



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

TITULO DE LA TESIS

PERFILOMETRÍA DE DESPLAZAMIENTO LATERAL DE LUZ
ESTRUCTURADA POR CORRIMIENTO DE FASE

TESIS PRESENTADA AL
COLEGIO DE FÍSICA

PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN FÍSICA

PRESENTA
RAFAEL RUEDA RAMOS

DIRECTOR DE TESIS
DR. CRUZ MENESES FABIÁN

PUEBLA, PUE. A 17 DE NOVIEMBRE DEL 2020

DEDICATORIA

En memoria de mi madre, María del Rosario Ramos Meza.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la beca otorgada para la realización de este trabajo de tesis con número de convenio: 257853 y a VIEP también por el apoyo otorgado con número de convenio 100425744-VIEP2019.

Agradezco al Dr. Cruz Meneses Fabián por su apoyo incondicional, motivación y visión que me ha compartido para hacer posible todo el desarrollo de este trabajo de tesis.

Agradezco al Dr. Carlos Robledo Sánchez, a la Dra. Rosibel Carrada Legaria y al Lic. Daniel Juárez por todo su apoyo durante este trabajo.

RESUMEN

En esta tesis se desarrolla un método alternativo al de Perfilometría por Proyección de franjas, que es una técnica para la recuperación de la topografía de objetos en 3D y está dentro de la clasificación de las técnicas de no contacto, este método consiste en obtener la forma tridimensional del objeto de manera directa.

En el presente trabajo se propone obtener el gradiente del contorno de un objeto en 3D, haciendo desplazamientos del objeto sobre los ejes horizontal y vertical, y entonces aplicar una integral de línea para obtener la topografía del objeto. Esto permite prescindir del marco de referencia, que, como se sabe, es necesario en el contorno 3D por el método de proyección de franjas. Además, esta propuesta proporciona ventajas adicionales tales como evitar el error debido a las deformaciones por el uso de este marco de referencia, debido a que los desplazamientos son lo suficientemente pequeños, el cambio de fase es menor a 2π , por lo que no sería necesario usar algún método de desenvolvimiento de fase, solo por mencionar un par de ellas.

CAPITULO 1

1.1 INTRODUCCIÓN

La reconstrucción de superficies de objetos reales en tres dimensiones se ha logrado por medio del procesamiento digital en una computadora. En años recientes se ha puesto mucho énfasis en el desarrollo de técnicas de reconstrucción tridimensional lo que ha llevado a la creación de escáneres comerciales en tres dimensiones [1] con los que se pretende tener sistemas ópticos sencillos de manejar para la reconstrucción de diversos objetos.

Una de las técnicas más usadas para la reconstrucción de superficies en tres dimensiones es la proyección de franjas, la cual permite la cuantificación de la topografía [2] de diversos objetos blancos y opacos. Obtener la topografía de un objeto tiene aplicación en diversos campos disciplinarios tales como la arqueología, por ejemplo en la preservación digital de piezas arqueológicas; en la medicina en la fabricación de prótesis; en la industria se aplica en procesos de calidad; y en comercio electrónico en la representación tridimensional de objetos; solo por mencionar algunas.

Una de las problemáticas en proyección de franjas se hace notar en la presencia de discontinuidades en la topografía del objeto real ya que provoca un cambio drástico en la continuación de las franjas en los patrones capturados.

En este trabajo de tesis se propone usar proyección de franjas de luz estructurada en escala de grises, patrones de franjas generados en el lenguaje de programación Mathematica, un proyector de vídeo para la proyección de los patrones de franjas, una cámara CCD para la captura de los interferogramas, una montura de precisión lineal de tres ejes x, y, z , y una caja forrada en su interior en color negro para minimizar las fluctuaciones de luz exterior ya que el sensor de la cámara CCD es muy sensible a dichas fluctuaciones.

Para obtener la topografía del objeto de manera clásica se utiliza, el método de corrimiento de fase de cuatro pasos ya que es lo suficientemente rápido y proporciona resultados satisfactorios, algún método de desenvolvimiento de fase y finalmente se aplica una integral de línea, iniciando en la primera fila o columna de la matriz de fase y posteriormente al resto de columnas o filas respectivamente.

Un inconveniente de los métodos convencionales para extracción de la información de fase es que su rango se encuentra entre $-\pi$ y π , lo que implica que sea necesario aplicar un método para desenvolvimiento de fase, el método de Itoh [6] por mencionar uno.

En este trabajo se busca que la recuperación de la información de fase del objeto de estudio sea más eficiente, esto nos lleva a proponer un método en el cual el rango de la información del mapa de fase se encuentre entre $-\pi$ y π , que, como consecuencia no sería necesario aplicar algún método de desenvolvimiento de fase, además solo serían necesarios 7 interferogramas para lograr el objetivo, cabe mencionar que en la forma más común para recuperación de fase se usan 8 interferogramas, 4 pertenecen al llamado plano objeto y 4 al plano de referencia.

1.2 Planteamiento del problema

Como se ha mencionado, actualmente existen diversas técnicas para la reconstrucción de superficies en 3D utilizando proyección de franjas y algún método de corrimiento de fase para la extracción de información de la topografía del objeto, en dichas técnicas el valor de la fase puede contener discontinuidades en módulo de 2π , lo que se conoce como fase envuelta ϕ_w , las discontinuidades mencionadas provocan errores en el resultado final en la forma superficial del objeto, para eliminar dichas discontinuidades es necesario aplicar algún método de desenvolvimiento de fase, ya que su función es eliminar dichas discontinuidades, el método de Itoh [6] es uno de ellos.

En este trabajo se propone un método nuevo para la reconstrucción de objetos en 3D; uno de los principales objetivos es evitar la aplicación de algún método de desenvolvimiento de fase, lo cual es posible haciendo desplazamientos del objeto en los ejes x y y lo suficientemente pequeños, así la información de fase se encontraría entre $-\frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2}$, de esta manera el algoritmo sería más eficiente en el tiempo de ejecución.

1.3 Objetivos generales

Desarrollar una nueva forma para realizar la reconstrucción superficial de un objeto en 3D por medio de pequeños desplazamientos en los ejes x, y , analítica y experimentalmente.

1.4 Objetivos particulares

Implementar la simulación del método de proyección de franjas en el lenguaje de programación Mathematica.

Implementar de forma numérica el algoritmo de Itoh [6] para recuperación de fase en una y dos dimensiones en el lenguaje de programación Mathematica.

Realizar el experimento con proyección de franjas reales en un objeto blanco y opaco para su posterior recuperación de fase por medio del método de corrimiento de fase de cuatro pasos y el algoritmo de Itoh.

Realizar las modificaciones necesarias hasta obtener una reconstrucción del objeto aceptable.

Implementar numéricamente la nueva forma de recuperación de fase en el lenguaje Mathematica.

Verificar la reconstrucción superficial del objeto teórico programado.

Realizar el experimento con un objeto real y dar a los interferogramas capturados el tratamiento matemático implementado para la recuperación de la topografía del objeto en estudio.

Verificar la correcta reconstrucción superficial del objeto de estudio aplicando la propuesta de este trabajo de tesis.

1.5 Contexto del trabajo

El desarrollo de este trabajo de tesis se realizó en el Laboratorio de Luz Estructurada de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, el cual está dentro de la rama de la Perfilometría por Proyección de Franjas que forma parte de una de las líneas de investigación del Cuerpo Académico de Óptica, el desarrollo de esta tesis también es parte de dos proyectos, uno apoyado por VIEP con número de convenio 100425744-VIEP2019, Vigencia: 01/01/2019 a 31/12/2019 y título "*Desplazamiento lateral en perfilometría de luz estructurada,*" y otro con patrocinio externo por parte de SEP/CONACYT bajo la convocatoria de Investigación Científica Básica, con número de convenio: 257853, Vigencia: 01/07/2016 a 30/06/2020, y título "*Modulación compleja mediante modulación de amplitud vectorial fuera de fase para polarimetría interferométrica de corrimiento de fase*".

1.6 Organización de la tesis

En el capítulo uno se redacta la introducción, se plantea el problema a resolver, se detalla el contexto del trabajo y se da la organización del presente trabajo.

En el capítulo dos se hace mención de la perfilometría por corrimiento de fase, dicha técnica consiste en hacer diversos corrimientos de fase llamados pasos, entre los que destacan se encuentran los corrimientos de tres y cuatro pasos. Se describe el método de proyección de franjas, lo que se conoce como fase envuelta, fase desenvuelta y la relación existente entre fase y altura del objeto.

En el capítulo tres se presenta la simulación numérica usando perfilometría clásica, los algoritmos son hechos en el lenguaje de programación Mathematica, en una y dos dimensiones.

En el capítulo cuatro se presenta la teoría propuesta lo que llamaremos Perfilometría de Desplazamiento Lateral así como la simulación numérica y resultado teórico.

En el capítulo cinco se presentan los resultados experimentales de la perfilometría clásica así como también del método propuesto en este trabajo de tesis.

En el capítulo seis se presenta el análisis de los resultados.

En el capítulo siete se presentan las conclusiones.

CAPITULO 2

2. ANTECEDENTES

2.1 Perfilometría por corrimiento de fase

La perfilometría por corrimiento de fase (PSP) es ampliamente utilizada en mediciones ópticas debido a sus numerosas ventajas, tales como: alta velocidad, alta precisión, alta resolución, [3-5]. Mediciones punto a punto, menor sensibilidad a las variaciones de reflectividad en la superficie, facilitando la medición de objetos muy complejos con fuertes variaciones de textura y menor sensibilidad a la luz ambiental.

El número de pasos para realizar el corrimiento de fase puede ser diverso, entre los que destacan están los de tres y cuatro pasos, estos métodos difieren en la cantidad de imágenes de entrada que se tendrán, en estos casos, tres y cuatro imágenes respectivamente. Para obtener la información de la topografía de un objeto es necesario encontrar la fase, dicha fase contendrá la información necesaria para la reconstrucción tridimensional.

En general un patrón ideal de franjas de “n pasos” se puede modelar por la siguiente ecuación:

$$I_j(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[(\phi(x, y) + \alpha_j)] \quad (2.1.1)$$

donde $I_j(x, y)$ indica el j-ésimo patrón cosenoidal que se proyectará al objeto, $a(x, y)$, $b(x, y)$ y $\phi(x, y)$ son llamadas luz de fondo, luz de modulación y fase del objeto respectivamente, $\alpha_j = \frac{2\pi j}{n}$ donde $j = 0, 1, \dots, n - 1$, representa el valor de los desplazamientos en las franjas por cada corrimiento.

En el caso particular del método de cuatro pasos, es decir $n = 4$ los desplazamientos son $0, \frac{\pi}{2}, \pi$ y $\frac{3\pi}{2}$ para $j = 0, 1, 2, 3$ respectivamente.

Ya que los patrones de franjas están modelados por computadora se procede a proyectarlos al objeto que se desea reconstruir su topografía.

2.2 Proyección de franjas

La técnica de proyección de franjas consiste en proyectar franjas que se deforman por la topografía superficial sobre el objeto que se va a reconstruir, la fig. 2.2.1 muestra un montaje típico para aplicar dicha técnica. El sistema consta de un proyector, una cámara CCD como medio para la adquisición de las imágenes (interferogramas), dichas imágenes son procesadas por una computadora.

Particularmente, el eje óptico de la cámara se ubica de forma perpendicular al plano de proyección donde se focalizan las franjas y cámara; a dicho plano se le conoce como plano de referencia.

El proceso de la interpretación de la información topográfica se realiza de la siguiente manera: Cuando se efectúa la proyección sobre una superficie plana se observan franjas uniformes y paralelas, cuando se proyectan franjas sobre un objeto las irregularidades de la superficie son las responsables directas de la deformación que sufren las franjas.

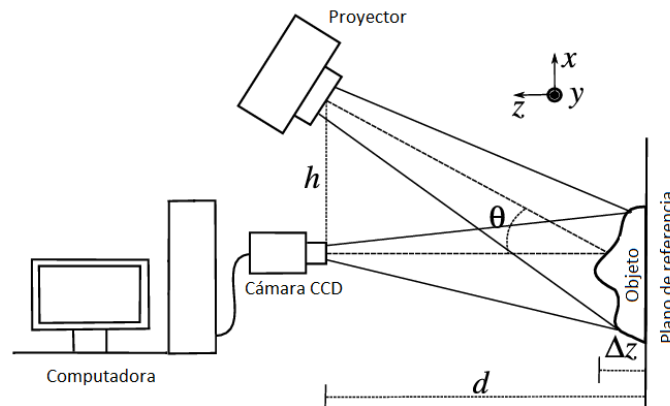


Fig. 2.2.1, Montaje experimental de proyección de franjas

Dichas irregularidades contienen la información necesaria para la recuperación de la fase que es una buena aproximación a la topografía del objeto.

2.3 Fase envuelta

El envolvimiento de fase es el proceso que determina los valores de la fase en módulo 2π , como se muestra en la fig. 2.3.1 la fase obtenida por lo general supera los valores de amplitud de $-\pi$ a π por lo que se envuelve la fase mediante el método de corrimiento de fase y así se obtienen valores entre $-\pi$ a π .

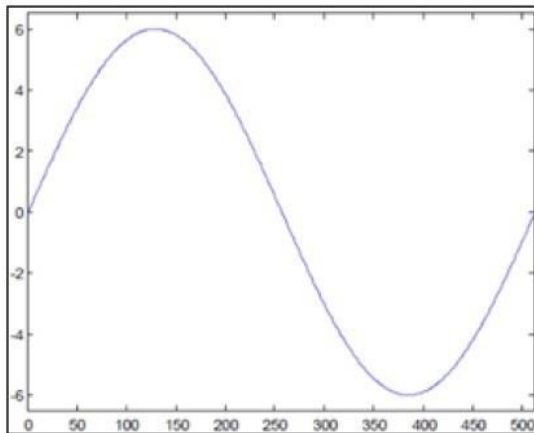
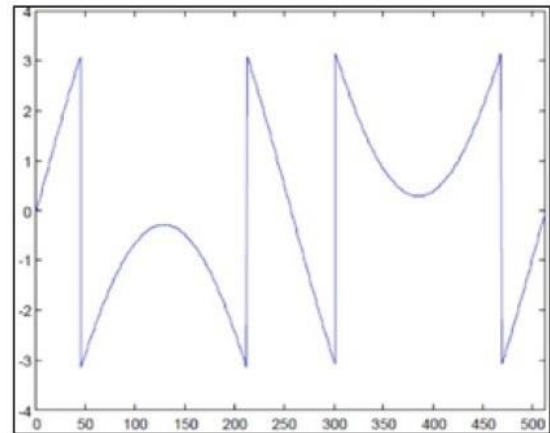


Fig. 2.3.1,
a) Señal que excede la amplitud de rango $[-\pi, \pi]$



b) Fase envuelta $\phi_w(x, y)$

Matemáticamente el envolvimiento de fase se puede expresar de la siguiente manera:

$$\phi_w(x, y) = W\{\phi(x, y)\} \quad (2.3.1)$$

$W\{ \}$ es el operador de envolvimiento.

Existen diversos métodos para realizar envolvimiento de fase entre ellos se encuentran los de 3 y 4 pasos por mencionar solo dos, con diferencias sutiles pero muy significativas en el resultado final, por mencionar alguno. Pequeños errores en las mediciones del método de 3 pasos se ha visto que producen diferencias muy notables en los resultados por lo que en este trabajo se empleará el de 4 pasos el cual consiste en lo siguiente: se toman 4 interferogramas que idealmente son modelados por la ec. (2.1.1) y haciendo 4 corrimientos de $0, \frac{\pi}{2}, \pi$ y $\frac{3\pi}{2}$ respectivamente se genera un sistema de ecuaciones cuyo objetivo es conocer ϕ , así tenemos lo siguiente:

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(\phi(x, y)) \quad (2.3.2)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) - b(x, y)\sen(\phi(x, y)) \quad (2.3.3)$$

$$I_3(x, y) = a(x, y) - b(x, y)\cos(\phi(x, y)) \quad (2.3.4)$$

$$I_4(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\sen(\phi(x, y)) \quad (2.3.5)$$

Haciendo las diferencias $I_4(x, y) - I_2(x, y)$ e $I_1(x, y) - I_3(x, y)$ se obtiene el seno y coseno respectivamente, sacando la tangente inversa es posible determinar la fase ϕ_w .

$$\phi_w = \tan^{-1}\left(\frac{I_4(x,y)-I_2(x,y)}{I_1(x,y)-I_3(x,y)}\right) \quad (2.3.6)$$

A ϕ_w se le conoce como fase envuelta.

2.4 Desenvolvimiento de fase

El desenvolvimiento de fase es el proceso en el que se remueve la discontinuidad de 2π para generar un mapa de fase suavizado. Un algoritmo simple y eficaz es el algoritmo de Itoh, el cual es usado para desenvolvimiento de fase en una dimensión y es definido por dos operadores, el operador de envolvimiento $W\{ \}$ y el operador diferencia $\Delta\{ \}$. Si ϕ representa la fase real y por supuesto la cantidad que se está buscando y ϕ_w es la fase envuelta, entonces el operador de envolvimiento puede ser definido como:

$$W\{\phi(m)\} = \phi(m) + 2\pi K(m) = \phi_w(m), \quad (2.4.1)$$

donde $K(m)$ es una matriz en la que $-\pi \leq \phi(m) < \pi$

Por otro lado el operador de diferencias es:

$$\Delta\{\phi(m)\} = \phi(m+1) - \phi(m) \quad (2.4.2)$$

Ahora la diferencia de la fase envuelta es calculada de la siguiente manera:

$$\Delta\{W\{\phi(m)\}\} = \Delta\{\phi_w(m)\} = \Delta\{\phi(m) + 2\pi K(m)\} \quad (2.4.3)$$

Y este resultado es envuelto nuevamente:

$$W\{\Delta\{W\{\phi(m)\}\}\} = \Delta\{\phi(m)\} + 2\pi\Delta\{K(m)\} + 2\pi K_1(m) \quad (2.4.4)$$

Donde $K_1(m)$ es una nueva matriz producida por la segunda función envuelta. En este punto se puede asumir que $-\pi \leq \Delta\{\phi(m)\} < \pi$ y por lo tanto $2\pi\Delta\{K(m) + 2\pi\Delta K_1(m)$ debe ser igual a cero y entonces es posible decir que:

$$W \left\{ \Delta \left\{ W \left\{ \phi(m) \right\} \right\} \right\} = \Delta \left\{ \phi(m) \right\} = \phi(m + 1) - \phi(m) \quad (2.4.5)$$

Si se resuelve para $\phi(m + 1)$ entonces:

$$\phi(m + 1) = W \left\{ \Delta \left\{ W \left\{ \phi(m) \right\} \right\} \right\} + \phi(m) \quad (2.4.6)$$

La ecuación anterior representa una fórmula iterativa y puede ser usada para evaluar la fase real $\phi(m + 1)$, y puede ser expresada de la siguiente manera:

$$\phi(l) = \sum_{m=1}^l W \left\{ \Delta \left\{ W \left\{ \phi(m) \right\} \right\} \right\} + \phi(1) \quad (2.4.7)$$

A la ecuación anterior se llama método de Itoh para desenvolvimiento de fase en una dimensión. Es importante mencionar que es válida si y solo si $-\pi \leq \Delta\{\phi(m)\} < \pi$ se satisface.

El método de Itoh unidimensional puede generalizarse para el desenvolvimiento de fase bidimensional [6], en un caso típico se aplica el método a la primera columna y posteriormente se debe aplicar a todas las demás filas.

El resultado del desenvolvimiento de fase es un plano inclinado en 3D, que al girarlo sobre el eje x es posible apreciar la forma del objeto, ver Fig. 2.4.1. Por último, para obtener el objeto tridimensional se debe obtener el mapa de fase del plano de referencia con los patrones de franjas proyectados, para lograrlo es necesario retirar el objeto.

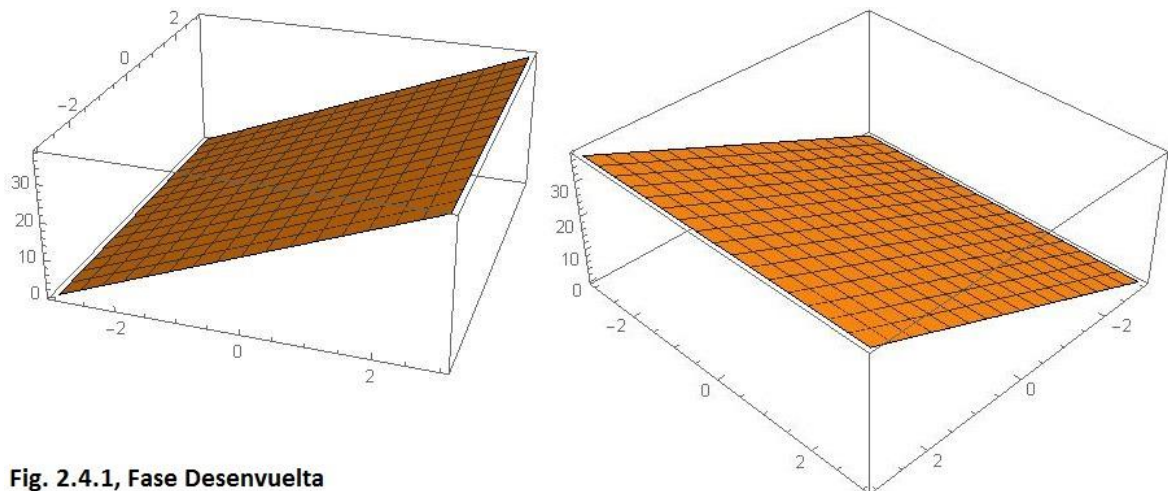


Fig. 2.4.1, Fase Desenvuelta

2.5 Relación de Fase con la altura

La figura 2.2.1 muestra la geometría donde se puede obtener la relación para la altura del objeto de estudio. Se proyecta un patrón que simula una rejilla en donde las líneas son paralelas al eje y , el eje z coincide con la dirección de observación, el plano xy con ($z = 0$) es el plano de referencia, es decir, altura 0.

En esta metodología un patrón de franjas cosenoidales es proyectado sobre un plano de referencia y posteriormente sobre el que se conoce como plano objeto.

En general, un patrón de franjas con periodo d_x es proyectado perpendicularmente sobre el objeto de estudio, en la figura 2.5.1 está representado con la curva S , también en la figura 2.5.1 se muestra la geometría usada.

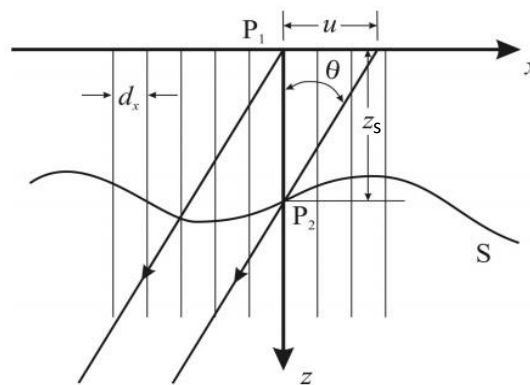


Fig. 2.5.1 Geometría de Proyección de franjas sobre una superficie cualquiera

La deformación se debe a la presencia del objeto (superficie S), la franja localizada en el punto P_1 sobre el plano de referencia sufre un desplazamiento hasta P_2 . Este desplazamiento está relacionado con la geometría del montaje por medio de la siguiente ecuación:

$$u(x) = z_s \tan \theta \quad (2.5.1)$$

Con z_s la distancia del plano a la superficie de interés, θ el ángulo entre la dirección de proyección y la dirección de observación conocido como ángulo de triangulación y $u(x)$ el desplazamiento lateral sobre el plano de referencia de la franja analizada.

Si las franjas proyectadas son cosenoidales, este desplazamiento del patrón de franjas se refleja en un cambio en el argumento de la función coseno, es decir, produce un

cambio en la fase que llamaremos $\phi(x, y)$. Este cambio de fase se puede relacionar con la distancia entre el plano de referencia y la superficie del objeto z_s [7], es decir la altura.

El valor z_s para cada uno de los valores de (x, y) se puede hallar por medio de la evaluación de la fase $\phi(x, y)$ del sistema de franjas deformado para el punto (x, y) de interés.

$$z_s = \frac{d_x}{2\pi \tan \theta} \phi(x, y) \quad (2.5.2)$$

De acuerdo con la ec. (2.5.2) el mapa de alturas z_s para las distintas posiciones del objeto está completamente determinado si se conoce el valor de la fase $\phi(x, y)$ y ésta se puede determinar por diversas metodologías, entre ellas la de corrimiento de fase la cual figura entre las más eficientes y ampliamente utilizadas. Una vez obtenida la fase $\phi(x, y)$, se obtiene la altura z_s para cada punto (x, y) , de esta forma se reproduce la topografía del objeto de estudio.

CAPITULO 3

SIMULACIÓN NUMÉRICA

3.1 Simulación en 1D

Para el desarrollo de esta sección fue necesario entender el método de Euler para hacer la derivada numérica, integración numérica ambas para hacer la programación del método de Itoh en Mathematica, al mismo tiempo los métodos de envolvimiento y desenvolvimiento de fase.

Primero se hizo la simulación en una dimensión, para ello se propone una función conocida:

$$f(x) = 10e^{-x^2} \quad (3.1.1)$$

la cual será nuestro objeto a reconstruir, después de envolver la función y aplicar el algoritmo tradicional de Itoh para desenvolvimiento de fase, se comprobó que el resultado fue el esperado, los resultados obtenidos se muestran en la fig. 3.1.1.

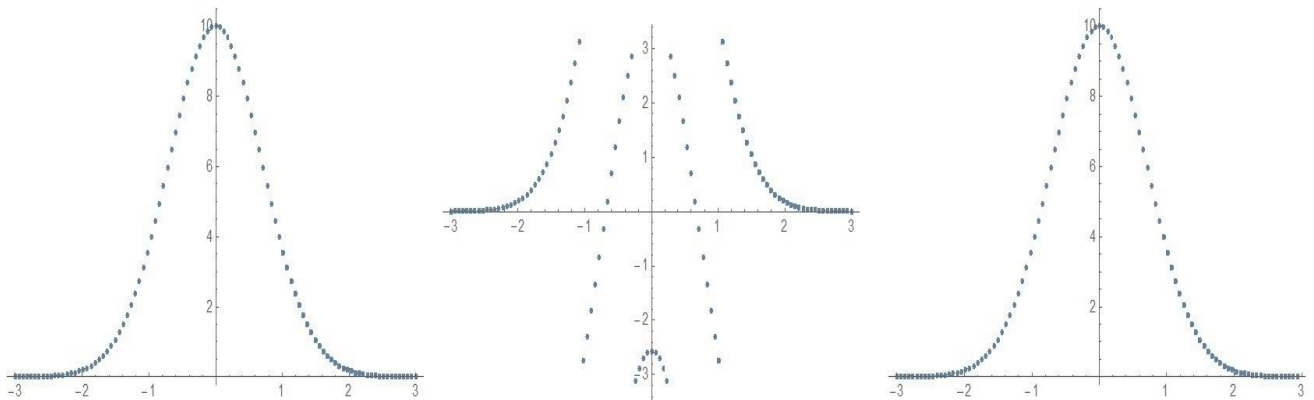


Fig. 3.3.1, a) Función propuesta

b) Función envuelta

c) Función reconstruida

3.2 Simulación en 2D

Se proponen dos funciones gaussianas de la forma:

$$A1(x, y) = p e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2*s^2}} \quad (3.2.1)$$

$$A2(x, y) = p e^{\frac{-(x^2+y^2)}{v^2}} \quad (3.2.2)$$

con $p = s = v = 5$, el valor de p , s , y v puede ser cualquier número mayor que 0, también se definen otras dos funciones;

$$B1(x, y) = A1^2 + A2^2 \quad (3.2.3)$$

$$B2(x, y) = 2 A1 A2 \quad (3.2.4)$$

Estas dos últimas las consideraremos como la luz de fondo y luz de modulación respectivamente y en combinación con la función coseno forman una nueva que simulará el patrón de franjas cosenoidal el cual servirá para extraer la fase una vez aplicado el algoritmo, por otro lado se propone una función conocida:

$$\phi(x, y) = x^2 + y^2 \quad (3.2.5)$$

Nuevamente con la finalidad de verificar un buen resultado en la reconstrucción.

La fig. 3.2.1 muestra la gráfica en 3D de la función propuesta para su posterior reconstrucción:

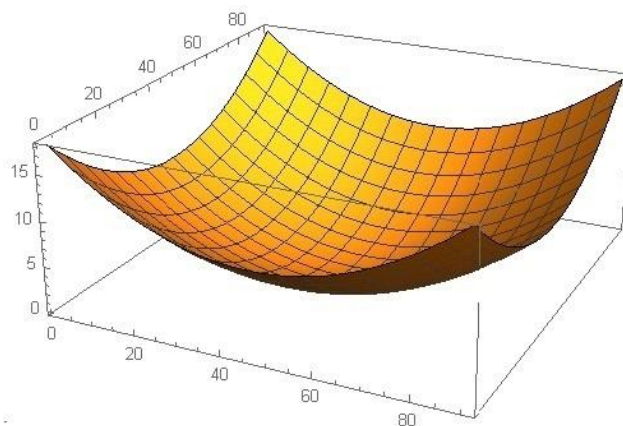


Fig. 3.2.1, Función propuesta

En la fig. 3.2.2 se muestran las 4 gráficas de los interferogramas modelados por:

$$I_j = B1 + B2\cos(\phi + \alpha_j) \quad (3.2.6)$$

con $\alpha_j = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ y $\frac{3\pi}{2}$ para $j = 0, 1, 2$ y 3 respectivamente, necesarios para aplicar el método de los 4 pasos, cabe mencionar que estos interferogramas ya contienen la función conocida ϕ .

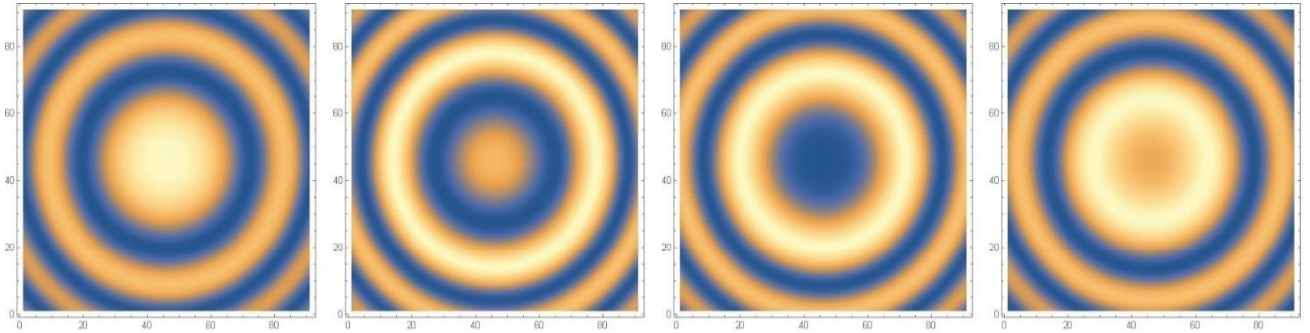


Fig. 3.2.2, Interferogramas del plano objeto con corrimientos de fase de 0, $\pi/2$, π y $3\pi/2$ respectivamente

Después de aplicar el método de corrimiento de fase se obtiene la fase envuelta que se muestra en la fig. 3.2.3, dicha fase pertenece al plano objeto, para una mejor visualización se presenta en 3D.

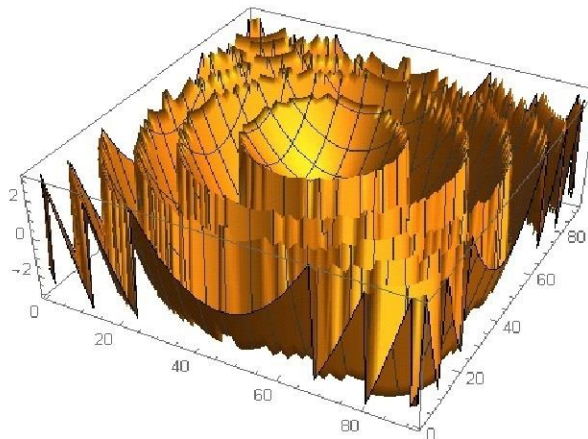


Fig. 3.2.3, Fase envuelta

Ya que se tiene ϕ_w se requiere desenvolver la fase envuelta con el objetivo de extraer la fase la cual contiene la forma superficial del objeto, esto se obtiene aplicando el algoritmo de Itoh para desenvolvimiento de fase el cual consiste en derivar la fase envuelta tanto en la variable x como en la variable y , posteriormente se aplica el operador de envolvimiento W es decir, hallar $W\{\phi\} = \tan^{-1}\left(\frac{\text{sen}(\phi)}{\text{cos}(\phi)}\right)$ en ambas

derivadas, como siguiente paso el resultado se integra iniciando en $\phi(0) = 0$ ya sea en dirección x o y , se puede iniciar en la primera fila o columna respectivamente, posterior a esto se integra el resto de la matriz, esto último dará como resultado una aproximación a la topografía del objeto.

En la figura 3.2.4 se muestra el resultado de la reconstrucción del plano objeto.

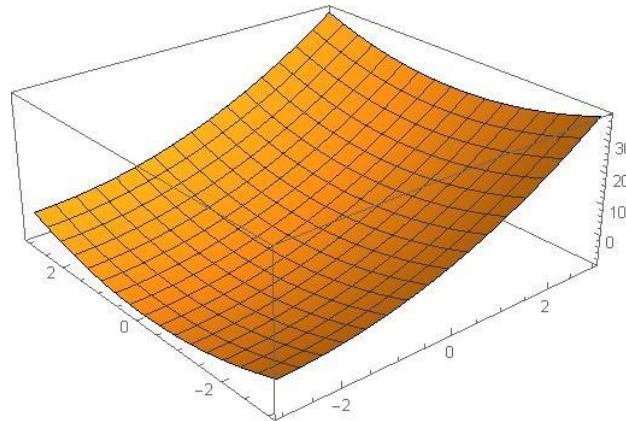


Fig. 3.2.4, Plano Objeto

Ahora para realizar la reconstrucción son necesarios dos planos llamados plano objeto y plano de referencia por lo que a continuación en la figura 3.2.5 se muestran los interferogramas del plano de referencia, dados por:

$$I r_j = B1 + B2 \cos(2\pi\mu_0 x + \alpha_j) \quad (3.2.7)$$

con $\alpha_j = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ y $\frac{3\pi}{2}$, para $j = 0, 1, 2$ y 3 respectivamente y μ_0 la frecuencia portadora, α_j representa los corrimientos necesarios para obtener la fase envuelta.

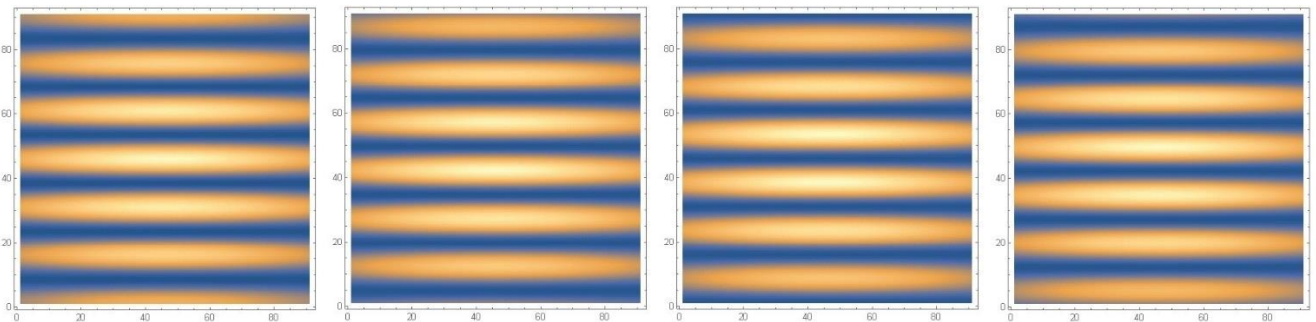


Fig. 3.2.5, Interferogramas del plano de referencia con corrimientos de fase de 0, pi/2, pi y 3pi/2 respectivamente

En la fig. 3.2.6 se muestra la fase envuelta del plano de referencia, para una mejor visualización se presenta en 3D.

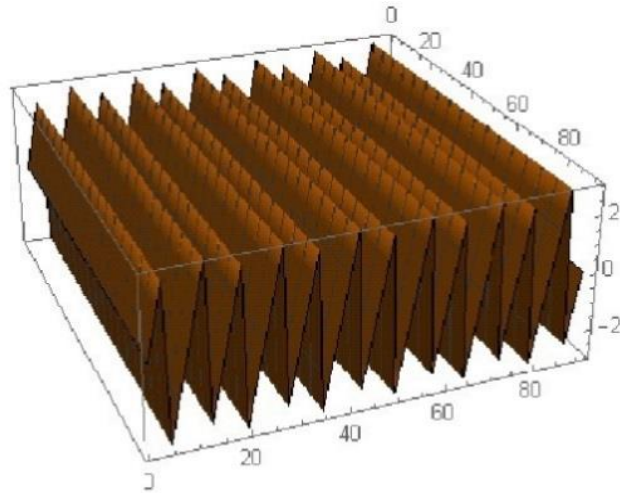


Fig. 3.2.6, Fase envuelta del plano de referencia

De la misma manera que en el caso del plano objeto una vez obtenida la fase envuelta ϕ_w se procede a aplicar el algoritmo de Itoh para desenvolvolvimiento de fase por lo que en la figura 3.2.7 se muestra la reconstrucción del plano de referencia.

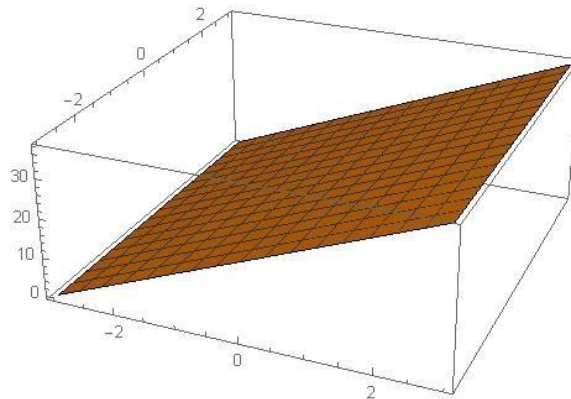


Fig. 3.2.7, Reconstrucción del plano de referencia

En la fig. 3.2.8 se muestra el resultado final, para ello se debe hacer la diferencia entre la reconstrucción del plano objeto y el plano de referencia.

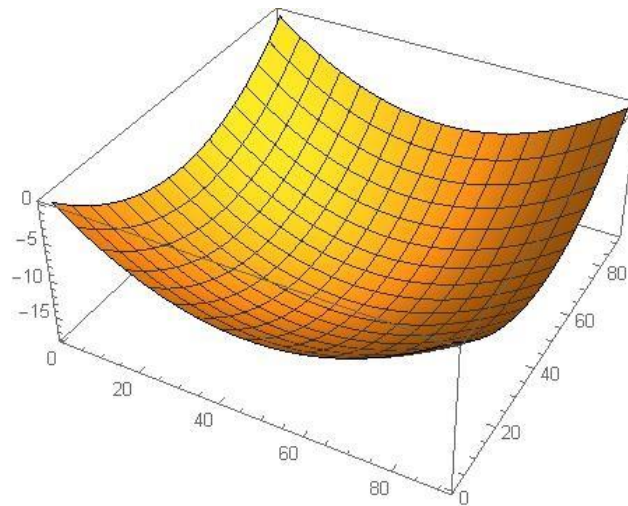


Fig. 3.2.8, Reconstrucción del Objeto

Como se puede observar la función que representa al objeto propuesto después de aplicar el algoritmo de Itoh vemos que es la misma solo se encuentra desplazada debido a la constante de integración lo cual no afecta en la función recuperada.

CAPITULO 4

PERFILOMETRÍA DE DESPLAZAMIENTO LATERAL

4.1 Teoría Propuesta.

En este trabajo se propone un método alternativo al de Perfilometría por proyección de franjas de luz estructurada, el termino luz estructurada es porque el patrón de franjas es generado digitalmente, típicamente, éste método consiste en obtener la forma tridimensional del objeto de manera directa, haciendo algún corrimiento (definido) de fase para obtener los interferogramas necesarios.

En cambio, en el presente trabajo se propone obtener el gradiente de su contorno 3D, haciendo pequeños desplazamientos Δx y Δy del objeto sobre los ejes horizontal y vertical respectivamente, luego aplicar una integral de línea para obtener la forma superficial del objeto. Dado que los desplazamientos son del orden de micras hasta unos pocos milímetros el rango del arco tangente estará entre $-\pi$ y π , por lo que se omite la implementación de algún método de desenvolvimiento de fase, esto permite prescindir del marco de referencia, que, como se sabe, es necesario en el contorneo 3D por el método de proyección de franjas. Además, esta propuesta proporciona ventajas adicionales tales como evitar el error debido a las posibles deformaciones del marco de referencia, dado que los desplazamientos son tan pequeños permite prescindir del desenvolvimiento de fase.

La fase $\phi(x, y)$ se obtiene midiendo las intensidades de los patrones de franjas, dicho patrón es descrito de la siguiente manera:

$$I_r(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi\mu_0x + \phi(x, y)) \quad (4.1.1)$$

Con $a(x, y)$ como luz de fondo, $b(x, y)$ luz de modulación, μ_0 la frecuencia portadora y $\phi(x, y)$ la fase buscada.

Al mover el objeto un Δx el eje x se introduce un desplazamiento solo en la fase del patrón de franjas proyectado, dado que solo el objeto se movió, $a(x, y)$ y $b(x, y)$ no cambian, tampoco lo hace la frecuencia portadora μ_0 , dicho desplazamiento es independiente al desplazamiento de fase por el método de corrimiento de fase, éste movimiento permite calcular el incremento en la fase del objeto trasladado, dicho incremento de fase se aproxima a la derivada parcial en la dirección que se haya trasladado, sucede lo mismo con el desplazamiento Δy en el eje y , así se forma el gradiente del objeto.

El objeto sin desplazar se identifica con $I(x, y)$, al desplazado en el eje x con $J(x, y)$ y al desplazado en el eje y con $K(x, y)$ y tenemos las siguientes ecuaciones:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi\mu_0x + \phi(x, y)) \quad (4.1.2)$$

$$I(x + \Delta x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi\mu_0x + \phi(x + \Delta x, y)) = J(x, y) \quad (4.1.3)$$

$$I(x, y + \Delta y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi\mu_0x + \phi(x, y + \Delta y)) = K(x, y) \quad (4.1.4)$$

Ahora, en cada posición del objeto se hacen ciertos corrimientos de fase, dichos corrimientos son necesarios primero para reducir la luz de fondo tanto como sea posible, eliminar la luz de modulación y finalmente recuperar la fase $\phi(x, y)$ que es la que contiene la información de interés, quedando de la siguiente manera para el objeto sin desplazar:

$$I_0(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi\mu_0x + \phi(x, y)) \quad (4.1.5)$$

$$I_1(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos\left(2\pi\mu_0x + \phi(x, y) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.1.6)$$

$$I_2(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi\mu_0x + \phi(x, y) + \pi) \quad (4.1.7)$$

Con estos corrimientos de fase se calcula el valor de la luz de fondo.

$$\frac{I_0(x,y)+I_2(x,y)}{2} = a(x, y) \quad (4.1.8)$$

Los corrimientos en las posiciones desplazadas del objeto en ambos ejes x y y respectivamente se muestran a continuación:

$$J_0(x + \Delta x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) \quad (4.1.9)$$

$$J_1(x + \Delta x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos\left(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.1.10)$$

$$K_0(x, y + \Delta y) = a(x, y) + b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \quad (4.1.11)$$

$$K_1(x, y + \Delta y) = a(x, y) + b(x, y) \cos\left(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (4.1.12)$$

Eliminando la luz de fondo en todos los interferogramas proyectados, las ecuaciones quedan de la siguiente manera:

$$I_0(x, y) - a(x, y) = b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \quad (4.1.13)$$

$$I_1(x, y) - a(x, y) = -b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \quad (4.1.14)$$

$$I_2(x, y) - a(x, y) = -b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \quad (4.1.15)$$

$$J_0(x + \Delta x, y) - a(x, y) = b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) \quad (4.1.16)$$

$$J_1(x + \Delta x, y) - a(x, y) = -b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) \quad (4.1.17)$$

$$K_0(x + \Delta x, y) - a(x, y) = b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \quad (4.1.18)$$

$$K_1(x + \Delta x, y) - a(x, y) = -b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \quad (4.1.19)$$

Con las ecuaciones anteriores se calcula el seno y coseno del objeto desplazado en el eje x , con la finalidad de conocer los incrementos de fase en dicho eje.

$$\begin{aligned}
 I_0(x, y)J_0(x + \Delta x) + I_1(x, y)J_1(x + \Delta x, y) &= b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \\
 b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) + b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \\
 b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) &= b^2(x, y) [\cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) \\
 + \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y))] &= b^2(x, y) \cos(\phi(x + \Delta x, y) - \phi(x, y)) = b^2(x, y) \cos \Delta\phi_x \quad (4.1.20)
 \end{aligned}$$

$$\text{Con } \Delta\phi_x = \phi(x + \Delta x, y) - \phi(x, y)$$

$$\begin{aligned}
 -I_0(x, y)J_1(x + \Delta x, y) + I_1(x, y)J_0(x + \Delta x, y) &= b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \\
 b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) - b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \\
 b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) &= b^2(x, y) [\operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \\
 - \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y)) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y))] &= b^2(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x + \Delta x, y) - 2\pi\mu_0 x - \phi(x, y)) = \\
 b^2(x, y) \operatorname{sen} \Delta\phi_x & \quad (4.1.21)
 \end{aligned}$$

$$\text{Con } \Delta\phi_x = \phi(x + \Delta x, y) - \phi(x, y)$$

Notemos que en las ecuaciones anteriores se eliminó la frecuencia portadora de manera algebraica, lo que implica que es innecesario conocerla, la cual es una ventaja importante en la implementación experimental, ya que en otros métodos es indispensable conocer su valor.

Ya obtenidos el seno y coseno es posible calcular la tangente inversa para poder extraer el incremento de fase $\phi(x, y)$ que se busca y dicho incremento está relacionado con la aproximación de la topografía del objeto.

$$\Delta\phi_x = \tan^{-1} \left(\frac{-I_0(x, y)J_1(x + \Delta x, y) + I_1(x, y)J_0(x + \Delta x, y)}{I_0(x, y)J_0(x + \Delta x) + I_1(x, y)J_1(x + \Delta x, y)} \right) \quad (4.1.22)$$

Ahora se busca el seno y coseno con el objeto desplazado en el eje y .

$$\begin{aligned}
 & I_0(x, y)K_0(x, y + \Delta y) + I_1(x, y)K_1(x, y + \Delta y) \\
 &= b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \\
 &\quad + b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \\
 &= b^2(x, y) [\cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \\
 &\quad + \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y))] \\
 &= b^2(x, y) \cos(\phi(x, y + \Delta y) - \phi(x, y)) = b^2(x, y) \cos \Delta\phi_y \tag{4.1.23}
 \end{aligned}$$

Con $\Delta\phi_y = \phi(x, y + \Delta y) - \phi(x, y)$

$$\begin{aligned}
 & -I_0(x, y)K_1(x, y + \Delta y) + I_1(x, y)K_0(x, y + \Delta y) \\
 &= b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \\
 &\quad - b(x, y) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) b(x, y) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \\
 &= b^2(x, y) [\cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y)) \\
 &\quad - \operatorname{sen}(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y)) \cos(2\pi\mu_0 x + \phi(x, y + \Delta y))] \\
 &= b^2(x, y) \cos(\phi(x, y + \Delta y) - \phi(x, y)) = b^2(x, y) \operatorname{sen} \Delta\phi_y \tag{4.1.24}
 \end{aligned}$$

Con $\Delta\phi_y = \phi(x, y + \Delta y) - \phi(x, y)$, ahora se calcula la tangente inversa en el eje y para conocer los incrementos de fase.

$$\Delta\phi_y = \tan^{-1} \frac{-I_0(x, y)K_1(x, y + \Delta y) + I_1(x, y)K_0(x, y + \Delta y)}{I_0(x, y)K_0(x, y + \Delta y) + I_1(x, y)K_1(x, y + \Delta y)} \tag{4.1.25}$$

El argumento de la función arco tangente da los incrementos de fase en ambos ejes x, y , dado que los desplazamientos Δx y Δy en el objeto son muy pequeños los incrementos en la fase no excede 2π , por lo que se puede aplicar directamente una integral de línea para sumar cada incremento y así recuperar la topografía del objeto.

Con las derivadas parciales se obtiene un campo vectorial $\vec{F}(x, y)$ ortogonal a la superficie que se busca, dicho campo vectorial es conservativo ya que es resultado del vector gradiente de alguna función $f(x, y)$ entonces:

$$\vec{F}(x, y) = \nabla f(x, y) \quad (4.1.26)$$

Dado que la integral $\int_c \vec{F} \cdot d\vec{r}$ es independiente de la trayectoria, es decir no depende de una curva específica para obtener un resultado, entonces \vec{F} es conservativo y se puede escribir que:

$$\int_c \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_c \nabla f \cdot d\vec{r} \quad (4.1.27)$$

Con $d\vec{r} = dx \hat{i} + dy \hat{j}$ y ya que los incrementos de fase obtenidos en las ecuaciones (4.1.22) y (4.1.25) representan una aproximación a la derivada parcial en cada eje que se traslada el objeto y con la siguiente integral de línea se obtiene la superficie ortogonal al campo vectorial $\vec{F}(x, y)$:

$$\begin{aligned} \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \nabla f \cdot d\vec{r} &= \int_{(x_0, y_0)}^{(x, y_0)} \frac{\partial f}{\partial x'} dx' + \int_{(x, y_0)}^{(x, y)} \frac{\partial f}{\partial y'} dy' = f(x, y)|_{(x_0, y_0)}^{(x, y_0)} + f(x, y)|_{x, y_0}^{x, y} \\ &= f(x, y_0) - f(x_0, y_0) + f(x, y) - f(x, y_0) = f(x, y) - f(x_0, y_0) \end{aligned} \quad (4.1.28)$$

Donde $f(x, y)$ representa la aproximación a la función buscada y $f(x_0, y_0)$ es una condición inicial.

4.2 Simulación numérica.

Para llevar a cabo la presente propuesta se definen dos funciones gaussianas:

$$A1(x, y) = e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2}} \quad (4.2.1)$$

$$A2(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} \quad (4.2.2)$$

también se definen las siguientes funciones;

$$B1(x, y) = A1^2 + A2^2 \quad (4.2.3)$$

$$B2(x, y) = 2 * A1 * A2 \quad (4.2.4)$$

$$\phi(x, y) = \frac{x^2+y^2}{10} \quad (4.2.5)$$

Los interferogramas son simulados en el lenguaje Wolfram Mathematica por la siguiente ecuación:

$$I_i = B1 + B2\cos(\phi + \alpha_i) \quad (4.2.6)$$

con $i = 0,1,2$ y $\alpha_i = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ respectivamente.

$$J_i = B1 + B2\cos(\phi + \alpha_i) \quad (4.2.7)$$

$$K_i = B1 + B2\cos(\phi + \alpha_i) \quad (4.2.8)$$

J_i representa al objeto desplazado en el eje x y K_i al objeto desplazado en el eje y , haciendo en los interferogramas dos corrimientos de fase, $i = 0,1$ y $\alpha_i = 0, \frac{\pi}{2}$ respectivamente y suponiendo a ϕ como el perfil del objeto conocido, para fines prácticos se omite la dependencia espacial en las ecuaciones.

A continuación se muestra el sistema de ecuaciones para la presente propuesta:

$$I0p = B1 + B2 \cos(\phi p) \quad (4.2.9)$$

$$I1p = B1 - B2 \sen(\phi p) \quad (4.2.10)$$

$$I2p = B1 - B2 \cos(\phi p) \quad (4.2.11)$$

$$J0p = B1 + B2 \cos(\phi xp) \quad (4.2.12)$$

$$J1p = B1 - B2 \sen(\phi xp) \quad (4.2.13)$$

$$K0p = B1 + B2 \cos(\phi yp) \quad (4.2.14)$$

$$K1p = B1 - B2 \sen(\phi yp) \quad (4.2.15)$$

donde $B1$, $B2$ son la luz de fondo y luz de modulación respectivamente, ϕp la fase del objeto buscada, se agrega la p en los patrones y fase solo para indicar que ya contienen el corrimiento en el algoritmo.

Ahora como se sabe la luz de fondo $B1$ es considerada como ruido por lo que la manera de eliminarla en cada interferograma es conociéndola, se conoce con la siguiente ecuación:

$$ar = \frac{I0p + I2p}{2} \quad (4.2.16)$$

Dado que $B1$ ya se definió se vuelve a redefinir como ar para evitar posibles problemas en el algoritmo al momento de restarlo a cada interferograma, reduciendo el ruido en los interferogramas quedan de la siguiente manera:

$$I0pa = I0p - ar \quad (4.2.17)$$

$$J0pa = J0p - ar \quad (4.2.18)$$

$$K0pa = K0p - ar \quad (4.2.19)$$

$$I1pa = I1p - ar \quad (4.2.20)$$

$$J1pa = J1p - ar \quad (4.2.21)$$

$$K1pa = K1p - ar \quad (4.2.22)$$

Con las 6 ecuaciones anteriores se calcula el seno y coseno para poder conocer los incrementos en la fase en los ejes x y y por medio de la función arco tangente.

$$cx = I0pa J0pa + I1pa J1pa \quad (4.2.23)$$

$$cy = I0pa K0pa + I1pa K1pa \quad (4.2.24)$$

$$sx = -J1pa I0pa + J0pa I1pa \quad (4.2.25)$$

$$sy = -K1pa I0pa + K0pa I1pa \quad (4.2.26)$$

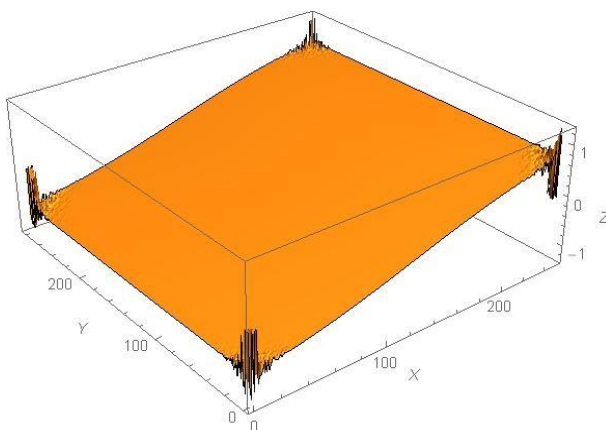
cx =coseno en el eje x , cy =coseno en el eje y , sx =seno en el eje x y sy =seno en el eje y , ahora es posible conocer los incrementos de fase mediante el arco tangente:

$$\phi_w \Delta x = \tan^{-1} \left(\frac{sx}{cx} \right) \quad (4.2.27)$$

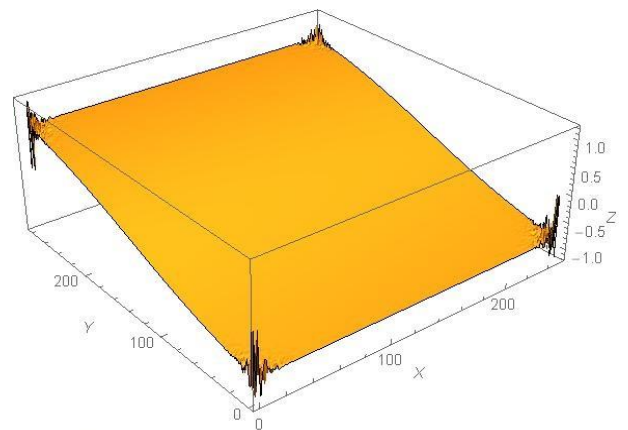
$$\phi_w \Delta y = \tan^{-1} \left(\frac{sy}{cy} \right) \quad (4.2.28)$$

De esta manera se obtiene la fase que se considera como envuelta ϕ_w pero como el valor de los incrementos Δx y Δy en los ejes x y y respectivamente es muy pequeño no excede π por lo que la fase no se encuentra envuelta y se puede omitir la implementación del algoritmo de Itoh para desenvolvimiento de fase, así se procede directamente a integrar a lo largo de las filas y columnas de la matriz de fase envuelta ϕ_w para recuperar la forma superficial del objeto.

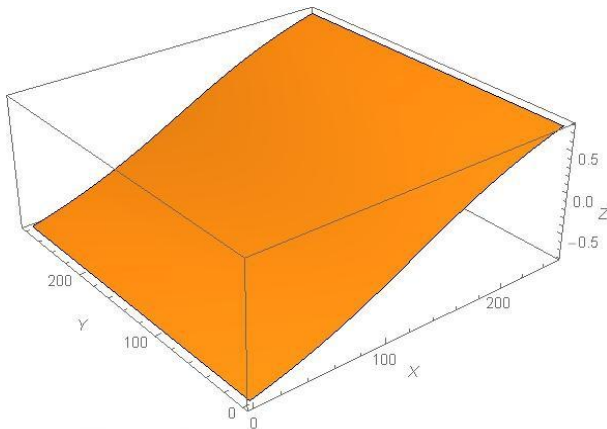
Se muestran los incrementos de fase de la función propuesta para su reconstrucción en los ejes x y y con diferentes incrementos Δx y Δy .



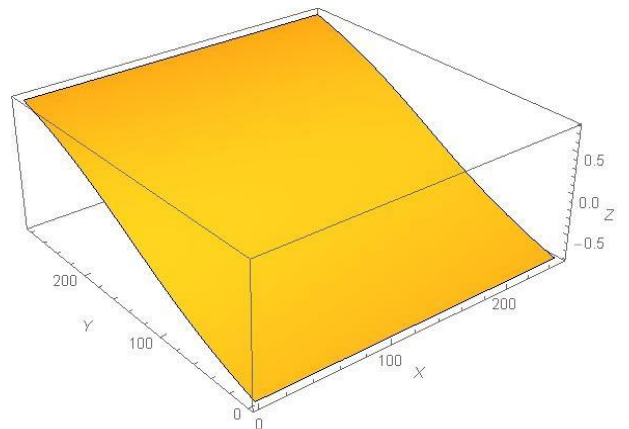
Fase en X, con $dx=10\mu m$ y $dy=20\mu m$



Fase en Y, con $dx=10\mu m$ y $dy=20\mu m$



Fase en X, con $dx=1\text{mm}$ y $dy=2\text{mm}$



Fase en Y, con $dx=1\text{mm}$ y $dy=2\text{mm}$

En la figura 4.2.1a y 4.2.1b se muestran variaciones en los desplazamientos Δx y Δy con la función $\phi(x, y) = \frac{x^2+y^2}{10}$ considerada conocida, la gráfica color naranja es la función conocida y la azul la topografía reconstruida:

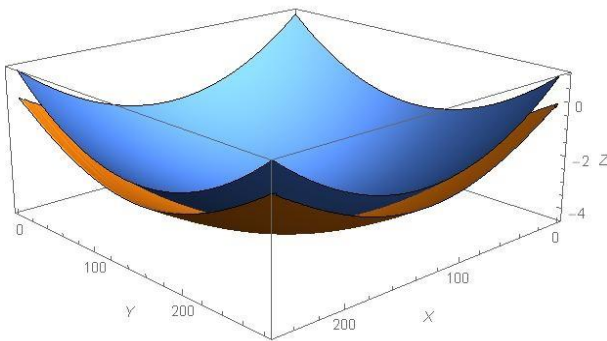


Fig. 4.2.1a, Función reconstruida con $dx=10\mu\text{m}$ y $dy=20\mu\text{m}$

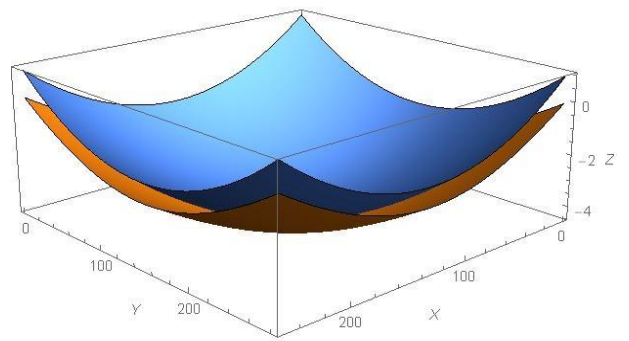


Fig. 4.2.1b, Función reconstruida con $dx=1\text{mm}$ y $dy=2\text{mm}$

También se probó el método alternativo usando otra función $\phi(x, y) = \frac{x^3+y^3}{10}$, en las figuras 4.2.2a y 4.2.2b se muestran variaciones en los desplazamientos Δx y Δy con la función $\phi(x, y) = \frac{x^3+y^3}{10}$, la gráfica color naranja es la función conocida y azul la topografía reconstruida:

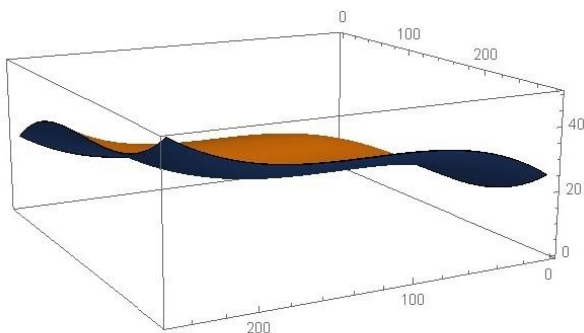


Fig. 4.2.2a, Función conocida con $dx=10\mu\text{m}$ y $dy=20\mu\text{m}$

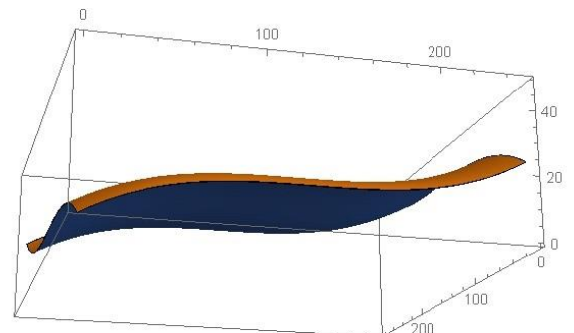


Fig. 4.2.2b, Función conocida con $dx=1\text{mm}$ y $dy=2\text{mm}$

CAPITULO 5

RESULTADOS EXPERIMENTALES

5.1 Perfilometría Clásica

En este capítulo se explica el desarrollo experimental de manera general para la recuperación de la topografía de un objeto blanco opaco usando en conjunto el método de proyección de franjas, el método de desplazamiento de fase de cuatro pasos y el método de Itoh para desenvolvimiento de fase y finalmente una integral de línea para la reconstrucción de la topografía.

Para la parte experimental se utilizaron los siguientes elementos:

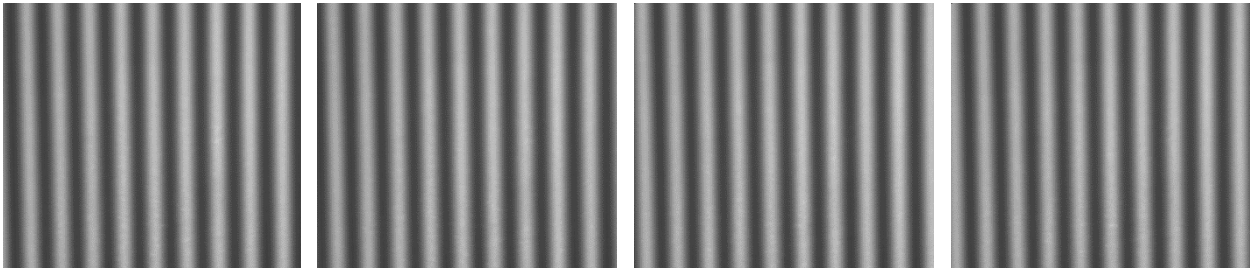
- Un proyector InFocus modelo IN124x.
- Cámara CCD Point Gray Grasshopper 3 GS3-U3-23S6M-C de 2.3 MP.
- Caja forrada en su interior de color negro.
- PC de escritorio.
- Base para montar el objeto de estudio.
- Montura lineal de precisión de 3 ejes x, y, z

El proyector y cámara se configuraron con una resolución de 800 x 600 pixeles, de esta manera se tiene una relación 1 a 1 de entre ambos elementos.

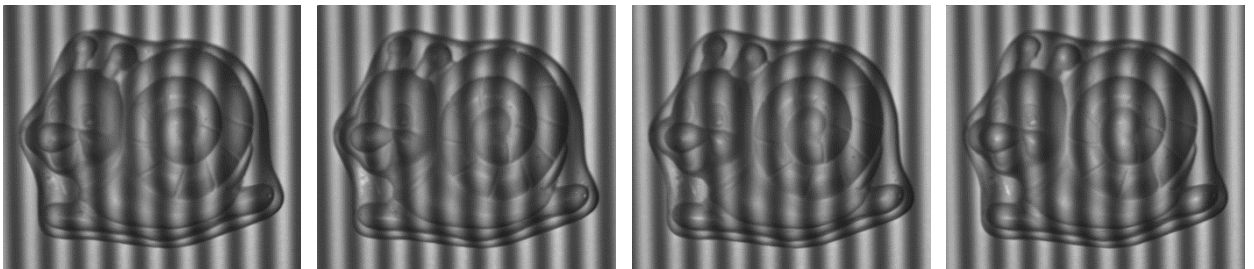
La perfilometría por proyección de franjas considera dos planos uno llamado plano de referencia y otro plano objeto al evaluar y restar ambos planos se obtiene la reconstrucción de la superficie de un objeto blanco y opaco.

Las franjas que se proyectan tienen un perfil cosenoidal y son generadas por computadora hechas en el lenguaje de programación Mathematica ya que tiene varias ventajas, entre ellas, se pueden generar definiendo tamaño (en pixeles) y resolución definida a conveniencia.

A continuación se muestran los cuatro patrones de franjas proyectados sobre el plano de referencia, tienen corrimientos de fase de $0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ respectivamente iniciando con la imagen de la izquierda, posteriormente son capturados:



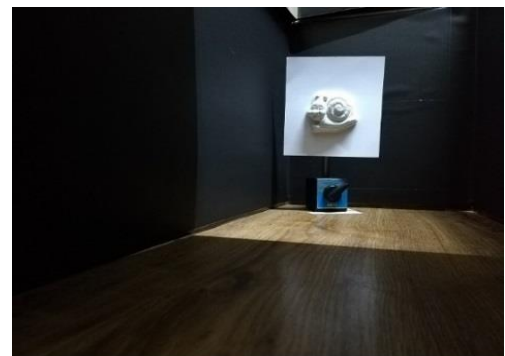
De la misma manera los patrones de franjas son proyectados sobre el plano objeto, los interferogramas capturados muestran a continuación:



Una vez aplicando el envolvimiento de fase explicado en la sección 2.3, aplicando el método de Itoh para desenvolvimiento de fase (Phase Unwrapping) [6] e integrando a lo largo de las filas y columnas de la matriz de fase desenvuelta se obtiene el perfil del objeto reconstruido, el objeto real y el resultado de la reconstrucción se muestran a continuación:

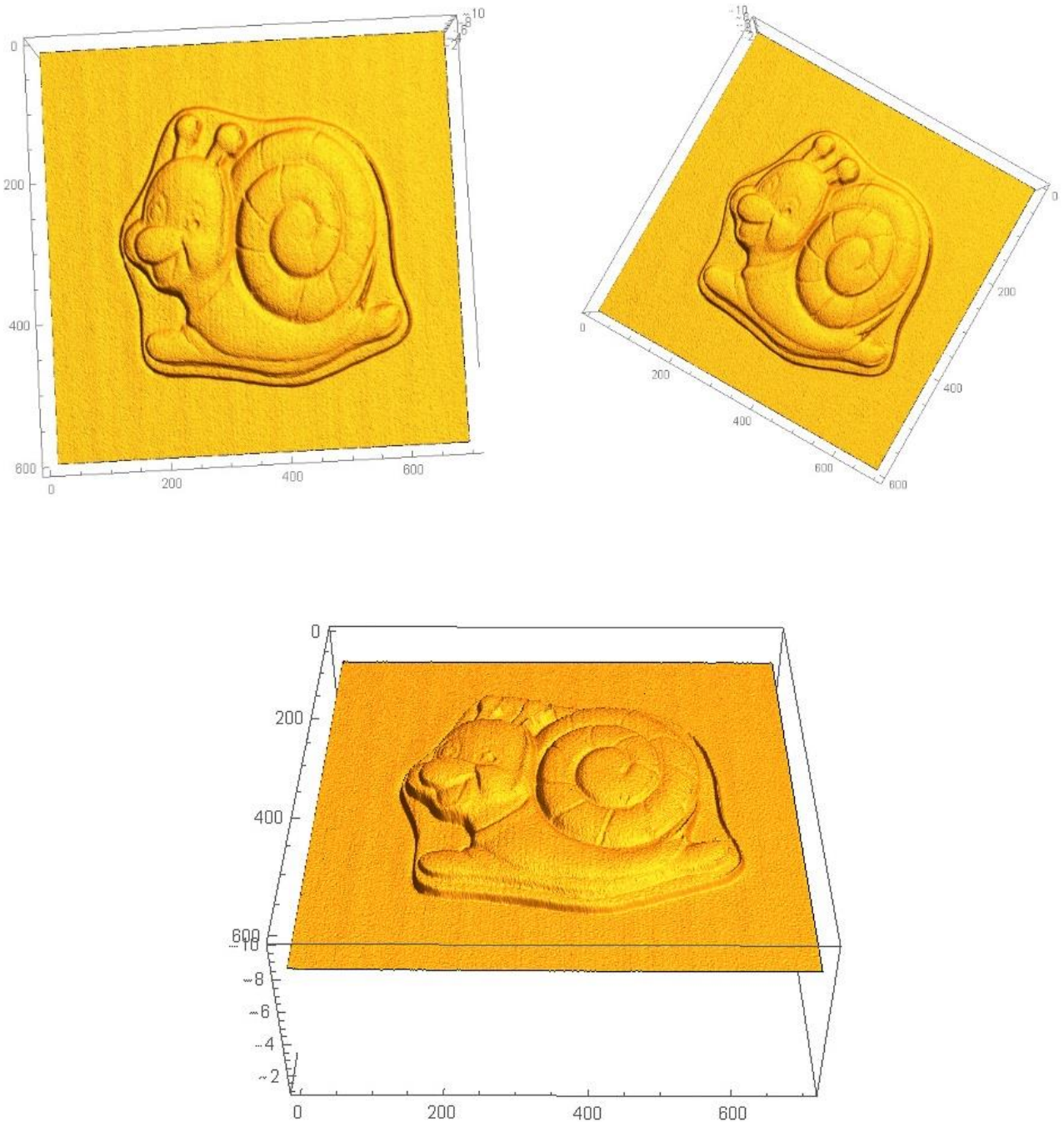


Objeto real



Objeto real

Gráficas del perfil del objeto reconstruido.



Con los resultados obtenidos vemos el alcance de uno de los métodos más usados para recuperación de fase y obtención de perfiles de objetos blancos y opacos es bastante satisfactorio, en la sección siguiente se presenta a detalle un método alternativo para el mismo propósito.

5.2 Perfilometría de desplazamiento lateral

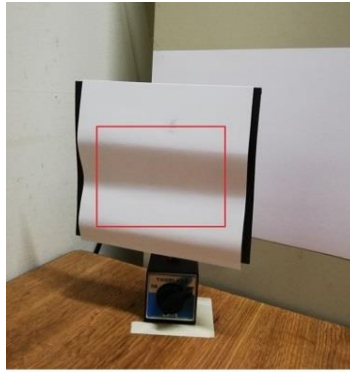
El método que a continuación se presenta es la idea original para la recuperación del perfil superficial de un objeto blanco y opaco. Es llamado Perfilometría de Desplazamiento Lateral y consiste en hacer desplazamientos del orden de micras hasta unos pocos milímetros en los ejes coordenados x y y , debido a que los desplazamientos son tan pequeños el rango del arco tangente se encuentra entre $-\pi$ y π , es decir no excede 2π , así que no es necesario implementar algún método para desenvolvimiento de fase, una vez obtenida la fase de los interferogramas capturados se procede a integrar las filas y columnas de la matriz de fase y así obtener el perfil del objeto en estudio.

Con el fin de minimizar posibles errores en los desplazamientos sobre los ejes x y y , se empieza la captura de interferogramas considerando que el objeto está desplazado en el eje x un Δx , las franjas proyectadas sobre el objeto tienen un desfase de $\frac{\pi}{2}$ es decir 0 y $\frac{\pi}{2}$ en esta posición se capturan dos imágenes que denominaremos $J0p$ y $J1p$ respectivamente, luego el objeto se desplaza al origen, las franjas proyectadas contienen desfases de 0 , $\frac{\pi}{2}$ y π , se capturan tres imágenes $I0p$, $I1p$ e $I2p$, finalmente el objeto se desplaza sobre el eje y , cuyas franjas proyectadas tienen un desfase de 0 y $\frac{\pi}{2}$ y se capturan dos imágenes $K0p$ y $K1p$, de esta manera se hacen solo dos movimientos lo que nos lleva a minimizar el error introducido por la montura lineal de precisión.

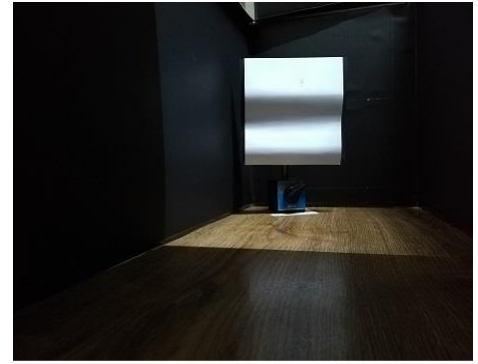
Se usa una base magnética como base para la montura lineal, dicha montura es usada como plataforma vertical para hacer los desplazamientos del objeto sobre los ejes ya que se hacen de manera manual, a continuación se muestran; el arreglo experimental, forma gráfica para hacer los desplazamientos y luego las capturas de los interferogramas.



Montura de 3 ejes X,Y,Z

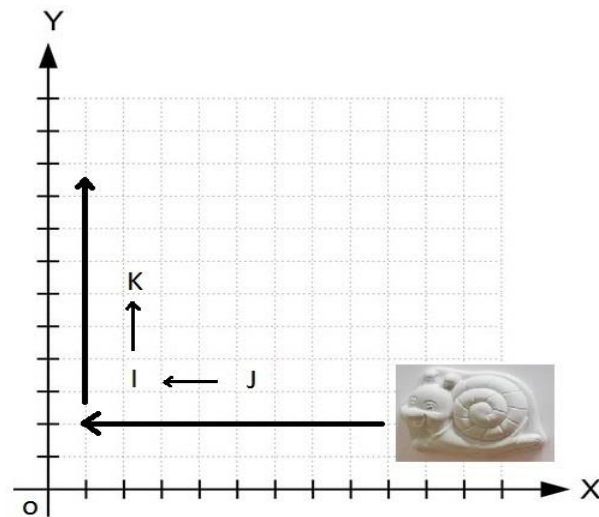


Región del objeto para reconstruir

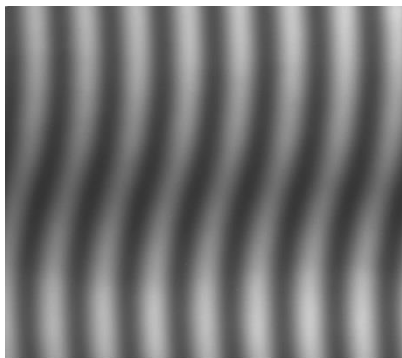


Objeto real para reconstrucción

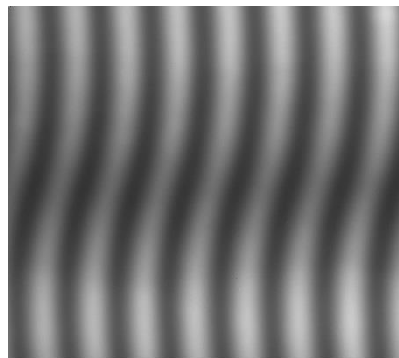
Forma gráfica de cómo se realizan los desplazamientos en ambos ejes:



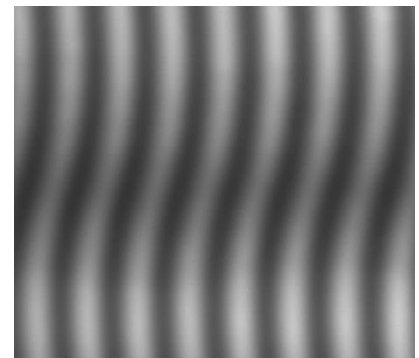
Interferogramas del objeto capturados en el origen:



Interferograma I0p

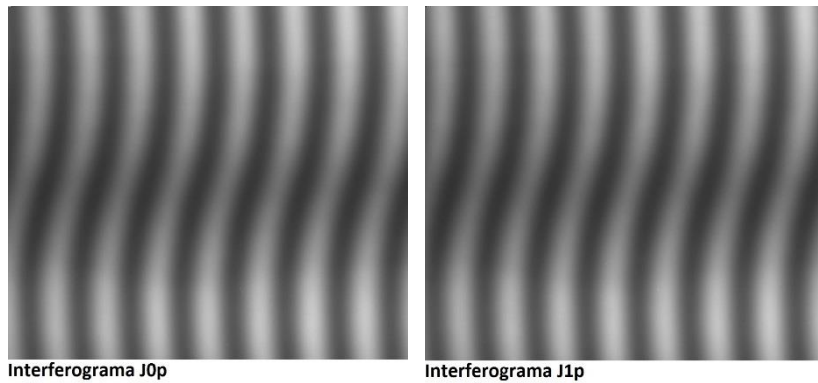


Interferograma I1p

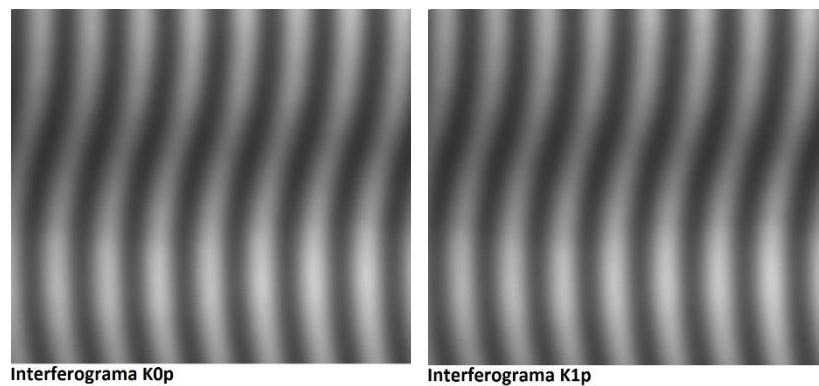


Interferograma I2p

Interferogramas capturados con desplazamiento $\Delta x \approx 50\mu m$ del objeto sobre el eje x .



Interferogramas capturados con desplazamiento $\Delta y \approx 60\mu m$ del objeto sobre el eje y .

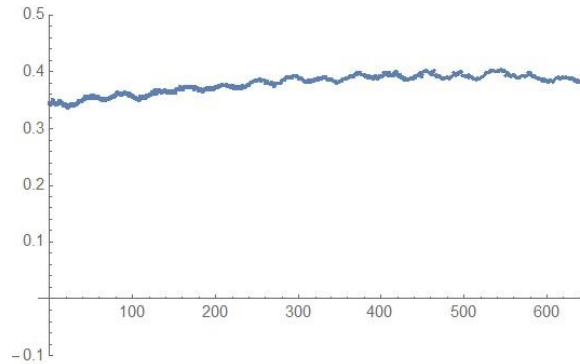


Como se sabe la luz de fondo considerada como ruido existe en las capturas el cual se debe reducir lo más posible con el fin de obtener una mejor aproximación a la topografía superficial del objeto, a continuación se muestra el ruido obtenido de los interferogramas $I0p$ e $I2p$, el interferograma $I2p$ es capturado solo para poder calcular el ruido y así eliminarlo de los demás interferogramas.

Cabe mencionar que para reducir al máximo la luz de fondo (ruido) se forró una caja en su interior con cartulina color negro, con esto se capturan los interferogramas con una variación en la intensidad de la luz exterior casi nula lo que favorece mucho al detector de la cámara CCD ya que el ruido sería casi el mismo en todas las capturas,

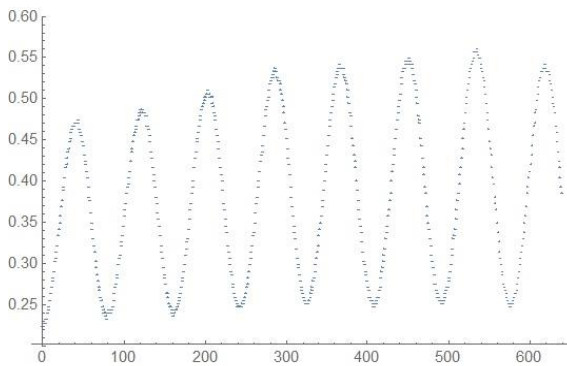
al conocerlo y restarlo a todas llevaría a una mejor reconstrucción de la topografía superficial del objeto.

A continuación se muestra la gráfica del ruido en los interferogramas:

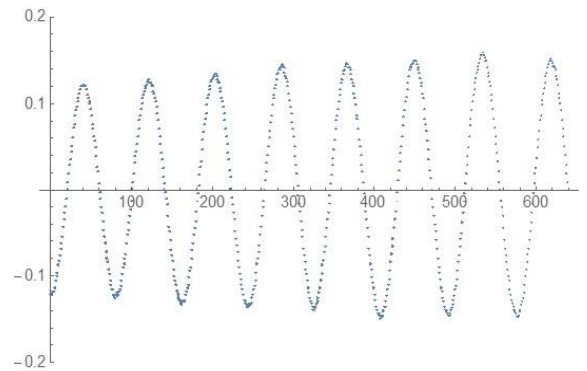


Ruido en los interferogramas

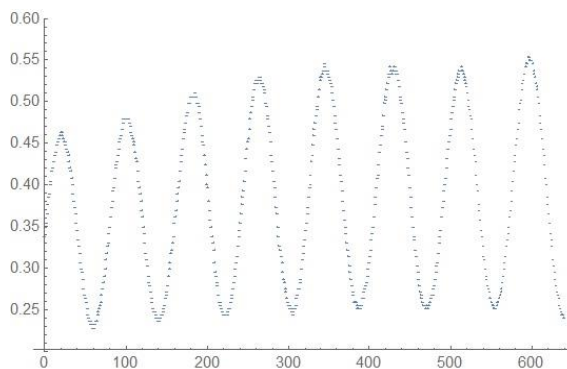
A continuación se muestran las gráficas de los interferogramas que se van a usar para la reconstrucción del objeto, las gráficas muestran una sola fila arbitraria de la matriz, primero con ruido y después eliminando el ruido.



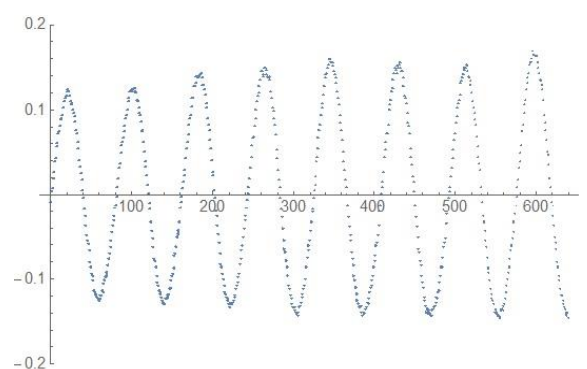
Interferograma I0p con ruido



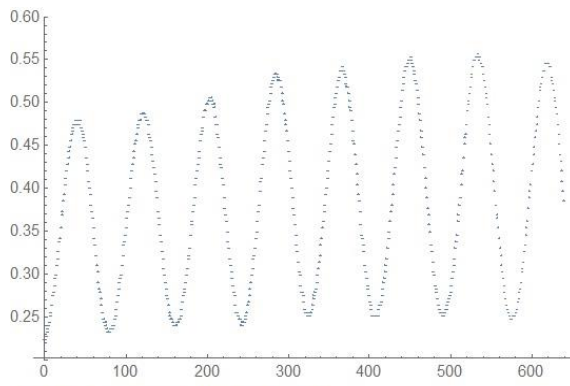
Interferograma I0p sin ruido



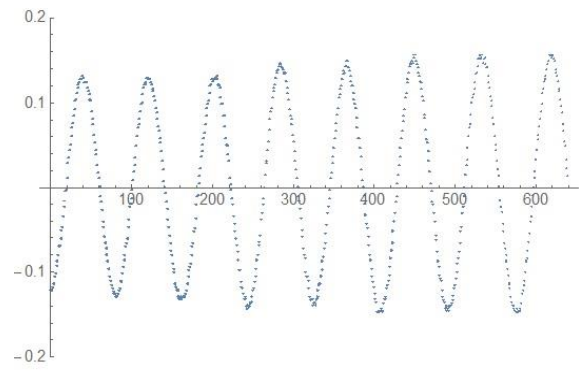
Interferograma I1p con ruido



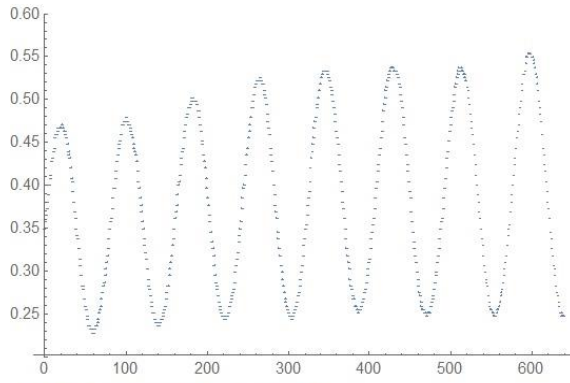
Interferograma I1p sin ruido



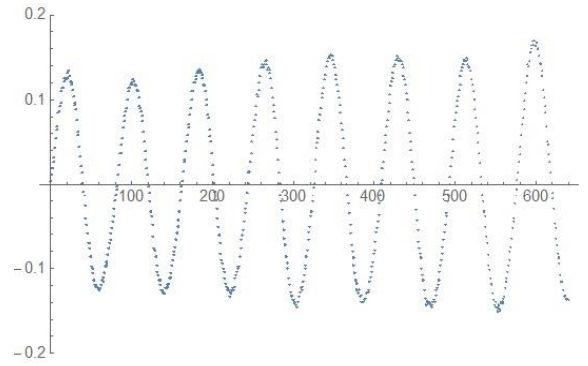
Interferograma J0p con ruido



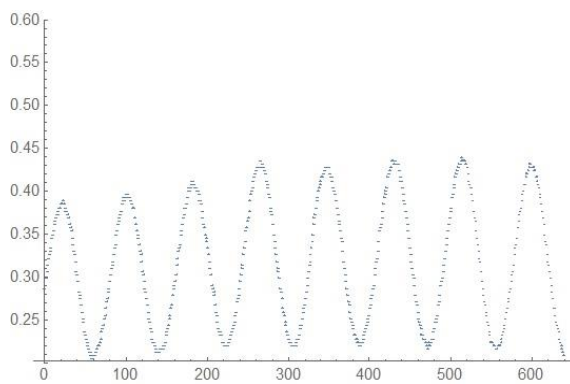
Interferograma J0p sin ruido



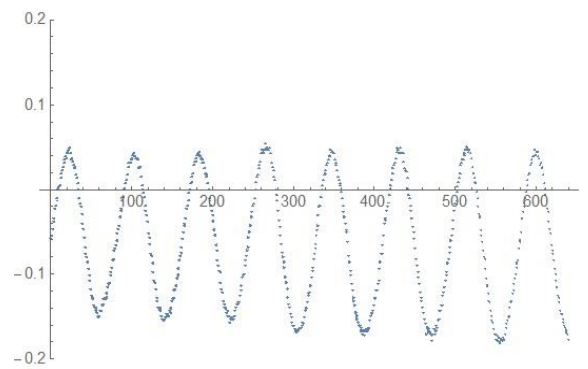
Interferograma J1p con ruido



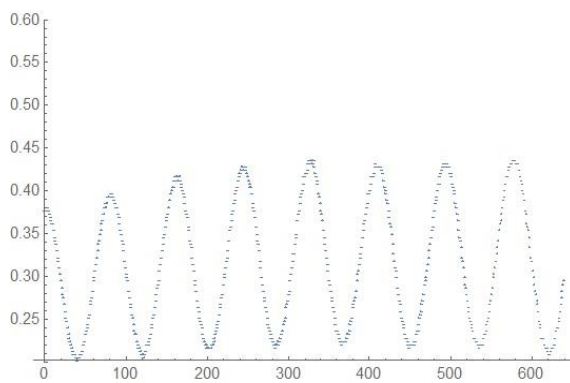
Interferograma J1p sin ruido



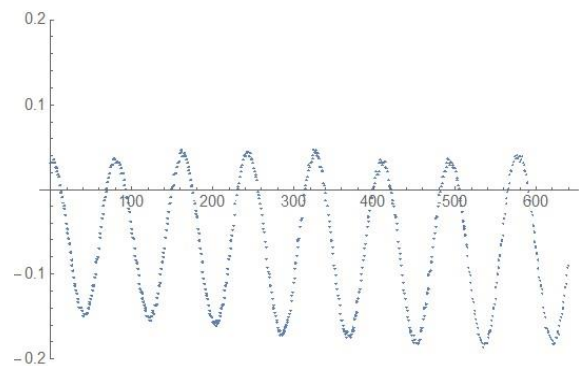
Interferograma K0p con ruido



Interferograma K0p sin ruido

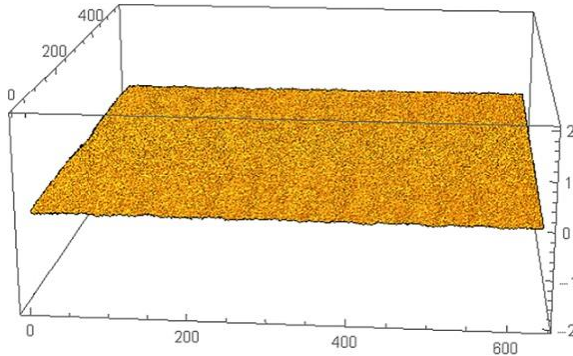


Interferograma K1p con ruido

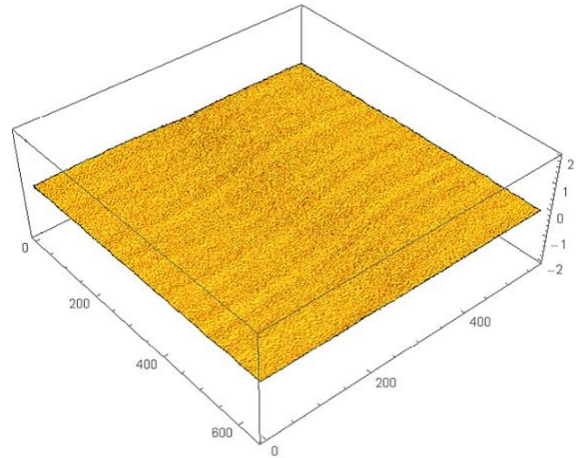


Interferograma K1p sin ruido

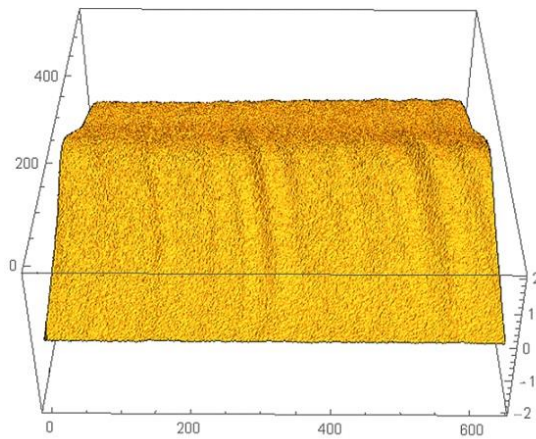
Como ya se había mencionado anteriormente los desplazamientos del objeto en los ejes x y y son tan pequeños el rango del arco tangente usando solo el método de envoltimiento de fase se encuentra entre $-\pi$ y π , es decir no excede 2π , en las siguientes figuras se muestra la matriz de fase envuelta en ambos ejes coordenados.



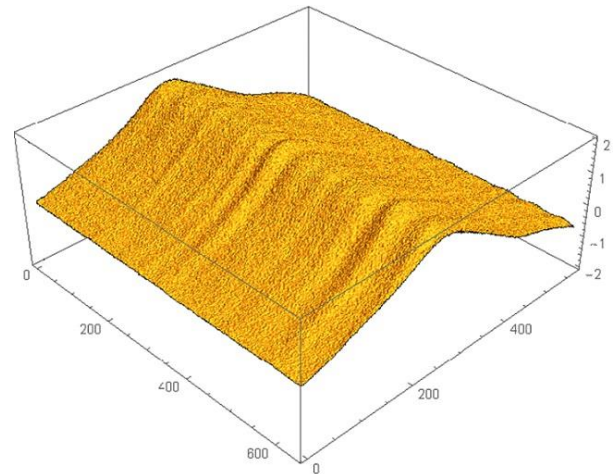
Fase envuelta en el eje X



Fase envuelta en el eje X



Fase envuelta en el eje Y



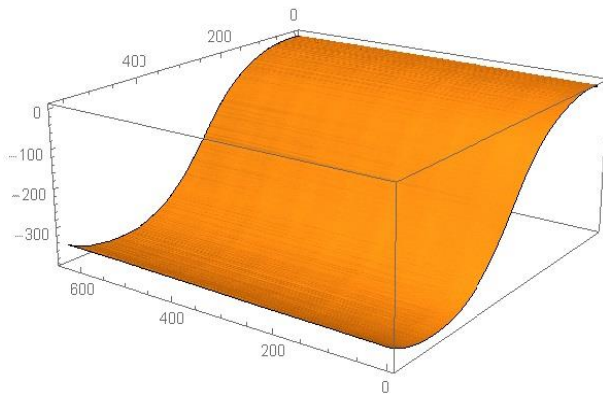
Fase envuelta en el eje Y

Hechas las capturas de esta manera permitiría prescindir del plano de referencia lo que llevaría a reducir posibles errores por las deformaciones que pueda tener dicho plano, las cuales podrían afectar el resultado final en la topografía del objeto reconstruido, usar solo 7 interferogramas en lugar de 8, al no ser necesario emplear

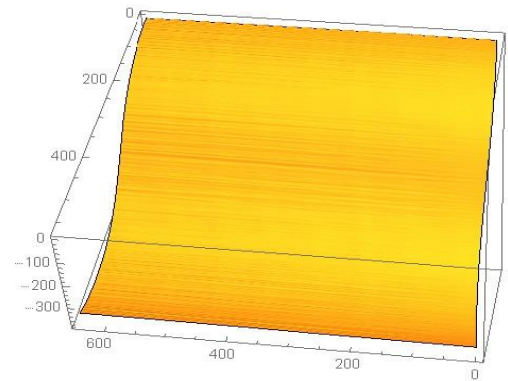
el método para desenvolvimiento de fase de Itoh el algoritmo es más eficiente en el procesamiento de datos que se traduce en una reducción de tiempo en la ejecución.

Ya que se tiene la fase envuelta ϕ_w que en realidad no estará envuelta dado que los valores del arco tangente no superarán 2π se procede a aplicar una integral de línea y así recuperar la topografía del objeto.

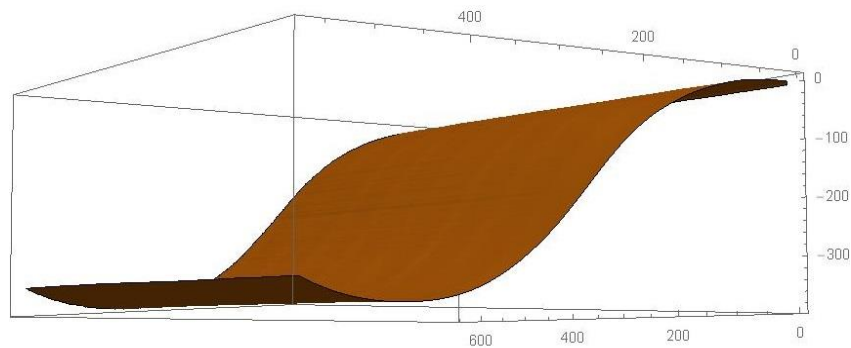
A continuación se muestra el resultado de la recuperación de la topografía del objeto de estudio.



Reconstrucción del objeto de estudio.

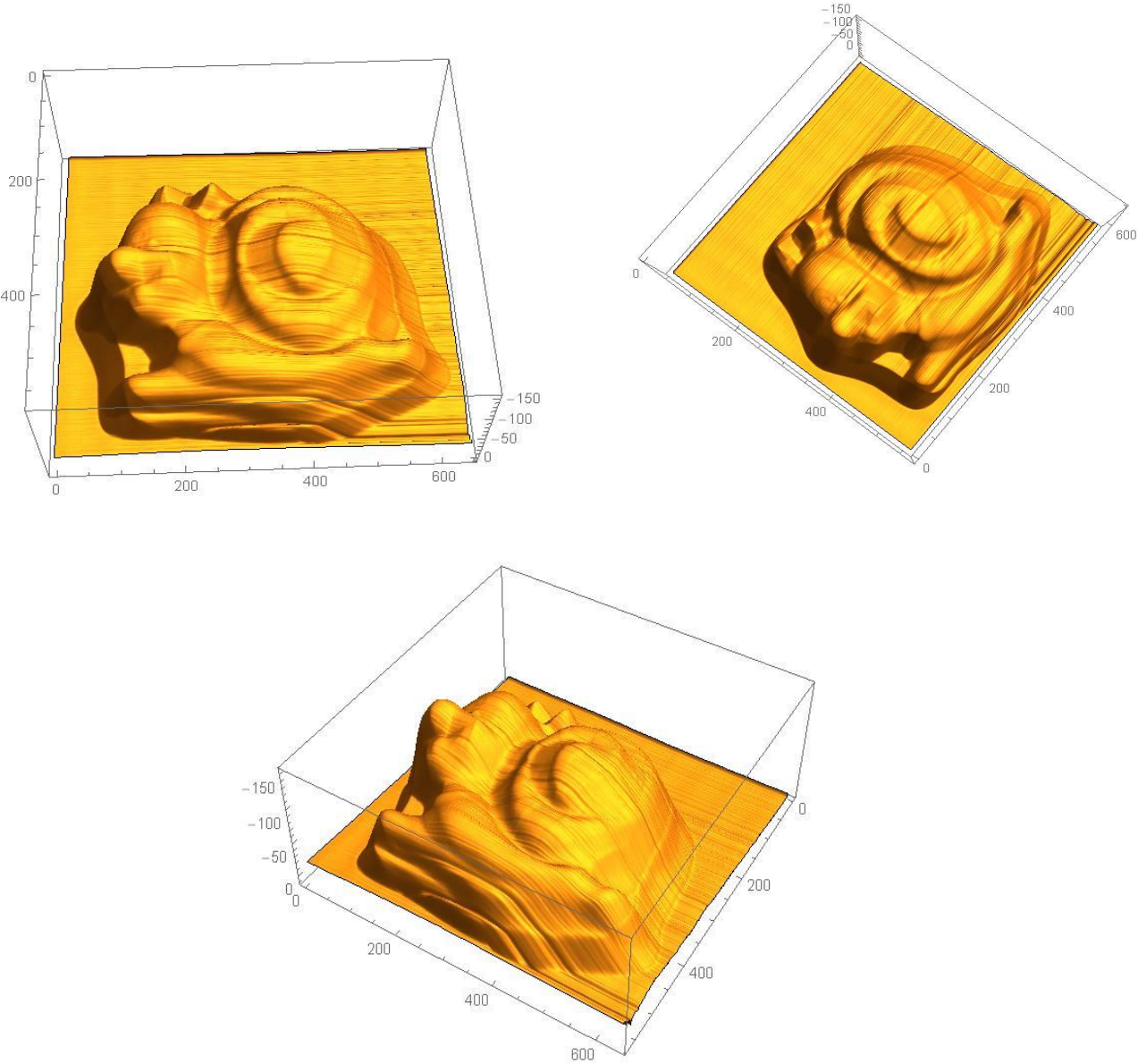


Reconstrucción del objeto de estudio.



Reconstrucción de objeto con $dx=1mm$ y $dy=2mm$

Los resultados obtenidos con el mismo objeto reconstruido de manera tradicional no son los esperados, se muestran en las siguientes imágenes, se intentó mejorar el resultado sin lograrlo.



CAPITULO 6

ANÁLISIS DE RESULTADOS

La simulación y experimento de reconstrucción de perfiles 3D de manera clásica, no hubo inconvenientes para obtener resultados aceptables.

Se usó el algoritmo de Itoh debido a que se implementa con cierta facilidad y es suficiente para ver las diferencias y ventajas con relación a la propuesta de este trabajo.

Los resultados obtenidos en la simulación numérica hecha en Wolfram Mathematica introduciendo los desplazamientos Δx , Δy en los ejes x , y respectivamente para calcular el gradiente, vemos que el método funciona bien dadas las condiciones ideales que tiene la simulación.

Se realizó el experimento con el mismo objeto que se hizo de manera clásica pero los resultados no fueron los esperados, no fue posible determinar con exactitud la razón o razones por las que la reconstrucción no resulto la esperada, se probaron distintos desplazamientos en ambos ejes, con diferentes enfoques en la cámara y proyector sin adquirir mejores resultados a los mostrados en el capítulo anterior.

Debido a ello se probó con un objeto de superficie sin cambios drásticos en su forma superficial, haciendo desplazamientos Δx y Δy en ambos ejes de forma manual y condiciones óptimas reduciendo al mínimo posible las variaciones de luz, se obtiene una aproximación aceptable de la topografía del objeto, por lo que el método propuesto por ahora se limita a objetos sin cambios bruscos en su topografía.

CAPITULO 7

CONCLUSIONES

Se hizo una revisión a diversas técnicas usadas para la recuperación de la topografía superficial de objetos, la técnica aplicada en este trabajo es la de proyección de franjas de luz estructurada al mismo tiempo el método de corrimiento de fase de cuatro pasos cuyo principio de trabajo es simple y a la vez muy confiable.

En la parte de simulación con el método clásico se elaboró un algoritmo en Mathematica para el procesamiento de los interferogramas para obtener la fase envuelta ϕ_w y posteriormente desenvolver la fase ϕ_u , se logró adquirir un resultado bastante aceptable.

La medición de la forma del objeto en estudio usando el método de proyección de franjas es básicamente hecho en tres etapas: primero, la simulación de franjas y su proyección sobre la superficie del objeto; segundo, la obtención del mapa de fase; y tercero, la aplicación de una integral de línea al mapa de fase para recuperar la topografía.

El experimento de la reconstrucción clásica de perfiles en 3D se realizó con diversos objetos para identificar posibles problemas con las formas del objeto en estudio, un problema identificado fue el de la iluminación del ambiente ya que dependiendo de la forma del objeto a veces se introducen algunas sombras sobre el objeto y eso provoca una discontinuidad en las franjas lo cual dificulta su evaluación, dicho problema se corrigió realizando la proyección de franjas y captura de interferogramas del objeto en un ambiente lo más oscuro posible.

El experimento con el método alternativo muestra que es posible recuperar la topografía de objetos sin cambios drásticos en la superficie por medio de su gradiente, haciendo de manera manual los desplazamientos en los ejes x y y . Como se mostró en los resultados experimentales con el método propuesto la reconstrucción de un objeto con cambios un tanto drásticos en su topografía no se logró un buen resultado.

Dado que el método alternativo es una propuesta cualitativa no se realiza un análisis cuantitativo respecto a la relación que existe entre los desplazamientos del objeto y los valores entre $-\pi$ y π del arco tangente.

Bibliografía

1. L. Gordon, "3D scanning to Go", Z Corporation.
2. Amalia Martínez, J. A. Rayas, H. J. Puga, Katia Genovese, "Iterative estimation of the topography measurement by fringe projection method with divergente illumination by considering the pitch variation along the x and z directions", Optics and Laser in Engineering, a publicarse en el 2010.
3. C. Quan, X. Y. He, C. F. Wang, C. J. Tay, and H. M. Shang, "Shape measurement of small objects using LCD fringe projection with phase shifting," Opt. Commun. **189**(1-3), 21-29(2001).
4. S. S. Gorthi and P. Rastogi, "Fringe projection techniques: Whiter we are?" Opt. Lasers Eng. **48**(2), 133-140(2010).
5. S. Zhang, "Recent progresses on real-time 3D shape measurement using digital fringe projection techniques," Opt. Lasers Eng. **48**(2), 149-158(2010).
6. Itoh K., "Analysis of the Phase Unwrapping Problem," Appl. Opt., 21,2470(1982).
7. Gasvik, Kjell. "Optical Metrology", London, John Wiley and Sons LTD. 2002. p. 360.