



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

**ANÁLISIS DINÁMICO DE UNA HERRAMIENTA
ROTANDO LIBREMENTE SOBRE UN VIDRIO QUE
ROTA A UNA VELOCIDAD ANGULAR CONSTANTE**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN FÍSICA

PRESENTA

DAN IMER MADRID GUTIÉRREZ

ASESOR DE TESIS

DR. ALBERTO CORDERO DÁVILA

PUEBLA, PUE.

MAYO 2023

Título: Análisis dinámico de una herramienta rotando libremente sobre un vidrio que rota a una velocidad angular constante.

Estudiante: Dan Imer Madrid Gutiérrez

COMITÉ

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez
Presidente

Dr. Miguel Ángel Olvera Santamaría
Secretario

Dr. Rafael Izazaga Pérez
Vocal

Dra. María del Rosario Pastrana Sánchez
Suplente

Dr. Alberto Cordero Dávila
Asesor

DEDICATORIAS

A mi madre y padre que siempre estuvieron apoyándome en todo este proceso que nunca dudaron en que podría llegar hasta aquí

A mis amigos y compañeros que también me acompañaron en todo el camino.

AGRADECIMIENTOS

Mis agradecimientos más profundos y sinceros primeramente a mi familia por apoyarme siempre, a mi padre Hugo Madrid Tlahuiz y a mi madre Natalia Gutiérrez Cortes.

A mi asesor el Dr. Alberto Cordero Dávila, por todos estos años que hemos trabajado juntos, por su guía y paciencia para conmigo pues he aprendido mucho de él y es innegable también todo el apoyo que me ha brindado. Tiene todo mi respeto y admiración.

A todos los miembros del jurado por la atención, interés y apoyo de este trabajo.

Quisiera también agradecer al M. C. Gregorio Rogelio Cruz Reyes por su gran amistad también a lo largo de estos años.

A mis amigos Denisse, Luz, Neri y Moroni por todo el tiempo que compartimos.

Me gustaría expresar a detalle todo lo que quiero decir y que siento a las personas mencionadas, pero de corazón siempre les estaré agradecidos.

RESUMEN

Se presenta un análisis dinámico para una herramienta que gira libremente debido a la acción de un vidrio que gira a velocidad angular constante. Preston, F. W. [1] analizó el movimiento de la herramienta, despreciando el espesor de la misma y concluyó que la torca ejercida sobre la herramienta tiene una sola componente a lo largo de la dirección normal de ella. A partir de este análisis, Preston también concluyó que las velocidades angulares de la herramienta y el vidrio deben ser iguales, incluso cuando experimentalmente esto no es cierto. Para este trabajo se asumió un espesor de la herramienta diferente de cero, de donde se encontraron dos nuevas componentes de la torca a lo largo del plano de la interfaz que producen una presión no homogénea entre las superficies y luego una velocidad angular errática de la herramienta, por lo tanto puede ser entendida la conocida rotación azarosa de la herramienta.

Si el centro de la herramienta está fijo sobre el vidrio, en un punto con coordenadas $(x_G, 0)$, se obtiene una torca en dirección X_G . Esta nueva componente de la torca frena la velocidad angular de la herramienta lo cual ha sido confirmado experimentalmente.

El presente trabajo de tesis se basa en una investigación realizada por el Dr. Alberto Cordero Dávila, Dan Imer Madrid Gutiérrez y Emanuel de Jesus Carlock Acevedo, que ha sido enviado a “Applied Optics” para su posible publicación.

INDICE GENERAL

Resumen	v
Capítulo 1 Introducción	1
1.1 antecedentes	1
Capítulo 2 Diferencial de la fuerza de arrastre del vidrio a la herramienta	3
Capítulo 3 Torca desde el vidrio a la herramienta	8
3.1. Componentes de la torca para pequeños valores de $\delta\omega$	11
Capítulo 4 Análisis numérico y analítico de la componente τ_z cuando el centro de la herramienta esta sobre el eje X_G	13
Capítulo 5 Análisis numérico y analítico del efecto de la componente τ_z en la rotación de la herramienta.	18
Capítulo 6 Resultados experimentales vs análisis teórico	21
Capítulo 7 Conclusiones	25
APENDICE A PROGRAMA COMPONENTE X DE LA TORCA	27
APENDICE B COMPONENTE Z DE LA TORCA	30
APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{Tc}	33
Bibliografía	45

CAPITULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTES

En 1927 Preston, F.W. [1] analizó la dinámica de la rotación libre de una herramienta de pulido. Él dedujo una expresión integral para la torca aplicada desde la superficie del vidrio a la superficie de la herramienta en dirección normal. Para hacer esto, desarrolló la técnica por el "método del centroide". A partir de la expresión de Preston [1] para la torca, concluyó que "cuando se prueba con un anillo o disco de fieltro se obtiene una aproximación cercana a la sincronización". Después S.I. Vinokur [2] aplicó el "método del centroide" y calculó la torca en dirección normal usando integrales elípticas de primer y segundo orden. Preston [1] y Vinokur [2] supusieron que la rotación azarosa era originada por "la cantidad de fricción en el eje de rotación del anillo" [1] o "un coeficiente de fricción no constante" entre el vidrio y la herramienta [2].

La rotación no sincronizada y la rotación azarosa fueron reportadas desde los experimentos por Norman J. Brown [3], C. A. Hall y T. A. Porshing [4] y T. A. Porshing y C. A. Hall [5]. Rupp [6] sugirió como origen de las rotaciones azarosas al

“método de introducción del abrasivo, ya que una introducción errática puede causar inestabilidad del coeficiente cinético”. V. L. Gorbach [8] añadió que la sincronización del elemento accionado es independiente del pulido y esmerilado. V.V. Travin [9] continuó el análisis de Vinokur [2] y concluyó más recientemente que “la herramienta y el vidrio están sincronizados sólo si los ejes de rotación de la herramienta y del vidrio coinciden”. Mediciones experimentales de la relación entre velocidades angulares $\frac{\omega_T}{\omega_G}$ de la herramienta sobre el vidrio fueron realizadas por Carlock, E. [10].

En el siguiente capítulo se deducirá una ecuación diferencial para la fuerza de arrastre, $d\vec{f}_{AT}$, aplicada desde un diferencial de área del vidrio a un diferencial de área de la herramienta, dA_T . En el capítulo 3, se obtendrá la diferencial de la torca, $d\vec{\tau}_{AT}$, aplicada sobre cualquier diferencial de área de la herramienta, dA_T . Luego se obtendrá una ecuación integral para la torca total, $\vec{\tau}_{AT}$, integrando sobre todos los puntos de la herramienta. En los capítulos 4 y 5 es presentado un análisis numérico y analítico de las componentes de la torca τ_z y τ_x , respectivamente y sus efectos sobre la herramienta. En el capítulo 6 resultados experimentales son mostrados y analizados con referencia a nuestras predicciones teóricas. Finalmente están escritas las conclusiones.

CAPÍTULO 2

DIFERENCIAL DE LA FUERZA DE ARRASTRE DEL VIDRIO A LA HERRAMIENTA

Para deducir la expresión diferencial de la fuerza de arrastre del vidrio a la herramienta, vamos a asumir que las superficies de contacto del vidrio y la herramienta son planas y están rotando con velocidades angulares $\vec{\omega}_G$ y $\vec{\omega}_T$ sobre los ejes Z_G y Z_T respectivamente (ver Figura. 2.1), en otras palabras

$$\vec{\omega}_G = \omega_G \hat{e}_z \quad (2.1)$$

$$\vec{\omega}_T = \omega_T \hat{e}_z \quad (2.2)$$

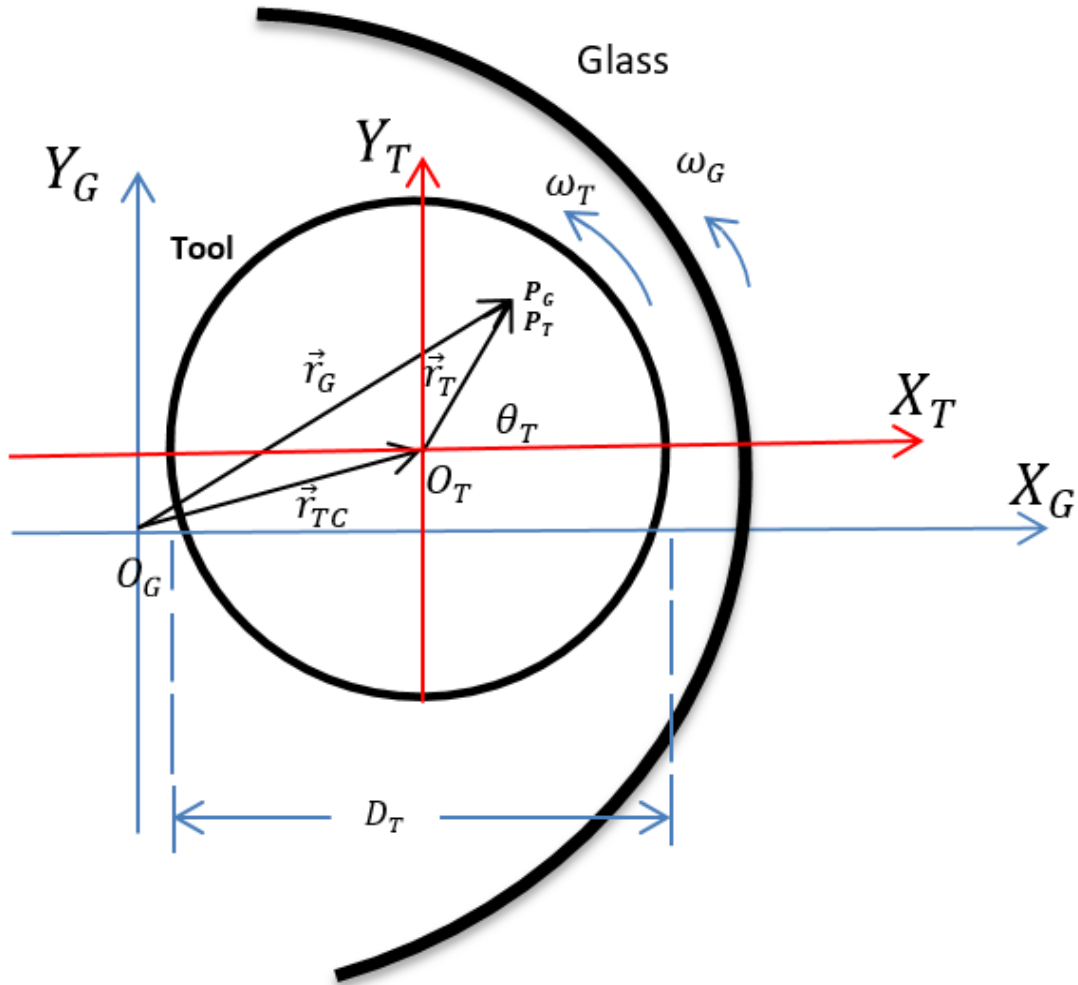


FIGURA 2.1. El vidrio y la herramienta rotan alrededor de O_G y O_T con velocidades angulares $\vec{\omega}_G$ y $\vec{\omega}_T$ respectivamente. La posición del centro de la herramienta O_T con respecto de O_G , está descrito por el vector \vec{r}_{TC} . El punto de contacto P_G sobre el vidrio y P_T en la herramienta está descrito por los vectores \vec{r}_G y \vec{r}_T respectivamente.

Donde $\vec{\omega}_G$ es un valor constante en el pulido clásico y la herramienta rota libremente sólo por acción del vidrio.

Dado que los puntos O_T , P_G y P_T están en sobre el plano $X_G - Y_G$ entonces

CAPITULO 2 DIFERENCIAL DE LA FUERZA DE ARRASTRE DEL VIDRIO A LA HERRAMIENTA

$$\vec{r}_{TC} = x_{TC}\hat{e}_x + y_{TC}\hat{e}_y \quad (2.3)$$

$$\vec{r}_G = x_G\hat{e}_x + y_G\hat{e}_y \quad (2.4)$$

$$\vec{r}_T = x_T\hat{e}_x + y_T\hat{e}_y \quad (2.5)$$

Donde \vec{r}_{TC} , \vec{r}_G y \vec{r}_T representan vectores de posición del centro de la herramienta (con respecto de O_G), P_G (con respecto de O_G) y P_T (con respecto de O_T) respectivamente (ver Figura 2.1). Dado que la diferencial de la fuerza de arrastre del vidrio a la herramienta, $d\vec{f}_{AT}$, es aplicada desde el punto P_G sobre la superficie del vidrio a un diferencial de área, dA_T de la superficie de la herramienta, entonces tenemos

$$d\vec{f}_{AT} = \mu \frac{f_N}{A_T} \hat{v} dA_T. \quad (2.6)$$

Donde μ es el coeficiente de fricción, f_N , es la fuerza normal, A_T es el área de la herramienta y \hat{v} es el vector unitario de velocidad del punto P_G con respecto de P_T .

A continuación de este capítulo y usando las Ec. (2.1) a (2.5) será deducida la ecuación para \hat{v} y por lo tanto la expresión para $d\vec{f}_{AT}$ como una función de las velocidades angulares y de los vectores de posición.

Las velocidades \vec{v}_G y \vec{v}_T de los puntos P_G y P_T con respecto del sistema de referencia (x_G, y_G, z_G) , están dadas respectivamente por

$$\vec{v}_G = \vec{\omega}_G \times \vec{r}_G \quad (2.7)$$

$$\vec{v}_T = \vec{v}_{TC} + \vec{\omega}_T \times \vec{r}_T \quad (2.8)$$

CAPITULO 2 DIFERENCIAL DE LA FUERZA DE ARRASTRE DEL VIDRIO A LA HERRAMIENTA

En la Ec. (2.7) suponemos que la velocidad en P_G se debe a la rotación del vidrio alrededor de O_G y en la Ec. (2.8) se asume que la velocidad en P_T es la suma vectorial de la velocidad de traslación del centro del vidrio, \vec{v}_{TC} , y la velocidad tangencial debido a la rotación de la herramienta alrededor de O_T . Entonces la velocidad \vec{v}_G en el punto P_G con respecto a P_T será

$$\vec{v} = \vec{\omega}_G \times \vec{r}_G - \vec{v}_{TC} - \vec{\omega}_T \times \vec{r}_T \quad (2.9)$$

Como se puede ver en la Figura. 2.1, dado que \vec{r}_G , \vec{r}_T y \vec{r}_{TC} están relacionados a través de

$$\vec{r}_G = \vec{r}_{TC} + \vec{r}_T \quad (2.10)$$

Se sustituye entonces \vec{r}_G de la Ec. (2.10) dentro de la Ec. (2.9) y se obtiene

$$\vec{v} = (\vec{\omega}_G - \vec{\omega}_T) \times \vec{r}_T + \vec{\omega}_G \times \vec{r}_{TC} - \vec{v}_{TC} \quad (2.11)$$

Definiendo

$$\Delta\omega = \omega_G - \omega_T \quad (2.12)$$

$$\dot{\vec{r}}_{TC} = \dot{x}_{TC}\hat{e}_x + \dot{y}_{TC}\hat{e}_y \quad (2.13)$$

y sustituyendo $\Delta\omega$, $\dot{\vec{r}}_{TC}$ y \vec{r}_T de las Ec. (2.12), (2.13) y (2.5) dentro de la Ec. (2.11), esta última se convierte en

$$\vec{v} = (-\Delta\omega y_T - \omega_G y_{TC} - \dot{x}_{TC})\hat{e}_x + (\Delta\omega x_T + \omega_G x_{TC} - \dot{y}_{TC})\hat{e}_y \quad (2.14)$$

Y entonces

$$\hat{v} = \frac{(-\Delta\omega y_T - \omega_G y_{TC} - \dot{x}_{TC})\hat{e}_x + (\Delta\omega x_T + \omega_G x_{TC} - \dot{y}_{TC})\hat{e}_y}{\sqrt{(\Delta\omega y_T + \omega_G y_{TC} + \dot{x}_{TC})^2 + (\Delta\omega x_T + \omega_G x_{TC} - \dot{y}_{TC})^2}} \quad (2.15)$$

CAPITULO 2 DIFERENCIAL DE LA FUERZA DE ARRASTRE DEL VIDRIO A LA HERRAMIENTA

Sustituyendo la Ec. (2.15) dentro de la Ec. (2.6) se obtiene para ésta última

$$d\vec{f}_{AT} = -\frac{f_N}{A_T} \mu \frac{[(\Delta\omega y_T + \omega_G y_{TC} + \dot{x}_{TC})\hat{e}_x - (\Delta\omega x_T + \omega_G x_{TC} - \dot{y}_{TC})\hat{e}_y] dA_T}{\sqrt{(\Delta\omega y_T + \omega_G y_{TC} + \dot{x}_{TC})^2 + (\Delta\omega x_T + \omega_G x_{TC} - \dot{y}_{TC})^2}} \quad (2.16)$$

Dentro de la Ec. (2.16), $d\vec{f}_{AT}$ representa la diferencial de la fuerza aplicada desde el punto P_G sobre el vidrio a la diferencial de área, dA_T , en el punto P_T sobre la herramienta. En el siguiente capítulo se deducirá la ecuación de la torca aplicada desde el vidrio a la herramienta, con respecto al centro de masas de la herramienta.

CAPÍTULO 3

TORCA DESDE EL VIDRIO A LA

HERRAMIENTA

En los artículos de Preston [1] y Vinokur [2] la ecuación de la torca aplicada del vidrio a la herramienta fue deducida asumiendo que la herramienta es muy delgada, en otras palabras que su grosor es cero. En este trabajo se calculará la torca en referencia al centro de masas de la herramienta. Es importante denotar el intento que aún el sistema de referencia fijado en el centro de la herramienta es un sistema no inercial; sin embargo “la razón de cambio en el tiempo del momento angular alrededor del centro de masas de cualquier sistema es igual al momento total de las fuerzas externas alrededor del centro de masas. Esto es cierto incluso si el centro de masas se está acelerando” [11].

La diferencial de la torca aplicada sobre el punto P_T con respecto al centro de masas de la herramienta está dado por

$$d\vec{\tau} = \vec{r} \times d\vec{f}_{AT} \quad (3.1),$$

Donde \vec{r} es el vector de posición de P_T , desde el centro de masas hasta P_T (ver Figura 3.1), en otras palabras

$$\vec{r} = x_T\hat{e}_x + y_T\hat{e}_y - h\hat{e}_z \quad (3.2)$$

Entonces sustituyendo las Ec. (2.16) y (3.2) en la Ec. (3.1) esta se vuelve

$$d\vec{\tau} = -\frac{f_N \mu (x_T\hat{e}_x + y_T\hat{e}_y - h\hat{e}_z) \times [(\Delta\omega y_T + \omega_G y_{TC} + \dot{x}_{TC})\hat{e}_x - (\Delta\omega x_T + \omega_G x_{TC} - \dot{y}_{TC})\hat{e}_y]}{A_T \sqrt{(\Delta\omega y_T + \omega_G y_{TC} + \dot{x}_{TC})^2 + (\Delta\omega x_T + \omega_G x_{TC} - \dot{y}_{TC})^2}} dA_T \quad (3.3)$$

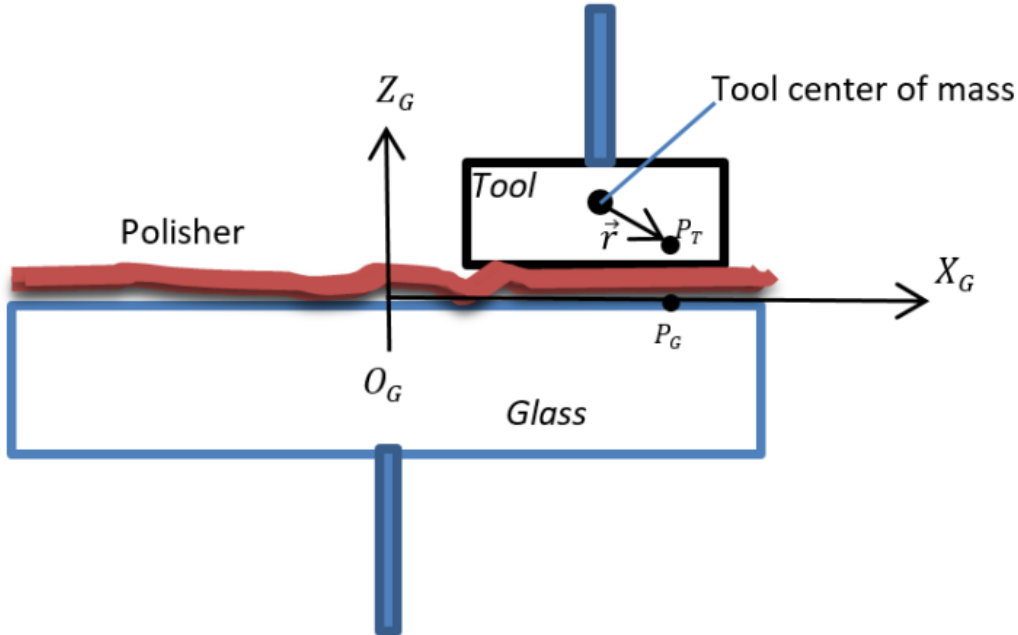


FIGURA. 3.1. Simulando un corte transversal del vidrio y la herramienta, los puntos, P_G , sobre el vidrio P_T sobre la herramienta, están en contacto a través de una capa de pulidor.

Después de que el producto cruz es realizado en la Ec. (3.3) las siguientes expresiones para las integrales de las componentes de la torca son obtenidas.

$$\tau_x = \mu \frac{f_N}{A_T} h \iint_{A_T} \frac{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G} \right)}{\sqrt{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G} \right)^2 + \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G} \right)^2}} dA_T \quad (3.4)$$

$$\tau_y = \mu \frac{f_N}{A_T} h \iint_{A_T} \frac{\left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G} \right)}{\sqrt{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G} \right)^2 + \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G} \right)^2}} dA_T \quad (3.5)$$

$$\tau_z = \mu \frac{f_N}{A_T} \iint_{A_T} \frac{\left[x_T \left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G} \right) + y_T \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G} \right) \right]}{\sqrt{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G} \right)^2 + \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G} \right)^2}} dA_T \quad (3.6)$$

Donde

$$\delta\omega = \frac{\Delta\omega}{\omega_G} \quad (3.7)$$

Como se señaló, las Ec. (3.4), (3.5) y (3.6) corresponden a las componentes de la torca aplicada a la herramienta desde el vidrio. Prestemos atención a las componentes τ_x y τ_y las cuales no fueron deducidas por Preston [1] y Vinokur [2].

Haciendo un desarrollo en serie de Taylor de los integrandos de las Ec. (3.4) a (3.6) para pequeños valores de $\delta\omega$, éstas se vuelven en

$$\tau_x \approx \mu\pi \frac{f_N}{A_T} h R_T^2 \frac{\chi_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{R_T\omega_G}}{\sqrt{\left(\chi_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{R_T\omega_G} \right)^2 + \left(\frac{y_{TC}}{R_T} + \frac{\dot{x}_{TC}}{R_T\omega_G} \right)^2}} \quad (3.8)$$

$$\tau_y \approx \mu\pi \frac{f_N}{A_T} h R_T^2 \frac{\frac{y_{TC}}{R_T} + \frac{\dot{x}_{TC}}{R_T\omega_G}}{\sqrt{\left(\chi_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{R_T\omega_G} \right)^2 + \left(\frac{y_{TC}}{R_T} + \frac{\dot{x}_{TC}}{R_T\omega_G} \right)^2}} \quad (3.9)$$

y

$$\tau_z \approx \mu\pi \frac{f_N R_T^3}{A_T} \frac{\delta\omega}{4 \sqrt{\left(\chi_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{R_T \omega_G}\right)^2 + \left(\frac{y_{TC}}{R_T} + \frac{\dot{x}_{TC}}{R_T \omega_G}\right)^2}}, \quad (3.10)$$

donde

$$\chi_{TC} = \frac{x_{TC}}{R_T} \quad (3.11)$$

Como veremos en el siguiente capítulo el comportamiento que tienen estas componentes sobre la herramienta.

3.1. COMPONENTES DE LA TORCA PARA PEQUEÑOS VALORES DE $\delta\omega$

Los integrandos (3.4), (3.5) y (3.6) pueden escribirse como

$$f_x(\delta\omega) = \frac{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)}{\sqrt{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} \quad (3.12)$$

$$f_y(\delta\omega) = \frac{\left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)}{\sqrt{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} \quad (3.13)$$

$$f_z(\delta\omega) = \frac{\left[x_T \left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right) + y_T \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)\right]}{\sqrt{\left(\delta\omega x_T + x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(\delta\omega y_T + y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} \quad (3.14)$$

Al realizar las derivadas respectivas de los integrandos para el desarrollo en serie de Taylor alrededor de $\delta\omega = 0$, las aproximaciones lineales de los integrandos de las Ec. (3.12), (3.13) y (3.14) alrededor de $\delta\omega = 0$ se escriben como

$$f_x(\delta\omega) \approx \frac{\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)}{\sqrt{\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} + \frac{\left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right) \left[-y_T \left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right) + x_T \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)\right]}{\left[\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2\right]^{3/2}} \delta\omega \quad (3.15)$$

$$f_y(\delta\omega) \approx \frac{(\omega_G y_{TC} + \dot{x}_{TC})}{\sqrt{\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} + \frac{\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right) \left[x_T \left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right) - y_T \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)\right]}{\left[\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2\right]^{3/2}} \delta\omega \quad (3.16)$$

$$f_z(\delta\omega) \approx \frac{\left[x_T \left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right) + y_T (\omega_G y_{TC} + \dot{x}_{TC})\right]}{\left[\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2\right]^{1/2}} + \frac{\left[x_T \left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right) - y_T \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)\right]^2}{\left[\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2\right]^{3/2}} \delta\omega \quad (3.17)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.15), (3.16) y (3.17) dentro de las ecuaciones (3.4), (3.5) y (3.6) y después de realizar las respectivas integrales obtenemos

$$\tau_x \approx \mu\pi \frac{f_N}{A_T} h R_T^2 \frac{x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}}{\sqrt{\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} \quad (3.18)$$

$$\tau_y \approx \mu\pi \frac{f_N}{A_T} h R_T^2 \frac{y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}}{\sqrt{\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} \quad (3.19)$$

$$\tau_z \approx \mu\pi \frac{f_N R_T^4}{A_T 4} \frac{\delta\omega}{\sqrt{\left(x_{TC} - \frac{\dot{y}_{TC}}{\omega_G}\right)^2 + \left(y_{TC} + \frac{\dot{x}_{TC}}{\omega_G}\right)^2}} \quad (3.20)$$

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DE LA COMPONENTE τ_z CUANDO EL CENTRO DE LA HERRAMIENTA ESTA SOBRE EL EJE X_G .

Las Figuras 4.1 y 4.2 muestran graficas de $\tau_z = \tau_z(\delta\omega, \chi_{TC})$ y $\tau_z = \tau_z(\delta\omega)$, para varios valores de χ_{TC} y $\delta\omega$ respectivamente. El dominio escogido para $\delta\omega$ y χ_{TC} son $(-1, 1)$ y $(-10, 10)$ respectivamente. De las Figuras 4.1 y 4.2 y la Ec. (3.10), se puede ver qué; a) cuando la posición del centro de la herramienta (χ_{TC}) aumenta lo suficiente τ_z tiende a cero; b) si $\delta\omega = 0$ entonces $\tau_z = 0$ para cualquier valor de χ_{TC} y c) para cualquier coordenada fija de χ_{TC} hay una fuerte dependencia lineal entre τ_z y $\delta\omega$.

A continuación, en este capítulo se dedujo primero una expresión analítica para la inclinación de τ_z vs $\delta\omega$, en segundo la “Sincronización de Preston” entre la herramienta y el vidrio se obtendrán analíticamente.

CAPÍTULO 4 ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DE LA COMPONENTE τ_z CUANDO EL CENTRO DE LA HERRAMIENTA ESTA SOBRE EL EJE X_G .

Dado que la relación entre τ_z y $\delta\omega$ es lineal (ver Figura 4.2), para cualquier χ_{TC} , entonces decidimos usar la pendiente de las líneas para pequeños valores de $\delta\omega$ y usarlos como expresión general para las pendientes. En este caso la Ec. (3.20), para pequeños valores de $\delta\omega$ se vuelve

$$\tau_z \approx \mu f_N \frac{R_T}{4} \frac{\delta\omega}{\chi_{TC}} \tag{4.1}$$

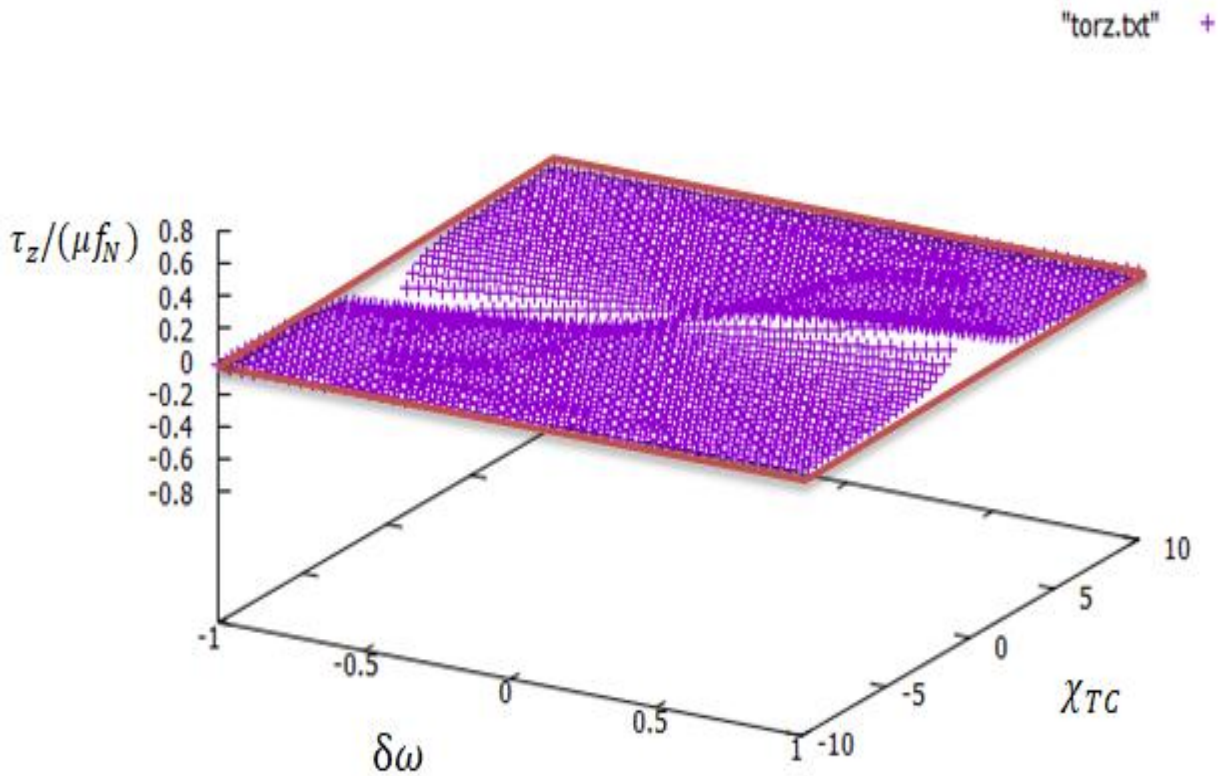


FIGURA 4.1. Grafica de $[\tau_z/(\mu f_N)](\delta\omega, \chi_{TC})$ cuando la herramienta esta fija en un punto con $(\chi_{TC}, 0)$ para diferentes valores de $\delta\omega$.

CAPÍTULO 4 ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DE LA COMPONENTE τ_z CUANDO EL CENTRO DE LA HERRAMIENTA ESTA SOBRE EL EJE X_G .

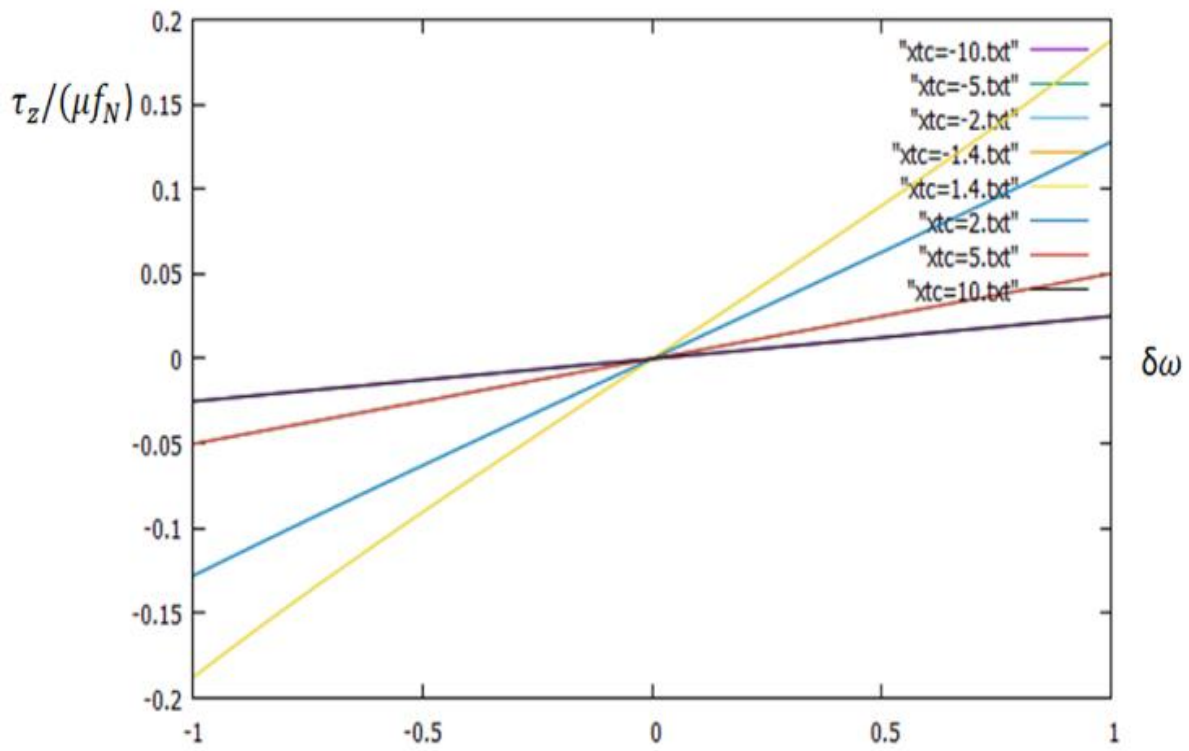


FIGURA 4.2. Grafica de $\tau_z / (\mu f_N) = [\tau_z / (\mu f_N)](\delta\omega)$ cuando la herramienta esta fija en un punto con coordenadas $(x_{TC}, 0)$ donde el dominio de $\delta\omega$ es $(-1, 1)$.

Primero se deducirá la ecuación para la rotación sobre el eje Z_T . Para esto, se utilizara el momento de inercia (sobre el eje Z_T) de una herramienta circular de radio R_T y masa m_T .

$$I_z = \frac{1}{2} m_T R_T^2 \quad (4.2)$$

Entonces usando las Ec. (4.1) y (4.2), la ecuación para la rotación de la herramienta sobre el eje Z_T , es expresada como

$$\frac{\mu f_N}{2 m_T R_T x_{TC}} \delta\omega = \theta_{TZ}'' \quad (4.3)$$

CAPÍTULO 4 ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DE LA COMPONENTE τ_z CUANDO EL CENTRO DE LA HERRAMIENTA ESTA SOBRE EL EJE X_G .

Donde θ_{TZ}'' es la aceleración angular de la herramienta alrededor del eje Z_T . Ya que ω_G es un valor constante, entonces la Ec. (4.3) puede ser escrita como

$$\frac{\mu f_N}{2m_T R_T \omega_G \chi_{TC}} \delta \omega = - \frac{d(\delta \omega)}{dt}. \quad (4.4)$$

La solución de la ecuación (4.4) está dada por

$$\delta \omega = \delta \omega_0 e^{\frac{-\mu f_N}{2R_T m_T \omega_G \chi_{TC}} t}. \quad (4.5)$$

Como se puede ver la Ec. (4.5) predice que para cualquier valor inicial $\delta \omega_0$; $\delta \omega \rightarrow 0$, en otras palabras, para un intervalo de tiempo suficientemente largo $\delta \omega = 0$. Este intervalo de tiempo puede ser convencionalmente definido como

$$\Delta t = \frac{2m_T \chi_{TC} \omega_G R_T}{\mu f_N} \quad (4.6)$$

Se puede ver de la Ec. (4.6) que Δt depende linealmente de χ_{TC} , esto significa que se alcanza una sincronización “instantánea” ($\Delta t = 0$) cuando el centro de la herramienta está localizada en el centro del vidrio ($\chi_{TC} = 0$), como V.V. Travin (2005) [9] estableció “herramienta y vidrio no están sincronizados si los ejes de rotación de la herramienta y el vidrio no coinciden”. En sentido opuesto cuando una superficie grande está siendo terminada cerca de los bordes, podemos evitar la inestabilidad disminuyendo la velocidad angular del vidrio, ω_G , lo cual es conocido por los técnicos cuando están puliendo superficies grandes. Otra predicción de la Ec. (4.6) está en oposición a V. L. Gorbach [8], quien afirmaba que la sincronización es independiente del coeficiente de fricción, μ , lo que significa que la sincronización es independiente

CAPÍTULO 4 ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DE LA COMPONENTE τ_z CUANDO EL CENTRO DE LA HERRAMIENTA ESTA SOBRE EL EJE X_G .

si el vidrio se pule o se esmerila. Sin embargo, la Ec. (4.6) predice que el intervalo de tiempo disminuye si μ crece, esto es, si el vidrio está siendo esmerilado.

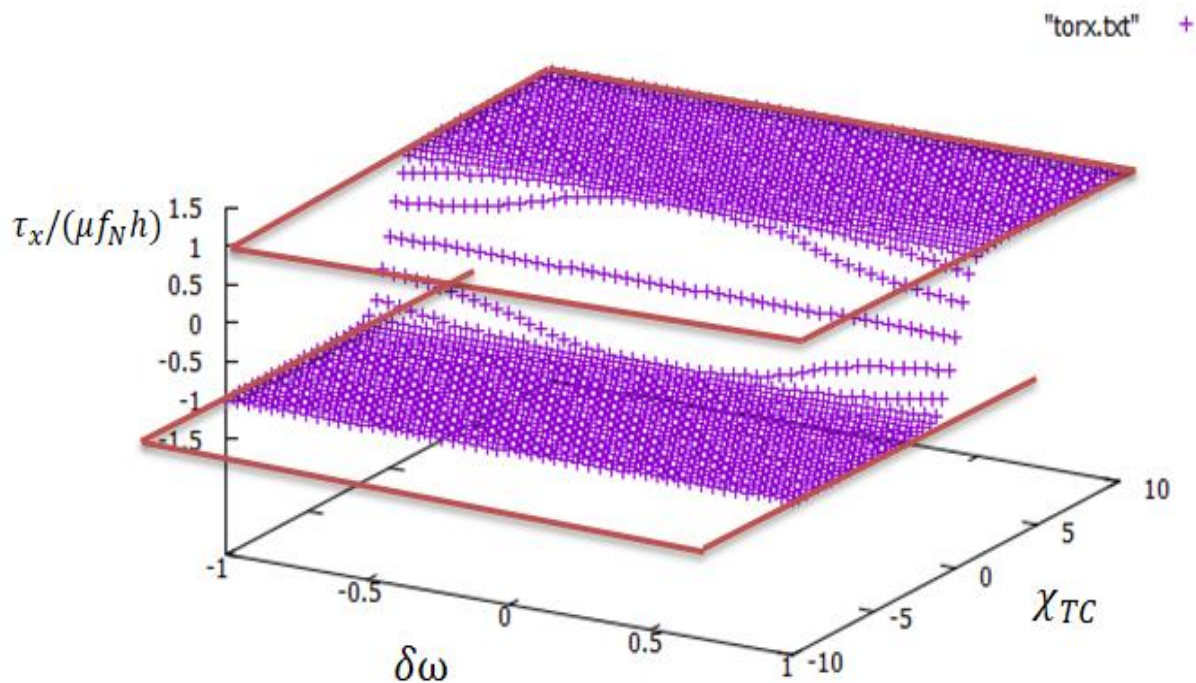
De la Ec. (4.6) podemos concluir que el vidrio y la herramienta van a rotar con la misma velocidad angular. En el siguiente capítulo se analizará el comportamiento de la componente τ_x , a partir del cual descubriremos el origen de las perturbaciones.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DEL EFECTO DE LA COMPONENTE τ_x EN LA ROTACIÓN DE LA HERRAMIENTA.

Las Figuras 5.1 y 5.2 muestran las gráficas de $\tau_x = \tau_x(\delta\omega, \chi_{TC})$ y $\tau_x = \tau_x(\chi_{TC})$ respectivamente. En la Figura 5.1 y Ec. (3.18) se puede ver que τ_x vs χ_{TC} tiene un comportamiento lineal cerca de $\chi_{TC} = 0$ y después se alcanza un comportamiento asintótico el cual tiende a

$$\tau_{xmax} = \mu f_N h \dots (5.1)$$



CAPÍTULO 5 ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DEL EFECTO DE LA COMPONENTE τ_x EN LA ROTACIÓN DE LA HERRAMIENTA.

FIGURA 5.1. Grafica de $\tau_x/(\mu f_N h) = [\tau_x/(\mu f_N h)](\delta\omega, \chi_{TC})$ cuando la herramienta esta fija en un punto con coordenadas $(\chi_{TC}, \mathbf{0})$ para diferentes valores de $\delta\omega$, también se muestra una representación de los planos asintóticos que pasan por 1 y -1.

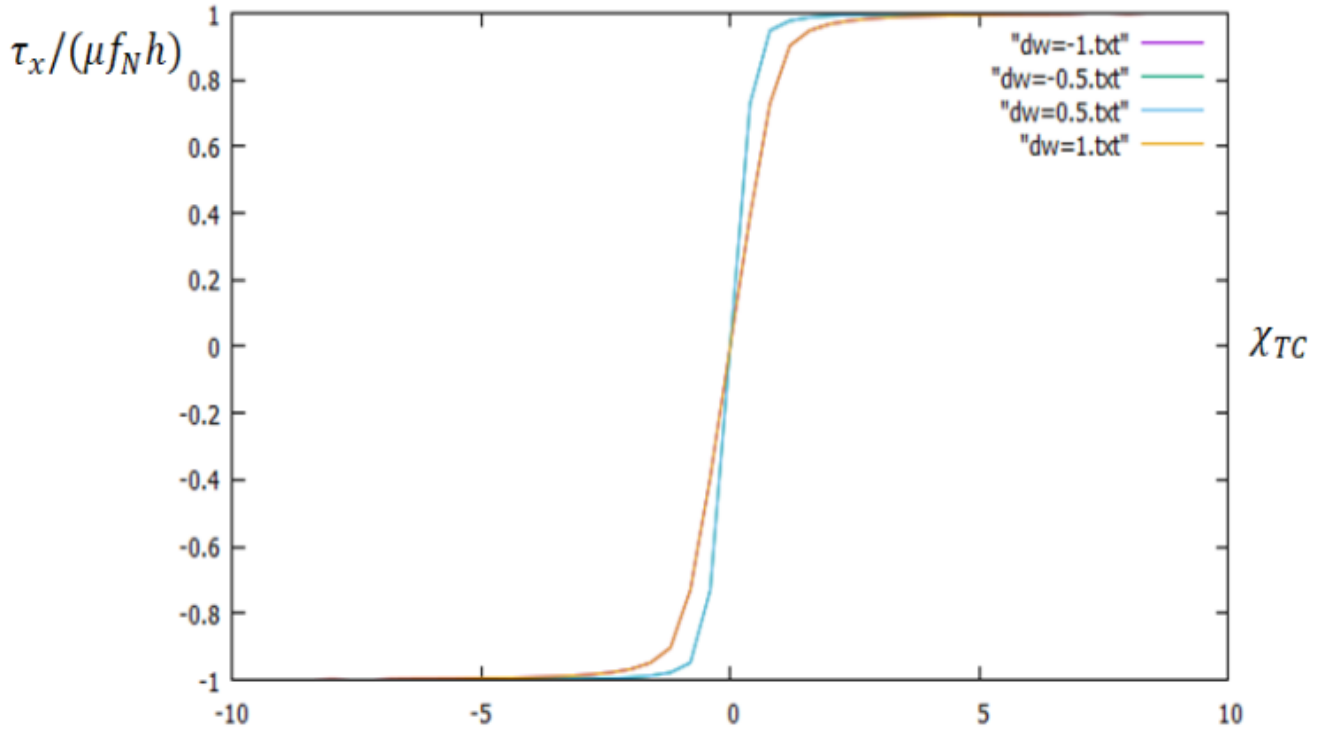


FIGURA 5.2. Grafica de $\tau_x/(\mu f_N h) = [\tau_x/(\mu f_N h)](\chi_{TC})$ cuando la herramienta esta fija en un punto con coordenadas $(\chi_{TC}, \mathbf{0})$ para los valores $\delta\omega=1, 0.5, -0.5, -1$. Se puede observar que cuando la herramienta se aleja del centro del vidrio $\tau_x/(\mu f_N h)$ tiende asintóticamente a 1 y -1. También se puede observar un comportamiento casi lineal para τ_x muy cerca del punto $\chi_{TC} = \mathbf{0}$.

Entonces aceleración de la herramienta alrededor del eje X_T se indica como

$$\ddot{\theta}_X \simeq \begin{cases} \frac{2\mu f_N h \chi_{TC}}{m_T R_T^2}, & (0 \leq \chi_{TC} \leq 2) \\ \frac{4\mu f_N h}{m_T R_T^2}, & (\chi_{TC} \geq 2) \end{cases}, \quad (5.2)$$

CAPÍTULO 5 ANÁLISIS NUMÉRICO Y ANALÍTICO DEL EFECTO DE LA COMPONENTE τ_x EN LA ROTACIÓN DE LA HERRAMIENTA.

La Ec. (5.2) predice una aceleración alrededor del eje X_T . De cualquier manera esta rotación es altamente restringida por la delgada capa de pulidor entre el vidrio y la herramienta. Entonces la presión vidrio-herramienta crecerá con χ_{TC} y ya no será homogénea. Preston [1] interpretó esta presión no homogénea como “la cantidad de fricción en el eje de rotación del disco” y Gorbach (1958) [8] como “una introducción errática del abrasivo, el cual podría causar inestabilidad en la rotación de la herramienta”.

CAPÍTULO 6

RESULTADOS EXPERIMENTALES VS ANÁLISIS TEÓRICO

Carlock [10] realizó un conjunto de experimentos con un vidrio de 14cm de diámetro rotando a una velocidad angular constante ($\omega_G = 3.5 \text{ rad/s}$). Cinco diámetros de herramienta fueron usados (5.0, 5.7, 9.0, 11.4 y 13.0cm). Las posiciones del centro de la herramienta fueron escogidas de manera que toda la herramienta estuviera dentro del área del vidrio, esto es debido a que si la herramienta sale del área de la superficie del vidrio hay un desequilibrio de presión por la parte de la herramienta que sobresale creando un desgaste en el borde del vidrio.

Carlock [10] midió la velocidad angular de la herramienta para cada diámetro de herramienta (D_T) y posición del centro de la herramienta (x_{TC}). Para cada x_{TC} se realizaron 5 mediciones. A continuación se calcularon los cocientes $\frac{\omega_T}{\omega_G}$, como función de x_{TC} . La Figura 6.1 muestra la gráfica de $\delta\omega$ vs χ_{TC} , donde $\delta\omega = 1 - \frac{\omega_T}{\omega_G}$

CAPÍTULO 6 RESULTADOS EXPERIMENTALES VS ANÁLISIS TEÓRICO

(ver Ec. (3.7)), para diferentes tamaños de herramienta. La Figura 6.2 muestra los datos experimentales de $\delta\omega$ vs χ_{TC} , (ver Ec (3.11))

Se hicieron diferentes ajustes de mínimos cuadrados sobre los datos experimentales $\delta\omega_i$ vs χ_{TCi} . En todos los polinomios se excluye el término constante, ya que si $\chi_{TC} = 0$ entonces $\delta\omega = 0$ para cualquier diámetro (ver Figura 6.2). Se ajustaron los polinomios de χ_{TC} de grado uno a cuatro y se aplicaron pruebas de Fisher entre los grados n y $n+1$. De acuerdo a la prueba de Fisher, se encontró que entre el tercer y cuarto grado, el término adicional no mejora el ajuste significativamente (con significancias de 95% y 99%) [12]. En este caso la función que representa el mejor modelo para la relación entre $\delta\omega$ y χ_{TC} es

$$\delta\omega = 0.0186\chi_{TC} - 0.4734(\chi_{TC})^2 + 0.3516(\chi_{TC})^3. \quad (6.1)$$

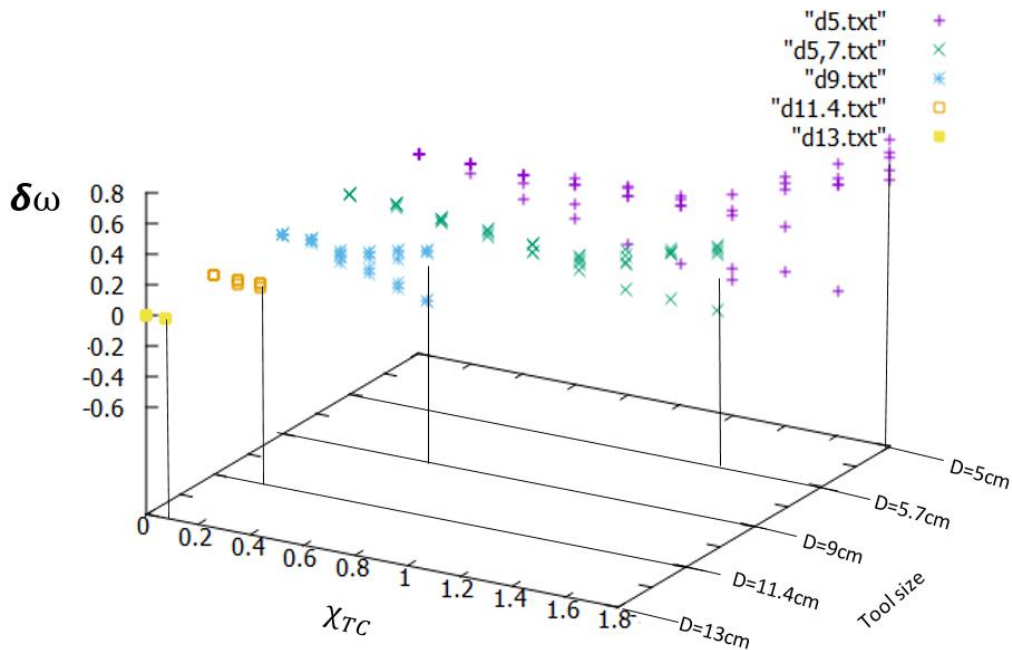
La Figura 6.2 muestra el valor esperado $\langle\delta\omega\rangle$ (negro), y $\langle\delta\omega\rangle \pm \langle\delta\omega^2\rangle$ (rojo) para cada valor de χ_{TC} . Es importante señalar que $\langle\delta\omega\rangle \simeq 0$ y $\langle\delta\omega^2\rangle$ crecen monótonamente con el intervalo $0 \leq \chi_{TC} \leq 1.5$. Además de esto $\langle\delta\omega\rangle$ crece y $\langle\delta\omega^2\rangle$ disminuye para el último grupo de datos.

A continuación de este capítulo se explicarán los datos experimentales de la Figura 6.2. Como se señaló, si una herramienta rotando libremente se ubica en un punto $(x_G, 0)$ sobre el vidrio, esto aplicará una fuerza de arrastre sobre la superficie de la herramienta lo cual resultará en dos torcas sobre la herramienta τ_z y τ_x (ver los capítulos 4 y 5 respectivamente). Por un lado τ_x causará una presión no homogénea (vidrio-herramienta), la cual resulta en una torca que frena la rotación de la herramienta. Además de esto, τ_x crece linealmente con χ_{TC} desde cero, hasta alcanzar

CAPÍTULO 6 RESULTADOS EXPERIMENTALES VS ANÁLISIS TEÓRICO

un valor asintótico (ver Figura. 5.1 y 5.2). Por otra parte τ_z restaura la velocidad angular de la herramienta, en otras palabras $\omega_T \rightarrow \omega_G$. El intervalo de tiempo, Δt (ver Ec. (4.6)) que toma τ_z para lograr $\omega_T = \omega_G$, es directamente proporcional a χ_{TC} . Esto significa que el tiempo de restauración es largo cuando la herramienta está cerca del borde del vidrio. Por lo tanto, será más probable encontrar a la herramienta con menor velocidad angular como esté cerca del borde del vidrio, con esto $\langle \delta\omega^2 \rangle$ aumenta con el crecimiento de χ_{TC} .

Por otro lado, ya que Δt incrementa con el crecimiento de χ_{TC} , entonces en términos prácticos el efecto restaurativo de τ_z se verá despreciable para valores grandes de χ_{TC} . Por lo tanto tendremos un efecto en el cual τ_x frenará continuamente la herramienta. El frenado continuo de la herramienta cerca del borde del vidrio conducirá a $\omega_T \rightarrow 0$ y entonces $\langle \delta\omega \rangle \rightarrow 1$ (ver Figura 6.2).



CAPÍTULO 6 RESULTADOS EXPERIMENTALES VS ANÁLISIS TEÓRICO

FIGURA 6.1. Grafica de la relación de velocidades angulares entre la herramienta y el vidrio, $\delta\omega = 1 - \frac{\omega_T}{\omega_G}$ respecto la posición del centro de la herramienta, χ_{TC} , para los diámetros de herramienta 5cm , 5.7cm , 9cm, 11.4cm y 13cm.

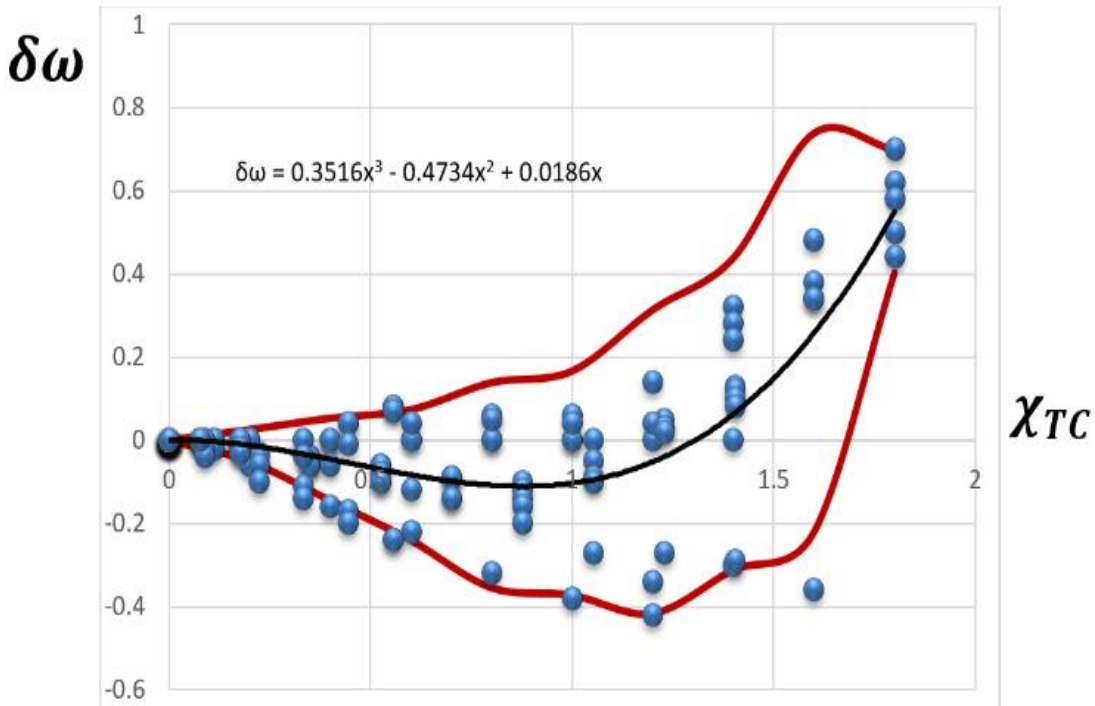


FIGURA 6.2. Datos experimentales (azul) de $\delta\omega$ contra la posición normalizada del centro de la herramienta χ_{TC} . Además de la curva ajustada de tercer grado (negro) obtenida por el método de mínimos cuadrados junto con el intervalo de confianza (rojo).

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES

El errático movimiento rotacional de una herramienta que gira libremente sobre un vidrio rotando a una velocidad angular constante se explica teóricamente y se confirma experimentalmente. Para una herramienta, con grosor diferente de cero, se dedujeron tres expresiones de integrales para las componentes de la torca. Se reprodujo la componente τ_z , deducida por Preston [1] a lo largo de la dirección normal. A diferencia de Preston [1] y Vinokur [2] las componentes, τ_x y τ_y , de la torca a lo largo del plano superficie fueron deducidas por primera vez. Esto último resulta como consecuencia directa de que la altura h del centro de masas de la herramienta sea diferente de cero.

Se dedujeron las expresiones de las integrales para (τ_x, τ_y, τ_z) , calculadas numéricamente para la herramienta fija sobre el eje X_G . De la fórmula de τ_z y su respectivo momento de inercia se muestra que $\delta\omega$ tiende a cero para un intervalo de tiempo, Δt , lo suficientemente largo. Este intervalo de tiempo depende de la distancia

CAPÍTULO 7 CONCLUSIONES

entre los ejes de rotación de la herramienta y el vidrio, χ_{TC} , y de la velocidad angular del vidrio, ω_G .

Si la herramienta esta fija sobre el eje X_G y $\chi_{TC} > R_T$ entonces la componente τ_x de la torca es en general un valor constante, sin embargo cuando la herramienta toca el centro del vidrio ($\chi_{TC} \leq R_T$) la torca cae drásticamente resultando cero cuando el centro de la herramienta y el centro del vidrio coinciden.

Para una herramienta localizada sobre el eje X_G , dos torcas opuestas gobiernan la velocidad angular de la herramienta. La componente τ_x constantemente altera la velocidad angular de la herramienta y por otra parte la componente τ_z restaura la rotación de la herramienta con la velocidad angular del vidrio. Dado que el intervalo de tiempo para la restauración se incrementa con cuando χ_{TC} crece entonces deberíamos esperar el valor esperado de $\delta\omega$ igual a cero y una desviación estándar que crece para valores pequeños de χ_{TC} , pero decrece para valores de χ_{TC} suficientemente grandes como se detectó experimentalmente

Además, al hacer un análisis estadístico de la dispersión de los datos experimentales, mediante la prueba de términos adicionales y la distribución de Fisher, se puede concluir que cuando la herramienta está cerca del centro del vidrio, el valor esperado será cercano a cero, sin embargo cuando la herramienta se aleja del centro de la herramienta, la estabilidad de la misma disminuye. Esto significa que cerca del centro del vidrio predomina la componente τ_z sobre la herramienta, pero esta disminuye cuando la herramienta se aleja del centro del vidrio tendiendo a un valor 0, en este punto la componente τ_x es la que gobierna, volviendo la herramienta inestable.

APENDICE A

PROGRAMA COMPONENTE X DE LA TORCA

Este es el código realizado en FORTRAN para el cálculo de τ_x (Figura 5.1)

```
real*8 xt,yt,rr,r,num,torx,torxn,torxf,dew,del,xtc,pi
integer n,i,j,np,jj,ii
r=1.0d0
pi=3.1415d0
n=100
A=1.0d0
del=1.0d0/dfloat(n)
torxn=0.0d0
do jj=-50,50,2
dew=dfloat(jj)/50.0d0
do ii=-50,50,2
open (unit=1,file='torx.txt')
xtc=dfloat(ii)/5.0d0
```

APENDICE A PROGRAMA COMPONENTE X DE LA TORCA

```
do i=-n,n
  xt=dfloat(i)*del
  do j=-n,n
    yt=dfloat(j)*del
    rr=xt*xt+yt*yt
    if(rr.LE.1.0d0) then
      num=(dew*xt+xtc)
      dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
      if (dis.le.0.0d0) then
        go to 3
      end if
      torx=num/sqrt((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
      torxn=torxn+torx
    else
      end if
  end do
3  end do
  torxf=torxn*del*del
  write(1,*)dew,xtc,torxf/(pi*r*r)
  torxn=0.0d0
2  end do

1  end do
  open(unit=2, file='tor.txt', status='unknown')
  write(2,*)'set xlabel "torca z"'
  write(2,*)'set ylabel "xtc"'
  write(2,*)'set xlabel "dew"'
  write(2,*)'splot "torx.txt" '
```

APENDICE A PROGRAMA COMPONENTE X DE LA TORCA

```
call system('/gnuplot/bin/gnuplot -persistant tor.txt')  
pause  
end program
```

APENDICE B

COMPONENTE Z DE LA TORCA

Este es el código realizado en FORTRAN para el cálculo de τ_z , (Figura 4.1)

```
real*8 xt,yt,rr,r,num,torz,torzN,torzf,dew,del,xtc,pi
integer n,i,j,np,jj,ii
r=1.0d0
pi=3.1415d0
n=100
A=1.0d0
del=1.0d0/dfloat(n)
torzn=0.0d0
do jj=-50,50,2
dew=dfloat(jj)/50.0d0
do ii=-50,50,2
open (unit=1,file='torz.txt')
xtc=dfloat(ii)/5.0d0
do i=-n,n
xt=dfloat(i)*del
```

APENDICE B COMPONENTE Z DE LA TORCA

```
do j=-n,n
  yt=dfloat(j)*del
  rr=xt*xt+yt*yt
  if(rr.LE.1.0d0) then
    num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
    dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
    if (dis.le.0.0d0) then
      go to 3
    end if
    torz=num/sqrt(((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
    torzn=torzn+torz
  else
  end if
end do
3  end do
torzf=torzn*del*del
adew=dabs(dew)
axtc=dabs(xtc)
if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
  go to 2
else
end if
write(1,*)dew,xtc,torzf/(pi*r*r)
torzn=0.0d0
2 end do
1 end do
open(unit=2, file='tor.txt', status='unknown')
write(2,*)'set zlabel "torca z"'
```

APENDICE B COMPONENTE Z DE LA TORCA

```
write(2,*)'set ylabel "xtc"  
write(2,*)'set xlabel "dew"  
write(2,*)'splot "torz.txt" '  
call system('/gnuplot/bin/gnuplot -persistant tor.txt')  
pause  
end program
```

APENDICE C

PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES

ESPECIFICOS DE χ_{TC}

Este es el código hecho en FORTRAN para el cálculo de τ_z tomando valores específicos de χ_{TC} (Figura 4.2)

```
real*8 xt,yt,rr,r,num,torz,torzr,torzf,dew,del,xtc,pi
```

```
integer n,i,j,np,jj,ii
```

```
r=1.0d0
```

```
pi=3.1415d0
```

```
n=100
```

```
A=1.0d0
```

```
del=1.0d0/dfloat(n)
```

```
torzn=0.0d0
```

```
do jj=-50,50,2
```

```
dew=dfloat(jj)/50.0d0
```

```
ii=-50
```

```
open (unit=1,file='xtc=-10.txt')
```

```
xtc=dfloat(ii)/5.0d0
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
do i=-n,n
  xt=dfloat(i)*del
  do j=-n,n
    yt=dfloat(j)*del
    rr=xt*xt+yt*yt
    if(rr.LE.1.0d0) then
      num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
      dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
      if (dis.le.0.0d0) then
        go to 1
      end if
      torz=num/sqrt(((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
      torzn=torzn+torz
    else
      end if
  end do
1 end do

torzf=torzn*del*del
adew=dabs(dew)
axtc=dabs(xtc)
if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
  go to 2
else
  end if
write(1,*)dew,torzf/(pi*r*r)
torzn=0.0d0
2 end do
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
torzn=0.0d0
do jj=-50,50,2
dew=dfloat(jj)/50.0d0
ii=-25
open (unit=2,file='xtc=-5.txt')
xtc=dfloat(ii)/5.0d0
do i=-n,n
xt=dfloat(i)*del
do j=-n,n
yt=dfloat(j)*del
rr=xt*xt+yt*yt
if(rr.LE.1.0d0) then
num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
if (dis.le.0.0d0) then
go to 3
end if
torz=num/sqrt(((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
torzn=torzn+torz
else
end if
end do
3 end do
torzf=torzn*del*del
adew=dabs(dew)
axtc=dabs(xtc)
if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
    go to 4
  else
  end if

  write(2,*)dew,torzf/(pi*r*r)
  torzn=0.0d0
4 end do

  torzn=0.0d0
  do jj=-50,50,2
  dew=dfloat(jj)/50.0d0
  ii=-10
  open (unit=3,file='xtc=-2.txt')
  xtc=dfloat(ii)/5.0d0
  do i=-n,n
  xt=dfloat(i)*del
  do j=-n,n
  yt=dfloat(j)*del
  rr=xt*xt+yt*yt
  if(rr.LE.1.0d0) then
    num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
    dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
    if (dis.le.0.0d0) then
      go to 5
    end if
    torz=num/sqrt((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
    torzn=torzn+torz
  else
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
        end if
    end do
5  end do

    torzf=torzn*del*del
    adew=dabs(dew)
    axtc=dabs(xtc)
    if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
    go to 6
    else
    end if
    write(3,*)dew,torzf/(pi*r*r)
    torzn=0.0d0
6  end do

    torzn=0.0d0
    do jj=-50,50,2
    dew=dfloat(jj)/50.0d0
    ii=-7
    open (unit=4,file='xtc=-1.4.txt')
    xtc=dfloat(ii)/5.0d0
    do i=-n,n
    xt=dfloat(i)*del
    do j=-n,n
    yt=dfloat(j)*del
    rr=xt*xt+yt*yt
    if(rr.LE.1.0d0) then
    num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
if (dis.le.0.0d0) then
  go to 7
end if
torz=num/sqrt((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
torzn=torzn+torz
else
end if
end do
7 end do
```

```
torzf=torzn*del*del
adew=dabs(dew)
axtc=dabs(xtc)
if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
  go to 8
else
end if
write(4,*)dew,torzf/(pi*r*r)
torzn=0.0d0
8 end do
```

```
torzn=0.0d0
do jj=-50,50,2
  dew=dfloat(jj)/50.0d0
  ii=7
  open (unit=5,file='xtc=1.4.txt')
  xtc=dfloat(ii)/5.0d0
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
do i=-n,n
  xt=dfloat(i)*del
  do j=-n,n
    yt=dfloat(j)*del
    rr=xt*xt+yt*yt
    if(rr.LE.1.0d0) then
      num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
      dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
      if (dis.le.0.0d0) then
        go to 9
      end if
      torz=num/sqrt(((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
      torzn=torzn+torz
    else
      end if
  end do
9  end do

torzf=torzn*del*del
adew=dabs(dew)
axtc=dabs(xtc)
if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
  go to 10
else
  end if
write(5,*)dew,torzf/(pi*r*r)
torzn=0.0d0
10 end do
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
torzn=0.0d0
do jj=-50,50,2
dew=dfloat(jj)/50.0d0
ii=10
open (unit=6,file='xtc=2.txt')
xtc=dfloat(ii)/5.0d0
do i=-n,n
xt=dfloat(i)*del
do j=-n,n
yt=dfloat(j)*del
rr=xt*xt+yt*yt
if(rr.LE.1.0d0) then
num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
if (dis.le.0.0d0) then
go to 11
end if
torz=num/sqrt(((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
torzn=torzn+torz
else
end if
end do
11 end do

torzf=torzn*del*del
adew=dabs(dew)
axtc=dabs(xtc)
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
  go to 12
else
  end if
write(6,*)dew,torzf/(pi*r*r)
torzn=0.0d0
12 end do

torzn=0.0d0
do jj=-50,50,2
  dew=dfloat(jj)/50.0d0
  ii=25
  open (unit=7,file='xtc=5.txt')
  xtc=dfloat(ii)/5.0d0
  do i=-n,n
    xt=dfloat(i)*del
    do j=-n,n
      yt=dfloat(j)*del
      rr=xt*xt+yt*yt
      if(rr.LE.1.0d0) then
        num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
        dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
        if (dis.le.0.0d0) then
          go to 13
        end if
        torz=num/sqrt((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))
        torzn=torzn+torz
      else
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
        end if
    end do
13  end do
    torzf=torzn*del*del
    adew=dabs(dew)
    axtc=dabs(xtc)
    if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
    go to 14
    else
    end if
    write(7,*)dew,torzf/(pi*r*r)
    torzn=0.0d0
14  end do

    torzn=0.0d0
    do jj=-50,50,2
    dew=dfloat(jj)/50.0d0
    ii=50
    open (unit=8,file='xtc=10.txt')
    xtc=dfloat(ii)/5.0d0
    do i=-n,n
    xt=dfloat(i)*del
    do j=-n,n
    yt=dfloat(j)*del
    rr=xt*xt+yt*yt
    if(rr.LE.1.0d0) then
    num=(dew*xt+xtc)*xt+(dew*yt)*yt
    dis=(dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+dew*yt*dew*yt
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE x_{Tc}

```
    if (dis.le.0.0d0) then
        go to 15
    end if

    torz=num/sqrt((dew*xt+xtc)*(dew*xt+xtc)+(dew*yt)*(dew*yt))

    torzn=torzn+torz

    else

    end if

end do

15  end do

torzf=torzn*del*del
adew=dabs(dew)
axtc=dabs(xtc)
if ((adew.eq.1).and.(axtc.eq.1)) then
    go to 16
else
end if
write(8,*)dew,torzf/(pi*r*r)
torzn=0.0d0
16  end do

open(unit=9, file='tor.txt', status='unknown')
write(9,*)'set ylabel "tz"'
write(9,*)'set xlabel "dw"'
write(9,*)'plot "xtc=-10.txt" w l'
write(9,*)'replot "xtc=-5.txt" w l'
write(9,*)'replot "xtc=-2.txt" w l'
write(9,*)'replot "xtc=-1.4.txt" w l'
write(9,*)'replot "xtc=1.4.txt" w l'
```

APENDICE C PROGRAMA τ_z VS $\delta\omega$ PARA VALORES ESPECIFICOS DE χ_{TC}

```
write(9,*)'replot "xtc=2.txt" w l'  
write(9,*)'replot "xtc=5.txt" w l '  
write(9,*)'replot "xtc=10.txt" w l'  
call system('/gnuplot/bin/gnuplot -persistant tor.txt')  
pause  
end program
```

BIBLIOGRAFIA

- [1] Preston F. W. "The theory and design of plate Glass Finishing Machines. Jour. Of the Soc. of Glass Tech ., Vol IX, No. 42, (1927).
- [2] S. I. Vinokur. "Kinematics of Generating plane surfaces" in Generation of optical surfaces, Ed. K.J. Kumanin Focal Pres, London, New York.PP 401-412, (1962).
- [3] Norman J. Brown. "Computationally Directed Axisymmetric Aspheric Figuring" Optical Enginnering, Vol. 17, No 6, (1978).
- [4] C.A. Hall and T. A. Porshing. "Approximation Methods in the computer Numerically Controlled Fabrication of Optical Surfacing, Part 1: Finite Dimensional Material Removal Profile Spaces." Journal of Numerical Analysis 12, 67-84, (1992).
- [5] T. A. Porshing and C. A. Hall. "Computationally directed axisymmetric aspheric figuring (after N. J. Brown)." Appl. Opt., 35, (1966).
- [6] Victor Rupp. "The development of Optical Surface during the Grinding Process." Appl. Opt.,4, pp 743-748. (1965).
- [7] F.P. Bowden and D. Tabor, The Friction and Lubrication of Solids, (pp 196-199) Oxford Classic Texts. Reprinted 2008.
- [8] V. L. Gorbach. The kinematics of working Modules of optical grinder-Polishers (Oborongiz, Moskow,), pp. 12-15,(1958)

BIBLIOGRAFIA

- [9] V. V. Travin, “Investigation of the laws governing the rotation motion of the driven element of grinding-polishing machines”, *J. Opt. Technology*, 72, (3), March 2005
- [10] Carlock Acevedo, E. de J. “Análisis del movimiento de una herramienta de pulido que gira libremente y automatización parcial de una máquina pulidora comercial,” [Tesis de maestría]. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, (2005).
- [11] Grand R. Fowles, *Analytical Mechanics*, 3rd Edition, Holt, Rinehart and Winston (1977).
- [12] Bevington, P. R., & Robinson, D. K. *Data reduction and error analysis.*, McGraw-Hill, New York. (2003)
- [13] Lopatkin, A. A., & Spiridonov, V. P. *Tratamiento matemático de datos fisicoquímicos.* Moscú, Editorial Mir (1973).