del movimiento del dispositivo fotónico (a,b) y espectro de Fourier (c,d). Comparación de los resultados teóricos (naranja) y experimentales (azules). Señal sinusoidal, frecuencia de entrada 15 Hz. Valor calculado de  $h = 33.2$  y  $n_{light} = 0.50$ .

Basándose en los resultados experimentales y el modelo teórico, es posible saber para cada frecuencia qué tipo de señal es mejor para optimizar el desplazamiento del dispositivo fotónico. En la Fig. 37, la amplitud de las oscilaciones para tres diferentes frecuencias externas es graficada para cada forma de señal. Las líneas punteadas muestran el ciclo de trabajo de la luz obtenido para cada caso.

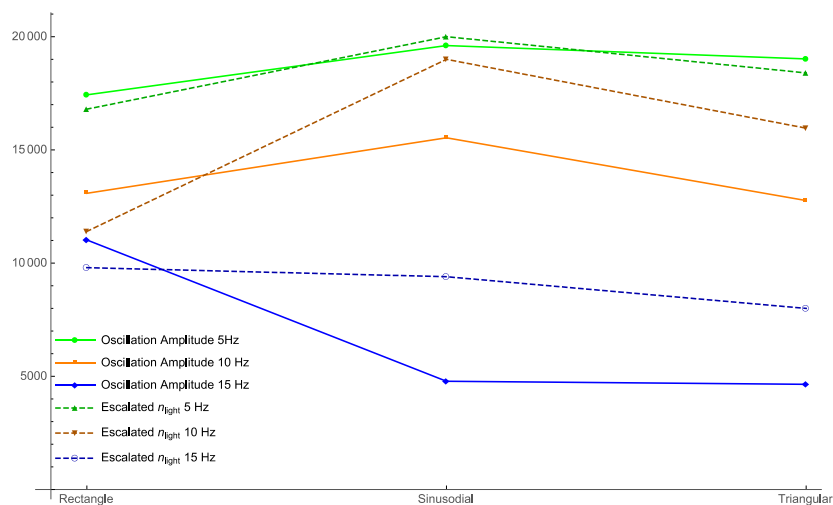


Fig. 37 Comportamiento del desplazamiento del dispositivo fotónico (en nanómetros) vs las tres diferentes señales de onda. El parámetro  $n_{light} = 0.50$  ha sido normalizado para la representación.

La potencia mecánica del movimiento de la oscilación ha sido calculada obteniendo el producto del valor máximo de la velocidad experimental por la fuerza electromagnética calculada. En la figura 38, se grafica la potencia mecánica máxima para tres diferentes frecuencias externas para cada señal de onda.

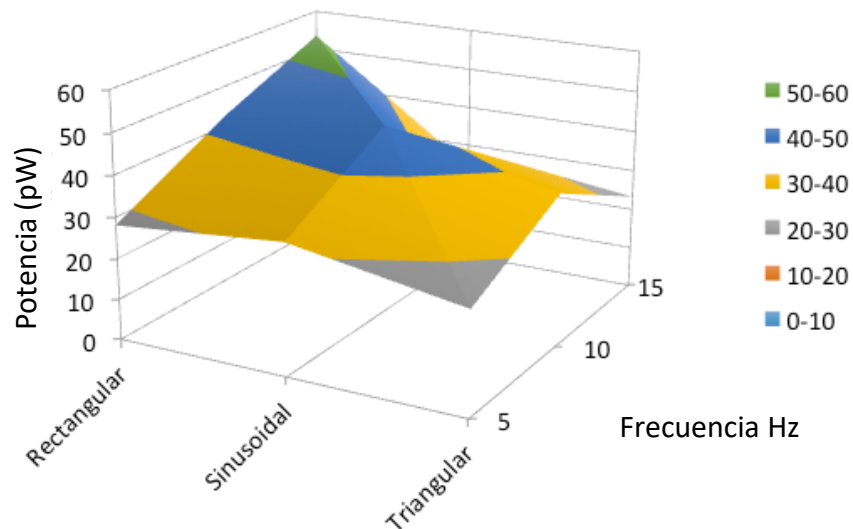


Fig. 38 Potencia mecánica máxima de la oscilación del movimiento vs las tres frecuencias externas y formas de onda.

#### 4.1.4 Optimización de las oscilaciones con la inclusión de una capa metálica.

Se hizo una simulación de elementos finitos (FEMLAB) para corroborar que habrá una fuerza electromagnética tangencial a la superficie cuando está presente una segunda capa defecto metálica en la estructura. Las condiciones de simulación fueron las mismas que para simulaciones anteriores. Como se muestra en la Fig. 39, la fuerza normal a la superficie de las capas existe en toda la estructura. Sin embargo, la fuerza tangencial está presente sólo en la capa metálica de oro. Además, la magnitud de esta fuerza está en el orden de pN, a tres ordenes de magnitud de la fuerza electromagnética normal a la superficie obtenidas en estructuras fotónicas sin capa metálica.

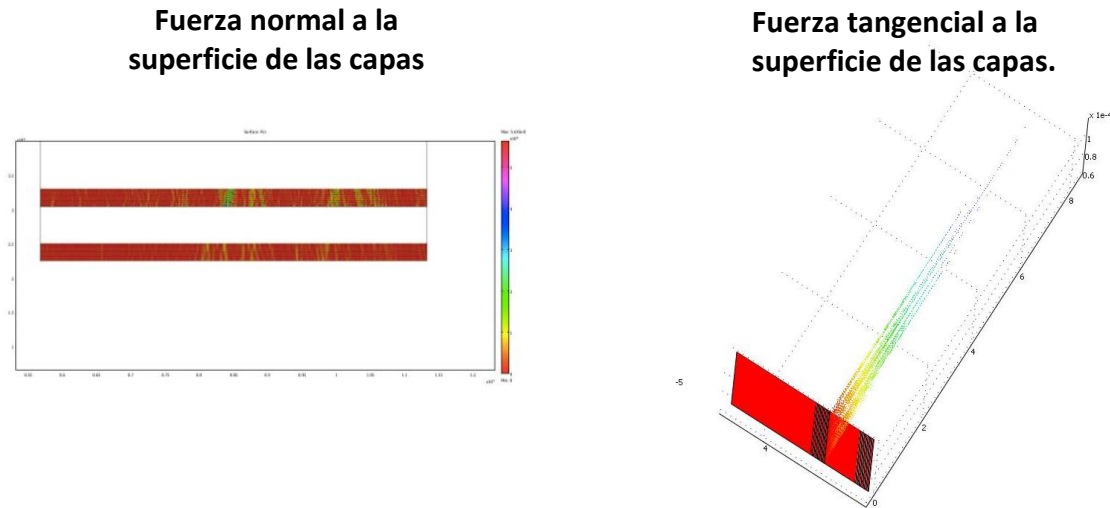


Fig. 39 Izquierda: Vista superior de la estructura, se grafica la fuerza normal a la superficie de las capas  $\langle f_x \rangle$  presente en toda la estructura. Derecha: Vista lateral de la estructura. Se muestra la gráfica de la fuerza tangencial a la superficie de las capas  $\langle f_z \rangle$  que solo existe en la capa metálica.

Sin embargo, experimentalmente no se logró medir ninguna oscilación de la estructura fotónica. Una de las razones por las cuales no existen oscilaciones es por la disminución drástica de la transmisión que se mostró con anterioridad, más razones posibles y propuestas de mejora son discutidas en las conclusiones.

#### 4.1.5 Importancia de usar cristales fotónicos unidimensionales en la generación de fuerzas electromagnéticas.

La figura 40 muestra la importancia de usar cristales fotónicos unidimensionales en la generación de fuerzas electromagnéticas. Se simuló el comportamiento de los campos electromagnéticos y las respectivas fuerzas electromagnéticas generadas para dos diferentes estructuras.

Si se recuerda en la sección 2.1.4, la estructura I está compuesta de: un bloque dieléctrico homogéneo de índice de refracción de 1.1 ( $n_1$  en el experimento), un espacio de aire de  $9 \mu m$  y de nuevo un bloque dieléctrico con índice de refracción de 1.1. La estructura II está compuesta de un cristal fotónico de 10 periodos, un espacio de aire de  $9 \mu m$  y otro cristal fotónico de 10 periodos. El ancho total de ambas estructuras es el mismo. La estructura II tiene el mismo periodo que el dispositivo fotónico experimental.

También se hizo el cálculo teórico de las fuerzas usando la ecuación 2.13. Para la estructura I la fuerza electromagnética teórica es de  $48 pN$  y la simulación arrojó una magnitud de  $7.2 pN$ . Para la estructura II, la fuerza calculada fue de  $6.36 nN$  y la simulada fue de  $6.20 nN$ . En la Fig. 40a se observa la distribución del campo eléctrico dentro de la estructura

I y en la Fig. 40b el campo eléctrico dentro de la estructura II. Las figuras 40c y 40d muestran la densidad de fuerza volumétrica para las estructuras I y II respectivamente. Finalmente, las figuras 40e y 40f muestran la densidad de fuerza superficial para las estructuras I y II respectivamente.

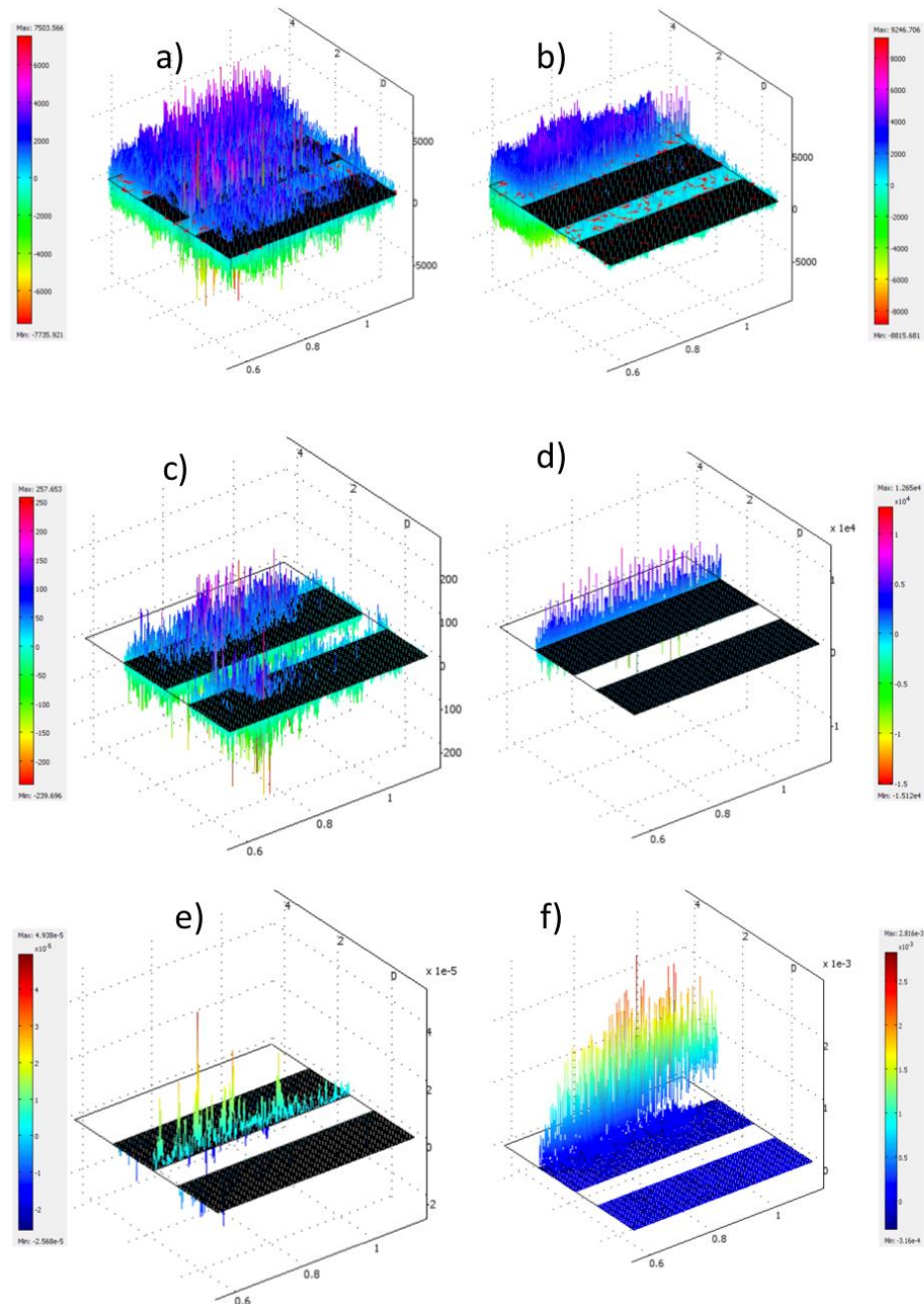


Fig. 40 a) Distribución del campo electromagnético en la estructura I. b) Distribución del campo electromagnético en la estructura II. c) Distribución de la densidad de fuerza volumétrica en la estructura I. d) Distribución de la densidad de fuerza volumétrica en la estructura II. e) Distribución de la densidad de fuerza superficial en la estructura I. f) Distribución de la densidad de fuerza superficial en la estructura II.

## 4.2 Resultados teóricos y experimentales de las auto-oscilaciones.

### 4.2.1 Influencia de las fluctuaciones del láser, vibraciones mecánicas y factores externos en el origen de las auto-oscilaciones.

Con el objetivo de observar la influencia de factores externos en las oscilaciones del dispositivo fotónico, las vibraciones de la estructura fotónica fueron medidas durante 5 minutos en dos condiciones. La primera, durante cinco minutos la muestra no fue excitada con el láser. En la segunda condición el láser fue activado. En estos experimentos de control no se midió ninguna auto-oscilación. Lo que se encontró fue un espectro de ruido como se muestra en la Fig. 41a y Fig. 41b.

En la figura 41c se puede observar la forma del perfil de la luz láser incidente cuando la auto-oscilación está presente. Es claro que la inestabilidad en la señal causada por las fluctuaciones del láser es pequeña comparada con la amplitud de la forma de onda que incide en el fotodino.

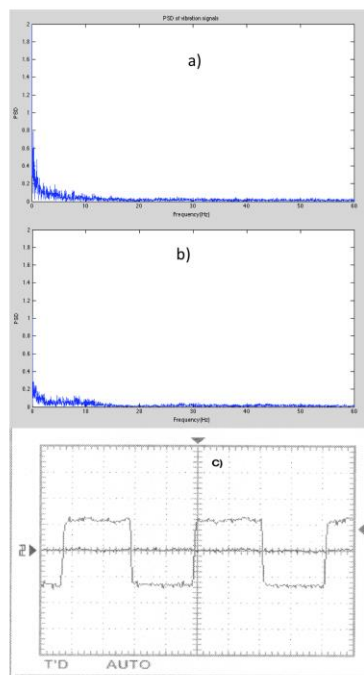


Fig. 41 a) Vibraciones mecánicas introducidas por factores externos. Las vibraciones de la estructura fotónica fueron medidas durante 5 minutos. Ningún pico fue observado en el perfil de velocidad, lo que significa que las vibraciones externas no pueden producir auto-oscilaciones. b) Las vibraciones fueron medidas en la estructura fotónica con el láser durante 5 minutos. Ningún pico fue observado en el perfil de velocidad, lo que significa que las fluctuaciones del láser no pueden producir auto-oscilaciones. c) Por medio de un osciloscopio y una fotocelda, se verificó la forma de la señal de la luz láser y el ciclo de trabajo conseguido con

el *chopper*. Este control ayuda a comparar la señal de la luz contra las fluctuaciones. Como se puede observar, las fluctuaciones del láser son pequeñas comparadas con la amplitud de la forma de la señal.

#### **4.2.2 Resultados experimentales de la medición de auto-oscilaciones.**

En la Fig. 42, se observan tres ejemplos típicos del perfil de la velocidad del dispositivo fotónico durante el experimento. En ellos se puede observar la asimetría entre las partes ascendente (voltaje positivo) y descendente (voltaje negativo), lo que implica que el coeficiente de amortiguamiento en la parte descendente es más alto que en la parte ascendente.

En la Fig. 42a se muestra la aparición de las auto-oscilaciones, esto es lo que pasa una vez que el ciclo se ha cerrado y la estructura ha oscilado durante algunos segundos a diferentes frecuencias entre 2 *Hz* y 50 *Hz*. La Fig. 42a-I muestra la señal de velocidad y la Fig. 42a-II su densidad espectral correspondiente.

Una vez que las auto-oscilaciones se establecieron, la señal de velocidad (Fig. 42b) tiende a estabilizar la auto-oscilación a 16 *Hz* (Fig. 42b-II) con un ciclo de trabajo de 52%.

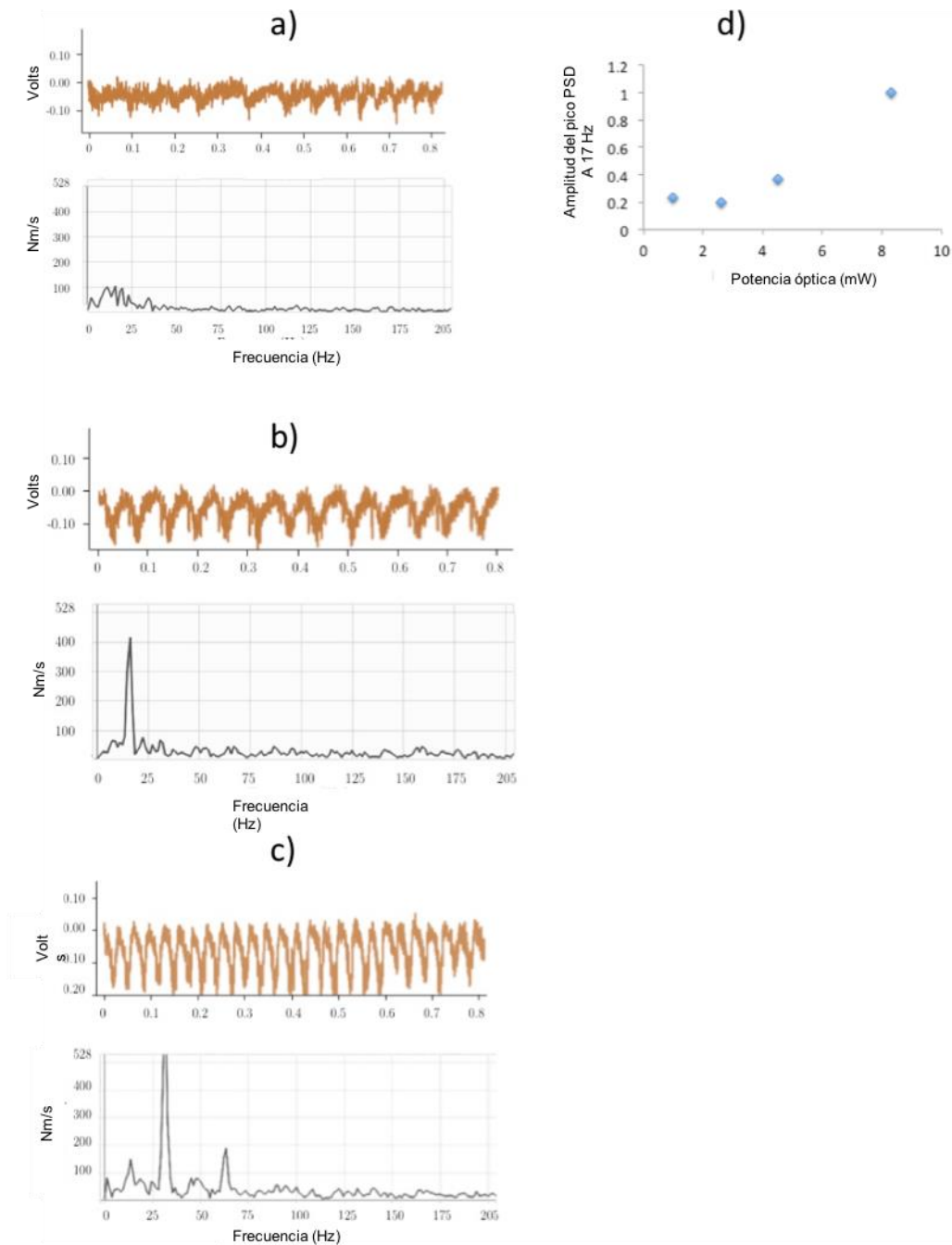


Figura 42. Resultados experimentales para las auto-oscilaciones. a) I) Perfil de la señal de velocidad experimental. b) II) Densidad espectral experimental para la señal de velocidad. En este caso, la auto-oscilación fue estable por 5 minutos a la frecuencia de 16 *Hz*. c) I) Perfil de la señal de velocidad experimental. c) II) Densidad espectral experimental para la señal de velocidad. En este caso, la auto-oscilación fue estable por 5 minutos a la frecuencia de 32 *Hz*. La estabilidad fue menor que para el caso anterior. d) Influencia de la potencia incidente en las auto-oscilaciones. Mientras el dispositivo fotónico auto-oscila a 16 *Hz* la potencia fue bajada de 8.3 *mW* a 1 *mW*.

Se encontraron los valores experimentales de  $x_p = 4.12 \mu m$  y  $V_p = 0.42 mm/s$ . En algunos casos después del intervalo de la auto-oscilación estable a  $16 Hz$ , la estructura puede doblar su frecuencia de auto-oscilación como se muestra en la Fig. 39c. Esto es  $32 Hz$  con una amplitud de  $3.838 \mu m$  y una velocidad de  $0.7 mm/s$ . En otro experimento, mientras el dispositivo fotónico auto-oscilaba a  $16 Hz$ , la potencia fue bajada de  $8.3 mW$  a  $1 mW$ .

Se notó un claro pico para la potencia de  $8.3 mW$  y su comienzo a  $4.5 mW$ . Debajo de ese valor, el pico estaba dentro del ruido de la señal. Se tomó el pico más alto dentro de la señal de ruido para comparar con la amplitud de los picos de auto-oscilación. La Fig. 39d muestra los resultados.

### 4.2.3 Comparación del modelo teórico con los resultados experimentales.

Con ayuda del análisis hecho en la sección 2.2 en donde la componente superior del dispositivo fotónico oscilando se considera como una viga sujeta de un solo lado y con una bisagra en el otro extremo. Las frecuencias naturales de este tipo de movimiento han sido descritas por la ecuación (1.37). Para este caso en específico, los valores de las frecuencias fundamentales y el primer armónico son calculadas:  $\alpha_{01} = 3.924283374$  y  $\alpha_{02} = 7.071067812$ . Esto implica que la relación entre ambas frecuencias naturales es  $\omega_{02} = \omega_{01}(\alpha_{02}/\alpha_{01})^2 = 3.246752347\omega_{01}$ .

Debido a que se está duplicando la frecuencia de la auto-oscilación:  $\omega_2 = 2\omega_1$  con  $\omega_i^2 = \omega_{0i}^2 - h_i^2$ , si los valores de  $\omega_1$ ,  $\omega_{01}$  y  $h_1$  son conocidos, entonces  $\omega_{02}$  y  $h_2$  pueden ser calculados. Con todos los parámetros necesarios, es posible entonces usarlos en las ecuaciones de movimiento de la oscilación (ecuación 1.34) y simular el movimiento teóricamente.

#### Oscilación de 16 Hz.

Usando el valor para  $\langle a_x \rangle_T$  de  $0.242 m/s^2$  obtenido en la sección 4.1.1 y de acuerdo con los valores obtenidos en [6] para  $x_p$ ,  $V_p$ ,  $T$  y usando la condición de auto-oscilación (Ec. 1.36) se encuentran los valores para  $h$  de  $91.1$  y de  $\omega_0 = 136.1118$ .

Se simuló la Ec. 2.10 usando MatLab, se usó el valor de  $n_{light} = 0.52$  para el ciclo de trabajo. Las figuras 43a y 43b muestra el perfil de la señal de velocidad y su espectro correspondiente. Para poder tomar en cuenta efectos de vibraciones externas no controlables se añadió ruido aleatorio al hacer la simulación. La amplitud de la señal de ruido añadida fue del 25% de la amplitud del pico. El desplazamiento máximo fue de  $4.146 \mu m$ , que es del mismo orden del valor experimental encontrado.

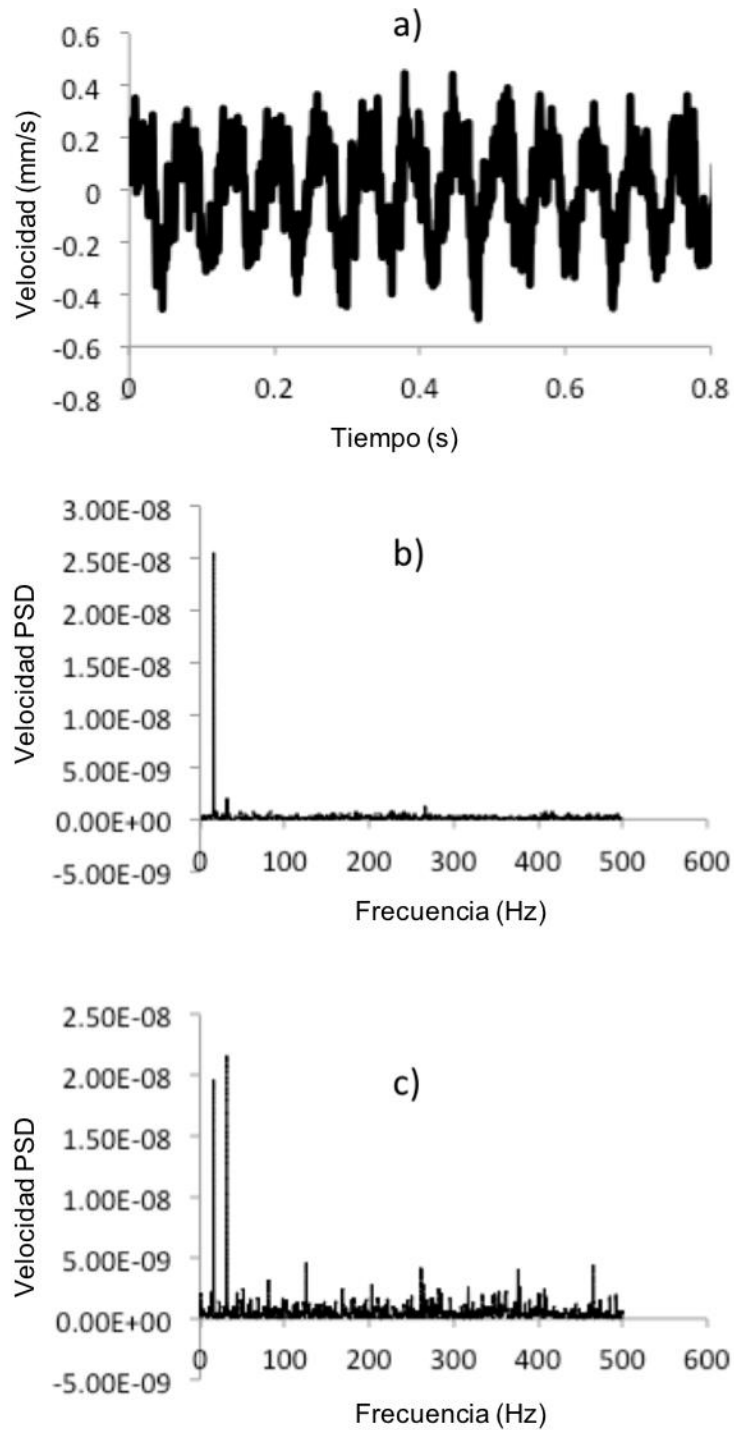


Figura 43. Resultados de la auto-oscilación a 16 Hz. a) Perfil teórico de la señal de velocidad. b) Espectro de la señal de velocidad para un valor del ciclo de trabajo de 52%. c) Perfil teórico de la señal de velocidad. b) Espectro de la señal de velocidad para un valor del ciclo de trabajo de 65%. Aparece un pico a 32 Hz.

### Oscilación de 32 Hz.

En el caso anterior se encontró que  $\omega_{02} = 3.246752347\omega_{01}$ . Como  $\omega_2 = 2\pi(32)$ , se encuentra un valor de  $\omega_{02} = 441.9214$  y  $h_2 = 394.49092$ . Se simula una vez más la auto-oscilación usando el mismo valor para el ciclo de trabajo  $n_{light} = 0.52$ .

Las figuras 41a y 41b muestran el perfil de la señal de velocidad y su espectro de frecuencias correspondiente. Nuevamente se añade una señal de ruido a la simulación con una amplitud máxima de 25 % del pico de la amplitud de la señal de velocidad. El máximo valor para el desplazamiento es de  $1.6 \mu m$ , que es del mismo orden de magnitud que el encontrado experimentalmente.

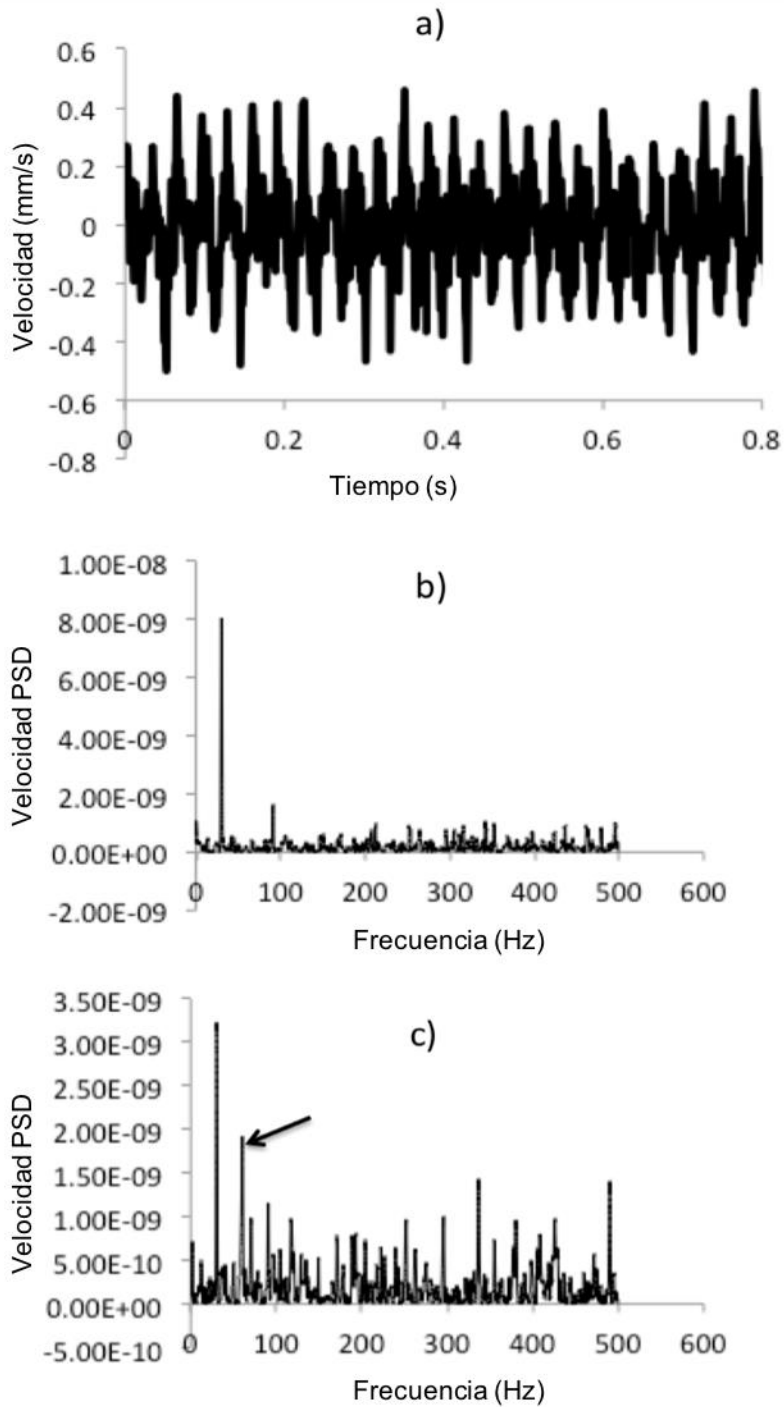


Figura 44. Resultados teóricos de la auto-oscilación a 32 Hz. a) Perfil de la señal de velocidad. b) Espectro de frecuencias teórico de la señal de velocidad con un ciclo de trabajo de 52 %. c) Espectro de frecuencias teórico de la señal de velocidad con un ciclo de trabajo de 65 %. Aparece un segundo pico a 64 Hz.

Oscilación de 64 Hz.

En la Fig. 43, a un lado del pico de 32 Hz hay un pico a 64 Hz. Usando los mismos parámetros que en la sección anterior excepto por el ciclo de trabajo, ambos picos pueden ser simulados. El pico de 64 Hz aparece junto con el pico de 32 Hz cuando el ciclo de trabajo es alrededor del 65 %. Los picos simulados pueden ser vistos en la Fig. 44c también.

#### 4.2.4 Propiedades mecánicas del Silicio Poroso sin sustrato.

Propiedades estimadas mediante el modelo teórico de auto-oscilaciones.

De la ecuación 2.13, el módulo de Young puede ser estimado usando la frecuencia fundamental natural  $\omega_{01}$  como  $E = \omega_{01}^2 \mu L^4 / \alpha_{01}^4 I$ , con  $I = bt^3/12$  y  $\mu = \rho_{PSi-1DPC} bL$ . Donde  $b$  es el ancho,  $t$  es espesor y  $\rho_{PSi-1DPC}$  es la densidad volumétrica del cristal fotónico unidimensional de Silicio Poroso. Así, el coeficiente de rigidez  $k$  puede ser calculado como:  $\omega_{01} = \sqrt{\alpha_{01}^4 EI / (\mu L) L^3} = \sqrt{\alpha_{01}^4 EI / mL^3} = \sqrt{k/m}$  donde  $m$  es la masa. Por lo tanto,  $k = \alpha_{01}^4 EI / L^3$ . Entonces, usando los parámetros conocidos  $b, t, L, \mu = 0.004688 \text{ kg/m}$  y  $\omega_{01} = 136.1118$  se encuentra que  $I = 7.3452 \times 10^{-10} \text{ m}^4$ ,  $E = 1.28 \text{ GPa}$  y  $k = 0.3474 \text{ N/m}$ .

Propiedades medidas experimentalmente.

Mecánicamente, es conocido que la relación entre la rigidez y el módulo de Young en una viga cargada y sujeta de un extremo está dado como  $k = F/\delta = 3EI/L^3$ . De esta manera, conocido  $k$  es posible conocer  $E$  y viceversa.

Para las mediciones mecánicas se obtuvo  $F_1 = 2.8056 \times 10^{-5} \text{ N}$ ,  $d_1 = 4.97577 \times 10^{-5} \text{ m}$ ,  $F_2 = 5.7013 \times 10^{-5} \text{ N}$ ,  $d_2 = 8.95638 \times 10^{-5} \text{ m}$ ,  $F_3 = 8.5529 \times 10^{-5} \text{ N}$  y  $d_3 = 12.2345 \times 10^{-5} \text{ m}$ . Se graficó la fuerza de carga vs los desplazamientos y la curva de ajuste es una línea recta. Se obtiene un buen ajuste lineal con un coeficiente de determinación de  $R^2 = 0.97251$ . El valor de  $k$  (representado por la pendiente) es de  $0.6671 \text{ N/m}$ .

A partir de estos datos, se puede calcular el módulo de Young usando  $k = F/\delta = 3EI/L^3$ . Sabemos que el valor de  $k = 0.6671 \text{ N/m}$ . Se encuentra entonces que  $I = 5.2334 \times 10^{-20} \text{ m}^4$  y  $E = 4.25 \text{ GPa}$ .

### 4.3 Reproducción de la transmisión a través del microtúbulo. (Comparación con resultados experimentales).

Se usó el método de la transformada de Fourier para capas ópticas delgadas para obtener el mejor ajuste teórico. El método que se siguió es desarrollado en [54] y los detalles pueden ser encontrados ahí.

El diseño final está compuesto de 376 capas donde la longitud de cada capa es de 4 nm (1504 nm en total). La secuencia de la multicapa final es como sigue: 12 capas con índice refractivo  $n_{low} = 1.07402$  y 36 cavidades con el orden  $n_{low}n_{high}n_{low}n_{high}n_{low}n_{d1}n_{low}n_{high}n_{low}n_{high}$  donde,  $n_{high} = 7.3$  y  $n_{d1} = 3.3$ , finalmente 4 capas de la siguiente forma  $n_{low}n_{d2}n_{low}n_{d2}$  donde la capa  $n_{d2} = 2$  es añadida.

Los índices de refracción bajos  $n_{low}$  representan a los monómeros de tubulina  $\alpha$  y los índices de refracción  $n_{high}$ ,  $n_{d1}$  y  $n_{d2}$  representan a los monómeros de tubulina  $\beta$ . Toda la estructura está sumergida en agua  $n_0 = 1.33$ .

La Fig. 45a muestra las bandas de transmisión eléctrica a través del microtúbulo con un ancho espectral que abarca de los 10 KHz a los 250 MHz. La longitud del microtúbulo es de 1500 nm. Mediante el uso de los parámetros obtenidos por el modelo teórico, la simulación de transmisión eléctrica fue simulada, la gráfica se muestra en la Fig. 45b.

El modelo contiene 376 capas con longitudes  $l_\alpha = l_\beta = 4$  nm. El modelo se ajusta muy bien al espectro de transmisión experimental. Sólo los picos con magnitud del orden del 20% de la frecuencia máxima normalizada fueron modelados. De cualquier manera, no se sabe con certeza si los picos experimentales no modelados son significativos o parte del ruido. La impedancia eléctrica  $Z_{0\alpha}$  tiene un solo valor de 2.68885 G $\Omega$ , este valor fue calculado con la ayuda de la ecuación (3.2). La otra impedancia eléctrica  $Z_{0\beta}$  fue calculada con índices de refracción efectivos, usando el cociente entre ellos.

Es decir, como ya conocemos el valor de los cocientes  $n_{high}/n_{low}$ ,  $n_{d1}/n_{low}$  y  $n_{d2}/n_{low}$  y por definición, son iguales a  $Z_{0\alpha}/Z_{0\beta high}$ ,  $Z_{0\alpha}/Z_{0\beta d1}$  y  $Z_{0\alpha}/Z_{0\beta d2}$  respectivamente. Entonces,  $Z_{0\beta high} = 0.395234$  G $\Omega$ ,  $Z_{0\beta d1} = 0.87498$  G $\Omega$  y  $Z_{0\beta d2} = 1.43725$  G $\Omega$ . Estos valores son obtenidos cuando el parámetro  $f_x$  es igual a 0.02063, 0.105 y 0.285 respectivamente.

El modelo teórico solo tiene dos parámetros libres: la longitud de la cola del monómero de tubulina beta (beta-TT) y la propagación de velocidad de propagación del campo eléctrico debido a los iones. Los mejores valores para la longitud de este parámetro son 0.09 nm, 0.47 nm y 1.28 nm.

Para la velocidad de propagación del campo eléctrico el valor es de  $2.65 \text{ m/s}$ . El modelo, aunque bastante simple es capaz de reproducir por completo la estructura de bandas eléctrica (Fig. 45) Los resultados resaltan el hecho de que los efectos de la configuración molecular son muy importantes en los microtúbulos por la energía de transporte puede modular dichos efectos. De hecho, solo mediante el cambio de la longitud del parámetro beta-TT se modifica drásticamente las impedancias eléctricas que crean la estructura de bandas eléctrica.

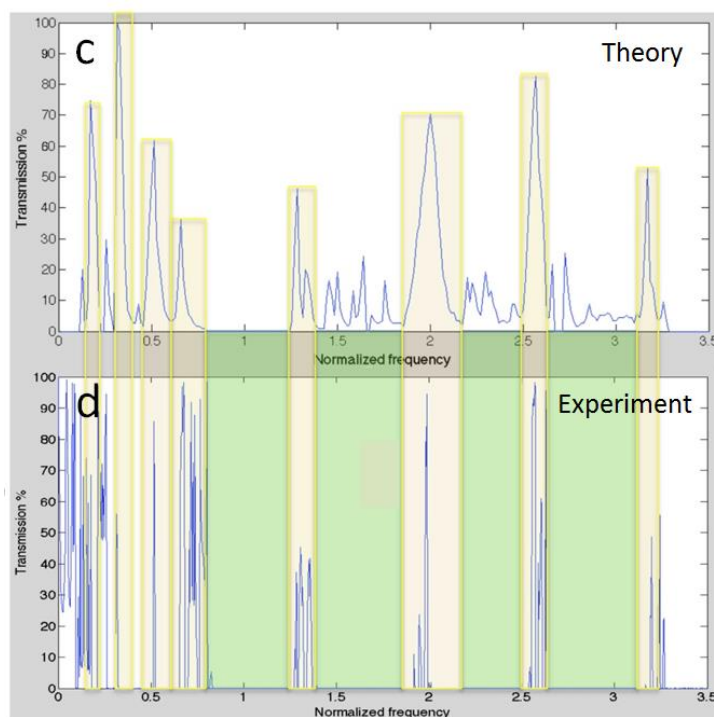


Fig. 45 Comparación de las bandas de transmisión eléctrica a) experimentales y b) teóricas.

Otros resultados que sostienen la idea de formación de ondas estacionarias se encuentran en la Fig. 46, donde se muestran imágenes obtenidas mediante microscopía de efecto túnel (STM) de un solo microtúbulo. Después de que la señal AC es bombeada a través del microtúbulo a una frecuencia particular, las imágenes STM de la corriente inducida fueron grabadas. De estas imágenes, se pueden observar diferentes configuraciones de la corriente de iones que podrían ser pensadas como modos de corriente de iones similares a los modos electromagnéticos en un cristal fotónico. Así mismo, la aparición de estos modos de corriente de iones solo pasa cuando el agua está presente. Es decir, si no hay agua dentro del MT, las imágenes STM no pueden ser tomadas y el MT se desintegra en el intento. Es decir, si no hay agua dentro del MT, las imágenes STM no pueden ser tomadas y el MT se desintegra en el intento.

Esto refuerza la idea de que el agua es necesaria para crear una corriente de iones que generará un campo electromagnético y formará a su vez ondas estacionarias dentro del MT.

También se hizo un análisis de elementos finitos, en una versión del MT más corta que retenía los picos principales de transmisión (Véase la figura 46).

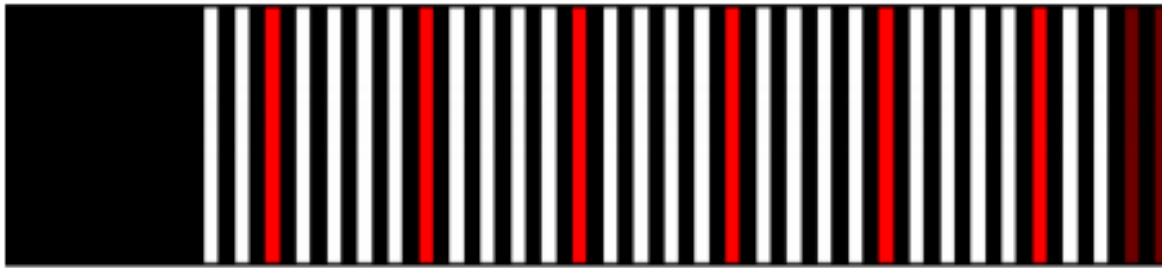


Figura 46. Simulación de elementos finitos para la estructura del microtúbulo. Las capas negras representan a los monómeros de tubulina  $\alpha$  ( $n_{low} = 1.07402$ ) y las capas blancas, rojas y café a los monómeros de tubulina  $\beta$  con índices de refracción  $n_{high} = 7.3$ ,  $n_{d1} = 3.3$  y  $n_{d2} = 2$  respectivamente.

En la Fig. 47 se puede observar que la simulación describe la distribución de corriente experimental para diferentes señales AC. Sin embargo, para la frecuencia de 185 MHz, el patrón experimental solamente es replicado en dos capas (mostrado entre asteriscos).

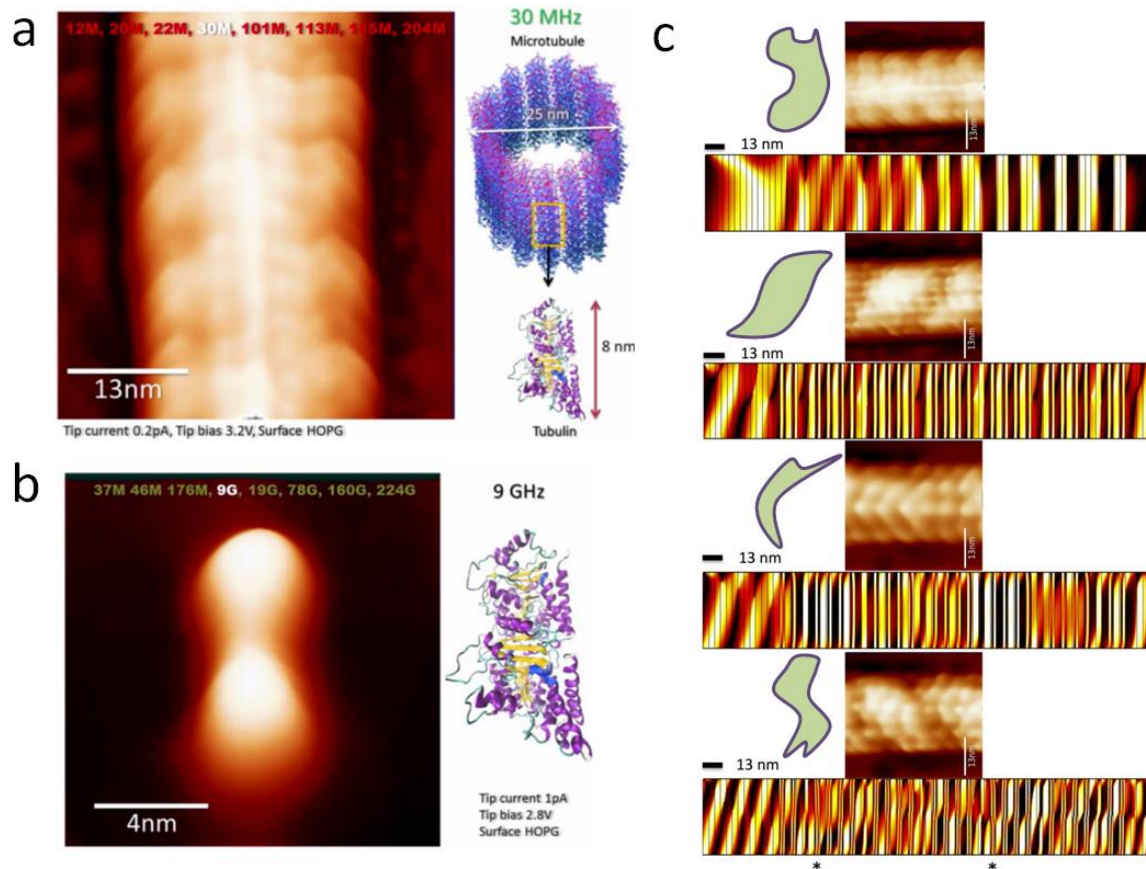


Fig. 47 Simulación de elementos finitos de  $(H_x + H_y)/\|H_x + H_y\|$  comparado con las mediciones experimentales de la distribución de corriente a diferentes frecuencias. a) 30 MHz, b) 101 MHz, c) 113 MHz y d) 185 MHz.

## Capítulo 5.

### Conclusiones.

Usando como base la teoría existente de la transmisión a través de los cristales fotónicos, se han analizado tres diferentes aplicaciones. Dichos análisis reproducen los resultados experimentales de cada una de las aplicaciones.

A continuación, se exponen las conclusiones y el trabajo a futuro.

Primera aplicación.

- Ha sido posible usar luz para inducir oscilaciones forzadas y auto-oscilaciones en un cristal fotónico unidimensional.
- El movimiento oscilatorio fue logrado experimentalmente y modelado teóricamente.
- A altas frecuencias, la amplitud del movimiento oscilatorio (o el desplazamiento de la parte móvil del dispositivo fotónico) crece conforme el nivel de la potencia óptica aumenta.
- Para las oscilaciones forzadas, los desplazamientos más grandes fueron encontradas a bajas frecuencias.
- Para cada una de las señales usadas, la frecuencia que optimiza el desplazamiento ha sido encontrada.
- La diferencia más grande entre las amplitudes de oscilación obtenidas teórica y experimentalmente es de 2.83 %. Es decir, el modelo de oscilaciones reproduce bien los resultados experimentales.
- Otro parámetro importante es la aceleración del movimiento del dispositivo fotónico. Los valores más altos encontrados experimentalmente para la aceleración de los mayores desplazamientos fueron de  $0.02 \text{ m/s}^2$ ,  $0.05 \text{ m/s}^2$  y  $0.09 \text{ m/s}^2$  para las frecuencias externas de 5 Hz, 10 Hz y 15 Hz respectivamente.
- La estructura mostró ser estable durante varias horas cuando el bombeo óptico estaba controlado por un generador de funciones.
- Estos resultados pueden ser usados como un punto de inicio para hacer análisis más exhaustivos en el futuro. Los datos obtenidos pueden ser implementados en el diseño experimental para optimizar las oscilaciones del dispositivo fotónico.
- Se debe tomar en cuenta la reducción de la transmisión de la estructura fotónica a incluir una capa metálica en futuros diseños.

- La naturaleza de la fuerza tangencial presente en capas metálicas exige el diseño de un montaje experimental diferente.
- Para poder medir fuerzas electromagnéticas con la contribución de la fuerza tangencial se deben usar capas de espesores de 5nm.
- Una vez optimizado el dispositivo, se abre la posibilidad de usar esta fuerza electromagnética para crear nuevos dispositivos que puedan ser activados solo con luz.
- Una idea para la aplicación de este dispositivo fotónico es integrarlo en dispositivos más complicados como un sensor. Debido a que los dispositivos fotónicos aquí presentados están hechos de Silicio Poroso, algún líquido o gas podría ser introducido dentro de los poros cambiando los índices de refracción y por lo tanto modificando las fuerzas electromagnéticas generadas con esos nuevos parámetros. Así, cuando el dispositivo fotónico esté en operación, el vibrómetro detectaría el cambio en la amplitud de las oscilaciones de acuerdo a las propiedades del material insertado.

#### Segunda aplicación.

- Se encontraron las frecuencias de auto-oscilación de 16 *Hz* y 32 *Hz* en la estructura fotónica.
- Las propiedades mecánicas del Silicio Poroso fueron estimadas usando los resultados experimentales de las auto-oscilaciones y experimentos mecánicos.
- Los valores de rigidez y del módulo de Young son del mismo orden de magnitud que los reportados en la literatura medidos con otros métodos.
- Cabe destacar que las estimaciones y mediciones experimentales de las propiedades mecánicas del Silicio Poroso han sido encontradas sin ningún sustrato, un resultado difícil de encontrar en la literatura.
- Un análisis teórico más exhaustivo podría hacerse para determinar la mejor distribución de la capa defecto y las capas en general.
- Una vez optimizado el dispositivo fotónico, este método puede ser usado con diversos materiales para obtener sus propiedades mecánicas sin sustrato.

#### Tercera aplicación.

- El microtúbulo puede ser considerado como una estructura unidimensional con simetría traslacional.
- Este método ha sido un primer intento del análisis del comportamiento de los MT bajo el enfoque de un cristal fotónico. Aunque simple y aproximado, ha sido posible la reproducción de algunos resultados experimentales cuya explicación aún sigue en el foro de discusión.
- En un análisis futuro, sería interesante usar en simetría helicoidal para hacer los resultados más apegados a la geometría real.

- Otra restricción del modelo es que los efectos de capacitancia e inductancia no han sido tomados en cuenta, lo que es equivalente a omitir la energía de emisión y absorción de los dímeros en los microtúbulos.
- Como un trabajo a futuro, el modelo puede ser mejorado tomando en cuenta estos dos últimos puntos.
- Debido a que las propiedades de los MT (y como consecuencia las respuestas de estos a campos eléctricos externos) sufren alteraciones cuando hay una enfermedad presente, (cáncer, por ejemplo), las investigaciones deberían ser dirigidas hacia el conocimiento del comportamiento de estas propiedades y respuestas endógenas para MT saludables y no saludables.
- Como se mencionó en la discusión teórica, se cree que los MT se comunican a través de campos electromagnéticos endógenos que surgen debido a su excepcional polaridad eléctrica. Como trabajo a futuro, se podría analizar estos campos electromagnéticos con la teoría existente para campos electromagnéticos viajando a través de estructuras periódicas.

## Bibliografía

- [1] Shouyuan Shi, Ahmed Sharkawy, Janusz Murakowski, Garret J. Schneider Dennis W. Prather, *Photonic Crystals: Theory, Applications, and Fabrication*. New Jersey: Wiley&Sons, 2009.
- [2] S. G Johnson, J. N. Winn, R. D. MEde John D. Joannopoulos, "Photonic crystals: molding the flow of light.," *Nature*, vol. 386, march 1997.
- [3] Pochi Yeh, *Optical waves in layered media.*: Wiley-Interscience, 2005.
- [4] James M. Dziedzic Arthur Ashkin, "Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria," *Science*, vol. 235, 1987.
- [5] T. L. Dong, G. J. Shan M. Li, "Enhancement of electromagnetic force by localized field in one-dimensional photonic crystal," *Progress in Electromagnetics Research M*, vol. 10, 2009.
- [6] R. Doti, N. Sanchez, M. B. de la Mora, J. A del Río, J. Faubert J. E. Lugo, "The bifoil photodyne: a photonic crystal oscillator," *Scientific Reports*, vol. 4, 2014.
- [7] R. Doti, J. Faubert, N. Sanchez, M. A. Palomino, J. A. del Río J. E. Lugo, "Theoretical and experimental study of electromagnetic forces induced in one-dimensional photonic crystals," *Proc. of SPIE*, vol. 8915, 2013.
- [8] Shuichi inoshita Shinya Yoshioka, "Direct determination of the refractive index of natural multilayer system," *Physical Review E*, vol. 83, 2011.
- [9] Jack D. Cowan Paul C. Bressloff, "The visual cortex as a crystal," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 173, 2002.
- [10] Shouyuan Shi, Ahmed Sharwawy, Janusz Murakowski, Garret J. Schnedier Dennis W. Prather, *Photonic Crystals: Theory, Applications, and Fabrication*. USA: John Wiley and Sons, 2009.
- [11] V. Bykov, "Spontaneous Emission in a Periodic Structure," *Zhurnal Experimentalnoi i Teoreticheskoi Fiziki*, vol. 62, 1972.
- [12] Pierre R. Villeneuve, Shanhul Fan J. D. Joannopoulos, "Photonic crystals: putting a new twist on light," *Nature*, vol. 386, no. 6621, 1997.
- [13] K. Shimoda, *Introduction to Laser Physics*. Berlin: Springer Verlag, 1984.
- [14] Ardhasena Sopaheluwakan, *Defect states dn defect modes in 1D photonic crystals.*: MSc. University of Twente, Netherlands, 2003.
- [15] Fritz K. Kneubühl, *Oscillations and waves.*: Springer Science & Business Media, 2013.
- [16] F. S. Crwaford, *Waves, Berkeley Physics Course.*: Reverté, 1974.
- [17] A. A. Vitt, S. E. Khakin A. A. Andronov, *Theory of Oscillators: Adiwes International Series in Physics*, Elsevier, Ed. New York, 2013.

- [18] R. H. Keldermann, M. P. Nash A. V. Panfilov, "Self-organized pacemakers in a coupled reaction-diffusion-mechanics system," *Physical review letters*, vol. 95, no. 25, 2005.
- [19] A. Jenkins, "Self-oscillation," *Physics reports*, vol. 525, no. 2, 2013.
- [20] Daniel J. Rixen Michel Geradin, *Mechanical vibrations: theory and application to structural dynamics.*: John Wiley & Sons, 2014.
- [21] Samuel Kelly Clark, *Dinámica de elementos continuos.*: Reverté, 1975.
- [22] S. G. Schultz J. H. Byrne, "Introduction to membrane transport and bioelectricity," *Raven Press*, 1988.
- [23] S. Sarkar S. F. Gilbert, "Embracing complexity: organicism for the 21st century. ," *Developmental dynamics: an official publication of the American Association of Anatomists*, vol. 219, 200.
- [24] P. Simonis J. P. Vigneron, "Natural photonic crystals," *Physica B: Condensed Matter*, vol. 407, 2012.
- [25] L. Shiau, A. Törö M. Golubitsky, "Symmetry and pattern formation on the visual cortex," *Dynamics and bifurcation of patterns in dissipative systems*, 2004.
- [26] M. Cifra, O. Kucera D. Havelka, "Multi-mode electro-mechanical vibration of a microtubule: In silico demonstration of electric pulse moving along a microtubule," *Applied Physics Letters*, vol. 104, 2014.
- [27] David R. Caprette. (2018) Experimental Biosciences. Resources for introductory and intermediate level. [Online].  
<http://www.ruf.rice.edu/~bioslabs/studies/invertebrates/microtubules.html>
- [28] A. Johnson, J. Lewis, M. Raff, K. Roberts B. Alberts, *Molecular Biology of the Cell*, 4th ed.: International Student Edition, 2002.
- [29] L. Sandblad, M. Wachsmuth, D. Brunner, E. Karsenti J. Mozziconacci, "Tubulin dimers oligomerize before their incorporation into microtubules," *PLoS One*, vol. 3, 2008.
- [30] S. Fuller, E. Karsenti D. Chrétien, "Structure of growing microtubule ends: two-dimensional sheets close into tubes at variable rates," *The Journal of cell biology*, vol. 129, 1995.
- [31] S. N. Papaioanou, J. F. Glazebrook D. Georgiev, "Neuronic system inside neurons: molecular biology and biophysics of neuronal microtubules," *Biomedical Reviews*, no. 15, 2004.
- [32] J. T. Huzil, M. Stepanova, J. Tuszynski T. Luchko, "Conformational analysis of the carboxy-terminal tails of human beta-tubulin isotypes," *Biophysical journal*, vol. 94, 2008.
- [33] M. Segal, E. Moses O. Feinerman, "Signal propagation along unidimensional neuronal networks," *Journal of neurophysiology*, vol. 94, 2005.
- [34] S. Ghosh, B. Ghosh, K. Aswani, K. Hirata, D. Fujita, A. Bandyopadhyay S. Sahu, "Atomic water channel controlling remarkable properties of a single brain microtubule: correlating single protein to its supramolecular assembly," *Biosensors and bioelectronics*, vol. 47, 2013.

- [35] D. I. Ilic, N. Ralevic, J. A. Tuszynski M. V. Sataric, "A non linear model of ionic wave propagation along microtubules," *European Biophysics Journal*, vol. 38, 2009.
- [36] W. C. Troy, Q. Yang, H. Ma, C. R. Laing, S. Schiff, J. Y. Wu X. Huang, "Spiral waves in disinhibited mammalian neocortex," *Journal of Neuroscience*, vol. 24, 2004.
- [37] E. Muto I. Minoura, "Dielectric measurement of individual microtubules using the electroorientation method," *Biophysical journal*, vol. 90, 2006.
- [38] E. Basar, "Brain oscillations in neuropsychiatric disease," *Dialogues in clinical neuroscience*, vol. 15, 2013.
- [39] T. Kis, A. S. Lázár, L. Havrán, P. Rigó, Z. Clemens, P. Halász R. Bódizs, "Prediction of general mental ability based on neural oscillation measures of sleep," *Journal of sleep research*, vol. 14, 2005.
- [40] L. E. Hong L. V. Moran, "High vs low frequency neural oscillations in schizophrenia," *Schizophrenia bulletin*, vol. 37, 2011.
- [41] R. Agarwal, L. A. Cacha, R. R. Poznanski K. Ray, "Protein polarization induced Bloch waves in axonal fibres," in *11th International Conference on Vibration Problems*, Lisbon, Portugal, 2013.
- [42] K. Ray, "Memory: A Brain Wave Approach," in *Vibration Problems ICOVP: the 10th International Conference of Vibration Problems*, 2011.
- [43] J. Kobilková J. Pokorný, "Postulates on electromagnetic activity in biological systems and cancer," *Integrative Biology*, vol. 5, 2013.
- [44] H. Nakamura A. Wada, "Nature of the charge distribution in proteins," *Nature*, vol. 293, 1981.
- [45] J. Pokorný, F. Jelinek, O. Kucera M. Cifra, "Vibrations of electrically polar structures in biosystems give rise to electromagnetic field: theories and experiments.," in *PIERS Proc.*, Moscow, Russia, 2009.
- [46] N. Ralevic D. I. Ilic, "Microtubule as a Transmission Line for Ionic Currents," *Chinese Physics Letters*, vol. 26, 2009.
- [47] R. Agarwal, L. A. Cacha, R. R. Poznanski K. Ray, "Protein polarization induced Bloch Waves in axonal fibres," in *11th International Conference on Vibration Problems*, Lisboa, Portugal, 2013.
- [48] P. I. Richards, "Applications of matrix algebra to filter theory," *Proceedings of the IRE*, vol. 34, no. 3, 1946.
- [49] S. J. Orfanidis, *Electromagnetic waves and antennas.*, 2002.
- [50] D. Bray, K. Hopkin, A. Johnson, L. Lewis, M. Raff, P. Walter B. Alberts, *Essential cell biology.*: Garland Science, 2013.
- [51] B. M. Sataric, J. A. Tuszynski, M. V. Sataric D. L. Sekulic, "Nonlinear ionic pulses along microtubules," *The European Physical Journal E.*, vol. 34, 2011.
- [52] R. Nuccitelli L. F. Jaffe, "Electric controls of development.," *Annual review of biophysics and bioengineering*, vol. 6, 1977.

- [53] K. J. Böhm, L. Wollweber, J. A. Tuszyński, E. Unger R. Stracke, "Analysis of the migration behaviour of single microtubules in electric fields," *Biochemical and biophysical research communications*, vol. 293, 2002.
- [54] S. Sahu, L. Agrawal, T. Shiga, A. Bandyopadhyay S. Ghosh, "Inventing a co-axial atomic resolution patch clamp to study a single resonating protein complex and ultra-low power communication deep inside a living neuron cell," *Journal of Integrative Neuroscience*, vol. 15, no. 4, 2016.
- [55] D. Lowe J. A. Dobrowolski, "Optical thin film synthesis program based on the use of Fourier transforms," *Applied Optics*, vol. 17, 1978.
- [56] R. Doti, N. Sanchez, J. Faubert J. E. Lugo, "Inducing forced and auto-oscillations in one-dimensional photonic crystals with light," *Journal of Nanophotonics*, vol. 8, 2014.
- [57] R. Doti, J. Faubert, N. Sanchez J. E. Lugo, "Increasing light-induced forces with photonic crystals," *SPIE Newsroom*, 2015.
- [58] Z. H. Wang C. J. Wu, "Properties of defect modes in on-dimensional photonic crystals," *Progress in electromagnetics research*, vol. 103, 2010.
- [59] Levi Schächter Amit Mizri, "Mirror manipulation by attractive and repulsive forces of guided waves," *Opt. Express*, no. 13, 2005.
- [60] L. Schächter A. Mizrahi, "Electromagnetic forces on the dielectric layers of the planar optical Bragg acceleration structure.," *Physical Review E*, vol. 74, 2006.
- [61] H. Nakamura, T. Sakamoto A. Wada, "Nature of the charge distribution in proteins II. Effect of Atomic Partial Charges in Ionic charges.," *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 54, 1985.
- [62] D. Sept, S. Joseph, M. Holst, J. McCammon N. A. Baker, "Electrostatics of nanosystems: application to microtubules and the ribosome," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 98, 2001.