



**BUAP**

**B**ENEMÉRITA **U**NIVERSIDAD **A**UTÓNOMA DE **P**UEBLA

Facultad de Ingeniería.

Secretaría de Investigación y Estudios de Posgrado.

**IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO EN EL DOMINIO  
DE LA FRECUENCIA PARA EL ANÁLISIS DE LÍNEAS  
DE TRANSMISIÓN EN ESTADO TRANSITORIO**

**TESIS**

Que para obtener el grado de:  
**MAESTRO EN INGENIERÍA  
CON OPCIÓN TERMINAL EN  
SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

Presenta:  
**ING. JOSÉ EDUARDO SOLÍS OLIVOS**

Asesores:  
**DR. JUAN CARLOS ESCAMILLA SÁNCHEZ  
M.C. ISMAEL ALBINO PADILLA**

Puebla, Pue.

Enero 2017.



**BUAP**

OFICIO SIEP No. 1779/ 2016

**ING. JOSÉ EDUARDO SOLÍS OLIVOS**

Maestría en Ingeniería, Opción terminal Sistemas  
Eléctricos de Potencia  
Presente.

El suscrito M.I. Fernando Daniel Lazcano Hernández, Director de la Facultad de Ingeniería, de acuerdo a su solicitud de aprobación de Tema de Tesis, le autoriza desarrollar el tema intitulado: **“Implementación de un modelo en el Dominio de la Frecuencia para el Análisis de Líneas de Transmisión en Estado Transitorio”**, para obtener el grado de Maestro en Ingeniería con opción terminal en Sistemas eléctricos de potencia. Asignándose como Asesor de Tesis al Dr. Juan Carlos Escamilla Sánchez y Co-Asesor al M.C. Ismael Albino Padilla.

Sin otro particular, reciba un cordial saludo.

**ATENTAMENTE**

“Pensar bien, para vivir mejor”

Puebla, Puebla, a 22 de agosto de 2016



**M.I. FERNANDO DANIEL LAZCANO HERNÁNDEZ**  
Director de la Facultad de Ingeniería

C.c.p. Dr. Juan Carlos Escamilla Sánchez, Asesor tema de tesis.

C.c.p. M.C. Ismael Albino Padilla, Co-Asesor tema de tesis.

C.c.p. Archivo.

ABH/GCC/dsm.



**60**  
AÑOS DE  
**AUTONOMÍA**  
UNIVERSITARIA

Facultad  
de Ingeniería

Bldv. Valsequillo y Av. San Claudio  
s/n, edif. ING 4, Col. San Manuel,  
Ciudad Universitaria,  
Puebla, Pue. C.P. 72570  
01 (222) 229 55 00 Ext. 7610

ASUNTO: Autorización de impresión

**M. I. Fernando Daniel Lazcano Hernández**  
**Director de la Facultad de Ingeniería**  
**Benemérita Universidad Autónoma de Puebla**  
**P R E S E N T E**

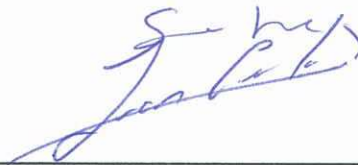
El suscrito, **Dr. Juan Carlos Escamilla Sánchez** y **MC. Ismael Albino Padilla**, asesores del tema de Tesis denominado: **"IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA PARA EL ANÁLISIS DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN EN ESTADO TRANSITORIO"**, presentado por el **C. José Eduardo Solís Olivos**, estudiante de la Maestría en Ingeniería, opción terminal en Sistemas Eléctricos de Potencia, me permito informar a usted que después de haber revisado el contenido temático, la metodología, la redacción y la ortografía de la Tesis, no tengo inconveniente en autorizar la impresión de la misma.

Asimismo, solicito tenga a bien autorizar el Jurado para su examen profesional.

Lo hago de su conocimiento para los efectos legales a que haya lugar.

**Atentamente**

Puebla, Pue., 18 de Enero de 2017



---

**Dr. Juan Carlos Escamilla Sánchez**  
**ASESOR DE TESIS**

Agradecimientos:

A Dios por darme la vida y la oportunidad de ser quien soy.

A mi esposa Yuri, a mis hijas María Sinaí y María Nelli por su amor y comprensión.

Al Doctor Juan Carlos Escamilla y al Maestro Ismael Albino por su amistad y su apoyo incondicional para la elaboración de este trabajo.

A mis compañeros, profesores y amigos de maestría, gracias por su amistad.

JESO

Agradecimientos:

A Dios por darme la vida y la oportunidad de ser cada día mejor.

A mi esposa Yuri, a mis hijas María Sinaí y María Nelli por su infinito amor y comprensión.

Al Doctor Juan Carlos Escamilla y al Maestro Ismael Albino Padilla por su amistad y su apoyo incondicional para la elaboración de este trabajo.

A mis compañeros, profesores y amigos de maestría, gracias por su amistad.

JESO

## Resumen

Los sistemas eléctricos pueden ser interconectados a través de líneas de transmisión, estos elementos permiten que la energía eléctrica se transporte desde los centros de generación a los centros de carga teniendo así un sistema completamente integrado. Debido a su gran extensión son los elementos más grandes del sistema y están expuestos a diferentes tipos de fallas.

Conocer su comportamiento en estado estable y estado transitorio es de gran importancia para su diseño y operación. En esta tesis se presenta un modelo de línea de transmisión de parámetros distribuidos para el análisis de estado transitorio. El modelo se basa en la solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia. Para obtener los resultados en el dominio del tiempo se utiliza la transformada numérica de Laplace.

El modelo se implementó en el lenguaje de programación de Matlab para validar la implementación del modelo, los resultados se compararon con el programa de simulación ATP/DRAW utilizando el modelo de J. Marti.

Adicional a lo anterior se presenta una método para el cálculo de parámetros eléctricos de la línea de transmisión monofásica, la técnica permite incluir el efecto piel que se presenta tanto en el conductor como en tierra, este efecto es importante para el análisis de transitorios electromagnéticos.

## **Abstract**

The electrical systems can be interconnected through transmission lines, these elements allow electric energy to be transported from the generation centers to the Loading centers creating a Fully Integrated system. Due to its large extension they are the largest elements of the system and are exposed to different types of faults.

To know their behavior in steady state and transient state is of great importance for its design and operation. In this thesis a model for transmission lines based on distributed parameters for the analysis of transient state is presented. The model is based on the solution of the telegrapher's equations in the frequency domain. To obtain the results on time domain the numerical Laplace transform algorithm is implemented.

The model described in this work was implemented using the programming language Matlab to validate the implementation of the model, the results were compared with those obtained on the simulation program ATP / DRAW using the model of J. Marti.

In addition, a method for calculating the electrical parameters of the single-phase transmission line was presented, the technique allows to include the skin effect which occurs in both, the conductor and on the ground, this effect is important for the analysis of transient electromagnetics.

# Índice

<b>Resumen</b>	i
<b>Abstract</b>	ii
<b>Índice</b>	iii
<b>Índice de Figuras</b>	v
<b>Índice de Tablas</b>	vii

	<b>CAPÍTULO 1 Introducción</b>	1
1.1	Generalidades	1
1.2	Potencia Natural de la Línea de Transmisión	7
1.3	Límites de Líneas de Transmisión	9
1.4	Cargabilidad de Sistemas de Transmisión	11
1.5	Esquemas de Compensación de Potencia Reactiva	13
1.5.1	Reactores en Derivación	15
1.5.2	Capacitores en Derivación	17
1.5.3	Compensación Serie	19
1.5.4	Compensador Estático de VAR's	21
1.6	Estudios de Transitorios Electromagnéticos	22
1.7	Trabajos Relacionados con el Modelado de la Línea de Transmisión.	23
1.8	Planteamiento del Problema	25
1.9	Objetivos	26
1.10	Justificación	27
1.11	Hipótesis	27
1.12	Aportaciones	28
1.13	Estructura de la Tesis	28

	<b>CAPÍTULO 2 Modelado de la Línea de Transmisión</b>	29
	<b>Monofásica</b>	
2.1	Generalidades	29
2.2	Solución de las Ecuaciones del Telegrafista para Línea Monofásica	35
2.3	Admitancia e Impedancia Característica	36

2.4	Obtención de la Matriz de Transferencia y Matriz Cadena	37
2.5	Obtención del Modelo de Dos Puertos (Nodal o Ybus)	38
2.6	Modelado de la Línea de Transmisión no Uniforme	39
<b>CAPÍTULO 3 Calculo de Parámetros Eléctricos y Transformada Numérica de Laplace</b>		<b>41</b>
3.1	Cálculo de Parámetros Eléctricos	41
3.1.1	Inductancia Geométrica	41
3.1.2	Inductancia Debida al Retorno por Tierra	44
3.1.3	Inductancia Interna del Conductor	46
3.1.4	Capacitancia	45
3.1.5	Impedancia y Capacitancia Serie Generalizada	46
3.2	Transformada Numérica de Laplace	47
3.2.1	Introducción	47
3.2.2	Transformada de Laplace	47
3.2.3	Errores que se Presentan por la Inversión de la Transformada Numérica de Laplace	49
<b>CAPÍTULO 4 Aplicación del Modelo de la Línea de Trasmisión</b>		<b>51</b>
4.1	Introducción	51
4.2	Aplicaciones	51
4.3	Energización de la Línea de Trasmisión	52
4.4	Propagación de Onda a lo Largo de la Línea	56
4.5	Simulación de Descarga Atmosférica	58
4.6	Línea no Uniforme (se considera la catenaria)	59
<b>Conclusiones</b>		<b>63</b>
<b>Recomendaciones para Trabajos Futuros</b>		<b>64</b>
<b>Referencias</b>		<b>65</b>
<b>Apéndice Programas Implementados en Matlab</b>		<b>68</b>

## Índice de Figuras

	Página	
Figura 1.1	Sistema eléctrico de Potencia	1
Figura 1.2	Rangos de tiempo en fenómenos dinámicos	3
Figura 1.3	Comportamiento angular en estabilidad transitoria y de estado estable	6
Figura 1.4	Inestabilidad de estado estable 5 y dinámica 6	7
Figura 1.5	Línea de transmisión con parámetros distribuidos	8
Figura 1.6	Comportamiento del SIL	8
Figura 1.7	Modelo de línea para análisis de cargabilidad	12
Figura 1.8	Curva de cargabilidad	13
Figura 1.9	Sistema con reactor conectado en una línea de transmisión	15
Figura 1.10	Comportamiento de la potencia reactiva en un reactor	16
Figura 1.11	Perfil de voltaje	17
Figura 1.12	Sistema con un banco de capacitores en derivación	18
Figura 1.13	Comportamiento de la potencia reactiva en un capacitor	19
Figura 1.14	Línea de transmisión con compensación serie	20
Figura 1.15	15 Perfil de voltaje	21
Figura 1.16	Característica en estado estable de un CEV	23
Figura 2.1	Sistema interconectado nacional	30
Figura 2.2	Clasificación de los modelos de líneas de transmisión	32
Figura 2.3	Circuito equivalente de la línea de transmisión por unidad de longitud	33
Figura 2.4	Condiciones de frontera	38
Figura 2.5	Modelo de dos puertos (forma nodal).	39
Figura 2.6	Obtención de la matriz cadena de cada segmento de una línea no uniforme	40
Figura 3.1	Método de las imágenes	44
Figura 3.2	Método de las imágenes complejas	44
Figura 3.3	Representación del efecto superficial y la profundidad de penetración compleja en el conductor.	45

Figura 4.1	Diagrama a bloques del algoritmo para línea uniforme y no uniforme	52
Figura 4.2	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada en vacío	53
Figura 4.3	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme con carga	54
Figura 4.4	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada con una señal cosenoidal en vacío	55
Figura 4.5	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada con una señal cosenoidal con carga	55
Figura 4.6	Señal cosenoidal	56
Figura 4.7	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica considerando energización con un tiempo diferente de cero en vacío	57
Figura 4.8	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica considerando energización con un tiempo diferente de cero con carga	57
Figura 4.9	División de la línea monofásica para el ejemplo de aplicación	58
Figura 4.10	Propagación de la sobretensión transitoria cosenoidal a lo largo de la línea monofásica uniforme	58
Figura 4.11	Señal típica de una descarga atmosférica	59
Figura 4.12	Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada con una descarga atmosférica	60
Figura 4.13	Configuración de línea monofásica no uniforme	60
Figura 4.14	Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme energizada con un escalón unitario en vacío	61
Figura 4.15	Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme con carga	62

Figura 4.16	Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme energizada con una señal típica de descarga atmosférica	62
-------------	--	----

## Índice de Tablas

Tabla 1.1	Clasificación de problemas dinámicos de acuerdo a la duración de los efectos principales	3
Tabla 1.2	Rangos de frecuencia para fenómenos transitorios electromagnéticos	4
Tabla 1.3	Limite Térmico	10
Tabla 2.1	Parámetros de la línea de transmisión	35
Tabla 4.1	Datos de una línea de transmisión uniforme	54
Tabla 4.2	Datos de una línea de transmisión con catenaria	61

# CAPÍTULO 1 Introducción

## 1.1 Generalidades

Un sistema eléctrico está formado por centrales generadoras, líneas de transmisión, cargas eléctricas, subsistemas de control y otros equipos conectados mecánica o eléctricamente como se muestra en la Figura 1.1. Las centrales generadoras generalmente se localizan alejadas de los centros de carga; ya sea por la disponibilidad del energético primario, de agua de enfriamiento o por consideraciones ambientales. Las cargas se alimentan de centros de distribución concentrados, de los que se les proporciona el suministro a los usuarios mediante redes eléctricas de bajo voltaje.

Las dimensiones de los sistemas eléctricos son muy grandes sobre todo al considerar las interconexiones entre Gerencias de control Regional (sistemas de un mismo país) o de varios países.

Las simulaciones de estabilidad sirven para determinar la capacidad de estos enormes sistemas para soportar contingencias.

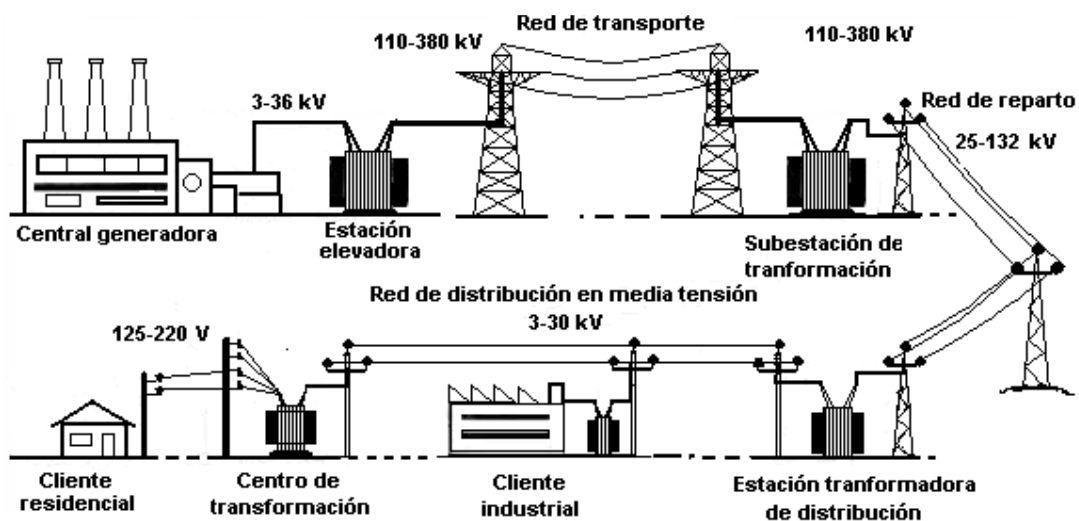


Figura 1.1 Sistema eléctrico de Potencia

Un procedimiento que se ha seguido en el desarrollo del análisis dinámico es separarlo en dominios, sobre la base de los tiempos de respuesta, propios de los elementos, para cada evento o incidente de interés para el estudio que se esté considerando; a manera de ejemplo: una descarga atmosférica provoca un rompimiento del dieléctrico, lo que hace operar después de un cierto tiempo a los relevadores de protección y éstos, a su vez, provocan el disparo de los interruptores de la línea con falla, modificando la topología o configuración de la red eléctrica. Todo el fenómeno se lleva a cabo entre una y dos décimas de segundo, y ni el humano, ni la caldera, ni la columna de agua de una unidad hidroeléctrica, ni los gobernadores de las turbinas, etc., se percatan del incidente. Sin embargo es necesaria una modelación para comprender el efecto importante que presentan estos fenómenos de alta frecuencia.

La respuesta dinámica ante disturbios del sistema eléctrico representado por la Figura 1.1, se obtiene de las ecuaciones de movimiento de los componentes. Para los estudios de estabilidad transitoria, el interés se centra en las ecuaciones electromecánicas del movimiento en contra parte para estudios de transitorios electromagnéticos se consideran la relación que existe entre campos eléctricos y magnéticos y su respuesta en tiempos muy cortos involucrando altas frecuencias. El problema se simplifica clasificando el comportamiento dinámico en dominios, y seleccionando los modelos matemáticos que representen de manera adecuada, la respuesta de los componentes para el dominio que interesa estudiar. En la Figura 1.2. Se observa que el rango de tiempo para estabilidad transitoria y dinámica, cae en una zona intermedia, para estudios de transitorios electromagnéticos cae en fenómenos rápidos y los de estado estable son los fenómenos lentos. Los estudios de estabilidad. Con base en los tiempos de respuesta de los componentes del sistema, se pueden clasificar en las siguientes tres categorías:

1. Dinámica del generador eléctrico y de los controles de excitación
2. Sistema de regulación de velocidad y control automático de generación
3. Dinámica del sistema suministrador de energía (caldera) y de sus controles
4. Estudios de transitorios electromagnéticos
5. Estudios de estado estable

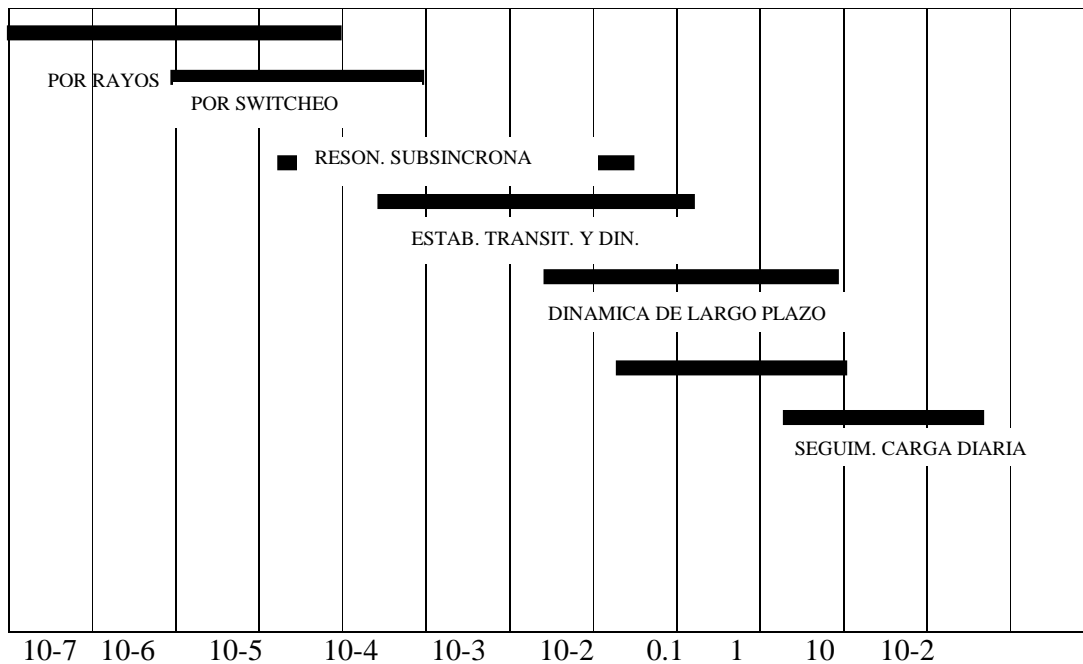


Figura. 1.2 Rangos de tiempo en fenómenos dinámicos

Los principales efectos de cada categoría ocurren en espectros de tiempo con diferente duración como se muestra en la Tabla 1.1 para el caso de estabilidad Transitoria. Para los estudios de transitorios electromagnéticos se presenta la siguiente clasificación de la Tabla 1.2.

En la dinámica del generador eléctrico y de los controles de excitación, el interés se centra en analizar la capacidad que presente el sistema eléctrico de permanecer operando en sincronismo al ocurrir disturbios severos, tales como: fallas, que resultan en disparos de líneas o transformadores, pérdidas repentinas de unidades generadoras o de cargas grandes y cambios de configuración. Los efectos más relevantes ocurren en los primeros segundos. Para este caso raras veces se requiere un tiempo de estudio mayor a 3 segundos.

Tabla 1.1 Clasificación de problemas dinámicos de acuerdo a la duración de los efectos principales

Dinámica del generador (Análisis de estabilidad transitoria)	Estabilidad transitoria	Regulación primaria y CAG	Dinámica de la caldera y controles
Pocos segundos	X		
Varios segundos a pocos minutos		X	
Varios minutos			X

Tabla 1.2 Rangos de frecuencia para fenómenos transitorios electromagnéticos

Rango de frecuencia	Características del fenómeno	Tipos de transitorio
0.1 Hz a 3 kHz	Oscilación de baja frecuencia	Sobretensiones temporales
50/60 Hz a 20 kHz	Frente de onda lento	Sobretensiones por maniobra
10 kHz a 3MHz	Fuente de onda rápido	Sobretensiones por descarga atmosférica
100 kHz a 50 MHz	Frente de onda muy rápido	Sobretensiones por reencendido y fallas en subestaciones aisladas en gas SF <sub>6</sub>

El énfasis de representación recae en las relaciones red máquina. Para el estudio de primera oscilación, no se requiere una representación detallada de los sistemas de excitación. Si el estudio se desea llevar más allá de un segundo, es necesario modelar con mayor detalle los sistemas de excitación y los estabilizadores de potencia.

Los parámetros dominantes en la primera categoría, o sea los que tienen mayor influencia en el comportamiento dinámico del sistema son:

- La reactancia y la inercia del generador.
- Las reactancias de la red de transmisión por las tres condiciones: pre falla, falla y post falla.
- Los esquemas de subestaciones y los tiempos de operación de los interruptores.
- Los esquemas de protecciones.

La estabilidad de un sistema de potencia, es una propiedad que asegura que el sistema permanecerá en operación y equilibrio a través de condiciones normales y anormales. En la actualidad no existe consenso sobre las definiciones referentes al tema; sin embargo, las más usuales son la que se una publican en el IEEE o el CIGRE. Las

cuales se citan a continuación. Operación en estado estable: una condición de operación de un sistema eléctrico en la cual todas las cantidades de operación que la caracterizan pueden ser consideradas constantes.

Operación síncrona o sincronismo: una máquina síncrona conectada a otras máquinas por medio de una red, se dice que está en operación síncrona con la red (u otras máquinas), si su velocidad eléctrica (el producto de su velocidad angular por el número de pares de polos) es igual a la frecuencia angular del voltaje de la red en el punto de conexión (o a la velocidad eléctrica de otras máquinas interconectadas).

Disturbio en un sistema de potencia: es un cambio repentino o una secuencia de cambios en uno o más de los parámetros del sistema, o en una o más de las cantidades de operación.

- Disturbio pequeño en un sistema de potencia es aquél para el cual las ecuaciones que describen la dinámica del sistema, pueden ser linealizadas para fines de análisis.
- Disturbio grande en un sistema de potencia es un disturbio para el cual las ecuaciones que describen la dinámica del sistema no pueden ser linealizadas.

Estabilidad en estado estable: un sistema de potencia se dice que está en una condición de estabilidad en estado estable, si después de cualquier perturbación pequeña alcanza una condición de operación en estado estable que es idéntica o parecida a su condición inicial. Esto también se conoce como estabilidad de un sistema de potencia ante pequeños disturbios. Estabilidad transitoria: se dice que un sistema de potencia es transitoriamente estable para una condición de operación en estado estable específica y para un disturbio en particular, si al ocurrir un disturbio se logra una nueva condición de operación en estado estable adecuada. Una clasificación usual del tema de estabilidad de sistemas eléctricos consiste en separarlo en tres tipos:

- a) Estabilidades estado estable.
- b) Estabilidad transitoria.
- c) Estabilidad dinámica.

Para aclarar lo antes expuesto, la Figura 1.3 presenta casos específicos de comportamiento dinámico de sistemas eléctricos. La curva 1 ilustra una inestabilidad típica de estado estable, debida fundamentalmente a un coeficiente de sincronización reducido. Las curvas 2 y 3 muestran comportamientos típicos de pérdida de sincronismo en la primera oscilación ante disturbio grande, mientras que la curva 4 de dicha Figura ilustra un caso estable ante disturbio grande transitoriamente estable).

En la Figura 1.4 se muestran dos casos de inestabilidad dinámica: la curva 5 es un caso típico de inestabilidad por coeficiente de sincronismo reducido (obsérvese que es inestable a pesar de haber soportado la primera oscilación). Este comportamiento puede ocurrir cuando un sistema se encuentra operando con margen reducido de estabilidad, y al ocurrir una perturbación resulta con un perfil de voltaje degradado, lo que a su vez puede ocasionar el disparo de algún elemento adicional: por ejemplo, un banco de capacitores, serie o paralelo, o con un Compensador Estático de Var's.

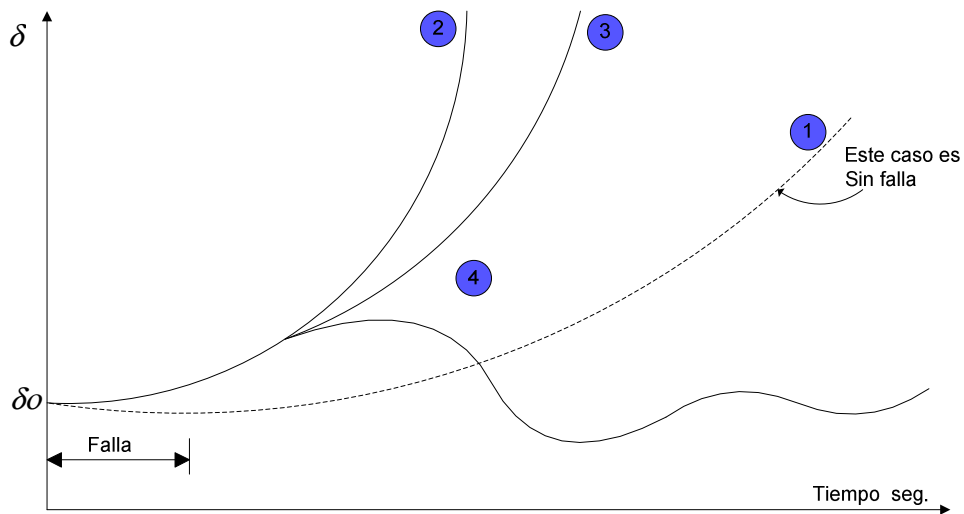


Figura. 1.3 Comportamiento angular en estabilidad transitoria y de estado estable.

La curva 6 de la Figura 1.4 se muestra un caso dinámicamente inestable que generalmente ocurre debido a coeficientes de amortiguamiento reducidos. Este comportamiento se puede presentar cuando se tienen sistemas de excitación con ganancia elevada y respuesta rápida que no están debidamente sintonizados o les faltan los estabilizadores de potencia.

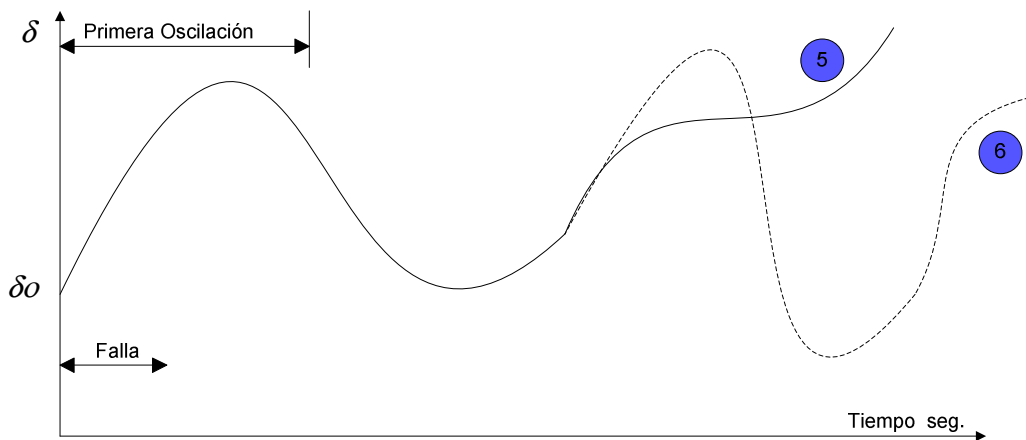


Figura. 1.4 Inestabilidad de estado estable 5 y dinámica 6.

## 1.2 Potencia Natural de la Línea de Transmisión

En la operación de los sistemas eléctricos es importante conocer la capacidad de los equipos que se tiene instalados. Los operadores de los sistemas eléctricos deben conocer con la mayor exactitud posible los recursos de transmisión con que cuentan, esto les permite tomar decisiones más acertadas sobre la redistribución de flujos de potencia y medidas operativas adecuadas.

Las líneas de transmisión pueden ser modeladas por un sencillo circuito cuando su longitud no es demasiado larga, para lo cual es suficiente conocer  $R$ ,  $L$  y  $C$  como parámetros concentrados logrando suficiente exactitud en el modelo. Sin embargo, para líneas con una longitud considerable, requieren de cálculos en términos de constantes distribuidas para lograr un alto grado de exactitud.

Para una mejor representación de una línea de transmisión, es necesario tomar en cuenta que los parámetros de la línea están distribuidos uniformemente en toda su longitud. Una forma comúnmente utilizada es la suposición de que la línea está compuesta por “ $n$ ” circuitos  $\pi$  equivalentes conectados en cascada como se muestra en la Figura 1.5.

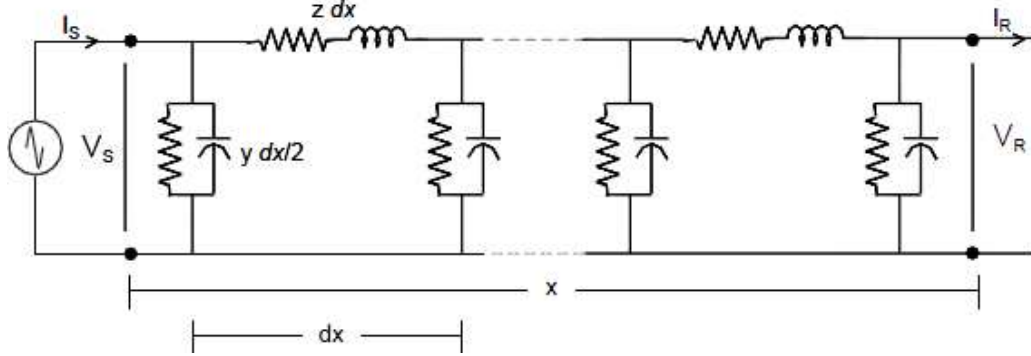


Figura 1.5 Línea de transmisión con parámetros distribuidos

Un concepto importante en sistemas de transmisión es la **potencia natural** de la línea. En la Figura 1.6 se observa que para ángulos de potencia pequeños, esto es, cuando no se transmite grandes cantidades de energía, la línea genera más potencia reactiva capacitiva que la potencia reactiva inductiva que consume. Al aumentar el ángulo de potencia se llega a un punto de equilibrio en el que la línea, observada desde sus extremos, no genera ni consume reactivos. A la potencia activa que se transmite en esta condición se le conoce como potencia natural de la línea **SIL** la cual está en función del voltaje de transmisión y de la impedancia característica como se define en la siguiente ecuación.

$$SIL = \frac{V^2}{Z_c} \tag{1.1}$$

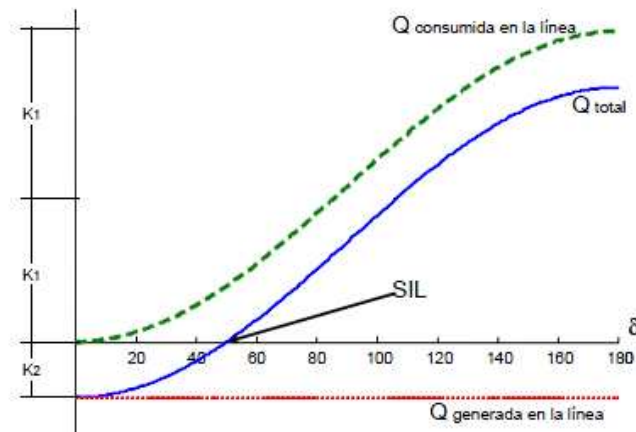


Figura 1.6 Comportamiento del SIL.

Para ángulos de potencia mayores, se transmite mayor cantidad de energía, la línea consume más potencia reactiva inductiva que la que se produce por efecto capacitivo. La máxima potencia se transmite para un ángulo de  $90^\circ$ .

### **1.3 Límites de Líneas de Transmisión**

En el caso de las líneas de transmisión la capacidad varía de acuerdo a la condición operativa. Cuando ocurre una falla en alguna línea de transmisión, si las protecciones operan correctamente y la línea sale de operación, la redistribución de los flujos de potencia puede llevar a rebasar los límites de otra u otras líneas del sistema y provocar que también operen sus protecciones. Una nueva redistribución de flujos provocaría seguramente en alguna otra línea del sistema problemas similares y así sucesivamente hasta llegar a una desarticulación del sistema. El escenario descrito requiere establecer límites de cargabilidad para las principales líneas de transmisión del sistema. Es común en la literatura técnica encontrar tres límites que restringen la cargabilidad de un enlace:

- a) **Límite térmico de la línea.**
  - b) **Limite por caída de voltaje máxima permisible en la línea.**
  - c) **Limite por el margen de estabilidad establecido para la operación segura del sistema.**
- a) **Límite térmico de la línea.**

Este límite es determinado por las características mecánicas y eléctricas de los conductores. Al respetarse este límite se conserva la vida útil del elemento conductor, *dicho límite se basa en la corriente máxima* que puede circular a través del conductor sin que el calentamiento producido por efecto Joule altere las características mecánicas y eléctricas. Para determinar este límite en líneas aéreas es importante tomar en cuenta los factores atmosféricos y del medio ambiente, los que pueden incrementar o reducir la capacidad de disipación de calor del conductor. Se observa que este límite difícilmente es rebasado en sistemas eléctricos débiles, en este tipo de sistemas es más frecuente encontrar como una limitación otros factores de operación y de seguridad del sistema.

En redes eléctricas robustas se puede llegar a rebasar el límite térmico en el caso de líneas de corta longitud, debido a que el límite de caída de tensión permisible no se excede; lo mismo puede decirse del límite por estabilidad o separación angular, siendo

la separación angular relativamente pequeña. Este margen térmico se establece en función del tipo de conductor.

Los fabricantes de conductores dependiendo de la naturaleza y calidad de los materiales que utilizan para desarrollar sus productos, determinan un máximo valor de corriente que deberá fluir a través de su conductor, esto debido a que la circulación de corriente excesiva provoca mayores pérdidas en el conductor, estas pérdidas de energía se reflejan en calor que provoca un incremento en el gradiente de temperatura en la superficie del conductor y a su vez se incrementa la resistencia, lo que puede generar altas temperaturas en los conductores y provocar pérdidas de las características de conductividad de los materiales de que están contruidos los conductores o deformaciones en los materiales. En la Tabla 1.3 se presenta el límite térmico para algunos conductores típicos empleados en líneas de transmisión.

**b) Límite por caída de voltaje máxima permisible en la línea.**

La limitación de caída de voltaje es de suma importancia, sobre todo en sistemas eléctricos longitudinales; está íntimamente relacionada con la capacidad de suministro de reactivos en los extremos de la línea. Este índice se relaciona con el servicio a los usuarios, ya que se debe mantener la magnitud de voltaje en los extremos de envío y de recepción, dentro de una banda de valores respecto al voltaje nominal de operación.

Tabla 1.3 Limite Térmico

CALIBRE	LIMITE TÉRMICO, AMPERES	MVA		
		400 kv	230 kv	115 kv
1113	1,110	769	442	221
900	970	---	386	193
795	910	---	363	181
477	670	---	---	133
336	530	---	---	106
266	460	---	---	92

Con bajo voltaje se incrementa la corriente para suministrar un valor dado de demanda y como consecuencia se aumenta las pérdidas de transmisión y el calentamiento de los equipos que componen el sistema eléctrico. En este caso puede incluso llegarse al límite térmico de la línea de transmisión. Generalmente como criterio de planeación se

establece una caída máxima de tensión del 5% entre terminales de envío y recepción de la línea de transmisión.

**c) Límite por margen de estabilidad de estado estable.**

Este límite está dado por un margen de seguridad que permita al sistema soportar contingencias sin llegar a la pérdida de sincronismo, éste margen conocido como margen de estabilidad de estado estable (ME), se refiere al margen entre la potencia máxima ( $P_{max}$ ) que se puede transmitir por la línea de transmisión y la potencia de operación permisible ( $P_{op}$ ), normalmente alrededor de un 70% de la potencia máxima disponible así la ecuación de flujo de potencia activa está dada por la expresión:

$$P_{max} = \frac{V_1 V_2}{X_L} \sin(90^\circ) \quad (1.2)$$

El margen de estabilidad queda expresado por:

$$ME\% = \frac{P_{max} - P_{op}}{P_{max}} 100 \quad (1.3)$$

Entonces, dado que la potencia de operación no debe rebasar el 70% de la máxima transferencia de potencia ( $P_{op} = 0.7P_{max}$ ), el ángulo entre máquinas equivalentes no debe excederse del valor calculado por

$$\delta = \arcsin\left(1 - \frac{ME\%}{100}\right) \quad (1.4)$$

Un margen de estabilidad del 70% limita la transferencia de potencia con una separación angular entre máquinas equivalentes, de 44° aproximadamente.

## **1.4 Cargabilidad de Sistemas de Transmisión**

El modelo del sistema para el análisis de la cargabilidad de una línea que unirá dos sistemas aislados o áreas de un mismo sistema pero físicamente aisladas entre si, se muestra en la Figura 1.7 y normalmente representa a un sistema balanceado.

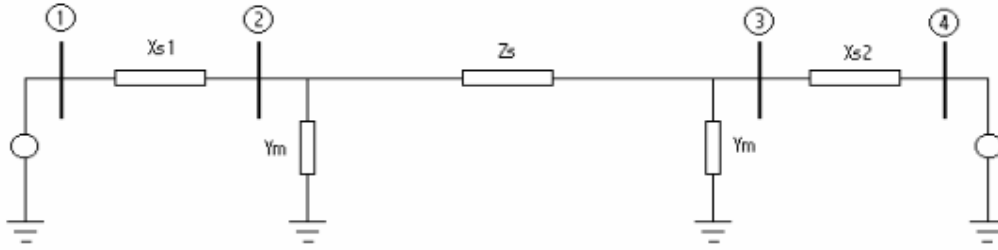


Figura 1.7 Modelo de línea para análisis de cargabilidad

$X_{s1}$  y  $X_{s2}$ , representan las capacidades de cortocircuito (Equivalente de Thevenin) de cada uno de los sistemas a interconectar por medio del enlace. Se supone que ambos sistemas operan eléctricamente en forma independiente antes de colocar la línea de transmisión.

La Figura 1.8 muestra los resultados de un análisis de cargabilidad para una línea de transmisión, los límites utilizados para el estudio son del 5% en caída de tensión y un margen de estabilidad del 30%. La aplicación de la curva de cargabilidad permite distinguir regiones limitadas por caída de voltaje o por margen de estabilidad, según lo que ocurra primero. Generalmente en el estudio no se incluye la comprobación del límite térmico debido a que este tiene una gran dependencia del tipo de conductor, además de que en el estudio se está considerando líneas largas y en este tipo de líneas el límite térmico difícilmente es rebasado. Los criterios se podrían variar; si se hacen menos restrictivos, aumentando la caída de voltaje y disminuyendo el margen de estabilidad permitido, se aumentaría la cargabilidad pero se reduciría la confiabilidad. A la inversa, haciéndolos más restrictivos se mejoraría la confiabilidad pero se degradaría la cargabilidad. El punto de intersección de las curvas restrictivas de caída de voltaje (CV) y de estabilidad (ME) no es fijo a ninguna longitud particular y se puede desplazar a la derecha o a la izquierda, dependiendo de las características de los sistemas terminales, de las distintas clases de voltaje y de los criterios de estabilidad y de caída de voltaje que se utilicen. El análisis de cargabilidad con base en la curva presentada es una práctica común, principalmente la utilizan los encargados de planificar la expansión de la red, sin embargo, debido a que solo representa el régimen permanente sin contingencia, no sustituyen la necesidad de efectuar estudios completos de las diversas condiciones de operación susceptibles de ocurrir, tanto en régimen permanente como en régimen dinámico.

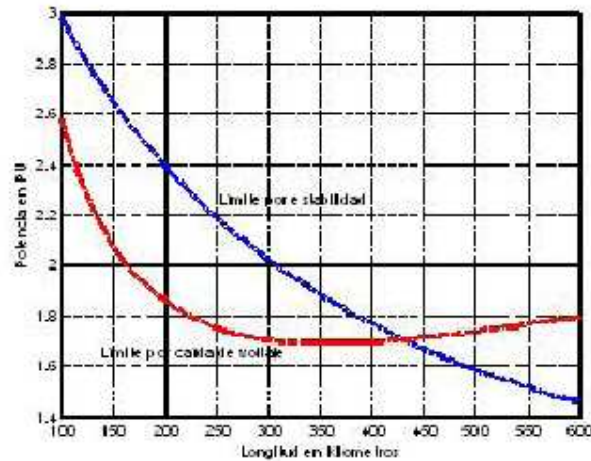


Figura 1.8 Curva de cargabilidad

### 1.5 Esquemas de Compensación de Potencia Reactiva

En el desarrollo inicial de los sistemas eléctricos, los centros de generación se ubicaron cerca de los principales centros de consumo; por este motivo no fue necesario transferir grandes cantidades de potencia reactiva, y de instalar esquemas de compensación reactiva. A medida que los sistemas eléctricos fueron creciendo, fue necesario compensar la carga, principalmente con capacitores en derivación. Con el empleo de niveles de tensión más elevados, fue necesario para balancear la potencia reactiva, agregar reactores en derivación en las líneas de transmisión e instalar condensadores. Mientras que la potencia activa debe transmitirse desde los generadores a las cargas, la potencia reactiva no debería circular a través de largas distancias ya que ello implica mayores caídas de voltaje, con lo cual se complica el control del mismo; mayores pérdidas, debido a corrientes altas, lo que significa mayores costos y utilización innecesaria de la capacidad térmica de los equipos. Para evitar la circulación de potencia reactiva y controlar mejor el voltaje se utilizan equipos de compensación reactiva. En esta sección se describen los elementos que se conectan a la línea de transmisión para compensar su potencia reactiva como son capacitores, reactores y Compensador Estático de Var's.

La compensación de reactivos se requiere para:

- a. Controlar el flujo de potencia reactiva.
- b. Controlar el voltaje.

- c. Mejorar la estabilidad del sistema eléctrico.

Los elementos de compensación se pueden clasificar como pasivos y dinámicos. La siguiente clasificación muestra su aplicación.

**Capacitores en derivación:**

- Control del voltaje en régimen permanente
- Control del flujo de potencia reactiva

**Reactores en derivación:**

- Control del voltaje en estado estable
- Control del flujo de potencia reactiva
- Reducción de sobrevoltajes transitorios por maniobra

**Capacitores serie:**

- Transferencia y estabilización de potencia
- Control del flujo de potencia reactiva

**Condensadores síncronos:**

- Control del voltaje en régimen permanente y dinámico
- Control del flujo de potencia reactiva

**Sistemas estáticos de VARS:**

- Control de voltaje en estado estable y dinámico
- Control del flujo de potencia reactiva
- Transferencia y estabilización de potencia

Las necesidades específicas de compensación de las redes de transmisión se resumen en:

**Control del flujo de potencia reactiva en régimen permanente para:**

- Minimizar pérdidas excesivas del sistema
- Mantener el perfil de voltaje deseado en la red de transmisión

**Control de variaciones de voltaje causadas por:**

- Ciclo diario de demanda
- Cargas de impacto repetitivo tales como hornos de arco
- Oscilaciones de flujos de potencia

- Variaciones dinámicas de P y Q en convertidor HVDC
- Rechazo de carga

Para cualquier función dada, se debe realizar un estudio costo-beneficio para escoger el esquema que satisfaga las necesidades del sistema al menor costo.

### 1.5.1 Reactores en Derivación

Los reactores en derivación son el medio más económico y atractivo para compensar los excedentes de reactivos de líneas de transmisión cuando éstas se encuentran con baja carga. Para capacidades grandes por lo general son sumergidos en aceite. El diseño de estos reactores puede ser de tipo núcleo o tipo acorazado, siendo más usuales los primeros por su menor costo.

Los reactores en derivación se pueden conectar directamente a las líneas de transmisión, en barras de subestaciones o en terciarios de transformadores, Figura 1.9. La conexión de los reactores puede ser permanente (mediante cuchillas) o desconectable (mediante interruptores). En caso de ser permanente se tiene el inconveniente de que en cargas altas los reactores degradan la cargabilidad de las líneas de transmisión.

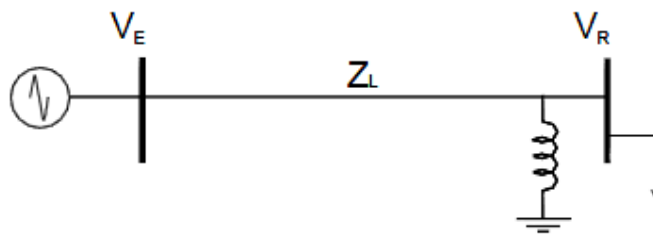


Figura 1.9 Sistema con reactor conectado en una línea de transmisión

En líneas largas que requieran reactores en derivación, muy probablemente algunas tendrían que estar conectados de manera permanente para controlar las sobretensiones en el caso de un rechazo de carga o de que la línea quede abierta en un extremo. La razón fundamental para utilizar reactores es controlar los voltajes de régimen permanente; no representan el medio idóneo para controlar sobretensiones transitorias. El dimensionamiento de los reactores se define con base en estudios de flujos del sistema para distintas condiciones de operación. Un modelo para simulación típico de

reactores es un elemento pasivo con un valor de susceptancia fija. Para un reactor, el cual se utiliza cuando las líneas presentan elevación de voltaje creciente desde el extremo de envío, hacia el extremo de recepción cuando operan con flujos bajos, la expresión que representa un reactor está dada por:

$$Q = \frac{V^2}{X_L} = \frac{V^2}{2\pi fL} \quad (1.5)$$

De aquí se concluye que la potencia reactiva que consume un reactor varía proporcionalmente con el cuadrado del voltaje de operación e inversamente con la frecuencia. En la Figura 1.10 se muestra el comportamiento de la potencia reactiva de un reactor, considerando frecuencia constante, a medida que el voltaje va aumentando, el consumo de potencia reactiva va creciendo.

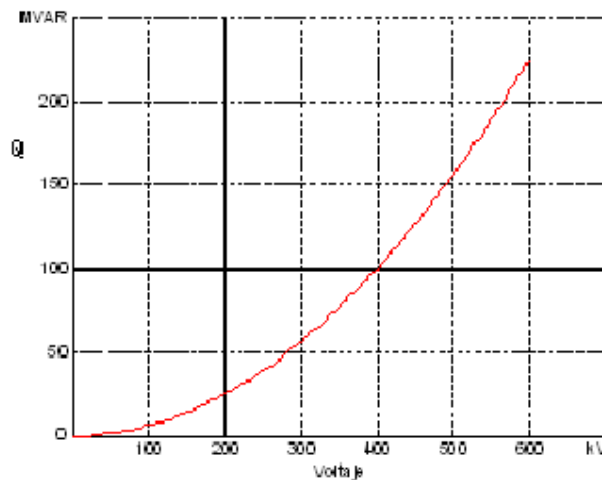


Figura 1.10 Comportamiento de la potencia reactiva en un reactor

La Figura 1.11 muestra el comportamiento del perfil de voltaje del nodo de recepción, al pasar de una condición de operación con carga mínima hasta una condición con carga máxima del sistema de la Figura 1.9. En condiciones de demanda mínima, se puede tener un excedente de potencia reactiva en la red eléctrica, lo cual propiciará altas magnitudes de voltaje en algunos nodos. Este fenómeno ocurre generalmente en líneas de transmisión largas y de alto voltaje, donde el efecto capacitivo de la línea juega un factor importante en la operación del sistema eléctrico, con la conexión del reactor

reduce la magnitud de voltaje, debido a la absorción de parte de los reactivos que genera la línea de transmisión.

En la Figura 1.11 se puede observar que para condiciones de operación de demanda mínima, el voltaje en el extremo de recepción estará por encima de 1 p.u. Lo cual indica que se tiene exceso de potencia reactiva en la red, esta potencia se tendrá que absorber por un elemento. Si se instala un reactor en el extremo de recepción se puede observar que en condiciones de demanda mínima el sobrevoltaje sería menor, pero en condiciones de demanda máxima se tendría una magnitud de voltaje crítica.

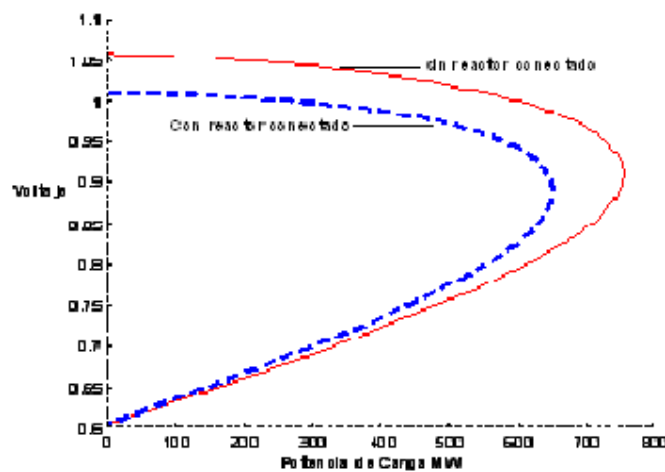


Figura 1.11 Perfil de voltaje

### 1.5.2 Capacitores en Derivación

En sistemas eléctricos con configuraciones longitudinales o radiales, generalmente las líneas de transmisión de longitud media y larga, tienen dificultad en mantener un buen perfil de voltaje. Los capacitores en derivación representan el medio más idóneo, tanto desde un punto de vista técnico como económico, de incrementar la cargabilidad de redes de transmisión y subtransmisión que alimentan cargas alejadas de los centros de generación.

Una aplicación típica de los capacitores en derivación es cuando se tiene una carga concentrada con deficiencia de reactivos conectada a los centros de generación por medio de líneas largas. Dependiendo del nivel de demanda y de la red de transmisión, es posible que el voltaje en la zona de carga se abata tanto que sea necesario utilizar generación local para liberar capacidad de transmisión en las líneas, ver Figura 1.12.

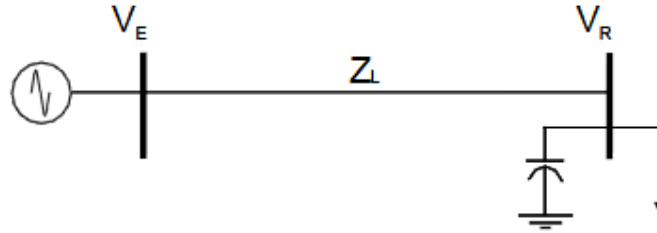


Figura 1.12 Sistema con un banco de capacitores en derivación

Este fenómeno está asociado a la demanda cambiante en el sistema a lo largo de las horas del día y al crecer ésta, la magnitud de voltaje en el extremo receptor se reduce, lo que ocasiona un incremento en la corriente. A su vez se tienen mayores pérdidas por el efecto Joule, y un mayor calentamiento el cual puede ser excesivo no solamente en los equipos de la empresa suministradora de energía, sino también en los equipos de los usuarios, los cuales sufren las consecuencias en caso de existir de una mala regulación de voltaje.

Para tratar de mantener un perfil de voltaje adecuado, antes de la compensación, es necesario que el extremo generador envíe potencia reactiva a través de la línea de transmisión, requiriendo una mayor corriente y esto a su vez provoca una mayor caída de tensión. El problema, dependiendo de las condiciones operativas y de la red podría terminar en un colapso de voltaje. La compensación de potencia reactiva capacitiva en derivación, se refiere esencialmente a la inyección de potencia reactiva en el nodo de recepción de una línea de transmisión, por medio de un banco de capacitores. De esta manera la potencia reactiva que aporta la fuente no será necesaria y evita el envío a través de la línea de transmisión.

Además es importante observar que normalmente la inyección de potencia reactiva en el nodo de recepción (ver Figura 1.12) es necesaria solamente en condiciones de alta demanda, ya que en el caso de existir una condición de baja demanda puede tenerse un excedente de potencia reactiva. Un modelo de simulación típico de capacitor es el de un elemento pasivo con un valor de impedancia fijo. Para un capacitor la potencia reactiva está dada por:

$$Q = -V^2 X_c \quad (1.6)$$

En donde la dependencia de la potencia reactiva es proporcional al cuadrado del voltaje y a la frecuencia de operación del sistema. En la Figura 1.13 se muestra el comportamiento de la potencia reactiva de un banco de capacitores en derivación en función del voltaje considerando frecuencia constante. Una característica poco deseable del capacitor es que a medida que el voltaje se reduce, la inyección de potencia reactiva disminuye, ver Figura 1.14, con lo cual el voltaje nuevamente reduce su magnitud, generándose un círculo vicioso que puede acelerar un problema de colapso de voltaje.

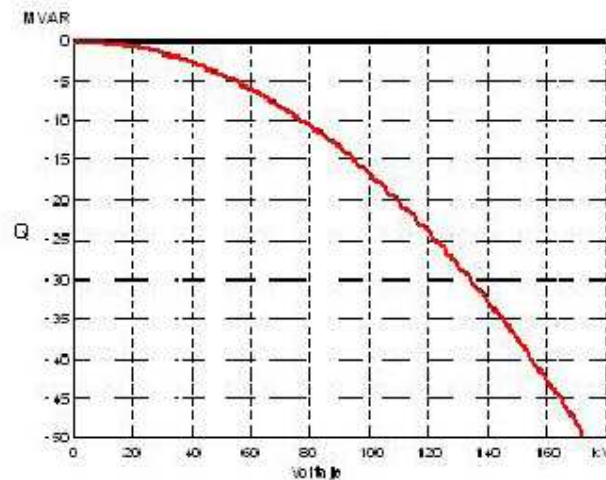


Figura 1.13 Comportamiento de la potencia reactiva en un capacitor

### 1.5.3 Compensación Serie

La transmisión de potencia eléctrica a través de líneas de transmisión presenta algunos factores que limitan la transmisión de energía (caída de voltaje, problema de estabilidad y los efectos térmicos en conductores). Los límites impuestos por estos factores pueden ser superados con la construcción de nuevas líneas o con la transmisión de potencia a un nivel de voltaje mayor. Estas alternativas resultan muy costosas, especialmente en el caso de líneas de transmisión largas. Otra alternativa de costo menor es la compensación serie en líneas de transmisión. La compensación serie consta de capacitores conectados en serie con la línea de transmisión, su objetivo es incrementar su capacidad de transmisión de potencia reduciendo la impedancia serie equivalente de la línea. Un alto grado de compensación serie acentúa problemas de relevadores de protección y en los perfiles de voltaje durante fallas. Otro problema es la resonancia subsíncrona, que puede producir fallas severas en las flechas de generadores y turbinas. Para la compensación serie los parámetros importantes, en lugar del valor de potencia como se hace en la

compensación en derivación para los bancos de capacitores o reactores, se da por medio de un porcentaje de la reactancia inductiva serie que se desea compensar. La reactancia serie es la principal limitante en la máxima transferencia de potencia que puede tenerse en una línea de transmisión, la transferencia de potencia está dada por:

$$P_{\max} = \frac{V_1 V_2}{X_L} \sin(\delta^0) \quad (1.7)$$

La potencia máxima transmitida se puede incrementar, aumentando  $V_1$ ,  $V_2$  o bien disminuyendo el valor neto de  $X_L$  con un capacitor serie en la línea, como se observa en la Figura 1.14.

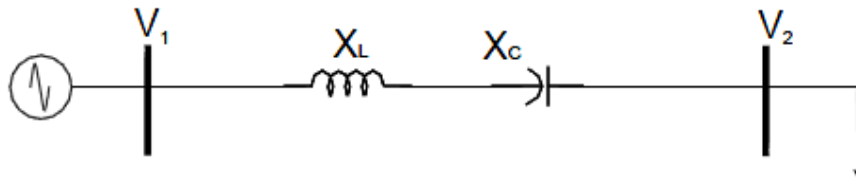


Figura 1.14 Línea de transmisión con compensación serie

Para este caso la potencia activa transmitida será:

$$P_{\max} = \frac{V_1 V_2}{X_L - X_C} \sin(\delta_{12}) \quad (1.8)$$

Si se tiene una compensación serie, el perfil de voltaje tendrá una característica más plana. Las características se muestran en la Figura 1.15, incluyendo el caso donde no se tiene la compensación serie. También se observa que aumente el límite de transferencia de potencia.

Una parte importante de los sistemas eléctricos de potencia, son las líneas de transmisión las cuales por su longitud se encuentran expuestas a cambios en la geografía y condiciones meteorológicas importantes, por lo que se encuentran expuestas a fallas internas y externas, como es sabido el cambio de topología o la operación de un disparo recierre monopolar causa sobretensiones que aunque son muy rápidas someten a alto estrés al aislamiento de los equipos que en ocasiones pueden llegar a provocar que estos fallen.

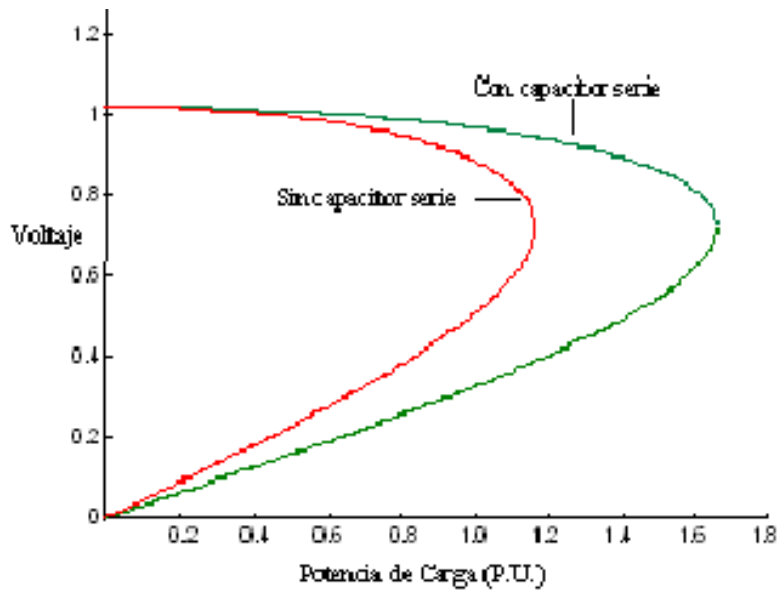


Figura 1.15 Perfil de voltaje

### 1.5.4 Compensador Estático de VARs

Los compensadores estáticos de VARs (CEVs) son dispositivos con la capacidad de regular su absorción o generación de potencia reactiva, modificando su susceptancia, para controlar el voltaje en un nodo específico. Estos dispositivos son muy rápidos en su operación y muy adecuados para mejorar la estabilidad del sistema. Están compuestos por capacitores y/o reactores, regulador de voltaje y lógica de control para el disparo de tiristores. Las funciones más relevantes de la aplicación de CEVs en sistemas eléctricos son:

- Mejorar la cargabilidad
- Mejorar la estabilidad transitoria
- Mejorar la estabilidad dinámica

En estado estable, la característica de control de voltaje de un compensador estático puede ser definida en forma total mediante su curva de operación. Para cualquier tipo de estrategia de control, su característica de operación se representa por una parte o toda la curva, similar a la que se muestra en la Figura 1.16. En forma generalizada, la curva característica consta de tres zonas o rangos de control, a saber:

- a) Una zona lineal de operación definida por el esquema de control del compensador. El voltaje en terminales del CEV es regulado entre sus límites mínimo y máximo de operación.
- b) Una zona de operación de bajo voltaje, en la cual el compensador opera en su límite mínimo de control, perdiendo así su capacidad como elemento de regulación de voltaje. En esta zona visto desde el sistema de potencia, la operación del CEV estará determinada por la capacidad nominal de su rama capacitiva, con el voltaje en terminales variando entre cero y  $V_{tmin}$ , de acuerdo a las condiciones del sistema de potencia.
- c) Una zona de operación de sobrevoltaje. En esta el compensador opera en su valor máximo de control, surgiendo una característica de variación de voltaje en terminales del CEV, correspondiente al de un reactor fijo con una capacidad nominal igual a la rama inductiva del CEV.

Dentro de su rango nominal de operación, la característica de regulación de voltaje del CEV corresponde a la de una curva lineal definida por sus dos principales parámetros de control en estado estable, esto es, una pendiente ajustable comúnmente en base al valor de una ganancia y un voltaje variable de referencia  $V_{ref}$ .

En aplicaciones prácticas, el voltaje de referencia es usualmente controlable alrededor de un pequeño porcentaje del valor nominal, por ejemplo de un 3%, constituyendo el principal parámetro de control en estado estable del compensador.

## **1.6 Estudios de Transitorios Electromagnéticos**

El estudio y comportamiento de los sobrevoltajes transitorios en las líneas de transmisión han sido un tema de gran interés e importancia para el estudio de sistemas eléctricos de potencia. Para el estudio y análisis de transitorios de altas frecuencias, generados por la energización de equipo eléctrico como transformadores, reactores, apertura y cierre de líneas por maniobras, liberación de fallas o incluso por las incidencias de descargas atmosféricas directas e indirectas, se emplean diferentes



principio los modelos utilizados para este análisis fueron del tipo gráfico como lo son el método de Bergeron y el de Bewley [2].

Estos métodos no consideran directamente las pérdidas ni la dependencia frecuencial en los parámetros de la línea. Con base en el método de Bergeron, H. W. Dommel desarrolló en 1968 un programa en el dominio del tiempo conocido como “Electromagnetic Transient Program” (EMTP) [3], el cual incluye modelos de parámetros concentrados y distribuidos de los diferentes elementos que conforman el sistema eléctrico. Posteriormente surgieron versiones alternas como son el “ElectroMagnetic Transientsfor Direct Current” (EMTDC) y el “Alternative Transient Program” (ATP).

A principios de los 70's surgieron los primeros modelos de líneas monofásicas en donde se incluye la dependencia frecuencial en sus parámetros, desarrollados por Budner y Snelson en 1970 y 1972 respectivamente. En 1982, J. Martí desarrolló un modelo en el cual la función de propagación y la impedancia característica se consideran para un rango de frecuencias. La impedancia característica se obtiene por medio de una aproximación racional, mientras que los polos y ceros se obtienen a partir del método de Bode. Este modelo considera matrices de transformación reales y constantes [4]; sin embargo, en un trabajo subsecuente de L. Martí obtuvo un método para considerar la dependencia frecuencial de dichas matrices el cual ha sido utilizado para analizar cables [5]. El modelo de J. Martí esta implementado en el programa de simulación ATP/Draw el cual se utilizó para validar los resultados obtenidos.

En 1998 Gustavsen y Semlyen propusieron un método en el dominio de fases de la admitancia característica y la función de propagación, utilizando el método de ajuste vectorial (Vector Fitting), en donde todos los elementos de cada columna de la matriz de transformación se ajustan usando los mismo polos, [6]. Otro modelo en el dominio de fases es el propuesto por Morched, Gustavsen y Tartibi en 1999, el cual surge por la necesidad de simular sistemas con alta dependencia frecuencial. Lo más importante del modelo es el ajuste adecuado de la admitancia característica y la función de propagación por medio de una aproximación racional, este modelo presenta la ventaja de poder reproducir el comportamiento en estado transitorio de la línea de transmisión área y subterránea sin embargo, requiere de aproximaciones en los parámetros eléctricos y

presenta dificultades para reproducir fenómenos de altas frecuencias, [7]. El método de las características es otro de los modelos implementados para analizar las sobretensiones transitorias en las líneas y torres de transmisión, máquinas y transformadores, esta técnica se ha modelado desde dos enfoques diferentes, uno de ellos considera la discretización a lo largo de la línea, el cual ha sido utilizado para modelar líneas aéreas uniformes y no uniformes así como líneas subterráneas demostrando resultados aceptables, el otro enfoque es despreciando la discretización, esta técnica ha demostrado ser eficiente para el análisis de líneas aéreas con topologías simétricas y no simétricas. Una de las ventajas del método es que solo requiere de la aproximación de un parámetro eléctrico, la resistencia transitoria. En general, para poder hacer uso de los modelos en el dominio del tiempo, es necesario hacer aproximaciones y ajustes en el cálculo de los parámetros de la línea cuando se considera el efecto piel. Muchas de estas consideraciones, además de ser propensas a errores, pueden ser difíciles de definir. Con las técnicas en el dominio de la frecuencia no se tiene este tipo de problemas ya que no es necesario hacer aproximaciones y ajustes para considerar la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos. Además, con el desarrollo de técnicas de transformación numérica es posible obtener resultados en el dominio del tiempo de manera eficiente.

Sin embargo, la limitante se presenta cuando se analizan sistemas con elementos no lineales, debido a que los métodos en el dominio de la frecuencia requieren que el sistema sea lineal e invariante en el tiempo, [8]. Este problema se ha resuelto con éxito empleando el método de superposición.

### **1.8 Planteamiento del Problema.**

Los transitorios electromagnéticos producen tensiones y corrientes anormales en el sistema eléctrico de potencia. Las sobretensiones pueden ocasionar un daño severo a los aislamientos de los equipos y dispositivos del sistema y ponen en riesgo la confiabilidad del mismo, el sistema debe estar diseñado para soportar la contingencia N-1, la cual implica perder un elemento primario manteniendo las variables dentro de parámetros seguros para el equipo que queda en servicio. Por otro lado, las sobrecorrientes producen un calentamiento excesivo en el equipo deteriorando el aislamiento que lo protege. Un fenómeno importante para analizar es cuando ocurre una descarga

atmosférica directa en la línea de transmisión, esto produce corrientes con amplitudes en el orden de decenas de kiloampers, lo que provoca que las protecciones operen de acuerdo liberando las fallas de acuerdo con su filosofía de operación garantizando la estabilidad del sistema. También se pueden presentar descargas atmosféricas cercanas a la línea las cuales inducen campos electromagnéticos, estos se comportan como ondas viajeras de tensión y de corriente lo cual produce disturbios en el sistema, aunado a lo anterior, la energización de sistemas eléctricos produce sobretensiones transitorias que pueden dañar el equipo asociado a la línea, es por ello que es importante la implementación de modelos matemáticos para su estudio. En la actualidad los modelos de transitorios electromagnéticos siguen en investigación y aun no se presenta un modelo que pueda representar correctamente este fenómeno. Las técnicas implementadas en los softweres comerciales presentan ciertas limitantes como son, falta de presión, aproximaciones de parámetros eléctricos, limitaciones en el análisis no lineal e implementación en tiempo real.

## **1.9 Objetivos**

- Implementar un modelo de la línea de transmisión uniforme (posición geométrica de los conductores determinada) y no uniforme (incluir la catenaria) en el dominio de la frecuencia que permita el estudio de transitorios electromagnéticos además de compararlos con otro programa y puedan ser validados los resultados.
- Modelar el cálculo de parámetros eléctricos de la línea de transmisión aérea que incluya la dependencia frecuencial para el caso de línea de transmisión monofásica.
- Implementar en el modelo la transformada numérica de Laplace para obtener los resultados en dominio del tiempo a fin de ser comparados con otro modelo.
- Mediante el modelo implementado, se analizaran las sobretensiones transitorias en las líneas de transmisión ante diferentes escenarios que nos permitan evaluar los resultados, los propuestos son los siguientes:
  - 1) Energización del equipo primario (línea de transmisión).

- a) Con carga
  - b) En vacío
- 2) Aplicar diferentes señales como fuente de excitación
    - a) Escalón unitario
    - b) Señal Cosenoidal
    - c) Descargas Atmosféricas
  - 3) Simulación de Propagación de Ondas
    - a) Descargas Atmosféricas Directas
    - b) Señal Cosenoidal

### **1.10 Justificación**

Los modelos de la línea de transmisión en el dominio del tiempo presentan aproximaciones y ajustes que pueden degradar la precisión de los resultados, además de las complicaciones relacionadas con la inclusión de la dependencia frecuencial así como posibles no uniformidades de los parámetros eléctricos. Debido a lo anterior, es necesario implementar modelos de parámetros distribuidos de líneas en el dominio de la frecuencia, que consideren la dependencia frecuencial en los parámetros así como la naturaleza distribuida del fenómeno de manera eficiente.

### **1.11 Hipótesis**

La implementación del modelo que se presenta en este trabajo permitirá obtener las sobretensiones transitorias que se presentan en líneas de transmisión de diferentes configuración geométrica, tanto para línea uniforme y no uniforme, a través de la programación de una técnica en el dominio de la frecuencia.

#### Variables

- Parámetros eléctricos de la línea de transmisión en estado transitorio incluyendo la dependencia frecuencial.
- Sobretensión transitoria que se presenta en ambos extremos de la línea.
- Corriente transitoria que se presenta en ambos extremos de la línea.
- Función que permite obtener soluciones numéricas en el dominio del tiempo y de la frecuencia.

## **1.12 Aportaciones**

Se presenta un modelo de parámetros distribuidos en el dominio de la frecuencia de una línea de transmisión uniforme y no uniforme, para analizar diferentes escenarios y comportamientos en estado transitorio. Aunado a esto se presentan una técnica que permite obtener los resultados obtenidos en el dominio del tiempo así como el cálculo de parámetros eléctricos de la línea de transmisión, necesarios para el análisis.

## **1.13 Estructura de la Tesis**

- El Capítulo 1 está conformado por la presente introducción y las consideraciones teóricas y conceptuales de sistemas eléctricos de potencia y líneas de transmisión en estado estable y estado transitorio.
- El Capítulo 2 presenta la solución de las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, obteniendo un modelo de dos puertos de la línea de transmisión monofásica con parámetros uniforme y no uniforme.
- El Capítulo 3 describe el cálculo de los parámetros eléctricos para línea monofásica uniforme incluyendo la dependencia frecuencial y las pérdidas al igual que la transformada numérica de Laplace utilizada para obtener la solución en el dominio del tiempo de los resultados obtenidos.
- El Capítulo 4 presenta las simulaciones de los diferentes escenarios de prueba y su comprobación con el programa de simulación comercial “Alternative Transient Program” (ATP/Draw).
- Conclusiones del trabajo de tesis, así como las aportaciones y recomendaciones para trabajos futuros.

## **CAPÍTULO 2 Modelado de la Línea de Transmisión Monofásica**

### **2.1 Generalidades**

Una parte importante de los sistemas eléctricos de potencia, son las líneas de transmisión las cuales por su longitud se encuentran expuestas a cambios en la geografía y condiciones meteorológicas variables, por lo que se encuentran expuestas a fallas internas y externas, como es sabido el cambio de topología o la operación de un disparo recierre monopolar causa sobretensiones que aunque son muy rápidas someten a alto estrés al aislamiento de los equipos que en ocasiones pueden llegar a provocar que estos fallen.

Las líneas de transmisión son las encargadas de transportar la energía generada desde lugares remotos hasta los grandes centros de consumo, por medio de ellas se transportan grandes bloques de energía el cual al disparar por falla interna o externa pone en riesgo al sistema, por sobre carga a líneas adyacentes o bancos de transformación, el operar en óptimas condiciones depende de los estudios y análisis que se realicen y que estos nos representen las características más reales posibles del sistema bajo estudio. En la Figura 2.1 se muestra el sistema eléctrico de potencia del interconectado nacional, en la cual se puede observar la conectividad y uso de las líneas de transmisión a lo largo del país, es importante notar que cualquier salida de la línea de transmisión puede accionar disturbios en las líneas adyacentes.

Para el estudio de los diferentes equipos del sistema eléctrico en estado transitorio se requiere de modelos matemáticos dependientes del tiempo y de la longitud de la línea de transmisión para tener una mayor precisión en su representación. Las afectaciones que se pueden tener por efecto de un transitorio electromagnético pueden ser, desde operaciones incorrectas de equipos de comunicaciones por interferencia electromagnética, hasta la explosión de equipo eléctrico primario como pueden ser aparta rayos, interruptores etc., en ambos casos nos llevan una salida incorrecta de línea.

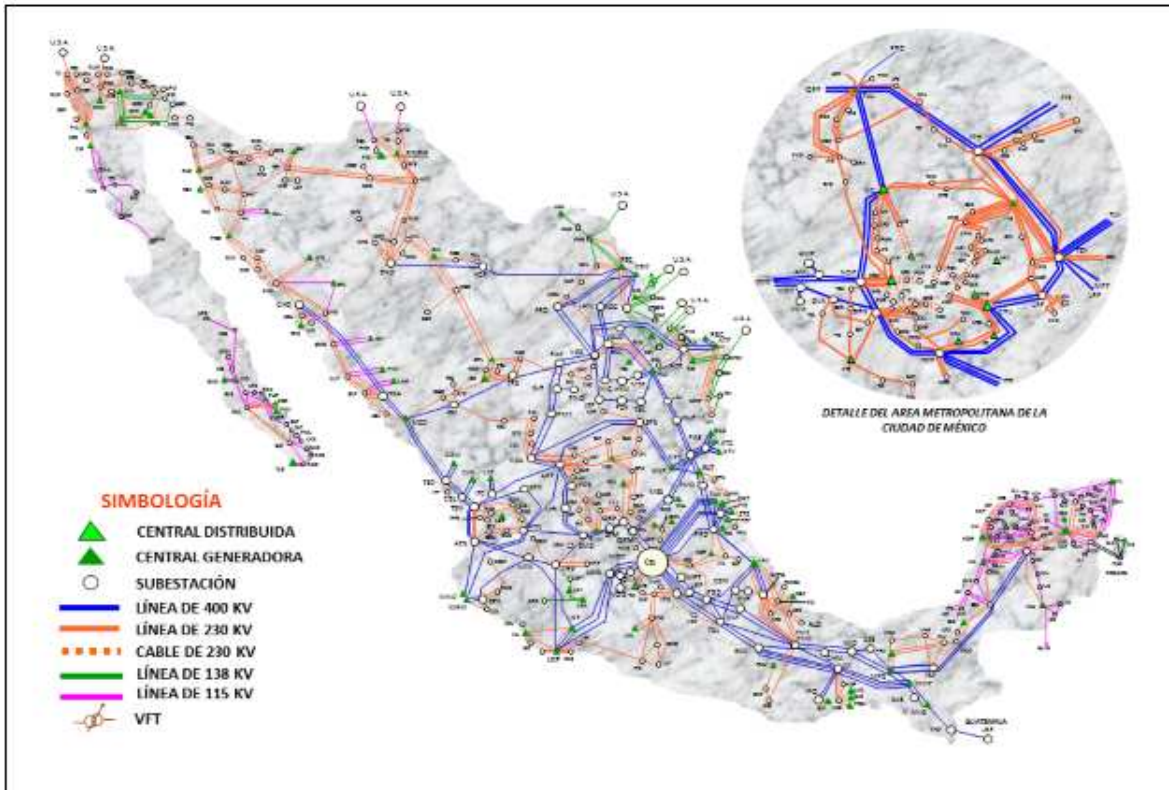


Figura 2.1 Sistema interconectado nacional

Las afectaciones económicas por fallas en el suministro de energía eléctrica pueden ser considerables para la empresa de transmisión, el nuevo sistema de mercado de energía demandará índices más estrechos a los disparos de línea, tiempos de interrupción por usuarios, el proceso de transmisión tendrá la responsabilidad de brindar confiabilidad y disponibilidad de las líneas del sistema eléctrico nacional, por lo tanto el contar con herramientas que le permitan conocer el comportamiento de sus líneas en estado dinámico lo hace de vital importancia incluso después de un disturbio mayor, en el que una parte o la totalidad del sistema eléctrico de potencia se ha separado o colapsado, la estrategia general para restablecimiento del mismo, debe basarse en lo siguiente:

- Estabilización de islas eléctricas “sobrevivientes”.
- Recuperación de la generación del sistema.
- Energización de la red de transmisión.

- Restablecimiento de la carga del sistema.
- Sincronización de islas entre sí, y con el resto de la interconexión.

Un aspecto importante que se debe tomar en cuenta al momento de restablecer el Sistema Interconectado Nacional (SIN) son tensiones transitorios que son de gran magnitud y que en muchas ocasiones producen un daño severo a los equipos generando un retraso de tiempo importante al momento del restablecimiento.

El restablecimiento del sistema desde una condición de colapso total o disturbio extenso, se puede llevar a cabo desde dos ópticas diferentes, o una combinación de ambas:

- a) Con recursos propios, en el cual el sistema no puede obtener energía para su arranque desde otra fuente o sistema externo, sino que debe iniciar con sus propias fuentes, por lo que se deberán tener identificadas y mantener actualizada la relación de centrales que cuenta con la capacidad de arranque negro.
- b) Con asistencia externa, en el cual el sistema puede recibir energía para su arranque de una fuente o sistema externo. Este método resulta en un restablecimiento más acelerado. Es posible llegar a energizar y recuperar la alimentación de servicios propios de todas las instalaciones del sistema, y recuperar la carga en función de la disponibilidad del sistema externo y la generación recuperada en el propio, por lo que se deberán tener identificadas todas las interconexiones internas como externas con las cuales cuenta el sistema, así como el contar con las capacidades máxima de los equipos.

En ambos casos se requiere de maniobras para la energización de líneas de transmisión que permitan el flujo de potencia requerido para el área colapsada. Actualmente se cuentan con modelos de estado estable y dinámicos de bajas frecuencias que permiten hacer simulaciones para poder conocer el comportamiento de las variables del Sistema Interconectado Nacional, esto proporciona información vital al supervisor encargado de la restauración del sistema, permitiendo tomar decisiones acertadas evitando así agravar el problema.

Sin embargo, actualmente no se cuenta con un simulador en tiempo real que permita obtener resultados de fenómenos de alta frecuencia de manera precisa, como es el caso de la energización de líneas de transmisión. El modelo de la línea de transmisión utilizado para estudios de transitorios electromagnéticos puede ser de parámetros concentrados o de parámetros distribuidos; sin embargo, se prefiere en general el segundo, debido a que toma en cuenta el fenómeno de propagación de ondas viajeras a lo largo de la línea, fundamental para reproducir de manera adecuada el comportamiento transitorio de elementos eléctricamente largos. En general la clasificación de los modelos se muestra en la Figura 2.2.

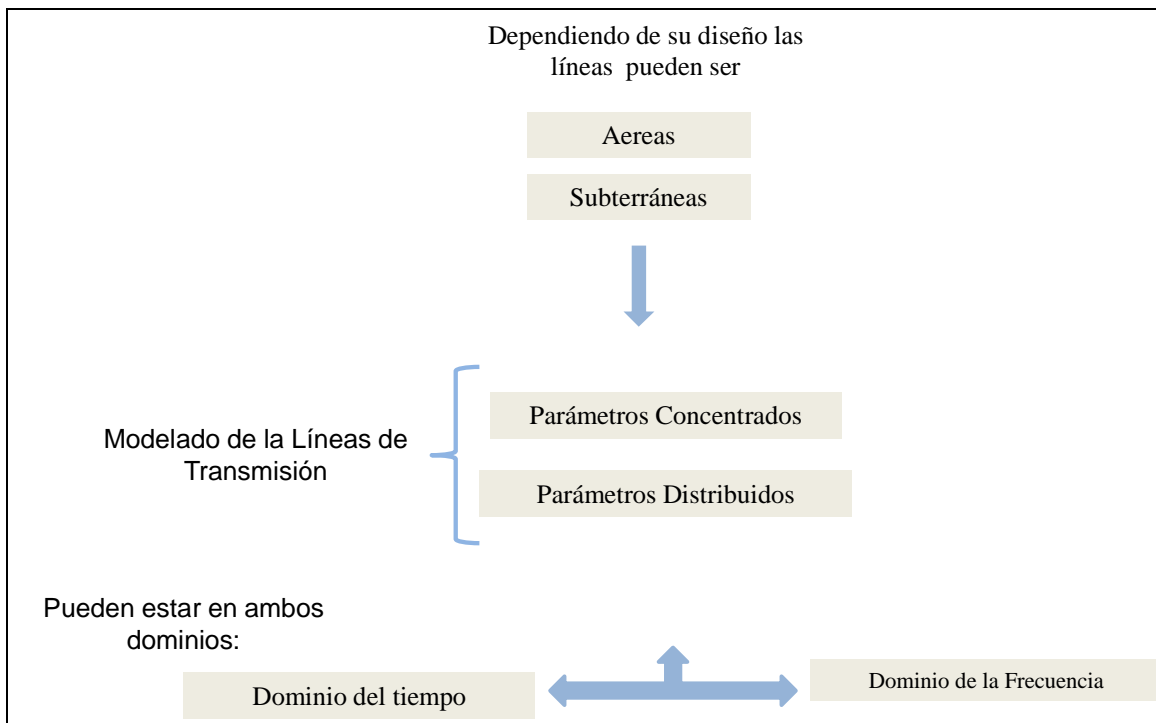


Figura 2.2 Clasificación de los modelos de líneas de transmisión

Considerando una línea de transmisión monofásica uniforme, el circuito equivalente por unidad de longitud, base del modelado de parámetros distribuidos, se muestra en la Figura 2.3. A partir de esta representación circuital se pueden obtener las ecuaciones del telegrafista las cuales serán usadas en este trabajo para para el análisis de la línea en estado transitorio, estas ecuaciones dependen tanto del tiempo como de la distancia, lo cual

permite obtener la propagación de ondas viajeras de las variables eléctricas de tensión y corriente. La solución que se presenta a estas ecuaciones es en el dominio de la frecuencia.

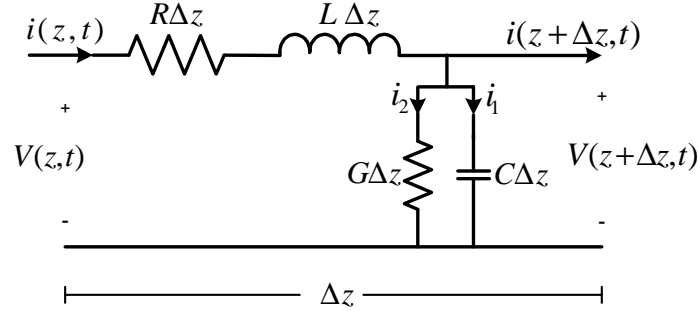


Figura 2.3 Circuito equivalente de la línea de transmisión por unidad de longitud

A partir de la caída de tensión a lo largo de la malla del circuito de la Figura 2.3 se obtiene la siguiente expresión:

$$V(\zeta + \Delta\zeta, t) - V(\zeta, t) = -R\Delta\zeta i(\zeta, t) - L\Delta\zeta \frac{\partial i(\zeta, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

Dividiendo entre  $\Delta\zeta$  y considerando que el límite cuando  $\Delta\zeta$  tiende a cero (2.1) se expresa como:

$$\lim_{\Delta\zeta \rightarrow 0} \frac{V(\zeta + \Delta\zeta, t) - V(\zeta, t)}{\Delta\zeta} = -R i(\zeta, t) - L \frac{\partial i(\zeta, t)}{\partial t} \quad (2.2)$$

A partir de esta consideración se puede obtener la primera ecuación del telegrafista expresada por la siguiente ecuación:

$$-\frac{\partial V(\zeta, t)}{\partial \zeta} = R i(\zeta, t) + L \frac{\partial i(\zeta, t)}{\partial t} \quad (2.3)$$

Para obtener la segunda ecuación del telegrafista se aplica análisis nodal al circuito de la Figura 2.3 obteniendo lo siguiente:

$$i(\zeta, t) - i(\zeta + \Delta\zeta, t) = G\Delta\zeta V(\zeta, t) + C\Delta\zeta \frac{\partial V(\zeta, t)}{\partial t} \quad (2.4)$$

Dividiendo entre  $\Delta\zeta$  y considerando que el límite cuando  $\Delta\zeta$  tiende a cero (2.4) se expresa como:

$$\lim_{\Delta\zeta \rightarrow 0} -\frac{i(\zeta + \Delta\zeta, t) - i(\zeta, t)}{\Delta\zeta} = G V(\zeta, t) + c \frac{\partial V(\zeta, t)}{\partial t} \quad (2.5)$$

A partir de esta consideración se puede obtener la segunda ecuación del telegrafista expresada por la siguiente ecuación:

$$-\frac{\partial i(\zeta, t)}{\partial \zeta} = G V(\zeta, t) + c \frac{\partial V(\zeta, t)}{\partial t} \quad (2.6)$$

Las expresiones (2.3) y (2.6) son las ecuaciones del telegrafista para línea de transmisión monofásica considerando los parámetros eléctricos constantes. Esta es una forma simplificada de cómo obtener las ecuaciones del telegrafista para las variables de tensiones y corriente. La deducción original se obtiene a partir de las leyes de Maxwell.

Para poder obtener la solución de la línea es necesario además de las ecuaciones anteriormente citadas, los parámetros eléctricos de la línea, los cuales particularizaran cada línea de transmisión y se calculan en función de su configuración geométrica y propiedades eléctricas. En el Capítulo 3 se describe el desarrollo para la obtención de los cálculos de tales constantes. Los parámetros eléctricos de las líneas de transmisión se definen en la Tabla 2.1.

En este Capítulo se desarrollan las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia, las cuales rigen el comportamiento de la propagación de las ondas de tensión y corriente a lo largo de la línea. A partir de estas expresiones se obtiene un modelo de dos puertos conocido también como modelo nodal o de matriz de admitancias, para líneas uniformes y no uniformes. El modelo permite incluir la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos así como las no uniformidades que se presentan a lo largo de las líneas de transmisión, [8].

Tabla 2.1 Parámetros de la línea de transmisión

Resistencia, $R$	Representa las pérdidas serie a lo largo del conductor .
Inductancia, $L$	Simboliza el flujo magnético debido a la corriente que circula a través del conductor.
Capacitancia, $C$	Representa la corriente de desplazamiento que fluye entre dos conductores en el plano transversal.
Conductancia, $G$	Simboliza la corriente de conducción transversal fluyendo entre dos conductores.

A partir de este modelo en el Capítulo 4 se presentan casos de aplicación en diferentes escenarios considerando distintas configuraciones de línea. Dado que el modelado se realiza en su totalidad en el dominio de la frecuencia, para obtener las formas de onda en el tiempo se hace uso del algoritmo de la Transformada Numérica de Laplace (TNL) descrita en el Capítulo 3.

## 2.2 Solución de las Ecuaciones del Telegrafista para Línea Monofásica

Las ecuaciones del telegrafista expresadas en el dominio de la frecuencia están definidas por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$-\frac{dV(z,s)}{dz} = ZI(z,s) \quad (2.7a)$$

$$-\frac{dI(z,s)}{dz} = YV(z,s) \quad (2.7b)$$

En donde  $V(z, s)$  e  $I(z, s)$  son las tensiones y corrientes en el dominio de Laplace en el punto ( $z$ ) de la línea, mientras que  $Z$  y  $Y$  representan la impedancia serie y la admitancia en derivación por unidad de longitud, respectivamente. Combinando las ecuaciones (2.6) y (2.7) se obtiene un arreglo matricial desacoplado de segundo orden:

$$\frac{d^2}{dz^2} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ZY & 0 \\ 0 & YZ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Las soluciones generales de tensión y corriente para la ecuación (2.8) son

$$V(z, s) = C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{\gamma z} \quad (2.9)$$

$$I(z, s) = C_3 e^{-\gamma z} + C_4 e^{\gamma z} \quad (2.10)$$

En donde  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  son las constantes de integración y  $\gamma$  es la constante de propagación, definida por:

$$\gamma = \sqrt{ZY} \quad (2.11a)$$

$$\gamma = \sqrt{(R + sL)(sC)} \quad (2.11b)$$

### 2.3 Admitancia e Impedancia Característica

Para encontrar una solución que relacione las ecuaciones (2.9) y (2.10) se hace uso del concepto de admitancia característica de la línea. Para ello, se sustituye la ecuación (2.9) en la ecuación (2.7a) y se resuelve:

$$I(z, s) = -Z^{-1} \frac{d(C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{\gamma z})}{dz} \quad (2.12)$$

$$I(z, s) = Z^{-1} \gamma (C_1 e^{-\gamma z} - C_2 e^{\gamma z}) \quad (2.13)$$

La admitancia característica se obtiene a partir del término  $Z^{-1} \gamma$  de (2.13):

$$Y_0 = Z^{-1} \gamma \quad (2.14a)$$

$$Y_0 = \sqrt{\frac{Y}{Z}} \quad (2.14b)$$

La impedancia característica se define como el inverso de la admitancia característica  $Y_0$  definida por

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad (2.15a)$$

$$Z_0 = \frac{1}{Y_0} = \sqrt{\frac{R + sL}{sC}} \quad (2.15b)$$

Sustituyendo la ecuación (2.14b) en la ecuación (2.13) se tiene:

$$I(z, s) = Y_0 (C_1 e^{-\gamma z} - C_2 e^{\gamma z}) \quad (2.16)$$

## 2.4 Obtención de la Matriz de Transferencia y Matriz Cadena

Para obtener la matriz de transferencia se aplican las condiciones de frontera, mostradas en la Figura 2.4, a las soluciones generales de tensión y de corriente proporcionadas por las ecuaciones (2.12) y (2.16), teniéndose finalmente:

$$\begin{bmatrix} V_\ell \\ I_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

En donde:

$$A = \cosh(\gamma \ell) \quad (2.18a)$$

$$B = -Z_0 \sinh(\gamma \ell) \quad (2.18b)$$

$$C = Y_0 \sinh(\gamma \ell) \quad (2.18c)$$

$$D = -\cosh(\gamma \ell) \quad (2.18d)$$

$V_0$ ,  $I_0$ ,  $V_\ell$  e  $I_\ell$  son las tensiones y corrientes en el extremo emisor y receptor de la línea respectivamente y  $\ell$  representa la longitud total de la línea. La ecuación (2.17) es conocida como matriz de transferencia.

A partir de esta ecuación puede definirse la matriz cadena al cambiar el sentido de la corriente ( $I_L$ ) del lado derecho de la Figura. 2.4, teniéndose simplemente la ecuación:

$$\begin{bmatrix} V_\ell \\ I_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

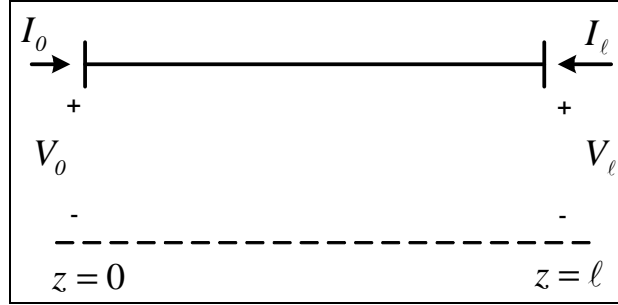


Figura 2.4 Condiciones de frontera.

## 2.5 Obtención del Modelo de Dos Puertos (Nodal o Ybus)

A partir de la matriz de transferencia se describe el modelo de dos puertos (nodal o de matriz de admitancias), el cual relaciona las tensiones nodales en los extremos de la línea con las corrientes inyectadas en dichos extremos. Manipulando algebraicamente (2.19) se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & -Y_{SR} \\ -Y_{RS} & Y_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_\ell \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

donde:

$$Y_{SS} = Y_{RR} = Y_0 \coth(\gamma \ell) \quad (2.21a)$$

$$Y_{RS} = Y_{SR} = Y_0 \operatorname{csc} h(\gamma \ell) \quad (2.21b)$$

$Y_{SS}$ ,  $Y_{RR}$ ,  $Y_{SR}$  y  $Y_{RS}$  son los elementos correspondientes a la matriz del modelo de dos puertos. En la Figura 2.5 se muestra la representación gráfica de (2.20). En la Figura 2.5 se muestra el modelo de dos puertos que representa a la línea de transmisión uniforme en estado transitorio en el dominio de la frecuencia. Una adecuación de la técnica propuesta que permite el modelado y análisis de línea no uniformes con parámetros dependientes de la frecuencia es la que se muestra en la siguiente sección.

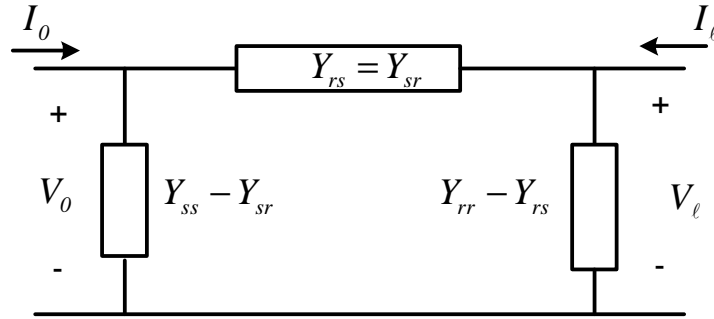


Figura 2.5 Modelo de dos puertos (forma nodal)

## 2.6 Modelado de la Línea de Transmisión no Uniforme

Una línea de transmisión se considera como no uniforme cuando sus parámetros eléctricos varían con la longitud, es decir, son dependientes no sólo de la frecuencia, sino también del espacio. Ejemplos de esta condición pueden ser la catenaria entre dos torres, líneas cruzando ríos o a la entrada de subestaciones, variaciones en la resistividad, etc. Enseguida se describe brevemente el modelado de este tipo de líneas mediante la técnica conocida como *conexión cascada de matrices cadena* [8], [9].

Considérese un segmento de línea de longitud  $\Delta z$ . Aplicando las condiciones de frontera  $(z - \Delta z)$  y  $(z)$  a las ecuaciones (2.9) y (2.16) y empleando identidades hiperbólicas se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \Delta z) & Y_0^{-1} \sinh(\gamma \Delta z) \\ Y_0 \sinh(\gamma \Delta z) & \cosh(\gamma \Delta z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

donde

$$\Phi = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \Delta z) & Y_0^{-1} \sinh(\gamma \Delta z) \\ Y_0 \sinh(\gamma \Delta z) & \cosh(\gamma \Delta z) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$\Phi$  es la matriz cadena de un diferencial de longitud de la línea de transmisión, y su definición es muy útil para modelar líneas no uniformes. El procedimiento consiste en dividir la línea en  $N$  segmentos y calcular la matriz cadena de cada uno de ellos, como se muestra en la Figura 2.6. Los parámetros eléctricos de cada sección varían dependiendo de

la no uniformidad que se presente. La matriz cadena total se obtiene con la multiplicación de las matrices cadena de cada sección en el orden apropiado, [9]:

$$\begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \Phi_N \Phi_{N-1} \dots \Phi_3 \Phi_2 \Phi_1 \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} V(z, s) \\ I(z, s) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N \Phi^{(N+1-i)} \begin{bmatrix} V(z - \Delta z, s) \\ I(z - \Delta z, s) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Partiendo de (2.25), puede definirse un modelo de dos puertos en forma nodal similar al de la ecuación (2.20).

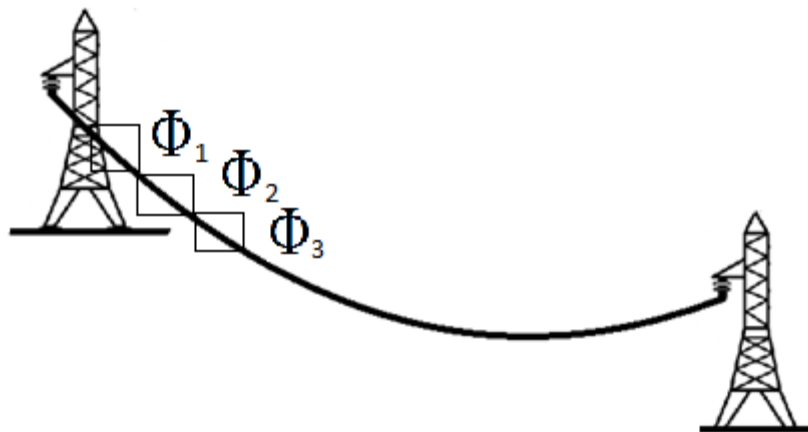


Figura 2.6 Obtención de la matriz cadena de cada segmento de una línea no uniforme

# CAPÍTULO 3 Cálculo de Parámetros Eléctricos y Transformada Numérica de Laplace

## 3.1 Cálculo de Parámetros Eléctricos

Como se ha visto anteriormente las ecuaciones del telegrafista describen el comportamiento de la línea de transmisión en estado transitorio, en el Capítulo 2 se presentó un método en el dominio de la frecuencia que permite obtener la solución de dichas ecuaciones.

Para representar y analizar correctamente el comportamiento de la línea de transmisión es necesario realizar el cálculo de los parámetros de la línea la cual nos representa el comportamiento eléctrico a diferentes frecuencias.

El comportamiento de la línea de transmisión depende de sus parámetros eléctricos  $R$  (Resistencia) en el cual se representa el efecto skin y por lo general se encuentra en tablas de fabricantes,  $L$  (Inductancia) que depende de los acoplamientos magnéticos del propio conductor y de las otras fases,  $C$  (Capacitancia) que representa el campo eléctrico entre fases y de fase a tierra. Por otro lado  $G$  (conductancia) para líneas aéreas la conductancia no se requiere calcular ya que se considera que el aire es un dieléctrico perfecto, en este capítulo se describe el método de cálculo de las imágenes el cual es usado para determinar los parámetros de la línea.

### 3.1.1 Inductancia Geométrica

Para el cálculo de la inductancia geométrica se utiliza el método de las imágenes mostrado en la Figura. 3.1, asumiendo que el retorno por tierra es un conductor perfecto. El concepto de inductancia es representado por la siguiente ecuación:

$$L = \frac{\Psi}{I} \quad (3.1)$$

$\Psi$  representa el número de enlaces de flujo magnético para obtener el total del flujo magnético se suman los productos de las líneas por el número de vueltas que enlazan al

conductor,  $I$  representa la corriente en el conductor, para obtener un valor adecuado y preciso se deben de considerar los flujos internos y externos del conductor bajo estudio, del método de las imágenes se obtiene la siguiente ecuación:

$$\psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{2h - r_{cond}}{r_{cond}}\right) \quad (3.2)$$

De la ecuación anterior  $h$  nos representa la altura del conductor, considerando un conductor cilíndrico representado en la Figura 3.2,  $r_{cond}$  es el radio del conductor y  $\mu_0$  es la permeabilidad en el vacío.

Para una línea de transmisión se tiene que  $r_{cond} \ll 2h$ , por lo que  $\psi$  puede aproximarse a la siguiente ecuación:

$$\psi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right) \quad (3.3)$$

Combinando las ecuaciones (3.3) y (3.1) obtenemos la siguiente ecuación:

$$L_g = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right) \quad (3.4)$$

donde  $L_g$  representa la inductancia geométrica por unidad de longitud.

### 3.1.2 Inductancia Debida al Retorno por Tierra

Para el cálculo de la inductancia debida al retorno por tierra se utiliza el método de las imágenes complejas, el cual considera la profundidad de penetración en el plano de tierra, tal y como se muestra en la Figura. 3.2. Se asume que las corrientes de retorno por tierra se concentran en un plano ficticio paralelo al plano de tierra y localizado a una profundidad de penetración compleja. La siguiente expresión representa dicho concepto:

$$p_c = \sqrt{\frac{\rho_s}{s\mu_s}} \quad (3.5)$$

En donde  $s$  es la variable de Laplace expresada por  $s = j\omega$  ( $\omega$  representa la frecuencia),  $\rho_s$  representa la resistividad del suelo y  $\mu_s$  la permitividad del terreno se consideran valores típicos en función de las frecuencia. Considerando la profundidad de penetración  $p_c$  la inductancia de retorno por tierra y geométrica se calcula como:

$$L_{gt} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left[ \frac{2(h + p_c)}{r_{cond}} \right] \quad (3.6)$$

La inductancia de retorno por tierra  $L_{gt}$  puede expresarse como la suma de un término debido a la geometría de la línea  $L_g$ , definido en (3.4) y otro debido al retorno por tierra  $l_t$  definida por:

$$L_{gt} = L_g + l_t \quad (3.7)$$

Despejando  $l_t$  y sustituyendo los valores respectivos de  $L_g$  y  $L_{gt}$  dados en (3.4) y (3.6) se obtiene la siguiente ecuación:

$$l_t = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( 1 + \frac{p}{h} \right) \quad (3.8)$$

Se observa que, debido al término  $p$ , la inductancia total  $l_t$  es compleja y puede expresarse como:

$$Z_t = a + jb \quad (3.9)$$

Al multiplicar (3.9) por  $s$  se obtienen  $L_t$  y  $R_t$

$$Z_t = -\omega b + s a \quad (3.10)$$

Dónde:

$R_t = -\omega b$  representa la resistencia aparente del suelo.

$L_t = s a$  Representa la inductancia debida al retorno por tierra.

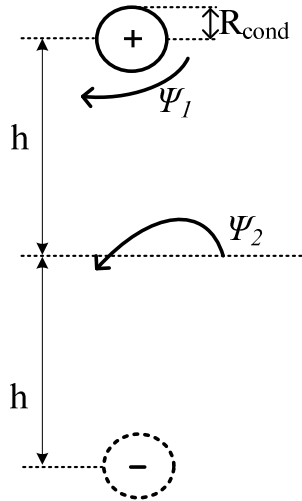


Figura 3.1 Método de las imágenes

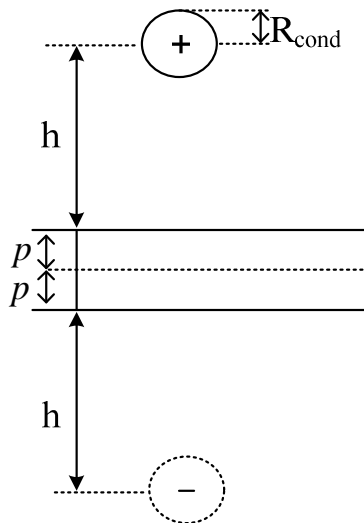


Figura 3.2 Método de las imágenes complejas

### 3.1.3 Inductancia Interna del Conductor

El efecto superficial es un fenómeno que ocurre en conductores que transportan corriente alterna. Este fenómeno está en función de la frecuencia debido a que a menores frecuencias la energía eléctrica utiliza mayor área del conductor para transportarse y a mayores frecuencias utiliza menor área produciendo pérdidas en el conductor. En la Figura. 3.3 se representa el efecto superficial y la profundidad de penetración compleja en el conductor. Dicho concepto puede expresarse mediante una expresión similar a (3.5):

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho_c}{s\mu_c}} \quad (3.11)$$

Donde  $\rho_c$  es la resistividad del conductor  $\mu_c$  es la permeabilidad del conductor. La impedancia del conductor está dada por:

$$Z_c = \sqrt{R_{CD}^2 + Z_{hf}^2} = R_c + sL_c \quad (3.12)$$

Considerando un conductor de sección transversal circular:

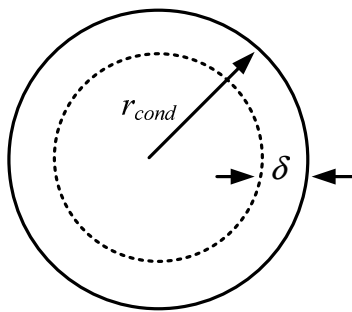


Figura 3.3 Representación del efecto superficial y la profundidad de penetración compleja en el conductor.

$$R_{CD} = \frac{\rho_c}{\pi r^2} \quad (3.13)$$

$$Z_{hf} = \frac{\rho_c}{2\pi r \delta} \quad (3.14)$$

$R_{CD}$  representa la resistencia de corriente directa,  $Z_h$  es la resistencia que se presenta debido a las altas frecuencias,  $R_c$  es la resistencia del conductor y  $L_c$  es la inductancia del conductor.

### 3.1.4 Capacitancia

Para el cálculo de la capacitancia también se hace uso del método de las imágenes. El concepto de capacitancia es representado por la siguiente ecuación:

$$C_c = \frac{q_c}{v_c} \quad (3.15)$$

En donde  $q_c$  representa la carga del conductor y  $v_c$  representa el voltaje. Del método de las imágenes se obtiene:

$$v_c = \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2h - r_{cond}}{r_{cond}}\right) \quad (3.16)$$

$\epsilon_0$  es la constante de permitividad en el vacío. Para una línea de transmisión se tiene que  $r_{cond} \ll 2h$ , por lo que  $v_c$  se aproxima a:

$$v_c = \frac{q_c}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right) \quad (3.17)$$

Combinando las ecuaciones (3.15) y (3.17) se tiene finalmente:

$$C_c = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{r_{cond}}\right)} \quad (3.18)$$

### 3.1.5 Impedancia y Capacitancia Serie Generalizada

La impedancia serie generalizada se obtiene de la suma de las impedancias debidas a la geometría de la línea, impedancia del propio conductor y a la impedancia de retorno por tierra:

$$Z = Z_g + Z_c(s) + Z_t(s) \quad (3.19)$$

Puede observarse que, debido al efecto superficial en el propio conductor y en el retorno por tierra,  $Z$  es dependiente de la frecuencia. Por otro lado, la admitancia paralelo generalizada se define de la siguiente forma:

$$Y = G + sC_c \quad (3.20)$$

El valor de  $G$  (conductancia) es un valor complejo de calcular debido a que depende de factores físicos como son: contaminación del medio ambiente, calidad del dieléctrico, humedad en el medio, etc. Además, el aire suele considerarse como un dieléctrico perfecto. Es por ello que dicha conductancia tiende a despreciarse en el análisis de líneas de transmisión aéreas.

## 3.2 Transformada Numérica de Laplace

### 3.2.1 Introducción

La Transformada de la Laplace es una herramienta que se usa para obtener soluciones en dominio del tiempo. Una de sus ventajas más significativas radica en que una ecuación integro-diferencial se puede expresar como ecuación algebraica en el dominio de Laplace, la cual es mucho más sencilla de resolver que en el dominio del tiempo.

Sin embargo, la aplicación de esta transformada suele ser limitada debido a que sólo se aplica a sistemas lineales e invariantes en el tiempo; además, existen funciones que no están definidas analíticamente sino por medio de graficas o en forma discretizada lo que hace que sea imposible utilizarla. En estos casos, los algoritmos de transformación numérica pueden ayudarnos en la solución de problemas prácticos [10], [11].

### 3.2.2 Transformada de Laplace

La Transformada de Laplace de una función  $f(t)$  real y causal se define por:

$$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt \quad (3.21)$$

Mientras que la transformada inversa de Laplace es:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c_w - j\infty}^{c_w + j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (3.22)$$

Para  $s = c_w + j\omega$ , se tiene que:

$$F(c_w + j\omega) = \int_0^{\infty} [f(t)e^{-c_w t}] e^{-j\omega t} dt \quad (3.23)$$

$$f(t) = \frac{e^{c_w t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(c_w + j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.24)$$

En donde  $c_w$  es una constante de amortiguamiento y  $\omega$  es la frecuencia angular. Considerando un sistema causal, un rango de integración finito  $[0, T]$ ,  $[0, \Omega]$  y agregando la función ventana  $\sigma(\omega)$  a (3.24), se tienen las ecuaciones siguientes que definen las transformadas directa e inversa de Laplace:

$$F(c_w + j\omega) = \int_0^T F(t) e^{-c_w t} e^{-j\omega t} d\omega \quad (3.25)$$

$$f(t) = \frac{e^{c_w t}}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \int_0^{\Omega} F(c_w + j\omega) \sigma(\omega) e^{j\omega t} d\omega \right] \quad (3.26)$$

Para  $\omega=0$  las ecuaciones (3.25) y (3.26) presentan problemas numéricos debido a que  $F(j\omega)$  presenta singularidades en ese punto, [12]. Debido a esto  $\omega$  se evalúa para frecuencias impares ( $\Delta\omega, 3\Delta\omega, 5\Delta\omega, \dots$ ), y el rango de integración se divide en intervalos de  $2\Delta\omega$ . Considerando los puntos anteriores la ecuación (3.25) y (3.26) pueden evaluarse numéricamente para  $N$  muestras como:

$$F_m = \sum_{n=0}^{N-1} f_n D_n \exp\left(-\frac{2j\pi mn}{N}\right), \quad m=1, 2, \dots, N-1 \quad (3.27)$$

$$f_n = \operatorname{Re} \left[ C_n \sum_{m=0}^{N-1} F_m \sigma_m \exp\left(\frac{2j\pi mn}{N}\right) \right], \quad n=1, 2, \dots, N-1 \quad (3.28)$$

donde:

$$F_m = F[c_w + j(2m+1)\Delta\omega] \quad (3.29a)$$

$$f_n = f(n\Delta\omega) \quad (3.29b)$$

$$D_n = \Delta t \exp\left(-c_w n \Delta t - \frac{j\pi n}{N}\right) \quad (3.29c)$$

$$C_n = \frac{2\Delta\omega}{\pi} \exp\left(c_w n \Delta t + \frac{j\pi n}{N}\right) \quad (3.29d)$$

$$\sigma_m = \sigma[(2m+1)\Delta\omega] \quad (3.29e)$$

$$\Delta\omega = \frac{\pi}{T}, \quad \Delta t = \frac{T}{N} \quad (3.29f), (3.29g)$$

y además:

$\Delta\omega$  = paso de discretización del espectro

$\Delta t$  = paso de discretización de  $f(t)$

Las ecuaciones (3.27) y (3.28) permiten emplear el algoritmo de Transformada Rápida de Fourier (FFT, por sus siglas en inglés) disminuyendo así el proceso de cómputo significativamente, siempre que el número de muestras sea  $N = 2^n$ , con  $n$  entero y positivo.

### 3.2.3 Errores que se Presentan por la Inversión de la Transformada Numérica de Laplace

La evaluación numérica de (3.28) produce 2 tipos de errores: oscilaciones de *Gibbs* debidas al truncamiento del rango del espectro continuo de frecuencia y *aliasing* debido a la discretización, [12]. El error por truncamiento puede reducirse mediante la inclusión de una función “ventana”  $\sigma(\omega)$ , mientras que el *aliasing* se reduce suavizando la respuesta en frecuencia del sistema mediante una elección adecuada del factor de amortiguamiento  $c$ . En este trabajo se emplea la ventana de Hanning:

$$\sigma(\omega) = \frac{1 + \cos(\pi\omega/\Omega)}{2} \quad (3.30)$$

y la forma empírica propuesta por Wilcox [11] para el coeficiente de amortiguamiento es la siguiente:

$$c_w = 2\Delta\omega \quad (3.31)$$

Otra forma propuesta para evaluar el coeficiente de amortiguamiento es la propuesta por Wedephol [11], [12] la cual es la siguiente:

$$c_w = \frac{\ln(N^2)}{T} \quad (3.32)$$

## **CAPÍTULO 4 Aplicación del Modelo de la Línea de Trasmisión**

### **4.1 Introducción**

Las líneas de trasmisión se pueden clasificar en aéreas y subterráneas, estas últimas están tomando un gran auge por lo que es importante considerar sus características ya que para cada caso el análisis cambia sustancialmente. Actualmente existe un mayor número de instalaciones con redes de trasmisión aéreas; sin embargo, en las grandes ciudades la tendencia es incrementar más el uso de redes subterráneas.

En el Capítulo 2 se describió un modelo en el dominio de la frecuencia que permite obtener las sobretensiones transitorias que se presentan en la línea de trasmisión con parámetros de línea uniforme y no uniforme.

En el Capítulo 3 se presentó la técnica numérica utilizada en este trabajo para obtener los resultados en el dominio el tiempo así como el desarrollo para el cálculo de parámetros de la línea de trasmisión necesarios para su representación. En este Capítulo se presentan varios casos de aplicación del modelo descrito. Los resultados obtenidos se validan con el programa de simulación ATP/DRAW.

### **4.2 Aplicaciones**

Con el modelo de línea presentado en el Capítulo 2, en los siguientes ejemplos se realizan simulaciones de eventos transitorios. El objetivo de estos ejemplos es mostrar la diferencia del comportamiento de las tensiones transitorias que se presentan en una línea uniforme y no uniforme, su comparación con los resultados del programa de simulación ATP/EMTP y de esta forma validar el modelo implementado en el lenguaje de programación de MATLAB. El modelo obtenido puede aplicarse en general a cualquier tipo de línea modificando los datos correspondientes al cálculo de parámetros eléctricos, dichos parámetros eléctricos particularizan la línea de trasmisión. En forma general el diagrama de flujo es el siguiente:

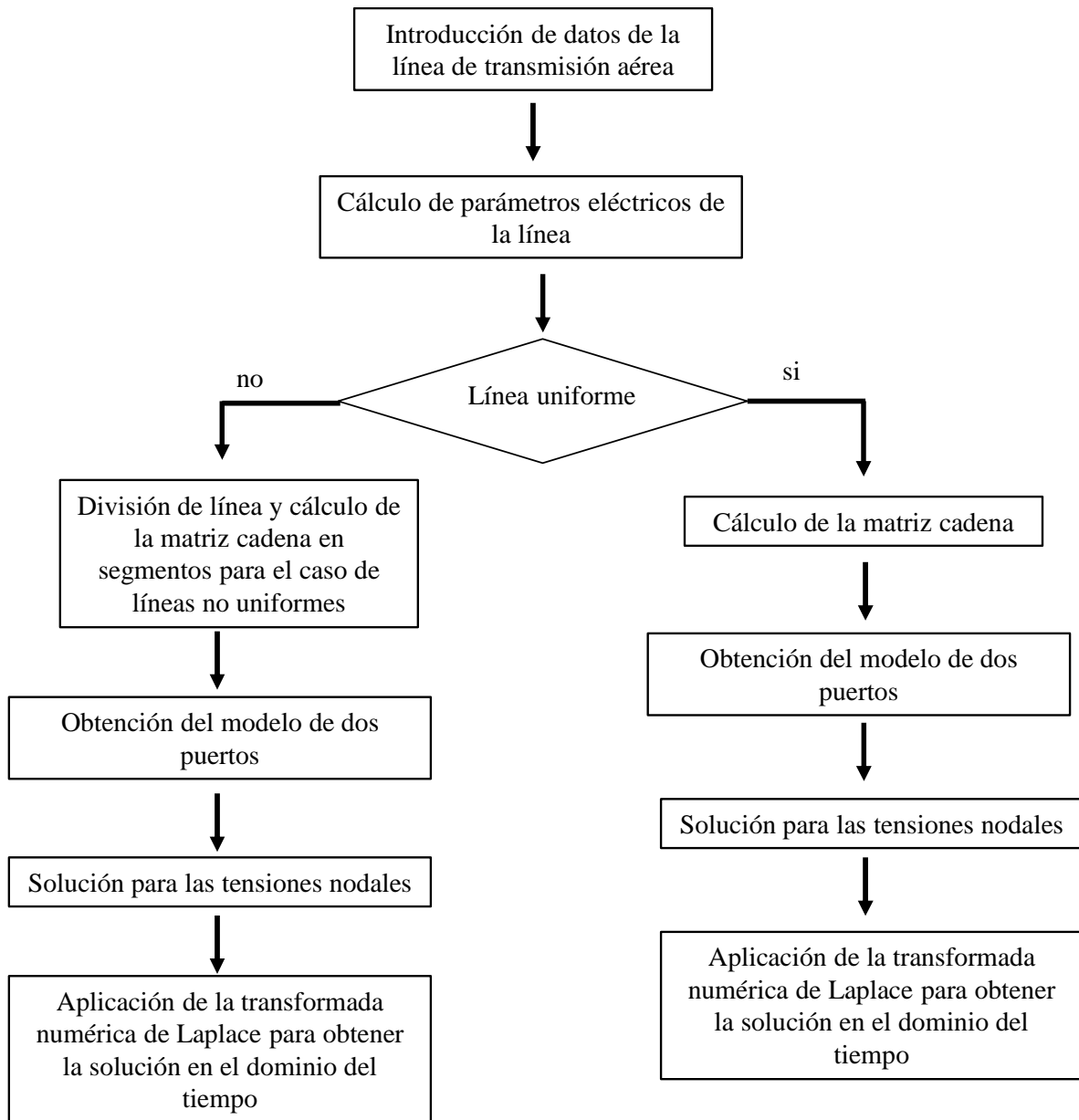


Figura 4.1 Diagrama a bloques del algoritmo para línea uniforme y no uniforme

### 4.3 Energización de la Línea de Trasmisión

Para el primer ejemplo de aplicación de línea uniforme se usan los datos que se muestran en la Tabla 4.1. La línea es alimentada por una fuente tipo escalón unitario, a partir de  $t = 0$ .

La fuente tiene una impedancia puramente resistiva de  $0.01 \Omega$ , el extremo receptor se considera primeramente abierto y posteriormente se le conecta una impedancia con un valor

aproximadamente igual a  $Z_0$  (Impedancia Característica de la Línea de Transmisión). Las sobretensiones transitorias obtenidas en dicho extremo para ambos casos se muestran en las Figuras. 4.2 y 4.3.

Para obtener los resultados de todos los ejemplos en el dominio del tiempo se utilizó la transformada numérica de Laplace descrita en el Capítulo 3 y los resultados fueron comparados con el programa de simulación ATP/EMTP.

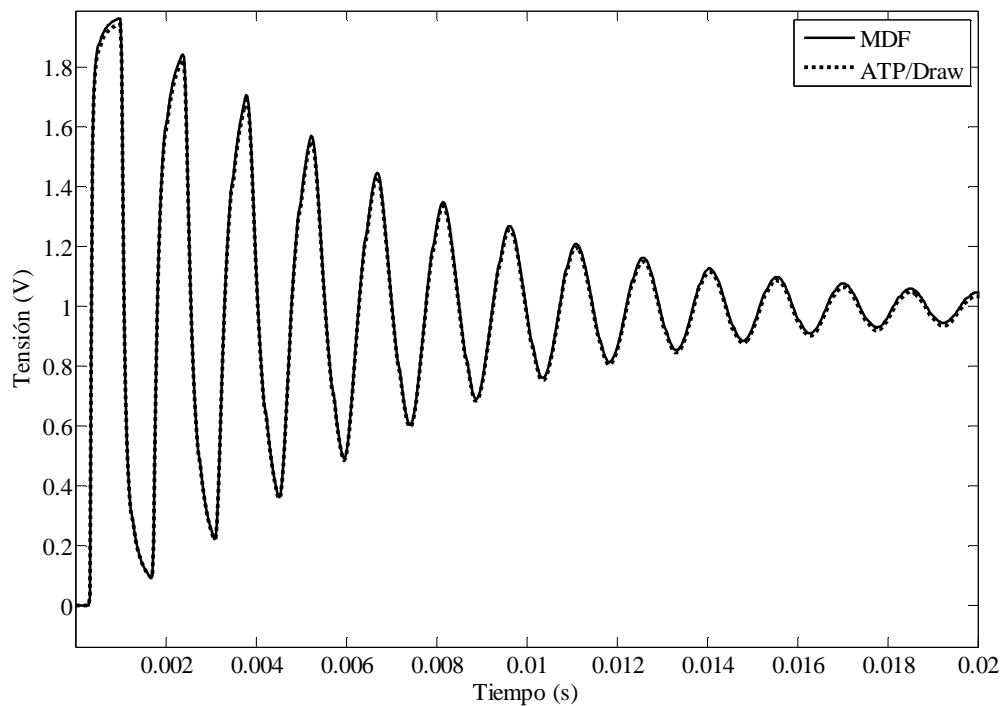


Figura 4.2 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada en vacío

En el siguiente ejemplo de aplicación se considera que la línea es alimentada por una fuente cosenoidal a partir de  $t = 0$ . La fuente tiene una impedancia puramente resistiva de  $0.01 \Omega$ , el extremo receptor se considera abierto y posteriormente se le conecta una impedancia con un valor aproximadamente igual a  $Z_0$ . En las Figuras 4.4 y 4.5 se muestran los resultados obtenidos.

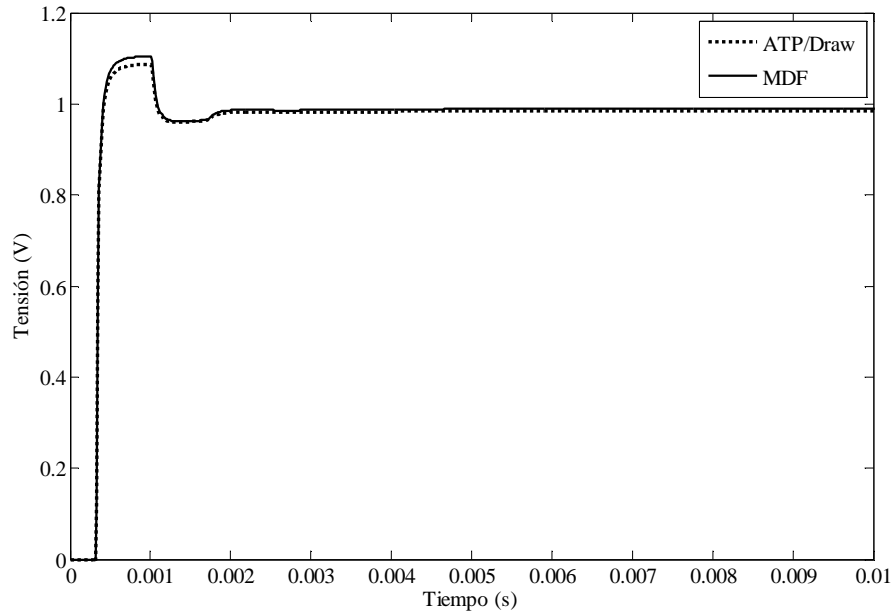


Figura 4.3 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme con carga

Tabla 4.1 Datos de una línea de transmisión uniforme.

Radio del conductor	0.0254 m
Altura de la línea	28 m
Longitud de la línea	100 km
Permeabilidad del terreno	$1.2566 \times 10^{-6}$ H/m
Permeabilidad del conductor	$1.2566 \times 10^{-6}$ H/m
Resistividad del suelo	100 $\Omega$ -m
Resistividad del conductor	$2.71 \times 10^{-8}$ $\Omega$ -m

Una forma simplificada de simular la energización de la línea de transmisión en un tiempo diferente de cero es cortar la fuente de excitación como se muestra en la Figura 4.6, se considera que la línea es alimentada por una fuente cosenoidal a partir de  $t = 0.017$  s.

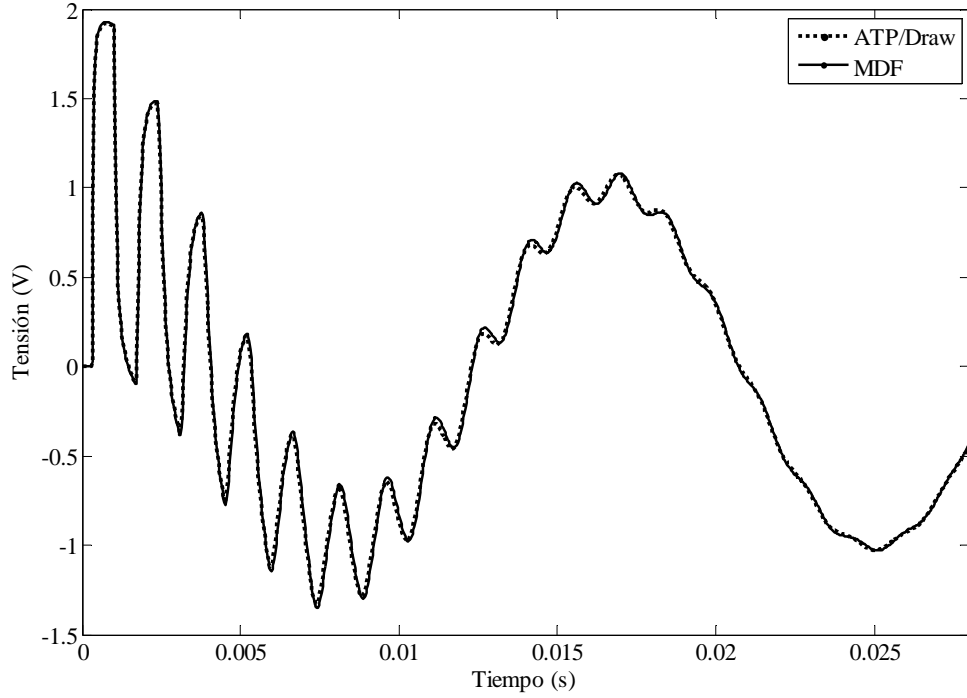


Figura 4.4 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada con una señal cosenoidal en vacío

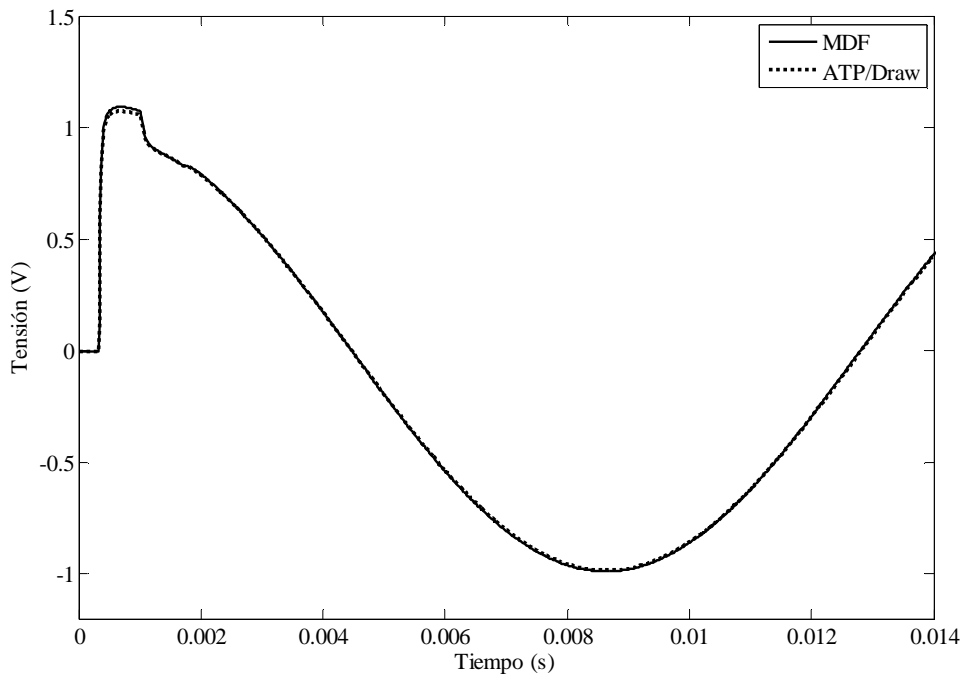


Figura 4.5 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada con una señal cosenoidal con carga

La fuente tiene una impedancia puramente resistiva de  $0.01 \Omega$ , el extremo receptor se considera abierto y posteriormente se le conecta una impedancia con un valor aproximadamente igual a  $Z_0$ . En las Figuras 4.7 y 4.8 muestran los resultados obtenidos.

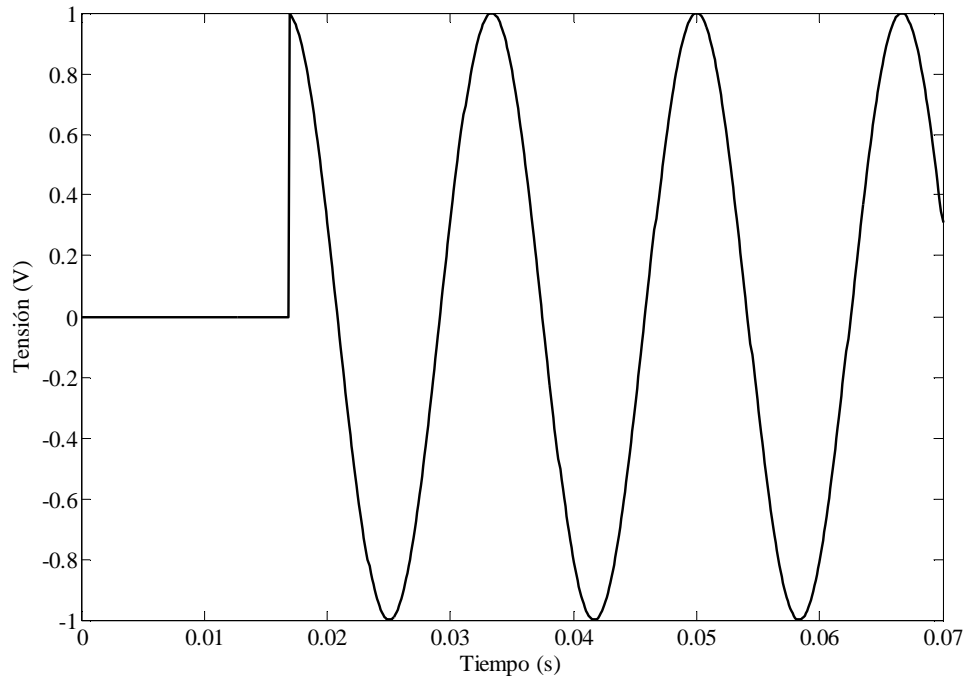


Figura 4.6 Señal cosenoidal

#### 4.4 Propagación de Onda a lo Largo de la Línea.

Para la misma línea del ejemplo anterior con la misma fuente de excitación se observó la propagación de dicha señal. La línea se dividió en varios segmentos como se muestra en la Figura. 4.9, y se registraron las sobretensiones transitorias presentadas en diferentes puntos a lo largo de la línea de transmisión. En la Figura. 4.10 se muestra la propagación de la tensión transitoria a lo largo de la línea. El método utilizado para las simulaciones es el propuesto en este trabajo y descrito en los Capítulos anterior. La propagación de la onda viajera se va atenuando conforme va realizando su recorrido debido a las pérdidas que presenta la línea.

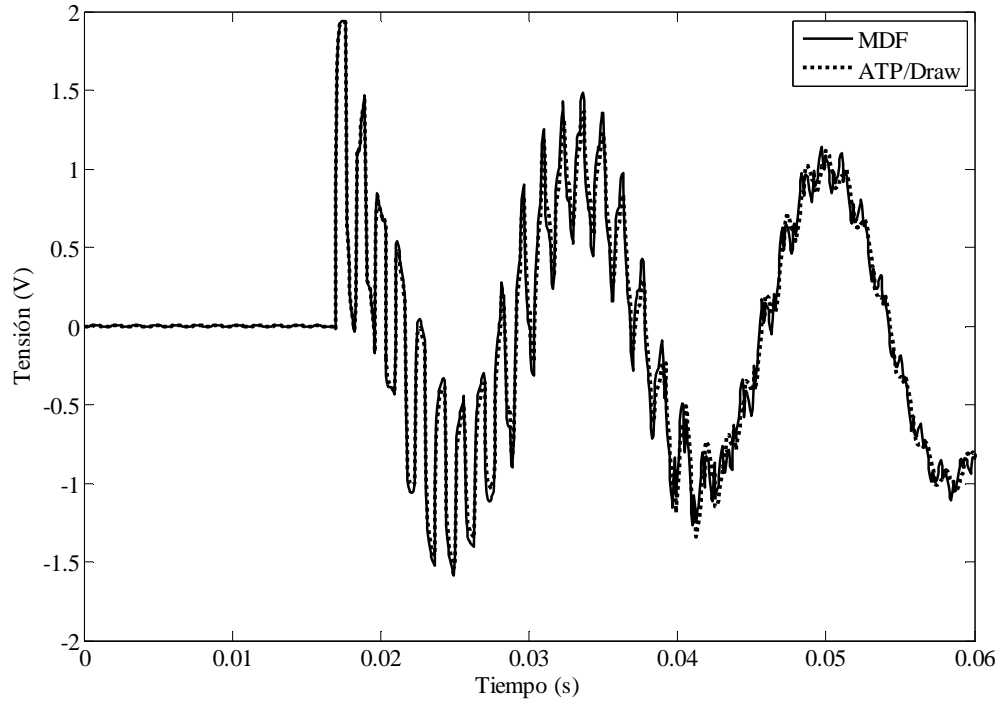


Figura 4.7 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica considerando energización con un tiempo diferente de cero en vacío

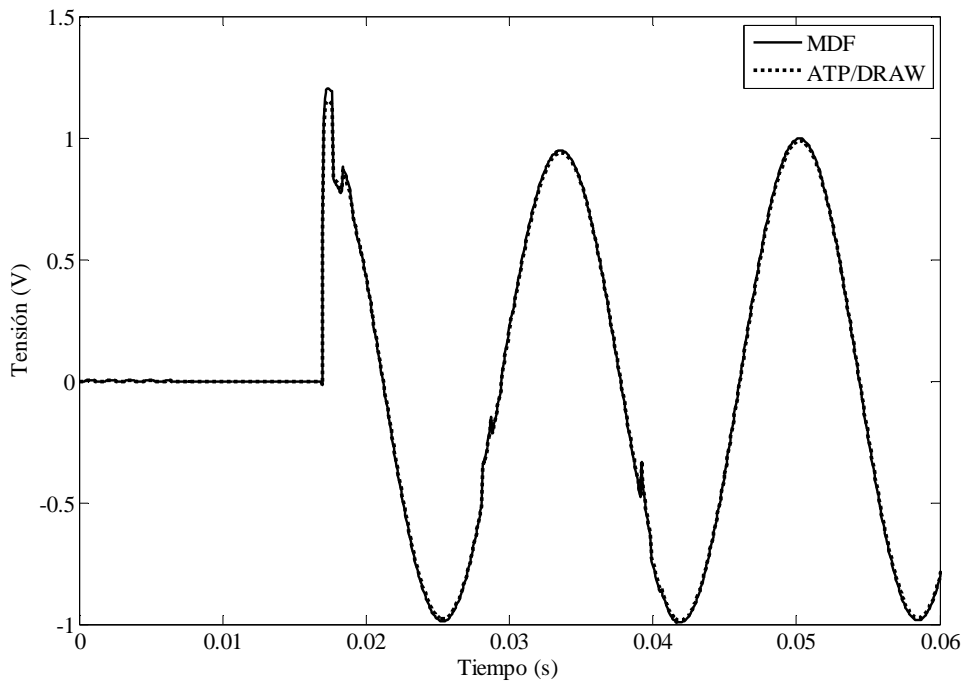


Figura 4.8 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica considerando energización con un tiempo diferente de cero con carga

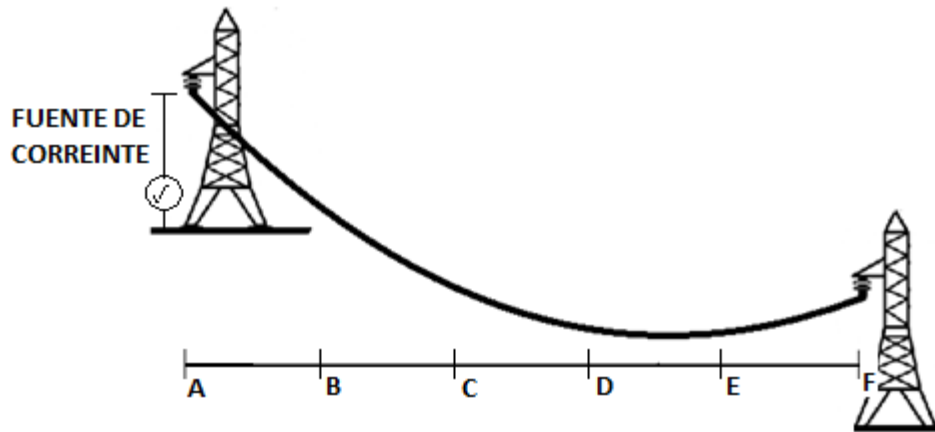


Figura 4.9 División de la línea monofásica para el ejemplo de aplicación

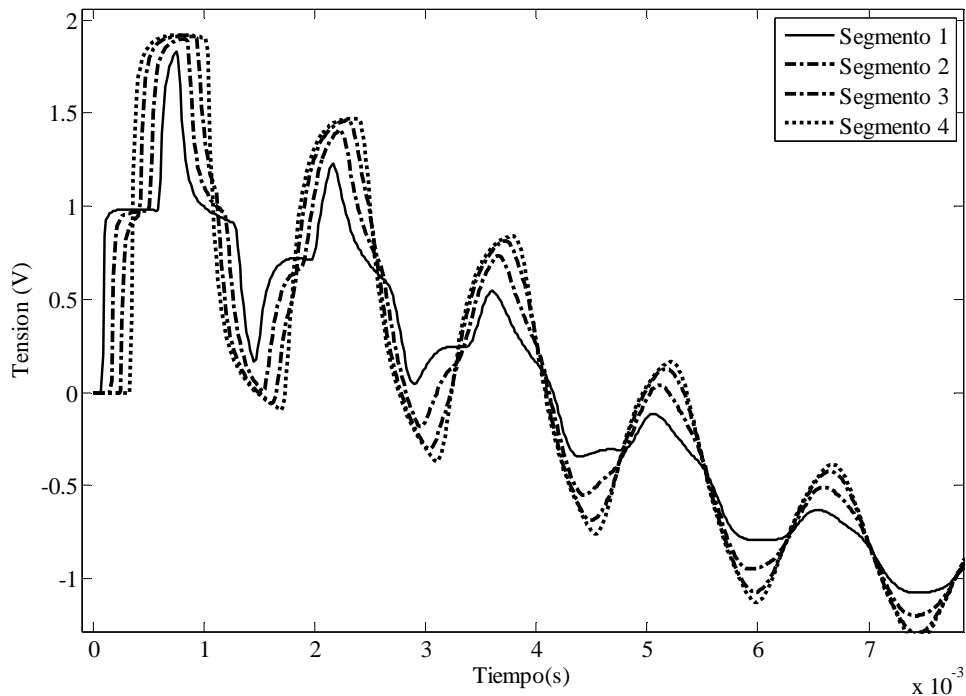


Figura 4.10 Propagación de la sobretensión transitoria cosenoidal a lo largo de la línea monofásica uniforme

#### 4.5 Simulación de Descarga Atmosférica.

La cantidad de corriente producida por un rayo es una cantidad estadística, que depende de la energía existente en la nube y de la diferencia de la tensión entre ésta y la tierra al iniciarse la descarga. Se han llegado a registrar magnitudes de corriente de hasta 400 kA; sin embargo, aproximadamente el 50% de todas las corrientes producidas por los rayos son menores a 20

kA [1] y [2]. Para este ejemplo de aplicación, se analizó la sobretensión transitoria que se presenta en línea de transmisión con los datos de la Tabla 4.1 ante una descarga atmosférica. En el lado emisor de la línea se suministró una fuente ideal de tipo doble exponencial, que representa una forma de onda típica de descarga con amplitud de 1 p.u., tiempo de frente de 1.2  $\mu$ s y tiempo de valor medio (cola de la onda) de 50  $\mu$ s como la que se muestra en la Figura. 4.11, con el extremo receptor abierto. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura. 4.12.

#### 4.6 Línea no Uniforme (se considera la catenaria)

Tomando en cuenta que la no uniformidad de la línea es importante cuando se requiere analizar transitorios electromagnéticos rápidos, se simuló un evento transitorio en una línea no uniforme como la que se muestra en la Figura. 2.13. Los datos de la línea se muestran en la Tabla 4.2.

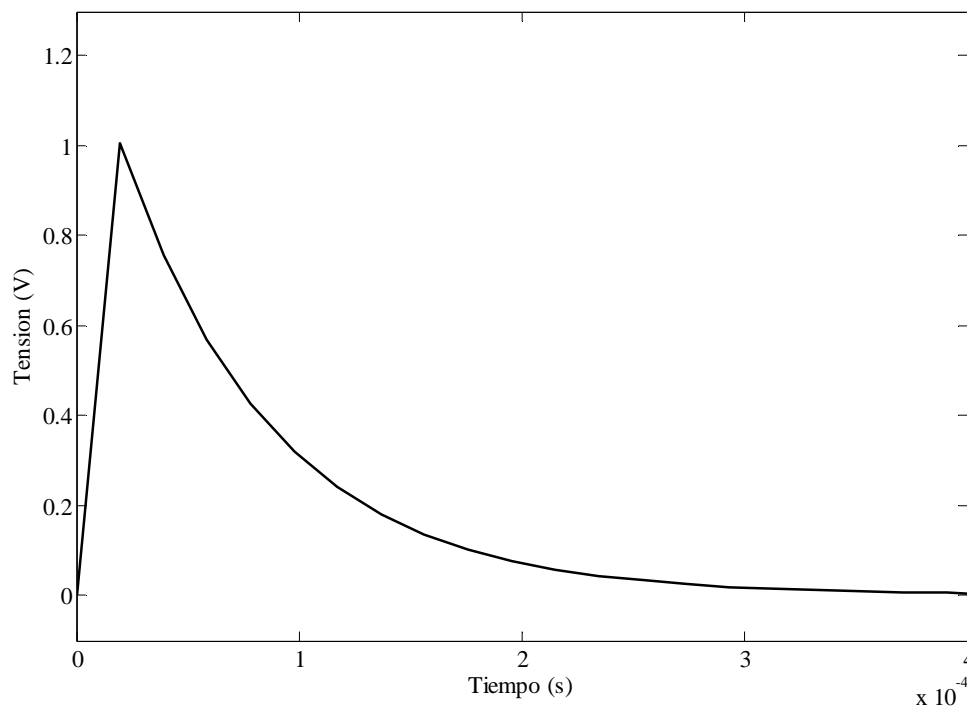


Figura 4.11 Señal típica de una descarga atmosférica

Se conectó una fuente tipo escalón unitario con impedancia puramente resistiva de 0.1  $\Omega$  en el extremo emisor, mientras que el extremo receptor se consideró abierto y posteriormente se le conecta una impedancia con un valor aproximadamente igual a  $Z_0$ .

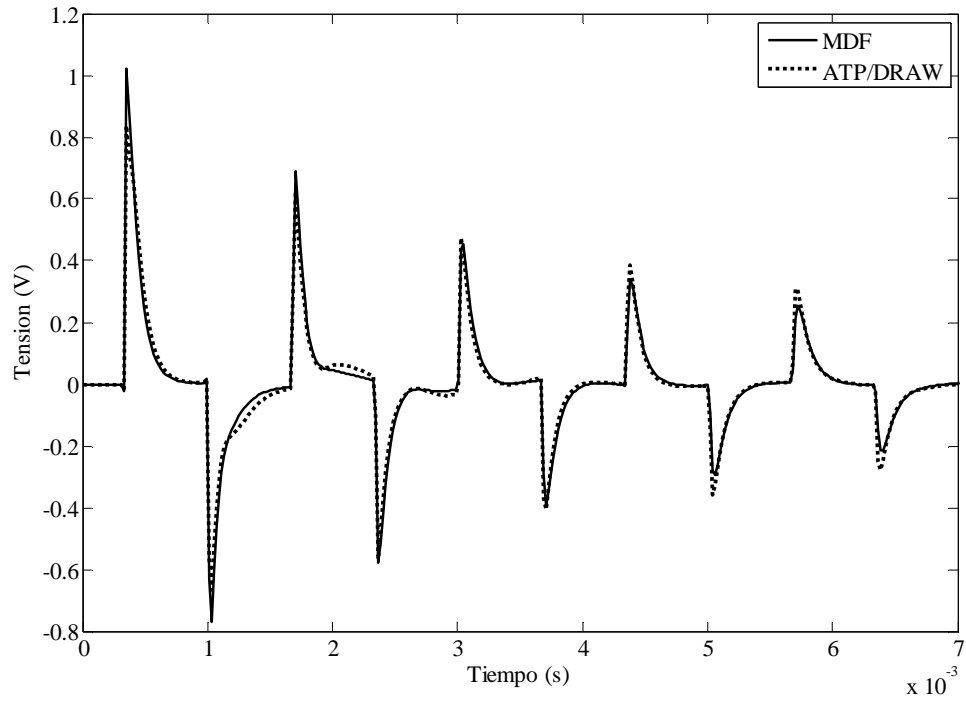


Figura 4.12 Sobretensión transitoria en el extremo receptor de una línea monofásica uniforme energizada con una descarga atmosférica

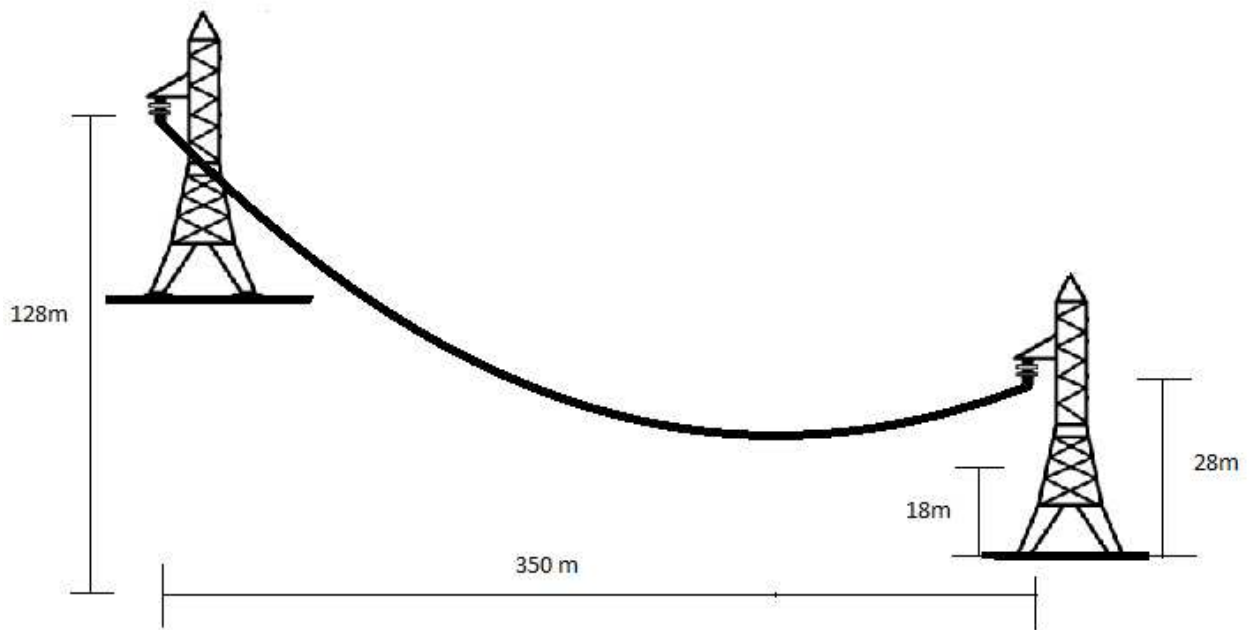


Figura 4.13 Configuración de línea monofásica no uniforme

Tabla 4.2 Datos de una línea de transmisión con catenaria

Radio del conductor	0.0254 m
Permeabilidad del terreno	$1.2566 \times 10^{-6}$ H/m
Permeabilidad del conductor	$1.2566 \times 10^{-6}$ H/m
Resistividad del suelo	100 $\Omega$ -m
Resistividad del conductor	$2.826 \times 10^{-8}$ $\Omega$ -m

En las Figuras. 4.14 y 4.15 se muestran las formas de onda de las sobretensiones transitorias en el extremo receptor de la línea, respectivamente. Se observa que se presentan un mayor número de frecuencias involucradas que cambian por completo su forma de onda, además de presentar magnitudes mayores que los obtenidos en las Figuras 4.2 y 4.3.

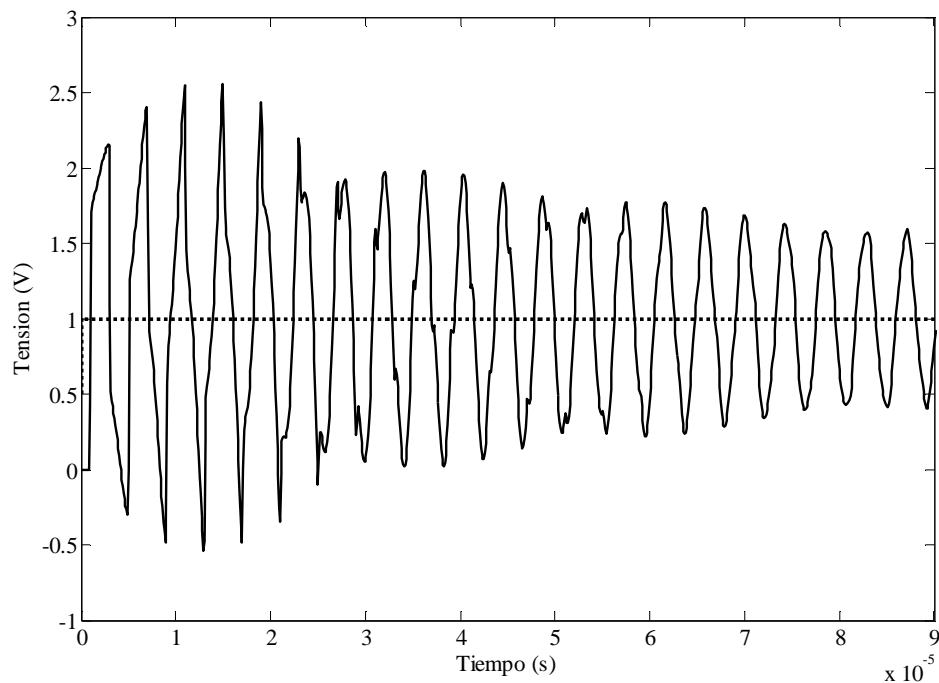


Figura 4.14 Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme energizada con un escalón unitario en vacío

Como segundo ejemplo de aplicación en líneas no uniformes se analizó la sobretensión transitoria que se presenta en línea con los datos de la Tabla 4.2 ante una descarga atmosférica. En el lado emisor de la línea se suministró una fuente ideal de tipo doble exponencial, que representa una forma de onda típica de descarga con amplitud de 1 pu,

tiempo de frente de  $1.2 \mu\text{s}$  y tiempo de valor medio (cola de la onda) de  $50 \mu\text{s}$ , con el extremo receptor abierto. Los resultados obtenidos se muestran en la Figuras. 4.16.

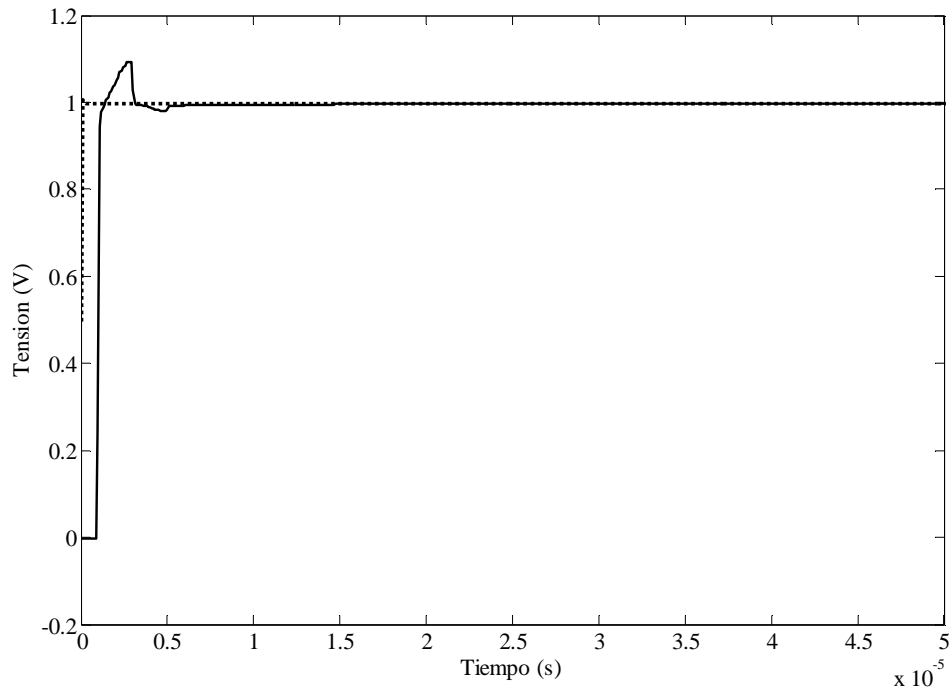


Figura 4.15 Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme con carga

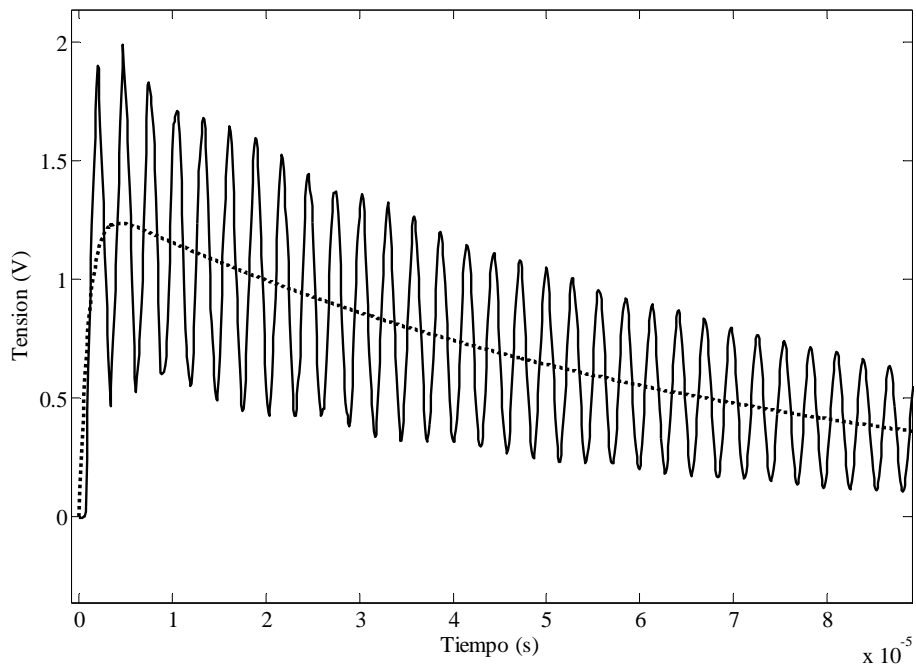


Figura 4.16 Sobretensión transitoria para una línea monofásica no uniforme energizada con una señal típica de descarga atmosférica

## Conclusiones

Los transitorios electromagnéticos en sistemas de transmisión siguen estando en estudio ya que los modelos que se tienen hasta el día de hoy presentan ciertas dificultades tanto para ser implementados debido a las aproximaciones que se deben realizar y a la complejidad de los mismos. En este trabajo de tesis se describió e implementó una técnica de parámetros distribuidos de la línea de transmisión para el análisis de sobretensiones transitorias. Este modelo permite incluir la posible variación de los parámetros eléctricos de la línea con respecto a la longitud (línea no uniforme). El modelo se desarrolló en el dominio de la frecuencia, de tal forma que la dependencia frecuencial de los parámetros eléctricos de la línea, debida al efecto piel en el propio conductor y en el retorno por tierra, puede tomarse en cuenta de manera directa sin requerir aproximaciones racionales como en los modelos en el dominio del tiempo. La respuesta en el dominio del tiempo se obtuvo mediante la implementación del algoritmo de la transformada numérica de Laplace. Tanto el modelo de línea de transmisión uniforme como no uniforme se implementó en el lenguaje de programación de MATLAB. Adicional a esto se implementaron algoritmos para el cálculo de parámetros de la línea monofásica basados en datos geométricos, eléctricos y la transformada numérica de Laplace. Los casos de estudio que se simularon fueron:

- Comportamiento transitorio de una línea de transmisión monofásica uniforme energizada en vacío y con carga de valores muy cercanos a la impedancia característica.
- Respuesta transitoria de una línea de transmisión excitada por una señal de corriente directa tanto en vacío como con carga.
- Respuesta transitoria de una línea de transmisión excitada por una señal cosenoidal tanto en vacío como con carga.
- Simulaciones con descarga atmosférica directa a la línea de transmisión para ver el comportamiento de las sobretensiones transitorias y validar la implementación del modelo ante estas condiciones.
- Simulaciones con descarga atmosférica directa a la línea de transmisión y su propagación a lo largo de la línea para ver el comportamiento de las sobretensiones transitorias ante estas condiciones.

- Se comparó las sobretensiones transitorias que se presentan tanto en la línea no uniforme como uniforme mostrando las diferencias que se presentan en la amplitud y forma de onda de la tensión para diferentes fuentes de excitación.
- Se simuló una energización de la línea para tiempos diferentes de cero de forma simplificada.

Para validar los resultados obtenidos en estos casos de aplicación se utilizó el programa de simulación en el dominio del tiempo ATP/Draw.

### **Recomendaciones para Trabajos Futuros**

- Modelar la energización y desenergización de la línea de transmisión para evaluar el comportamiento de la operación de la protección DRM (Disparo y Recierre Monopolar) y su efecto en la línea.
- Realizar simulaciones con apartarrayos cuando se simulan las descargas atmosféricas en la línea de transmisión.
- Considerar en las simulaciones la resistencia de pre-inserción para evaluar su importancia en la operación de las líneas.
- Analizar los efectos que producen las descargas atmosféricas cercanas a la línea y la inducción de los campos electromagnéticos que se presentan en este fenómeno.
- Modelar varias líneas conectadas de forma radial, anillo o malladas.
- Analizar el efecto corona en líneas de transmisión usando el modelo de línea no uniforme.
- Extensión de los modelos al caso multiconductor para todos los casos de prueba que se presentaron en la tesis y los citados en este apartado.

## Referencias

- [1] **A. Greenwood**, “Electrical Transients in Power Systems”. Second edition, John Wiley & Sons, Inc.
- [2] **L. A. Siegert C.**, “Alta Tensión y Sistemas de Transmisión”. LIMUSA. México D. F. 1989.
- [3] Electromagnetic Transient Program (EMTP – Theory Book), Portland, USA , July 1995.
- [4] **J. Martí**, “Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulations”, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 1, January 1982.
- [5] **L. Martí**, “Simulation of Transients in Underground Cables with Frequency-Dependent Modal Transformation Matrices”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 3, no. 3, July 1988.
- [6] **B. Gustavsen and A. Semlyen**, “Combined Phase Domain and Modal Domain Calculation of Transmission Line Transients Based on Vector Fitting”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 13, no. 2, April 1998.
- [7] **A. Morched, B. Gustavsen and M. Tartibi**, “A Universal Model for Accurate Calculation of Electromagnetic Transients on Overhead Lines and Underground Cables”, IEEE Trans. Power Delivery, vol. 14, no. 3, July 1999.
- [8] **P. Moreno, P. Gomez and Jose L. Naredo and J. L. Guardado**, “Frequency Domain Transient Analysis of Electrical Networks Including Non-Linear Conditions” Electrical Power and Energy Systems 27 (2005) 139–146.
- [9] **P. Gomez, P. Moreno and J. L. Naredo**, “Frequency-Domain Transient Analysis of Nonuniform Lines With Incident Field Excitation”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20 no. 3, July 2005.
- [10] **A. Ramirez, P. Gómez, P. Moreno and A. Gutierrez**, “Frequency Domain Analysis of Electromagnetic Transients Through the Numerical Laplace Transforms”, IEEE. Power Engineering Society General Meeting, vol.16-10, p.p.1136 – 1139. 2004.
- [11] **D. J. Wilcox**, “Numerical Laplace Transformation and Inversion”, Int. J. Elect. Enging. Educ., vol 15, pp. 247-265, 1978.

- [12] **L. M. Wedepohl**, “Power System Transients: Errors Incurred in the Numerical Inversion of the Laplace Transform”, Proc. of the 26th Midwest Symposium on Circuits and Systems, Agosto 1983.
- [13] **C. Paul**, “A Spice Model For Multiconductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field”, IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 36, no. 4, November 1994.
- [14] **C. Paul**, “Literal Solution for the Time–Domain Response of a Two–Conductor Transmission Line Excited by an Incident Electromagnetic Field”, IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 37, no. 2, May 1995.
- [15] **C. A. Nucci**, “Comparison of Two Coupling Models for lightning–Induced Overvoltage Calculation”, IEEE, Transaction on Power Delivery, vol. 10, no. 1, January 1995.
- [16] **A. Semlyen and A. Dabuleanu**, “Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines with Ground Return Using Recursive Convolutions”, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, March/April 1975.
- [17] **R. Courant, K. Friederichs and H. Lewy**, “On Partial Difference Equations of Mathematical Physics”, IBM Journal 11, 1967.
- [18] **S. J. Day, N. Mullineux and J. R. Reed**, “Developments in Obtaining Transient Response Using Fourier Transform, part I: Gibbs Phenomena and Fourier Integrals”, Int. J. Elect. Enging. Educ. vol. 3, 1965.
- [19] **I. Erdin, A. Dounavis, R. Achar and M. S. Nakhla**, “A SPICE Model For Incident Field Coupling to lossy Multiconductor Transmission Line”, IEEE, Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol. 43, no. 4, November 2001.
- [20] **M. S. Mamis and M. Köksal**, “Lightning Surge Analysis Using Nonuniform, Single-Phase Line Model” IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib. vol. 148, no. 1, January 2001.
- [21] **D. G. Fink and H. W. Beaty**, “Manual de Ingeniería Eléctrica” Decimotercera edición. Ed. Mc Graw Hill. Méx. 1995.

- [22] **P. Gómez and F. A. Uribe**, "On the Application of the Numerical Laplace Transform For Accurate Electromagnetic Transient Analysis", *Rev. Mex. Fis.*, vol. 53, no. 3, pp. 198-204, June 2007.
- [23] **P. Chowdhuri**, "Electromagnetic transient in power system" Research studies press: institute of physics, 2<sup>nd</sup> ed, 2004.
- [24] **J. A. Gutierrez, P. Moreno, J. L. Naredo, J. C. Gutierrez**, "Fast Transients Analysis of Nonuniform Transmission Lines Through the Method of Characteristics", *Int. Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 24, pp. 781-788, 2002.
- [25] **A.R. Chávez, P. Moreno, J.L. Naredo, L. Guardado**, "Fast transients analysis of Non-uniform Multiconductor frequency-dependent transmission lines", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol.21, no.2, pp. 809-815, April 2006.
- [26] **Moreno P., A. Ramírez**, "Implementation of the Numerical Laplace Transform: A Review", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 23, no. 4, Oct 2008, pp. 2599-2609.
- [27] **N. D. Tleis**, "Power systems modeling and fault analysis. Theory and Practice", Newnes, 2008.
- [28] **Clayton R. Paul**, "Analysis of Multiconductor Transmission line" A Wiley-Interscience Publication John Wiley & Sons. Canada 1994.
- [29] **B. Gustavsen**, "Improving the poles relocating properties of vector fitting," *IEEE Trans. On Power Delivery*, vol. 21, No. 3, July 2006
- [30] *Electromagnetic Transient Program (EMTP – Theory Book)*, Portland, USA, July 1995.

## Apéndice

### Programas Implementados en Matlab

#### A1. Modelado de la Línea de Transmisión con Catenaria

```
clc, clear all
```

```
%Datos de la línea Multiconductora
```

```
Mo = 4*pi*1e-7; % permeabilidad del vacío  
Eo = 1e-9/(36*pi); % permitividad del suelo  
Me = 4*pi*1e-7; % Me permeabilidad del terreno  
Mc = 4*pi*1e-7; % Mc permeabilidad del conductor  
r=0.0254; % radio del conductor  
Pe=100; % resistividad del suelo  
Pc=2.826e-8; % resistividad del conductor
```

#### A2. Datos de la Transformada Numérica de Laplace

```
p=1; f=60*p;  
k=2*pi*f;  
Tobs=0.0001  
N=2^10;  
At=Tobs/N;  
Aw=pi./Tobs;  
n=[0:N-1];  
m=[1:2:2*N];  
t=n*At;  
c=2*Aw;  
w=m.*Aw;  
s=c+j*w;
```

```
Yf =1e1 ; % admitancia de la fuente  
YL=1e-8; % admitancia de la carga
```

```
% Formas de onda en el dominio de la frecuencia
```

```
% F = Yf./(s); % Escalón  
% F= Yf./(s.^2); % Rampa  
% F = Yf.*(k./(s.^2+k^2)); % Seno  
% F = Yf.*(s./(s.^2+k^2)); % Coseno
```

```

% Modelo de 2 Puertos
for k=N1:-1:1 % N1 Numero de Matrices Cadenas

    l=Ax(k); % Longitudes
    h=alt(k); % Vector de alturas

    % Cálculo de los parámetros
    [Z,Y,L,Rcd]=calc_param_catn(h, r, Pe, Me, w, Pc, Mc, l, s);
    Zo = sqrt(Z/Y); % Impedancia Característica
    Yo = 1/Zo; % Admitancia Característica
    cp = sqrt(Z*Y); % constante de propagación

    A=cosh(cp l); B=Zo*sinh(cp l);
    C=Yo*sinh(cp*l); D=cosh(cp*l);
    MC(1,1,:)=A; MC(1,2,:)=B; MC(2,1,:)=C; MC(2,2,:)=D;

    for H=1:N
        MC2(:, :, H) = MC2(:, :, H)*MC(:, :, 1);
    end
end

% Elementos de la MCadena
K1=MC2(1,1,:); K2=MC2(1,2,:); K3=MC2(2,1,:); K4=MC2(2,2,:);
A11=K1(1,:); B12=K2(1,:); C21=K3(1,:); D22=K4(1,:);

Yss=B12.*A11; Ysr=B12.^-1; Yrr=D22.*B12;
Ybus(1,1,:)=Yss+Yf; Ybus(1,2,:)= -Ysr; Ybus(2,1,:)= -Ysr; Ybus(2,2,:)=Yrr+YL;

% Modelo de 2 Puertos (forma nodal o Ybus)
% Solución de Voltajes

for k1=1:N
    Zbus(:, :, k1)=inv(Ybus(:, :, k1));
    V(:, :, k1)= Zbus(:, :, k1)*I(:, :, k);
end

% Obtención de resultados en el Dominio del tiempo
[Vti, Vtf, Iti, Itf] = TNLI2puertos_catn(V, l, Aw, c, n, At, N, w);

```

### A3. Modelado de la Línea de Transmisión sin Catenaria

```
clc, clear all
global Mo Eo

l=100000    % Longitud de la línea
Tobs=15e-3  % Tiempo de observación
N=2^10;     % Numero de Muestras

Me = 4*pi*1e-7; % Me permeabilidad del terreno
Mc = 4*pi*1e-7; % Mc permeabilidad del conductor
Mo = 4*pi*1e-7; % Permeabilidad del vacío
Eo = 1e-9/(36*pi); % Permitividad del suelo

r=0.02;     % Radio del conductor
h=28;       % Altura a la que se encuentra el conductor
Pe=100;     % Resistividad del suelo
Pc=2.71e-8; % Resistividad del conductor

% Datos de la Transformada Numérica de la Place

At=Tobs/N;
Aw=pi./Tobs;
n=[0:N-1];
m=[1:2:2*N];
t=n*At;
c=2*Aw;
w=m.*Aw;
s=c+j*w;

% Calculo de los parámetros
[Z,Y,L,Rcd,Lc]=calc_param(h, r, Pe, Me, w, Pc, Mc, l, s);

Zo = sqrt(Z./Y); % Impedancia Característica
Yo = 1./Zo;     % Admitancia Característica
cp = sqrt(Z.*Y); % Constante de propagación

Rl = 1e8; YL=1/Rl; % Carga resistiva al final de la línea
Rs =1e-8; Yf=1/Rs; % Resistencia interna de la fuente

% Formas de onda en el dominio de la frecuencia
% F = Yf./(s); % Escalón
% F= Yf./(s.^2); % Rampa
% F = Yf.*(k./(s.^2+k^2)); % Seno
% F = Yf.*(s./(s.^2+k^2)); % Coseno

IF=Yf*VF % Corriente de entrada
```

```
% Constantes del Modelo de 2 puertos
```

```
A=cosh(cp); B=-Zo.*sinh(cp);  
C=Yo*sinh(cp); D=-cosh(cp);  
Yss =Yo*coth(cp); Yrs =Yo*csch(cp);  
Yrr=Yss; Ysr=Yrs;
```

```
Mtransf(1,1,:)=A; Mtransf(1,2,:)=B; Mtransf(2,1,:)=C; Mtransf(2,2,:)=D;  
Mcadena(1,1,:)=A; Mcadena(1,2,:)=B; Mcadena(2,1,:)=C; Mcadena(2,2,:)=D;
```

```
%Modelo en forma nodal o Ybus
```

```
Ybus(1,1,:)=Yss; Ybus(1,2,:)=Ysr; Ybus(2,1,:)=Yrs; Ybus(2,2,:)=Yrr;
```

```
%Solución para voltajes
```

```
for k1=1:N  
    Zbus(:,k1)=inv(Ybus(:,k1));  
    V(:,k1)= Zbus(:,k1)*I(:,k1);  
end
```

```
%Obtención de resultados en el Dominio del tiempo
```

```
[Vti,Vtf,Iti,Itf] = TNLI2puertos(V,I,Aw,c,n,At,N,w);
```

```
Vm(1,:)=V(1,1,:); Vm(2,:)=V(2,1,:); %Matriz en dos dimensiones Voltaje  
Im(1,:)=I(1,1,:); Im(2,:)=I(2,1,:); %Matriz en dos dimensiones Voltaje  
Cn=(2*Aw/pi)*exp(c*At+j*pi/N); ;  
Vent=a+[(1-a)*cos(pi*w/(2*N*Aw))];  
Iti=real((N*(ifft(Im(1,:).*Vent)).*Cn);
```

#### A4. Modelado de la Línea de Transmisión sin Catenaria con Propagación de la Onda Viajera

```
clc, clear all
```

```
global Mo Eo
```

```
Mo = 4*pi*1e-7; % permeabilidad del vacio
```

```
Eo = 1e-9/(36*pi); % permitividad del suelo
```

```
Tc=(3.3333e-4)*50;
```

```
P=4; Numero de nodos de medición
```

```
Ybus=zeros(P+N,P+N,N);
```

```
long=100e3; Longitud de la Línea de transmisión
```

```
l=long/P:long/P:long;
```

```
Yb=zeros(P+1,P+1,N);
```

```
Yf=1e8; YL=1e-8;
```

```
Yb(1,1,:)=Yf; % Admitancia de la fuente
```

```
Yb(P+1,P+1,:)=YL; % Admitancia de la carga
```

```
% Formas de onda en el dominio de la frecuencia
```

```
% F = Yf./(s); % Escalón
```

```
% F= Yf./(s.^2); % Rampa
```

```
% F = Yf.*(k./(s.^2+k^2)); % Seno
```

```
% F = Yf.*(s./(s.^2+k^2)); % Coseno
```

```
I=zeros(P+1,1,N); I(1,1,:)=F; % Considero que solo tengo fuente al inicio
```

```
% Cálculo de los parámetros
```

```
[Z,Y,L,Rcd]=calc_paramR(h, r, Pe, Me, w, Pc, Mc, l(1), s);
```

```
Zo = sqrt(Z./Y); % Impedancia Característica
```

```
Yo = 1./Zo; % Admitancia Característica
```

```
cp = sqrt(Z.*Y); % Constante de propagación
```

```
Yss =Yo.*coth(cp*l(1)); Yrs =Yo.*csch(cp*l(1));
```

```
Yrr=Yss; Ysr=Yrs;
```

```
Ybus(1,1,:)=Yss; Ybus(1,2,:)=Ysr;
```

```
Ybus(2,1,:)=Yrs; Ybus(2,2,:)=Yrr;
```

```
Yrr_sum=Yrr; Yss =Yo.*coth(cp*l(1));
```

```
Yrs =Yo.*csch(cp*l(1));
```

```
Yrr=Yss; Ysr=Yrs;
```

```

%Formación de la Ybus
for x=1:P-1
    Ybus(x+1,x+1,:)=Yrr_sum+Yss;
    Ybus(x+1,x+2,:)= -Ysr;
    Ybus(x+2,x+1,:)= -Yrs;
    Ybus(x+2,x+2,:)=Yrr;
end

    Ybust=Ybus+Yb

%Solución para voltajes
for k1=1:N
    Zbus(:,k1)=inv(Ybust(:,k1));
    V(:,k1)= Zbus(:,k1)*I(:,k1);
end

%Obtención de resultados en el Dominio del tiempo
[Vt] = TNLI2puertosR(V, I, Aw, c, n, At, N, w, P);

```