



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

Facultad de Ingeniería

***“Estudio de mecanismos generadores de oscilaciones de
larga duración: caso tremores volcánicos”***

Tesis presentada como requisito para obtener el título de
Licenciatura en Ingeniería Geofísica

Presenta: Gerardo Manuel Mendo Pérez

Asesor Externo

Dra. Alejandra Arciniega Ceballos

Asesor Interno

Mtro. José Castillo Román

Enero 2015



BUAP

Oficio No. S.AC. 3319/14
ACEPTACIÓN TEMA TESIS

C. GERARDO MANUEL MENDO PÉREZ
PASANTE DE LA CARRERA DE
INGENIERÍA GEOFÍSICA
DE LA B.U.A.P.
PRESENTE.

En atención a la autorización del Tema de Tesis que puso Usted a consideración de esta Facultad,
se turnó la misma al:

ING. GEOL. ISAAC RAÚL SORIANO GARIBO
COORDINADOR DEL COLEGIO DE INGENIERÍA GEOFÍSICA

Habiendo autorizado el tema denominado:

**“ESTUDIO DE MECANISMOS GENERADORES DE OSCILACIONES DE LARGA DURACIÓN:
CASO TREMORES VOLCÁNICOS “**

Por lo anterior hacemos de su conocimiento que se asignan como Asesores de esta
tesis al **M en C. JOSÉ CASTILLO ROMÁN Interno** y **DRA. ALEJANDRA ARCINIEGA CEBALLOS**
Externa.

Sin otro particular de momento, me es grato quedar de usted.

ATENTAMENTE

“PENSAR BIEN PARA VIVIR MEJOR.”

H. Puebla de Z., 9 de octubre de 2014

M.I. EDGAR IRAM VILLAGRANA
DIRECTOR



C.c.p.- Mesa de Exámenes Profesionales

Asesor

Archivo

M'EIVA*M'AEPS*rba.

ASUNTO: AUTORIZACIÓN DE IMPRESIÓN

**M.I. EDGAR IRAM VILLAGRAN ARROYO
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE
INGENIERÍA DE LA B.U.A.P.**

Presente.

El suscrito: **M.C. JOSÉ CASTILLO ROMÁN, Asesor del Tema de Tesis denominado:**

“ESTUDIO DE MECANISMOS GENERADORES DE OSCILACIONES DE LARGA DURACIÓN: CASO TREMORES VOLCÁNICOS”

Presentado por el **C. GERARDO MANUEL MENDO PÉREZ**, Pasante de la Carrera de Ingeniería Geofísica, y en atención al oficio No. 3319/14 de fecha 9 de octubre de 2014, me permito informar a usted que **después de haber revisado cuidadosamente** el contenido temático, la metodología, la redacción y la ortografía de la tesis correspondiente, no tengo inconveniente **autorizar la impresión** de la misma.

Lo que hacemos de su conocimiento para los efectos legales a que haya lugar.

ATENTAMENTE

H. Puebla de Z., 6 de enero de 2015



**M.C. JOSÉ CASTILLO ROMÁN
ASESOR**

C.c.p.- Interesado
Expediente
rba

AGRADECIMIENTOS

A la asesora de esta tesis, la Dra. Alejandra Arciniega Ceballos, autora del trabajo y agradezco por el tema de tesis, por darme la oportunidad de trabajar con ella y por el apoyo brindado de su parte.

A cada uno de los integrantes del jurado (Dr. Nicolás Grijalva y Ortiz, M.C. José Castillo Román, Mtra. Yleana Claudia Martínez Mirón y el Mtro. José Onésimo Filadelfo Aguilar Andrade) por los consejos, sugerencias y comentarios sobre el trabajo.

A todos los docentes que integran el colegio de Ingeniería Geofísica.

A mi familia, en especial a mis padres por todo el apoyo incondicional brindado a lo largo de mi formación profesional; sin ellos no habría llegado hasta este punto.

A mis amigos y compañeros de carrera que me apoyaron y ayudaron a lo largo de mi formación profesional.

Al Dr. Carlos Guillen por las asesorías que me fueron brindadas en conocimientos básicos.

Al Dr. Francisco José Sánchez Sesma y al Dr. Antonio Carrillo Ledesma de la Universidad Nacional Autónoma de México por los consejos y sugerencias aportados a este trabajo.

ÍNDICE

Introducción.....	7
Objetivo general.....	9
Objetivos particulares.....	9

Capítulo I. Conceptos Básicos

<i>I.1 Los fluidos y sus propiedades.....</i>	10
<i>I.2 Propiedades</i>	
<i>Densidad.....</i>	11
<i>Compresibilidad.....</i>	12
<i>Viscosidad.....</i>	12
<i>Velocidad y Aceleración.....</i>	13
<i>I.3 Clasificación de flujos</i>	
<i>Flujos estacionarios</i>	14
<i>Flujos rotacionales e irrotacionales.....</i>	15
<i>Flujos Newtonianos.....</i>	15
<i>I.4 Parámetros físicos de los fluidos y Oscilador Armónico</i>	
<i>Presión</i>	16
<i>Principio de Bernoulli.....</i>	17
<i>Número de Reynolds.....</i>	18
<i>Derivada Material.....</i>	19
<i>Ecuación de Continuidad.....</i>	20
<i>Ley de Conservación del Momentum.....</i>	22
<i>Ecuaciones de Navier – Stokes.....</i>	23
<i>Oscilador Armónico.....</i>	24

Capítulo II. Señales Volcánicas

II.1 Clasificación de señales.....27

II.2 Modelos de simulación de señales volcánicas

Generación de tremores volcánicos mediante la inducción de oscilaciones por flujo.....29

Modelo de inestabilidad en fluidos y tremores volcánicos.....33

Modelo de interacción flujo – roca.....35

Capítulo III. Cálculo de sintéticos con el modelo J.....38

Capítulo IV. Comparación entre modelos que simulan señales volcánicas.....48

Discusión.....57

Conclusiones.....63

Apéndice A. Herramientas matemáticas para la resolución de modelos.....64

Apéndice B. Otros ejemplos de simulaciones con el modelo J.....70

Apéndice C. Análisis cualitativo de los parámetros del modelo C.....76

Referencias.....82

INTRODUCCIÒN

La sismología volcánica es una parte de la vulcanología que se encarga del estudio y análisis de los registros de señales sísmicas y su relación con la actividad eruptiva. También comprende el desarrollo de modelos matemáticos que tratan de explicar la fuente y la dinámica en el interior de los volcanes a partir de señales sísmicas. Uno de los principales objetivos que se tratan de alcanzar con la formulación de modelos es la generación de señales sintéticas usando parámetros físicos que reflejen la dinámica interna. Esto en conjunto con otras áreas de conocimiento de las Ciencias de la Tierra, como la Geología y la Geoquímica, por mencionar algunas, así como con el avance de la tecnología y la mejora e implementación de nuevos conocimientos, tanto de procesos físicos como matemáticos, podría mejorar sustancialmente el pronóstico de eventos volcánicos. En el primer capítulo del presente trabajo se abordan los conceptos básicos referentes a los fluidos y los flujos, sus características y sus propiedades.

En el segundo capítulo se da una introducción al estudio de las señales volcánicas y a los modelos de generación de tremores volcánicos que plantean que su origen se debe a la oscilación inducida por transporte de flujo. Este trabajo sigue la clasificación de señales sísmicas volcánicas basada en las características del mecanismo de la fuente sísmica que las genera (Chouet, 1996).

En el tercer capítulo se describe y aplica un modelo paramétrico en 1D (Julian, 1994), en el cual se evalúa de manera cuantitativa el efecto de los valores de esos parámetros. Se discuten los efectos sobre los sismogramas sintéticos y los alcances del modelo para simular señales de tremor.

El cuarto capítulo versa sobre el modelo de interacción flujo – roca propuesto por Corona, Arciniega & Sanchez – Sesma, (2012), se describe de manera general el modelo y el efecto de los parámetros que lo conforman. Además, se proponen sistemas cuyos valores se basan en observaciones de campo y se hace una tabla comparativa entre el modelo de Corona et al. (2012) y Julian (1994).

Por último, considerando la hipótesis de que el flujo genera o induce oscilaciones de larga duración, se hace una discusión con base en las diferencias conceptuales

y las ecuaciones que gobiernan la dinámica de los modelos mencionados comparando los resultados obtenidos y la hipótesis propuesta.

Objetivo General

El objetivo del presente trabajo consiste en realizar un estudio comparativo de los modelos que tienen la hipótesis de que el flujo de fluidos a través de un conducto genera o induce oscilaciones de larga duración. Estos modelos proponen explicar la generación de tremores volcánicos y de las señales de periodo largo conocidas como LP, las cuales se asume comparten un mismo proceso físico de origen. El análisis incluye la determinación de las características, alcances y limitaciones de cada modelo para generar sismogramas sintéticos comparables con los registrados en volcanes activos.

Objetivos Particulares

- Describir las características de los modelos que tienen la hipótesis de que el paso de flujos a través de un conducto generan oscilaciones de larga duración
- Generar simulaciones a fin de realizar un análisis cuantitativo de los parámetros del modelo de oscilación inducida por flujo (Julian, 1994)
- Comparar los efectos de los parámetros para los modelos de oscilación inducida por flujos (Julian, 1994) y de interacción flujo – roca (Corona et al., 2012)
- Discutir los resultados con base en las diferencias fundamentales de las ecuaciones que gobiernan los modelos y generar una tabla comparativa de los modelos de generación de oscilaciones de periodo largo.

Capítulo I. Conceptos Básicos

En este apartado se definen y se explican algunos de los conceptos básicos usados en los modelos que se analizan en el desarrollo de esta tesis.

1.1 Los fluidos y sus propiedades

Se puede definir a un fluido como una sustancia que se deforma continuamente cuando actúa sobre éste una fuerza de cizallamiento (Munson, Young & Okiishi, 2002; Resnick, Halliday & Krane, 2004). Los fluidos engloban tanto a líquidos como a gases, aunque presentan comportamientos distintos, al aplicar una fuerza externa, debido a su estructura molecular. En los líquidos las moléculas se encuentran cercanas unas con respecto de las otras y los intersticios que presentan son pequeños (grandes en comparación de los sólidos, donde las fuerzas de cohesión son más fuertes), y en los gases las fuerzas de cohesión son prácticamente despreciables, por lo cual los espacios que existen entre moléculas son de grandes dimensiones.

El estudio de la estructura molecular en los fluidos es importante para distinguir unos de otros. Para esto se hace un análisis con base en el promedio de la cantidad de moléculas representativo de una porción del fluido (Munson et al., 2004). Este tipo de análisis puede aplicarse para describir el movimiento de un fluido y puede tratarse de dos maneras (Resnick et al., 2004):

- Mediante el análisis lagrangiano, el cual consiste en la división del fluido en elementos volumétricos infinitesimales, determinando tanto su posición como su velocidad en función del tiempo.
- Mediante el análisis propuesto por Euler y por lo tanto conocido como euleriano, que consiste en determinar la densidad y la velocidad de un conjunto de elementos de un fluido en una posición determinada. Es decir, se describen parámetros como la velocidad, presión y densidad de un fluido en un punto con coordenadas determinadas en cierto tiempo t , por lo cual

se concentra en lo que sucede en un punto del espacio y no lo que sucede en una partícula específica.

Generalmente para saber los valores promedio de los parámetros de los fluidos se hace un análisis tipo euleriano de los sistemas; cuando ya se requiere más detalle en el análisis de fluidos entonces es adecuado realizar análisis tipo lagrangiano. Para fines del presente trabajo, el tipo de análisis que se realiza es euleriano.

1.2 Propiedades

Los principales parámetros físicos de los fluidos en las ecuaciones que gobiernan su dinámica, son los siguientes:

Densidad

La densidad de un fluido se define como la cantidad de masa que contiene por unidad de volumen y está dada por la relación (Munson et al., 2004; Post, 2011)

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

El valor de la densidad varía entre diferentes tipos de fluidos. En los líquidos, la densidad no depende de la presión y la temperatura; para los gases sucede el caso contrario, es fuertemente dependiente de ambas cantidades.

La cantidad recíproca de la densidad es el volumen específico y se define como (Munson et al., 2002)

$$v_e = \frac{1}{\rho} \quad (2)$$

Compresibilidad

Los fluidos son incompresibles cuando la densidad es independiente del tiempo y de la posición, en el caso contrario, el fluido es compresible. Los gases pueden comprimirse más fácilmente que los fluidos; en principio, en la formulación de modelos matemáticos generalmente ambos pueden considerarse como incompresibles (Resnick et al., 2004), hasta toparse con problemas más complejos que requieran considerar la compresibilidad de los gases.

Viscosidad

La viscosidad absoluta, viscosidad dinámica o simplemente viscosidad se define como la relación existente entre el esfuerzo cortante y el gradiente de velocidad. La **viscosidad** es la oposición de un fluido a las deformaciones tangenciales y se debe a las fuerzas de cohesión moleculares. Este fenómeno puede explicarse con el ejemplo descrito a continuación.

Supongamos que tenemos dos sistemas: Un primer sistema que consiste de un material sólido entre dos placas metálicas planas; una placa rígida fija inferior y una placa superior que es libre para moverse. El segundo sistema tiene un líquido entre placas de las mismas características.

Si aplicamos una fuerza externa en la placa superior, paralela a la superficie de la placa, en el primer sistema la placa se moverá con respecto a la superficie del sólido cierta distancia dx ; mientras que en el segundo sistema, en la interface líquido – placa superior, se generará cierto esfuerzo cortante como resistencia del material al movimiento de la placa, por lo cual la fuerza aplicada es proporcional al esfuerzo cortante y al área efectiva de la placa, es decir, el área que fue desplazada con respecto a la posición en reposo. La placa superior se moverá continuamente y adquirirá cierta velocidad después de terminar de aplicar la fuerza externa; sin embargo, como es un fluido, la deformación no se lleva a cabo de manera uniforme, lo cual significa que la velocidad del fluido varía con respecto de la separación entre placas, siendo máxima en la placa superior y cero en la

placa inferior; es decir, existe un gradiente de velocidad en el fluido, y éste es igual a la velocidad de tensión cortante o de cizallamiento. Como la velocidad en el fluido varía en función del tiempo, es proporcional al esfuerzo cortante que se genera en la interface, por lo tanto (Munson et al., 2002; Grijalva, 2014)

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (3)$$

Donde μ representa la viscosidad del fluido y $\frac{dv}{dy}$ es la variación de la velocidad en el fluido. La viscosidad μ varía dependiendo del fluido a considerar (Munson et al., 2004; Post, 2011); los flujos que cumplan con la relación anterior son llamados flujos Newtonianos y se explican más adelante.

Velocidad y Aceleración

La velocidad de un fluido se puede definir como la razón de cambio de la posición de una partícula en función del tiempo t , y se representa como

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (4)$$

donde \mathbf{r} es el vector de posición de cierta partícula y t es el tiempo. Como \mathbf{r} es un vector, presenta magnitud y dirección; cuando consideramos la magnitud del vector \mathbf{r} en la fórmula anterior, entonces hablamos de la rapidez del fluido.

La razón de cambio o la variación de la velocidad de un fluido con respecto al tiempo t es entonces conocido como la aceleración del fluido y se representa como

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \quad (5)$$

1.3 Clasificación de flujos

Una de las partes de la mecánica de fluidos, la dinámica de fluidos, estudia el fluido en movimiento, es decir el flujo del fluido. Se considera flujo al movimiento total de todas las partículas que componen el fluido de un punto a otro. Cuando se habla del análisis de un flujo, se estudian los parámetros físicos del flujo en una posición dada (x,y,z) en un tiempo dado t . Por supuesto que analizar los parámetros físicos de cada molécula individual del fluido sería un trabajo exhaustivo, por lo cual se utiliza la descripción Euleriana para poder analizarlos; es decir, analizar los parámetros en un conjunto de moléculas del fluido a la cual se le llamará partícula del fluido (Munson et al., 2002).

Los problemas que involucran el análisis de fluidos generalmente son descritos en geometrías en tres dimensiones (x, y, z) con la correspondiente dependencia de estas coordenadas en el tiempo t . Sin embargo, es posible la simplificación de los problemas que permite un mejor entendimiento de las partes que lo involucran, esto es, la representación del flujo en sistemas unidimensionales o bidimensionales.

Es cierto que para poder determinar por completo el estado físico de un flujo es necesario analizar las tres componentes en función del tiempo, sin embargo, los análisis realizados en geometrías unidimensionales y bidimensionales pueden generar aproximaciones bastante aceptables del problema de un flujo, siempre y cuando las componentes puedan ser despreciadas; de lo contrario, estas simplificaciones podrían llevar a resultados completamente erróneos (Munson et al., 2004, Resnick et al., 2004).

Flujos estacionarios

Cuando decimos que un flujo es continuo asumimos que parámetros físicos de flujo como la densidad, velocidad, presión, etc. son variables con respecto a la posición de las partículas en un fluido (Munson et al., 2002) más no del tiempo. Se dice que un flujo es estacionario cuando la velocidad en el flujo no varía con

respecto del tiempo. Los *flujos laminares* son, generalmente, flujos estacionarios con un movimiento lento de flujo que forma “capas” de fluido, y mantienen cierta posición relativa unas con respecto de otras.

Sin embargo, sabemos de antemano que la velocidad de un flujo varía con respecto del tiempo, es decir, el flujo es *no estacionario* o *inestable*. Un flujo inestable puede ser no periódico, periódico o aleatorio. Los flujos periódicos presentan patrones de variaciones de velocidad del flujo o inestabilidad en el flujo que se repiten cada cierto tiempo, los flujos no periódicos presentan una variación de inestabilidad regular, más no repetitiva, en intervalos periódicos; mientras que los flujos aleatorios presentan, como su nombre lo indica, un comportamiento totalmente aleatorio independiente del tiempo y la posición. Este comportamiento es característico de los *flujos turbulentos*. Cabe recalcar que estas características del flujo dependen de la velocidad del flujo (Munson et al., 2002; Post, 2011).

Flujos rotacionales e irrotacionales

Si un elemento de materia, arrastrado por un fluido, no gira alrededor de un eje cuando pasa por su centro de masa, entonces el flujo es irrotacional; en el caso contrario, el flujo es rotacional (Resnick et al., 2004)

Flujos Newtonianos

Los flujos newtonianos son considerados también isotrópicos, es decir que sus propiedades físicas no dependen de la dirección, y tienen una presión mecánica igual a la presión termodinámica (Post, 2011); los flujos cuyo comportamiento obedecen a la ecuación (3) se consideran *flujos newtonianos*. De manera experimental se ha observado que la viscosidad no tiene una fuerte dependencia de la presión, por lo cual se puede considerar el efecto como despreciable; sin embargo, la temperatura si tiene una influencia importante en este parámetro. Conforme la temperatura aumenta, la viscosidad de los gases aumenta mientras que la viscosidad de los líquidos disminuye. El origen de esta diferencia de

comportamiento entre fluidos se encuentra en la estructura molecular: La viscosidad surge de las colisiones de moléculas individuales de un fluido, y en el momento de la colisión las moléculas de velocidades más altas transfieren parte de la energía cinética a las moléculas con menor velocidad, el efecto total de estas colisiones resulta en una difusión de la energía cinética de fluidos de velocidades altas a fluidos de velocidades bajas; entonces, cuando se presenta un movimiento de cizallamiento relativo entre dos capas de fluido, la viscosidad se presenta como una resistencia al movimiento. Sin embargo, la movilidad de las moléculas de un líquido es menor con respecto a las moléculas que conforman un gas debido a las fuerzas de cohesión que existen en los espacios entre moléculas. Cuando existe un incremento de temperatura, las fuerzas de cohesión de las moléculas del líquido disminuyen y existe una menor difusión de energía cinética del fluido; en el caso contrario, el efecto de difusión entre las moléculas de gases es mayor y por ende su viscosidad aumenta (Post, 2011).

1.4 Parámetros físicos de los fluidos y Oscilador Armónico

Presión

La presión en un fluido se define como la magnitud de la fuerza que se aplica sobre un área efectiva unitaria y está dada por la relación

$$p = \frac{F}{A} \quad (6)$$

Donde F es la fuerza aplicada y A es el área efectiva. En condiciones estáticas, la única componente de fuerza que se considera es la normal o perpendicular a la superficie (Resnick et al., 2004). Uno de los principios importantes de la presión es que, cuando un fluido está en reposo o en movimiento, la presión en un punto es independiente de la dirección siempre y cuando no se presenten esfuerzos de cizallamiento o cortantes; este principio es también conocido como la Ley de Pascal. Sin embargo, para fluidos en movimiento, la presión que actúa en dirección normal a la superficie no es necesariamente la misma en todas las

direcciones; en tales casos, la presión se define como el promedio de cualquiera de los tres esfuerzos normales en un punto (Munson et al., 2004).

Principio de Bernoulli

La ecuación de Bernoulli es una herramienta muy poderosa en el estudio del comportamiento en la dinámica de los fluidos. Se define como

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \gamma z = C \quad (7)$$

Donde p es la presión del sistema, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad del fluido, γ es el peso específico, z es la diferencia de alturas entre líneas de flujo y C es una constante que depende de las condiciones en un punto dado sobre una línea del flujo.

Para usar correctamente esta ecuación, se deben tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- Los efectos de viscosidad se consideran despreciables
- El flujo se considera estable
- El flujo se considera incompresible
- La ecuación es aplicable solamente a lo largo de la línea de flujo
- El flujo toma lugar en un plano (el análisis es bidimensional)

La ecuación (7) se deriva, principalmente, a partir de la segunda ley de Newton, donde se consideran las componentes tangenciales de las fuerzas causantes del movimiento de una partícula de fluido a lo largo de una línea de flujo, (Landau y Lifshitz, 1966; Munson et al., 2004). El principio de Bernoulli también puede derivarse al aplicar el principio de conservación de la energía (ecuación 8) al flujo de un fluido en condiciones ideales (incompresible, estacionario, no viscoso e irrotacional) en un conducto lleno de fluido cuyos extremos se encuentran en dos alturas distintas (Resnick et al., 2004).

$$\Delta K + \Delta U = W \quad (8)$$

donde el trabajo realizado es igual a la variación de la energía cinética ΔK y la energía potencial ΔU en el sistema.

Número de Reynolds

Es la relación existente entre la fuerza de inercia y la fuerza de viscosidad en un elemento de fluido dV , cuantifica la importancia relativa entre estos dos tipos de fuerzas con base en las condiciones de flujo (Mott, 2006); es decir, determina si un flujo (líquido o gas) presenta condiciones de estado estable o estado turbulento. Se define como

$$R_e = \frac{\bar{v}L_c}{v_c} = \frac{\rho\bar{v}L_c}{\mu} \quad (9)$$

donde \bar{v} es la velocidad promedio del fluido, L_c es la longitud característica de la geometría por la cual se propaga el fluido y v_c es la velocidad cinemática, la cual relaciona la viscosidad μ y la densidad del fluido ρ . Este parámetro es adimensional, es decir, no tiene unidades.

En la ecuación (9) podemos observar que cuando los fluidos tienen una velocidad alta y viscosidad baja, el número de Reynolds es más alto; en contraste, el número de Reynolds es bajo para fluidos que poseen una alta viscosidad y baja velocidad (Mott, 2006). Con base en esto último, se puede decir que dependiendo de la cantidad del número de Reynolds, el flujo puede mostrar un comportamiento laminar o turbulento. Cuando el número de Reynolds tiene un valor de 2000 o menor el flujo será completamente laminar, mientras que si es mayor a 4000 el flujo se vuelve turbulento. Por lo tanto se puede deducir que existe un intervalo en el rango del número de Reynolds para el cual existe un comportamiento laminar y turbulento, este intervalo es muy marcado. A este intervalo se le conoce como

crítico y el valor del número de Reynolds que adquiere se conoce como el Número de Reynolds Crítico (Mott, 2006; Post, 2011).

El número de Reynolds en fluidos magmáticos generalmente es bajo (Balmforth, Craster & Rust, 2005). Por ejemplo, los flujos de magma basálticos con viscosidad de 1000 Pa s y una densidad de 2750 Kg/m^3 presentan valores de número de Reynolds semejantes a 1, lo que indica que su comportamiento es laminar. Otro ejemplo se presenta en efusiones lentas de magmas muy viscosas generadoras de domos, el valor de número de Reynolds $R_e \sim 10^{-10} - 10^{-4}$ (Griffiths, 2000). Otros estudios reportan que flujos geológicos en diques presentan valores de número de Reynolds $< 10^{-20}$ (Chávez-Álvarez y Cerca Martínez, 2008). Flujos de magma con viscosidades más bajas o con velocidades de ascenso más altas, tales como erupciones de flujos basálticos, pueden tornarse turbulentos (Connor et al., 2009).

Derivada Material

Se define como (Grijalva, 2014)

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} v_i + \frac{\partial F}{\partial t} = \frac{D}{Dt} F(x_i, t) = \lim_{\Delta t} \frac{F(x_i + \Delta x_i, t + \Delta t) - F(x_i, t)}{\Delta t} \quad (10)$$

La cual describe la razón de cambio de una cantidad física determinada. La función debe ser decente, es decir, que pueda desarrollarse en series de Taylor y que sus derivadas existan para dicha función. Para la derivada material de un fluido que fluye en un espacio dado, el espacio debe ser un espacio de Hilbert (los puntos tienen por coordenadas números reales, sin embargo, estos también pueden ser complejos o imaginarios).

Ecuación de Continuidad

Es también conocida como Ley de conservación de la masa. En un sistema definido como una colección de contenidos que no presentan cambios la conservación de la masa, se establece como:

$$\text{Razón temporal de variación de masa en el sistema} = 0$$

Este es un principio fundamental de la ciencia y la ingeniería, la cual establece que la masa no puede ser creada ni destruida. Entonces, como la masa no tiene una fuente de origen, la masa solamente cambia mediante el ingreso o salida de masa en un espacio imaginario de análisis denominado control de volumen, el cual generalmente se delimita en las fronteras del sistema (Post, 2011).

Supóngase que tenemos un fluido encerrado en una superficie "S". La cantidad de material M que se encuentra dentro es de una densidad ρ se representa como

$$M = \iiint^V \rho \, dV \quad (11)$$

en donde dV es un elemento diferencial de volumen. La variación del fluido encerrado es lo que entra menos lo que sale, lo cual se puede expresar de la forma

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \iint^S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, ds \quad (12)$$

Aquí \mathbf{v} es la velocidad del fluido, \mathbf{n} es el vector normal y ds es un elemento infinitesimal de superficie. El término anterior puede describirse como una velocidad másica o flujo de masa en el volumen (Munson et al., 2002).

Sustituyendo la ec. (12) en la ec. (11) se obtiene

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint^V \rho \, dV = \iint^S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \, ds \quad (13)$$

Aplicando el teorema de Gauss al miembro del lado derecho obtenemos

$$\iint^S \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} ds = \iiint^V \nabla \cdot \rho \mathbf{v} dV \quad (14)$$

Y al sustituir obtenemos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint^V \rho dV = \iiint^V \nabla \cdot \rho \mathbf{v} dV \quad (15)$$

Como se trata del mismo volumen en los dos miembros de la ecuación, de manera general, la ecuación de continuidad en un sistema se define como (Landau y Lifshitz, 1966; White, 1991, Grijalva, 2014)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (16)$$

donde t es el tiempo, ρ es la densidad y \mathbf{v} es el vector de velocidad.

Algunos autores presentan la ecuación de continuidad de la forma (Munson et al., 2002)

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = 0 \quad (17)$$

donde dV es un elemento diferencial de volumen, \mathbf{v} es el vector de velocidad, $\hat{\mathbf{n}}$ es un vector unitario normal a la superficie y dA es un elemento de área. El primer término del lado derecho de la ecuación (17) representa una integral de volumen y el segundo término una integral de superficie.

Se establece que para que la conservación de la masa sea válida la razón temporal de cambio de la masa contenida en el control de volumen más la velocidad total de flujo de masa a través del control de superficie debe ser igual a cero; es decir, no existen fuentes ni sumideros, por lo tanto dentro del sistema la masa total permanece constante (Munson et al., 2002).

Ley de Conservación del Momentum

Para un sistema dado, la segunda ley de Newton se define como

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \quad (18)$$

Esta relación es válida cuando la masa del cuerpo es constante, es decir, cuando se trata del movimiento de un sólido; de forma general, la segunda ley de Newton tiene la forma

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{v})}{dt} \quad (19)$$

Se considera de esta manera porque en un fluido la masa varía con respecto al tiempo.

A partir de la segunda ley de Newton, se deriva la ley de conservación del momentum lineal, donde el momentum de un sistema se define como el producto de la masa por la velocidad promedio que lleva el sistema (Munson et al., 2004)

$$\sum \mathbf{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V \mathbf{V}\rho dV + \int_S \mathbf{V}\rho(\mathbf{V} \cdot \hat{\mathbf{n}}) dA \quad (20)$$

Esta ecuación establece que la razón temporal de cambio del momento lineal del sistema es igual a la suma de dos cantidades: la razón temporal de cambio del contenido dentro del volumen de control y la velocidad neta de flujo de momento lineal a través de la superficie de control. Mientras las partículas de masa se mueven dentro o fuera de un volumen de control a través de la superficie de control, éstas llevan un momento lineal dentro o fuera de éste. De esta manera, el flujo de momento lineal debería verse como un flujo de masa (Munson et al., 2002). Los parámetros y ecuaciones descritas anteriormente definen el estado del flujo y su movimiento en función del tiempo y la posición. En los modelos que

posteriormente se describirán es muy importante la consideración de parámetros físicos, ya que con base al número de parámetros que describan o influyan en el comportamiento del sistema, darán resultados o aproximaciones más cercanas a la realidad y sustentarán la fiabilidad del modelo.

Ecuaciones de Navier - Stokes

Se definen bajo el siguiente sistema de ecuaciones (Grijalva, 2014)

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (21)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (22)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \rho g \quad (23)$$

Siendo ρ la densidad del flujo, u , v y w las componentes de la velocidad del flujo, μ la viscosidad del flujo, p es la presión del fluido y g es la componente vertical de la gravedad.

Estas ecuaciones, junto con la ecuación de continuidad, describen de manera completa el comportamiento del flujo de fluidos incompresibles newtonianos. Físicamente, expresan que el cambio de momento lineal es igual a las fuerzas resultantes en el flujo (Grijalva, 2014). Debido a su complejidad, ya que son ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden, no presentan una solución exacta excepto en ciertos casos, en los cuales los resultados se han comparado con los resultantes de datos experimentales, y ambos resultados han estado muy cercanos (Munson et al., 2002).

Otra manera de representar las ecuaciones de Navier – Stokes, para un flujo incompresible y newtoniano, es:

$$\rho \left(\frac{dv}{dx} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \mathbf{f} \quad (24)$$

Donde \mathbf{f} representa otras fuerzas de cuerpo, tales como la fuerza de gravedad o fuerzas centrífugas. El término del lado derecho representa la inercia del sistema, donde la aceleración convectiva de la derivada material es no lineal para el caso de un fluido incompresible newtoniano. El término de la izquierda representa la respuesta del flujo respecto al gradiente de presión, a la viscosidad del fluido y fuerzas de cuerpo externas que actúen en el sistema.

Oscilador Armónico

Un sistema se considera oscilante cuando se mueve, a partir de un punto de equilibrio, y dicho movimiento describe un comportamiento sinusoidal (Resnick et al., 2004). El más sencillo de los ejemplos es una masa atada a un resorte. Cuando la masa se mueve con respecto al punto de equilibrio, solamente alcanza cierta distancia hasta que el resorte ejerce cierta fuerza que cambia el sentido del movimiento de la masa, haciendo que esta regrese al punto de equilibrio; sin embargo, como la masa esta acelerada, sobrepasa el punto de equilibrio hasta alcanzar cierta distancia máxima. Cuando la masa se acerca al punto de equilibrio, la energía potencial de la masa se transforma en energía cinética y la fuerza que genera el resorte acelera la masa. Cuando la masa alcanza la distancia máxima que puede alcanzar, la energía cinética se transforma en energía potencial. Este comportamiento de vaivén de la masa se describe mediante ondas sinusoidales; si no existe pérdida de energía, este comportamiento tiene duración infinita, pero en la realidad siempre existe pérdida de energía, debido a la viscosidad del medio o a que el resorte no es perfectamente elástico.

La ecuación que describe este movimiento es (Resnick et al., 2004)

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -ky \quad (25)$$

y su solución está dada por (Resnick et al., 2004)

$$y = A\cos(\omega t + \vartheta) \quad (26)$$

Donde y es la distancia que recorre la masa con respecto al equilibrio, A es la amplitud máxima, ω es la frecuencia angular y ϑ es la fase; la frecuencia ω esta dada por

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (27)$$

Si el sistema constara de dos masas, las cuales están atadas a tres resortes y cuyos extremos están atados a superficies rígidas, entonces los modos normales de oscilación del sistema estarían dados por

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{3k}{m}} \quad (28)$$

Como se ha mencionado anteriormente, en la realidad las oscilaciones no tienen una duración infinita, sino que existe una pérdida de energía o amortiguamiento de las señales debido a la viscosidad del medio o a las propiedades del resorte. La ecuación que describe de manera general un oscilador armónico amortiguado es (Resnick et al., 2004)

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = -ky - b \frac{dy}{dt} \quad (29)$$

Donde, según el valor del discriminante ($b^2 - 4ac$), tiene tres tipos de soluciones (Resnick et al., 2004):

- a) Si $b^2 - 4ac > 0$, el sistema está sobre amortiguado
- b) Si $b^2 - 4ac = 0$, el sistema está amortiguado críticamente

c) Si $b^2 - 4ac < 0$, el sistema está sub amortiguado

El comportamiento de este sistema se encontrará determinado por el tipo de amortiguamiento; si el sistema está sobre amortiguado, no existen oscilaciones, sino que decrecerá asintóticamente con respecto del tiempo. Si el sistema está amortiguado críticamente, tenderá a decrecer más rápidamente hacia el equilibrio. Si el sistema está sub amortiguado, entonces existirán oscilaciones con amplitudes decrecientes en función del tiempo, dicha disminución estará determinada por curvas exponenciales decrecientes.

Capítulo II. Señales Volcánicas

II.1 Clasificación de señales

En un volcán, las vibraciones del terreno reflejan la dinámica del magma dentro de la estructura (Fehler, 1983; McClelland, Smikin, Summers, Nielsen & Stein, 1989; Julian, 1994; Chouet, 2003, McNutt, 2005; Balmforth et al. 2005; Corona et al., 2012). Estas vibraciones o “señales sísmicas volcánicas” han sido observadas en varios episodios de erupciones, como por ejemplo en los volcanes Redoubt en Alaska, Nevado del Ruiz y Galeras en Colombia (Julian, 1994; Chouet, 2003), Sakurajima en Japón (Kamo, Furuzawa & Akamatsu, 1977; Julian, 1994) entre otros. Estas señales sísmicas pueden ser clasificadas con base en su origen: si es debido a cizallamientos dentro de la estructura volcánica generados por el movimiento de fluidos a través de fracturas, entonces las señales son consideradas como volcano-tectónicas o VT (Chouet, 1996); cuando su origen se le atribuye a fluctuaciones en el volumen del fluido, generadas a su vez por cambios de geometría de fracturas y cavidades rellenas de fluido, entonces las señales son consideradas, generalmente, como señales de periodo largo (LP), de periodo muy largo (VLP) o tremores volcánicos (Chouet, 1996). Las señales volcano-tectónicas reflejan frecuentemente que un volcán ha entrado en actividad. Generalmente, las erupciones volcánicas son precedidas por señales de corta duración y los comienzos de las señales son de baja frecuencia; la actividad VT puede presentarse por largos periodos de tiempo, puede durar días, meses e incluso años (Chouet, 1996; McNutt, 2005).

Las señales LP, VLP y los tremores, aunque se cree que tienen el mismo origen, cada una tiene características que las diferencian unas de las otras: tanto los tremores como las señales VLP y LP se caracterizan por tener un comienzo de alta frecuencia seguido de un armónico que contiene uno o más periodos dominantes en el rango de 0.2 – 2 s, por lo cual los arribos son emergentes. Las señales VLP y LP decaen después de cierto tiempo hasta llegar al equilibrio, mientras que los tremores volcánicos son vibraciones que se sostienen durante

periodos de tiempo variables, que pueden ser desde horas, días, meses e incluso años (Julian, 1994; Chouet, 1996; Chouet, 2003). Estos eventos son similares a los llamados tipo B, sismos tipo N, tremores, sismos de frecuencia simple, eventos de alta frecuencia y tremores aislados (Chouet, 1996; McNutt, 2005). La nomenclatura y clasificación de señales sísmicas volcánicas propuesta por Chouet (1996) es la más generalizada en la comunidad científica, en la que las señales LP y tipo B son equivalentes. Los tremores solo difieren de las señales LP en su duración, dado que comparten el mismo ancho de banda en su respuesta en frecuencias (1 – 5 Hz). Un tremor puede considerarse como un enjambre de señales LP, o una señal LP puede considerarse como un tremor de muy corta duración; entonces quiere decir que los tremores y las señales LP comparten el mismo origen pero presentan diferentes características. En el presente trabajo se usa la nomenclatura de Chouet (1996) y se presentan sismogramas cuya forma de onda es parecida a la de los tremores volcánicos.

Los tremores volcánicos presentan comportamientos armónicos variables en periodos de tiempo grandes y sus espectros de amplitud, por lo general, presentan una serie de picos estrechos regularmente espaciados, los cuales sugieren los modos de oscilación del sistema que los genera (Fehler, 1983; Chouet, 1985; Julian, 1994).

El origen de las señales, principalmente los eventos LP, VLP y tremores volcánicos ha sido tema de debate debido que no es totalmente entendido y no ha sido estudiado en su totalidad. Sin embargo, es aceptado que están asociadas con el transporte de masa de flujo a través de conductos en los que el proceso de desgasificación se da en volcanes con sistemas abiertos como Popocatepetl (Arciniega, Chouet & Dawson, 2003; Arciniega, Chouet, Dawson & Asch, 2008), y Galeras (Gil – Cruz & Chouet, 1997). Los VLP están asociados más con los procesos de inflación y deflación de los conductos por los cuales pasan los flujos magmáticos (Arciniega, Chouet & Dawson, 1999; Arciniega, Chouet & Dawson, 2012).

Las señales VT son dependientes del estado estructural del aparato volcánico, es decir, provienen generalmente de las fallas de cizalla que se generan por movimiento de flujos dentro del volcán (Chouet, 1996).

En lo que concierne a los eventos LP, VLP y tremores, tienen su origen en cambios en el volumen de los fluidos; sin embargo, se han propuesto varios modelos matemáticos basados en teorías que tratan de explicar el origen de las señales. Podemos mencionar de entre algunas teorías: resonancia en láminas de roca (Omer, 1950), turbulencia de flujo causado por flujos supersónicos en gases (Steinberg & Steinberg, 1975), propagación espasmódica de fracturas conductoras de magma (Aki, Fehler & Das, 1997; Chouet, 1985), inestabilidad en conductos y tremores volcánicos (Balmforth et al., 2005), oscilaciones por inducción de flujo (Julian, 1994), simulaciones de señales LP que modelan la interacción roca-fluido (Corona et al., 2012) entre muchos otros.

II.2 Modelos de simulación de señales volcánicas

Para el presente trabajo se consideran algunos de los modelos existentes donde los tremores tienen su origen en oscilaciones inducidas por flujo que fluye a través de un conducto con geometría definida.

1 - Generación de tremores volcánicos mediante la inducción de oscilaciones por flujo

Julian (1994) propuso que los tremores volcánicos y las señales LP se generan mediante las oscilaciones inducidas por flujos; es decir, al paso del flujo de un fluido a través de un conducto generando como consecuencia un ciclo de esfuerzo – tensión entre las paredes del conducto y el flujo. Para sustentar su idea, propone un conducto unidimensional donde el movimiento del flujo se analiza sobre el plano $x - y$ cuyas paredes asemejan resortes a lo largo de la dirección y y que poseen cierto amortiguamiento, a través del conducto pasa un flujo en dirección paralela al eje x con cierta velocidad que depende del tiempo t y de la posición x , y

viaja de un reservorio hacia otro con cierta diferencia de presión en sentido ascendente (Figura 1).

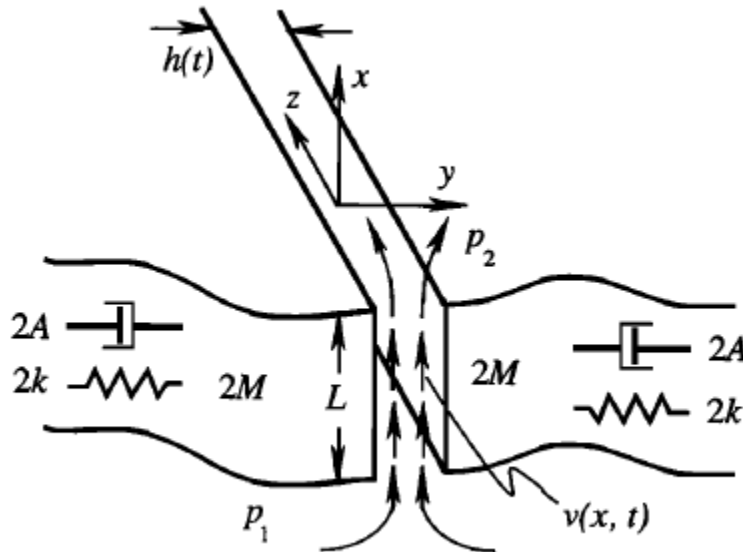


Figura 1. Geometría del modelo propuesto por Julian (1994). El modelo considera un conducto unidimensional de longitud L y espesor variable con respecto al tiempo $h(t)$; el conducto está conectado a dos reservorios y en los extremos del conducto se presentan dos presiones distintas p_1 y p_2 . El conducto se encuentra delimitado por paredes elásticas de masa $2M$, con constantes de amortiguamiento $2A$ y constante de rigidez $2k$. El flujo del fluido va en dirección de las flechas mostradas. (Imagen tomada de Julian, 1994).

La idea es que el flujo, que pasa a través del conducto, ejerce cierta presión sobre las paredes del conducto, obligándolas a abrirse para dar paso al fluido. Conforme las paredes del conducto se van abriendo, la velocidad del fluido empieza a reducirse gradualmente, lo que va reduciendo la presión ejercida por el fluido hacia las paredes; esto último genera un aumento de presión por parte de las paredes del conducto hacia el fluido, generando una reducción de flujo de fluido que pasa a través del conducto y por consiguiente un aumento de presión y de velocidad por parte del fluido generando otra vez la abertura de las paredes del conducto (Julian, 1994).

El modelo matemático se encuentra conformado por un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, dependientes de la velocidad del fluido y del espesor del conducto, ambos variables en el tiempo.

1) La primera ecuación del sistema se basa en el principio de conservación del momentum en el fluido (Julian, 1994)

$$\rho \left(\frac{dv}{dt} + v \frac{dv}{dx} \right) = - \frac{dp}{dx} - \frac{12\eta}{h^2} v \quad (30)$$

donde η es la viscosidad del fluido, v es la velocidad del fluido, x es la posición de un elemento de fluido en un tiempo t , p es la presión del fluido y h es el espesor del conducto. El primer término del lado derecho de la ecuación representa la variación de la presión en el conducto con respecto a la posición y el segundo término de la ecuación representa la fuerza de arrastre ejercida sobre el fluido por las paredes del canal; el término del lado izquierdo representa los cambios de velocidad del flujo con respecto de la posición y del tiempo por efecto de la densidad del flujo (Julian, 1994). De la ecuación (30), al conocer la presión del sistema y aplicar las condiciones de frontera, se deriva la primera ecuación de movimiento del modelo

$$\rho \dot{v} + \frac{12\eta}{h^2} v = \frac{p_1 - p_2}{L} \quad (31)$$

La segunda ecuación de movimiento del modelo está basada en la ley de conservación del momentum para las paredes del canal. La presión del fluido conduce a la respuesta elástica amortiguada de los muros del canal (Julian, 1994)

$$M\ddot{h} + A\dot{h} + k(h - h_0) = F_p \quad (32)$$

donde F_p es la fuerza total de presión del fluido del canal sin fuerzas externas aplicadas al conducto, h_0 es el espesor en equilibrio, k es el coeficiente de amortiguamiento, M y A son constantes. El primer término del lado izquierdo de la ecuación representa la fuerza ejercida en el sistema causante de la oscilación, el segundo término representa el amortiguamiento de sistema y el tercer término representa la fuerza del sistema que se opone a la oscilación del sistema. La fuerza total de la presión del fluido se obtiene de la siguiente relación

$$F_p = \int_{-L/2}^{L/2} p(x, t) dx \quad (33)$$

donde $p(x, t)$ es la presión ejercida en el sistema en una posición x en cierto tiempo t (Julian, 1994); se obtiene al derivar con respecto del tiempo y de la posición la velocidad del flujo, se sustituyen en la ecuación (30) y posteriormente se aplican las condiciones de frontera del sistema

$$p(x, t) = \left[\left(\rho \frac{\dot{h}}{h} - \frac{12\eta}{h^2} \right) v - \rho \dot{v} \right] \left(x + \frac{L}{2} \right) + \dots$$

$$\dots + \left[\frac{12\eta}{h^2} \frac{\dot{h}}{h} + \rho \left(\frac{\ddot{h}}{h} - 2 \left(\frac{\dot{h}}{h} \right)^2 \right) \right] \frac{x^2 - \left(\frac{L}{2} \right)^2}{2} + p_1 - \frac{\rho}{2} \left[v + \frac{L}{2} \frac{\dot{h}}{h} \right]^2 \quad (34)$$

Sustituyendo las ecuación (34) en la ecuación (33), resolviendo y reagrupando términos obtenemos la segunda ecuación de movimiento (Julian, 1994) que se define como

$$\left[M + \frac{\rho L^3}{12h} \right] \ddot{h} + \left[A + \frac{L^3}{12h} \left(\frac{12\eta}{h^2} - \frac{\rho \dot{h}}{2h} \right) \right] \dot{h} + k(h - h_0) = L \left[\frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{\rho v^2}{2} \right] \quad (35)$$

Las ecuaciones (31) y (35) controlan la dinámica del modelo; tanto la masa efectiva (coeficiente de \ddot{h}) como la rigidez (coeficientes de \dot{h} y v) están en función del espesor del canal h y de la velocidad del fluido v . Julian (1994) resuelve este

sistema mediante el método de *Bulirsch y Stoer* (Julian, 1994, Press, Teukolsky, Vetterling & Flannery, 2007). La hipótesis que plantea Julian (1994) es que dentro de su sistema existen regiones para los parámetros en los que, mediante la bifurcación subarmónica o por doblamiento de periodo, llevan a un comportamiento caótico. Sin embargo, el análisis que presenta de su modelo es matemático y no sustenta de manera física los resultados que presenta.

2- Modelo de Inestabilidad en fluidos y tremores volcánicos

Balmforth et al. (2005) proponen un modelo con base en las ideas y el modelo de Julian, (1994) e incluyen las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido y discute su relación con los tremores volcánicos. Balmforth et al. (2005) argumentan en su trabajo que el modelo propuesto por Julian (1994), aunque demuestra una posible relación del origen de tremores volcánicos con las oscilaciones inducidas por flujo, carece de un análisis cuantitativo que lo sustente y solamente se basa en observaciones “fenomenológicas”.

El modelo de Balmforth et al. (2005), considera un flujo viscoso que se mueve a lo largo de una abertura, delimitada por dos placas elásticas semi-infinitas. El flujo se encuentra referenciado bajo un sistema coordinado euleriano y junto con el campo de velocidades $U(x,y,t)$, $V(x,y,t)$ y la presión $p(x,y,t)$, es tratado como un fluido viscoso newtoniano; el movimiento de flujo se encuentra descrito mediante las ecuaciones de conservación del momentum y la conservación de la masa (Balmforth et al, 2005). Este modelo se presenta como una extensión del propuesto por Julian (1994), en el sentido de que su objetivo es cuantificar los resultados a través de un conducto de características similares para determinar su alcance. Este modelo considera un análisis bidimensional del problema e incluye al número de Reynolds como un factor importante en la inestabilidad de flujos.

El conducto se encuentra definido mediante un sistema coordinado cartesiano $X - Y$ el cual se considera simétrico con centro en $y = 0$. Basado en una configuración

sólida libre de esfuerzos, bajo el ambiente impuesto y esfuerzos dinámicos, mediante un desplazamiento elástico $(X+\xi)$, $(Y+\eta)$ en un campo de desplazamientos $(\xi(x,y,t)),(\eta(x,y,t))$ se satisfacen las ecuaciones de movimiento (Balmforth et al, 2005).

Inicialmente propone el modelo capa - frontera (Balmforth et al., 2005), el cual se entiende como aquel en el que la velocidad del flujo con respecto al sólido en movimiento varía desde 0 hasta un 99% de la velocidad de la corriente, es decir, el movimiento del flujo es perturbado por la presencia de un sólido con el que se encuentra en contacto. Cuando el número de Reynolds tiende a cero, el modelo capa - frontera es integrado, llegando a un resultado que permite el análisis del perfil de fluido (Balmforth et al., 2005), el cual no se le considera muy útil cuando las velocidades de ondas elásticas que se propagan a través de las paredes del conducto son mayores que la velocidad del fluido; sin embargo, una aproximación aceptable de este perfil se basa en el promedio de la ecuación a través del conducto, y del cual surge un segundo modelo denominado “slot-averaged” (Balmforth et al, 2005), del cual surgen dos formas: El inicial y uno “mejorado” que hace una predicción más precisa del número de Reynolds crítico para el fluido.

El modelo refleja que es posible la generación de tremores mediante el mecanismo propuesto por Julian (1994); es sensible a variaciones en el número de Reynolds, el cual conforme aumenta presenta los mismos comportamientos de onda descritos por Julian (1994), bifurcaciones subarmónicas y comportamientos caóticos para ciertos valores del número de Reynolds. Este modelo no considera la deformación de las paredes del conducto, se concentra más en la propagación de las ondas a través de éste. Balmforth (2005) concluye que la velocidad mínima requerida para que el fluido pueda generar oscilaciones es de 10 m/s; además de que la generación de tremores no proviene de flujos magmáticos, sino más bien de flujos separados o “exsueitos” del magma, ricos en volátiles (H_2O y CO_2) cuyas características podrían explicar la presencia de tremores volcánicos a mayores profundidades.

3- Modelo de Interacción Dinámica Fluido – Roca

Este modelo, propuesto por Corona et al. (2012), considera la deformación de la cavidad cilíndrica debido a los cambios de velocidad de flujo de un fluido newtoniano que fluye dado un gradiente de presión. El conducto se encuentra enterrado en un semi espacio homogéneo, elástico e isotrópico, presenta desplazamientos radiales y verticales debido a las interacciones de las paredes del conducto con el flujo. La dinámica del proceso encuentra su comienzo en un cambio de presión inicial en la base del conducto y cuyos orígenes pueden ser variados debido a las condiciones de presión, por ejemplo en las fronteras del sistema entre conductos consecutivos, la alimentación del fluido magmático, la abertura y cierre de fracturas, entre otros (Tuffen, Dingwell & Pinkerton, 2003; Neuberg, Tuffen, Collier, Green, Powell & Dingwell, 2006; Arciniega, Alatorre – Ibarguengoita, Scheu, Dingwell & Delgado – Granados, 2011). El mecanismo de detonación genera cambios en la velocidad del fluido, la cual ejerce esfuerzos sobre las paredes del conducto deformación en la dirección radial, que a su vez las paredes responden ejerciendo esfuerzos sobre el fluido, incrementando su presión y provocando cambios en la velocidad del flujo. Este proceso se repite convirtiéndose en un ciclo de esfuerzo – deformación, el cual genera oscilaciones en el conducto.

La presión del fluido se equilibra con el esfuerzo aplicado por la roca circundante y un incremento de la velocidad del flujo lleva a una disminución de la presión del fluido de acuerdo al principio de Bernoulli.

Corona et al. (2012) consideran, como un principio físico gobernante en el sistema, las ecuaciones de Navier - Stokes, que describen la relación entre la velocidad, la presión, temperatura y la densidad de un flujo en movimiento.

En este modelo el mecanismo de detonación, que inicia el ciclo de esfuerzo – deformación en el sistema, puede originarse por un gradiente de presión inicial, cuyo origen puede variar dependiendo de las condiciones de presión entre los conductos. El detonante del sistema se considera una función, ya sea instantánea o con cierta duración y que depende del tiempo.

Las variables en este modelo son la velocidad, tanto radial como vertical, del fluido, y la deformaciones, radial y vertical, de las paredes del conducto debido al movimiento del fluido. Los parámetros a considerar son la viscosidad y la densidad del fluido, las constantes de Lamé (λ , μ), el radio inicial, la densidad del conducto, las presiones al inicio y al final del conducto, el número de Reynolds, el amortiguamiento A , la longitud del conducto, la fuerza de gravedad, entre otros (Corona et al, 2012). El modelo permite también la conexión de varios tubos de geometría cilíndrica, con lo cual se puede modelar el comportamiento con una geometría y longitud simulando conductos volcánicos.

La dinámica del sistema se encuentra gobernado por un sistema de tres ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden, donde el fluido y el sólido están dinámicamente acoplados mediante la aplicación de condiciones de frontera en los extremos del conducto; se resuelve numéricamente mediante el método de Runge-Kutta de cuarto orden.

Los sintéticos resultantes representan la dinámica en el sistema y las oscilaciones del conducto al paso del flujo con cierta velocidad excitado bajo cierto mecanismo de detonación. Su forma y duración están en función del detonante, la viscosidad del flujo, el radio inicial, la longitud del conducto y la distancia a la cual se registra la señal.

Las ecuaciones (36), (37) y (38) conforman el sistema de ecuaciones diferenciales no lineales del modelo de interacción flujo roca.

$$\partial_t \langle w^z \rangle = \frac{P_1 - P_2 + \rho_f L g}{\rho_f L} - \left(\frac{6\eta}{\rho_f R^2} + \frac{3\dot{R}}{4R} \right) \langle w^z \rangle_r \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \ddot{R} = & -\frac{24}{48\rho_0 R^2 + 5\rho_f L^2} \left(\frac{3}{8} \rho_f L \langle w^z \rangle + 2\rho_0 R^2 A + \left(34 - \frac{15}{4} \left(\frac{L}{R} \right)^2 \right) \eta + \right. \\ & \left. \rho_f \left(\frac{5L^2}{2R} + \frac{R}{9} \right) \dot{R} \right) \dot{R} \\ & - \frac{48}{48\rho_0 R^2 + 5\rho_f L^2} \left(\frac{3}{5} \rho_f \langle w^z \rangle^2 - \frac{p_2 + p_1}{2} + 2(\mu + \lambda) \frac{R - R_0}{R_0} \right) R \quad (37) \end{aligned}$$

$$\ddot{u}^z(t, r, z) = \frac{3\eta}{\rho_0 R^2} \langle w^z \rangle_r - \frac{\mu}{\rho_0 R^2} u^z - A \dot{u}^z \quad (38)$$

donde P_1 y P_2 son las presiones en el fondo y en la cima del conducto respectivamente, ρ_f es la densidad del fluido, ρ_0 es la densidad de la roca circundante, R es el radio del conducto, R_0 es el radio inicial del conducto, η es la viscosidad del fluido, L es la longitud del conducto, λ y μ son las constantes de Lamé, g es la fuerza de gravedad y $\langle w^z \rangle$ es la velocidad promedio del flujo en dirección vertical. La ecuación (36) representa la velocidad del flujo y las variaciones del radio de conducto en las direcciones vertical y radial dadas por las ecuaciones (37) y (38) respectivamente.

Capítulo III. Cálculo de sintéticos con el modelo J

En esta sección se proceden al cálculo de sintéticos resolviendo numéricamente las ecuaciones del modelo propuesto por Julian (1994) descrito en el capítulo II.

Retomaremos las ecuaciones del modelo de Julian (1994) que gobiernan el sistema

$$\rho \dot{v} + \frac{12\eta}{h^2} v = \frac{p_1 - p_2}{L} \quad (31)$$

$$\left[M + \frac{\rho L^3}{12h} \right] \ddot{h} + \left[A + \frac{L^3}{12h} \left(\frac{12\eta}{h^2} - \frac{\rho \dot{h}}{2h} \right) \right] \dot{h} + k(h - h_0) = L \left[\frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{\rho v^2}{2} \right] \quad (35)$$

donde ρ es la densidad del fluido, η es la viscosidad del fluido, v es la velocidad del flujo, h es el espesor del conducto, L es la longitud del conducto, h_0 es el espesor inicial del conducto, A es el amortiguamiento en el sistema, p_1 y p_2 son las presiones al inicio del conducto y al final del conducto respectivamente.

La Tabla 1 nos muestra los valores de los diferentes materiales que ocuparemos para generar los sintéticos. Contiene los valores de densidad y viscosidad de los fluidos, y de la rigidez y masa efectiva del conducto.

Fluido	Densidad ρ (Kg/m^3)	Viscosidad η ($Pa \cdot s$)
<i>Fluido Basáltico</i>	2800	500
<i>Fluido Andesítico</i>	2500	4000
<i>Petróleo</i>	1000	10
<i>Agua</i>	1000	10^3
Material del Conducto	Rigidez Efectiva K (GPa)	Masa efectiva M (Kg/m)
<i>Basalto</i>	0.6	$3 \cdot 10^5$
<i>Acero</i>	8.1	$7.85 \cdot 10^5$

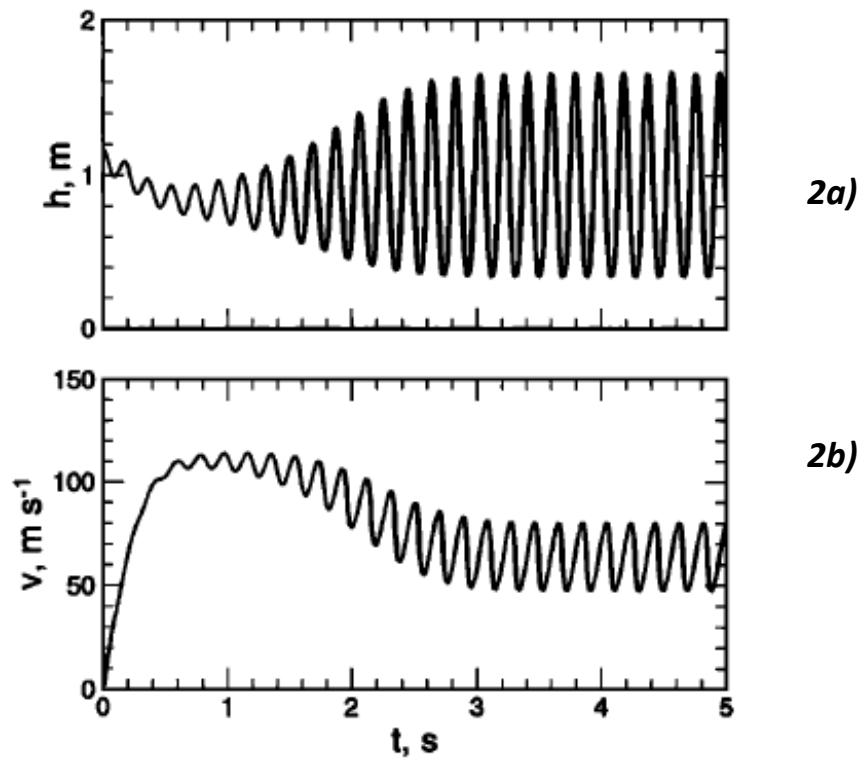
Tabla 1. Parámetros de los flujos y conductos ocupados para generar los sintéticos. Datos tomados de Julian, 1994; IMP, 2011; Corona et al, 2012.

Cabe mencionar que el objetivo de esta sección se concentra en analizar los valores para los cuales el modelo genera resultados con sentido físico y para evaluar la sensibilidad del modelo a los parámetros que lo componen.

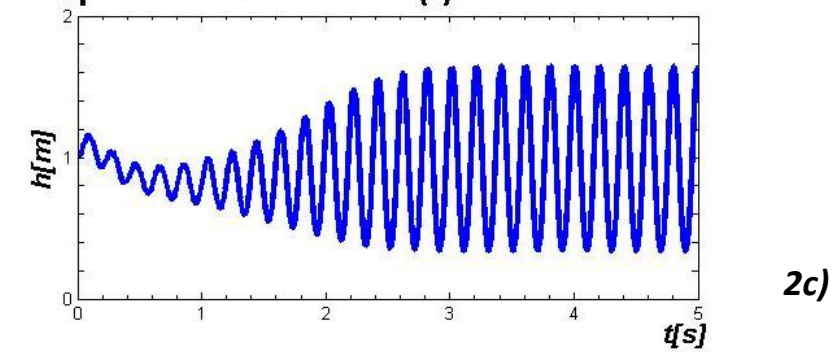
La premisa de que el flujo dentro de las cavidades induce oscilaciones de larga duración es el punto de partida de los modelos estudiados en el capítulo anterior. La idea básica radica en que el flujo genera esfuerzos en las paredes del conducto, las cuales a su vez responden elásticamente generando un efecto en la velocidad del flujo. La velocidad del flujo está en función del espesor del conducto y de las propiedades del fluido. La dinámica del sistema está en función de un gradiente de presión entre dos reservorios que se asume que están conectados, formando el conducto.

Los sintéticos publicados por Julian (1994) fueron generados con el algoritmo del método de extrapolación de Bulirsch-Stöer (Apéndice A). Los sintéticos del presente trabajo se generaron con un algoritmo basado en el método de aproximaciones de Euler usando el método de Runge – Kutta de cuarto orden (apéndice A). Los resultados entre estos dos métodos no muestran diferencias en su resolución y se consideran equivalentes por lo que en este trabajo podemos hacer comparaciones directas.

Como primera aproximación reproducimos los resultados del modelo de Julian (1994) aplicando Runge-Kutta, ambos sintéticos se muestran en la Figura 2. Podemos observar a primera vista que el comportamiento es el mismo en ambos esquemas, implicando la equivalencia de ambos métodos numéricos para resolver las ecuaciones (31) y (35).



Espeor del conducto $h(t)$ - Basalto/Basalto



Velocidad del flujo $v(t)$ - Basalto/Basalto

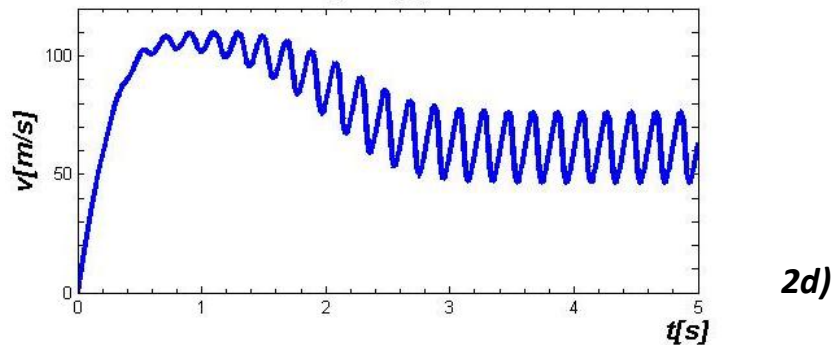


Figura 2. Sintéticos generados con el método de Bulirsch-Stöer (2a, 2b) y con el método de Runge – Kutta (2c, 2d). La figura 2a y 2c corresponden al espesor del conducto $h(t)$ mientras que las figuras 2b y 2d representan la velocidad del flujo $v(t)$. Las cuatro figuras se encuentran a la misma escala.

Los cuatro sintéticos de la figura 2 fueron generados para un conducto basáltico con rigidez efectiva $k = 0.6 \text{ GPa}$ y masa efectiva del conducto $M = 3 \times 10^5 \text{ Kg/m}$ a través del cual pasa un fluido de composición basáltica con valores de $\rho = 2800 \text{ Kg/m}^3$ y $\eta = 500 \text{ Pa s}$ (Julian, 1994). Para un tiempo $t = 0 \text{ s}$, las figuras 2a y 2c muestran un desfase de 0.08 s ; no obstante, las formas de onda y el comportamiento son los mismos. En las figuras 2b y 2d, se presenta el mismo desfase, tanto en la amplitud de las oscilaciones como en el valor máximo de velocidad (100 m/s).

En la Figura 3 se muestra el espectro de amplitud correspondiente a la señal $h(t)$ mostrada en la Figura 2c, donde presenta un pico máximo en $f = 3.17 \text{ Hz}$.

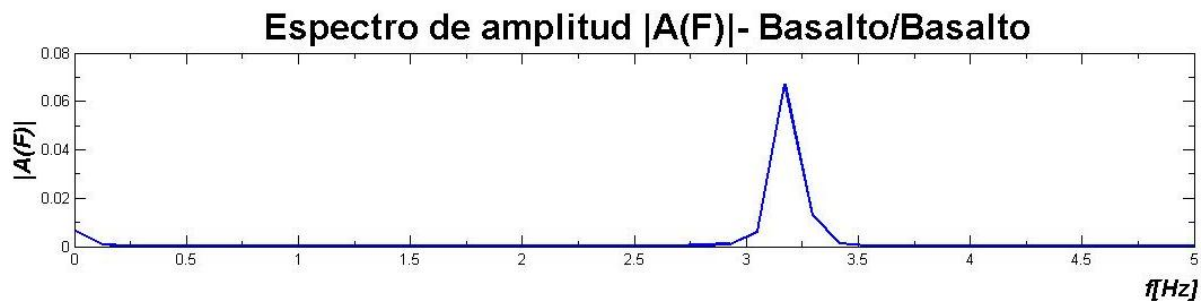


Figura 3. Espectro de amplitud de la serie de tiempo $h(t)$. Presenta un pico bien definido contenido en una frecuencia $f = 3.17 \text{ Hz}$.

¿Cómo es que varían $v(t)$ y $h(t)$? Podemos dividir la dependencia en dos tipos de parámetros: los que están en función del flujo (η , ρ) y los que están en función de la geometría como L , h_0 .

De la ecuación (16) obtenemos la relación

$$\dot{v} = \frac{\Delta P}{\rho L} - \frac{12\eta}{\rho v^2} \quad (39)$$

donde ΔP es la diferencia de presión en el conducto, ρ es la densidad del fluido, η es la viscosidad del fluido, L es la longitud del conducto y v es la velocidad del flujo en un tiempo t . En primer lugar, se puede ver que existe una relación inversa entre

v y ρ , es decir, conforme ρ aumenta, v disminuye. De esta relación, si consideramos un estado estático (donde $\dot{v} = 0$) obtenemos la relación

$$\frac{h^2 \Delta P}{12 \eta L} \propto v \quad (40)$$

Podemos ver que la velocidad del flujo es proporcional a la diferencia de presión en el conducto y al espesor del conducto, y es inversamente proporcional a la viscosidad del fluido y a la longitud del conducto. Esto quiere decir que un aumento en la viscosidad del fluido disminuiría la velocidad del flujo, que a su vez disminuye la apertura del conducto. Cuando $L \rightarrow \infty$, el valor de v se hace infinitamente pequeño ($v \rightarrow 0$), es decir no hay movimiento de flujo.

Cuando consideramos valores de ρ y η muy pequeños tales que el cociente entre estos es cercano a 1, como por ejemplo, los del aire en condiciones estándar ($\rho = 1 \text{ Kg/m}^3$ y $\eta = 2 \text{ Pa s}$), \dot{v} en la ecuación (18) queda condicionada por L y ΔP . Como $\Delta P = P_1 - P_2$, si P_2 es muy pequeño en comparación a P_1 (por ejemplo si P_2 es igual a la presión atmosférica (1 atm) y P_1 fuera de 10 MPa), entonces el factor dominante sería P_1 , lo que conlleva a que la excitación del sistema y las formas de onda dependen de este valor, como veremos más adelante.

La influencia de los parámetros del flujo en $h(t)$ es un poco más complicado de ver debido a la forma de la ecuación (35); sin embargo, podemos ver que $k(h - h_0)$ y A , que son los factores de la rigidez del conducto y la amortiguamiento del sistema, respectivamente, influyen en la forma de \dot{h} donde un incremento de estos factores implica una disminución de \dot{h} . M es un factor relacionado con la aceleración del conducto \ddot{h} , entonces el cambio de M es proporcional al cambio de $h(t)$.

De la relación

$$-\frac{\rho}{2} \left(\frac{\dot{h}}{h} \right) \dot{h} \quad (41)$$

tomada de la ecuación (20), vemos que h es inversamente proporcional a \dot{h} , de tal manera que mientras ρ aumenta el espesor del conducto h disminuye.

La ecuación (20) es válida siempre que se cumpla la condición

$$M + \frac{\rho L^3}{12h} \neq 0 \quad (42)$$

donde h es inversamente proporcional a la velocidad del fluido y a las presiones de los reservorios; entonces se guarda también la misma relación entre el espesor del conducto y la densidad del fluido. La relación que guarda entre la viscosidad y el espesor del conducto se observa en la siguiente relación

$$\left(A + \frac{L^3}{12h} \left(\frac{12\eta}{h^2} - \frac{\rho \dot{h}}{2h} \right) \dot{h} \right) \quad (43)$$

donde η y h^2 son inversamente proporcionales entre sí. Esto es válido si retomamos la ecuación (16), donde vemos que la velocidad disminuye con la viscosidad del fluido. Como la velocidad y el espesor del conducto son proporcionales entre sí, el espesor del conducto también debe de ser inversamente proporcional a la viscosidad. De manera física, si existe un aumento en la velocidad del flujo de poca viscosidad, los esfuerzos aplicados en contra de los muros del conducto serán mayores, generando una respuesta más intensa de las paredes del conducto, dependiendo de la rigidez del conducto (expresada en Kg/m^3); es decir, que la apertura del conducto sea mayor. En contraste, un flujo con viscosidad más alta tiende a generar una respuesta menor del sistema, y por lo tanto, la apertura del conducto es menor. Para viscosidades infinitamente pequeñas, el sistema oscilaría sin pérdida de energía debido a que la viscosidad está relacionada con el amortiguamiento, como podemos observar en la relación

$$A \geq \left(\frac{L}{h} \right)^3 \eta \quad (44)$$

que es la condición para que exista amortiguamiento en el sistema.

Hemos visto que $\Delta p = p - p_2$ y si $p_2 \rightarrow 0$ entonces p_1 es la presión dominante del sistema; esto también implica que conforme el valor de p_2 sea infinitamente pequeño, existirá en el sistema un gran contraste de presión. ¿A que conlleva un contraste de presión muy grande? Si observamos la relación (22) vemos que

conforme Δp aumenta, lo hace también la velocidad del flujo; en la ecuación (20), el efecto de la presión se encuentra dentro del término

$$L \left[\frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{\rho v^2}{2} \right] \quad (45)$$

donde vemos que aumentará de valor conforme la suma de las presiones sea más grande que el producto de la densidad y la velocidad del flujo. Si este término aumenta, por ende lo hará también $h(t)$.

¿Qué pasaría si, por ejemplo, existe un contraste de presión muy grande y al mismo tiempo un flujo de viscosidad muy alta? Hemos visto que la viscosidad amortiguará las señales con base en la ecuación (44), lo que disminuirá considerablemente la respuesta del sistema; sin embargo, Δp aumenta proporcionalmente con la velocidad del flujo, y por ende, aumenta el valor de $h(t)$, así que esperaríamos que las señales comiencen con amplitudes altas que decaen hasta estabilizarse por efecto de la viscosidad (Figura 4).

Para respaldar lo discutido en lo anterior, y retomando la tabla 1, consideramos ahora una densidad $\rho = 2800 \text{ Kg/m}^3$ y viscosidad $\eta = 4000 \text{ Pa s}$, correspondientes a un fluido de composición andesítica (Corona et al., 2012) que fluye a través de un conducto andesítico (Figura 4).

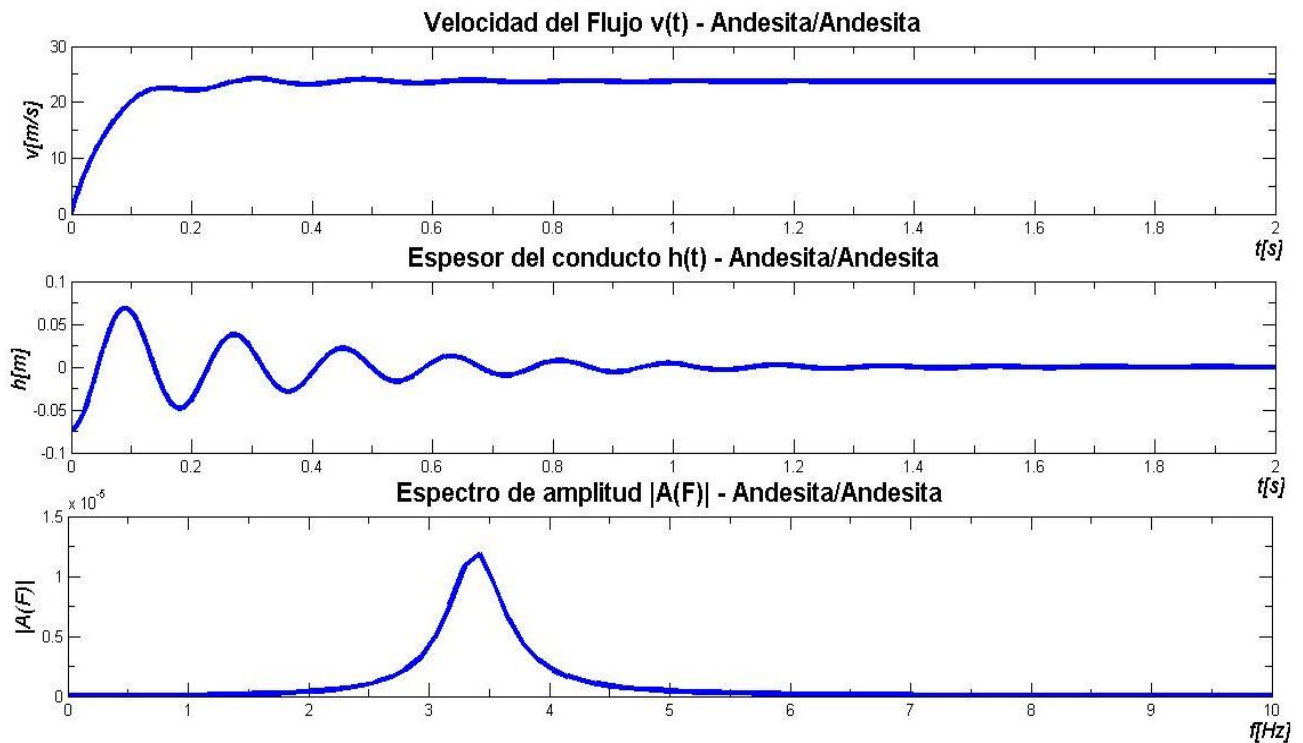


Figura 4. Señales de $v(t)$, $h(t)$ y espectro de amplitud de $h(t)$ para un flujo de fluido andesítico que pasa a través de un conducto de andesita. El pico del espectro se encuentra en $f = 3.4$ Hz.

Como podemos observar en la figura 4 $v(t)$ aumenta casi instantáneamente hasta alcanzar una velocidad máxima de 23 m/s en $t = 0.15 \text{ s}$ y posteriormente se mantiene constante; $h(t)$ se abre casi instantáneamente hasta 1.15 m y empieza a decaer durante 1 s hasta mantenerse en un valor constante de 1.07 m . El espectro de amplitud muestra un solo pico bien definido con un valor de 1.18×10^{-5} en una frecuencia $f = 3.4 \text{ Hz}$. Si comparamos con el espectro del flujo basáltico (Figura 3), los picos se encuentran contenidos en la misma frecuencia pero la amplitud se redujo en 3.72×10^{-5} , es decir, se redujo en un 2% la amplitud del espectro de la Figura 3.

Esto quiere decir que en el sistema, al aplicar la diferencia de presión, genera un cambio brusco en la velocidad del fluido, y por ende, se asume que abre el conducto; sin embargo, debido a la viscosidad del fluido, los esfuerzos generados por el flujo no alcanzan a vencer la rigidez de las paredes, haciendo que decaiga la abertura del conducto con respecto del tiempo hasta que se considera estable.

Podemos ver entonces que η está relacionada con la atenuación y es inversamente proporcional a $v(t)$ y $h(t)$. Como la variación de ρ con respecto al cambio que se hizo en η es muy pequeña, entonces su influencia se observa más en este ejemplo. Otros ejemplos fueron realizados usando este mismo modelo variando otros parámetros y observando su influencia; estos ejemplos se encuentran contenidos en el apéndice B.

Los resultados de los modelos y los valores de los parámetros ocupados los podemos ver en la tabla 2.

Se puede ver que la frecuencia de los espectros y la velocidad del flujo dependen de la viscosidad del fluido; conforme η y ρ disminuyen, f y $v(t)$ aumentan y viceversa. Por ejemplo, si $\eta = 500 \text{ Pa s}$ y $\rho = 2800 \text{ Kg/m}^3$ entonces $f = 3.05 \text{ Hz}$ y $v(t) = 110 \text{ m/s}$; en contraste, si $\eta = 2.78 \times 10^5 \text{ Pa s}$ y $\rho = 2300 \text{ Kg/m}^3$ entonces $f = 0.12 \text{ Hz}$ y $v(t) = 0.3 \text{ m/s}$. El valor de $h(t)$ está también en función de η , siendo mayor para η más pequeños dependiendo del valor de espesor inicial h_0 ; considerando que $h_0 = 1 \text{ m}$, si $\eta = 500 \text{ Pa s}$ entonces $h(t) = 1.65 \text{ m}$ y si $\eta = 500 \text{ Pa s}$ entonces $h(t) = 1.08 \text{ m}$. Una variación en los parámetros del conducto K y M genera cambios en las amplitudes del espectro, y éstos también están en función de la viscosidad. Conforme K y M sean más grandes y η sea menor, entonces la amplitud del espectro aumenta y viceversa.

Sistema	Parámetros del Flujo		Parámetros Conducto		Espectro	Valores Máx.		
	η (Pa s)	ρ (Kg/m ³)	K(Gpa)	M(Kg/m)		A	v(t)	h(t)
Basalto – Basalto	500	2800	0.6	300000	3.05	0.063	110	1.65
Andesita – Andesita	4000	2500	0.6	300000	3.4	1.18e-5	23	1.15
Riolita - And. Rio.	2.78e5	2300	0.6	300000	0.12	5.72e-5	0.3	1.08
And. - And. (Cambio de ΔP y L)	4000	2500	0.6	300000	2.07	2.71e-3	90	1.9
Petróleo – Acero	10	1000	8	7.85e5	8.5	0.09	1000	2

Tabla 2. Comparación entre η , ρ , K , M , f , A , $v(t)$ y $h(t)$ de los sistemas considerados. De esta tabla podemos ver que f , $v(t)$ y $h(t)$ se encuentran condicionados por η . A aumenta considerablemente al aumentar K , M .

Con base en la discusión realizada del efecto de Δp en las ecuaciones (16) y diferencia en los valores de f , $v(t)$ y $h(t)$ que está condicionada por las variaciones de Δp y de L ; Δp produce cambios en la amplitud y la frecuencia de oscilación de $h(t)$, que aumentan o disminuyen con respecto al aumento o disminución de Δp . Ejemplos que demuestran este comportamiento podemos verlos en el apéndice B.

Con base en lo discutido, las condiciones mínimas para que la velocidad del flujo genere oscilaciones en el conducto son: $\eta < 10^5$ Pa s y $\Delta p > 0$.

Podemos concluir esta sección que el modelo de Julian (1994) solamente puede simular dentro de los siguientes rangos: Para $L < 100$ m, $h_0 < 10$ m, $10 < \eta < 10^5$ Pa s, $A < 10^7$ Kg/m.

Resumiendo, con los sintéticos mostrados en este capítulo se muestra que es posible la oscilación inducida por flujos; sin embargo, las formas de onda son simples debido a la simplicidad del modelo, lo cual es una limitante significativa de este modelo. En el siguiente capítulo trataremos con otro modelo que considera una geometría, aunque simple, más complicada que la considerada en el modelo de Julian (1994).

Capítulo IV. Comparación entre modelos que simulan señales volcánicas

En esta sección comparamos sintéticos entre los modelos de generación de tremores volcánicos. Los modelos que utilizaremos en esta sección son: El modelo de oscilaciones inducidas por flujo (Julian, 1994) que denominaremos *modelo J* y el modelo de interacción flujo – roca (Corona et al., 2012) o *modelo C*.

Las ecuaciones gobernantes de estos modelos son las siguientes:

d) *Modelo J*

$$\rho \dot{v} + \frac{12\eta}{h^2} v = \frac{p_1 - p_2}{L} \quad (31)$$

$$\left[M + \frac{\rho L^3}{12h} \right] \ddot{h} + \left[A + \frac{L^3}{12h} \left(\frac{12\eta}{h^2} - \frac{\rho \dot{h}}{2h} \right) \right] \dot{h} + k(h - h_0) = L \left[\frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{\rho v^2}{2} \right] \quad (35)$$

e) *Modelo C*

$$\partial_t \langle w^z \rangle = \frac{p_1 - p_2 + \rho_f L g}{\rho_f L} - \left(\frac{6\eta}{\rho_f R^2} + \frac{3\dot{R}}{4R} \right) \langle w^z \rangle_r \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \ddot{R} = & -\frac{24}{48\rho_0 R^2 + 5\rho_f L^2} \left(\frac{3}{8} \rho_f L \langle w^z \rangle + 2\rho_0 R^2 A + \left(34 - \frac{15}{4} \left(\frac{L}{R} \right)^2 \right) \eta + \right. \\ & \left. \rho_f \left(\frac{5L^2}{2R} + \frac{R}{9} \right) \dot{R} \right) \dot{R} \\ & - \frac{48}{48\rho_0 R^2 + 5\rho_f L^2} \left(\frac{3}{5} \rho_f \langle w^z \rangle^2 - \frac{p_2 + p_1}{2} + 2(\mu + \lambda) \frac{R - R_0}{R_0} \right) R \end{aligned} \quad (37)$$

$$\ddot{u}^z(t, r, z) = \frac{3\eta}{\rho_0 R^2} \langle w^z \rangle_r - \frac{\mu}{\rho_0 R^2} u^z - A \dot{u}^z \quad (38)$$

donde, para el modelo J , ρ es la densidad del fluido, η es la viscosidad del fluido, v es la velocidad del flujo, h es el espesor del conducto, L es la longitud del conducto, h_0 es el espesor inicial del conducto, A es el amortiguamiento en el sistema, p_1 y p_2 son las presiones al inicio del conducto y al final del conducto respectivamente.

En el modelo C , p_1 y p_2 son las presiones en el fondo y en la cima del conducto respectivamente, ρ_f es la densidad del fluido, ρ_0 es la densidad de la roca circundante, R es el radio del conducto, R_0 es el radio inicial del conducto, η es la viscosidad del fluido, L es la longitud del conducto, λ y μ son las constantes de Lamé, g es la fuerza de gravedad y $\langle w^z \rangle$ es la velocidad promedio del flujo en dirección vertical. La ecuación (36) representa la velocidad del flujo y las variaciones del radio de conducto en las direcciones vertical y radial dadas por las ecuaciones (37) y (38) respectivamente.

La expresión que determina el amortiguamiento en el modelo J está dado por

$$A \geq \left(\frac{L}{h}\right)^3 \eta \quad (44)$$

En el modelo C , A se encuentra definida en la relación

$$A \geq \left(\frac{15}{8} \left(\frac{L}{R_E}\right)^2 - 34\right) \frac{\eta}{\rho_0 R_E^2} \quad (46)$$

Donde L es la longitud del conducto, R_E es el radio del conducto en equilibrio, η es la viscosidad del fluido y ρ_0 es la densidad de la roca del conducto.

El escenario que simularemos con ambos modelos consta de un conducto de andesita a través del cual pasa un flujo de composición andesítica; los valores de los parámetros se muestran en la tabla 3.

Parámetro	Valor
<i>Densidad del flujo ρ</i>	2500 Kg/m ³
<i>Viscosidad del flujo η</i>	4000 Pa s
<i>Módulo de rigidez del conducto μ</i>	1 GPa
<i>Longitud del conducto L</i>	100 m
<i>Radio del conducto</i>	10 m
A	20 Hz
A	5 x 10 ⁵ Kg/ms
<i>Tiempo de simulación t</i>	5 s

Tabla 3. Parámetros del escenario propuesto para la comparación de sintéticos generados por los modelos A y B. Se proponen dos valores de A distintos debido a que cada modelo calcula este valor con relaciones distintas.

El mecanismo de excitación del modelo *J* es un pulso que representa un decaimiento de presión de $\Delta p = 3 \text{ MPa}$ en el sistema; en el modelo *C*, es una función que representa una perturbación de la presión localizada en la parte inferior del conducto. En este modelo se consideran dos tipos de funciones: un pulso con duración de 0.01 s y una función gaussiana con desviación estándar de 0.4 s.

La velocidad del flujo de ambos modelos se muestra en la figura 9. La figura 9a corresponde a la velocidad del modelo *J*, que durante los 5 s del tiempo de la simulación, crece linealmente hasta alcanzar una velocidad máxima de 45 m/s. La figura 9b muestra la velocidad de flujo para el modelo *C* de la cual observamos que crece instantáneamente, en $t=0.03$, a un valor máximo de 0.10 m/s;

posteriormente, la velocidad decae linealmente hasta un valor de 0.06 m/s al final de la simulación.

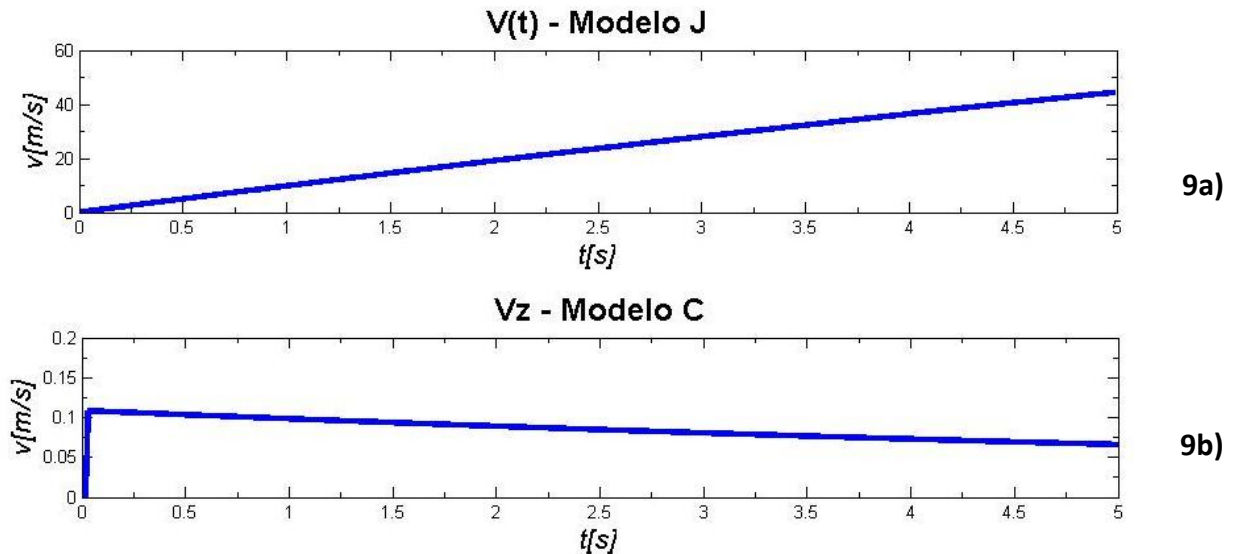


Figura 9. Velocidades de flujo calculadas dentro del conducto en el modelo A (9a) y en el modelo B 9b). La diferencia de velocidades entre estos modelos es del orden de 10^2 m/s.

La diferencia entre velocidades de los modelos es muy grande, siendo del orden de 10^2 m/s aproximadamente. Otra diferencia que se aprecia es el comportamiento de la velocidad durante el tiempo de la simulación; en el modelo *J* la velocidad crece continuamente. En contraste, en el modelo *C* la velocidad aumenta instantáneamente hasta cierto valor y posteriormente decae buscando el estado de equilibrio.

Ahora mostramos la figura 10 que contiene las series de tiempo de los modelos *J* y *C*; la figura 10a corresponde al sintético de $h(t)$ y la figura 10b es el sintético de la componente radial de deformación del conducto.

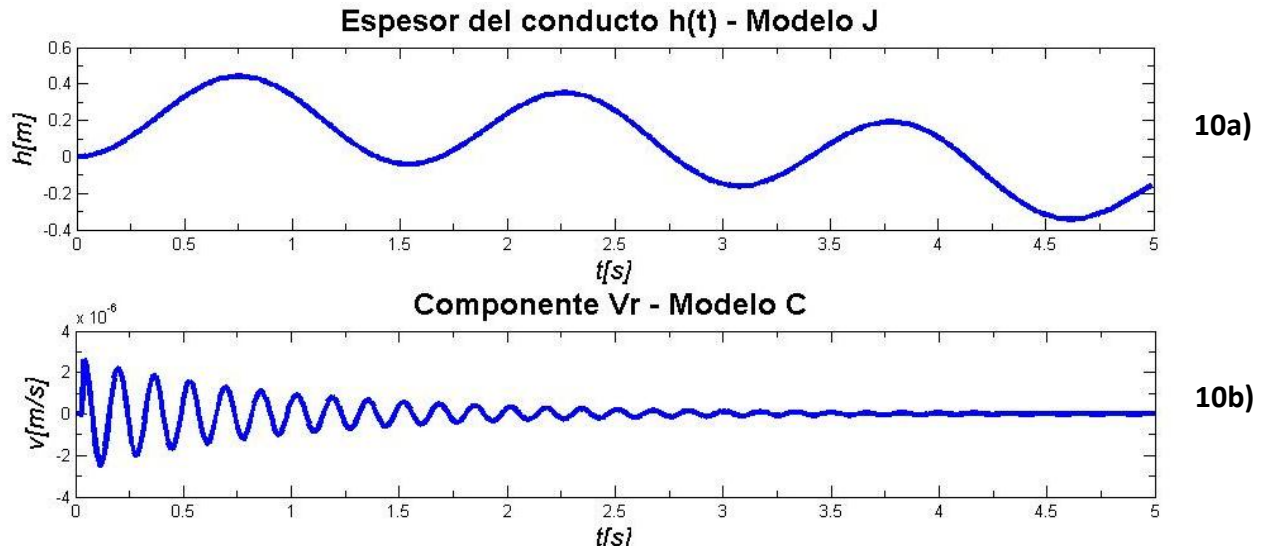


Figura 10. Sintéticos de $h(t)$ en el modelo J (10a) y de V_r en el modelo C (10b).

Se puede observar a simple vista que el periodo de la señal de la figura 10a es más grande que el de la figura 10b, siendo de 1.51 s y 0.17 s respectivamente.

También observamos que el conducto se ensancha en un máximo de 0.75 m del espesor inicial, y se encoge en 0.34 m como máximo también; es decir, el conducto se ensancha en un 6.25% del espesor inicial y se encoge en 2.83%. En la figura 10b, la abertura máxima del conducto es de 2.63 μm y llega a contraerse en 2.45 μm menos del valor inicial.

Entre los modelos existe una diferencia de 10^{-4} m entre variaciones radiales del conducto.

Otra diferencia que podemos observar es la forma de onda, siendo la de la figura 10a de periodo y amplitud más grandes, que aunque disminuyen los valores de las crestas de la señal (0.74 m – 0.19m) la amplitud de la señal no disminuye, es decir, se mantiene en un valor de 0.50 m aproximadamente entre cresta y valle. En cambio, la figura 10b muestra periodos y amplitudes mucho más pequeñas, mencionadas anteriormente; además, los valores máximos de variación en el radio del conducto se observan al inicio de la señal, que posteriormente se atenúa hasta

estabilizarse a los 3.5 s aproximadamente en un valor 0.69 nm más grande que el radio inicial, un cambio muy insignificante y que puede considerarse despreciable. Los espectros de las series de tiempo de la figura 10 se muestran en la figura 11.

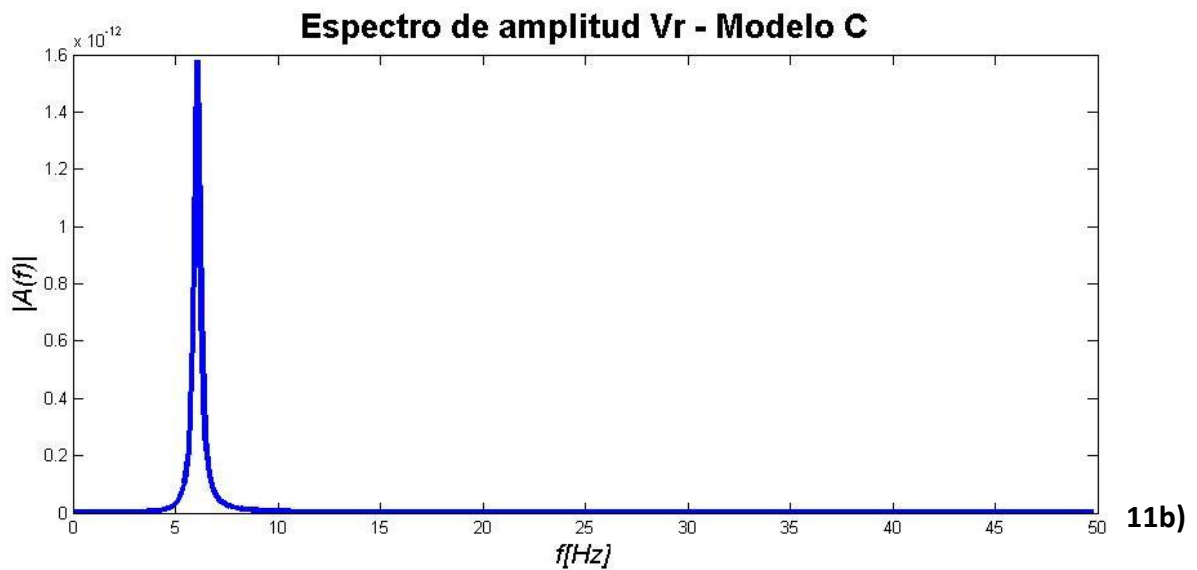
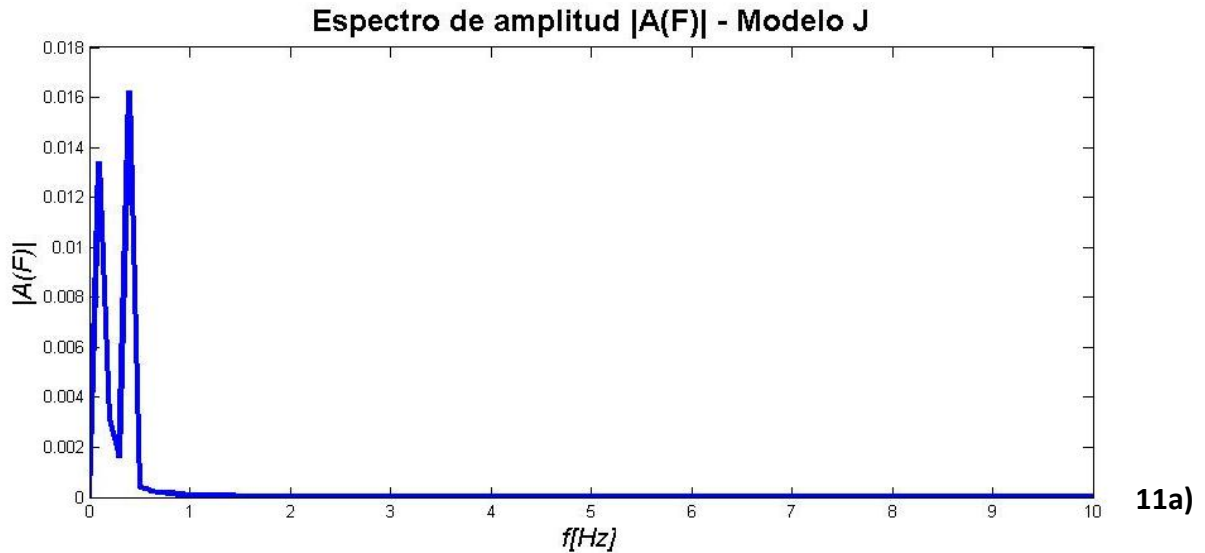


Figura 11. Espectros de amplitud de las series de tiempo. La figura 11a es el espectro del sintético 10a y la figura 11b es el espectro de la figura 10b.

En el espectro de $h(t)$, figura 11a, se presentan dos picos prominentes y se puede apreciar que contenido de frecuencias está en $f = 0.012$ Hz y $f = 0.036$ Hz

respectivamente donde mientras en el espectro de la serie de tiempo V_r se presenta un pico bien definido en $f = 6.05$ Hz.

¿Qué pasa con la señal, en el modelo C, si cambiamos la función que excita el sistema? La figura 12 nos muestra la serie de tiempo para el modelo B usando una función de excitación gaussiana, con una desviación estándar de $t = 0.4$ s.

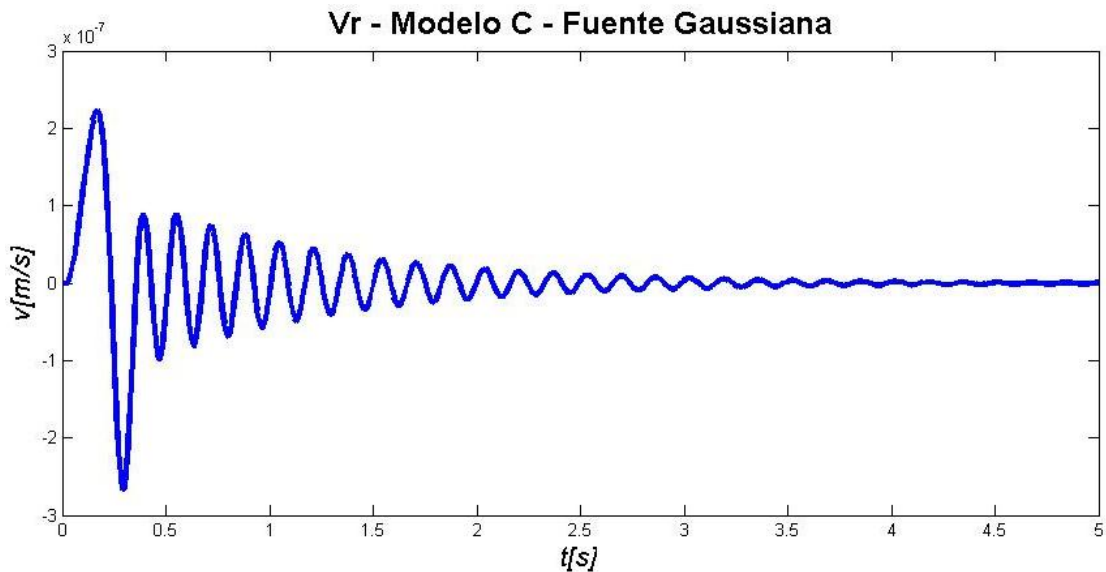


Figura 12. Sintético generado con el modelo C usando los parámetros de la tabla 3 pero usando una función gaussiana como excitación. La función gaussiana tiene una desviación estándar de 0.4 s y un pico máximo de 3 MPa.

donde el máximo de abertura del conducto es de 2.2×10^7 m y se reduce el radio del conducto en 2.2×10^6 m, ambas al comienzo de la señal. Su periodo es de 0.17 s, el mismo periodo que la señal con una fuente de pulso (Figura 10b). El comienzo es más prominente, con cambio de amplitud del orden de 10^{-1} entre crestas de los primeros dos ciclos de la señal; este cambio es más grande si lo comparamos con la figura 10b, donde se muestra un cambio de amplitud de 0.4 entre los primeros dos ciclos. La amplitud de las oscilaciones en la señal se ve reducida en 10^{-1} m con respecto a la señal de la figura 10b.

Estas características son efectos del tipo de función considerada para la excitación del sistema.

Podemos concluir esta sección comentando que las diferencias entre estos modelos son: la cantidad de parámetros considerados, el tipo de mecanismo de excitación del sistema, la geometría del conducto, los principios físicos implicados en la derivación de las ecuaciones gobernantes, las restricciones y suposiciones consideradas.

En el modelo J, el valor de la viscosidad del flujo tiene menor influencia debido a que la diferencia de presión Δp es más grande, además de que para un aumento en el espesor inicial del conducto aumentará considerablemente el valor de la velocidad del flujo, y por ende, también del espesor del conducto; esto último se discutió en el capítulo III.

En contraste, en el modelo C el valor de la viscosidad sí influye en el sistema, por lo que los sintéticos son más acordes. Esto es, porque hemos visto que la viscosidad está relacionada con el amortiguamiento de la señal (Ec. 30). Aunque la viscosidad no es el único parámetro implicado en la amortiguamiento del flujo, sí es un factor clave. Para conductos con longitudes más grandes se ha observado que las velocidades que se alcanzan en sistemas donde se consideran flujos andesíticos son mayores a 150 mm/s (Corona et al., 2012). Con base en esto, las velocidades arrojadas por el modelo J son muy altas, mientras que las velocidades del modelo C corresponde más a las de un flujo andesítico en con las características del conducto de la tabla 3.

De la figura 10 podemos decir también que los sintéticos del modelo C reflejan mejor la dinámica del sistema. Los sintéticos del modelo J presentan variaciones de conductos del orden de 10^{-1} m pero sin atenuación de la señal; las variaciones del conducto de los sintéticos del modelo B son del orden de 10^{-6} m (μm) y las amplitudes decrecen hasta regresar al equilibrio.

El modelo C genera sintéticos con dos componentes: V_r y V_t . Los sintéticos de la componente transversal V_t del modelo C no pueden compararse debido a que la deformación que se simula en el modelo J es del espesor del conducto, es decir, está en dirección de la abertura del conducto y por ello puede hacerse una

comparación solo con la componente V_r del modelo C; la componente V_t es reflejo de las deformaciones verticales a lo largo del conducto.

Una pequeña discusión del efecto de los parámetros sobre los sintéticos en el modelo C se incluye en el apéndice C.

DISCUSIÓN

El modelo de oscilaciones inducidas por flujo (Julian, 1994) incluyó la posibilidad de que los flujos que pasan a través de un conducto pueden ser una fuente de generación de tremores volcánicos. A lo largo del presente trabajo analizamos este modelo para poder determinar su alcance y sus características; podemos decir que el modelo es sensible a los cambios de viscosidad del flujo y a las dimensiones del conducto, siendo éstos los parámetros que más influyen en las formas de onda de los sintéticos así como en las amplitudes y contenido de frecuencia de los espectros. Los valores para los cuales la viscosidad genera oscilaciones se encuentran en $\eta < 10^5 \text{ Pa s}$. Valores arriba de este límite generarán sobre amortiguamiento en el sistema lo que implica que no hay oscilaciones, mientras que para valores muy pequeños de viscosidad existe una saturación de la señal $h(t)$; de manera similar influye el valor de la densidad del fluido ρ en los sintéticos. El contenido de frecuencia de los espectros varía, siendo mayor para viscosidades más bajas y es menor para viscosidades más altas. En el caso de los parámetros geométricos del conducto, para valores de longitud del conducto $L \leq 100 \text{ m}$, las señales no presentan oscilaciones sino que se suavizan, con un incremento gradual del valor de $h(t)$ durante el tiempo de la simulación; para valores muy pequeños de L la frecuencia y la amplitud aumentan, tanto del espectro como de la serie de tiempo; cambios en el espesor inicial del conducto h_0 generan retrasos en el comienzo de oscilaciones de las señales y disminución del contenido de frecuencias en el espectro, cuando $h_0 > 50 \text{ m}$, el sistema no genera más oscilaciones. Los parámetros del conducto K , M , correspondientes a la rigidez y masa efectivas, varían con respecto a la longitud L del conducto como a la densidad del fluido ρ , e influyen en la amplitud de las señales. La diferencia de presión Δp es el detonador de la dinámica del sistema, por lo tanto genera las oscilaciones de las señales; un aumento de esta diferencia de presión aumenta la frecuencia de oscilaciones y la amplitud de las señales, además que aumenta la amplitud de los espectros de amplitud. Los factores dominantes de las formas de onda de las señales son la viscosidad del flujo, la longitud del conducto y la diferencia de presión en el sistema.

Algunas de estas características que comparte el modelo J con el modelo C son, principalmente, los efectos del mecanismo detonador del sistema, la longitud del conducto y la viscosidad del flujo sobre las señales. Por ejemplo, el modelo C presenta sensibilidad en la viscosidad del flujo, la cual debe encontrarse dentro del intervalo

$$\frac{\rho_f P_{,z}}{6R_e^C} \ll \eta^2 < \frac{\rho_f P_{,z}}{6} R_0^3 \quad (47)$$

donde ρ_f es la densidad del flujo, $P_{,z}$ es la variación de la presión con respecto de z , R_e^C es el número de Reynolds crítico y R_0 es el radio inicial del conducto. Bajo este intervalo, el flujo conserva las características de un flujo newtoniano (Corona et al., 2012).

La tabla 4 muestra la comparación de los tópicos generales de cada modelo, incluyendo el modelo de inestabilidad en conductos y tremores volcánicos (Balmforth et al., 2005). Esta tabla muestra las diferencias entre los tres modelos tratados en el presente trabajo.

Modelos matemáticos
Oscilación inducida por flujos
f) Ecuación que gobierna la variación de la velocidad del flujo
$\rho \dot{v} + \frac{12\eta}{h^2} v = \frac{p_1 - p_2}{L}$
g) Ecuación que gobierna la aceleración del espesor del conducto
$\left[M + \frac{\rho L^3}{12h} \right] \ddot{h} + \left[A + \frac{L^3}{12h} \left(\frac{12\eta}{h^2} - \frac{\rho \dot{h}}{2h} \right) \right] \dot{h} + k(h - h_0) = L \left[\frac{p_1 + p_2}{2} - \frac{\rho v^2}{2} \right]$
Inestabilidad en conductos y tremores volcánicos
h) Modelo capa – frontera
$R(u_t + uu_x + vu_y) = -p_x + u_{yy} \quad p_y = 0 \quad p = p(x, t)$
$u_x + v_y = 0$

i) Modelo de promedio de abertura o "Slot – averaged"
$R \left[(hU)_t + \frac{6}{5} (U^2 h)_x \right] = -hp_x - \frac{3U}{h}, \quad h_t + (Uh)_x = 0$
j) Modelo de promedio de abertura o "Slot - averaged" mejorado
$R \left(q_t + \frac{17q}{7h} q_x - \frac{9q^2}{7h^2} h_x \right) = -\frac{5}{6} hp_x - \frac{5q}{2h^2} \quad (h_t + q_x) = 0$
Modelo de interacción flujo – roca
k) Ecuación de la variación de la velocidad de flujo
$\partial_t \langle w^z \rangle = \frac{P_1 - P_2 + \rho_f L g}{\rho_f L} - \left(\frac{6\eta}{\rho_f R^2} + \frac{3\dot{R}}{4R} \right) \langle w^z \rangle_r$
l) Ecuación de la aceleración radial del conducto
$\ddot{R} = -\frac{24}{48\rho_0 R^2 + 5\rho_f L^2} \left(\frac{3}{8} \rho_f L \langle w^z \rangle + 2\rho_0 R^2 A + \left(34 - \frac{15}{4} \left(\frac{L}{R} \right)^2 \right) \eta + \rho_f \left(\frac{5L^2}{2R} + \frac{R}{9} \right) \dot{R} \right) \dot{R}$ $- \frac{48}{48\rho_0 R^2 + 5\rho_f L^2} \left(\frac{3}{5} \rho_f \langle w^z \rangle^2 - \frac{p_2 + p_1}{2} + 2(\mu + \lambda) \frac{R - R_0}{R_0} \right) R$
m) Ecuación de la aceleración vertical del conducto
$\ddot{u}^z(t, r, z) = \frac{3\eta}{\rho_0 R^2} \langle w^z \rangle_r - \frac{\mu}{\rho_0 R^2} u^z - A \dot{u}^z$

Tabla 5. Modelos matemáticos de cada uno de los modelos de generación de tremores volcánicos.

	Oscilación inducida por flujo	Inestabilidad en conductos y tremor volcánico	Modelo de interacción flujo – roca
<i>Características del Flujo</i>	Laminar tipo Poiseuille, incompresible y viscoso	Newtoniano, viscoso e incompresible	Newtoniano, Viscoso, e incompresible
<i>Características del conducto</i>	Sistema unidimensional isotrópico y homogéneo, delimitado por dos paredes elásticas de masa efectiva 2M y con cierto amortiguamiento 2A con espesor h(t) en función del tiempo conectado a dos reservorios con presiones distintas.	Sistema bidimensional compuesto de dos placas elásticas semi-infinitas paralelas cuya deformación es uniforme a lo largo del conducto. El conducto es relativamente estrecho	Conducto cilíndrico lleno de fluido el cual sufre deformaciones radiales y verticales. El conducto también presenta esfuerzos cortantes mediante la interacción con el fluido

<p>Condiciones de frontera</p>	<p>En los extremos del conducto:</p> $p\left(-\frac{L}{2}, t\right) = P_1 - \dots$ $\dots \frac{\rho}{2} \left[v(0, t) - \frac{L\dot{h}}{2h} \right]^2$ $p\left(\frac{L}{2}, t\right) = P_2 - \dots$ $\dots \frac{\rho}{2} \left[v(0, t) - \frac{L\dot{h}}{2h} \right]^2$	<p>En la centro del conducto:</p> $u_y = 0$ <p>En las paredes del conducto:</p> $x = X + \xi(x, 0, t)$ $h(x, t) = H + \eta(x, 0, t)$ $u(x, h, t) = \xi_t(x, 0, t)$ $v(x, h, t) = \eta_t(x, 0, t)$ <p>Se cumple la condición:</p> $h_t + u(x, h, t)h_x = v(x, h, t)$	<p>En los extremos del conducto:</p> $\langle P_T(t, r, -\frac{L}{2}) \rangle_r = P_1 + \dots$ $\dots \frac{\rho_f}{2} \langle v^z \left(t, r, -\frac{L}{2} \right)^2 \rangle_r - \dots$ $\dots \frac{\rho_f}{2} \langle v^r \left(t, r, -\frac{L}{2} \right)^2 \rangle_r$ $\langle P_T(t, r, \frac{L}{2}) \rangle_r = P_2 + \dots$ $\dots \frac{\rho_f}{2} \langle v^z \left(t, r, \frac{L}{2} \right)^2 \rangle_r - \dots$ $\dots \frac{\rho_f}{2} \langle v^r \left(t, r, \frac{L}{2} \right)^2 \rangle_r$ <p>En las paredes del conducto</p> $\sigma^{rr} = \tau^{rr} \quad y \quad \sigma^{rz} = \tau^{rz}$
<p>Velocidad del Flujo</p>	$v(x, t) = v(0, t) + \frac{\dot{h}}{h} t$	$U(x, y, t) = \frac{3}{2} U(x, t) \left(1 - \frac{y^2}{x^2} \right)$	$U(t, r, z) = \frac{3}{2R^2} (R^2 - r^2) \langle w^z(t) \rangle_r - 5 \frac{\dot{R}}{R} \left(\frac{r}{R} \right)^3 z$
<p>Leyes y principios físicos considerados</p>	<p>Ley de conservación del momentum (Fluido y las paredes del conducto)</p> <p>Principio de Bernoulli</p> <p>Ecuación de conservación de la masa</p>	<p>Ley de conservación del momentum</p> <p>Ecuación de Continuidad</p>	<p>Ecuaciones de Navier – Stokes</p> <p>Ecuación de Continuidad</p> <p>Conservación de la energía y del momento lineal</p>
<p>Mecanismo de excitación</p>	<p>Gradiente de presión en el conducto debido a la diferencia de presión con el ambiente</p>	<p>Gradiente de presión ambiente en el conducto</p>	<p>Función de cierta duración que representa un decaimiento de presión</p>
<p>Amortiguamiento del Sistema</p>	$A \geq \left(\frac{L}{h} \right)^3 \eta$	<p>No se considera amortiguamiento</p>	$A \geq \left(\frac{15}{8} \left(\frac{L}{h} \right)^2 - 34 \right) \frac{\eta}{\rho_0 R_E^2}$
<p>Parámetros del flujo</p>	<p>Densidad y viscosidad del flujo, velocidad del fluido, presiones de los reservorios conectados al conducto, amortiguamiento del sistema.</p>	<p>densidad y viscosidad del fluido, presión en el conducto, número de Reynolds (normal y crítico), espesor h del fluido que se toma a partir de la línea central de la abertura o conducto, campo de velocidades u(x,h,t) v(x,h,t), velocidades de</p>	<p>Velocidades del flujo en dirección radial y vertical, presión total dentro del conducto, presión en el fondo y en la cima del conducto, densidad y viscosidad del fluido, constantes de Lamé, fuerza de gravedad, constante disipativa o amortiguamiento A, numero de Reynolds y numero de Reynolds crítico.</p>

		las ondas compresionales y cortantes, número de onda, constantes de Lamé,	
<i>Parámetros del conducto</i>	Parámetros K, M (rigidez y masa efectiva), módulo de rigidez, longitud del conducto, espesor del conducto.	Espesor H del conducto, esfuerzos generados en el conducto, razón de aspecto, parámetro de rigidez G.	Longitud del conducto, radio del conducto, radio inicial y radio de equilibrio, esfuerzos en la roca circundante $\sigma^{rr}, \sigma^{zz}, \sigma^{rz}$, desplazamientos u^θ, u^r, u^z , densidad de la roca circundante.
<i>Estabilidad del sistema</i>	No se considera en este modelo	Se realiza este análisis para determinar las condiciones bajo las cuales existe estabilidad en la propagación de onda, tanto de ondas corto periodo como ondas largo periodo, para ambos modelos	Este análisis se realiza para determinar las relaciones bajo las cuales el sistema es estable y no presenta ninguna singularidad
<i>Parámetros dominantes de los modelos</i>	Viscosidad, la diferencia de presión y la longitud del conducto	Número de Reynolds, número de onda	Viscosidad, mecanismo de excitación, presión en el sistema, geometría del conducto
<i>Efectos de composición del flujo</i>	Influye en la amplitud y duración de las señales, así como en el contenido de frecuencias del espectro	El número de Reynolds determina el estado del flujo	Determina la atenuación de los sismogramas así como la frecuencia de los picos en el espectro
<i>Efecto de geometría del conducto</i>	Afecta principalmente el periodo de las señales, y por ende, del contenido de frecuencias del espectro. Determina el ancho de banda de frecuencias del espectro.	La razón de aspecto (Longitud de las placas/ Espesor del conducto) determina la estabilidad del sistema	Determina el ancho de banda de frecuencias del espectro y su forma
<i>Efecto de los parámetros geométricos</i>	Modifican la amplitud de las señales y de los picos en el espectro de amplitud; además de que define los retrasos de los comienzos de las oscilaciones.	El parámetro G (relacionado con la rigidez) hace un reajuste el número de onda y el número de Reynolds; es decir, un cambio de G provoca que las ondas de periodo largo no dominen más en el sistema y que las velocidades de crecimiento de inestabilidades	Influyen en el contenido de frecuencia del espectro.

		cambien a números de onda más altos.	
<i>Mecanismo de excitación</i>	Gradiente de presión ambiente: Influye en la amplitud de los picos del espectro, así como en la amplitud y periodo de las señales.	Gradiente de presión ambiente	Función: Sus características influyen en la duración y la amplitud de los sintéticos, así como en la correspondiente amplitud del espectro – en los modos excitados.

Tabla 6. Tabla comparativa entre las características de los modelos de generación de tremores volcánicos tratados.

La descripción y el contenido de la tabla referente al modelo de inestabilidad en conductos y tremores volcánicos están redactadas de acorde a las descripciones hechas por el autor en su trabajo (Balmforth et al., 2005).

De manera general podemos decir que el modelo de Julian (1994) se trata de un modelo muy simplificado que se encuentra limitado bajo ciertos intervalos.

El modelo de Balmforth et al. (2005) trata de dar una explicación cuantitativa del proceso propuesto por Julian (1994) y estudiar la propagación de las ondas dentro del conducto al momento de la generación de inestabilidades. El modelo de Corona et al. (2012) va más allá de los dos modelos anteriores, al tratar de explicar el fenómeno con flujos que pasan a través de conductos cuyas geometrías son más complicadas, además de que considera la acoplamiento dinámico entre el flujo y la roca; los sintéticos que genera este modelo presenta comportamiento más complejo que los generados por los modelos anteriores. El modelo de Julian (1994) demuestra que la oscilación inducida por flujo es posible en ciertos escenarios con ciertos parámetros; el modelo de Balmforth et al. (2005) considera que este efecto no es posible en flujos magmáticos, sino en flujos acuosos y ricos en CO_2 . Mientras que el modelo de Corona et al. (2012) muestra que si es posible la oscilación inducida por flujo y muestra tanto la respuesta del flujo como la respuesta de las paredes a lo largo del conducto.

CONCLUSIONES

En este estudio se exploraron los modelos que simulan oscilaciones de largo periodo bajo el proceso de la oscilación inducida por flujos.. El presente trabajo realiza una comparación entre estos trabajos, donde encontramos que las diferencias fundamentales se encuentran en las ecuaciones y los principios físicos que se usan para modelar el proceso físico de interacción flujo – sólido, las cuales están determinadas por diferentes parámetros como son la geometría y las características del flujo. No obstante, existen similitudes, como la dependencia de las formas de onda con base en las características del mecanismo detonador del sistema, las dimensiones del conducto y los parámetros relacionados a la composición del fluido. Sean simples o complejos, cada modelo aporta conocimiento e ideas acerca del fenómeno y dan pie a investigaciones posteriores sobre el tema. Además, este tipo de estudios sientan las bases teóricas para el entendimiento de los procesos físicos en fenómenos complejos donde se presentan procesos de interacción fluido – sólido; como es el caso en conductos volcánicos. La idea de los modelos es simular señales sísmicas asociadas a la actividad eruptiva y para las cuales sea posible conocer o inferir diversos parámetros así como la reología de los materiales que conforman la estructura y los productos volcánicos que se generaron durante la actividad volcánica. La oscilación inducida por flujos, aunque no es el único proceso involucrado, es un proceso fundamental para la generación de tremores volcánicos y señales LP.

Apéndice A. Herramientas Matemáticas para la resolución de Modelos

En este apéndice describiremos brevemente los métodos numéricos usados para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, presentes en los modelos descritos en el capítulo II.

Integración de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

De manera breve podemos decir que una ecuación diferencial es una ecuación la cual contiene derivadas. Cuando la dependencia de esta ecuación es de una sola variable y , y por ende, la derivada es con respecto a esa misma variable entonces estamos hablando de una Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO); cuando la dependencia aumenta a más variables, entonces estamos hablando de Ecuaciones Diferenciales Parciales. Las ecuaciones diferenciales también pueden ser clasificadas por el orden de llevan; el orden de una ecuación diferencial está dado por la derivada mayor que esta contiene. Por ejemplo, una ecuación diferencial que contenga una segunda derivada será entonces una ecuación diferencial de segundo orden, una que contenga una tercera derivada será una ecuación de tercer orden, y así sucesivamente (Chapra et al., 1998).

Los problemas que involucran EDO's de orden superior pueden siempre reducirse al análisis de N conjuntos de ecuaciones diferenciales de primer orden, lo cual ejemplifica el procedimiento de resolución para una EDO y tienen la forma general

$$\frac{dy_i}{dx} = f_i(x, y_0, \dots, y_{N-1}), \quad i = 0, \dots, N - 1 \quad (\text{A1})$$

Donde las funciones f_i son conocidas (Chapra et al., 1998; Press et al., 2007).

Un problema que involucra ODE no se encuentra completamente definido por sus ecuaciones, esto es, que no se centra en la resolución numérica de las ecuaciones

solamente sino también en las condiciones de frontera del problema, las cuales son condiciones algebraicas de las funciones y_i .

Estas condiciones de frontera pueden ser de dos tipos: Cuando se dan problemas con valor inicial, donde las y_i son dadas en algún punto inicial x_s , y se desea encontrar los valores de y_i en algún punto final x_f , o en ciertos valores discretos. Y también existen los problemas con valor en la frontera, donde las condiciones de frontera se dan en más de un punto x , donde algunas condiciones se dan en el punto x_s y otras en el punto x_f (Press et al., 2007).

Consideraremos en este punto, dos métodos fáciles para la resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias:

- n) El método de Runge – Kutta, el cual propaga una solución sobre un intervalo y la información obtenida se compara con expansiones de series de Taylor hasta cierto orden, dependiendo del orden del método.
- o) La extrapolación de Richardson, en la cual se extrapola hasta cierto valor el cual se supone es obtenido si el “salto” escogido fuera mucho más pequeño de lo que es. Este método, junto con el método del punto medio modificado, conforman el método práctico de Bulirsch y Stoer; este nombre es debido a que se utiliza una secuencia de números o “saltos” la cual fue propuesta por Bulirsch y Stoer, donde el error de truncamiento global del método es menor (Press et al., 2007).

Método de Runge – Kutta

Es un método o grupo de métodos de integración numérica de E.D.O. el cual se determina la solución mediante “pasos” o “saltos” en un intervalo dado. El fundamento de esta técnica se encuentra en el método de Euler el cual, aunque no es usado de manera práctica debido a la imprecisión de los resultados obtenidos, de manera teórica representa la relación más simple de integración mediante pasos y en el cual se basan la mayoría de los métodos usados para resolución de E.D.O.s.

La fórmula usada en el método de Euler es

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n) \quad (A2)$$

Donde h es el “salto” que se toma desde el punto inicial y el punto a calcular en un intervalo dado y ese predice un nuevo valor de y usando la pendiente para extrapolar linealmente sobre el tamaño de salto h . Esto quiere decir que con este tipo de métodos, para un intervalo dado, se obtendrá como resultado una serie de puntos discretos los cuales presentarán cierto error de aproximación con la solución exacta de la ecuación (Chapra et al., 1998; Press et al., 2007; Burden, Faires, 2011).

La relación anterior se deriva de una expansión en series de Taylor para una ecuación diferencial dada; la ecuación de Euler considera los primeros términos de la expansión; conforme se aumentan el número de términos, el número de parámetros requeridos para calcular un valor de y por tamaño de salto h .

Consideremos entonces, el uso de un salto para realizar una especie de salto de “prueba”, en el punto medio del intervalo, de tal manera que usamos los valores en ese punto para calcular el salto real del intervalo.

Entonces la ecuación anterior se convierte en

$$k_1 = hf(x_n, y_n) \quad (A3.1)$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1) \quad (A3.2)$$

$$y_{n+1} = y_n + k_2 + O(h^3) \quad (A3.3)$$

Donde $O(h^3)$ es el término residual ó el término de error de truncamiento, el cual aumenta debido al aumento de los parámetros requeridos para calcular el punto, lo que lo convierte en un método de segundo orden. A este método se le conoce como método del punto medio o método de Runge Kutta de segundo orden (Chapra et al., 1998; Press et. al., 2007).

El método más utilizado es el método de Runge Kutta de cuarto orden, el cual está dado por las fórmulas

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}k_1 + \frac{1}{3}k_2 + \frac{1}{3}k_3 + \frac{1}{6}k_4 + O(h^5) \quad (\text{A4.1})$$

$$k_1 = hf(x_n, y_n) \quad (\text{A4.2})$$

$$k_2 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1) \quad (\text{A4.3})$$

$$k_3 = hf(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2) \quad (\text{A4.4})$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3) \quad (\text{A4.5})$$

Este método es ampliamente utilizado en el campo de la ciencia y la ingeniería debido a que el tiempo de cálculo de los puntos es relativamente corto. Como se puede observar en las fórmulas anteriores, conforme el orden del método aumenta el número de parámetros que se requieren para el cálculo de y para cada salto va incrementando también (Chapra et al, 1996).

Método de Bulirsch – Stöer

Se le conoce como Bulirsch – Stöer al método práctico de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias el cual envuelve tres conceptos claves: La Aproximación al límite de Richardson, un método de extrapolación y un método de integración. De manera general, este método consiste en definir un intervalo entre un punto inicial x y un “salto” o “brinco” H , el cual se subdividirá en pequeños saltos n del método integrador del punto medio modificado, y posteriormente se realiza una extrapolación al punto donde se considera el salto $n=0$ (Press et al., 2007).

La idea general de la aproximación al límite de Richardson es considerar el cálculo numérico como una función analítica de un parámetro ajustable como un tamaño de paso h ; una vez que se tiene conocimiento de la función, se ajusta a alguna forma analítica y se evalúa cuando $h=0$.

Posteriormente es determinar a qué tipo de función se realizará el ajuste. Inicialmente se optó por el uso de funciones de extrapolación racionales, las

cuales generaban buenas aproximaciones a las funciones analíticas incluso cuando el valor del tamaño de salto h era muy grande. Sin embargo, se encontró que para problemas con comportamientos “suaves”, las funciones de extrapolación polinomiales son más eficientes que las racionales. Por último, se debe usar un método de integración cuyo error de truncamiento sea de orden par; el método que presenta esta característica es el método del punto medio modificado (Press et al., 2007).

¿El valor de n es arbitrario o debe responder a cierta secuencia? En principio es arbitrario, sin embargo, Bulirsch y Stöer proponen la secuencia (Press et al, 2007)

$$n = 2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 64, 96, \dots, n_j = 2n_{j-2}$$

La cual genera resultados con errores de truncamiento menores y hacen del método más eficiente. Posteriormente, Deulhard sugirió la secuencia

$$n = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, \dots, n_j = 2(n + 1)$$

Que aumentó la eficacia del método. Para cada paso H , no sabemos con certeza que tan lejos llegará la secuencia. Después de que cada valor de n es probado, una extrapolación polinomial se efectúa, la cual da los valores calculados y el error estimado. Si los errores no son satisfactorios, el valor de n aumenta. Si los errores son satisfactorios, se avanza al siguiente paso y se comienza con $n = 2$.

El límite superior de la secuencia dependerá del tamaño del intervalo H , si se encuentra alguna irregularidad durante el intervalo, se procede a reducir el tamaño del intervalo H en vez de generar subpasos más finos. Generalmente, el número de subdivisiones del intervalo máximo se toma como 16, debido a que una subdivisión más fina generará una pérdida de precisión del método (Press et al., 2007).

Este método es el que ocupa Julian en su trabajo para la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden; no presenta diferencia alguna con el método de Runge Kutta de cuarto orden, lo cual ya se observó en el capítulo III del presente trabajo.

Apéndice B. Otros ejemplos de simulaciones con el modelo J

En este apéndice mostramos más ejemplos calculados usando el modelo J (Julian, 1994).

Otro ejemplo del cambio de η podemos verlo también en la figura B1. Donde podemos observar que ahora hemos aumentado $\eta = 2.78 \times 10^5 \text{ Pa s}$, es decir, dos órdenes de magnitud más del ejemplo anterior; ρ ahora la disminuimos a 2300 Kg/m^3 , 8% de la densidad del escenario de la figura 4. Ahora la señal $v(t)$ da un incremento instantáneo pero con un valor de velocidad muy bajo de 0.3 m/s , y en comparación con $v(t)$ de la figura 4, se reduce casi una centésima parte del valor de la velocidad, es decir, del orden de 10^{-2} unidades. La señal de $h(t)$ muestra un incremento gradual durante 1.5 s de 0.7 m , dando un valor máximo de 1.085 m el cual es constante en el resto de la señal, 67.5% del espesor máximo que se alcanza en la figura 2b). Este valor es 0.7 m más pequeño que el valor máximo de apertura en el ejemplo anterior (figura 4) y se estabiliza casi en el mismo valor. El espectro de amplitud muestra un pico en $f=0.12 \text{ Hz}$ con una amplitud de 5.72×10^{-5} , la cual es cinco veces más grande que el pico del espectro de la andesita.

En este ejemplo vemos que un aumento del orden de 10^2 en η reduce en 10^{-2} el valor de $v(t)$, lo que refleja que son inversamente proporcionales entre sí; en este sistema la única variación que se registra es la perturbación de la velocidad del flujo, la cual es mínima por lo que el sistema no presenta ninguna alteración.

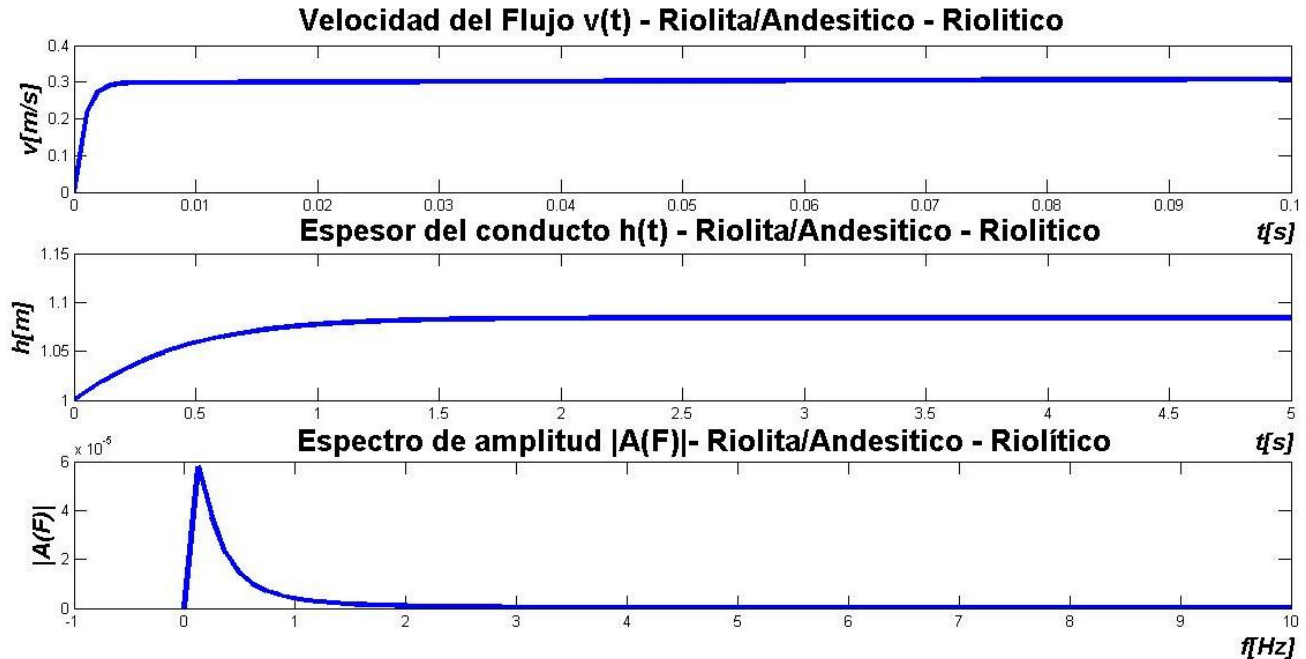


Figura B1. Señales de $v(t)$, $h(t)$ y espectro de amplitud de $h(t)$ para un flujo de fluido riolítico que pasa a través de un conducto de andesítico-riolítico.

¿Qué sucede si variamos Δp y L en el sistema? En la figura B2 podemos observar los cambios usando los mismos parámetros, exceptuando que ahora $P_1 = 40 \text{ MPa}$ y $L = 20 \text{ m}$; donde $v(t)$ alcanza un valor máximo de 90 m/s y en $h(t)$ la abertura máxima que alcanza es de 1.896 m.

Para un aumento de presión de 30 MPa en el conducto, la velocidad se incrementó al cuádruple en comparación a la configuración anterior (Figura B1), mientras que $h(t)$ aumentó también 0.650 m , un 34% del valor de amplitud de $h(t)$ de la figura 7. Eso quiere decir que el cambio de presión en el sistema genera que el fluido genere mayor esfuerzo en el conducto, lo que genera una oscilación más grande y de mayor duración, en este caso dura hasta los 2.5 s para $h(t)$ y $v(t)$.

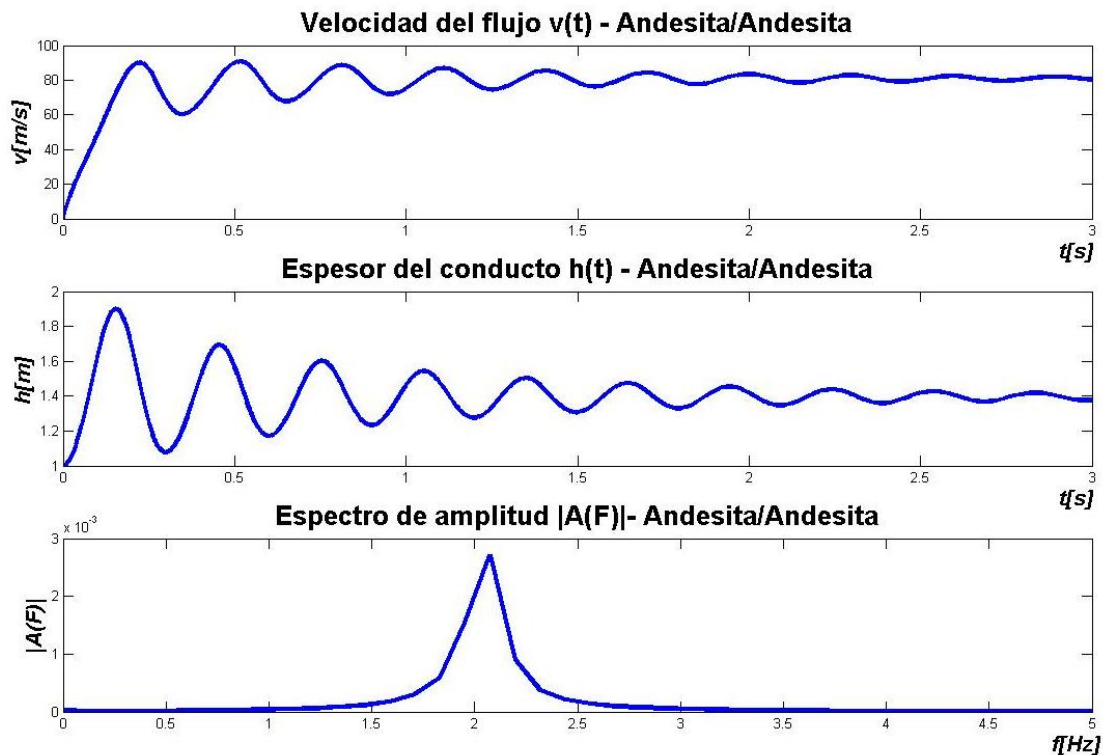


Figura B2. Señales de $v(t)$, $h(t)$ y espectro de amplitud de $h(t)$ para un flujo de andesita que pasa a través de un conducto del mismo material, con aumento en la diferencia de presiones y en la longitud del conducto.

Sin embargo, un aumento de presión de tal magnitud generaría oscilaciones de mayor frecuencia debido a que es proporcional a la velocidad del flujo, aquí es donde podemos notar cómo L influye en el comportamiento de la señal. En este caso, L genera oscilaciones de menor frecuencia, o periodo mayor, lo cual podemos ver en la figura 7. El periodo de esta señal es de 0.292 s mientras que en la figura 4 es de 0.181 s; casi 0.1 s de diferencia entre estos dos periodos al aumentar el doble la longitud del conducto.

En todos los esquemas anteriores hemos considerado que el factor A de la ecuación (35) (ver capítulo III), referente al amortiguamiento en el sistema, es igual a cero; el amortiguamiento de una señal causa una disminución en la amplitud de la señal y un aumento en el periodo con un posterior decaimiento, dependiendo de qué tipo de amortiguamiento estemos considerando. En este sistema el amortiguamiento está dado por la inecuación (44) (ver capítulo III), y hemos visto

ya que la viscosidad disminuye la amplitud de la señales y hace que su decaimiento sea más rápido. Si consideramos los parámetros usados en el capítulo III, entonces A debe ser mayor o igual a $4 \times 10^5 \text{ Kg/m} \cdot \text{s}$, es decir, éste es el valor mínimo para el cual las oscilaciones se amortiguan debido al factor A . Podemos ver estos efectos en la figura B3, donde A tiene un valor de $10^6 \text{ Kg/m} \cdot \text{s}$. La forma de onda se conserva, sin embargo, $h(t)$ reduce su valor de apertura máximo de 1.15 m , que es 0.45 menor que el mismo sistema sin A ; $v(t)$ también se ve afectado por la consideración de A , donde alcanza una velocidad máxima de 110 m/s y posteriormente se mantiene estable en un rango entre $91 - 101 \text{ m/s}$. El pico del espectro se reduce en amplitud a 0.005 , 10^{-1} menor que el espectro de la figura 2 con los mismos parámetros (excepto A). Cuando $A > 10^7 \text{ Kg/m} \cdot \text{s}$ ya no hay variaciones en $v(t)$ y $h(t)$, es decir flujo es estable y su velocidad muy pequeña tal que no puede forzar la apertura de las paredes del conducto.

Cabe mencionar que también se hicieron otras simulaciones con otro tipo de material y flujo, pero con valores muy pequeños de ρ , η , K y M . En el siguiente ejemplo (Figura B4), ahora cambiamos el material de conducto (con $M = 7.85 \times 10^5 \text{ Kg/m}$ y $K = 8 \text{ GPa}$) por acero y pasamos a través de este un flujo con las características del petróleo ($\rho = 1000 \text{ Kg/m}^3$ y $\eta = 10 \text{ Pa s}$) (datos tomados de IMP, 2011). Los sintéticos generados los mostramos en la figura 6. La velocidad $v(t)$ tiene un incremento gradual hasta 1000 m/s en 1 s , donde se mantiene otro segundo más en el mismo valor y después empieza a decaer, durante 0.75 s hasta estabilizarse en una velocidad de 100 m/s . Estas velocidades se elevan en un factor de 10, con respecto a los casos de flujos andesítico y riolítico debido a las viscosidades del fluido, donde son 10^3 y 10^5 más grandes que la viscosidad del petróleo.

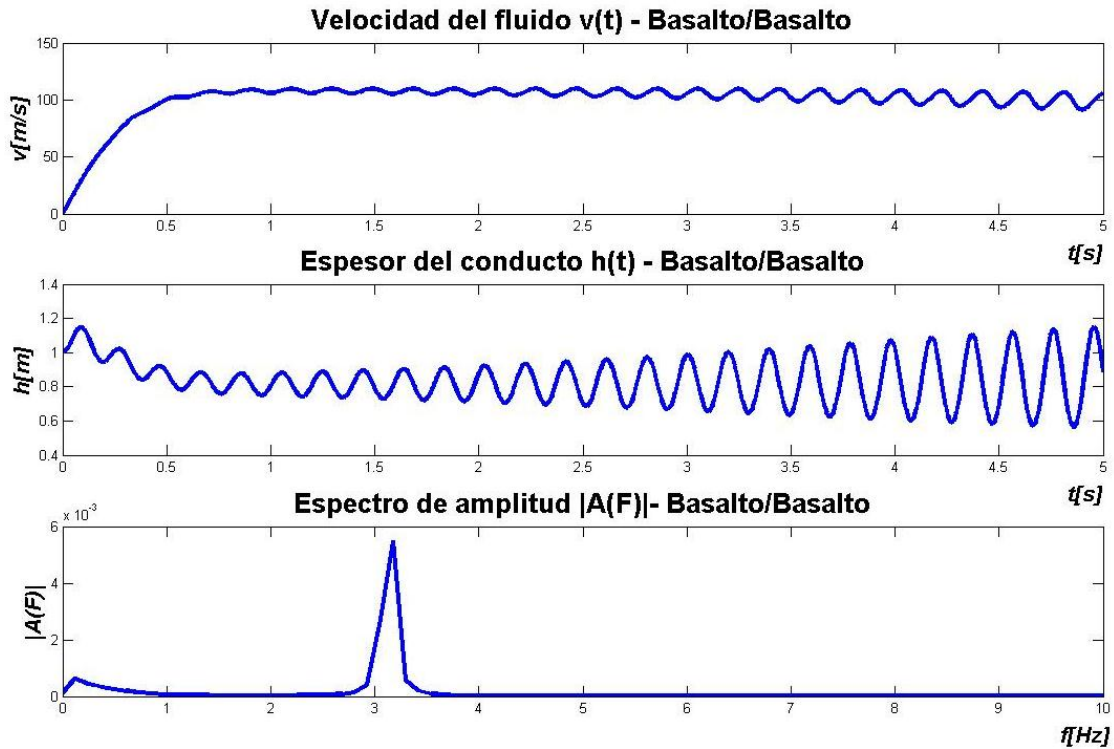


Figura B3. Señales de $v(t)$, $h(t)$ y espectro de amplitud de $h(t)$ para un flujo de basalto que pasa a través de un conducto del mismo material, con aumento en el amortiguamiento del sistema A.

El espesor del conducto $h(t)$ por el contrario, sufre un primer decaimiento de la señal de 0.5 m en 1 s , posteriormente empieza a oscilar gradualmente en un rango 0.5 m hasta 2 m , donde éste último es el valor máximo de amplitud de la señal, y la frecuencia del sistema aumenta hasta 14 Hz donde se encuentra contenida la energía de la señal, y podemos verlo en el espectro de amplitud, donde el segundo pico alcanza un valor de 0.06 ; al inicio de la señal se presenta otro pico de una amplitud de 0.04 que refleja el decaimiento que se presenta al inicio de la señal.

La influencia de K y M se puede ver reflejada en el crecimiento de la frecuencia y de la amplitud de la señal. En un incremento de K de 10^1 la frecuencia de la señal

$h(t)$ del flujo basáltico de 5 Hz aumenta a 14 Hz para el flujo de petróleo; es decir, más del doble de la frecuencia.

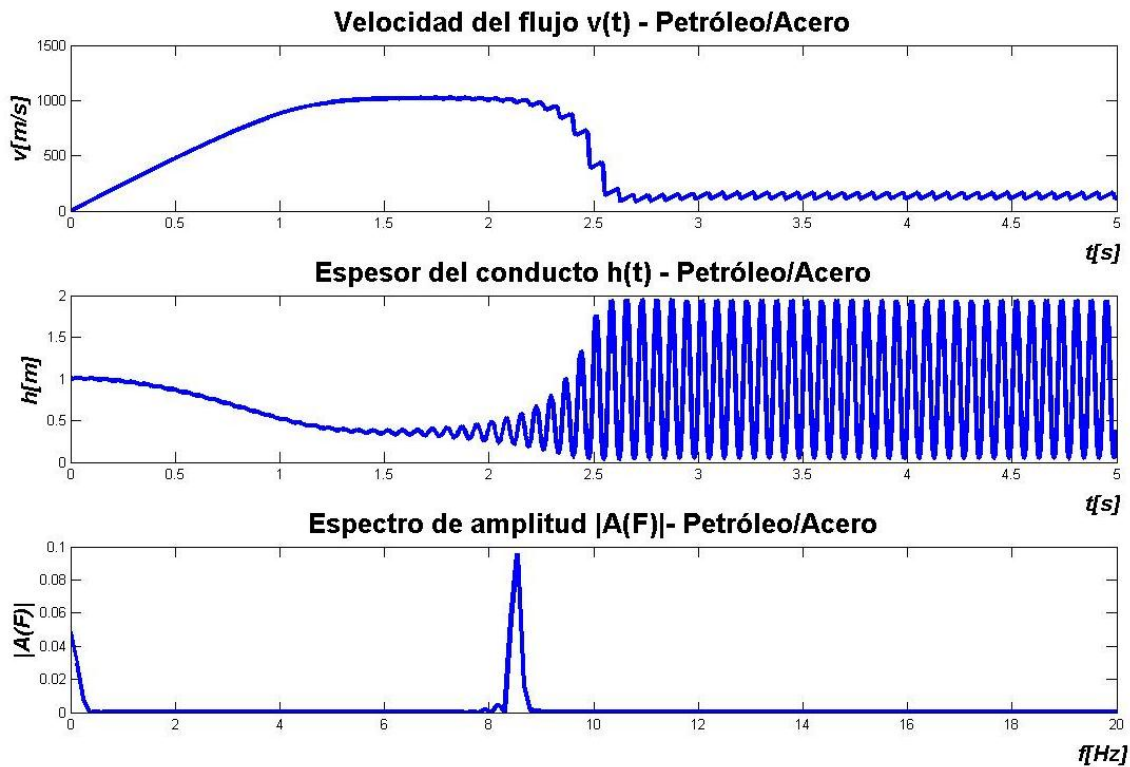


Figura B4. Señales de $v(t)$, $h(t)$ y espectro de amplitud de $h(t)$ para un flujo de petróleo que pasa a través de un conducto de acero.

El valor de M también influye en el crecimiento de las amplitudes y de la frecuencia de la señal; por lo que una disminución de estos valores aumentaría la atenuación del sistema; esto último es coherente ya que K está asociado al módulo de rigidez del material del conducto y M a su densidad.

Para valores muy pequeños de η y M ($\eta = 10^{-3} \text{ Kg /ms}$ y $M = 0.0105 \text{ Kg / m}$) el algoritmo solamente realiza un cierto número de cálculos y no arroja resultados.

Apéndice C. Análisis cualitativo de los parámetros del modelo C

En esta sección describiremos cualitativamente el efecto de algunos parámetros sobre los sintéticos generados por el modelo B. Para tal fin, retomaremos dos simulaciones realizadas en el trabajo de Corona et al. (2012).

Se consideran dos geometrías: un conducto tipo tubo y una fractura tipo moneda. Los valores de los parámetros utilizados se muestran en la tabla C1.

Modelo B		
<i>Parámetro</i>	<i>Tubo tipo conducto</i>	<i>Fractura tipo moneda</i>
<i>Densidad del flujo ρ_f (Kg/m^3)</i>	2500	2800
<i>Viscosidad del flujo η</i>	4000	500
<i>Módulo de rigidez $\mu=\lambda$ (GPa) asumiendo sólido de Poisson</i>	1	2
<i>Velocidad de onda compresional α (m/s)</i>	3000	3500
<i>Densidad de la roca ρ_0 (Kg/m^3)</i>	2650	3000
<i>A (Hz)</i>	20	8

Tabla C1. Parámetros considerados para la generación de sintéticos en el modelo B donde se consideran dos escenarios: Un conducto tipo tubo y una fractura tipo moneda. Datos tomados del trabajo de Corona et al., 2012.

En el modelo B, la excitación que detona el mecanismo no se considera como un valor puntual sino como una función; la función de excitación que origina la dinámica del sistema, en este capítulo, es una función gaussiana con una duración de $t = 0.4$ s.

Los sintéticos generados con el modelo C usando los parámetros de la tabla C1 se muestran en las figuras C1 y C2, fueron tomados del trabajo de Corona et al. (2012).

En estos sistemas se consideran tres fluidos: Andesita, basalto y agua. Además, las señales se registran a tres distancias fuente - receptor distintas, que pueden verse en los diagramas de la parte superior de las figuras C1 y C2. La geometría del conducto es un factor clave en la duración de las señales, donde un conducto de mayor longitud producirá señales con duración más larga. Por ejemplo, si comparamos el registro A01 del conducto tipo tubo con el de la fractura tipo moneda, se puede ver claramente que éste último consta solamente de un impulso generado por la excitación del sistema que se estabiliza inmediatamente en 1.25 s, mientras que la señal del conducto tipo tubo mantienen una oscilación de amplitudes que decaen en el tiempo. La viscosidad del flujo también influye en la duración de las señales; conforme la viscosidad del fluido aumenta, la duración de la señal decrece (Corona et al., 2012). Si comparamos los registros de los tres fluidos, observamos que la duración de la señal del flujo de andesita es más corta a comparación de la señal con el flujo de agua; es decir, la señal del flujo de andesita, a los 40 s, la velocidad casi se ha estabilizado en una velocidad cercana a 0 $\mu\text{m/s}$ mientras que en el mismo tiempo la señal del flujo de agua la velocidad oscila aproximadamente en valores entre 1 y -1 $\mu\text{m/s}$. En la figura 10 es más claro este efecto donde los sintéticos del flujo del agua contienen señales de duraciones mucho más largas que los sintéticos de los flujos de basalto y andesita.

Los espectros de amplitud de las señales de las figuras C1 y C2 se muestran en la figura C3. De manera general, la frecuencia y la amplitud del espectro se ven afectados por la geometría del conducto y la viscosidad del fluido, de manera que si la viscosidad incrementa el espectro de amplitud disminuye, así como también el contenido de frecuencias (Corona et al., 2012).

Para el conducto tipo tubo, podemos ver que el espectro correspondiente a la señal de flujo andesítico y basáltico se encuentra en una frecuencia de 0.8 Hz, mientras que el espectro de amplitud de la señal del flujo de agua tiene una amplitud tres veces más grande que los espectros anteriores y se encuentra

contenida en una frecuencia aproximada de 1.5 Hz. Además la amplitud de los picos espectrales de la señal del flujo de andesita y basalto es más pequeña, aproximadamente del orden de $1/3$.

Los picos del espectro de las señales generadas en la fractura tipo moneda tienen el mismo ancho de banda de frecuencia, entre 0 - 4 Hz aproximadamente, y se debe al parámetro R, que es el radio del conducto. Lo único que varían son las amplitudes de los picos donde los más grandes pertenecen a las señales generadas por el flujo de agua y los más pequeños a las señales del flujo andesítico en una proporción del orden de 10, tanto en la componente vertical como en la componente radial.

El efecto de la función de excitación se ve reflejado en la variación de la amplitud de ciertos picos de frecuencia; los sintéticos obtenidos con un mecanismo de detonación representado por una función tipo gaussiana muestran señales de duración más larga con amplitudes más grandes y menores frecuencias dominantes (Corona et al., 2012).

PIPE-LIKE CONDUIT

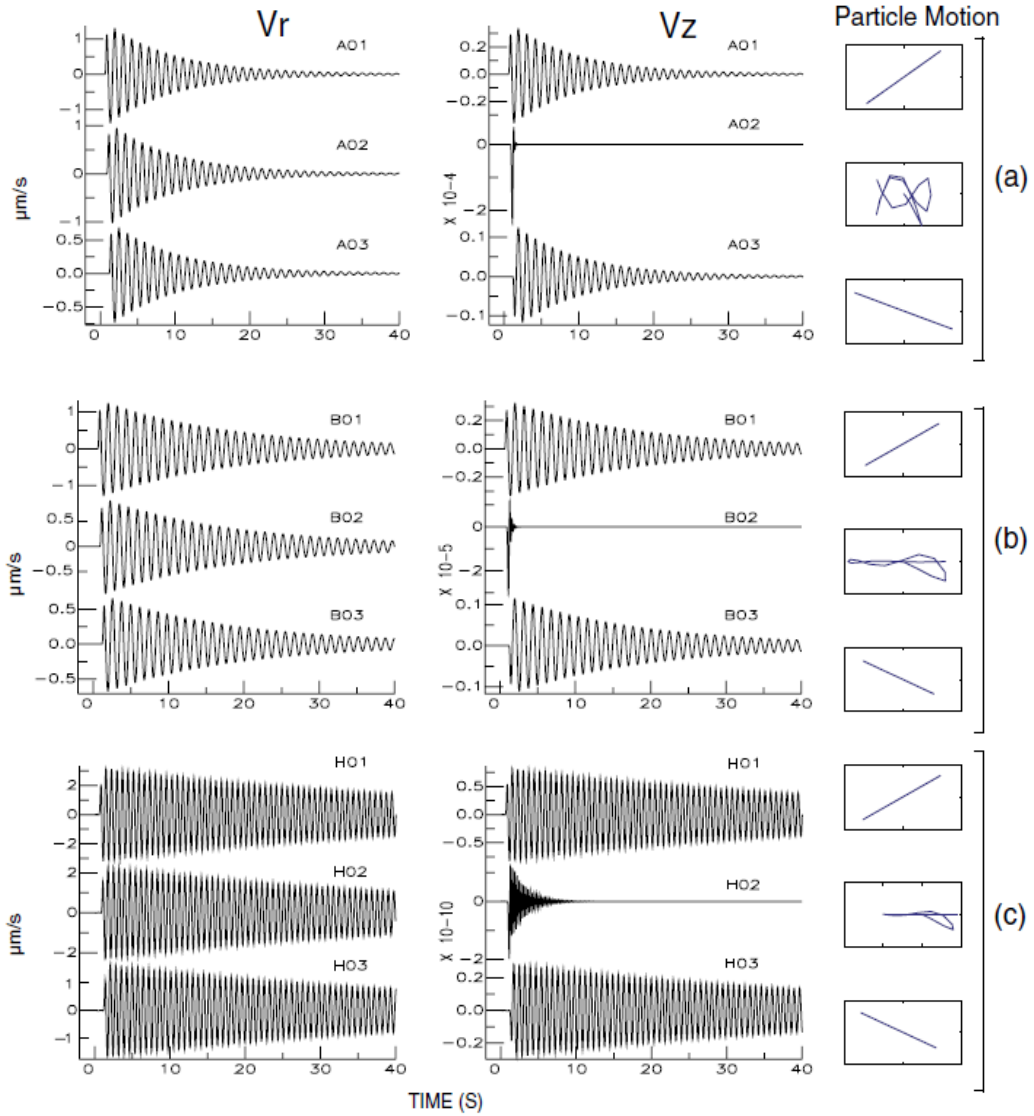
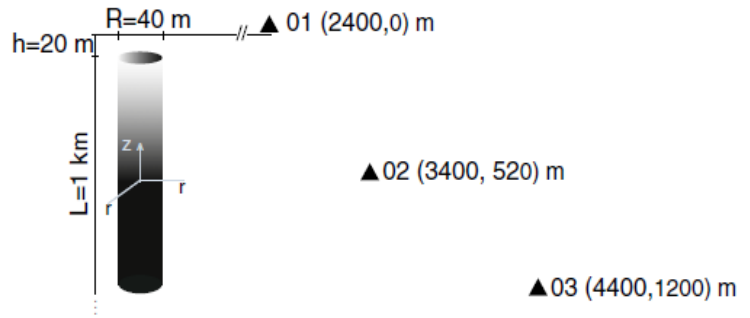


Figura C1. Sintéticos generados por el modelo B. En la parte superior de la figura se puede observar el esquema del sistema considerado (conducto tipo tubo); el algoritmo calcula la velocidad en sus componentes radial y vertical. Los flujos considerados son Andesita, Basalto y agua (Imagen tomada de Corona et al., 2012).

PENNY-SHAPED SILL

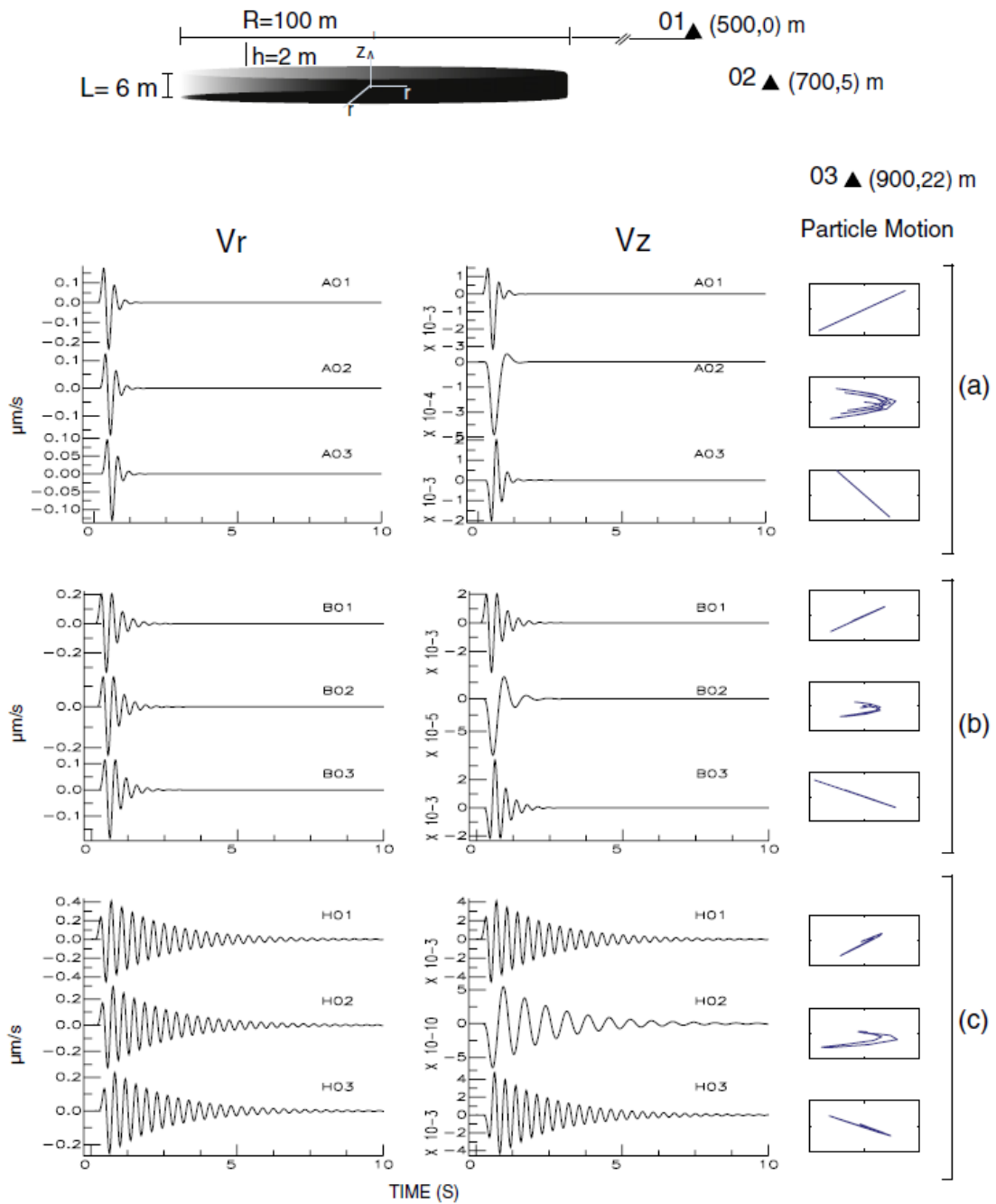


Figura C2. Sintéticos generados por el modelo de interacción flujo - roca. En la parte superior de la figura se puede observar el esquema del sistema considerado (Sill en forma de moneda); el algoritmo calcula la velocidad en sus componentes radial y vertical. Los flujos considerados son Andesita, basalto y agua (Imagen tomada de Corona et al., 2012).

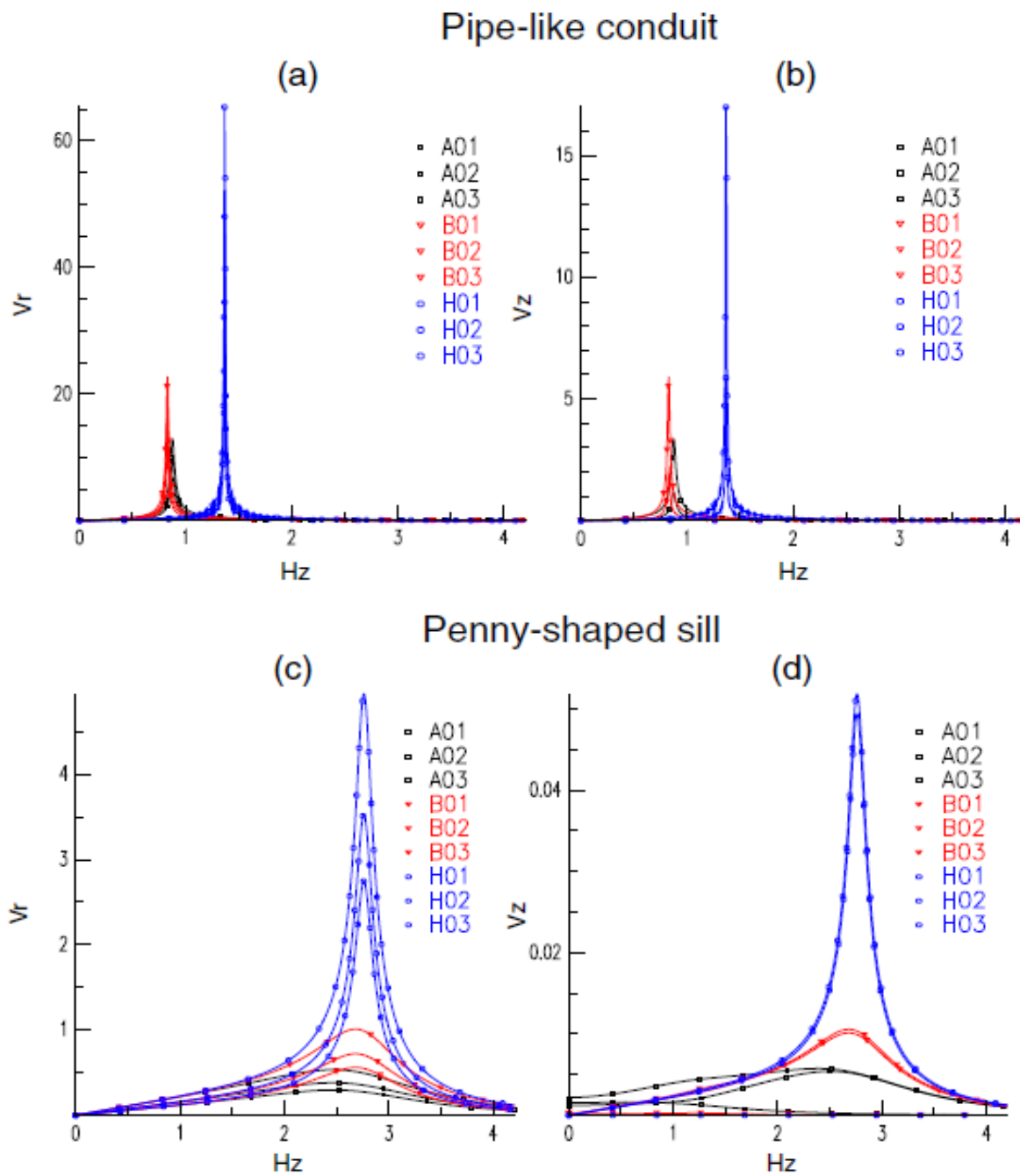


Figura C3. Espectros de los sintéticos de las figuras C1 y C2. En la parte superior de la figura se puede observar los espectros de las señales para el tubo tipo conducto, mientras que la parte inferior tiene los espectros de las señales para la fractura en forma de moneda. Los flujos considerados son Andesita, basalto y agua (Imagen tomada de Corona et al., 2012).

Referencias

Aki, K., Fehler, M. & Das, S. (1977). Source mechanism of volcanic tremor: fluid – driven crack models and their application to the 1963 Kilauea eruption. *Journal of volcanology and geothermal research*, 2, 259 – 287.

Arciniega – Ceballos, A., Chouet, B. A. & Dawson, P. (1999). Very long-period signals associated with Vulcanian Explosions at Popocatepetl Volcano, Mexico. *Geophysical Research Letters*. 26, doi: 10.1029/1999GL005390. issn: 0094 – 8276.

Arciniega – Ceballos, A., Alatorre – Ibargüengoita, M. A., Scheu, B., Dingwell, D. B. & Delgado - Granados, H. (2011). Source parameters of eruptions generated by rapid decompression of volcanic rocks. *Geophysical Research Abstract.*, 13, EGU2011 – 4268.

Arciniega – Ceballos, A., Chouet, B. & Dawson P. (2003). Long period events and tremor at Popocatepetl volcano (1994-2000) and their broadband characteristics. *Bulletin of Volcanology*, 65, 124 – 135.

Arciniega – Ceballos, A., Chouet, B., Dawson P. & Asch, G. (2008). Broadband seismic measurements of degassing activity associated with lava effusion at Popocatepetl volcano. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 170, 12 - 23.

Arciniega - Ceballos, A., Chouet, B. & Dawson, P. (2012). Long period seismic source characterization at Popocatepetl volcano, Mexico. *Geophysical Research Letters*, 39, L20307, doi:10.1029/2012GL053494, 5 p.

Balmforth, J.N., Craster, R.V. & Rust, A.C. (2005). Instability in conduits and volcanic tremor. *Journal of Fluid Mechanics*, 527, 353 – 377.

Burden, R.L. & Faires, J.D. (2010). *Numerical Analysis*. (Ninth Ed.).

Chapra, S.C. & Canale, R.P. (1988). *Métodos numéricos para ingenieros*. Mexico, D.F.: Mc Graw Hill.

Chávez – Álvarez, M. J., Cerca Martínez, L. M. (2008). Analogue simulation of magma rheology during dike emplacement: a preliminary study based on field observations and rheological determinations of materials. *Geological Modelling Conference 2008, Firenze, 29 – 34*.

Chouet, B., (1985). Excitation of a buried magmatic pipe: A seismic source model for volcanic tremor. *Journal of geophysical research*, 90, 1881 – 1893.

Chouet, B. (1996). Long – period volcano seismicity: its source and use in eruption forecasting. *Nature*, 380, 309 – 315.

Chouet, B. (2003). Volcano Seismology. *Pure and applied Geophysics*, 160, 739 – 788.

Connor, C.B., Chapman, N.A., Connor, L.J. (2009). *Volcanic and Tectonic Hazard Assessment for Nuclear Facilities*. (First Edition). London: Cambridge University Press. 623 pp.

Corona, P., Arciniega, A. & Sánchez – Sesma, F.J. (2012). Simulation of LP seismic signals modeling the fluid – rock dynamic interaction. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 211 – 212, 92 – 111.

Fehler, M. (1983). Observations of volcanic tremor at Mount St. Helens volcano. *Journal of Geophysical Research*, 88, 3476 – 3484.

Gil - Cruz, F., & Chouet, B. A. (1997). Long-period events, the most characteristic seismicity accompanying the emplacement and extrusion of a lava dome in Galeras Volcano, Colombia, in 1991. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 77, 121 – 158.

Julian, B.R. (1994). Volcanic tremor: Nonlinear excitation by fluid flow. *Journal of Geophysical Research*, 99 (B6), 11,859 – 11,877.

Griffiths, R. W. (2000). The dynamics of lava flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32, 477-518.

Grijalva, O.N. "Mareas". *Mecánica de fluidos*. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. 2014.

Kamo, K., Furuzawa, T. & Akamatsu, J. (1977). Some natures of volcanic micro – tremors at the Sakura-jima volcano. *Bulletin of volcanology society of Japan*. 22, 41 – 58.

Landau, L.D. & Lifshitz, E.M. (1966). *Fluid Mechanics*. (Third Edition). London: Pergamon Press.

Lookwood, J.P. & Hazlett, R.W. (2010). *Volcanoes: Global Perspectives*. New York: Wiley – Blackwell.

McClelland, L., Smikin, T., Summers, M., Nielsen, E. & Stein, T. C. (1989). *Global Volcanism 1975 – 1985*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. 655 pp.

McNutt, S.R. (2005). Volcanic Seismology. *Annual Reviews*, 32, 15.1-15.31.

Mott, R. L. (2006). *Mecánica de Fluidos*. (Sexta edición). México: Pearson Education.

Munson, B.R., Young, D.F. & Okiishi, T.H. (2002). *Fundamentals of Fluid Mechanics*. New York: John Wiley & Sons, Inc.

Neuberg, J. W., Tuffen, H., Collier, L., Green, D., Powell, T. & Dingwell, D. (2006). The trigger mechanism of low-frequency earthquakes on Montserrat. *Journey of Volcanology and Geothermal Research*, 153, 37 – 50.

Omer, G. C., Jr. (1950). Volcanic Tremor, Two: The theory of volcanic tremor. *Bulletin of Seismology Society of America*, 40, 175 – 194.

Post, S. (2011). *Applied and Computational Fluid Mechanics*. USA: Jones and Bartlett's Publications.

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. & Flannery, B.P. (2007). *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing*. (3^a ed.). New York: Cambridge University Press.

Resnick, R., Halliday, D. & Krane, K. (2004). *Física: Volumen 1*. (4ta ed.). México: Compañía Editorial Continental.

Shames, I. H. (1995). *Mecánica de Fluidos*. (3^a Ed.). Bogotá: McGraw-Hill.

Steinberg, G. S. & Steinberg, A. S. (1975). On possible causes of volcanic tremor. *Journal of geophysical research*, 80, 1600 – 1604.

Tuffen, H., Dingwell, D. B. & Pinkerton, H. (2003). Repeated fracture and healing of silicic magma generate flow banding and earthquakes?. *Geological Society of America*, 13(12), 1089 – 1092.

White, F. M. (1991). *Viscous fluid flow*. (Second Edition). New York: McGraw – Hill.