



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Modelo numérico para
describir las curvas de barrido en Z
para medios gruesos, no lineales y no locales.

Tesis presentada al

Posgrado en Ciencias Física Aplicada:

como requisito parcial para la obtención del
grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS

(FÍSICA APLICADA)

por:

Román Torres Romero

asesorado por:

Dra. Marcela Maribel Méndez Otero

Dr. Marcelo David Iturbe Castillo

Puebla, Pue., México

Julio 2023



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Modelo numérico para
describir las curvas de barrido en Z
para medios gruesos, no lineales y no locales.

Tesis presentada al

Posgrado en Ciencias Física Aplicada:

como requisito parcial para la obtención del
grado de:

DOCTOR EN CIENCIAS

(FÍSICA APLICADA)

por:

Román Torres Romero

asesorado por:

Dra. Marcela Maribel Méndez Otero

Dr. Marcelo David Iturbe Castillo

Puebla, Pue., México

Julio 2023

Título: Modelo numérico para describir las curvas de barrido en Z para medios gruesos, no lineales y no locales.

Estudiante: Román Torres Romero

COMITÉ

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Presidente

Dr. Edmundo Reynoso Lara
Secretario

Dra. Emma Vianey García Ramírez
Vocal

Dr. Carlos Gerardo Treviño Palacios
Vocal Externo

Dra. Betriz Adriana Martínez Irvias
Vocal Externo

Dr. Julio Abraham Mendoza Fierro
Suplente

Dra. Marcela Maribel Méndez Otero
Asesor

Dr. Marcelo David Iturbe Castillo
Asesor

Índice general

1. Introducción	5
1.1. Objetivo general.	7
1.2. Objetivos específicos.	7
1.3. Estructura de la Tesis.	7
2. Conceptos Teóricos	9
2.1. Introducción.	9
2.2. Propagación de un haz de luz en un medio no lineal.	9
2.3. Haces Gaussianos.	12
2.4. No localidad en medios no lineales.	13
3. Modelo propuesto	15
3.1. Introducción.	15
3.2. Descripción de la técnica de barrido en Z (Z -scan).	15
3.3. Transmitancia normalizada en un medio delgado local, considerando absorción y refracción no lineal.	16
3.4. Transmitancia normalizada en un medio delgado no lineal no local.	17
3.5. Transmitancia normalizada en medios gruesos no lineales y no locales.	22
4. Resultados numéricos	25
4.1. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales con refracción y absorción no lineal.	25
4.2. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales que exhiben solamente refracción o absorción no lineal.	28
4.3. Curvas de barrido en Z considerando refracción no lineal, para diferentes no localidades y diferentes espesores de la muestra.	32
4.4. Comparación con otros trabajos.	35
5. Conclusiones	39

Índice de figuras

2.1. Perfil transversal del índice de refracción (línea roja) como función de la intensidad para un haz incidente Gaussiano (línea azul) y una función de respuesta Gaussiana de ancho: a) 0.01 ,b) 1 y c) 5.	14
3.1. Esquema experimental de la técnica de barrido en Z.	15
3.2. Curvas de barrido en Z para un medio que presenta una no linealidad positiva (línea negra) y negativa (línea azul).	16
3.3. Medio de longitud L modelado como N rebanadas de medios delgados con respuesta no lineal no local refractiva $\Delta\Phi_0$ y absortiva $\Delta\Psi_0$	22
4.1. Curvas de barrido en Z en medios delgados locales ($m = 2$) considerando absorción no lineal de 0.5 y refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).	26
4.2. Curvas de barrido en Z para medios delgados locales ($m = 2$) refracción no lineal de: a) $\pi/3$, b) π , c) 2π . Considerando absorción no lineal de: 0.1 (negro), 0.3 (rojo), 0.6 (verde), 0.9 (azul).	26
4.3. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 2$) con absorción no lineal de 0.5 y refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).	27
4.4. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 1$) refracción no lineal de: a) $\pi/3$, b) π , c) 2π . Considerando absorción no lineal de: 0.1 (negro), 0.3 (rojo), 0.6 (verde), 0.9 (azul).	27
4.5. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 4$) considerando absorción no lineal de 0.5 y refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).	28
4.6. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 4$) refracción no lineal de: a) $\pi/3$, b) π y 2π . Con absorción no lineal de: 0.1 (negro), 0.3 (rojo), 0.6 (verde) y 0.9 (azul).	28
4.7. Curvas de barrido en Z para medios delgados con no linealidad de: a) $m = 1$, b) $m = 2$, c) $m = 4$ y con refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).	29
4.8. Curvas de barrido en Z obtenidas con la ecuación (3.30)(línea continua) y ecuación (3.41)(línea punteada) para: a) $m = 1$, b) $m = 2$, c) $m = 4$. Considerando una refracción no lineal de: 0.1 (negra), 0.2 (roja), 0.3 (verde), 0.4 (azul) y 0.5 (cian).	29
4.9. Curvas de barrido en Z sin abertura evaluando la ecuación 3.36 para medios delgados con valores de m : a) 1, b) 2, c) 4. Con absorción no lineal $\Delta\Psi_0$ de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).	30
4.10. Curvas de barrido en Z sin abertura a) para un mismo valor de $\Delta\Psi_0 = 0.5$ y diferentes valores de m : 2(negro), 4 (rojo), 6 (verde) y 8 (azul), diferentes valores b) de: $\Delta\Psi_0 = 0.24$ y $m = 2$ (negro), $\Delta\Psi_0 = 0.84$ y $m = 4$ (rojo), $\Delta\Psi_0 = 2.05$ y $m = 6$ (verde), $\Delta\Psi_0 = 4.36$ y $m = 8$ (azul).	30

4.11. Curvas de barrido en Z sin abertura para diferentes valores de m : 1 a), 2 b) y 4 c) para $\Delta\Psi_0$ de: -0.3 (azul), 0 (negro) y 0.3 (rojo). 31

4.12. Curvas de barrido en Z sin abertura para $\Delta\Psi_0 = 0.05$ y valores de m de: 1 (rojo), 2 (negro) y 4 (azul). 31

4.13. Curvas de barrido en Z sin abertura obtenidas mediante la ecuación 3.36 (línea continua) y aproximación 3.43 (línea punteada) para diferentes valores de m : 1 a), 2 b) y 4 c) y valores $\Delta\Psi_0$ de: 0.1 (negro), 0.2 (rojo), 0.3 (verde) y 0.4 (azul). 32

4.14. Curvas de barrido en Z para diferentes longitudes del medio z_0 (negro), $5z_0$ (rojo), $10z_0$ (azul) y $20z_0$ (magenta) y para diferentes no localidades a) $m = 1$ y b) $m = 2$ y con $\Delta\Phi_R = 0.1$ 32

4.15. Curvas de barrido en Z para una muestra de longitud $10z_0$, localidades de $m = 1$ (negro), $m = 2$ (rojo) y $m = 4$ (azul), para diferentes cambios de fase no lineal $\Delta\Phi_R = 0.1$, $\Delta\Phi_R = 0.2$, $\Delta\Phi_R = 0.7$ 33

4.16. Curvas de barrido en Z sin abertura para un medio que presenta puramente absorción no lineal de $\Delta\Psi_A = 0.025$ considerando diferentes longitudes del material $1z_0$ (negro), $2z_0$ (rojo), $5z_0$ (azul), $10z_0$ (verde), $20z_0$ (magenta) y no localidades a) $m = 1$, b) $m = 2$, c) $m = 4$ 33

4.17. Curvas de barrido en Z sin abertura para diferentes no localidades $\Delta\Psi_A = 0.025$, $m = 1$ (negro), $\Delta\Psi_A = 0.112$, $m = 2$ (rojo), $\Delta\Psi_A = 0.59$, $m = 4$ (azul), para una longitud de la muestra $L = 10z_0$ 34

4.18. Curvas de refracción y absorción no lineal con $\Delta\Phi_R = 0.1$ y $\Delta\Psi_A = 0.025$, para diferentes longitudes del medio $L = 1z_0$ (verde), $L = 2z_0$ (negro), $L = 5z_0$ (rojo), $L = 10z_0$ (azul), $L = 20z_0$ (magenta) con diferentes no localidades: a) $m = 1$, b) $m = 2$ y c) $m = 4$ 34

4.19. Curvas analíticas de Z-scan para diferentes espesores de $L = 1mm$ (negro), $L = 2mm$ (rojo), $L = 5mm$ (azul), $L = 10mm$ (verde) y $L = 20mm$ (magenta) y no localidades. a) $m = 2$, $\Delta\Phi_R = 0.4$, b) $m = 3$, $\Delta\Phi_R = 0.74$ y c) $m = 4$, $\Delta\Phi_R = 1.3$ 35

4.20. Curvas experimentales (símbolo) y ajustes teóricos (curva continua) para una muestra de alcohol con colorante con espesores de $L = 1mm$ (negro), $L = 2mm$ (rojo), $L = 5mm$ (azul), $L = 10mm$ (verde) y $L = 20mm$ (magenta). 35

4.21. Curvas de Z-scan con abertura para un medio de $L = 6z_0$ 36

4.22. Z-scan sin abertura para determinar la influencia de la refracción. 36

4.23. Curvas de Z-scan con abertura para un medio que presenta refracción y absorción no lineal de manera simultánea y espesores de $L = 2z_0$, $L = 6z_0$ y $L = 10z_0$. . . 37

Agradecimientos

Principalmente a Dios por un logro más en mi vida, y por todo lo que me ha dado.

A mis asesores la Dra. Marcela Maribel Méndez Otero y al Dr. Marcelo David Itrube Castillo por su apoyo en la culminación de este trabajo de tesis.

A cada uno de los miembros del jurado, por sus comentarios, observaciones y sugerencias que ayudaron a la mejora de este trabajo de tesis.

A mi familia por darme su confianza y ser partícipe en cada uno de los sueños cumplidos.

A CONACYT por la beca otorgada para mis estudios de Doctorado.

Resumen

En este trabajo de tesis se presentan expresiones analíticas que permiten calcular curvas de barrido en Z de medios ópticamente gruesos que pueden presentar una no linealidad tanto refractiva como absorptiva pequeña (<1 radian) y una respuesta espacialmente local o no local. Para obtener estas expresiones fue necesario primero obtener de manera analítica la expresión de la transmitancia normalizada para un medio ópticamente delgado no local iluminado por un haz Gaussiano para cualquier magnitud de la no linealidad. Se obtiene una expresión para el caso de detección en eje, que corresponde a un barrido en Z con abertura, y otra para cuando se capta toda la intensidad transmitada, barrido en Z sin abertura. Se utiliza una aproximación de las expresiones analíticas para cuando la magnitud del cambio de fase producido por la no linealidad es pequeña, que será el caso cuando se considera el medio grueso, ya que este se modela como varios medios delgados pegados que presentan refracción o absorción no lineal separada. No obstante es posible modelar un medio grueso que presenta simultáneamente refracción y absorción no lineal al multiplicar ambas expresiones. Se estudia como se modifican las curvas de barrido en Z para diferentes valores de la no localidad así como diferentes magnitudes de la no linealidad y espesores del medio. Con el fin de mostrar que las expresiones obtenidas son confiables, se hace una reproducción de varios resultados publicados por otros autores.

Capítulo 1

Introducción

La óptica estudia el comportamiento de la luz y su interacción con la materia, la cual se puede dividir en óptica lineal y no lineal. El resultado de la interacción de la luz con la materia que no modifica las propiedades del material se conoce como óptica lineal, y se presenta cuando la intensidad de la luz es baja, algunos de estos fenómenos son la absorción, la difracción, la refracción, entre otros [1, 2].

La óptica no lineal ocurre cuando alguna de las propiedades ópticas del material se ven modificadas ante la presencia de luz. Sin embargo, los efectos no lineales no son tan fáciles de observar cuando la fuente de luz es poco intensa y dispersa, caso que ocurre en la mayoría de los fenómenos ópticos cotidianos.

Los primeros fenómenos ópticos no lineales se observaron prácticamente con la invención del láser en la década de los 60's por T. H. Maimann [3, 4]. Puesto que el láser es la única fuente capaz de crear luz lo suficientemente intensa para observar fenómenos no-lineales. La “Generación del segundo Armónico” (SHG por sus siglas en inglés), fue propuesta por Khokhlov et.al, en 1961 y demostrada por Franken et. al, consistió en doblar la frecuencia de emisión de un láser de rubí usando un cristal de cuarzo [5, 6], convirtiendo su longitud de onda de 694 nm a través de un cristal de cuarzo y observaron la creación de un haz ultravioleta 347 nm a la salida del cristal [7]. Otro fenómeno óptico no lineal fue la generación del tercer armónico (THG), observado por primera vez en 1962 por Terhune [8] y en este mismo año Woodbury y W. K. [9] realizaron la primera demostración de la dispersión Raman estimulada. Por otro lado, también se encontró que el índice de refracción de un material era dependiente de la intensidad incidente. La actividad óptica no lineal se encontró primeramente en semiconductores y en cristales inorgánicos, como el LiNbO_3 , pero la aplicabilidad comercial de este tipo de materiales se encuentra muy limitada por su baja respuesta y sin ningún problema de incorporarlos en dispositivos micro electrónicos. Sin embargo, a mediados de los 80 los materiales orgánicos se revelaron como materiales apropiados para la obtención de altas y buenas respuestas no lineales, siendo además fáciles de procesar e integrar en dispositivos ópticos. Sin embargo, tienen deficiencias como su degradación y bajo umbral de daño óptico [10].

De todos los fenómenos ópticos no lineales que existen en este trabajo de tesis nos restringimos a aquel que lleva a un índice de refracción, dependiente de la intensidad de luz incidente. Por lo que de ahora en adelante nos referimos a un medio no lineal como aquel que presenta un índice de refracción que es función de la intensidad. Las técnicas reportadas para medir este tipo de no linealidades son: interferometría no lineal [3, 11], mezcla degenerada de cuatro ondas [12], mezcla cuasi-degenerada de tres ondas [13], rotación elíptica [14], y distorsión en frentes de onda [15]. En la literatura se han reportado métodos para determinar si un medio tiene una respuesta lineal o no lineal a la luz. Una de las técnicas más usadas por su facilidad, manejo y simplicidad en la caracterización de materiales ópticos es la “Técnica de barrido en Z”. Inicialmente esta fue propuesta utilizando un haz Gaussiano que es detectado alrededor del eje óptico, donde se emplearon muestras delgadas y cambios de fase pequeños [14, 15]. Esta técnica

permite obtener el signo y magnitud del índice de refracción no lineal. En la parte teórica se han desarrollado diversos modelos numéricos para la descripción de curvas de barrido en Z [16, 17]. La mayoría de estos trabajos, son para medios que presentan una no linealidad tipo Kerr y unos pocos para una no linealidad tipo térmica. En el modelo que propone E. Reynoso Lara [18], consideran un medio óptico delgado con una respuesta puramente refractiva donde el medio material es modelado como una lente delgada, el análisis se basó en la propagación de haces gaussianos y pequeña distorsión para la muestra no lineal. Por otro lado recientemente E. V. García Ramírez et al. [17], proponen un modelo simple para calcular de forma numérica curvas de barrido en Z , en un medio óptico delgado no lineal, no local y con una respuesta puramente refractiva, en ese trabajo muestran que la distancia de separación pico-valle y su diferencia en transmitancia dependen de la localidad del material. El modelo allí propuesto pudo completarse para considerar la absorción no lineal, influencia de más de un efecto en la respuesta no lineal [19], y además poder extenderlo al caso de medios gruesos. Pocos estudios se han desarrollado para medios gruesos, un primer modelo para describir curvas de barrido en Z , tanto teóricos como experimentales, en medios gruesos, está basado en considerar la misma propuesta para medios delgados de Sheik-Bahae [20], en este se estudia la forma del haz dentro de la muestra y fuera de ella calculando el perfil del haz a cierta distancia de propagación. El signo y magnitud de n_2 es determinado por una medición de la intensidad del perfil como una función de la distancia de separación entre la lente externa y la muestra no lineal [20], considerando al medio como una composición de lentes delgadas y suponiendo que la forma del haz permanece constante después de atravesar al medio. Dos años después Magni et. al. [21] usan la teoría de menor aberración de auto-enfocamiento y matrices ABCD, en el cual proponen una matriz no lineal para describir la propagación del haz Gaussiano en materiales con una no linealidad tipo Kerr. El análisis de la propagación de los haces gaussianos muestra que el efecto del medio Kerr puede interpretarse, en primera instancia debido a la potencia del haz. Este formalismo se ha aplicado para encontrar el enfoque óptimo para los máximos efectos no lineales y para el cálculo de los modos gaussianos en resonadores que contienen a un medio Kerr. Más tarde Palfalvi [22, 23], describen la técnica de barrido en Z , obteniendo la normalización de la intensidad sobre eje a campo lejano contra la posición de la muestra, aquí se consideró al haz en el plano de entrada del material hasta la posición del fotodetector a campo lejano, entonces la propagación del haz Gaussiano pudo ser descrita mediante la matriz ABCD. De este trabajo concluyeron que si la luz absorbida en el material tiene una contribución lineal y no lineal pueden deducir una expresión para el coeficiente termo-óptico. Para el caso general el término del índice de refracción no lineal es la suma del índice no lineal Kerr más el índice termo-óptico, tomando estas condiciones llevan la técnica de barrido en Z a un caso general, es decir, que con este modelo es posible determinar tres parámetros del material independientemente: refracción no lineal Kerr, el coeficiente de absorción lineal y el coeficiente de absorción no lineal. En el mismo año Zang [24] cambiaron el método de descomposición Gaussiana y el modelo de lente distribuida para medios gruesos, introduciendo funciones de corrección que permiten obtener saturación en la refracción no lineal y acoplado entre refracción no lineal y absorción no lineal, obtienen soluciones analíticas para curvas de barrido en Z con apertura cerrada y abierta [25]. Haciendo una comparación de este modelo con los ya propuestos [26, 27], obtienen una mejor aproximación a la simulación numérica no importando la magnitud de la refracción no lineal y la absorción no lineal presente en el medio. Severiano Carrillo [28] basándose en el modelo propuesto por [20] para medios delgados propusieron un nuevo modelo para caracterizar la no linealidad de medios ópticos no lineales sin importar el espesor, encontrado así que este modelo puede describir curvas de barrido en Z para medios gruesos para diferentes no localidades, encontrando algunas características de las curvas las cuales dependen del parámetro que caracteriza la no localidad del material. Hasta ahora los trabajos que se han reportado en medios gruesos no consideran la respuesta no local de un material lo cual es muy importante estudiar. El objetivo principal de este trabajo de

tesis consiste en presentar un modelo completo que permita obtener fórmulas analíticas para describir curvas de barrido en Z tanto en medios delgados como gruesos no lineales con una respuesta refractiva, absorptiva y además considerando la no localidad del material en estudio.

1.1. Objetivo general.

Desarrollo de un modelo para describir como se modifica un haz Gaussiano al atravesar un medio que posee un índice de refracción dependiente de la intensidad, tanto refractivo como absorptivo, de cualquier espesor y una respuesta espacialmente no local.

1.2. Objetivos específicos.

- Recopilación de los diferentes trabajos publicados y citados en la tesis doctoral desarrollada por E. V. García Ramírez, para medios delgados no lineales y no locales
- Revisión de trabajos publicados para la descripción de curvas de barrido en Z , para medios gruesos.
- Extensión del modelo numérico propuesto por E. V. García Ramírez al caso de medios gruesos, para describir curvas de barrido en Z .
- Considerando la extensión del modelo de auto modulación de fase a medios gruesos se desarrollará un modelo numérico para describir curvas de barrido en Z .
- Interpretar y analizar los resultados obtenidos para su presentación en congresos nacionales y/o internacionales.
- Se participará en los diferentes foros de avances de tesis del posgrado para dar a conocer los resultados obtenidos al momento de la tesis.
- Realizar la escritura de al menos un artículo de investigación arbitrado sobre este trabajo de tesis.
- Realizar la escritura de la tesis para su defensa ante el jurado evaluador.

1.3. Estructura de la Tesis.

Este trabajo de tesis está estructurado de la siguiente manera: en el capítulo 2 se obtiene la ecuación de onda que describe la propagación de un campo electromagnético en un medio con un índice de refracción dependiente de la intensidad de la luz incidente. Se define lo que es un medio no lineal que presenta una respuesta no local. Además se describen las principales características de un haz Gaussiano. En el capítulo 3 se describe la técnica de barrido en Z y desarrolla el modelo que se propone para obtener una expresión general de la transmitancia normalizada que permita obtener curvas de barrido en Z en medios no lineales no locales de cualquier espesor. Posteriormente, en el capítulo 4 se presentan los resultados numéricos, curvas de barrido en Z con refracción y absorción no lineal para medios con diferentes no localidades y diferentes cambios de fase máximo, además se hace una comparación con trabajos previos publicados por otros grupos. Y finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones fundamentales de este trabajo de tesis.

Capítulo 2

Conceptos Teóricos

2.1. Introducción.

La interacción de la luz con algún medio óptico puede clasificarse como lineal o no lineal. De nuestra experiencia cotidiana sabemos que cuando la luz pasa por un material transparente, esta puede sufrir una ligera modificación en su intensidad, así como también en su dirección, a este tipo de medios los llamamos dieléctricos y se puede demostrar que tienen una relación lineal con el campo incidente. Algo similar sucede con materiales opacos en donde ahora la intensidad de la luz incidente sufre una alteración mayor y que dependiendo de las características del medio puede que solo una parte de los colores de la luz incidente se reflejen. También existen los materiales metálicos que interactúan de forma particular con la luz. Cuando la luz se propaga en un medio óptico y este último no modifica sus propiedades ópticas, por ejemplo, el índice de refracción del medio, se dice entonces que la interacción entre ellos solo puede dar origen a fenómenos ópticos lineales. Lo anterior típicamente ocurre cuando la intensidad de la luz incidente al medio es baja. Algunos de estos efectos ópticos lineales son la absorción, difracción, refracción entre otros. Sin embargo, cuando la intensidad de la luz puede llegar a modificar las propiedades ópticas del medio donde se está propagando entonces se dice que la interacción entre ellos lleva a los fenómenos ópticos no lineales, los cuales pueden modificar radicalmente a la luz o al medio, incluso aunque la interacción sea débil. La óptica no lineal presenta por tanto un campo de investigación muy extenso y sus potenciales aplicaciones abarcan diferentes áreas de la óptica: desde la propagación de un solo haz que no sufre difracción, hasta el control de múltiples haces de diferentes longitudes de onda utilizados en comunicaciones.

En este capítulo se obtiene la ecuación de onda que describe un campo electromagnético cuando se propaga en un medio que presenta una susceptibilidad de tercer orden. El tipo de campos que se consideran en esta tesis se limita al tipo Gaussiano por lo que se describen sus principales características y finalmente se describirá lo que es una respuesta no local.

2.2. Propagación de un haz de luz en un medio no lineal.

En general, se dice que la linealidad o no linealidad depende básicamente del medio en el cual se propaga la luz más que de la propia luz. Por tal razón resulta necesario conocer dicho comportamiento; es decir considerando a la luz como una onda electromagnética, a medida que ésta viaja por un medio no lineal. Para lo cual hay que recurrir a las ecuaciones de Maxwell que rigen la propagación de la luz en un medio óptico no lineal, que en unidades del SI se escriben como [3].

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho, \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

donde \vec{E} , es el vector de campo eléctrico, \vec{B} es el vector de campo magnético, \vec{D} y \vec{H} son, respetivamente, los vectores de desplazamiento eléctrico y magnitud del campo magnético, ρ es la densidad de carga, \vec{J} es la densidad de corriente. Nos interesa principalmente la solución de estas ecuaciones en medios que no contengan cargas y corrientes libres, de modo que $\rho = 0$ y $\vec{J} = 0$. Además, se considera que el material es no magnético, o sea que se cumple que $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ y que los campos \vec{D} y \vec{E} están relacionados por medio de:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (2.5)$$

donde \vec{P} es conocido como la polarización eléctrica del medio, ε_0 y μ_0 como la permitividad y permeabilidad del vacío. Con las condiciones anteriores se obtiene que:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.6)$$

por lo que si se aplica el rotacional a la ecuación 2.3 conduce a:

$$\nabla \times \left(\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right). \quad (2.7)$$

Intercambiando el rotacional con la derivada parcial con respecto al tiempo podemos escribir la ecuación anterior como:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right), \quad (2.8)$$

sustituyendo a \vec{D} se obtiene:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) \right). \quad (2.9)$$

Que podemos escribir como:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}. \quad (2.10)$$

En general la polarización \vec{P} de un medio, en la aproximación de dipolo eléctrico y considerando una respuesta local del medio, es una función del campo \vec{E} de la forma [3]:

$$\begin{aligned} \vec{P} = \varepsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(1)}(t-t_1) \vec{E}(t_1) dt_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(2)}(t-t_1, t-t_2) \vec{E}(t_1) \vec{E}(t_2) dt_1 dt_2 + \\ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \chi^{(3)}(t-t_1, t-t_2, t-t_3) \vec{E}(t_1) \vec{E}(t_2) \vec{E}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \dots \end{aligned} \quad (2.11)$$

donde $\chi^{(n)}$ es definido como la susceptibilidad de n -ésimo orden y es un tensor de rango $n + 1$. Resolver la ecuación anterior no es simple por lo que hay que realizar ciertas aproximaciones. Utilizando la identidad vectorial siguiente $\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \nabla (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$ y considerando que el primer término del lado derecho de esta identidad, en general en óptica no lineal no es cero pero que su contribución puede ser despreciada entonces se puede obtener la siguiente ecuación:

$$\nabla^2 \cdot \vec{E} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2}, \quad (2.12)$$

donde $c_0 = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$.

Una aproximación que nos permite reducir aún más la ecuación anterior al considerar que el campo es monocromático, una sola frecuencia ω , y que se propaga principalmente en la dirección Z por lo que E se puede tratar como una función escalar de la forma $E(r, t) = A(r) \exp[i(kz - \omega t)]$, donde se tiene que A es la amplitud compleja que depende de la posición y k , es el vector de onda podemos escribir su laplaciano como:

$$\nabla^2 E = \left[\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + 2ik - k^2 A + \nabla_T^2 A \right] \exp(i(kz - \omega t)), \quad (2.13)$$

donde $\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ es el Laplaciano en coordenadas transversales. Por otro lado se tiene que $\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = -\omega^2 A(r) \exp[i(kz - \omega t)]$. Dado que la polarización inducida al medio es función del campo entonces podemos pensar que esta tiene una dependencia igual en el tiempo y dado que estamos considerando una sola frecuencia y que la respuesta es instantánea al campo E aplicado entonces se cumple que:

$$P = \epsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(3)} E^3) = \epsilon_0 (\chi^{(1)} + \chi^{(3)} A^2) A(r) \exp[i(kz - \omega t)], \quad (2.14)$$

para un medio que representa una no linealidad de tercer orden y las susceptibilidades son cantidades escalares. Por lo que la ecuación de onda se puede reducir bajo las condiciones anteriores a:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} - k^2 A + \nabla_T^2 A + \frac{\omega^2}{c_0^2} A = -\frac{\omega^2}{c_0^2} [\chi^{(1)} + 3\chi^{(3)} |A|^2] A. \quad (2.15)$$

Tomando en cuenta la aproximación paraxial de envolvente lenta, esto es que:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \ll 2ik \frac{\partial A}{\partial z}, \quad (2.16)$$

simplificando esta última ecuación a:

$$\nabla_T^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \left[k^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2} \right] A - \frac{\omega^2}{c_0^2} [\chi^{(1)} + 3\chi^{(3)} |A|^2] A, \quad (2.17)$$

y considerando que las susceptibilidades son cantidades complejas de la forma:

$$\begin{aligned} \chi^{(1)} &= \chi_R^{(1)} + i\chi_I^{(1)}, \\ \chi^{(3)} &= \chi_R^{(3)} + i\chi_I^{(3)}. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Sustituyendo en la ecuación 2.17 se tiene que:

$$\nabla_T^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = \left[k^2 - \frac{\omega^2}{c_0^2} [1 + \chi_R^{(1)}] \right] A - \frac{\omega^2}{c_0^2} \left[i\chi_I^{(1)} + 3 \left(\chi_R^{(3)} + i\chi_I^{(3)} \right) |A|^2 \right] A, \quad (2.19)$$

dado que:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c_0^2} \left(1 + \chi_R^{(1)}\right) = n^2 \frac{\omega^2}{c_0^2}, \quad (2.20)$$

donde n , es el índice de refracción lineal del medio, por lo tanto, la ecuación 2.19 se puede simplificar a:

$$\nabla_T^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\omega^2}{c_0^2} \left[i\chi_I^{(1)} + 3 \left(\chi_R^{(3)} + i\chi_I^{(3)} \right) |A|^2 \right] A. \quad (2.21)$$

Le ecuación anterior será la ecuación fundamental para los fenómenos tratados en este trabajo de tesis.

2.3. Haces Gaussianos.

Si en la ecuación obtenida al final de la sección anterior consideramos que el medio donde se está propagando el campo tiene una susceptibilidad a primer orden puramente real y que la susceptibilidad no lineal es cero entonces se obtiene algo que se conoce como la aproximación paraxial de la ecuación de Helmholtz, o sea que:

$$\nabla_T^2 A + i2k \frac{\partial A}{\partial z} = 0. \quad (2.22)$$

La solución más simple a esta ecuación es la onda paraboloidal, que es la aproximación paraxial de una onda esférica. Otra solución es el haz Gaussiano, este tipo de haces tiene una amplitud compleja representada por [2]

$$E(\vec{r}) = A_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp \left[-\frac{r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[-ikz - ik \frac{r^2}{2R(z)} + i\xi(z) \right], \quad (2.23)$$

donde:

$$\omega(z) = \omega_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (2.24)$$

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_0}{z} \right)^2 \right], \quad (2.25)$$

$$\omega_0 = \left(\frac{\lambda z_0}{\pi} \right)^{1/2}, \quad (2.26)$$

$$z_0 = \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda}, \quad (2.27)$$

$$\xi(z) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right). \quad (2.28)$$

Estos parámetros se conocen como: $\omega(z)$ radio del haz, $R(z)$ es el radio de curvatura del frente de onda, ω_0 es la cintura del haz y z_0 es la distancia de Rayleigh. La intensidad para un haz Gaussiano $I(\vec{r}) = |E(\vec{r})|^2$ es una función de las distancias axial z y radial $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$, como se muestra a continuación:

$$I(r, z) = I_0 \left[\frac{\omega_0}{\omega(z)} \right]^2 \exp \left[-\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right], \quad (2.29)$$

donde $I_0 = |A_0|^2$. En cada posición de z la intensidad es una función Gaussiana. La intensidad en eje ($r = 0$) de este tipo de haz ésta dada por:

$$I(0, z) = I_0 \left[\frac{\omega_0}{\omega(z)} \right]^2 = \frac{I_0}{1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2}. \quad (2.30)$$

En la cual tiene su máximo valor I_0 en $z = 0$ y decae gradualmente (de forma Lorentziana) al incrementar Z .

La potencia total para un haz Gaussiano, se puede ver como la integral de la intensidad óptica sobre un plano transversal (a una distancia Z), está dada como:

$$P_T = \int_0^\infty I(r, z) 2\pi\rho d\rho = \frac{1}{2} I_0 (\pi\omega_0^2). \quad (2.31)$$

La cual es independiente de Z .

2.4. No localidad en medios no lineales.

Existe una gran variedad de mecanismos físicos que pueden contribuir a que un medio exhiba un índice de refracción dependiente de la intensidad, algunos de estos pueden ser locales y no locales. La respuesta de un medio se considera como local cuando el cambio de índice de refracción copia la distribución de la intensidad. Cuando el perfil de refracción, es más ancho o más angosto que el perfil de intensidad, la respuesta del medio se considera como no local. Una respuesta no local puede ser generada por diferentes mecanismos que dependen de los medios y las propiedades del haz de luz. La no linealidad de un material es una propiedad óptica importante que caracteriza la respuesta del medio respecto de un campo externo. Es común considerar que la respuesta del material en un cierto punto dependa sólo del valor del campo en ese punto [29], en este caso se dice que el material es local, pero la respuesta de muchos materiales no es de este tipo.

En un medio no local la respuesta no lineal inducida en un punto afecta una cierta región; la respuesta del medio en un punto en particular no está determinada solamente por la intensidad de la onda en ese punto, sino que depende de dicha intensidad en la vecindad del punto [30]. La no localidad es un aspecto de gran importancia en diversos sistemas físicos. En óptica las no linealidades no locales aparecen cuando los mecanismos no lineales involucran procesos de transporte como conducción de calor en materiales con no linealidades térmicas [31, 32], deriva ó difusión de cargas eléctricas en medios fotorrefractivos [33, 34], difusión atómica [35], entre otros. También se presenta debido a fuerzas de largo alcance ó interacciones de varios cuerpos [36]. Este efecto también ha sido observado en cristales líquidos nemáticos [37]. Para que un material exhiba una respuesta no lineal es necesario que la luz incidente en el material sea lo suficientemente intensa para producir un cambio de índice de refracción en el medio, dicho cambio para un medio no local puede representarse por la siguiente expresión, que corresponde a un modelo fenomenológico para medios no locales [38].

$$\Delta n(I) = s \int R(\vec{\xi} - \vec{r}) I(\vec{\xi}, z) d\vec{\xi}, \quad (2.32)$$

donde la integral $\int d\vec{\xi}$ se realiza sobre todas las dimensiones transversales, $s = 1$ corresponde a un enfocamiento (no linealidad positiva) y $s = -1$ a un desenfocamiento (no linealidad negativa). La función de respuesta $R(\vec{r})$ se considera real, localizada y simétrica, por lo que satisface la condición de normalización $\int R(\vec{r}) d\vec{r} = 1$. El ancho de la función de respuesta R determina el grado de la no localidad.

Para una respuesta local $R(r) = \delta(r)$, $\Delta n = sI(\vec{r}, z)$ lo que significa que el cambio en el índice de refracción en un punto está determinado por la intensidad de la luz en ese mismo punto, figura 2.1 a). Con el incremento del ancho de $R(r)$ la intensidad de la luz en la vecindad de un cierto punto contribuye al cambio en el índice de refracción, esto puede verse en la figura 2.1. La no localidad juega un papel importante en fenómenos relacionados con la propagación de haces ópticos en medios no lineales, ejemplo de esto son los solitones espaciales.

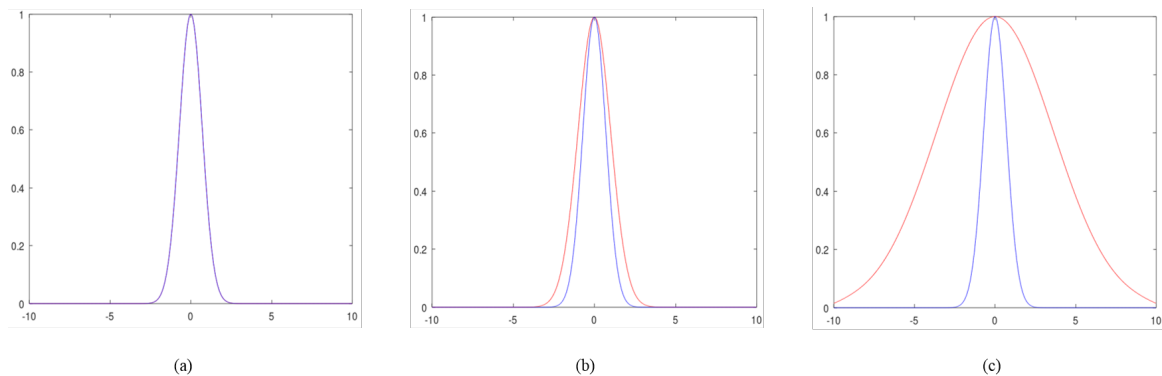


Figura 2.1: Perfil transversal del índice de refracción (línea roja) como función de la intensidad para un haz incidente Gaussiano (línea azul) y una función de respuesta Gaussiana de ancho: a) 0.01 ,b) 1 y c) 5.

Sin embargo, se puede observar en la figura 2.1 que el cambio de índice de refracción tiene un ancho igual o mayor al de la intensidad incidente, por lo que, al considerar haces gaussianos y una función de respuesta gaussiana, el cambio de índice de refracción es de igual manera gaussiano, por lo tanto se asume que el cambio de índice de refracción es proporcional a la intensidad del haz incidente elevado a la potencia $m/2$. Donde m sería el parámetro que caracteriza el grado de no localidad: $m < 2$ produce cambios que se extienden en un área mayor que cuando $m = 2$ (caso local) y cuando $m > 2$ los cambios ocurren en una área menor al del caso $m = 2$ [17].

Capítulo 3

Modelo propuesto

3.1. Introducción.

En este capítulo se propone un modelo para obtener curvas de barrido en Z en medios gruesos no lineales, no locales y que además presenten refracción y absorción no lineal de manera simultánea. Este modelo permitirá obtener formulas analíticas para la transmitancia normalizada que resulta de la técnica de barrido en Z. Se iniciará el análisis recordando cómo es el campo a la salida de un medio delgado local para después extender este análisis para el caso de muestras con respuesta no local. Posteriormente se analizan muestras gruesas considerando que tanto la refracción no lineal como la absorción no lineal son pequeñas (<1 rad). Finalmente se mostrará a que se reducen estas fórmulas para algunos casos especiales de la no localidad.

3.2. Descripción de la técnica de barrido en Z (Z-scan).

La técnica de barrido en Z, esquematizada en la figura 3.1, consiste en desplazar una muestra de material no lineal a lo largo (antes y después del foco) de un haz enfocado (generalmente gaussiano). La luz transmitida por la muestra es captada por un foto-detector, colocado generalmente a campo lejano, recordando que sobre el detector se coloca una abertura circular pequeña, para medir las variaciones sobre el eje óptico. El comportamiento de la transmitancia en función de la posición de la muestra depende del signo de la no linealidad, de tal manera que un valor mínimo (valle) seguido de un máximo (pico) indicará una no linealidad positiva, mientras que una no linealidad negativa da el comportamiento opuesto (ver figura 3.2). La amplitud de la curva está relacionada con la magnitud de la no linealidad.

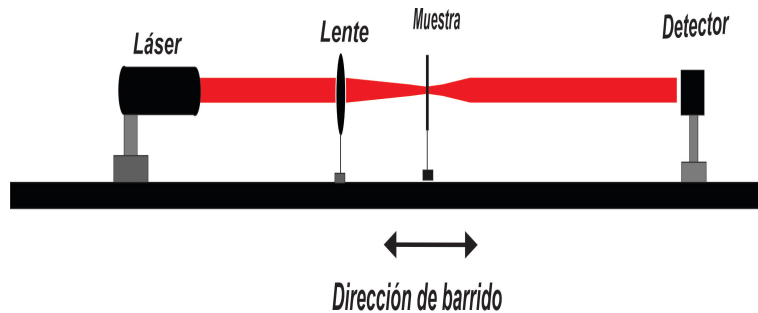


Figura 3.1: Esquema experimental de la técnica de barrido en Z.

La diferencia de transmitancia entre el pico y valle, ΔT_{p-v} , se utiliza para calcular la magnitud

del índice de refracción no lineal, a través de la ecuación:

$$n_2 = \frac{\Delta T_{p-v}}{0,406 \left(\kappa I_0 \left(\frac{1 - \exp(-\alpha L)}{\alpha} \right) \right)}, \quad (3.1)$$

donde: $\Delta T = T_{max} - T_{min}$, $\kappa = \frac{2\pi}{\lambda}$, que es el vector de onda, L es el espesor del medio, α es el coeficiente de absorción e I_0 es la intensidad inicial.

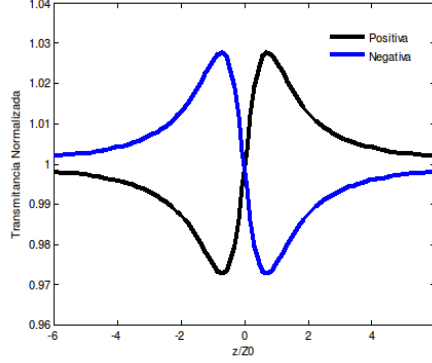


Figura 3.2: Curvas de barrido en Z para un medio que presenta una no linealidad positiva (línea negra) y negativa (línea azul).

3.3. Transmitancia normalizada en un medio delgado local, considerando absorción y refracción no lineal.

La parte teórica de la técnica de barrido en Z es aplicable a no linealidades de cualquier orden; por simplicidad se considera una no linealidad de tercer orden y que el medio es iluminado por un haz con distribución Gaussiana propagándose en la dirección Z . Además consideramos un medio delgado con espesor $L < z_0$, donde z_0 es la longitud de Rayleigh del haz Gaussiano. En el capítulo anterior se explicó que la ecuación (2.21) describe como varía la amplitud de campo A en un medio que presente una no linealidad de tercer orden.

Dado que estamos interesados en medios delgados podemos hacer cero el primer término de esta última ecuación, es decir $\nabla_T^2 A = 0$, ya que los cambios transversales en este caso son pequeños, por lo que la ecuación se reduce a:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\frac{\omega}{2ic_0 n} \left[i\chi_I^{(1)} + 3 \left(\chi_R^{(3)} + i\chi_I^{(3)} \right) |A|^2 \right] A. \quad (3.2)$$

Al resolver esta ecuación y si consideramos que podemos escribir la amplitud del campo de la siguiente forma :

$$A(z) = A_0(z) \exp(i\phi(z)), \quad (3.3)$$

donde tanto A_0 como ϕ son cantidades reales. Esto permite obtener el siguiente par de ecuaciones acopladas:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \omega \frac{3}{2nc_0} \chi_R^{(3)} |A_0|^2, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial A_0}{\partial z} = -\frac{\omega}{2nc_0} \left(\chi_I^{(1)} + 3\chi_I^{(3)} |A_0|^2 \right) A_0. \quad (3.5)$$

Definiendo a la intensidad como $I = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c |A|^2$ y sabiendo que $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$, entonces podemos expresar estas ecuaciones en términos de la intensidad, como:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = k_0 \gamma I, \quad (3.6)$$

y

$$\frac{\partial I}{\partial z} = -(\alpha_0 + \beta I) I, \quad (3.7)$$

donde $\gamma = \frac{3\chi_R^{(3)}}{2n^2\varepsilon_0 c_0}$, $\alpha_0 = \frac{\omega}{2nc_0} \chi_I^{(1)}$ y $\beta = \frac{3\omega}{2n^2\varepsilon_0 c_0^2} \chi_I^{(3)}$.

Para resolver estas ecuaciones hay que primero determinar cómo es $I(z)$ como función de la distancia de propagación en el medio no lineal. Esto es resolver (3.7) desde una posición $z' = 0$ a una distancia z' arbitraria dentro del medio, lo que implica que debemos conocer como es la intensidad en $z' = 0$ (en la entrada del medio no lineal) que llamaremos I_{en} , obteniendo que:

$$I(z) = \frac{I_{en} \exp(\alpha_0 z')}{(1 + \beta I_{en} L_{eff})} \quad (3.8)$$

donde, $L_{eff} = \frac{(1 - \exp(-\alpha_0 L))}{\alpha_0}$. Conociendo la dependencia de la intensidad en función de la distancia de propagación dentro del medio, podemos integrar (3.6) para saber cómo cambia la fase $\Delta\phi$ desde la entrada ($z' = 0$) hasta z' arbitraria, obteniendo que:

$$\Delta\phi(z) = \frac{k_0 \gamma}{\beta} \ln [1 + \beta I_{en} L_{eff}]. \quad (3.9)$$

Para un medio de espesor L , el campo a la salida lo podemos obtener de [39]:

$$E_{sal} = E_{en} \exp(-\alpha_0 L/2) [1 + \beta I_{en} L_{eff}]^{\frac{ik_0 \gamma}{\beta} - \frac{1}{2}}. \quad (3.10)$$

Conociendo este campo de salida entonces es posible utilizar descomposición Gaussiana para poder calcular el campo en la posición del detector en la técnica de barrido en Z y obtener que la transmitancia normalizada está dada por una expresión de la forma [40]:

$$T(z, \Delta\phi_0) = 1 + \frac{4x\Delta\Phi_0 - \Delta\Psi_0(x^2 + 3)}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)}, \quad (3.11)$$

donde, $x = z/z_0$, $\Delta\Phi_0$ y $\Delta\Psi_0$ son menores a un radian y están dadas por:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_0 &= k\gamma I_0 L_{eff}, \\ \Delta\Psi_0 &= \beta I_0 L_{eff}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.4. Transmitancia normalizada en un medio delgado no lineal no local.

La transmitancia normalizada en un medio delgado no lineal no local puramente refractivo fue propuesta por E. V. García Ramírez et.al.[17], donde se incorpora un parámetro m , este parámetro permite modificar la región espacial transversal en la muestra que ha sido afectada

por la presencia de un haz Gaussiano, m puede ser un número real positivo. En dicha propuesta $m = 2$ considera el caso local donde el cambio de fase no lineal sigue la intensidad incidente. Para valores $m < 2$ son casos no locales dando un cambio de fase no lineal más amplio que para $m > 2$. En este trabajo de tesis proponemos que el campo de salida para un medio delgado no lineal no local se puede escribir, utilizando el parámetro m para caracterizar la no localidad, como:

$$E_{sal} = E_{en} \exp(-\alpha_0 L/2) [1 + \beta_{m/2} I_{en}^{m/2} L_{efm}]^{-i \frac{2k_0 \gamma_{m/2}}{m \beta_{m/2}} - \frac{1}{m}}, \quad (3.13)$$

donde, $\beta_{m/2}$ es el coeficiente de absorción multifotónica, $m/2 + 1$ es el número de fotones absorbidos y $L_{efm} = (1 - \exp(-\alpha_0 L m/2)) / \alpha_0$. Hemos supuesto que el cambio de fase no lineal $\Delta\phi_{m/2}$ cambia en función de z' cómo:

$$\frac{d\Delta\phi_{m/2}}{dz'} = k_0 \gamma_{m/2} I^{m/2}. \quad (3.14)$$

Note que la expresión (3.13) reproduce lo que se ha reportado sobre cómo es la intensidad a la salida de medios que presentan absorción multifotónica.[41, 42, 43]

Si consideramos que el campo incidente es un haz Gaussiano de longitud de onda λ , cintura ω_0 y amplitud máxima E_0 , o sea que:

$$E_{en} = E_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp \left[-\frac{r^2}{\omega^2(z)} - i \frac{k_0 r^2}{2R(z)} \right]. \quad (3.15)$$

Entonces podemos calcular el campo, E_a , a una distancia d sobre eje, que es necesario para la técnica de barrido en Z con abertura, mediante [44].

$$E_a = \frac{ik_0}{d} \exp(-ik_0 d) \int_0^\infty E_{sal} \exp\left(-\frac{ik_0 r^2}{2d}\right) r dr. \quad (3.16)$$

Sustituyendo (3.15) en (3.13) obtenemos que el campo E_a lo podemos escribir como:

$$E_a = \Lambda \int_0^\infty \exp(-ar^2) \left[1 + \frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}} \exp(-br^2) \right]^{i \frac{2k_0 \gamma_{m/2}}{m \beta_{m/2}} - \frac{1}{m}} r dr, \quad (3.17)$$

donde:

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{ik_0 E_0 \omega_0}{d \omega(z)} \exp(-\alpha_0 L/2) \exp(-ik_0 d) \\ a &= \frac{1}{\omega^2(z)} + \frac{ik_0}{2} \left(\frac{1}{R(z)} - \frac{1}{d} \right) \\ b &= \frac{m}{\omega^2(z)} \end{aligned}$$

con $\Delta\Psi_{0m/2} = \beta_{m/2} I_0^{m/2} L_{efm}$.

Si hacemos el siguiente cambio de variable $\eta = \exp(-br^2)$ en la integral, E_a se transforma a:

$$E_a = \frac{\Lambda}{2b} \int_0^1 \eta^{\frac{a}{b}-1} \left[1 + \frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}} \eta \right]^{i \frac{2k_0 \gamma_{m/2}}{m \beta_{m/2}} - \frac{1}{m}} d\eta. \quad (3.19)$$

Podemos resolver esta integral si hacemos uso de la función hipergeométrica, F , definida como [45]:

$$F(\mu, \nu, \xi, y) = \frac{\Gamma(\xi)}{\Gamma(\nu) \Gamma(\xi - \nu)} \int_0^1 t^{\xi-\nu-1} t^{\nu-1} (1-yt)^{-\mu} dt, \quad (3.20)$$

donde Γ es la función Gamma, si identificamos que:

$$\begin{aligned}\mu &= -\frac{i2k_0\gamma_{m/2}}{m\beta_{m/2}} + \frac{1}{m} \\ \nu &= \frac{a}{b} \\ \xi &= \frac{a}{b} + 1 \\ y &= -\frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1+(z/z_0))^{m/2}}\end{aligned}$$

Entonces el campo en la abertura está dado por:

$$E_a = \frac{\Lambda}{2a} F\left(-i\frac{2k_0\gamma_{m/2}}{m\beta_{m/2}} + \frac{1}{m}, \frac{a}{b}, \frac{a}{b} + 1, -\frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}\right). \quad (3.22)$$

Normalizando este campo E_a cuando no hay efectos no lineales en el medio delgado entonces obtenemos que la transmitancia normalizada T la podemos calcular mediante

$$T(z) = \left| F\left(-i\frac{2k_0\gamma_{m/2}}{m\beta_{m/2}} + \frac{1}{m}, \frac{a}{b}, \frac{a}{b} + 1, -\frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}\right) \right|^2. \quad (3.23)$$

A el campo lejano, esto es cuando $d \gg z_0$, Z se tiene que:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{m} + i\frac{z}{mz_0}. \quad (3.24)$$

En el caso de un medio no local con no linealidad puramente refractiva, el campo a la salida del medio está dado por:

$$E_{sal} = E_{en} \exp(-\alpha_0 L/2) \exp(-i2k_0\gamma_{m/2} I_e^{m/2}/m). \quad (3.25)$$

Asumiendo nuevamente como campo incidente el haz Gaussiano dado en (3.15) se obtiene el campo en la posición de la abertura y en eje está dado por:

$$E_a = \Lambda \int_0^\infty \exp(-ar^2) \exp\left[-\frac{i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}} \exp(-br^2)\right] r dr, \quad (3.26)$$

donde a y b tienen la misma definición que en el caso anterior y $\Delta\Phi_{0m/2} = 2k_0\gamma_{m/2} I_0^{m/2} L_{efm}/m$ haciendo el cambio de variable $\eta = \exp(-br^2)$ la ecuación anterior se transforma a:

$$E_a = -\left(\frac{\Lambda}{2b}\right) \int_0^1 \eta^{\frac{a}{b}-1} \exp\left(-\frac{i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}} \eta\right) d\eta. \quad (3.27)$$

La integral la podemos resolver identificando a la función Kummer, M , dada por [45]:

$$M(\nu, \xi, y) = \frac{1}{\Gamma(\nu)\Gamma(\xi-\nu)} \int_0^1 \exp(yt) t^{\nu-1} (1-t)^{\xi-\nu-1} dt, \quad (3.28)$$

donde $y = -\frac{i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}$, mientras que ν y ξ tienen la misma definición que en el caso anterior, entonces:

$$E_a = \frac{\Lambda}{2b} \Gamma(a/b) M\left(\frac{a}{b}, \frac{a}{b+1}, -\frac{i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}\right) = \frac{\Lambda}{2a} F\left(0, \frac{a}{b}, \frac{a}{b} + 1, -\frac{i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}\right). \quad (3.29)$$

Normalizando este campo cuando el medio se comporta de manera lineal, obtenemos que la transmitancia normalizada para el caso de un medio delgado no local con no linealidad puramente refractiva está dada por:

$$T = \left| F\left(0, \frac{a}{b}, \frac{a}{b} + 1, -\frac{i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}\right) \right|^2. \quad (3.30)$$

También necesitamos calcular la transmitancia normalizada para el caso que se conoce como técnica de barrido en Z sin abertura (open aperture Z-scan, en inglés) ya que este depende solamente de la absorción no lineal. Para ello necesitamos calcular la intensidad transmitida por la muestra delgada e integrarla en la coordenada r desde cero hasta infinito. La intensidad transmitida está dada por:

$$I_{sal} = \frac{I_{en} \exp(-\alpha_0 L)}{\left[1 + \beta_{m/2} I_{en}^{m/2} L_{efm}\right]^{2/m}}. \quad (3.31)$$

La potencia transmitida P estaría dada por:

$$P = 2\pi \int_0^\infty I_{sal} r dr = I_0 \omega_0^2 \pi \exp(-\alpha_0 L) (a/2b) \int_0^1 \frac{\eta^{\frac{a}{b}-1}}{\left[1 + \frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}\right]^{2/m}} d\eta, \quad (3.32)$$

donde:

$$a = \frac{1}{\omega^2(z)}$$

$$b = \frac{m}{\omega^2(z)}$$

y el resto de los parámetros ya se definieron anteriormente. Entonces podemos identificar nuevamente a la función hipergeométrica si:

$$\mu = \frac{2}{m}$$

$$\nu = \frac{2}{m}$$

$$\xi = \frac{2}{m} + 1$$

$$y = -\frac{-\Delta\Psi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}$$

Entonces la potencia transmitida está dada por:

$$P = \frac{\pi I_0}{2} \omega_0^2 \exp(-\alpha_0 L) F\left(\frac{2}{m}, \frac{2}{m}, \frac{2}{m} + 1, \frac{-\Delta\Psi_{0m/2}}{(1+(z/z_0)^2)^{m/2}}\right). \quad (3.35)$$

Normalizando para cuando el medio delgado no presenta no linealidad, entonces la transmitancia normalizada para un medio delgado no local con no linealidad puramente absorptiva está dada por:

$$T = F \left(\frac{2}{m}, \frac{2}{m}, \frac{2}{m} + 1, \frac{-\Delta\Psi_{0m/2}}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}} \right). \quad (3.36)$$

Las expresiones analíticas obtenidas para el caso puramente refractivo y absorptivo nos permiten obtener expresiones aproximadas al utilizar la expresión en series de la función hipergeométrica F la cual está dada por [45]:

$$F(\mu, \nu, \xi, y) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\mu_s \nu_s y^s}{\xi_s!}, \quad (3.37)$$

donde:

$$p_0 = 1,$$

$$p_s = p(p+1)(p+2)\dots(p+s-1) = \frac{\Gamma(p+s)}{\Gamma(p)}, (s > 1).$$

Entonces F para un medio con no linealidad puramente refractiva está dada por:

$$F = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(a/b)_s}{(a/b+1)_s s!} \left(\frac{-i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}} \right)^s. \quad (3.38)$$

Si suponemos que $\Delta\Phi_{0m/2} < 1rad$, entonces podemos desarrollar esta sumatoria y quedarnos con el primer término, es decir:

$$F = 1 + \frac{(a/b)}{(a/b+1)} \left(\frac{-i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}} \right), \quad (3.39)$$

bajo la suposición anterior:

$$T = \left| 1 + \frac{(a/b)}{(a/b+1)} \left(\frac{-i\Delta\Phi_{0m/2}}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}} \right) \right|^2. \quad (3.40)$$

Quedándonos solo con el término lineal, obtenemos que la transmitancia para un medio delgado no local está dada aproximadamente por:

$$T = 1 + \frac{2mx\Delta\Phi_{0m/2}}{((m+1)^2 + x^2)(1+x^2)^{m/2}}, \quad (3.41)$$

donde: $x = z/z_0$.

Note que esta expresión es la misma que se obtuvo en [40] cuando $m = 2$. Para un medio puramente absorptivo, la técnica de barrido en Z sin abertura y considerando que $\Delta\Psi_{0m/2} < 1rad$ podemos escribir la transmitancia como:

$$T = \frac{2}{m} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(2/m)_s}{(2/m+s)_s s!} \left(-\frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1 + (z/z_0)^2)^{m/2}} \right)^s. \quad (3.42)$$

Desarrollando al primer término lineal tenemos que:

$$T = \left(1 + \frac{4\Delta\Psi_{0m/2}}{(m(2+m))(1+x^2)^{m/2}} \right)^{-1}. \quad (3.43)$$

Note que esta expresión se reduce a la misma que se obtuvo en [40] cuando $m = 2$, donde consideran el caso puramente absorptivo y además reproduce lo obtenido en el caso local, caso contrario cuando consideran un $m = 1, m = 4$. Las expresiones obtenidas serán utilizadas para determinar las formulas a usar en el caso que el medio ya no sea delgado.

3.5. Transmitancia normalizada en medios gruesos no lineales y no locales.

Se considera un medio ópticamente grueso como aquel que al ser iluminado por un haz Gaussiano con una distancia de Rayleigh Z_0 tenga un espesor mayor a Z_0 , el cual se dividirá en N rebanadas de medios delgados a través de las cuales se transmite dicho haz Gaussiano. En este trabajo de tesis se considerará que cada rebanada corresponde a un medio no lineal no local caracterizada por una respuesta refractiva $\Delta\Phi_0$ y una respuesta absorbtiva $\Delta\Psi_0$.

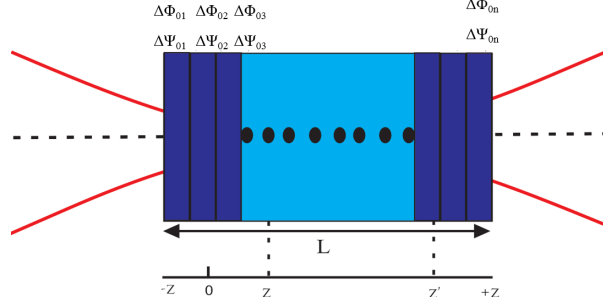


Figura 3.3: Medio de longitud L modelado como N rebanadas de medios delgados con respuesta no lineal no local refractiva $\Delta\Phi_0$ y absorbtiva $\Delta\Psi_0$.

Inicialmente consideraremos que la no linealidad exhibida por cada una de las rebanadas es puramente refractiva. Supondremos que entonces la transmitancia para este caso es el producto de cada una de las transmitancias de los medios delgados que se encuentran de diferentes posiciones z_i hasta completar el medio grueso, esto quiere decir que la transmitancia la podemos calcular de:

$$T = \left(1 + \frac{2m\Delta\Phi_{01}x_1}{(x_1^2 + (m+1)^2)(x_1^2 + 1)^{m/2}}\right) \times \left(1 + \frac{2m\Delta\Phi_{02}x_2}{(x_2^2 + (m+1)^2)(x_2^2 + 1)^{m/2}}\right) \times \left(1 + \frac{2m\Delta\Phi_{03}x_3}{(x_3^2 + (m+1)^2)(x_3^2 + 1)^{m/2}}\right) \cdots, \quad (3.44)$$

donde: $x_i = z_i/z_0$. Esta transmitancia la podemos aproximar a:

$$T \approx \exp\left(\frac{2m\Delta\Phi_{01}x_1}{(x_1^2 + (m+1)^2)(x_1^2 + 1)^{m/2}}\right) \exp\left(\frac{2m\Delta\Phi_{02}x_2}{(x_2^2 + (m+1)^2)(x_2^2 + 1)^{m/2}}\right) \cdots \quad (3.45)$$

Esta última expresión la podemos escribir como:

$$T = \exp\left[\sum_{i=1}^N \frac{2m\Delta\Phi_{0i}x_i}{(x_i^2 + (m+1)^2)(x_i^2 + 1)^{m/2}}\right]. \quad (3.46)$$

Escribiendo $\Delta\Phi_{0i} = \Delta\Phi_R\Delta x_i$ donde $\Delta x_i = L_{efm}/z_0$ y cuando $L_{efm} \rightarrow 0$, la sumatoria puede aproximarse como una integral es decir,

$$T \approx \exp\left[\int_x^{x+l} \left(\frac{2m\Delta\Phi_R x'}{(x'^2 + (m+1)^2)(x'^2 + 1)^{m/2}}\right) dx'\right], \quad (3.47)$$

donde l es la longitud total del medio grueso normalizado a z_0 , y x indica la posición de la cara de entrada del medio grueso. La integral en la (3.47), tiene una solución analítica en términos de la función hipergeométrica [Mathematica 10.4, (Wolfram Research, Inc, 2010)], dada por:

$$\int_x^{x+l} \left(\frac{2m\Delta\Phi_R x'}{(x'^2 + (m+1)^2)(x'^2 + 1)^{m/2}} \right) dx' = - \left[\left(\frac{2\Delta\Phi_R F\left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{2+m}{2}, \frac{m(2+m)}{x'^2 + (m+1)^2}\right)}{(x'^2 + (m+1)^2)} \right)^{m/2} \right]_x^{x+l} \quad (3.48)$$

Luego, la transmitancia normalizada para un medio no local grueso con contribución puramente refractiva pequeña para cualquier valor de la no localidad m viene dada por:

$$T_{RNL} = \exp \left(2\Delta\Phi_R \left[\left(\frac{1}{((x+l)^2 + (m+1)^2)^{m/2}} \right) F\left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{2+m}{2}, \frac{m(2+m)}{(x+l)^2 + (m+1)^2}\right) - \left(\frac{1}{(x^2 + (m+1)^2)^{m/2}} \right) F\left(\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{2+m}{2}, \frac{m(2+m)}{x^2 + (m+1)^2}\right) \right] \right) \quad (3.49)$$

Ahora para obtener la transmitancia normalizada en medios gruesos con puramente absorción no lineal menor a un radian, utilizaremos la expresión obtenida, análoga caso delgado refractivo, para un medio no local delgado que en el caso grueso es el producto de dicha transmitancia:

$$T = \left(1 + \frac{4\Delta\Psi_{01}}{m(m+2)(1+x_1^2)^{m/2}} \right)^{-1} \left(1 + \frac{4\Delta\Psi_{02}}{m(m+2)(1+x_2^2)^{m/2}} \right)^{-1} \dots \quad (3.50)$$

Que podemos aproximar a:

$$T = \frac{1}{\left(1 + \frac{4}{m(m+2)} \sum_{i=1}^N \frac{\Delta\Psi_{0m/2}}{(1+x_i^2)^{m/2}} \right)}. \quad (3.51)$$

Escribiendo $\Delta\Psi_{0i} = \Delta\Psi_A \Delta x_i$, la sumatoria en la última ecuación se puede convertir en una integral cuando $L_{efm} \rightarrow 0$, obteniendo lo siguiente:

$$T_{ANL} \approx \frac{1}{1 + \frac{4}{m(2+m)} \int_x^{x+l} \frac{\Delta\Psi_A}{(1+x'^2)^{m/2}} dx'}. \quad (3.52)$$

Una vez más, la integral de la ecuación (3.52) se puede calcular analíticamente en términos de la función hipergeométrica. Por tanto, tendremos que la transmitancia para obtener curvas de absorción no lineal en medios gruesos no lineales no locales queda expresada de la siguiente manera:

$$T_{ANL} = \frac{1}{1 + \frac{4\Delta\Psi_A}{m(m+2)} \left[(x+l) F\left(\frac{1}{2}, \frac{m}{2}, \frac{3}{2}, -(x+l)^2\right) - x F\left(\frac{1}{2}, \frac{m}{2}, \frac{3}{2}, -x^2\right) \right]}. \quad (3.53)$$

Podemos obtener así mismo curvas de barrido en Z de medios gruesos que presentan refracción y absorción no lineal, es decir que ambos efectos estén presentes de manera simultánea y así obtener algo que llamaremos T_{GE} por medio del producto de la transmitancia refractiva por la absorptiva, esto es:

$$T_{GE} = T_{RNL} \times T_{ANL} \quad (3.54)$$

Tanto la integral de la expresión (3.48) y (3.52) se pueden resolver para casos particulares, es decir para valores en su no localidad específicos como: $m = 1$, $m = 2$ y $m = 4$, estos casos son tanto para refracción como para la absorción no lineal, teniendo las siguientes expresiones: Transmitancia normalizada en medios gruesos no lineales y no locales considerando una respuesta puramente refractiva:

$m = 1$

$$T = \exp \left[\frac{2\Delta\Phi_R}{\sqrt{3}} \left(\arctan \left(\frac{\sqrt{1+(x+l)^2}}{\sqrt{3}} \right) - \arctan \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{3}} \right) \right) \right], \quad (3.55)$$

$m = 2$

$$T = \left(\frac{[(x+l)^2 + 1] \times [(x^2 + 9)]}{[(x+l)^2 + 9] \times [(x^2 + 1)]} \right)^{\frac{\Delta\Phi_R}{4}}, \quad (3.56)$$

$m = 4$

$$T = \exp \left[-\frac{\Delta\Phi_R}{6} \left(\frac{1}{(1+(x+l)^2)} - \frac{1}{(1+x^2)} \right) \right] \left[\frac{(1+(x+l)^2)(x^2+9)}{((x+l)^2+9)(x^2+1)} \right]^{-\Delta\Phi_R/144}, \quad (3.57)$$

donde: $l = L/z_0$ y $x = z/z_0$.

Así mismo obtenemos expresiones analíticas considerando absorción no lineal y casos específicos es decir para: $m = 1$, $m = 2$ y $m = 4$.

$m = 1$

$$T = \frac{1}{1 + \frac{4}{3}\Delta\Psi_A [\sinh^{-1}(x+l) - \sinh^{-1}(x)]}, \quad (3.58)$$

$m = 2$

$$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\Delta\Psi_A [\arctan(x+l) - \arctan(x)]}, \quad (3.59)$$

$m = 4$

$$T = \frac{1}{1 + \frac{1}{6}\Delta\Psi_A \left[\left(\frac{x+l}{1+(x+l)^2+\arctan(x+l)} \right) - \left(\frac{x}{(1+x^2)+\arctan(x)} \right) \right]}. \quad (3.60)$$

Las ecuaciones obtenidas en este capítulo nos permiten calcular curvas de refracción y absorción no lineal de manera independiente tanto en medios delgados como en medios gruesos no lineales y con diferentes no localidades, estos resultados con las expresiones aquí obtenidas se discutirán en el siguiente capítulo. Las expresiones analíticas obtenidas fueron publicadas en una revista internacional [46].

Capítulo 4

Resultados numéricos

Expresiones analíticas para la transmitancia normalizada obtenida en la técnica de barrido en Z , para medios delgados, implica por lo regular sumas infinitas tanto para el caso local como no local. Solo se reducen a expresiones más simples cuando se impone la condición de considerar cambios de fase tanto refractivos como absorptivos no lineales pequeños. Con el tratamiento desarrollado en el capítulo anterior, podemos decir que en nuestro caso se reducen a evaluar una misma función, que es la función hipergeométrica, claro que con ciertos parámetros relevantes para cada caso particular. En este capítulo se presentan curvas de barrido en Z obtenidas mediante la evaluación numérica de las formulas desarrolladas en el capítulo anterior, tanto el caso delgado como para medios no locales de cualquier espesor. En el caso delgado se presentan curvas para medios que exhiben de manera simultánea tanto refracción como absorción no lineal para diferentes no localidades con cambios de fase grandes. Posteriormente se presentan curvas de barrido en Z de manera separada de refracción y de absorción para cambios de fase pequeños con la idea de mostrar hasta donde pueden ser válidas las formulas aproximadas obtenidas para medios delgados. En el caso de medios ópticamente gruesos se presentan curvas de refracción no lineal y absorción no lineal de manera independiente para diferentes no localidades y con pequeños cambios de fase no lineal, posteriormente se muestran curvas para medios que presentan ambas contribuciones de manera simultánea es decir refracción y absorción no lineal. Finalmente se presenta curvas correspondientes de artículos publicados con la idea de mostrar que las formulas obtenidas reproducen resultados ya reportados.

4.1. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales con refracción y absorción no lineal.

Iniciamos esta sección mostrando curvas de barrido en Z para un medio delgado que presenta al mismo tiempo la refracción y absorción no lineal para el caso local, es decir, para un $m = 2$ (ec. 3.23). Es importante recalcar que la expresión obtenida es igual a la reportada en [47], en la cual muestran también una comparación con resultados de [48], quienes a su vez obtienen una expresión analítica para la transmitancia normalizada basada en la función Gamma incompleta. Esto nos motivó a usar los mismos valores que consideran estos autores para la refracción y absorción no lineal, con el objetivo de usarlos posteriormente para hacer una comparación en el caso no local, es decir, valores para m diferentes de 2.

En la figura 4.1 se muestra la influencia de la absorción no lineal en las curvas de barrido en Z con $m = 2$. En esta misma figura se observa que la posición de los máximos se desplaza hacia la derecha mientras que la posición de los mínimos se mantiene cuando la refracción no lineal aumenta. La amplitud del pico de cada una de las curvas aumenta a diferencia de la amplitud de sus valles, los cuales disminuyen, se observa también que para valores de refracción no lineal $\geq 2\pi$ el valle se deforma.

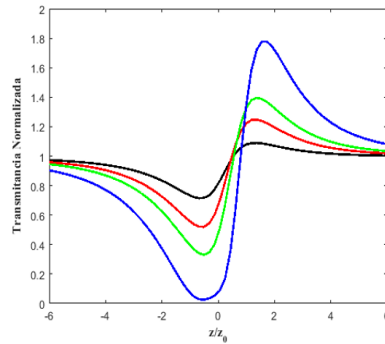


Figura 4.1: Curvas de barrido en Z en medios delgados locales ($m = 2$) considerando absorción no lineal de 0.5 y refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).

En la figura 4.2 se muestra el cambio en las curvas de barrido en Z considerando tres valores distintos en su refracción no lineal: a) $\pi/3$, b) π y c) 2π . Cuando la absorción no lineal toma valores de: 0.1, 0.3, 0.6 y 0.9.

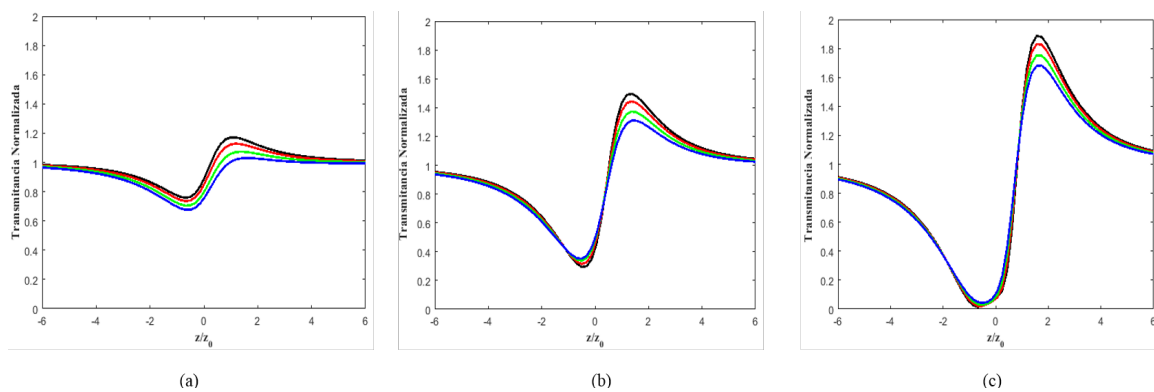


Figura 4.2: Curvas de barrido en Z para medios delgados locales ($m = 2$) refracción no lineal de: a) $\pi/3$, b) π , c) 2π . Considerando absorción no lineal de: 0.1 (negro), 0.3 (rojo), 0.6 (verde), 0.9 (azul).

En las curvas de la figura 4.2 a) se observa que al ir aumentando la absorción no lineal la amplitud tanto del pico como del valle disminuyen. La posición de los picos se desplaza ligeramente hacia la derecha y la posición de su valle se mantiene en cada una de las curvas. Sin embargo, al aumentar la magnitud de refracción no lineal figuras 4.2 b) y 4.2 c), el pico tiende a disminuir en amplitud, mientras que el valle tiende a aumentar ligeramente, observando que ΔT_{p-v} es mucho mayor en la figura 4.2 c). En la figura 4.3 se muestra la influencia de la absorción no lineal en las curvas de barrido en Z en el caso no local ($m = 1$), en esta misma figura se observa que a medida que aumenta la refracción no lineal la posición de los picos se desplaza hacia la derecha mientras que los valles permanecen en la misma posición a excepción de cuando su refracción no lineal es igual a 2π , la cual se desplaza ligeramente hacia la derecha. La amplitud del pico de cada una de las curvas aumenta a diferencia de la amplitud de sus valles, los cuales disminuyen, se observa también que para valores de refracción no lineal mayores iguales a 2π el valle se deforma.

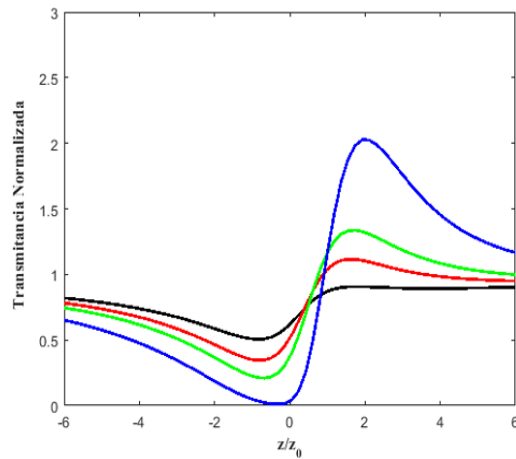


Figura 4.3: Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 2$) con absorción no lineal de 0.5 y refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).

En la figura 4.4 se muestra también el cambio en las curvas de barrido en Z considerando tres valores distintos en su refracción no lineal: a) $\pi/3$, b) π y c) 2π . Donde la absorción no lineal es de: 0.1, 0.3, 0.6 y 0.9.

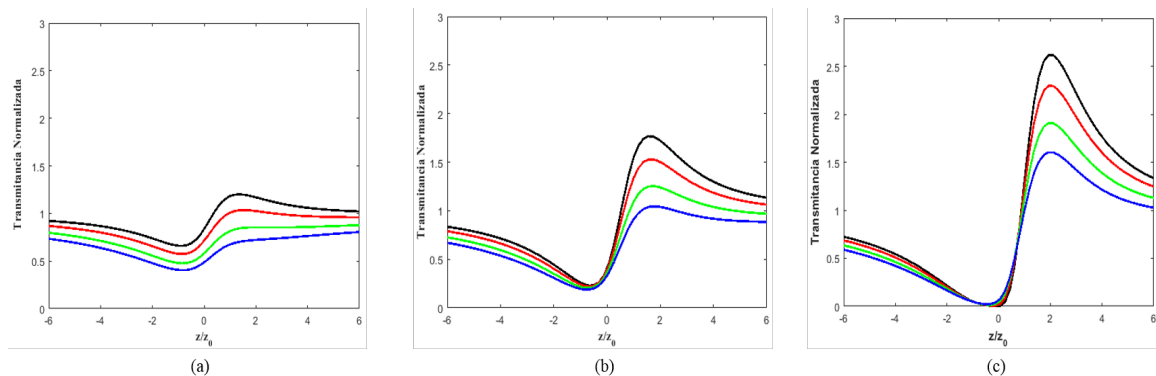


Figura 4.4: Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 1$) refracción no lineal de: a) $\pi/3$, b) π , c) 2π . Considerando absorción no lineal de: 0.1 (negro), 0.3 (rojo), 0.6 (verde), 0.9 (azul).

En las curvas de la figura 4.4 a) se observa que al ir aumentando la absorción no lineal la amplitud tanto del pico como del valle disminuyen. La posición de su valle se mantiene en cada una de las curvas. Sin embargo, al aumentar la magnitud de refracción no lineal figuras 4.4 b) y 4.4 c), el pico tiende a disminuir en amplitud más rápido que en el caso local, mientras que el valle tiende a aumentar ligeramente, observando que ΔT_{p-v} es mucho mayor en la 4.4 c). En la figura 4.5 se muestra ahora la influencia de la absorción no lineal en las curvas de barrido en Z con $m = 4$ (caso no local), en esta misma figura se observa que la posición de los picos se desplaza hacia la derecha mientras que los valles permanece en la misma posición cuando su refracción no lineal aumenta. La amplitud del pico de cada una de las curvas aumenta a diferencia de la amplitud de sus valles, los cuales disminuyen.

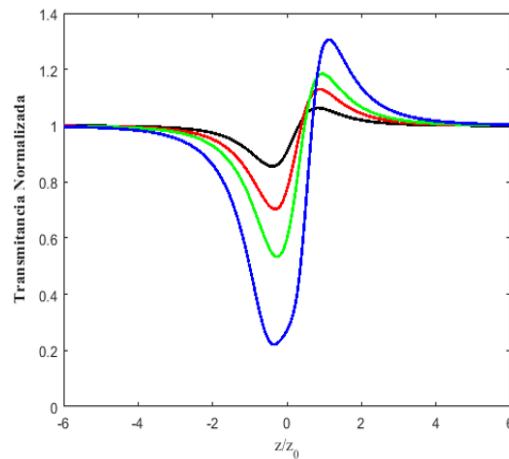


Figura 4.5: Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 4$) considerando absorción no lineal de 0.5 y refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).

En la figura 4.6 se muestran también el cambio en las curvas de barrido en Z considerando tres valores distintos en su refracción no lineal: a) $\pi/3$, b) π y c) 2π . Donde la absorción no lineal es de: 0.1, 0.3, 0.6 y 0.9.

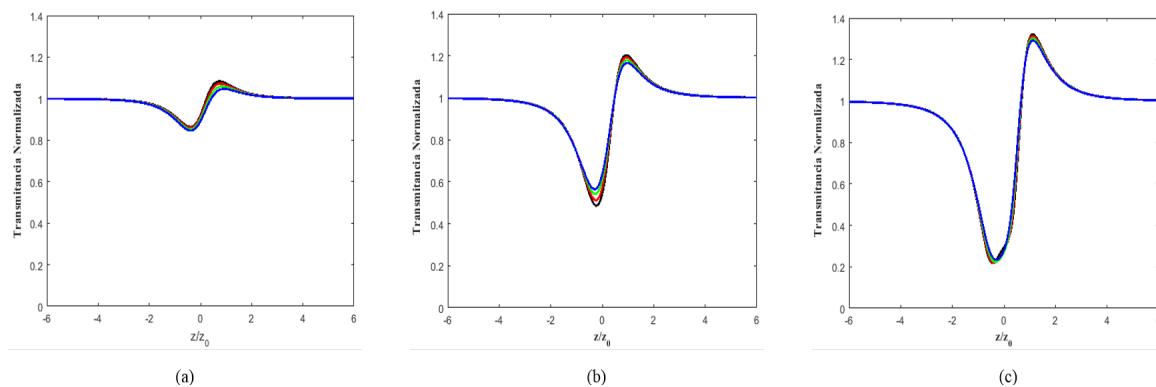


Figura 4.6: Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales ($m = 4$) refracción no lineal de: a) $\pi/3$, b) π y 2π . Con absorción no lineal de: 0.1 (negro), 0.3 (rojo), 0.6 (verde) y 0.9 (azul).

En las curvas de la figura 4.6 a) se observa que al ir aumentando la absorción no lineal la amplitud tanto del pico como del valle disminuyen ligeramente a diferencia de $m = 2$ y $m = 1$. La posición de los picos se desplaza ligeramente hacia la derecha y la posición de sus valles se mantienen en cada una de las curvas. Sin embargo, al aumentar la magnitud de refracción no lineal figuras 4.6 b) y 4.6 c), el pico tiende a disminuir en amplitud, mientras que el valle tiende a aumentar ligeramente, observando que ΔT_{p-v} es mucho mayor en la figura 4.6 c).

4.2. Curvas de barrido en Z para medios delgados no locales que exhiben solamente refracción o absorción no lineal.

En esta sección evaluaremos inicialmente la ec.(3.30) obteniendo curvas de barrido en Z para medios con diferentes no localidades y diferentes valores en su refracción no lineal. Con la idea de mostrar que esta fórmula es adecuada para cualquier magnitud de la refracción no lineal,

en la figura 4.7 presentamos las curvas obtenidas para diferentes valores de m y refracción no lineal de: $\pi/2$, $2\pi/3$, π y 2π . Observando que para una no localidad $m = 1$, en la figura 4.7 a) se muestra que conforme se aumenta la refracción no lineal la amplitud de su pico aumenta desplazándose hacia la derecha mientras que su valle disminuye desplazándose ligeramente hacia la derecha. Las curvas obtenidas para el caso $m = 2$, en la figura 4.7 b) observamos el mismo comportamiento, pero la amplitud de cada una de las curvas es menor con respecto a $m = 1$, cuando la refracción no lineal es mayor a 2π el valle se deforma, estos resultados reproducen lo reportado en la ref [47] donde utilizan la función Gamma incompleta, en este trabajo de tesis se hace una comparación con lo que se hace con descomposición Gaussiana, mostrando diferencias importantes en el cálculo de la transmitancia, no solo para cambios de fase mayores a π radianes.

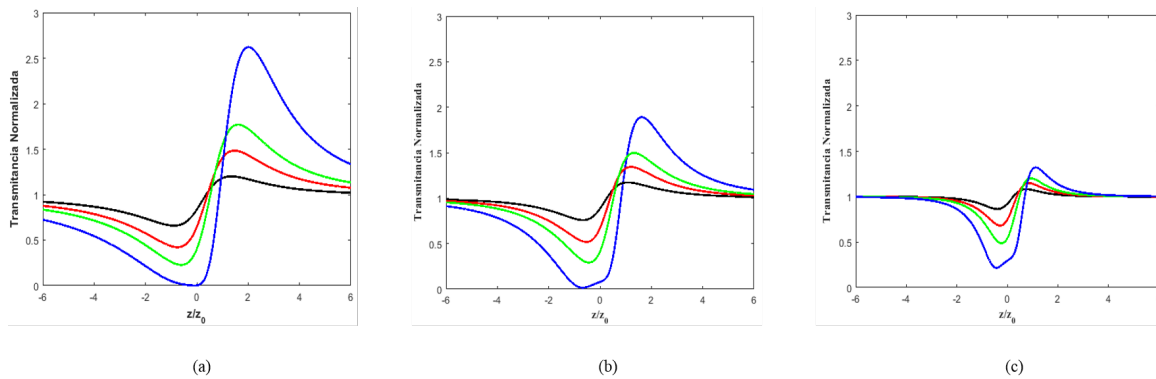


Figura 4.7: Curvas de barrido en Z para medios delgados con no linealidad de: a) $m = 1$, b) $m = 2$, c) $m = 4$ y con refracción no lineal de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).

Para la figura 4.7 c) donde $m = 4$, presenta los mismos comportamientos que los casos anteriores pero con menor amplitud. Para una refracción no lineal mayor igual a 2π su valle es más ancho y con una deformación más pronunciada que para el caso $m = 2$. Cabe mencionar que las curvas obtenidas con la expresión (3.30) para medios delgados con refracción no lineal menores a 0,5 radianes reproducen perfectamente las curvas obtenidas con la ec.(3.41), estos resultados se muestran en la figura 4.8.

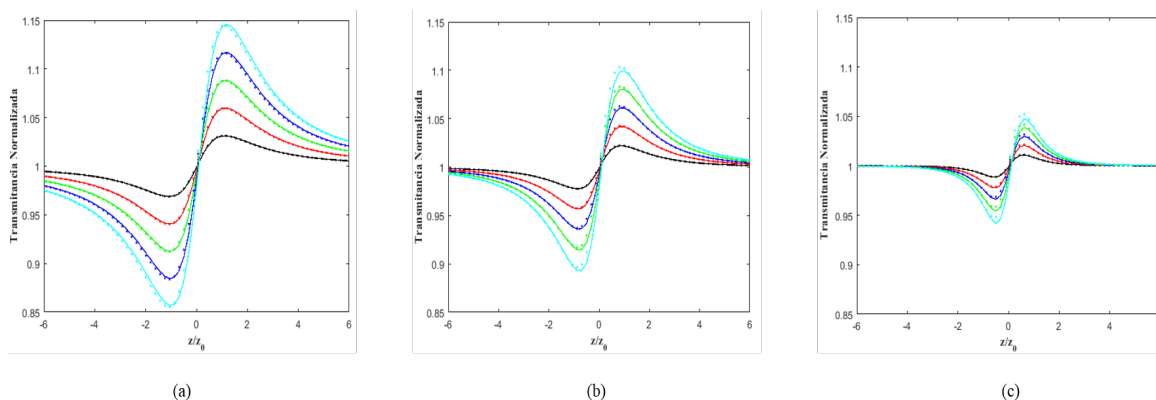


Figura 4.8: Curvas de barrido en Z obtenidas con la ecuación (3.30)(línea continua) y ecuación (3.41)(línea punteada) para: a) $m = 1$, b) $m = 2$, c) $m = 4$. Considerando una refracción no lineal de: 0.1 (negra), 0.2 (roja), 0.3 (verde), 0.4 (azul) y 0.5 (cian).

Las curvas mostradas en la figura 4.8 con ambas expresiones, se puede observar que conforme se aumenta la refracción no lineal para los casos a) $m = 1$, b) $m = 2$ y c) $m = 4$ aumenta su pico mientras que su valle disminuye, donde los picos y los valles se mantienen en la misma

posición. Cabe resaltar que la ecuación (3.30) obtenida en este trabajo reproduce perfectamente resultados obtenidos con la ecuación (3.41) reportada por otros autores.

De la misma manera se evaluó la ecuación (3.36), obteniendo curvas de barrido en Z para medios con diferentes no localidades: $m = 1$, $m = 2$ y $m = 4$. Con absorción no lineal de: $\pi/3$, $2\pi/3$, π y 2π , mostrando estos resultados en la figura 4.9.

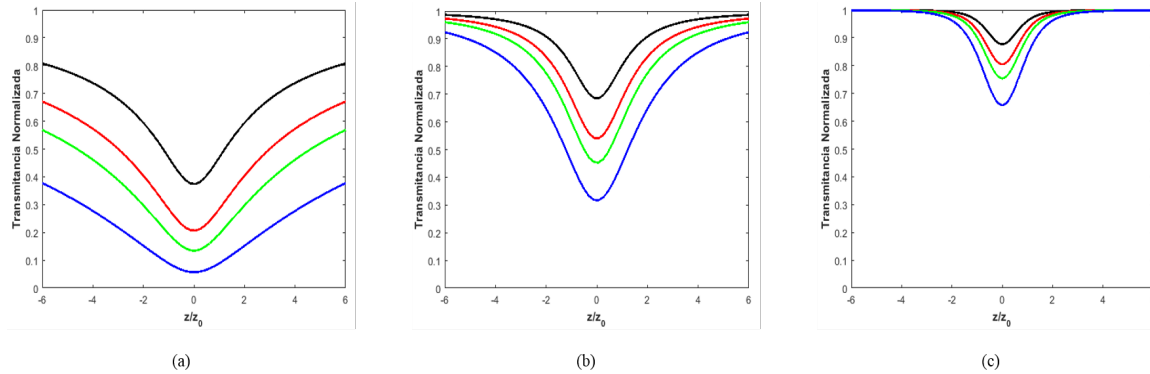


Figura 4.9: Curvas de barrido en Z sin abertura evaluando la ecuación 3.36 para medios delgados con valores de m : a) 1, b) 2, c) 4. Con absorción no lineal $\Delta\Psi_0$ de: $\pi/3$ (negro), $2\pi/3$ (rojo), π (verde) y 2π (azul).

Los resultados muestran de manera general que conforme se aumente la absorción no lineal el valle de las curvas tiende a ser más pronunciada y la amplitud de este depende de la no localidad, siendo mayor para valores de $m < 2$ y menor para valores de $m > 2$. El ancho del valle también depende de la no localidad: para valores de $m < 2$ es más ancho que para valores de $m > 2$.

Con el fin de mostrar que 3.36 reproduce lo obtenido por otros autores, mostrados en la figura 4.10 a) las curvas de barrido en Z sin abertura cuando se utiliza un mismo valor de $\Delta\Psi_0$ y diferentes valores de m . En la figura 4.10 b) mostramos curvas para diferentes valores de m y de absorción no lineal $\Delta\Psi_0$.

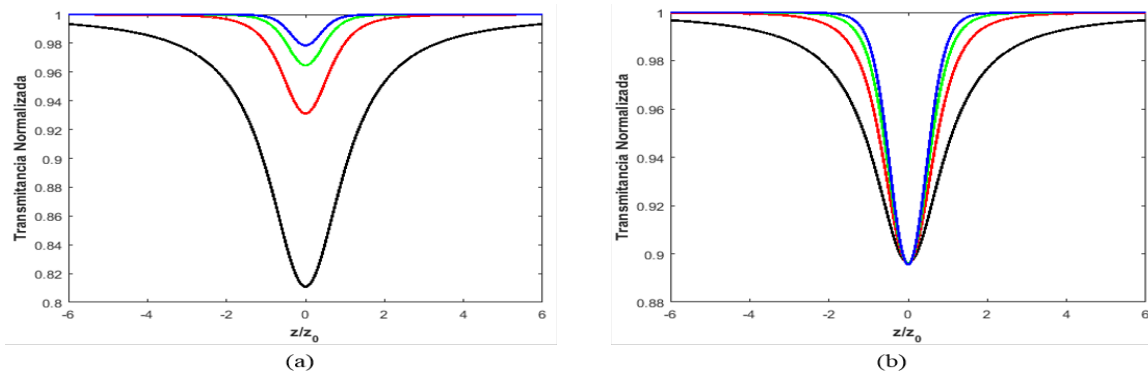


Figura 4.10: Curvas de barrido en Z sin abertura a) para un mismo valor de $\Delta\Psi_0 = 0.5$ y diferentes valores de m : 2 (negro), 4 (rojo), 6 (verde) y 8 (azul), diferentes valores b) de: $\Delta\Psi_0 = 0.24$ y $m = 2$ (negro), $\Delta\Psi_0 = 0.84$ y $m = 4$ (rojo), $\Delta\Psi_0 = 2.05$ y $m = 6$ (verde), $\Delta\Psi_0 = 4.36$ y $m = 8$ (azul).

En 4.10 a) podemos observar como la amplitud de la curva y su ancho disminuyen al ir aumentando el valor de m . En 4.10 b) es más evidente que al ir aumentando m la curva tiende a reducir su ancho y parece que esta tiende a una curva que prácticamente no cambiará al seguir aumentando m . Los resultados anteriores son muy similares a los reportados en la referencia [48] donde analizaron la absorción multifotónica en medios delgados. Es importante mencionar

que también hay diferencias con trabajos reportados sobre cómo serían las curvas de barrido en Z sin abertura. En particular en la figura 4.11 presentamos curvas con los mismos valores de absorción no lineal $(-0.3, 0, 0.3)$ y diferentes valores de m $(1, 2, 4)$ reportados en la referencia [40]. Podemos ver que solo las curvas para $m = 2$ coinciden y las demás difieren debido a que la expresión utilizada para el campo de salida no es la misma.

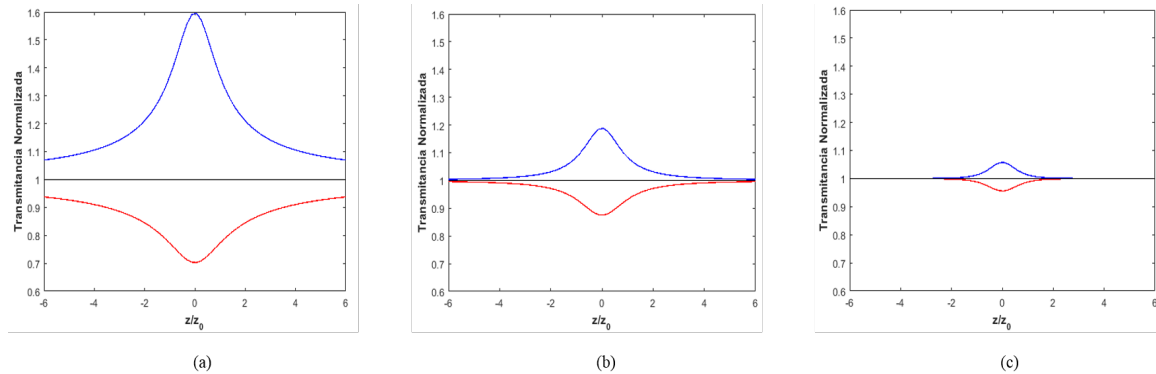


Figura 4.11: Curvas de barrido en Z sin abertura para diferentes valores de m : 1 a), 2 b) y 4 c) para $\Delta\Psi_0$ de: -0.3 (azul), 0 (negro) y 0.3 (rojo).

También la figura 7 de esa misma referencia muestra curvas diferentes a las obtenidas con la ecuación (3.36), en ambos casos se utilizaron las mismas condiciones para $\Delta\Psi_0$ y m , ver figura 4.12, donde solo coinciden cuando $m = 2$.

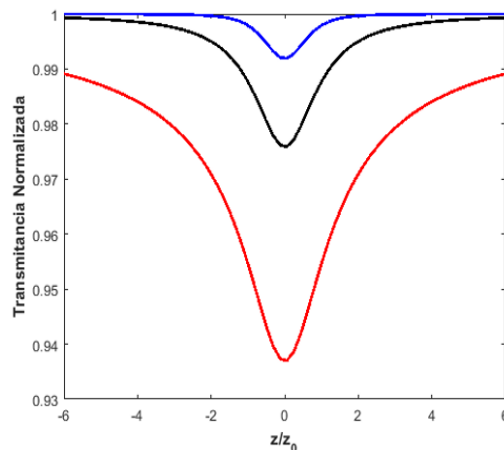


Figura 4.12: Curvas de barrido en Z sin abertura para $\Delta\Psi_0 = 0.05$ y valores de m de: 1 (rojo), 2 (negro) y 4 (azul).

Finalmente, para determinar qué tan adecuada es la aproximación dada en la ecuación (3.43) para curvas de barrido en Z sin abertura se compara con la ecuación (3.36). Para el caso de absorciones no lineales pequeñas, que en nuestro caso fueron menores a 0.4 radianes, en la figura 4.13 se comparan las curvas obtenidas con la expresión (3.43) y la ec.(3.36).

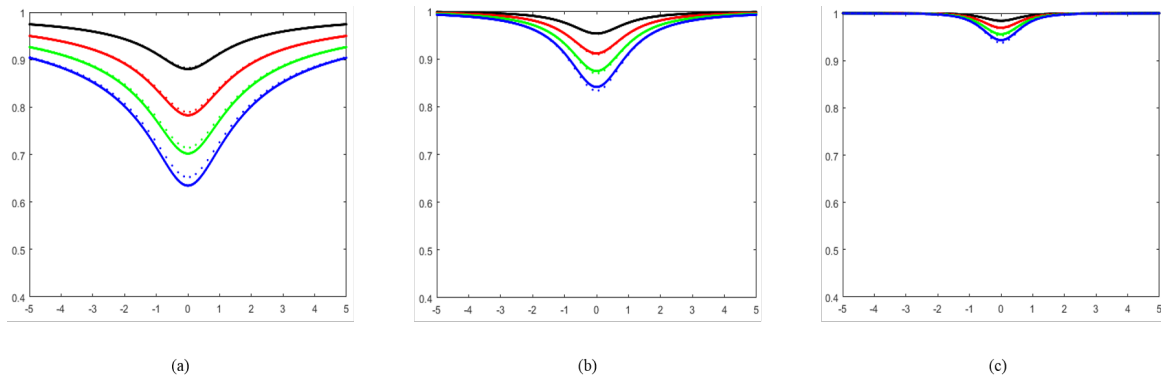


Figura 4.13: Curvas de barrido en Z sin abertura obtenidas mediante la ecuación 3.36 (línea continua) y aproximación 3.43 (línea punteada) para diferentes valores de m : 1 a), 2 b) y 4 c) y valores $\Delta\Psi_0$ de: 0.1 (negro), 0.2 (rojo), 0.3 (verde) y 0.4 (azul).

4.3. Curvas de barrido en Z considerando refracción no lineal, para diferentes no localidades y diferentes espesores de la muestra.

En la figura 4.14 se muestran curvas de barrido en Z considerando refracción no lineal, para diferentes no localidades para: a) $m = 1$, b) $m = 2$ y c) $m = 4$, con $\Delta\Phi_R = 0.1$ y con diferentes espesores de la muestra, es decir: z_0 (negro), $5z_0$ (rojo), $10z_0$ (azul) y $20z_0$ (magenta). De la figura podemos observar en general que la amplitud del pico aumenta a medida que el espesor del medio aumenta. La posición del máximo no sufre un gran cambio aunque se desplaza hacia la posición $z = 0$, mientras que el mínimo se desplaza cada vez a valores negativos coincidiendo con el espesor de la muestra. La diferencia de transmitancia entre el pico y el valle tiende a disminuir a medida que la no localidad aumenta. Los cambios en la transmitancia del pico (valle) al ir aumentando el espesor son menores al incrementar la no localidad.

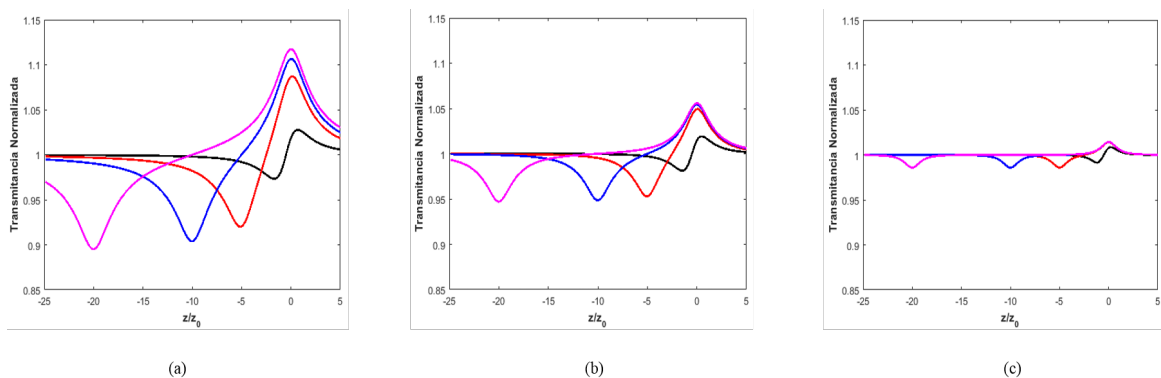


Figura 4.14: Curvas de barrido en Z para diferentes longitudes del medio z_0 (negro), $5z_0$ (rojo), $10z_0$ (azul) y $20z_0$ (magenta) y para diferentes no localidades a) $m = 1$ y b) $m = 2$ y con $\Delta\Phi_R = 0.1$

En la figura 4.15 se muestran curvas de barrido en Z para diferentes no localidades, manteniendo un espesor constante es decir para $L = 10z_0$, variando el cambio de fase no lineal $\Delta\Phi_R = 0.1$, $m = 1$ (negro), $\Delta\Phi_R = 0.2$, $m = 2$ (rojo), $\Delta\Phi_R = 0.7$, $m = 4$ (azul), con la idea de ver cuales son los cambios en las curvas debidos a la no localidad. Podemos observar que cuando m va aumentando se obtiene que la curva va reduciendo la anchura del pico (valle). Las curvas son

antisimétricas alrededor del punto medio de la longitud normalizada de la muestra. Entre el pico y el valle la transmitancia tiende a cambiar más suavemente para valores de m menores o iguales a 2.

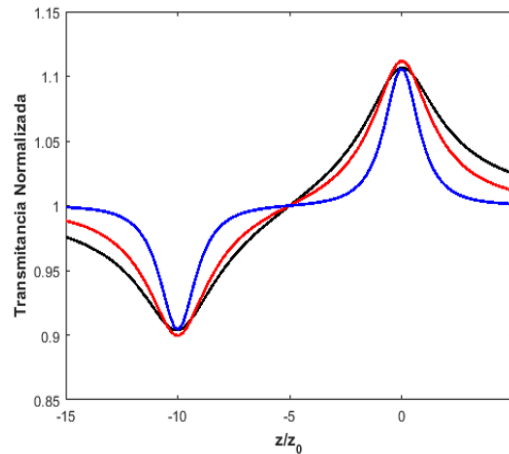


Figura 4.15: Curvas de barrido en Z para una muestra de longitud $10z_0$, localidades de $m = 1$ (negro), $m = 2$ (rojo) y $m = 4$ (azul), para diferentes cambios de fase no lineal $\Delta\Phi_R = 0.1$, $\Delta\Phi_R = 0.2$, $\Delta\Phi_R = 0.7$

En la figura 4.16, se muestran curvas de barrido en Z sin abertura para un medio que presenta puramente absorción no lineal, con diferente longitud de la muestra, no localidades y cambios de fase de $\Delta\Psi_A = 0.025$. Podemos observar que, independientemente del valor de m , el mínimo de transmitancia tiende a disminuir al ir aumentando la longitud de la muestra. La curva es simétrica tomando como punto de referencia la mitad de la muestra. Al ir aumentando m la amplitud de la curva aumenta en su transmitancia. De tal manera que cuando $m = 4$ la amplitud cambia significativamente a medida que la longitud de la muestra aumenta, y se presenta una mayor saturación para un espesor de $20z_0$.

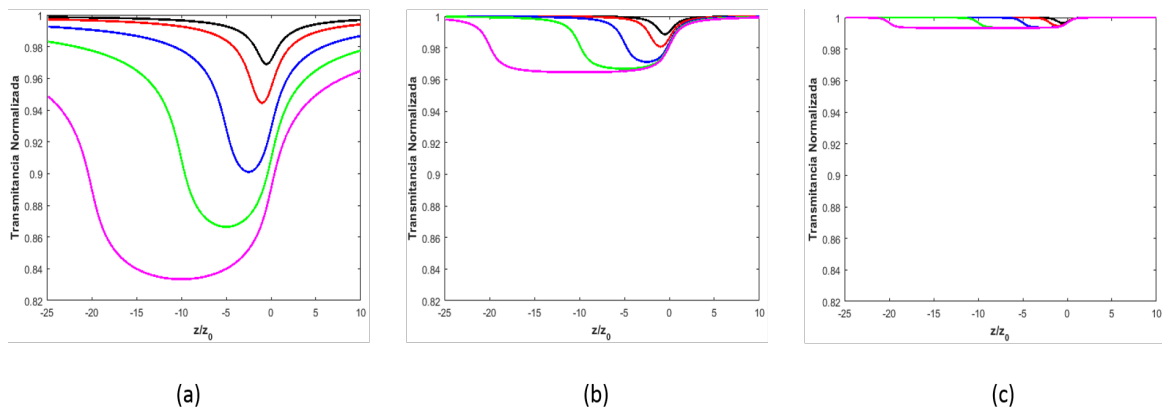


Figura 4.16: Curvas de barrido en Z sin abertura para un medio que presenta puramente absorción no lineal de $\Delta\Psi_A = 0.025$ considerando diferentes longitudes del material $1z_0$ (negro), $2z_0$ (rojo), $5z_0$ (azul), $10z_0$ (verde), $20z_0$ (magenta) y no localidades a) $m = 1$, b) $m = 2$, c) $m = 4$.

En la figura 4.17, se muestran curvas de barrido en Z sin abertura para un medio que presenta puramente absorción no lineal, manteniendo un espesor constante es decir para $L = 10z_0$, variando el cambio de fase no lineal: $\Delta\Psi_A = 0.025$, $m = 1$ (negro), $\Delta\Psi_A = 0.112$, $m = 2$ (rojo) y $\Delta\Psi_A = 0.59$, $m = 4$ (azul), con la idea de ver cuales son los cambios en las curvas debidos a la no

localidad. Podemos observar que cuando m va aumentando, obtenemos que la curva es simétrica para $m=1$, $m=2$, sin embargo para $m=4$ su amplitud mínima presenta una saturación, si por el contrario, su absorción es negativa, las curvas son similares, pero invertidas.

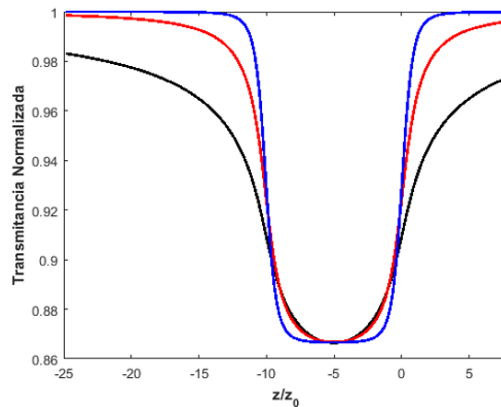


Figura 4.17: Curvas de barrido en Z sin abertura para diferentes no localidades $\Delta\Psi_A=0.025$, $m = 1$ (negro), $\Delta\Psi_A=0.112$, $m = 2$ (rojo), $\Delta\Psi_A=0.59$, $m = 4$ (azul), para una longitud de la muestra $L = 10z_0$.

Ya se mostraron resultados de curvas de barrido en Z para medios gruesos no lineales, no locales con diferentes cambios de fase no lineal donde se considera refracción y absorción no lineal por separado, ahora presentaremos resultados para medios gruesos no lineales y no locales que exhiben tanto refracción como absorción no lineal en la figura 4.18.

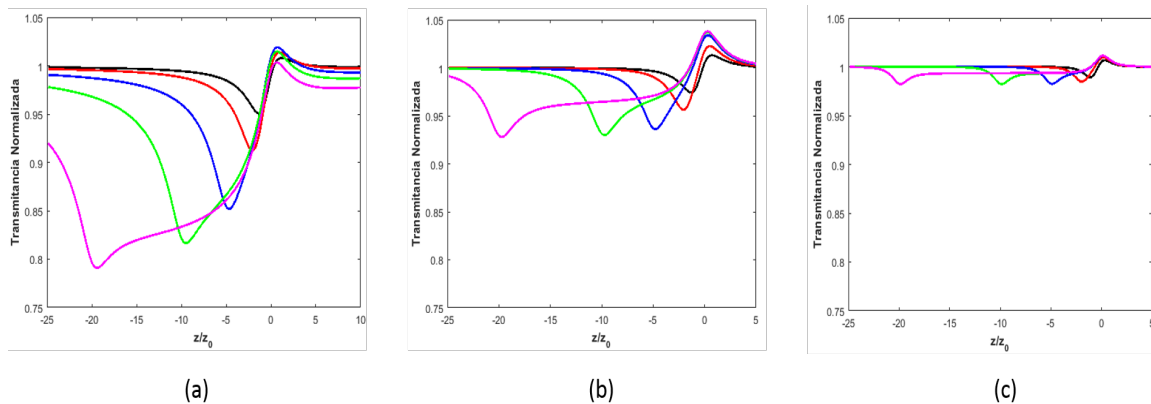


Figura 4.18: Curvas de refracción y absorción no lineal con $\Delta\Phi_R = 0.1$ y $\Delta\Psi_A = 0.025$, para diferentes longitudes del medio $L = 1z_0$ (verde), $L = 2z_0$ (negro), $L = 5z_0$ (rojo), $L = 10z_0$ (azul), $L = 20z_0$ (magenta) con diferentes no localidades: a) $m = 1$, b) $m = 2$ y c) $m = 4$.

En la figura 4.18 se muestran curvas que presentan refracción $\Delta\Phi_R = 0.1$ y absorción no lineal de $\Delta\Psi_A = 0.025$ los cuales están presentes de manera simultánea, para diferentes longitudes del material y diferentes no localidades, observando que para una no localidad $m = 1$ conforme se aumenta el espesor del material la amplitud máxima permanece casi en la misma posición mientras que para sus valles disminuyen en transmitancia desplazándose hacia la izquierda, donde para un espesor de $20z_0$ se ensancha más que las longitudes anteriores, mientras que para una no localidad de $m = 2$ y $m = 4$ se muestra el mismo comportamiento, pero el valor en su transmitancia aumenta conforme se aumenta la no localidad, notando que para un espesor mayor la pendiente se aproxima a cero, presentando una amplitud mínima (valle).

4.4. Comparación con otros trabajos.

Los resultados experimentales reportados en el artículo de [16] se ajustaron con diferentes valores de la no localidad con el fin de ver, al menos visualmente, cual de ellos reproducía mejor el comportamiento descrito. Cabe recordar que los resultados se obtuvieron utilizando un láser pulsado a $532nm$ con un haz Gaussiano de cintura $8,9\mu m$ en CS_2 y celdas de 1, 2, 5, 10 y 20 mm a alta potencia. En nuestro caso la solución analítica la evaluamos para valores diferentes de m de 2, 3 y 4, ver figura 4.19.

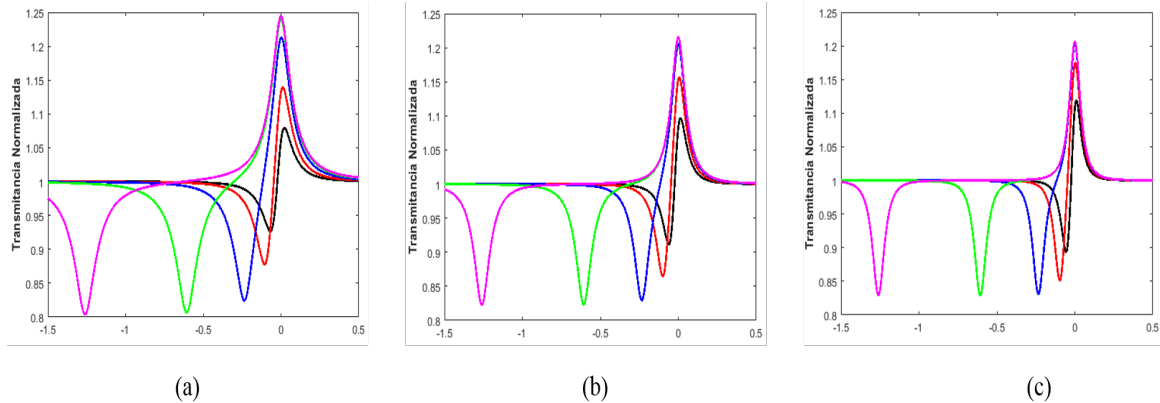


Figura 4.19: Curvas analíticas de Z-scan para diferentes espesores de $L = 1mm$ (negro), $L = 2mm$ (rojo), $L = 5mm$ (azul), $L = 10mm$ (verde) y $L = 20mm$ (magenta) y no localidades. a) $m = 2$, $\Delta\Phi_R = 0.4$, b) $m = 3$, $\Delta\Phi_R = 0.74$ y c) $m = 4$, $\Delta\Phi_R = 1.3$.

Para $m = 2$, $\Delta\Phi_R = 0.4$, para $m = 3$, un $\Delta\Phi_R = 0.74$ y para $m = 4$ un $\Delta\Phi_R = 1.3$. A pesar que en el artículo ajustan sus resultados suponiendo una respuesta Kerr, esto es un valor de $m = 2$, se observa que los resultados se ajustan mejor considerando un valor de $m = 4$, ya que la amplitud del valle rápidamente llega a un mínimo (celda de $5mm$) y después parece que aumenta para espesores de celda mayores.

En la tesis de Chanel [49] se reportaron resultados experimentales para una solución de alcohol con colorante con diferentes coeficientes de absorción, utilizando un láser de $HeNe$ con una cintura de $18\mu m$ y celdas con una longitud de 1, 2, 5, 10 y 20 mm . En este caso se escogieron los resultados con la muestra de menor coeficiente de absorción ya que era más probable que cumpliera con las condiciones con las que se obtuvieron las formulas analíticas. Los resultados se muestran en la figura 4.20:

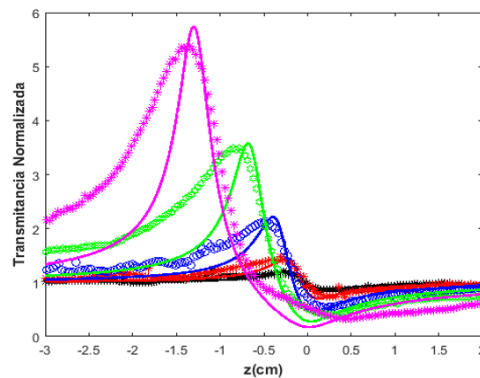


Figura 4.20: Curvas experimentales (símbolo) y ajustes teóricos (curva continua) para una muestra de alcohol con colorante con espesores de $L = 1mm$ (negro), $L = 2mm$ (rojo), $L = 5mm$ (azul), $L = 10mm$ (verde) y $L = 20mm$ (magenta).

Los ajustes teóricos obtenidos utilizando un valor de $m=0.4$ y un $\Delta\Phi_R=-1.9$. Como podemos ver en la figura los ajustes difieren de los experimentos principalmente en la parte del pico, lo cual es entendible ya que el valor de $\Delta\Phi_R$ es muy grande, lo cual quiere decir que esta fuera de la suposición de fase pequeña. A pesar de ello la tendencia general observada en el experimento si es reproducida, la posición del pico y el valle y la tendencia de la transmitancia el pico al valle y después de este. Es importante mencionar que valores diferentes de m no dan la tendencia observada experimentalmente, lo cual apoya la idea de la no localidad en tales muestras bajo las condiciones en las que se realizó el experimento. Sin embargo, solo se pudo reproducir cualitativamente lo obtenido con el coeficiente de absorción más pequeño utilizado. Y queda pendiente explicar las curvas experimentales con absorciones mayores. Correcciones al valor de $\Delta\Phi_R$ y $\Delta\Psi_A$ para medios locales fueron sugeridas en el artículo [25] con el fin de describir curvas de $Z - scan$ en medios gruesos. Donde además comparan su solución analítica con lo reportado por otros artículos. Uno de los casos analizados se reproduce en la figura 4.21

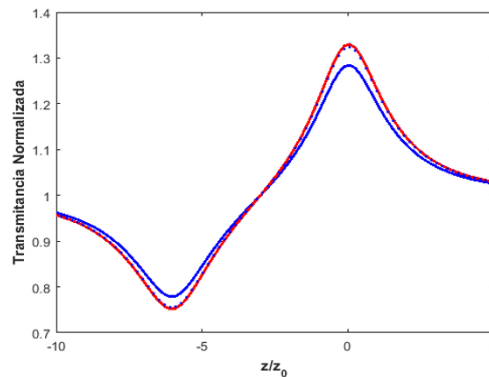


Figura 4.21: Curvas de Z-scan con abertura para un medio de $L = 6z_0$.

En esta figura se gráfica en azul lo obtenido con nuestra formula analítica y un $\Delta\Phi_R$ de 0,5. En rojo se gráfica lo obtenido con la corrección sugerida en el artículo a $\Delta\Phi_R$. Sin embargo, si no se acepta la corrección y solo se incrementa el valor de $\Delta\Phi_R$ a 0,57 (puntos azules) entonces se reproduce la curva roja. Lo cual quiere decir que la corrección es solo un aumento el valor de $\Delta\Phi_R$ como función de la longitud del medio. En ese mismo artículo también sugieren una corrección para $\Delta\Psi_A$ en el caso de Z-scan sin abertura. Pero esta corrección depende también de la magnitud de la refracción. En la figura 4.22 se reproduce parte de la figura 3 de dicho artículo. Cabe mencionar que este es el único artículo que sugiere que la curva de barrido en Z sin abertura es afectada por la refracción.

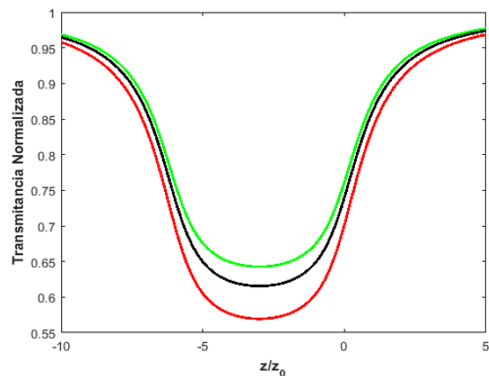


Figura 4.22: Z-scan sin abertura para determinar la influencia de la refracción.

En la figura 4.22 se gráfica en negro lo obtenido de manera analítica para un medio de $L = 6z_0$ y $\Delta\Psi_A=0.5$ de acuerdo a lo sugerido en el artículo. Se gráfica también el cambio de la curva

al presentar el medio una refracción de 0,5 (rojo) y una refracción de $-0,5$ (verde). Al igual que en el caso refractivo podemos reproducir el comportamiento reportado solo aumentando el valor de $\Delta\Psi_A$ a 0.605 para el caso de una refracción positiva y disminuir a un valor de 0.445 para una refracción negativa. Continuando con el mismo artículo después muestran curvas de Z-scan con abertura para un medio que presenta de manera simultánea refracción y absorción no lineal, ver figura 4.23. En esta figura se gráfica en negro la solución analítica considerando las correcciones a $\Delta\Phi_R$ y $\Delta\Psi_A$ del artículo para diferentes longitudes del medio con $\Delta\Phi_R=0.45$ y $\Delta\Psi_A=0.15$.

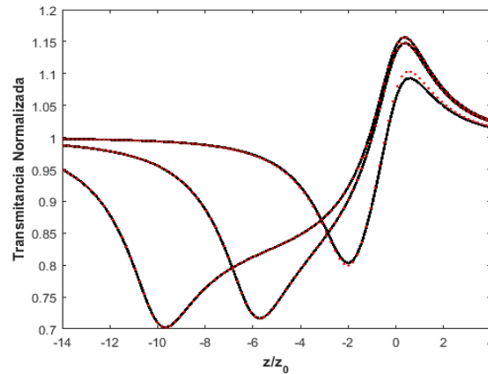


Figura 4.23: Curvas de Z-scan con abertura para un medio que presenta refracción y absorción no lineal de manera simultánea y espesores de $L = 2z_0$, $L = 6z_0$ y $L = 10z_0$.

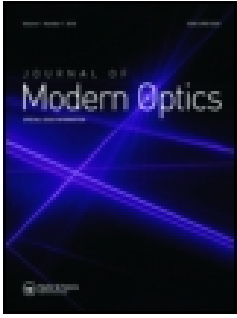
De los resultados anteriores los puntos rojos que se grafican en la misma figura muestran lo obtenido con nuestro modelo para un medio que presenta un $\Delta\Phi_R$ de 0.505 y $\Delta\Psi_A$ de 0.177 y longitudes de medio de $L = 2z_0$, $L = 6z_0$ y $L = 10z_0$. Que confirman que lo reportado en ese artículo equivale a aumentar o disminuir el valor de la refracción y absorción no lineal sin necesidad de incluir dependencias complicadas en ellos.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo de tesis, se obtuvieron expresiones para la transmitancia normalizada que presenta curvas de barrido en Z , en medios no lineales no locales delgados, considerando absorción y refracción no lineal. Dichas expresiones obtenidas están en términos de una función hipergeométrica, la cual las hace más precisas en comparación con las reportadas por otros autores. En base a lo mencionado anteriormente y bajo las mismas condiciones se obtienen expresiones para la transmitancia normalizada para el caso de medios gruesos, de la misma manera están en términos de una función hipergeométrica. Se observa que se obtienen curvas de barrido en Z , con refracción y absorción no lineal de manera simultánea, las cuales son obtenidas multiplicando ambos términos de la transmitancia normalizada para medios gruesos no lineales y no locales. Estos resultados fueron comparados con los reportados por otros autores, donde solo consideran la parte puramente local, llegando así a la conclusión de que existe un cambio considerable cuando se considera la parte no local del material. Se mostraron curvas de barrido en Z para medios delgados con refracción y absorción no lineal y diferentes no localidades ($m = 1, m = 2, m = 4$). Para $m = 2$ las curvas muestran que a medida que se aumenta el coeficiente de absorción y la refracción no lineal, las magnitudes y posiciones de los picos cambian, desplazándose hacia la derecha en caso de las posiciones y las magnitudes crecen en caso de los picos, mientras que para los valles disminuyen, donde la posición de éstos no cambia. Sin embargo, para valores de refracción no lineal mayores a 2π el valle se deforma. Así mismo en el caso anterior para un aumento en la refracción no lineal las curvas de barrido en Z muestran cambios pequeños. Observando que cuando se aumenta la absorción no lineal la amplitud tanto del pico como del valle disminuyen, sin embargo, al aumentar la refracción no lineal solo el pico disminuye y el valle aumenta ligeramente. Para una no localidad con $m = 1$ las curvas de barrido en Z muestran un comportamiento similar a $m = 2$. En éste caso se observa que al ir aumentando la refracción no lineal la posición de los picos se desplaza hacia la derecha mientras que los valles permanecen en la misma posición, a diferencia de cuando la refracción no lineal es mayor a 2π . Para el caso no local $m = 4$ al aumentar la refracción no lineal las curvas de barrido en Z muestran un cambio mayor en las amplitudes de los valles los cuales disminuyen en comparación con $m = 1$, observando que el efecto de la no localidad genera un cambio importante en las curvas de barrido en Z en amplitud de los picos y sus valles. Si consideramos ahora un aumento en la refracción no lineal para diferentes no localidades ($m = 1, m = 2$), se observa un comportamiento similar entre ambas, excepto en la amplitud de los valles que es menor que en el caso $m = 2$. Para $m = 4$ el comportamiento de las curvas es similar a los dos casos anteriores, con la diferencia en que las amplitudes tanto de picos como de valles son menores, observando que para una refracción no lineal mayor a 2π su valle es más ancho y con una deformación más pronunciada que para el caso $m = 2$. Al considerar la variación de absorción no lineal para diferentes no localidades se observó que la amplitud del valle depende directamente de la no localidad ya que su ancho es más pronunciado. Cabe resaltar que bajo ciertas condiciones en su refracción y absorción no lineal las curvas de barrido en Z pueden ser reproducidos perfec-

tamente con las ecuaciones aquí obtenidas. Con las expresiones obtenidas para medios gruesos y solo con refracción no lineal se pueden reproducir curvas de barrido en Z variando el espesor de la muestra, donde se observa que a medida que se aumenta la no localidad, su amplitud del pico disminuye, los valles también disminuyen desplazándose notablemente hacia la izquierda. La pendiente de las curvas decrece a medida que la no localidad y espesor aumentan. Ahora si consideramos únicamente absorción no lineal, se observa que las curvas para una no localidad $m = 2$, $m = 4$ y para espesores mayores a $10z_0$ su amplitud máxima se aplanan. Finalmente se consideraron la absorción y refracción no lineal de manera simultánea en las curvas de barrido en Z para medios gruesos no lineales y no locales, los resultados obtenidos muestran que la no localidad es una respuesta importante en el comportamiento de las curvas, siendo una característica en la distancia de separación entre máximo y mínimo. Así mismo se observó que la pendiente decrece a medida que aumenta su espesor y la no localidad, siendo más notable para una no localidad $m = 4$, donde su pendiente es más pequeña.



Z-scan analytical expressions for weak thick nonlocal nonlinear media

R. Torres Romero , M. M. Méndez Otero , M. L. Arroyo Carrasco , B. A. Martínez Irivas & M. D. Iturbe Castillo

To cite this article: R. Torres Romero , M. M. Méndez Otero , M. L. Arroyo Carrasco , B. A. Martínez Irivas & M. D. Iturbe Castillo (2020): Z-scan analytical expressions for weak thick nonlocal nonlinear media, Journal of Modern Optics, DOI: [10.1080/09500340.2020.1823504](https://doi.org/10.1080/09500340.2020.1823504)

To link to this article: <https://doi.org/10.1080/09500340.2020.1823504>



Published online: 25 Sep 2020.



Submit your article to this journal [↗](#)



View related articles [↗](#)



View Crossmark data [↗](#)



Z-scan analytical expressions for weak thick nonlocal nonlinear media

R. Torres Romero^a, M. M. Méndez Otero^a, M. L. Arroyo Carrasco^a, B. A. Martínez Irvias^b and M. D. Iturbe Castillo^c

^aFacultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 72570 Puebla, México; ^bFacultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Coahuila, 25000 Saltillo, Coahuila, México; ^cInstituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Luis Enrique Erro # 1, 72840 Tonantzintla, Puebla, México

ABSTRACT

Analytical expressions for the on-axis normalized transmittance and total transmittance z-scan of thick nonlocal nonlinear media illuminated by a Gaussian beam are obtained in this paper. The corresponding thin media transmittance expressions and the distributed lens method are used together with the assumption that the nonlocal media exhibits weak nonlinear absorption and refraction in order to obtain the formulas. The obtained expressions enable the consideration of different degrees of nonlocality and the reproduction of the results reported for local media.

ARTICLE HISTORY

Received 29 May 2020
Accepted 9 September 2020

KEYWORDS

Analytical expressions;
nonlinear; z-scan; nonlocality

1. Introduction

Media which respond to excitation on not only the excitation point but also on within its nonlocal or immediate vicinity are important in nonlinear optics. Z-scan is a widely used technique for the characterization of nonlinear media, however, z-scans of thick nonlocal nonlinear media has received little attention. The z-scan technique [1], was proposed to evaluate the sign and magnitude of the nonlinear refractive index of third-order nonlinear materials. The transmittance of a sample, illuminated by a focused laser beam, is measured from far field as a function of the sample position. Close or open detection gives information on the nonlinear refractive or absorptive index. Initially, the technique was proposed for thin Kerr samples under Gaussian beam illumination and on-axis intensity detection and small nonlinear phase shifts [2,3]. Recently the nonlocal, nonlinear response of thin samples has been considered in the z-scan technique [4].

The first theoretical model to describe z-scan curves for thick media was proposed by Banerjee et al. [5]. In the same year, another model was proposed by Sheik-Bahae et al. [6], which considered the thick media as distributed lenses; they also assumed that the shape of the beam remains constant when it crosses the medium. Two years later Magni et al. [7] used the aberration-free lens approximation to obtain a nonlinear ABCD matrix to describe the propagation of a Gaussian beam in materials with a Kerr type nonlinearity. This approach has been applied to find the optimal conditions of the active media

in laser resonators to produce short pulses. In 2004, a model that added the thermo-optical effect to the Kerr response was presented by [8]. In the same year Zang et al. [9], presented analytic expressions for thick media with nonlinear refractive and absorptive responses. Later, a method based on the solution of the paraxial nonlinear equation, proposed by Palfalvi et al. [10] in 2009 was found as valid for any Kerr-like sample regardless the thickness and magnitude of the nonlinearity. Recently Carrillo et al. [11], made a comparison among different models for thick media where one of those was based on the idea that the nonlinear response can be modelled as a lens with a focal length that depends on the incident beam radius to some power [12].

The first model to describe z-scan curves for thin nonlocal nonlinear media was presented by Garcia-Ramirez et al. [4]. In this model, that is adequate to describe media with spatial transverse nonlocalities, the nonlocality is characterized by a parameter m , that can take real positive values ($m = 2$ represents the local case). Using this model analytical formulas for the normalized transmittance were obtained and through these formulas, experimental results of samples with nonlinear refractive and absorptive responses or more than one nonlocal nonlinear responses were fitted [13,14].

It is important to mention that the propagation of light in optically thick nonlocal nonlinear media has been studied in the field of optical solitons, see, for example, [15] and references therein, where the main subject is the

changes of light inside the media due to the nonlocality (because this can be used to control the light [16,17]). In the case of z -scan the main subject is the light changes far from the media, at far field.

This work presents an extension of the model described in [4], and the analytical formulas obtained in [9], to develop analytical formulas for the normalized transmittance of z -scan curves for thick nonlocal nonlinear samples. The following section describes how to obtain a normalized transmittance formula for a thick nonlocal nonlinear media first considering a purely refractive and then a purely absorptive contribution. In this part of the paper particular values of the nonlocality are shown for the refractive contribution, next for the absorptive contribution and then with both contributions simultaneously. Finally, the conclusions of the work are presented.

2. Theoretical model

In this section, we obtain the analytical expression for the normalized transmittance of a thick nonlocal nonlinear media with a purely refractive response.

The expression of the normalized transmittance T_i for a thin nonlocal nonlinear media of length d , using the Gaussian decomposition method with a small on-axis nonlinear phase-shift $\Delta\Phi_0 \ll 1$ [18], due to a refractive contribution γ , can be written as [13]:

$$T = 1 + \frac{2m\Delta\Phi_0 x}{(x^2 + (m+1)^2)(x^2 + 1)^{m/2}}, \quad (1)$$

where $x = z/z_0$, $\Delta\Phi_0 = k\gamma I_0 L_{eff}$ with $L_{eff} = (1 - \exp(-\alpha_0 d))/\alpha_0$, α_0 is the linear absorption coefficient, I_0 is the on-axis intensity at focus of the incident beam, m is the nonlocal parameter of the material and can be any positive real number.

Now considering a sample with a length L is much greater than z_0 (thick sample), it is possible to calculate the normalized transmittance if the medium as modelled as a stack of N -thin slices through which the Gaussian beam is transmitted, each slice corresponds to a thin nonlocal nonlinear medium. Contemplating that the output field of one slice is not affected by the rest of the slices then it is possible to calculate at far field, the on-axis transmittance T of the thick media as a product of transmittances of the form:

$$T = \prod_{i=1}^N \left(1 + \frac{2m\Delta\Phi_{0i} x_i}{(x_i^2 + (m+1)^2)(x_i^2 + 1)^{m/2}} \right), \quad (2)$$

Since we are considering that $\Delta\Phi_{0i}$ is small then we can neglect the coupling of nonlinearities between the slices and the product of the previous equation can be approximated to a sum of the form [19]:

$$T \approx \exp \left[\sum_{i=1}^N \frac{2m\Delta\Phi_{0i} x_i}{(x_i^2 + (m+1)^2)(x_i^2 + 1)^{m/2}} \right], \quad (3)$$

where $x_i = z_i/z_0$, $\Delta\Phi_{0i} = k\gamma I_0 L_{effi} = \Delta\Phi_R \Delta x_i$, and assuming that the linear absorption coefficient is small, then we can define $\Delta x_i = L_{effi}/z_0$ and $\Delta\Phi_R = k\gamma I_0 z_0$ is the Rayleigh length of laser beam, z_i is the position of the i thin medium and L_{eff} is the length of the i thin medium. When $L_{effi} \rightarrow 0$ the summation can be approximated to an integral, i.e.:

$$T \approx \exp \left[\int_x^{x+l} \left(\frac{2m\Delta\Phi_R x'}{(x'^2 + (m+1)^2)(x'^2 + 1)^{m/2}} \right) dx' \right], \quad (4)$$

where l is the total length of the thick media normalized to z_0 . The integral in the last equation can be solved in an accurate way:

$$\begin{aligned} & \int_x^{x+l} \frac{2m\Delta\Phi_R x'}{(x'^2 + (m+1)^2)(x'^2 + 1)^{m/2}} dx' \\ &= - \left(\frac{2\Delta\Phi_R}{(x'^2 + (m+1)^2)^{m/2}} \right) {}_2F_1 \\ & \times \left[\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{2+m}{2}, \frac{m(2+m)}{x'^2 + (m+1)^2} \right]_x^{x+l}, \end{aligned} \quad (5)$$

Furthermore, Γ is the Gamma function where the hypergeometric function is as follows:

$${}_2F_1[a, b, c, x] = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(b)\Gamma(c-b)} \int \frac{t^{b-1}(1-t)^{c-b-1}}{(1-tx)^a} dt, \quad (6)$$

Then the normalized transmittance for a thick nonlocal media with solely refractive contribution is given by:

$$\begin{aligned} T_{NLR} = \exp & \left[-2\Delta\Phi_R \left(\left(\frac{1}{((x+l)^2 + (m+1)^2)^{m/2}} {}_2F_1 \right. \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left[\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{2+m}{2}, \frac{m(2+m)}{(x+l)^2 + (m+1)^2} \right] \right) \right. \\ & - \left. \left(\frac{1}{(x^2 + (m+1)^2)^{m/2}} {}_2F_1 \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left[\frac{m}{2}, \frac{m}{2}, \frac{2+m}{2}, \frac{m(2+m)}{x^2 + (m+1)^2} \right] \right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

To obtain the normalized transmittance for a thick medium with solely nonlinear absorption β , in the open aperture z-scan, it is necessary to use the normalized transmittance expression obtained for a thin nonlocal medium given by [13]:

$$T = \frac{\ln[1 + q_0(x)]}{q_0(x)}, \quad (8)$$

where $q_0(x) = \frac{\Delta\Psi_0}{(1+x^2)^{m/2}}$ and $\Delta\Psi_0 = \beta I_0 L_{eff}$. Then considering the thick nonlocal nonlinear media as a stack of N -thin lenses the normalized transmittance can be calculated as:

$$T_{NLA} = \prod_{i=1}^N \frac{1}{q_{0i}} \ln(1 + q_{0i}) \cong 1 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_{0i} + \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_{0i} \right]^2 \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_{0i}}, \quad (9)$$

where $q_{0i} = \Delta\Psi_{0i}/(1+x_i^2)^{m/2}$ with $\Delta\Psi_{0i} = \beta I_0 L_{effi}$. The previous approximations are valid when $q_0 < 1$. Defining $\Delta\Psi_R = \beta I_0 z_0$ and $\Delta x_i = L_{effi}/z_0$, the summation in the last equation can be converted into an integral when

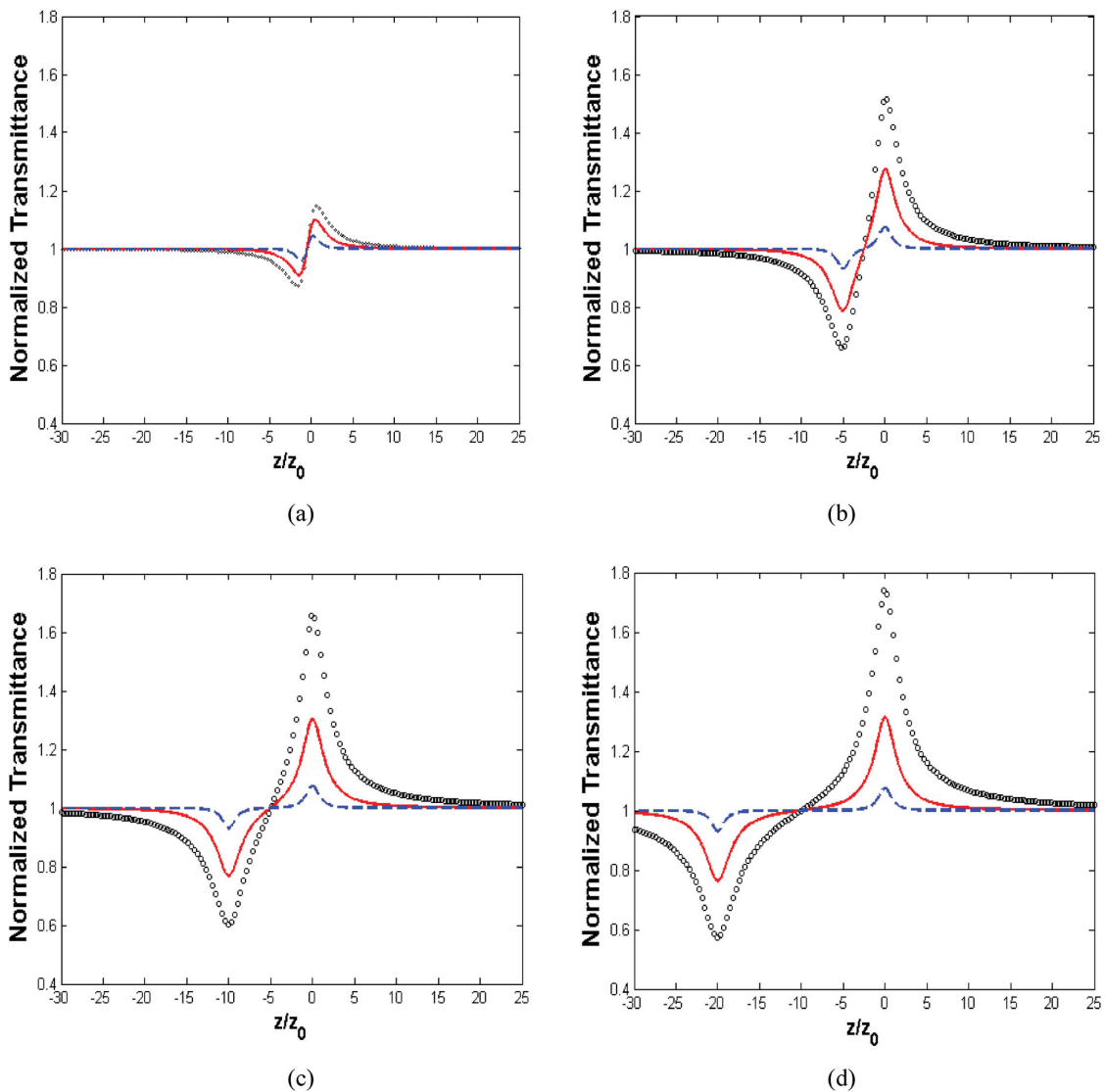


Figure 1. Analytic close aperture z-scan curves for different sample lengths L of: a) z_0 , b) $5z_0$, c) $10z_0$ and d) $20z_0$; with nonlocalities of: $m = 1$ (circle line, black), $m = 2$ (solid line, red) and $m = 4$ (dashed line, blue) when $\Delta\Phi_R = 0.5$ rad.

$L_{effi} \rightarrow 0$, obtaining that:

$$T_{NLA} \approx \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \int_x^{x+l} \frac{\Delta\Psi_R}{(1+x'^2)^{m/2}} dx'}, \quad (10)$$

The integral can be solved in an analytical form, obtaining the following expression for the normalized transmittance for a thick nonlocal media with solely nonlinear absorption:

$$T_{NLA} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta\Psi_R}{2} \left[(x+l)^2 {}_2F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{m}{2}, \frac{3}{2}, (x+l)^2 \right] - x^2 {}_2F_1 \left[\frac{1}{2}, \frac{m}{2}, \frac{3}{2}, x^2 \right] \right]}, \quad (11)$$

Subsequently, when the nonlinear refraction and nonlinear absorption are present simultaneously in the nonlocal media, the normalized on axis transmittance at far field

can be calculated from [9]:

$$T = T_{NLR} * T_{NLA}. \quad (12)$$

3. Results

In this section, we write and plot the analytical expressions (7) and (11), for different values of the parameter m and different thicknesses of the nonlocal media. First, we show the results for solely nonlinear refraction where Equation (7) takes the following form when:

$$m = 1 \quad T = \exp \left\{ -\frac{2\Delta\Phi_R}{\sqrt{3}} \left(\arctan \left[\frac{\sqrt{1+(x+l)^2}}{\sqrt{3}} \right] - \arctan \left[\frac{\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{3}} \right] \right) \right\}, \quad (13)$$

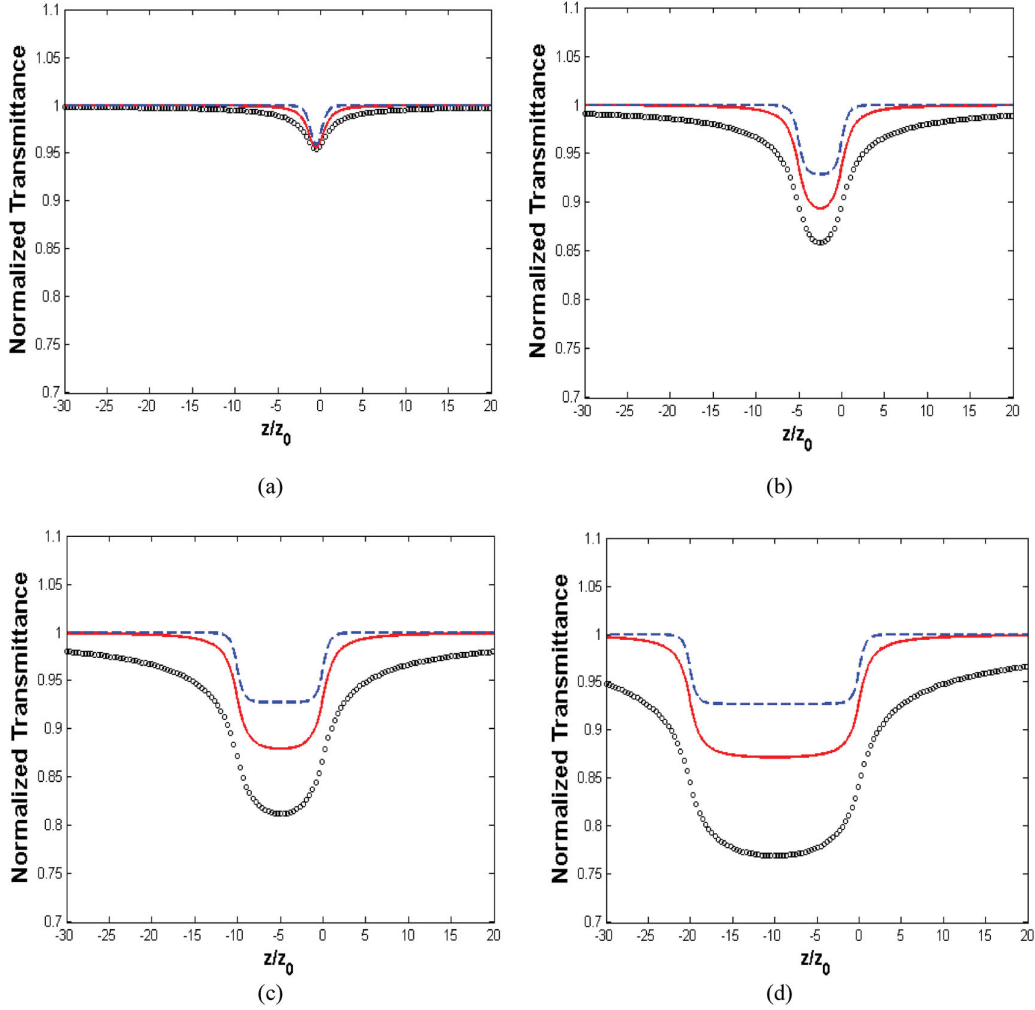


Figure 2. Analytic open aperture z-scan curves for sample lengths L of: a) z_0 , b) $5z_0$, c) $10z_0$ and d) $20z_0$; with $\Delta\Psi_R = 0.1\text{rad}$. For nonlocalities of: $m = 1$ (circle line, black), $m = 2$ (solid line, red) and $m = 4$ (dashed line, blue).

$$m = 2 \quad T = \left\{ \frac{((x+l)^2 + 1)(x^2 + 9)}{((x+l)^2 + 9)(x^2 + 1)} \right\}^{\Delta\Phi_R/4} \quad (14)$$

$$m = 4$$

$$T = \exp \left\{ -\frac{\Delta\Phi_R}{6} \left(\frac{1}{(1+(x+l)^2)} - \frac{1}{(1+x^2)} \right) \right\}$$

$$\times \left\{ \frac{((x+l)^2 + 1)(x^2 + 9)}{((x+l)^2 + 9)(x^2 + 1)} \right\}^{-\Delta\Phi_R/144}, \quad (15)$$

as can be seen the local case ($m = 2$) reproduces the expression obtained in [9].

In Figure 1 we plot the normalized transmittance Equations (13)–(15) for the same values of the parameter m and the following lengths for the nonlocal media: z_0 , $5z_0$, $10z_0$ and $20z_0$.

We can see that as the magnitude of the parameter m increases the amplitude of the z -scan curve reduces. The peak valley transmittance difference increases as the length of the nonlocal media increases. The separation between the peak and valley increases as the length of the nonlocal media. The slope of the transmittance between the peak and valley tends to reduce as the m parameter and the length increase.

Now we are going to show the formulas for solely nonlinear absorption when Equation (11) takes the following values:

$$m = 1 \quad T_{\text{NA}} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta\Psi_R}{2} \{ \text{arcsinh}(x+l) - \text{arcsinh}(x) \}}, \quad (16)$$

$$m = 2 \quad T_{\text{NA}} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta\Psi_R}{2} \{ \arctan(x+l) - \arctan(x) \}}, \quad (17)$$

$$m = 4 \quad T_{\text{NA}} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta\Psi_R}{2} \left\{ \left(\frac{x+l}{1+(x+l)^2} + \arctan(x+l) \right) - \left(\frac{x}{1+x^2} + \arctan(x) \right) \right\}} \quad (18)$$

In Figure 2, we plot the normalized transmittance Equations (16)–(18) for nonlocal media of length L of z_0 , $5z_0$, $10z_0$ and $20z_0$.

From Figure 2 we can observe that the amplitude of the valley increases as the parameter m decreases. The amplitude of the valley also increases as the thickness of the sample. The position of the valley moves to negative values of z as the thickness increases. Larger values of the parameter m tend to saturate faster as the thickness increases.

Expression (17) for the local case was used to reproduce the results reported in reference [20] where the strongly nonlinear regime of an absorbing thick media was analysed. The behaviour of the open aperture z -scan with the length of the media is properly reproduced (see Figure 3(a)) and the saturation effect in the valley is obtained when a particular value of the thickness is considered and the nonlinear absorption is increased to very large values, see Figure 3(b). It is important to mention that our formula (Equation (17)) was obtained considering weak nonlinearity, perfectly reproducing the behaviour of the curves shown in [20], in which they

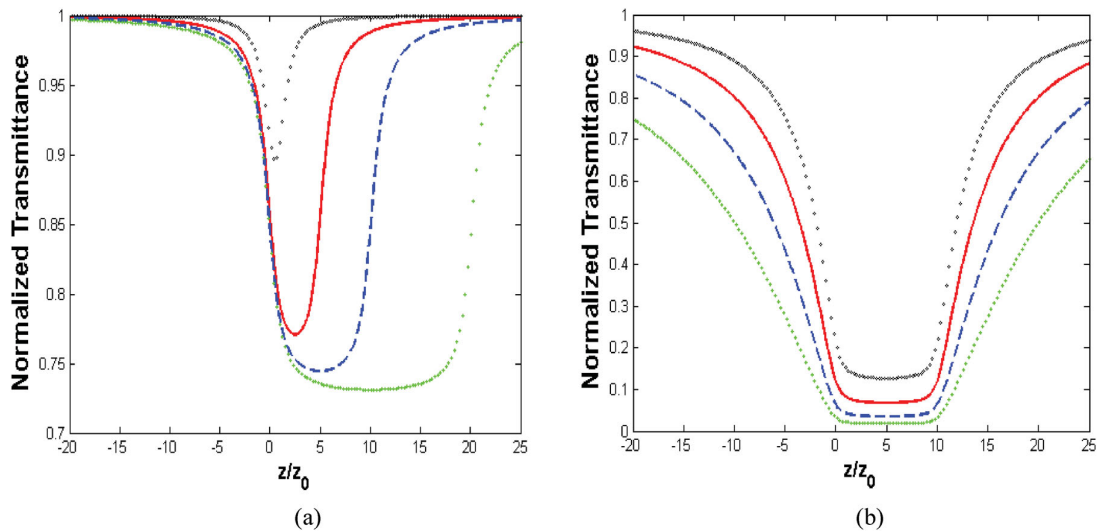


Figure 3. Analytical open aperture z -scan curves for a local media ($m = 2$) with solely nonlinear absorption for (a) different sample lengths L of: $1z_0$ (circle line, black), $5z_0$ (solid line, blue), $10z_0$ (dashed line, red), $20z_0$ (cross, green) and nonlinear absorption of $\Delta\Psi_R = 0.25$ and (b) different values of $\Delta\Psi_R = 5$ (circle line, black), $\Delta\Psi_R = 10$ (solid line, blue), $\Delta\Psi_R = 20$ (dashed line, red) and $\Delta\Psi_R = 40$ (asterisk, green), for a sample length of $L = 10z_0$.

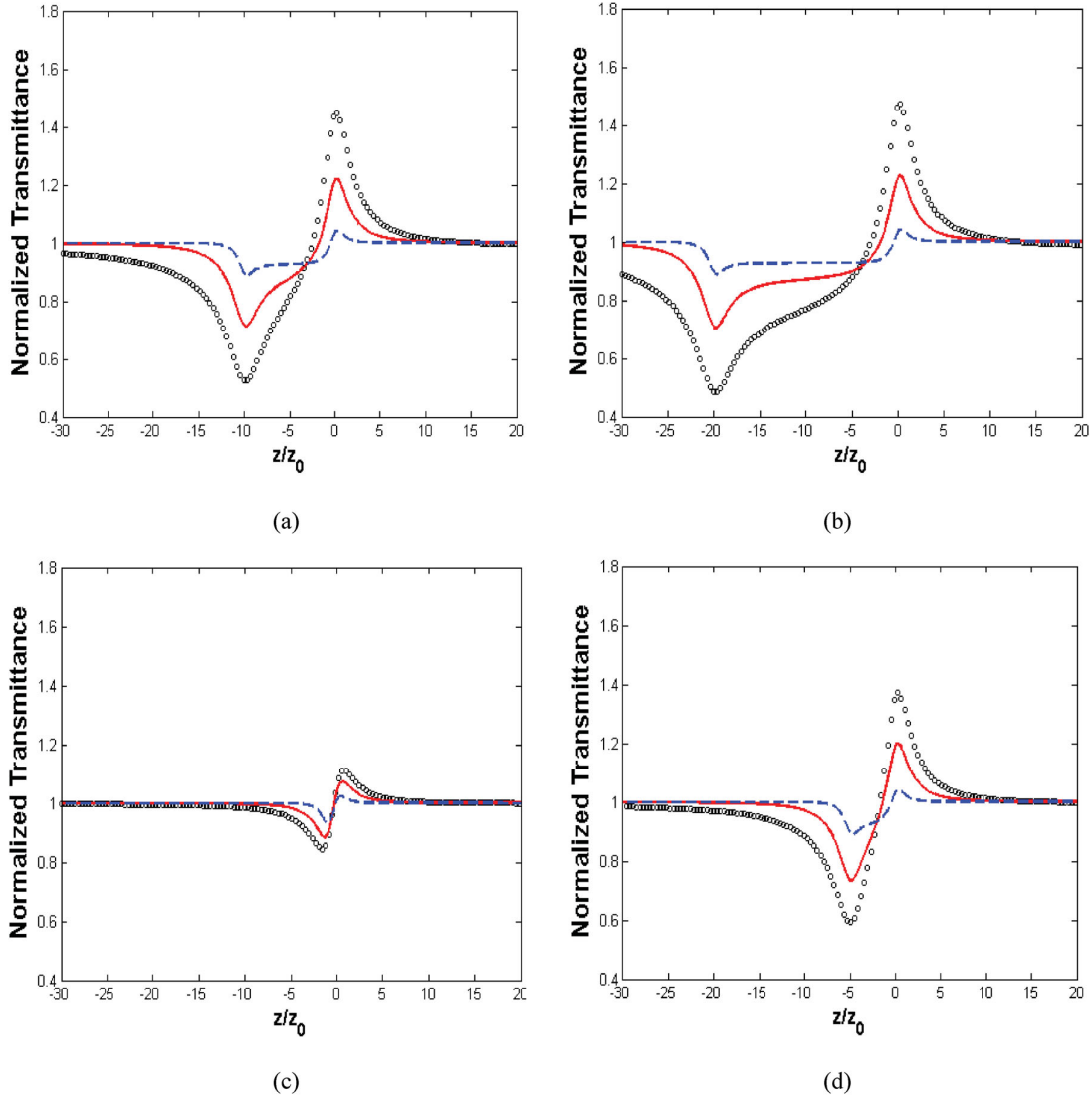


Figure 4. Normalized transmittance z -scan curves for nonlocal media with simultaneous refractive ($\Delta\Phi_R = 0.5$) and absorptive ($\Delta\Psi_R = 0.1$) nonlinearity. Nonlocalities of $m = 1$ (circle, black), $m = 2$ (line, red) and $m = 4$ (dashed line, blue). Sample thickness L of: a) z_0 , b) $5z_0$, c) $10z_0$ and d) $20z_0$.

consider a strong nonlinearity but varying in the magnitude of the absorption coefficient, that behaviour is similar to our results shown in Figure 3 of this work.

Lastly, we present the results when the nonlocal media exhibits both nonlinear refraction and absorption. In this case, the on-axis normalized transmittance can be obtained from the product of the refractive times the absorptive transmittance, Equation (12). In order to see differences in the z -scan curves with respect to the pure case, we present the results obtained when the same values for the refraction and absorption to obtain Figures 1 and 2 are used. The results are shown in Figure 4.

Due to the magnitude and sign of the nonlinear absorption, the curves present a smaller peak and a larger

valley than that in Figure 1. The region between the peak and valley is distorted by the nonlinear absorption. The curves with $m = 4$ are the most affected by the presence of the nonlinear absorption, where the normalized transmittance in a broad region between the peak and valley is below 1.

4. Conclusions

In this paper, general analytical expressions for the normalized transmittance of thick nonlocal media that present small nonlinear refraction and absorption were elicited. These expressions were acquired from the normalized transmittance for thin nonlocal media and that

the thick media can be considered as a stack of thin nonlocal media. For example, particular values of the nonlocal parameter m were used to write the corresponding analytical expressions and to show the behaviour of the z -scan curves for solely refractive or absorptive nonlinearity. For the same magnitude of nonlinear refraction, the amplitude of the curve tends to decrease as the nonlocal parameter m increases. The separation between the peak and valley increases with the thickness of the nonlinear media. For a positive (negative) nonlinear absorption the amplitude of the valley (peak) decreases as the nonlocal parameter m increases. The width of the valley (peak) decreases as the nonlocal parameter m increases. Note that the expressions for the normalized transmittance for the local case ($m = 2$) for nonlinear refraction and absorption reproduce the previously published results. The expression obtained can be used in the design and optimization of short pulses laser-cavities with active materials that present nonlinear refraction and absorption and a nonlocal response. The results can be used in the design of optical limiters to protect devices of intense radiation [21].

Acknowledgements

R. Torres Romero wants to thank the support by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT).

Disclosure statement

No potential conflict of interest was reported by the authors.

Funding

This work was partially supported by PRODEP, SEP, México. R. Torres Romero acknowledges grant receipt [296611] of Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) México and PRODEP,SEP.

References

- [1] Sheik-Bahae M, Said AA, Van Stryland EW. High-sensitivity single-beam n_2 measurements. *Opt Lett*. 1989;14:955–957.
- [2] Sheik-Bahae M, Said AA, Wei TH, et al. Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam. *IEEE J Quantum Electron*. 1990;26(4):760–769.
- [3] Chapple PB, Staromlynska J, McDuff RG. Z-scan studies in the thin-and thick-sample limits. *Opt Soc Am B*. 1994;22(6):975–982.
- [4] Garcia Ramirez EV, Arroyo Carrasco ML, Mendez Otero MM, et al. Z-scan and spatial self-phase modulation of a Gaussian beam in a thin nonlocal nonlinear media. *J Opt*. 2011;13(8):1–10.
- [5] Banerjee P, Misra R, Maghraoui M. Theoretical and experimental studies of propagation of beams through a finite sample of a cubically nonlinear material. *J Opt Soc Am B*. 1991;8(5):1072–1080.
- [6] Sheik-Bahae M, Said AA, Hagan DJ, et al. Nonlinear refraction and optical limiting in thick media. *Opt Engr*. 1991;30(8):1228–1235.
- [7] Magni V, Cerullo G, De Silvestre S. ABCD matrix analysis of propagation of Gaussian beams through Kerr media. *Opt Comm*. 1993;96(4-6):348–355.
- [8] Pálfalvi L, Hebling J. Z-scan study of the thermo-optical effect. *Appl Phys B*. 2004;78:775–780.
- [9] Zang WP, Tian JG, Liu ZB, et al. Analytic solutions to Z-scan characteristics of thick media with nonlinear refraction and nonlinear absorption. *J Opt Soc Am B*. 2004;21(1):63–66.
- [10] Pálfalvi L, Tóth BC, Almási G, et al. A general Z-scan theory. *Appl Phys B*. 2009;97:679–685.
- [11] Carrillo I S, Otero MM M, Carrasco ML A, et al. Comparison of different models employed to describe the z -scan curves for thick nonlinear optical media. *J Mod Opt*. 2013;60(3):248–254.
- [12] Reynoso Lara E, Navarrete Meza Z, Iturbe Castillo MD, et al. Influence of the photoinduced focal length of a thin nonlinear material in the Z-scan technique. *Opt Express*. 2007;15(5):2517–2529.
- [13] Balbuena Ortega A, Arroyo Carrasco ML, Méndez Otero MM, et al. Analytical expressions for z -scan with arbitrary phase change in thin nonlocal nonlinear media. *Opt Express*. 2014;22(23):27932–27941.
- [14] Martinez Irvias BA, Arroyo Carrasco ML, Mendez Otero MM, et al. Z-scan for thin media with more than one nonlocal nonlinear response. *Opt Express*. 2016;24(12):13387–13393.
- [15] Pannian Jisha C, Beeckma J, Van Acker F, et al. Generation of multiple solitons using competing nonlocal nonlinearities. *Opt Lett*. 2019;44(5):1162–1165.
- [16] Xu SL, Li H, Zhou Q, et al. Parity-time symmetry light bullets in a cold Rydberg atomic gas. *Opt Express*. 2020;28(11):16322–16332.
- [17] Guo YW, Xu SL, He JR, et al. Transient optical response of cold Rydberg atoms with electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. A*. 2020;101(2):023806.
- [18] Weaire D, Wherrett BS, Miller DAB, et al. Effect of low-power nonlinear refraction on laser beam propagation. *Opt Lett*. 1979;4(10):331–333.
- [19] Tian JG, Zang WP, Zhang CZ, et al. Analysis of beam propagation through thick nonlinear media. *Appl Opt*. 1995;34(21):4331–4336.
- [20] Hermann JA. Nonlinear optical absorption in thick media. *J Opt Soc Am B*. 1997;14(4):814–823.
- [21] Chapple PB, Hermann JA, McDuff RG. Power saturation effects in thick single-element optical limiters. *Opt Quant Electron*. 1999;31(5):555–569.

Bibliografía

- [1] E. Hecht, *Optic*, Third Edition, Addison Wesley, (1998).
- [2] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, *Fundamentals of photonics*, W. J. Goodman, (2001).
- [3] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, Third edition, (2007).
- [4] T. H. Maiman, *Stimulated optical radiation in ruby*, Nature, 187, 493-494 (1960).
- [5] P. A. Franken, A. E. Hill, C. W. Peters, and G. Weinreich, *Generation of Optical Harmonics*, Phys. Rev. Lett., 7, 118-119 (1961).
- [6] J. A. Giordmaine, *Mixing of light beams in crystals*, Phys. Rev. Lett, 8(19), 1962.
- [7] Y. R. Shen, *Principles of Nonlinear Optics*, New York, J. Wiley, (1984).
- [8] R.W. Terhune, P.D. Marker y C.M. Savage, Phys. Rev. Lett., Vol. 8, 1962, pp. 404.
- [9] E.J. Woodbury y W.K. Ng, Proc. IRE Vol. 50, 1962, pp. 2347.
- [10] Gema de la Torre, Luis Sanchez, et. al; *Compuestos orgánicos con propiedades ópticas no lineales: hacia las nuevas tecnologías fotónica y fotoelectrónica*; Anuales de la Real Sociedad Española de Química; Segunda Época Octubre-Diciembre 2002.
- [11] S. R. Friberg y P. W. Smith. *Nonlinear optical glasses for ultrafast optical switches*.IEEE J. Quantumm Electron., QE-23 (1987) 2089.
- [12] A. Owyong. *Ellipse rotation studies in laser host materials*. IEEE J. Quantumm Electron., QE-9 (1973) 1064
- [13] R. Adair L.L. Chase y S. A. Payne. *Nonlinear refractive-index measurements of glasses using three-wave frequency mixing*. J. Opt. Soc. Am., B4 (1987) 875.
- [14] M. Sheik-Bahae, A. A. Said y E. W. Van Stryland. *High-sensitivity, single beam n_2 measurements*. Opt. Lett., 14 (1989) 955-957.
- [15] Sheik-Bahae M. Said A. A, Wei T. H. Hagan D. J. and Van Stryland E. W. *Sensitive measurement of optical nonlinearities using a single beam* IEEE J. Quantum Electron (1990) 26 760-9.
- [16] Chapple, P. B.; Staromlynska, J.; McDuff, R.G.J.; Opt. Soc. Am. B 1994, 11, 975-982.
- [17] Garcia Ramirez, E. V.; Arroyo Carrasco, M.L.; Mendez Otero, M.M.;Reynoso Lara, E.; Chavez Cerda, S.; Iturbe Castillo, M. D. J. Opt. 2011, 13,085203.
- [18] Edmundo Reynoso Lara, Zulema Navarrete Meza, M. David Iturbe Castillo, Carlos G. Treviño Palacios, Erwin Martí Panameño, and M. Luis Arroyo Carrasco. *Influence of the photoinduced focal length of a thin nonlinear material in the Z-scan technique*. Optics Express, 15, 2517-2529, (2007).

-
- [19] B. A. Martinez Irivias, M. L Arroyo, M. M. Mendez Otero, R. Garcia Ramos and M. D. Iturbe Castillo, *Z-scan for Thin Media with More than One Nonlocal Nonlinear Response*, Optics Express 24(12), 13387-93 (2016).
- [20] Mansoor Sheik-Bahae, Ali A. Said, D. J. Hagan, M. J. Soileau, Eric W. Van Stryland, *Nonlinear refraction and optical limiting in thick media*. Optical Engineering,30, 1228-1235, (1991).
- [21] Vittorio Magni, Giulio Cerullo and Sandro De Silvestre, *ABCD matrix analysis of propagation of gaussian beams through Kerr media*. Optics Communications, 96, 348-355, (1993).
- [22] L. Palfalvi and J. Hebling. *Z-scan study of the thermo-optical effect* Appl. Phys.B, 78,775-780, (2004).
- [23] D. Weaire, B. S. Wherrett, D. A. B. Miller, and S. D. Smith, *Effect of low-power nonlinear refraction on laser beam propagation in InSb*. Opt. Lett., 4, 331-333, (1979).
- [24] J. G Tian, W. P. Zang, C. Z. Zhang, and G. Y. Zhang, *Analysis of beam propagation through thick nonlinear media*, Appl. Opt. 34, 4331-4336 (1995).
- [25] Wei-Ping Zang, Jian-Guo Tian, Zhi-Bo Liu, Wen-Yuan Zhou, Feng Song, and Chun-Ping Zhang, *Analytic solutions to Z-scan characteristics of thick media with nonlinear refraction and nonlinear absorption*, J. Opt. Soc. Am. B 21, 63-66 (2004).
- [26] J. A Hermann and R. G. McDuff, *Analysis of spatial scanning with thick optically nonlinear media*, J. Opt. Soc. Am. B 10, 2056 -2064 (1993).
- [27] J. A. Hermann, *Nonlinear optical absorption in thick media*, J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 14, 814-823, (1997).
- [28] I. Severiano Carrillo, *Caracterización numérica de medios no lineales a través de la técnica de barrido en Z*, tesis de Doctorado, Posgrado en Física aplicada, FCFM, BUAP.
- [29] A. Minovich, D. N. Neshev, A. Dreischuh, W. Krolikowski and Y. S. Kivshar, *Experimental reconstruction of nonlocal response of thermal nonlinear optical media*, Opt. Lett., 32(12), 1599-1601 (2007).
- [30] W. Krolikowski, O. Bang, N. I. Nikolov, D. Neshev, J. Wyller, J. J. Rasmussen, and D. Edmundson, *Modulational instability, solitons and beam propagation in spatially nonlocal nonlinear media* J. Opt. B Quantum Semiclass. Opt., 6, 288-294 (2004).
- [31] J. P. Gordon, R. C. C. Leite, R. S. Moore, S. P. S. Porto and R. Whinnery, *Long-Transient Effects in Lasers with Inserted Liquid Samples*, J. Appl. Phys. 36,3-8 (1965).
- [32] S. A. Akhmanov, D. P. Krindach, A. V. Migulin, A. P. Sukhorukov and R. V. Khokhlov, *Thermal self-actions of laser beams*, IEEE J. Quantum Electron., QE-4, 568-575 (1968).
- [33] S. Gatz and J. Herrmann, *Anisotropy, nonlocality, and space-charge field displacement in $(2 + 1)$ -dimensional self-trapping in biased photorefractive crystals*, Opt.Lett., 23, 1176-1178 (1998).
- [34] G. C. Duree, et al., *Observation of self-trapping of an optical beam due to the photorefractive effect*, Phys. Rev. Lett., 71, 533-536 (1993).
- [35] | D. Suter and T. Blasberg, *Stabilization of transverse solitary waves by a nonlocal response of the nonlinear medium*, Phys. Rev. A., 48, 4583-4587 (1993).
-

-
- [36] I. Kammer, C. Rotschild, O. Manela and M. Segev, *Periodic solitons in nonlocal nonlinear media*, Opt. Lett., 32, 3209-3211 (2007).
- [37] C. Conti, M. Peccianti, and G. Assanto, *Route to nonlocality and observation of accessible solitons*, Phys. Rev. Lett., 91, 073901 (2003).
- [38] W. Krolikowski, and O. Bang, *Solitons in nonlocal nonlinear media: Exact solutions*, Phys. Rev. E Stat. Phys., Plasmas Fluids Relat. Interdiscip. Topics 63(1), 016610 (2000).
- [39] J. A. Hermann, *Beam propagation and optical power limiting with nonlinear*, J. Opt. Soc. Amer. B., 1, 729-736 (1984).
- [40] A. Balbuena Ortega, et. al *Analytical expressions for Z-scan with arbitrary phase change in thin nonlocal nonlinear media*, Opt. Express 22(23) 27932-41(2014)
- [41] D. Débarre et al. *Image-based adaptive optics for two-photon microscopy*. Opt. Lett, 34(16):2495-2497, 2009.
- [42] Tian qing Jia et al. *Photon absorption of conduction-band electrons and their effects on laser induced damage to optical materials*. Phys. Rev. B, 61(24):165221-6529, 2000.
- [43] S. Friberg et al. *Nonlinear optical glasses for ultrafast optical switches*. IEEE Journal of Quantum Electronics, 23(12):2089-2094, 1987.
- [44] Fang-Qin Li, Xiao-Fu Zhang, Feng Yang, Nan Zong, Qin-Jun Peng, Da-Fu Cui and Zuyan Xu, *Analytical solution of on axis beam propagation for Z-scan technique*, Vol 26, No. 11 J. Opt. Soc. Am. B 2125-2130 (2009).
- [45] 14. M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions*, 555-565 (1972).
- [46] R. Torres Romero, M. M. Méndez Otero, M. L. Arroyo Carrasco, B. A. Martínez Irivas and M. D. Iturbe Castillo, *Z-scan analytical expressions for weak thick nonlocal nonlinear media*, Vol 67, Journal of Modern Optics. 1210-1216 (2020).
- [47] Ricardo Elgul Samad and Nilson Dias Vieira, *Analytical description of z-scan on axis intensity based on the Huygens-Fresnel*, Vol 15, No 11 J. Opt. Soc. Am. B 2125-2130 (1998).
- [48] D. S. Corrêa, L. De Boni, L. Misoguti, I. Cohanoschi, F. E. Hernandez, and C. R. Mendonça, *Z-scan theoretical analysis for three-, four- and five-photon absorption*, Opt. Commun. 277(2), 440-445 (2007).
- [49] Chanel Moises et. al. *Estudio de curvas experimentales de barrido en Z para medios ópticos no lineales con cualquier espesor*, Tesis de Maestría, 2014.