



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Neutrinos de Majorana virtuales en el acoplamiento WWZ

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Lic. Humberto Vázquez Castro

Asesorado por

Dr. Héctor Novales Sánchez

Dra. Mónica Salinas Ibáñez

Puebla Pue.
09 de julio de 2024



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Neutrinos de Majorana virtuales en el acoplamiento WWZ

Tesis presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito parcial para la obtención del grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

por

Lic. Humberto Vázquez Castro

Asesorado por

Dr. Héctor Novales Sánchez

Dra. Mónica Salinas Ibáñez

Puebla Pue.

09 de julio de 2024

Título: Neutrinos de Majorana virtuales en el acoplamiento WWZ
Estudiante: LIC. HUMBERTO VÁZQUEZ CASTRO

COMITÉ

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Presidente

Dr. Arturo Fernández Téllez
Secretario

Dr. Jaime Hernández Sánchez
Vocal

Dr. Héctor Novales Sánchez
Asesor

Dra. Mónica Salinas Ibáñez
Asesor

Agradecimientos

En este pequeño momento de celebración, quiero dirigirme a ustedes con palabras que no alcanzan a expresar completamente el profundo agradecimiento que siento en mi corazón.

Mamá, tu amor incondicional, tu constante sacrificio y tu infinita paciencia han sido la luz que ilumina mi camino. Gracias por estar siempre conmigo, en buenas y malas; sin tus sabios consejos, nada de esto sería posible. A ti, mamá, y a ti, papá, les debo todo lo que soy y todo lo que logro. Gracias por ser mis pilares, por estar siempre ahí.

A mis hermanos, Sergio, Arturo, Fernando y Enrique, gracias por su infinito apoyo, por siempre estar dispuestos a escuchar y aconsejarme; este logro también es de ustedes.

A mis asesores, la Dra. Mónica Salinas Ibáñez y el Dr. Héctor Novales Sánchez, por aceptar dirigir mi trabajo de tesis. Siempre estaré agradecido con ustedes por el apoyo, dedicación y tiempo que me otorgaron. Gracias por las lecciones de vida, son un ejemplo a seguir. Sus enseñanzas perdurarán más allá de estas páginas, y espero con ansias seguir aprendiendo de ustedes. También, gracias por brindarme su amistad.

A mis grandes amigos dentro de la facultad, Adrián, Alfonso, Eduardo, por mencionar solo algunos; gracias por las palabras de aliento, por las risas compartidas y por los momentos de distracción. Su amistad es un recordatorio de que no me encontraba solo en este viaje.

Fanny, querida amiga, quiero dedicarte un lugar especial en estas palabras de agradecimiento. Tu capacidad para escucharme, comprenderme y animarme han sido un regalo inestimable que guardaré en mi corazón para siempre. Gracias por estar ahí y por creer en mí incluso cuando yo dudaba.

Finalmente, gracias al CONAHCYT, por el apoyo monetario brindado a través de su beca de posgrado de agosto del 2022 a julio del 2024.

Índice general

Resumen	XI
Introducción	1
1. Modelo Estándar Electrodébil	3
1.1. El sector escalar	3
1.2. El sector Yang-Mills	4
1.3. El sector de Yukawa	5
1.4. El sector de las corrientes	8
1.5. La relación de Gell-Mann-Nishijima	9
2. Modelo Estándar con campos de Majorana	11
2.1. Modelo Estándar con neutrinos derechos	11
2.2. Sector de Yukawa con neutrinos masivos	12
2.3. Sector de las corrientes cargadas.	13
2.4. Sector de las corrientes neutras.	14
2.5. Otros sectores	17
2.6. La matriz unitaria U^ν	18
3. El vértice WWV	19
3.1. El vértice WWV	20
3.2. El vértice WWV en el ME	22
4. Contribuciones de nueva física al vértice WWZ.	25
4.1. Cálculo analítico del vértice WWZ	25
4.2. Estimaciones numéricas a los factores de forma	30
4.2.1. Contribuciones CP -even	32
4.2.2. Contribuciones CP -odd	36
5. Conclusiones	39
A. Reglas de Feynman	41
B. Coeficientes $\Delta\zeta^{(a)}$	43
Bibliografía	47

Índice de figuras

3.1. Convención de los momentos para el vértice WWV [1].	20
3.2. Contribuciones del sector de norma al vértice WWV en el ME [2].	23
3.3. Contribuciones del sector de Higgs al vértice WWV en el ME [2].	23
3.4. Contribuciones del sector de fermiones al vértice WWV en el ME [2].	24
4.1. El proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, donde el círculo denota correcciones radiativas a nivel de un lazo.	32
4.2. Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales a la anomalía $\Delta\kappa$, en escala logarítmica de base 10, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N para distintos valores de \sqrt{s} y $\hat{\rho}$	34
4.3. Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales a $\Delta\kappa$, en escala logarítmica base 10, como función del parámetro \sqrt{s} para distintas masas de neutrinos pesados y $\hat{\rho} = 0.65$	35
4.4. Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales tanto ligeros como pesados a la anomalía $\Delta\kappa$, en escala logarítmica de base 10, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N para valores fijos de $\sqrt{s} = 800$ GeV y $\hat{\rho} = 0.65$	35
4.5. Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales a la anomalía ΔQ , en escala logarítmica de base 10, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N para distintos valores de \sqrt{s} y $\hat{\rho}$	36

Resumen

Este trabajo de tesis se desarrolla en el marco de una extensión del Modelo Estándar, caracterizada por campos de Majorana, la cual considera una variante del Mecanismo *See-Saw*, en la que las masas de los neutrinos son generadas de forma radiativa, lo que conlleva la existencia de tres nuevos leptones neutros pesados. Hemos calculado, estimado y analizado las contribuciones de los neutrinos virtuales ligeros y pesados al vértice WWZ , en el que encontramos que se generan contribuciones a los acoplamientos anómalos que preservan y violan simetría CP . Nuestras estimaciones se encuentran en el orden $\mathcal{O}(10^{-3})$, para ambos casos, lo cual, en el caso de acoplamientos anómalos que violan simetría CP , es particularmente interesante, ya que, en el Modelo Estándar estos efectos surgen hasta el orden de tres lazos, siendo bastante suprimidos. Al comparar estas estimaciones con la sensibilidad esperada del *International Linear Collider* (ILC), para colisiones e^+e^- a una energía de centro de masa de 800 GeV, se concluye que es factible medir estos efectos de nueva física.

Introducción

La física de los neutrinos es uno de los campos más investigados en la actualidad dentro del área de la física de partículas. Su relevancia es notable, ya que su comprensión podría arrojar luz sobre fenómenos cosmológicos, por ejemplo, los neutrinos contribuyen a la densidad de energía del universo y afectan la evolución y la formación de estructuras a gran escala[3–5]. Además, los neutrinos desempeñan un papel crucial en la astrofísica, ya que son generados en una variedad de procesos en estrellas, supernovas, y eventos extremos como los *jets* de rayos gamma[6–8].

La existencia de neutrinos fue propuesta por primera vez en 1930 por Wolfgang Pauli para explicar la conservación de la energía y el momento lineal en la desintegración beta[9], sin embargo, no fue hasta 1956, cuando Clyde Cowan y Frederick Reines detectaron por primera vez estas partículas[10, 11].

Aunque el Modelo Estándar propone neutrinos no masivos, el descubrimiento de las oscilaciones de neutrinos en experimentos como Super-Kamiokande[12] y SNO[13], implican que los neutrinos pueden cambiar de un sabor a otro, lo cual solo puede ocurrir si los neutrinos tienen masa.

Más aún, puesto que los neutrinos son partículas eléctricamente neutras y masivas, su descripción podría ajustarse a la teoría de Dirac[14] o a la de Majorana[15], y la distinción entre una descripción y otra tiene importantes implicaciones a distintos niveles[16, 17].

Por ejemplo, si los neutrinos son de Majorana, esto podría explicar la asimetría materia-antimateria en el universo, además, podrían desempeñar un papel en la explicación de la materia oscura en el universo, los cuales son problemas fundamentales en la cosmología moderna. Sin embargo, actualmente se desconoce cuál de estas formulaciones es la que describe a los neutrinos.

Entre las propuestas teóricas para explicar la generación de las masas de los neutrinos ν_j destaca el Mecanismo *See-Saw* [18, 19], el cual vincula la pequeñez de las masas de estas partículas con la presencia de una escala de alta energía w . La ocurrencia de este mecanismo en la naturaleza implicaría la existencia de otros neutrinos, N_j , nunca antes medidos y con masas prácticamente definidas por la escala w . Estos nuevos neutrinos N_j , en comparación con los neutrinos ν_j , tendrían masas gigantescas, que, estimadas vía el operador de Weinberg [20], resultan ser $m_{N_j} \sim 10^{13}$ GeV. Por ello, nos referimos a dichas partículas como neutrinos pesados.

De existir neutrinos pesados, su presencia podría ser determinada a través de su participación como partículas virtuales en observables del Modelo Estándar [21, 22]. Lo anterior motiva este trabajo de tesis, en el cual se plantea el estudio de las contribuciones a WWZ , a nivel de un lazo, con neutrinos de Majorana virtuales, en el contexto de la formulación teórica dada en la Ref. [23].

La presente tesis está constituida por cinco capítulos, organizados de la siguiente manera: El Cap. 1 presenta una breve descripción del Modelo Estándar Electro débil; el Cap. 2 está dedicado a discutir los aspectos teóricos que son necesarios para el cálculo y análisis fenomenológico que se lleva a cabo; el Cap. 3 muestra la forma más general que adopta la función vértice que parametriza el acoplamiento $WWV(V = \gamma, Z)$, con la inclusión de los términos que conservan y violan CP , además, se hace mención de los factores de forma $\Delta\kappa_V$ y ΔQ_V en el contexto del Modelo Estándar; en el Cap. 4 se incluye el cálculo analítico de las contribuciones, así como estimaciones numéricas y su comparación con datos experimentales, buscando determinar la plausibilidad de medir efectos de nueva física en colisionadores electrón-positrón futuros; finalmente, se presentan las conclusiones generales en el Cap. 5.

Capítulo 1

Modelo Estándar Electro débil

El Modelo Estándar (ME) de las interacciones fundamentales [24–26], es una teoría de campos gobernada por el grupo de norma $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Esta formulación, comprende la descripción de las interacciones electromagnética, débil y fuerte.

Sin embargo, la discusión desarrollada a lo largo del presente capítulo se centra en el Modelo Estándar Electro débil (MEE), que es una subteoría del ME, la cual describe, únicamente, a las interacciones débil y electromagnética, definida bajo el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, donde los campos de norma W_μ^j son introducidos por el grupo $SU(2)_L$, mientras que B_μ es el campo del grupo $U(1)_Y$.

La teoría del MEE se encuentra caracterizada por una acción S_{MEE} , definida por una densidad Lagrangiana, \mathcal{L}_{MEE} , que tiene la forma

$$S_{\text{MEE}} = \int d^4x \mathcal{L}_{\text{MEE}}, \quad (1.1)$$

donde

$$\mathcal{L}_{\text{MEE}} = \mathcal{L}_{\text{E}} + \mathcal{L}_{\text{YM}} + \mathcal{L}_{\text{Y}} + \mathcal{L}_{\text{C}}, \quad (1.2)$$

y los términos Lagrangianos \mathcal{L}_{E} , \mathcal{L}_{YM} , \mathcal{L}_{Y} y \mathcal{L}_{C} , reciben, respectivamente, los nombres de sector escalar, sector de Yang-Mills, sector de Yukawa y sector de las corrientes.

1.1. El sector escalar

El Lagrangiano de este sector se escribe como

$$\mathcal{L}_{\text{E}} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (1.3)$$

donde

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_a \\ \phi_b \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

es el doblete de Higgs con hipercarga y_ϕ ; ϕ_a y ϕ_b son campos escalares complejos; D_μ representa la derivada covariante del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y tiene la forma

$$D_\mu = \partial_\mu \cdot \mathbb{1}_2 - ig \frac{\sigma^j}{2} W_\mu^j - i \frac{g_1}{2} (y_\phi \cdot \mathbb{1}_2) B_\mu, \quad (1.5)$$

siendo g_1 la constante de acoplamiento del grupo $U(1)_Y$, g la constante de acoplamiento del grupo $SU(2)_L$ y $\mathbb{1}_2$ la matriz identidad de tamaño 2×2 .

Por otro lado, $V(\Phi, \Phi^\dagger)$, se le conoce con el nombre de potencial escalar o potencial de Higgs, y tiene la forma

$$V(\Phi, \Phi^\dagger) = -\mu^2(\Phi^\dagger\Phi) + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2, \quad (1.6)$$

donde λ es una constante adimensional positiva, y μ^2 es un número positivo con unidades de masa al cuadrado. El Lagrangiano anterior, después del rompimiento espontáneo de simetría, en la norma unitaria se puede escribir como

$$\mathcal{L}_E = \frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - \lambda v^2 h^2 + \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{g^2 v^2}{8} W_\mu^3 W^{3\mu} + \frac{g_1^2 v^2 y_\phi^2}{8} B_\mu B^\mu - \frac{v^2 g g_1 y_\phi}{4} W_\mu^3 B^\mu + \dots \quad (1.7)$$

donde h es un campo físico con masa $m_h = \sqrt{2\lambda v}$ y $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ con masa igual a $m_W = \frac{gv}{2}$.

Al considerar los últimos tres términos de la Ec. (1.7), y suponer que, $y_\phi = 1$, se puede notar

$$\frac{g^2 v^2}{8} W_\mu^3 W^{3\mu} + \frac{g_1^2 v^2}{8} B_\mu B^\mu - \frac{v^2 g g_1}{4} W_\mu^3 B^\mu = \frac{v^2}{8} \begin{pmatrix} W_\mu^3 & B_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g^2 & -g g_1 \\ -g g_1 & g_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}. \quad (1.8)$$

La Ec. (1.8) contiene una matriz de tamaño 2×2 , real y simétrica, por tanto, existe una matriz ortogonal de diagonalización, R , tal que

$$R^T \begin{pmatrix} g^2 & -g g_1 \\ -g g_1 & g_1^2 \end{pmatrix} R = \mathcal{M} \quad (1.9)$$

donde \mathcal{M} es una matriz diagonal, calculada como, $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

La matriz ortogonal R se parametriza mediante un ángulo de rotación, de la forma

$$R = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix}, \quad (1.10)$$

donde $\tan \theta_W = \frac{g_1}{g}$, y θ_W es el ángulo de mezcla débil. Al implementar la transformación dada por la Ec. (1.9) en la Ec. (1.8), se definen los eigencampos de masa

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu, \quad (1.11)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu, \quad (1.12)$$

donde Z_μ es un campo vectorial con masa $m_Z = m_W / \cos \theta_W$, A_μ es el campo vectorial asociado al campo electromagnético con masa igual a cero y el fotón como partícula asociada.

1.2. El sector Yang-Mills

El sector de Yang-Mills se construye a partir de los tensores de campo del grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, conocidos como curvaturas de Yang-Mills, dados como

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.13)$$

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + g[W_\mu, W_\nu], \quad (1.14)$$

donde $W_\mu = W_\mu^j \frac{\sigma^j}{2}$, y σ^j representan a las matrices de Pauli.

El Lagrangiano de Yang-Mills, se escribe como

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^j W^{j\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.15)$$

donde

$$W_{\mu\nu}^j = \partial_\mu W_\nu^j - \partial_\nu W_\mu^j + ig\epsilon^{jkl}W_\mu^k W_\nu^l, \quad (1.16)$$

además, el Lagrangiano de Yang-Mills es invariante de norma.

Después del rompimiento espontáneo de simetría, el MEE se define sobre el grupo de la teoría electromagnética $U(1)_e$, por lo que el Lagrangiano de Yang-Mills, dado por la Ec. (1.15), debe reescribirse en términos de los campos W_μ^\pm , Z_μ y A_μ , entonces

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{YM}} = & -\frac{1}{2}\widehat{W}_{\mu\nu}^+ \widehat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - ig \cos \theta_W Z_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\mu} \\ & - ieF_{\mu\nu}W^{-\mu}W^{+\mu} + \frac{g^2}{4}(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-)(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}), \end{aligned} \quad (1.17)$$

con

$$\widehat{W}_{\mu\nu}^\pm = D_\mu^e W_\nu^\pm - D_\nu^e W_\mu^\pm + ig \cos \theta_W (W_\mu^\pm Z_\nu - W_\nu^\pm Z_\mu), \quad (1.18)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (1.19)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.20)$$

donde $D_\mu^e = \partial_\mu + ieA_\mu$, es la derivada covariante del grupo $U(1)_e$, y la carga elemental e , definida como, $e = g \sin \theta_W$.

1.3. El sector de Yukawa

A través de este sector, las masas de los leptones y quarks cargados se generan tras el rompimiento espontáneo de simetría.

Los fermiones se dividen en dos subconjuntos, por lo que conviene expresar al sector de Yukawa de la forma siguiente

$$\mathcal{L}_Y = \mathcal{L}_Y^l + \mathcal{L}_Y^q, \quad (1.21)$$

donde, \mathcal{L}_Y^l y \mathcal{L}_Y^q , representan a los leptones y quarks, respectivamente.

La parte que corresponde a los leptones en el sector de Yukawa, se escribe como

$$\mathcal{L}_Y^l = -y_{jk}^l \overline{L_{j,L}} \Phi \ell_{k,R} - y_{kj}^{l*} \overline{\ell_{k,R}} \Phi^\dagger L_{j,L}, \quad (1.22)$$

donde los coeficientes y_{jk}^l , se conocen como constantes de Yukawa, los cuales son adimensionales y arbitrarios, además, $L_{j,L}$ es un doblete quiral izquierdo, definido como

$$L_{j,L} = \begin{pmatrix} \nu_{j,L} \\ \ell_{j,L} \end{pmatrix}, \quad (1.23)$$

y $\ell_{j,R}$ es un singlete con quiralidad derecha, con $j = e, \mu, \tau$.

En el MEE no existen neutrinos con quiralidad derecha, y bajo el grupo de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$, $L_{j,L}$ y $\ell_{j,R}$ se transforman de la forma

$$L_{j,L} \longrightarrow e^{iy_L \alpha(x)} U(x) L_{j,L}, \quad (1.24)$$

$$\ell_{j,R} \longrightarrow e^{iy_R \alpha(x)} \ell_{j,R}, \quad (1.25)$$

donde y_L y y_R son las hipercargas de $L_{j,L}$ y $\ell_{j,R}$ respectivamente.

El Lagrangiano de la Ec. (1.22) es invariante bajo las transformaciones anteriores, siempre y cuando, se cumpla que

$$-y_L + y_R + y_\phi = 0. \quad (1.26)$$

Después del rompimiento espontáneo de simetría, el Lagrangiano correspondiente a los leptones, dado por la Ec. (1.22), en la norma unitaria, se puede escribir como

$$\mathcal{L}_Y^l = -y_{jk}^l \left(\frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{h}{\sqrt{2}} \right) \overline{\ell_{j,L}} \ell_{k,R} + \text{h.c.} \quad (1.27)$$

$$= -\left(1 + \frac{h}{v}\right) \overline{\ell_L} M^l \ell_R + \text{h.c.} \quad (1.28)$$

donde se ha definido la matriz M^l , de tamaño 3×3 , con coeficientes $M_{jk}^l = y_{jk}^l \frac{v}{\sqrt{2}}$. Además, se tiene que

$$\ell = \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}. \quad (1.29)$$

En álgebra lineal existe un resultado importante que nos garantiza que, dada una matriz cuadrada y compleja, M , de tamaño $n \times n$, existen matrices unitarias de tamaño $n \times n$, A y B , tales que AMB es una matriz diagonal con coeficientes reales. Entonces, definimos las siguientes transformaciones unitarias en el espacio de sabor

$$\ell'_L = V_L^\dagger \ell_L, \quad (1.30)$$

$$\ell'_R = V_R^\dagger \ell_R, \quad (1.31)$$

$$\mathcal{M}^l = V_L^\dagger M V_R, \quad (1.32)$$

donde $\mathcal{M}^l = \text{Diag}(m_e \ m_\mu \ m_\tau)$, con m_e , m_μ y m_τ las masas del electrón, muón y tau, respectivamente. Usando propiedades quirales, el sector de Yukawa para los leptones es

$$\mathcal{L}_Y^l = -\left(1 + \frac{h}{v}\right) \overline{\ell'} \mathcal{M}^l \ell', \quad (1.33)$$

con $\ell' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}$.

Por otro lado, en la parte correspondiente a los quarks, se considera la existencia de estados de quiralidad derecha para ambos miembros del doblete izquierdo, es decir, el sector de Yukawa correspondiente se escribe como

$$\mathcal{L}_Y^q = -y_{jk}^d \overline{Q_{j,L}} \Phi d_{k,R} - y_{kj}^{d*} \overline{d_{k,R}} \Phi^\dagger Q_{j,L} - y_{jk}^u \overline{Q_{j,L}} \tilde{\Phi} u_{k,R} - y_{kj}^{u*} \overline{u_{k,R}} \tilde{\Phi}^\dagger Q_{j,L}, \quad (1.34)$$

donde los coeficientes y_{jk}^u y y_{jk}^d son también, constantes de Yukawa, y $Q_{j,L}$ es un doblete quiral izquierdo definido por

$$Q_{j,L} = \begin{pmatrix} u_{j,L} \\ d_{j,L} \end{pmatrix}, \quad (1.35)$$

mientras que, $u_{j,R}$ y $d_{j,R}$ son singletes derechos, además, $\tilde{\Phi}$ se define como

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^*, \quad (1.36)$$

donde σ^2 es matriz de Pauli. Bajo el grupo de norma $SU(2)_L \times U(1)_Y$ estos objetos se transforman de la forma

$$Q_{j,L} \longrightarrow e^{iH_L \alpha(x)} U(x) Q_{j,L}, \quad (1.37)$$

$$d_{j,R} \longrightarrow e^{iH_R^d \alpha(x)} d_{j,R}, \quad (1.38)$$

$$u_{j,R} \longrightarrow e^{iH_R^u \alpha(x)} u_{j,R}, \quad (1.39)$$

$$\tilde{\Phi} \longrightarrow e^{-iy_\phi \alpha(x)} U(x) \tilde{\Phi}, \quad (1.40)$$

donde H_L , H_R^d y H_R^u son las hipercargas de $Q_{j,L}$, $d_{j,R}$ y $u_{j,R}$, respectivamente. Al igual que para los leptones, la Lagrangiana del sector de Yukawa para los quarks es invariante, si se cumplen las relaciones siguientes

$$y_\phi - H_L + H_R^d = 0, \quad (1.41)$$

$$-y_\phi - H_L + H_R^u = 0, \quad (1.42)$$

Después del rompimiento de simetría, se tiene que

$$\mathcal{L}_Y^q = -y_{jk}^u \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \overline{u_{j,L}} u_{k,R} - y_{jk}^d \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}} \right) \overline{d_{j,L}} d_{k,R} + \text{h.c.} \quad (1.43)$$

$$= -D_L M^d D_R - U_L M^u U_R - \frac{h}{v} (D_L M^d D_R + U_L M^u U_R) + \text{h.c.} \quad (1.44)$$

donde se han definido las matrices M^u y M^d , de tamaño 3×3 , con coeficientes $M_{jk}^{u,d} = y_{jk}^{u,d} \frac{v}{\sqrt{2}}$. Además, se tiene que

$$D = \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad U = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}. \quad (1.45)$$

Definimos, en el espacio de sabor, las transformaciones

$$D_L = V_L^d D'_L, \quad D_R = V_R^d D'_R, \quad \mathcal{M}^d = V_L^d M^d V_R^d, \quad (1.46)$$

$$U_L = V_L^u U'_L, \quad U_R = V_R^u U'_R, \quad \mathcal{M}^u = V_L^u M^u V_R^u, \quad (1.47)$$

donde las matrices $\mathcal{M}^d = \text{Diag}(m_d \ m_s \ m_b)$ y $\mathcal{M}^u = \text{Diag}(m_u \ m_c \ m_t)$ contienen las masas de los quarks.

Finalmente, el sector de Yukawa para los quarks se escribe como

$$\mathcal{L}_Y^q = -(1 + \frac{h}{v}) (\overline{D}' \mathcal{M}^d D' + \overline{U}' \mathcal{M}^u U'), \quad (1.48)$$

$$\text{con } D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} \text{ y } U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}.$$

1.4. El sector de las corrientes

Este sector describe la interacción entre los bosones de norma y los fermiones. Los acoplamientos entre fermiones y bosones W^\pm reciben el nombre de corrientes cargadas, mientras que, acoplamientos con bosones Z, γ reciben el nombre de corrientes neutras. De forma análoga al sector de Yukawa, es conveniente definir al sector de las corrientes como la suma de dos términos, es decir

$$\mathcal{L}_C = \mathcal{L}_C^l + \mathcal{L}_C^q, \quad (1.49)$$

donde \mathcal{L}_C^l y \mathcal{L}_C^q representan a los sectores de leptones y quarks, respectivamente. El sector de las corrientes correspondiente a los leptones, se escribe como

$$\mathcal{L}_C^l = \overline{L_{j,L}} i\gamma^\mu D_\mu L_{j,L} + \overline{\ell_{j,R}} i\gamma^\mu D_\mu \ell_{j,R}. \quad (1.50)$$

La Ec. (1.50) contiene dos derivadas covariantes que involucran objetos que pertenecen a espacios distintos, por ejemplo, la primera derivada covariante actúa sobre dobletes, y por tanto, se define sobre el grupo completo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, de la forma

$$D_\mu = \partial_\mu \cdot \mathbb{1}_2 - igW_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} - ig_1 B_\mu (y_L \cdot \mathbb{1}_2), \quad (1.51)$$

mientras que, la segunda derivada covariante actúa sobre singletes, y se define sobre el grupo $U(1)_Y$, de la forma

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 y_R B_\mu. \quad (1.52)$$

Después del rompimiento espontáneo de simetría, el Lagrangiano de la Ec. (1.50) puede escribirse en términos de los vectores definidos en el espacio de sabor, es decir

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^l = & \overline{\ell'_L} i\gamma^\mu \partial_\mu \ell'_L + \overline{\ell'_R} i\gamma^\mu \partial_\mu \ell'_R + \overline{\nu'_L} i\gamma^\mu \partial_\mu \nu'_L + \left(\frac{g}{\sqrt{2}} J_\mu^+ W^{-\mu} + h.c. \right) \\ & + [g_L^l \overline{\ell'_L} \gamma_\mu \ell'_L + g_R^l \overline{\ell'_R} \gamma_\mu \ell'_R + g_L^\nu \overline{\nu'_L} \gamma_\mu \nu'_L] V^\mu, \end{aligned} \quad (1.53)$$

con $J_\mu^+ = \overline{\nu'_{j,L}} \gamma_\mu \tau^+ \ell'_{j,L}$, $V = \gamma, Z$, y τ^+ es la matriz de proyección quiral.

Debido a que los neutrinos desaparecen totalmente del sector leptónico de Yukawa, se puede escoger de manera conveniente la transformación de estos campos. En particular, elegimos que los neutrinos se transformen como

$$\nu_L = V_L \nu'_L. \quad (1.54)$$

Esta transformación elimina los efectos de violación de sabor en las corrientes cargadas. Con la elección anterior, el doblete izquierdo se transforma como

$$L_{i,L} = V_{ij,L} L'_{j,L}. \quad (1.55)$$

Notemos que

$$J_\mu^+ = \overline{L'_{i,L}} \gamma_\mu \tau^+ L'_{i,L} = \overline{L_{j,L}} \gamma_\mu V_{ji,L} V_{ik}^\dagger \tau^+ L_{k,L} \quad (1.56)$$

$$= \delta_{jk} \overline{L_{j,L}} \gamma_\mu \tau^+ L_{k,L} = \overline{L_{j,L}} \gamma_\mu \tau^+ L_{j,L}, \quad (1.57)$$

lo cual nos permite concluir que no existe cambio de sabor.

El sector de las corrientes para los quarks, se escribe como

$$\mathcal{L}_C^q = \overline{Q_{j,L}} i\gamma^\mu D_\mu Q_{j,L} + \overline{u_{j,R}} i\gamma^\mu D_\mu u_{j,R} + \overline{d_{j,R}} i\gamma^\mu D_\mu d_{j,R}, \quad (1.58)$$

nuevamente, existen derivadas covariantes que actúan sobre distintos espacios, definidas como

$$\begin{aligned} D_\mu Q_{j,L} &= \left[\partial_\mu \cdot \mathbb{1}_2 - igW_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} - ig_1 B_\mu (H_L \cdot \mathbb{1}_2) \right] Q_{j,L}, \\ D_\mu u_{j,R} &= (\partial_\mu - ig_1 H_R^u B_\mu) u_{j,R}, \\ D_\mu d_{j,R} &= (\partial_\mu - ig_1 H_R^d B_\mu) d_{j,R}. \end{aligned}$$

Usando las transformaciones definidas en el espacio de sabor, el Lagrangiano se escribe

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^q &= \overline{U'_L} i\gamma^\mu \partial_\mu U'_L + \overline{U'_R} i\gamma^\mu \partial_\mu U'_R + \overline{D'_L} i\gamma^\mu \partial_\mu D'_L + \overline{D'_R} i\gamma^\mu \partial_\mu D'_R + \left(\frac{g}{\sqrt{2}} J_\mu^+ W^{-\mu} + h.c. \right) \\ &\quad + \left[g_L^u \overline{U'_L} \gamma_\mu U'_L + g_R^u \overline{U'_R} \gamma_\mu U'_R + g_L^d \overline{D'_L} \gamma_\mu D'_L + g_R^d \overline{D'_R} \gamma_\mu D'_R \right] V^\mu, \end{aligned} \quad (1.59)$$

donde $J_\mu^+ = \overline{u'_{j,L}} \gamma_\mu \tau^+ d'_{j,L}$, $V = \gamma, Z$.

Al implementar las transformaciones en el espacio de sabor, podemos concluir lo siguiente:

- Las corrientes neutras conservan el sabor, por ejemplo

$$\overline{U'_L} \gamma_\mu U'_L = \overline{U'_L} V_L^{u\dagger} \gamma_\mu V_L^u U'_L = \overline{U'_L} \gamma_\mu U'_L, \quad (1.60)$$

análogamente, se cumple para los términos

$$\overline{U'_R} \gamma_\mu U'_R, \quad \overline{D'_L} \gamma_\mu D'_L, \quad \overline{D'_R} \gamma_\mu D'_R, \quad (1.61)$$

- Las corrientes cargadas no preservan el sabor de quarks, es decir

$$J_\mu^+ = \overline{u'_{j,L}} \gamma_\mu \tau^+ d'_{j,L} = \overline{U'_L} \gamma_\mu D'_L \quad (1.62)$$

$$= \overline{U'_L} \gamma_\mu V_L^{u\dagger} D'_L = \overline{U'_L} \gamma_\mu K D'_L, \quad (1.63)$$

donde $K = V_L^u V_L^{d\dagger}$, recibe el nombre de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)[27–29].

1.5. La relación de Gell-Mann-Nishijima

Desde la perspectiva de la teoría de grupos, la implementación del rompimiento de simetría posibilita la transición de una teoría inicialmente definida en un grupo más extenso hacia un subgrupo dentro de ese grupo.

En el caso del MEE, la teoría se formula originalmente sobre el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Después del rompimiento espontáneo de simetría, la teoría se reconfigura en el grupo relacionado con la teoría electromagnética, $U(1)_e$, este proceso conlleva la aparición de nuevos tensores de campo que establecen conexiones entre los grupos mencionados.

La conexión entre los generadores del grupo completo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y el grupo $U(1)_e$ se expresa a través de la relación de Gell-Mann-Nishijima[30]

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (1.64)$$

Modelo Estándar Electrodébil
1.5 La relación de Gell-Mann-Nishijima

donde Y es el operador de hipercarga del campo de los fermiones, $I_3 = \frac{\sigma^3}{2}$, con σ^3 la tercera matriz de Pauli, y a Q se le conoce como el operador de carga eléctrica. En la Tabla 1.1 se muestran los valores para la relación de Gell-Mann-Nishijima de los campos quirales fermiónicos:

	I_3	Y	Q
$L_{j,L}^T = (\nu_{j,L} \quad \ell_{j,L})$	$(\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2})$	$y_L = -1$	$(0 \quad -1)$
$\ell_{j,R}$	0	$y_R = -2$	-1
$Q_{j,L}^T = (u_{j,L} \quad d_{j,L})$	$(\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2})$	$H_L = \frac{1}{3}$	$(\frac{2}{3} \quad -\frac{1}{3})$
$u_{j,R}$	0	$H_R^u = \frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
$d_{j,R}$	0	$H_R^d = -\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Tabla 1.1: Valores de I_3, Y, Q para los campos fermiónicos del MEE

Capítulo 2

Modelo Estándar con campos de Majorana

Actualmente el ME es el referente teórico principal de la física de las partículas elementales, sin embargo, a pesar del éxito del ME, este presenta ciertas limitaciones y preguntas sin respuesta que sugieren la necesidad de una teoría más completa.

Por ello, en la búsqueda continua de comprender la naturaleza fundamental del universo, los físicos teóricos han desarrollado diversas extensiones del ME que buscan ampliar su alcance y resolver algunos de los enigmas más intrigantes de la física contemporánea, estas extensiones surgen de la introducción de nuevas partículas y fuerzas o de modificaciones de los principios subyacentes del ME.

A continuación, se presenta una descripción del ME que considera campos de neutrinos quirales derechos, y que sirve como referente teórico de este trabajo de investigación.

2.1. Modelo Estándar con neutrinos derechos

Supongamos, una teoría de nueva física más allá del Modelo Estándar, la cual introduce neutrinos quirales derechos, $\nu_{R,i}^0$, que está caracterizada por una densidad lagrangiana \mathcal{L}_{BSM} , tal que, después de dos etapas de rompimiento espontáneo de simetría, la primera de las cuales ocurre a una escala de alta energía w , y la segunda a la escala electrodébil v , se puede escribir como[23]

$$\mathcal{L}_{BSM} = \mathcal{L}_{mass}^\nu + \mathcal{L}_{NC}^{SM} + \mathcal{L}_{CC}^{SM} + \dots, \quad (2.1)$$

donde, \mathcal{L}_{mass}^ν , \mathcal{L}_{NC}^{SM} y \mathcal{L}_{CC}^{SM} son el sector de Yukawa para neutrinos masivos, el sector de las corrientes neutras y el sector de las corrientes cargadas, respectivamente.

2.2. Sector de Yukawa con neutrinos masivos

Supongamos la existencia de tres neutrinos quirales izquierdos $\nu_{L,l}^0$, y tres neutrinos quirales derechos $\nu_{R,l}^0$, entonces, el sector de Yukawa correspondiente produce los siguientes términos de masa, los cuales violan número leptónico

$$\mathcal{L}_{mass}^\nu = - \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 \left(\overline{\nu_{R,j}^0} (m_D^\dagger)_{jl} \nu_{L,l}^0 + \overline{\nu_{L,j}^0} (m_D)_{jl} \nu_{R,l}^0 + \frac{1}{2} \overline{\nu_{R,j}^0} (m_M)_{jl} \nu_{R,l}^0 + \frac{1}{2} \overline{\nu_{R,j}^0} (m_M^\dagger)_{jl} \nu_{R,l}^{0c} \right). \quad (2.2)$$

Aquí, m_D y m_M son matrices de tamaño 3×3 , asociadas, respectivamente a términos de masa de Dirac y a términos de masa de Majorana, además, $\nu_{L,j}^{0c}$ y $\nu_{R,j}^{0c}$ son los campos de carga conjugada de $\nu_{L,l}^0$ y $\nu_{R,l}^0$, respectivamente.

Si definimos los campos espinores de Majorana

$$f = \nu_L^0 + \nu_L^{0c}, \quad (2.3)$$

$$F = \nu_R^0 + \nu_R^{0c}, \quad (2.4)$$

sin quiralidad definida. Además, empleando la definición de campo de carga conjugada, se tiene que

$$\mathcal{L}_{mass}^\nu = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 \left[(\overline{f_L} \quad \overline{F_L})_j M_{jl}^\nu \begin{pmatrix} f_R \\ F_R \end{pmatrix}_l \right] + \text{h.c.}, \quad (2.5)$$

donde M^ν es una matriz simétrica y compleja, de tamaño 6×6 , definida en bloques de tamaño 3×3 como

$$M^\nu = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & m_M \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

donde se prueba que m_M es una matriz simétrica.

La matriz M^ν puede ser diagonalizada por una matriz unitaria U^ν [31], de tamaño 6×6 , como

$$U^{\nu T} M^\nu U^\nu = \hat{M}, \quad (2.7)$$

donde \hat{M} es una matriz diagonal y real, con eigenvalores estrictamente positivos.

Al implementar esta transformación, los campos de Majorana se transforman como

$$\begin{pmatrix} f_R \\ F_R \end{pmatrix} = U^\nu \begin{pmatrix} \nu_R \\ N_R \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} f_L \\ F_L \end{pmatrix} = U^{\nu*} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_L \end{pmatrix}, \quad (2.8)$$

entonces, se tiene que

$$\mathcal{L}_{mass}^\nu = -\frac{1}{2} (\overline{\nu_L} \quad \overline{N_L}) \hat{M} \begin{pmatrix} \nu_R \\ N_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (2.9)$$

La matriz \hat{M} puede ser escrita, en forma de matriz de bloques, como

$$\hat{M} = \begin{pmatrix} m_\nu & 0 \\ 0 & m_N \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

donde m_ν y m_N son matrices reales, diagonales y de tamaño 3×3 .

También, definimos los campos espinores sin quiralidad definida

$$\nu_j = \nu_{L,j} + \nu_{R,j}, \quad (2.11)$$

$$N_j = N_{L,j} + N_{R,j}. \quad (2.12)$$

Finalmente, la lagrangiana de la Ec. (3.2) se escribe como

$$\mathcal{L}_{mass}^\nu = \sum_{j=1}^3 \left(-\frac{1}{2} m_{\nu_j} \bar{\nu}_j \nu_j - \frac{1}{2} m_{N_j} \bar{N}_j N_j \right), \quad (2.13)$$

donde, ν_j y N_j , son los campos de neutrinos ligeros y pesados, los cuales satisfacen la condición de Majorana $\nu_j^C = \nu_j$, $N_j^C = N_j$.

2.3. Sector de las corrientes cargadas.

Consideremos, a continuación, el sector de las corrientes cargadas, el cual, antes de efectuar el cambio de base a campos de leptones cargados como eigenespinores de masa, se expresa como

$$\mathcal{L}_{CC}^{SM} = -\frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu}'_L \gamma^\mu \ell'_L + \text{h.c.} \quad (2.14)$$

donde, en el espacio del sabor, se tiene que

$$\ell'_L = \begin{pmatrix} \ell'_{e,L} \\ \ell'_{\mu,L} \\ \ell'_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad \nu'_L = \begin{pmatrix} \nu'_{e,L} \\ \nu'_{\mu,L} \\ \nu'_{\tau,L} \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

Para pasar a la base de eigenespinores de masa, se implementan las transformaciones unitarias

$$\ell_L = V_L^{\ell\dagger} \ell'_L, \quad \nu_L^0 = V_L^{\nu\dagger} \nu'_L. \quad (2.16)$$

Definimos a la matriz de tamaño 3×3 , $V^l = V_L^{\ell\dagger} V_L^\nu$, la cual es análoga a la matriz CKM[27–29], pero que corresponde al sector leptónico.

Por otro lado, la matriz unitaria U^ν puede expresarse en bloques como

$$U^\nu = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

de modo que las transformaciones correspondientes de la Ec. (2.8) se pueden escribir como

$$\begin{pmatrix} f_L \\ F_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11}^* & U_{12}^* \\ U_{21}^* & U_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ N_L \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

$$\implies f_L = U_{11}^* \nu_L + U_{12}^* N_L. \quad (2.19)$$

Usando lo anterior, se puede probar que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{CC}^{SM} = & -\frac{g}{\sqrt{2}} \sum_\alpha \sum_{i=1}^3 \left[W_\mu^- \left(\sum_{j=1}^3 V_{\alpha j}^l (U_{11}^*)_{ji} \right) \bar{\ell}_{L,\alpha} \gamma^\mu \nu_{L,i} + W_\mu^- \left(\sum_{j=1}^3 V_{\alpha j}^l (U_{12}^*)_{ji} \right) \bar{\ell}_{L,\alpha} \gamma^\mu N_{L,i} \right. \\ & \left. + W_\mu^+ \left(\sum_{j=1}^3 V_{\alpha j}^{l\dagger} (U_{11})_{ji} \right) \bar{\nu}_{L,i} \gamma^\mu \ell_{L,\alpha} + W_\mu^+ \left(\sum_{j=1}^3 V_{\alpha j}^{l\dagger} (U_{12})_{ji} \right) \bar{N}_{L,i} \gamma^\mu \ell_{L,\alpha} \right]. \quad (2.20) \end{aligned}$$

Definimos

$$\mathcal{B}_{\alpha\nu_i} = \sum_{j=1}^3 V_{\alpha j}^l (U_{11}^*)_{ji}, \quad (2.21)$$

$$\mathcal{B}_{\alpha N_i} = \sum_{j=1}^3 V_{\alpha j}^l (U_{12}^*)_{ji}, \quad (2.22)$$

con lo cual

$$\mathcal{L}_{CC}^{SM} = - \sum_{i=1}^3 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \left(\frac{g}{\sqrt{2}} \mathcal{B}_{\alpha\nu_i} W_\mu^- \bar{l}_{L\alpha} \gamma^\mu \nu_{L,i} + \frac{g}{\sqrt{2}} \mathcal{B}_{\alpha N_i} W_\mu^- \bar{l}_{L\alpha} \gamma^\mu N_{L,i} \right) + \text{h.c.} \quad (2.23)$$

Observe que, el conjunto de coeficientes $\mathcal{B}_{\alpha\nu_i}$ y $\mathcal{B}_{\alpha N_i}$, pueden representarse a través de un par de matrices \mathcal{B}_ν y \mathcal{B}_N , de tamaño 3×3 , respectivamente. De forma más conveniente podemos definir la matriz

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} \mathcal{B}_\nu & \mathcal{B}_N \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$

con entradas

$$\mathcal{B}_{\alpha j} = \begin{cases} \mathcal{B}_{\alpha\nu_k}, & k = 1, 2, 3 \\ \mathcal{B}_{\alpha N_k}, & k = 4, 5, 6 \end{cases} \quad (2.25)$$

con $\nu_k = \nu_1, \nu_2, \nu_3$ y $N_k = N_1, N_2, N_3$.

2.4. Sector de las corrientes neutras.

Consideremos, a continuación, el sector de las corrientes neutras que involucran al bosón Z del ME y a los neutrinos.

En la base de los eigenespinores de sabor, la lagrangiana correspondiente se escribe como

$$\mathcal{L}_{NC}^{SM} = - \frac{g}{2 \cos \theta_W} \sum_{\alpha} Z_{\mu} \bar{\nu}'_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu'_{\alpha,L}. \quad (2.26)$$

Conviene reescribir a la lagrangiana anterior como

$$\mathcal{L}_{NC}^{SM} = - \frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{\alpha} \left(Z_{\mu} \bar{\nu}'_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu'_{\alpha,L} + Z_{\mu} \bar{\nu}'_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu'_{\alpha,L} \right). \quad (2.27)$$

Haciendo uso de la definición de campo de carga conjugada, es fácil probar que

$$\bar{\nu}'_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu'_{\alpha,L} = - \bar{\nu}'_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu'_{\alpha,L}, \quad (2.28)$$

de modo que la lagrangiana para el sector de las corrientes neutras puede escribirse como

$$\mathcal{L}_{NC}^{SM} = - \frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{\alpha} \left(Z_{\mu} \bar{\nu}'_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu'_{\alpha,L} - Z_{\mu} \bar{\nu}'_{\alpha,L} \gamma^{\mu} \nu'_{\alpha,L} \right). \quad (2.29)$$

Al utilizar las transformaciones unitarias descritas en la Ec. (2.16), se puede probar que

$$\nu_L^{0C} = V_L^T \nu'_L{}^C. \quad (2.30)$$

Usando lo anterior, se tiene que

$$\mathcal{L}_{NC}^{SM} = - \frac{g}{4 \cos \theta_W} Z_{\mu} \sum_{j=1}^3 \left(\bar{\nu}_{L,j}^0 \gamma^{\mu} \nu_{L,j}^0 - \bar{\nu}_{L,j}^{0C} \gamma^{\mu} \nu_{L,j}^{0C} \right). \quad (2.31)$$

A continuación, podemos reescribir a la lagrangiana anterior en términos de los campos espinores de Majorana descritos por las Ecs. (2.3) y (2.4), además, usando la matriz de proyección quiral derecha P_R , se tiene que

$$\mathcal{L}_{NC}^{SM} = - \frac{g}{4 \cos \theta_W} Z_{\mu} \sum_{j=1}^3 \left(\bar{f}_{L,j} \gamma^{\mu} f_{L,j} - \bar{f}_{R,j} \gamma^{\mu} f_{R,j} \right). \quad (2.32)$$

Definimos

$$\mathcal{L}_{LC}^Z = -\frac{g}{4 \cos \theta_W} Z_\mu \sum_{j=1}^3 \overline{f_{L,j}} \gamma^\mu f_{L,j}, \quad (2.33)$$

$$\mathcal{L}_{RC}^Z = \frac{g}{4 \cos \theta_W} Z_\mu \sum_{j=1}^3 \overline{f_{R,j}} \gamma^\mu f_{R,j}, \quad (2.34)$$

entonces

$$\mathcal{L}_{NC}^{SM} = \mathcal{L}_{LC}^Z + \mathcal{L}_{RC}^Z, \quad (2.35)$$

Ahora, usamos la Ec. (2.19), entonces

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LC}^Z = & -\frac{g}{4 \cos \theta_W} Z_\mu \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[\left(\sum_{j=1}^3 (U_{11})_{jl} (U_{11}^*)_{jk} \right) \overline{\nu_{L,l}} \gamma^\mu \nu_{L,k} + \left(\sum_{j=1}^3 (U_{11})_{jl} (U_{12}^*)_{jk} \right) \overline{\nu_{L,l}} \gamma^\mu N_{L,k} \right. \\ & \left. + \left(\sum_{j=1}^3 (U_{12})_{jl} (U_{11}^*)_{jk} \right) \overline{N_{L,l}} \gamma^\mu \nu_{L,k} + \left(\sum_{j=1}^3 (U_{12})_{jl} (U_{12}^*)_{jk} \right) \overline{N_{L,l}} \gamma^\mu N_{L,k} \right]. \end{aligned} \quad (2.36)$$

Definimos

$$\mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} = \sum_{j=1}^3 (U_{11})_{jl} (U_{11}^*)_{jk}, \quad \mathcal{C}_{\nu_l N_k} = \sum_{j=1}^3 (U_{11})_{jl} (U_{12}^*)_{jk}, \quad (2.37)$$

$$\mathcal{C}_{N_l \nu_k} = \sum_{j=1}^3 (U_{12})_{jl} (U_{11}^*)_{jk}, \quad \mathcal{C}_{N_l N_k} = \sum_{j=1}^3 (U_{12})_{jl} (U_{12}^*)_{jk}, \quad (2.38)$$

de modo que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LC}^Z = & -\frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} \overline{\nu_{L,l}} \gamma^\mu \nu_{L,k} + Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l N_k} \overline{\nu_{L,l}} \gamma^\mu N_{L,k} \right. \\ & \left. + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l \nu_k} \overline{N_{L,l}} \gamma^\mu \nu_{L,k} + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l N_k} \overline{N_{L,l}} \gamma^\mu N_{L,k} \right], \end{aligned} \quad (2.39)$$

o bien

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{LC}^Z = & -\frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} \overline{\nu_{L,l}} \gamma^\mu P_L \nu_k + Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l N_k} \overline{\nu_{L,l}} \gamma^\mu P_L N_k \right. \\ & \left. + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l \nu_k} \overline{N_{L,l}} \gamma^\mu P_L \nu_k + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l N_k} \overline{N_{L,l}} \gamma^\mu P_L N_k \right]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Por otro lado, debido a la Ec. (2.8), se cumple que

$$\begin{pmatrix} f_R \\ F_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_R \\ N_R \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

$$\implies f_R = U_{11} \nu_R + U_{12} N_R. \quad (2.42)$$

Usando la Ec. (2.42), se prueba que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{RC}^Z = \frac{g}{4 \cos \theta_W} Z_\mu \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[\left(\sum_{j=1}^3 (U_{11}^*)_{jl} (U_{11})_{jk} \right) \overline{\nu_{R,l}} \gamma^\mu \nu_{R,k} + \left(\sum_{j=1}^3 (U_{11}^*)_{jl} (U_{12})_{jk} \right) \overline{\nu_{R,l}} \gamma^\mu N_{R,k} \right. \\ \left. + \left(\sum_{j=1}^3 (U_{12}^*)_{jl} (U_{11})_{jk} \right) \overline{N_{R,l}} \gamma^\mu \nu_{R,k} + \left(\sum_{j=1}^3 (U_{12}^*)_{jl} (U_{12})_{jk} \right) \overline{N_{R,l}} \gamma^\mu N_{R,k} \right]. \end{aligned} \quad (2.43)$$

Usando las Ecs. (2.37) y (2.38), la lagrangiana anterior se puede escribir como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{RC}^Z = \frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}^* \overline{\nu_{R,l}} \gamma^\mu \nu_{R,k} + Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l N_k}^* \overline{\nu_{R,l}} \gamma^\mu N_{R,k} \right. \\ \left. + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l \nu_k}^* \overline{N_{R,l}} \gamma^\mu \nu_{R,k} + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l N_k}^* \overline{N_{R,l}} \gamma^\mu N_{R,k} \right], \end{aligned} \quad (2.44)$$

o bien

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{RC}^Z = \frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}^* \overline{\nu_l} \gamma^\mu P_R \nu_k + Z_\mu \mathcal{C}_{\nu_l N_k}^* \overline{\nu_l} \gamma^\mu P_R N_k \right. \\ \left. + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l \nu_k}^* \overline{N_l} \gamma^\mu P_R \nu_k + Z_\mu \mathcal{C}_{N_l N_k}^* \overline{N_l} \gamma^\mu P_R N_k \right]. \end{aligned} \quad (2.45)$$

Finalmente, sustituyendo las Ecs. (2.40) y (2.45) en (2.35), la lagrangiana de las corrientes neutras se escribe como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC}^{SM} = -\frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left[Z_\mu \overline{\nu_l} \gamma^\mu (\mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} P_L - \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}^* P_R) \nu_k + Z_\mu \overline{\nu_l} \gamma^\mu (\mathcal{C}_{\nu_l N_k} P_L - \mathcal{C}_{\nu_l N_k}^* P_R) N_k \right. \\ \left. + Z_\mu \overline{N_l} \gamma^\mu (\mathcal{C}_{N_l \nu_k} P_L - \mathcal{C}_{N_l \nu_k}^* P_R) \nu_k + Z_\mu \overline{N_l} \gamma^\mu (\mathcal{C}_{N_l N_k} P_L - \mathcal{C}_{N_l N_k}^* P_R) N_k \right]. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Ahora, observemos lo siguiente

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} P_L - \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}^* P_R &= \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} \frac{1 - \gamma_5}{2} - \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}^* \frac{1 + \gamma_5}{2} \\ &= \frac{1}{2} \left[1 \cdot (\mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} - \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}^*) - \gamma_5 (\mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} + \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}^*) \right] \\ &= i \text{Im} \{ \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} \} - \gamma_5 \text{Re} \{ \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k} \}, \end{aligned} \quad (2.47)$$

de forma análoga, se tiene que

$$\mathcal{C}_{\nu_l N_k} P_L - \mathcal{C}_{\nu_l N_k}^* P_R = i \text{Im} \{ \mathcal{C}_{\nu_l N_k} \} - \gamma_5 \text{Re} \{ \mathcal{C}_{\nu_l N_k} \}, \quad (2.48)$$

$$\mathcal{C}_{N_l \nu_k} P_L - \mathcal{C}_{N_l \nu_k}^* P_R = i \text{Im} \{ \mathcal{C}_{N_l \nu_k} \} - \gamma_5 \text{Re} \{ \mathcal{C}_{N_l \nu_k} \}, \quad (2.49)$$

$$\mathcal{C}_{N_l N_k} P_L - \mathcal{C}_{N_l N_k}^* P_R = i \text{Im} \{ \mathcal{C}_{N_l N_k} \} - \gamma_5 \text{Re} \{ \mathcal{C}_{N_l N_k} \}. \quad (2.50)$$

Sustituyendo (2.47)-(2.50) en (2.46), se tiene que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{NC}^Z = -\frac{g}{4 \cos \theta_W} \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 Z^\mu \left[\overline{\nu_l} \gamma_\mu [i \text{Im}(\mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}) - \gamma_5 \text{Re}(\mathcal{C}_{\nu_l \nu_k})] \nu_k \right. \\ \left. + (\overline{\nu_l} \gamma_\mu [i \text{Im}(\mathcal{C}_{\nu_l N_k}) - \gamma_5 \text{Re}(\mathcal{C}_{\nu_l N_k})] N_k + \text{h.c.}) \right. \\ \left. + \overline{N_l} \gamma_\mu [i \text{Im}(\mathcal{C}_{N_l \nu_k}) - \gamma_5 \text{Re}(\mathcal{C}_{N_l \nu_k})] \nu_k \right]. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Definimos a la matriz \mathcal{C} , de tamaño 6×6 (o en términos de bloques de tamaño 3×3) como

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} \mathcal{C}_{\nu\nu} & \mathcal{C}_{\nu N} \\ \mathcal{C}_{N\nu} & \mathcal{C}_{NN} \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

con entradas

$$\mathcal{C}_{ij} = \begin{cases} \mathcal{C}_{\nu_l \nu_k}, & \text{si } l = 1, 2, 3 \text{ y } k = 1, 2, 3, \\ \mathcal{C}_{\nu_l N_k}, & \text{si } l = 1, 2, 3 \text{ y } k = 4, 5, 6, \\ \mathcal{C}_{N_l \nu_k}, & \text{si } l = 4, 5, 6 \text{ y } k = 1, 2, 3, \\ \mathcal{C}_{N_l N_k}, & \text{si } l = 4, 5, 6 \text{ y } k = 4, 5, 6, \end{cases} \quad (2.53)$$

con $\nu_l, \nu_k = \nu_1, \nu_2, \nu_3$ y $N_l, N_k = N_1, N_2, N_3$.

Las matrices \mathcal{B} y \mathcal{C} cumplen las condiciones: $\mathcal{B}\mathcal{B}^\dagger = \mathbf{1}_3$, $\mathcal{B}^\dagger\mathcal{B} = \mathcal{C}$ y $\mathcal{C}\mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}$, de forma explícita, se tiene que

$$\sum_{k=1}^6 \mathcal{B}_{\alpha k} \mathcal{B}_{\beta k}^* = \delta_{\alpha\beta}, \quad \sum_{\alpha=\epsilon, \mu, \tau}^6 \mathcal{B}_{\alpha i}^* \mathcal{B}_{ik} = \mathcal{C}_{ij}, \quad \sum_{k=1}^6 \mathcal{C}_{ik} \mathcal{C}_{jk}^* = \mathcal{C}_{ij}. \quad (2.54)$$

2.5. Otros sectores

La lagrangiana que describe la interacción entre neutrinos y el bosón de Higgs, está dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^H = & -\frac{g}{4m_W} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 h \left[\bar{\nu}_i \left[(m_{\nu_i} + m_{\nu_j}) \text{Re}(\mathcal{C}_{\nu_i \nu_j}) + i\gamma_5 (m_{\nu_j} - m_{\nu_i}) \text{Im}(\mathcal{C}_{\nu_i \nu_j}) \right] \nu_j \right. \\ & + 2\bar{\nu}_i \left[(m_{\nu_i} + m_{N_j}) \text{Re}(\mathcal{C}_{\nu_i N_j}) + i\gamma_5 (m_{N_j} - m_{\nu_i}) \text{Im}(\mathcal{C}_{\nu_i N_j}) \right] N_j \\ & \left. + \bar{N}_i \left[(m_{N_i} + m_{N_j}) \text{Re}(\mathcal{C}_{N_i N_j}) + i\gamma_5 (m_{N_j} - m_{N_i}) \text{Im}(\mathcal{C}_{N_i N_j}) \right] N_j \right]. \end{aligned} \quad (2.55)$$

Además, las lagrangianas que describen interacciones entre los neutrinos y pseudo-bosones de Goldstone \mathcal{X}^- y \mathcal{X}^0 , se escriben como

$$\mathcal{L}_{int}^{\mathcal{X}^-} = -\frac{g}{\sqrt{2}m_W} \sum_{i=1}^3 \sum_{\alpha=\epsilon, \mu, \tau} \mathcal{X}^- \left[\bar{l}_\alpha \left[m_\alpha B_{\alpha \nu_i} P_L - P_R B_{\alpha \nu_i} m_{\nu_i} \right] \nu_i + \bar{l}_\alpha \left[m_\alpha B_{\alpha N_i} P_L - P_R B_{\alpha N_i} m_{N_i} \right] N_i \right] + \text{h.c.} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^{\mathcal{X}^0} = & -\frac{ig}{4m_W} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \mathcal{X}^0 \left[\bar{\nu}_i \left[(m_{\nu_i} + m_{\nu_j}) \gamma_5 \text{Re}(\mathcal{C}_{\nu_i \nu_j}) + i(m_{\nu_j} - m_{\nu_i}) \text{Im}(\mathcal{C}_{\nu_i \nu_j}) \right] \nu_j \right. \\ & + 2\bar{\nu}_i \left[(m_{\nu_i} + m_{N_j}) \gamma_5 \text{Re}(\mathcal{C}_{\nu_i N_j}) + i(m_{N_j} - m_{\nu_i}) \text{Im}(\mathcal{C}_{\nu_i N_j}) \right] N_j \\ & \left. + \bar{N}_i \left[(m_{N_i} + m_{N_j}) \gamma_5 \text{Re}(\mathcal{C}_{N_i N_j}) + i(m_{N_j} - m_{N_i}) \text{Im}(\mathcal{C}_{N_i N_j}) \right] N_j \right]. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Las lagrangianas descritas por las Ecs. (2.56) y (2.57) no son relevantes en este trabajo debido a que no se consideran contribuciones provenientes de pseudo-bosones de Goldstone.

2.6. La matriz unitaria U^ν

Como se mostró al principio de este capítulo, la introducción de neutrinos quirales derechos define a las matrices m_D y m_M que están asociadas a términos de masa de Dirac y Majorana, respectivamente, sin embargo, en algunos modelos más allá del MEE los neutrinos adquieren su masa a partir del Mecanismo *See-Saw* [18, 19].

El Mecanismo *See-Saw* ofrece una explicación satisfactoria sobre la pequeñez de las masas de los neutrinos con respecto a las masas de los demás fermiones, por ejemplo, en este modelo consideramos que $m_D \sim v$ y $m_M \sim w$, si además, $v \ll w$, tenemos el Mecanismo *See-Saw* tipo I, y las masas de los neutrinos ligeros y pesados se definen como,

$$m_{\nu_j} \sim \frac{v^2}{w}, \quad m_{N_j} \sim w. \quad (2.58)$$

La ecuación anterior, muestra un vínculo entre los diferentes tipos de neutrinos, de modo que, para masas diminutas de los neutrinos ν_j , recientemente acotadas como $m_{\nu_j} < 0.8 \text{ eV}$ [32], la escala de nueva física debe ser $w \sim 10^{13} \text{ GeV}$ [20].

Esta escala de nueva física resulta imposible para dispositivos experimentales disponibles actualmente, por ello, han surgido propuestas de modificaciones al Mecanismo *See-Saw* que permiten a los neutrinos pesados tener masas mucho menores, en este contexto, una condición suficiente y necesaria para que el k -ésimo neutrino ligero no tenga masa a nivel del árbol es [23]

$$(MU^\nu)_{jk} = 0, \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \quad (2.59)$$

La Ec. (2.59) elimina los términos correspondientes a neutrinos ligeros masivos de la Ec. (2.13), sin embargo, no afecta las masas de neutrinos pesados. De este modo, el vínculo entre neutrinos ligeros y pesados, descrito por la Ec. (2.58), se rompe. No obstante, las masas de los neutrinos ligeros pueden ser generadas mediante correcciones radiativas, como se muestra en la Ref. [23], lo que establece un nuevo vínculo entre las masas de los neutrinos ligeros y pesados. Este nuevo vínculo explica la pequeñez de las masas de neutrinos ligeros siempre y cuando el espectro de masas de neutrinos pesados sea cuasi-degenerado, con valores de masas en rangos menores.

Por otro lado, la matriz U^ν puede ser parametrizada en términos de una matriz ξ , de tamaño 3×3 , como [33, 34]

$$U^\nu = \begin{pmatrix} (\mathbb{1}_3 + \xi^* \xi^T)^{-\frac{1}{2}} & \xi^* (\mathbb{1}_3 + \xi^T \xi^*)^{-\frac{1}{2}} \\ -\xi^T (\mathbb{1}_3 + \xi^* \xi^T)^{-\frac{1}{2}} & (\mathbb{1}_3 + \xi^T \xi^*)^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}. \quad (2.60)$$

Usando esta parametrización podemos escribir a las matrices \mathcal{B} y \mathcal{C} en términos de la matriz ξ

$$\mathcal{B} = \begin{pmatrix} V^l (\mathbb{1}_3 + \xi \xi^\dagger)^{-\frac{1}{2}} & V^l \xi (\mathbb{1}_3 + \xi^\dagger \xi)^{-\frac{1}{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} (\mathbb{1}_3 + \xi \xi^\dagger)^{-1} & (\mathbb{1}_3 + \xi \xi^\dagger)^{-1} \xi \\ \xi^\dagger (\mathbb{1}_3 + \xi \xi^\dagger)^{-1} & \xi^\dagger (\mathbb{1}_3 + \xi \xi^\dagger)^{-1} \xi \end{pmatrix}. \quad (2.62)$$

Además, si el módulo de todas las entradas de la matriz ξ son muy pequeñas, es decir, $|\xi_{ij}| < 1$, se cumple que, $\xi = m_D m_M^{-1}$.

Debido a la condición impuesta para la cancelación de masas de neutrinos ligeros a nivel de árbol, dada por la Ec. (2.59), tenemos que $m_\nu = 0$ y la matriz diagonal de masas de neutrinos pesados está dada por [23]

$$m_N \simeq m_M \left[\mathbb{1}_3 + \frac{1}{2} m_M^{-1} (\xi^\dagger m_D + m_D^T \xi^*) \right]. \quad (2.63)$$

Capítulo 3

El vértice WWV

El MEE predice acoplamientos entre tres bosones de norma, V , e incluso antes del descubrimiento experimental de estas partículas, ya se efectuaban cálculos sobre correcciones radiativas a vértices VVV ; uno de los primeros objetivos de estos estudios era comprobar la renormalizabilidad del MEE[35], así como estudiar las propiedades electromagnéticas estáticas del bosón W [36].

En particular, los vértices $WW\gamma$ y WWZ , han sido estudiados en diversas extensiones del ME, con el fin de encontrar efectos de nueva física, por ejemplo, en el Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico (MEMS) se calcularon contribuciones a las propiedades electromagnéticas estáticas del bosón W [37]. También, contribuciones de bileptones al vértice WWV [38] han sido calculados en el marco de los modelos que se basan en el grupo de norma $SU(3)_c \otimes SU(3)_L \otimes U(1)_X$, conocidos como modelos 331[39, 40]. Además, en un trabajo posterior, contribuciones a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ , se realizan en una variante del modelo 331, el cual incluye neutrinos derechos[41]. Por otro lado, el vértice WWV ha sido estudiado en modelos con dimensiones extras[42–44], así como en el Modelo Georgi-Machacek[45, 46] donde se encuentran estimaciones a los factores de forma. Finalmente, contribuciones a nivel de un lazo, con neutrinos de Majorana virtuales a los factores de forma del vértice $WW\gamma$ se calcularon en la Ref. [21].

Es importante mencionar que el vértice WWZ ha sido explorado a través de distintos colisionadores, por ejemplo, en el Tevatron, el detector D0 consideró la producción de WW , WZ y $W\gamma$, a través de colisiones de un par protón-antiprotón a energías de centro de masa de 1.96 TeV, y reportó un límite superior de orden 10^{-1} y 10^{-2} para $\Delta\kappa$ y ΔQ , respectivamente, con un nivel de confianza del 95 %[47]. Las colaboraciones ATLAS y CMS consideran la producción de WW y WZ a través de colisiones de un par protón-protón a energías de centro de masa de 8 TeV, en el que reportan límites superiores de orden 10^{-2} para $\Delta\kappa$ y ΔQ , con un nivel de confianza del 95 %[48, 49], y para la producción de $W\gamma$ se consideran colisiones de protón-protón a 13 TeV donde se establece un límite superior de orden 10^{-3} para ΔQ [50].

A continuación, se muestra la forma más general que adopta la función vértice que parametriza el acoplamiento WWV ($V = \gamma, Z$), además, se considera el estudio de los factores de forma $\Delta\kappa_V$ y ΔQ_V en el contexto del ME.

3.1. El vértice WWV

La lagrangiana efectiva que describe los acoplamientos más generales entre un par de bosones vectoriales cargados W y un bosón vectorial neutro V , está dada por [1, 51, 52]

$$\mathcal{L}_{WWV} = g_V \left[ig_1^V (W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu} V^\nu - W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} V^\nu) + i\kappa_V W_\mu^+ W_\nu^- V^{\mu\nu} + \frac{i\lambda_V}{m_W^2} W_{\lambda\mu}^+ W^{-\mu}{}_\nu V^{\nu\lambda} \right. \\ \left. - g_4^V W_\mu^+ W_\nu^- (\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) + g_5^V \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (W_\mu^+ \overleftrightarrow{\partial}_\rho W_\nu^-) V_\sigma + i\tilde{\kappa}_V W_\mu^+ W_\nu^- \tilde{V}^{\mu\nu} + \frac{i\tilde{\lambda}_V}{m_W^2} W_{\lambda\mu}^+ W^{-\mu}{}_\nu \tilde{V}^{\nu\lambda} \right] \quad (3.1)$$

con $W_{\mu\nu}^{(\pm)} = \partial_\mu W_\nu^{(\pm)} - \partial_\nu W_\mu^{(\pm)}$, $V_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$, $\tilde{V}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} V^{\rho\sigma}$, $A\overleftrightarrow{\partial}_\mu B = A(\partial_\mu B) - (\partial_\mu A)B$, $\epsilon_{0123} = -\epsilon^{0123} = 1$, donde $V = \gamma, Z$ y g_V es la constante de acoplamiento según sea el caso, es decir, $g_\gamma = -e$ y $g_Z = -e \cot \theta_W$.

Los coeficientes $g_1^V, \kappa_V, \lambda_V, g_4^V, g_5^V, \tilde{\kappa}_V$ y $\tilde{\lambda}_V$ corresponden a los factores de forma que parametrizan al acoplamiento WWV , los cuales pueden recibir correcciones radiativas.

Se puede observar que la Ec. (3.1) consta de cinco operadores de dimensión cuatro, y dos operadores de dimensión seis.

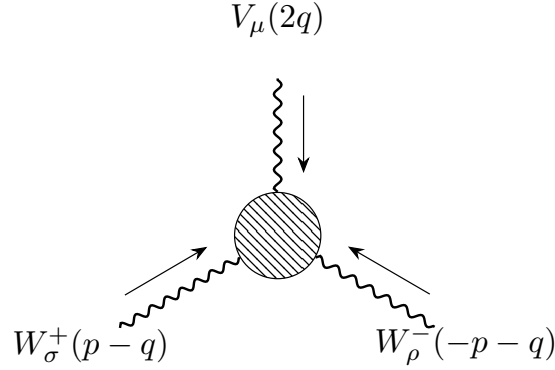


Figura 3.1: Convención de los momentos para el vértice WWV [1].

Usando la convención mostrada en la Fig. 3.1, en el espacio de los momentos, la función vértice que determina el acoplamiento WWV , se puede expresar de la forma

$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{WWV}(p, q) = -g_V \left[2f_1^V p_\mu g_{\sigma\rho} - \frac{8f_2^V}{m_W^2} p_\mu q_\sigma q_\rho + 2f_3^V (q_\rho g_{\mu\sigma} - q_\sigma g_{\mu\rho}) + 2if_4^V (q_\rho g_{\mu\sigma} + q_\sigma g_{\mu\rho}) \right. \\ \left. - 2if_5^V \epsilon_{\mu\rho\sigma\lambda} p^\lambda + 2f_6^V \epsilon_{\mu\rho\sigma\alpha} q^\alpha + \frac{8f_7^V}{m_W^2} \epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta} q^\alpha p^\beta p_\mu \right], \quad (3.2)$$

donde las f_i^V son funciones adimensionales que dependen de q^2 , y están relacionadas con los

coeficientes que aparecen en la lagrangiana de la Ec. (3.1), de la forma

$$\begin{aligned}
f_1^V &= g_1^V + \frac{s}{2m_W^2} \lambda_V, \\
f_2^V &= \lambda_V, \\
f_3^V &= g_1^V + \kappa_V + \lambda_V, \\
f_i^V &= g_i^V \quad \text{para } i = 4, 5, \\
f_6^V &= \tilde{\kappa}_V - \tilde{\lambda}_V, \\
f_7^V &= -\frac{\tilde{\lambda}_V}{2}.
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Por otro lado, las estructuras de Lorentz dentro de la función vértice dada por la Ec. (3.2), se comportan de manera particular ante transformaciones de conjugación de carga C y de paridad P , y se puede demostrar que los términos asociados a f_1^V , f_2^V , f_3^V , y f_5^V son pares ante esta simetría, mientras que, f_4^V , f_6^V , y f_7^V son términos que violan simetría CP . Los términos asociados a violación de simetría CP son bastante relevantes debido a que ME predice que dichos efectos se encuentran muy suprimidos, más aún, a nivel de un lazo se encuentran ausentes, y se inducen a nivel de dos o tres lazos en esta teoría[53, 54].

Podemos escribir a $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{WWV} = \Gamma_{\mu\rho\sigma}^{even} + \Gamma_{\mu\rho\sigma}^{odd}$, donde:

$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{even}(p, q) = -g_V \left[2f_1^V p_\mu g_{\sigma\rho} - \frac{8f_2^V}{m_W^2} p_\mu q_\sigma q_\rho + 2f_3^V (q_\rho g_{\mu\sigma} - q_\sigma g_{\mu\rho}) - 2if_5^V \epsilon_{\mu\rho\sigma\lambda} p^\lambda \right], \tag{3.4}$$

$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{odd}(p, q) = -g_V \left[2if_4^V (q_\rho g_{\mu\sigma} + q_\sigma g_{\mu\rho}) + 2f_6^V \epsilon_{\mu\rho\sigma\alpha} q^\alpha + \frac{8f_7^V}{m_W^2} \epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta} q^\alpha p^\beta p_\mu \right]. \tag{3.5}$$

Los factores $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{even}$ y $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{odd}$ describen a términos asociados a la preservación y violación de simetría CP , respectivamente.

Las contribuciones al vértice WWV provenientes de fluctuaciones cuánticas son interesantes ya que podrían ser evidencia de efectos de nueva física, más aún, el estudio de dicho vértice resulta importante ya que está asociado con las llamadas propiedades electromagnéticas estáticas del bosón W , y se definen a partir de los factores de forma electromagnéticos, $\Delta\kappa_V$ y ΔQ_V , los cuales preservan simetría CP , mientras que, $\Delta\tilde{\kappa}_V$, $\Delta\tilde{Q}_V$ están asociados a violación de simetría CP .

Por otro lado, consideremos la Ec. (3.4), al realizar adecuadamente algunas manipulaciones algebraicas, puede demostrarse que

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{even} &= -g_V \left[\left(f_1^V - \frac{2f_2^V}{m_W^2} q^2 \right) (2p_\mu g_{\sigma\rho} + 4(q_\rho g_{\mu\sigma} - q_\sigma g_{\mu\rho})) - \frac{8f_2^V}{m_W^2} p_\mu \left(q_\sigma q_\rho - \frac{q^2}{2} g_{\sigma\rho} \right) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left(f_3^V + \frac{4f_2^V}{m_W^2} q^2 - 2f_1^V \right) (q_\rho g_{\mu\sigma} - q_\sigma g_{\mu\rho}) - 2if_5^V \epsilon_{\mu\rho\sigma\lambda} p^\lambda \right]. \tag{3.6}
\end{aligned}$$

También, consideremos las siguientes identidades de Schouten[55, 56]

$$\begin{aligned}
p_\mu \epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta} + p_\rho \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} + p_\sigma \epsilon_{\alpha\beta\mu\rho} + p_\alpha \epsilon_{\beta\mu\rho\sigma} + p_\beta \epsilon_{\mu\rho\sigma\alpha} &= 0, \\
q_\mu \epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta} + q_\rho \epsilon_{\sigma\alpha\beta\mu} + q_\sigma \epsilon_{\alpha\beta\mu\rho} + q_\alpha \epsilon_{\beta\mu\rho\sigma} + q_\beta \epsilon_{\mu\rho\sigma\alpha} &= 0.
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Además, a través de condiciones de transversalidad se puede probar que

$$p_\rho = -q_\rho, \quad p_\sigma = q_\sigma. \quad (3.8)$$

Usando las Ecs. (3.7) y (3.8), podemos escribir a la Ec. (3.5) como

$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{odd} = -g_V \left[2if_4^V (q_\rho g_{\mu\sigma} + q_\sigma g_{\mu\rho}) + 2 \left(\frac{4f_7^V}{m_W^2} p^2 - f_6^V \right) \epsilon_{\sigma\rho\mu\alpha} q^\alpha \right. \\ \left. - \left(\frac{16f_7^V}{m_W^2} \right) \epsilon_{\sigma\mu\alpha\beta} q^\rho p^\alpha q_\beta - \left(\frac{8f_7^V}{m_W^2} \right) p^\lambda \epsilon_{\sigma\rho\lambda\alpha} (q^2 \delta^\alpha_\mu - q_\mu q^\alpha) \right]. \quad (3.9)$$

Podemos identificar a los factores de forma electromagnéticos como

$$\begin{aligned} g_1^V &= f_1^V - \frac{2f_2^V}{m_W^2} q^2, \\ \Delta Q_V &= -2f_2^V, \\ \Delta\kappa_V &= f_3^V + \frac{4f_2^V}{m_W^2} q^2 - 2f_1^V, \\ g_2^V &= 2f_5^V, \\ \tilde{g}_1^V &= \frac{8f_7^V}{m_W^2}, \\ \Delta\tilde{Q}_V &= -4f_7^V, \\ \Delta\tilde{\kappa}_V &= \frac{4f_7^V}{m_W^2} p^2 - f_6^V, \\ \tilde{g}_2^V &= 2f_4^V. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Es importante mencionar que los factores de forma electromagnéticos $\Delta\kappa_V$ y ΔQ_V definen a los momentos dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico, mientras que $\Delta\tilde{\kappa}_V$ y $\Delta\tilde{Q}_V$ definen a los momentos dipolar eléctrico y cuadrupolar magnético.

A continuación, se analiza el vértice WWV en el contexto del ME.

3.2. El vértice WWV en el ME

En la literatura se encuentran numerosos estudios que se han dedicado exclusivamente al análisis del vértice WWV dentro del contexto del ME[2, 36, 57], en especial, estudios sobre las propiedades electromagnéticas estáticas del bosón W , permitiendo reunir un amplio conocimiento sobre las propiedades de esta partícula.

En el ME, los efectos de violación de CP no existen, por lo que, $\tilde{g}_1^V = \Delta\tilde{\kappa}_V = \Delta\tilde{Q}_V = 0$, más aún, a nivel de árbol se cumple que, $g_1^V = 1$ y $\Delta\kappa_V = \Delta Q_V = 0$. Por otro lado, en capa de masa, para el caso $V = \gamma$, invariancia de norma requiere que $g_2^V = \tilde{g}_2^V = 0$, sin embargo, para el caso $V = Z$, estos factores de forma no están restringidos a anularse.

Un caso particular es el estudio del vértice WWV con correcciones a nivel de un lazo, donde los bosones cargados W se encuentran *on-shell*, mientras que el bosón neutro V se encuentra *off-shell*. En la norma de t' Hooft-Feynman ($\xi = 1$), se requiere de la introducción de pseudo-bosones de Goldstone y campos *ghost*, entonces, los diagramas de Feynman que contribuyen al vértice WWV , son los que se muestran en las Figs. (3.2)-(3.4) [2]

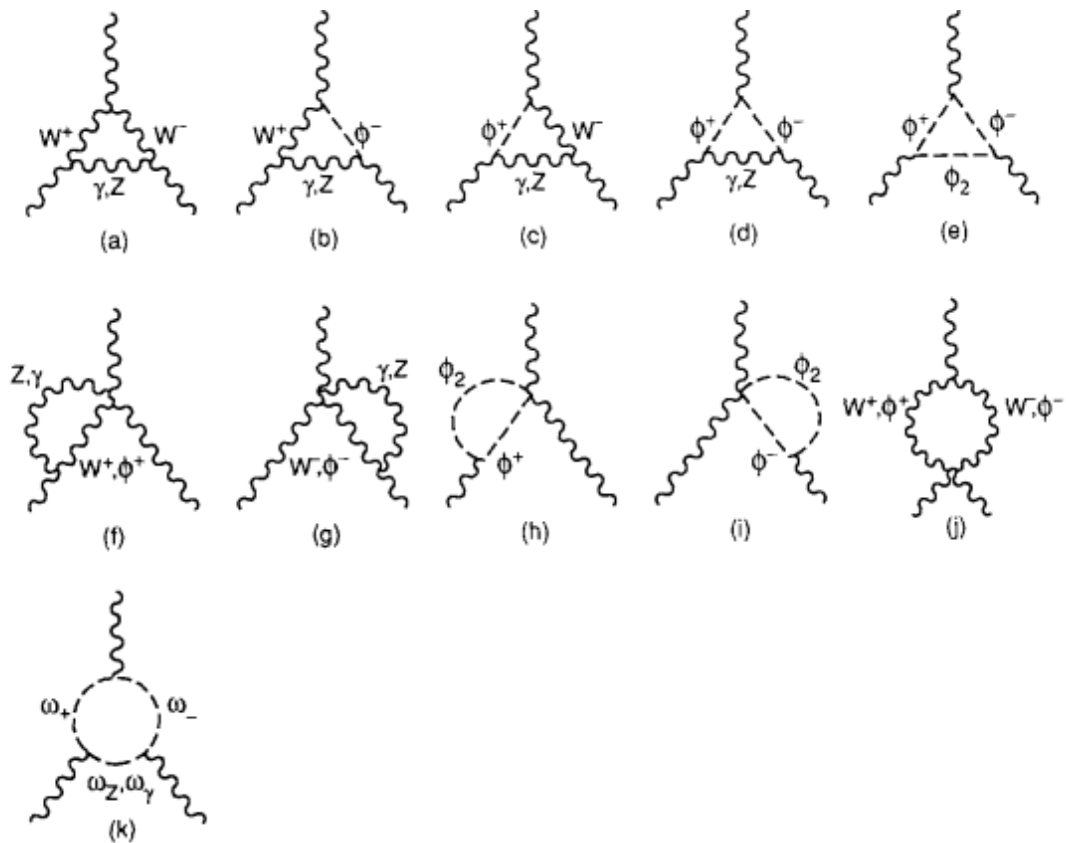


Figura 3.2: Contribuciones del sector de norma al vértice WWV en el ME [2].

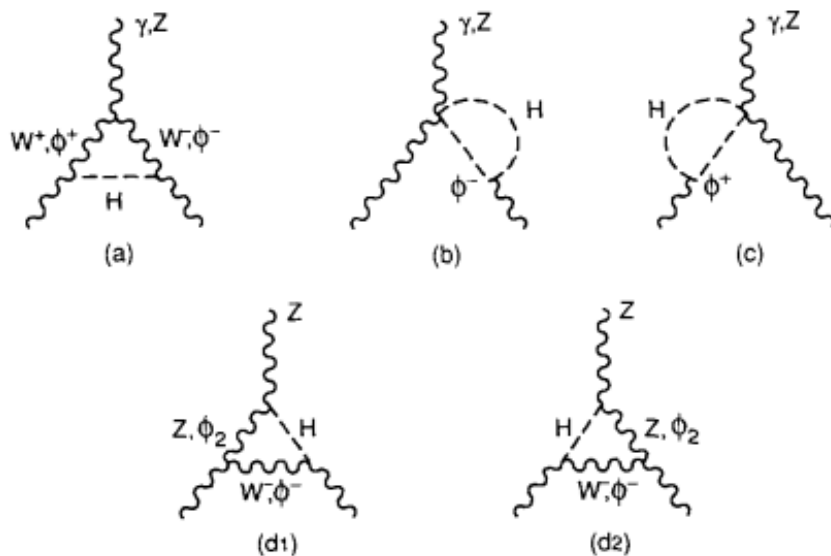


Figura 3.3: Contribuciones del sector de Higgs al vértice WWV en el ME [2].

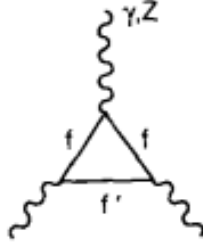


Figura 3.4: Contribuciones del sector de fermiones al vértice WWV en el ME [2].

Al realizar el cálculo explícito de la amplitud de los diagramas de Feynman anteriores, se tiene la siguiente expresión genérica

$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^V = -ig_V \left[a_1^V p_\mu g_{\sigma\rho} + a_2^V (q_\rho g_{\sigma\mu} - q_\sigma g_{\rho\mu}) + a_3^V p_\mu q_\sigma q_\rho \right]. \quad (3.11)$$

Si comparamos las Ecs. (3.6) y (3.13), los factores de forma electromagnéticos se pueden expresar en términos de los coeficientes a_j^V , como

$$\Delta\kappa_V = \frac{1}{2} \left(a_2^V - 2a_1^V - q^2 a_3^V \right), \quad (3.12)$$

$$\Delta Q_V = \frac{m_W^2}{4} a_3^V. \quad (3.13)$$

Se debe enfatizar que los factores de forma $\Delta\kappa_V$ y ΔQ_V son finitos, mientras que los coeficientes a_1^V y a_2^V contienen divergencias ultravioletas.

Inicialmente, resulta que el factor de forma $\Delta\kappa_V$ contiene divergencias infrarrojas, mientras que ΔQ_V carece de divergencias y muestra un buen comportamiento en función de la energía del bosón V . Si bien, el factor de forma $\Delta\kappa_V$ resultó divergente, y refleja consecuencias importantes, trabajos posteriores mostraron inconsistencias en el cálculo, mismas que fueron anuladas a través de la llamada *Pinch Technique*[58–60], la cual permitió anular las divergencias infrarrojas, más aún, se obtuvieron factores de forma bien comportados, y se replicaron los resultados previos [57]. Finalmente, el cálculo encontró los siguientes valores para los factores de forma [2]

$$\Delta\kappa_V \sim 10^{-3}, \quad (3.14)$$

$$\Delta Q_V \sim 10^{-4}. \quad (3.15)$$

Capítulo 4

Contribuciones de nueva física al vértice WWZ .

Como se mencionó previamente, las fluctuaciones cuánticas pueden contribuir a efectos observables y fenómenos que no se explican completamente mediante el ME, lo que sugiere la posible presencia de nueva física más allá de nuestro entendimiento actual. Por ejemplo, recientemente, en el contexto de la formulación teórica del Capítulo 2, se realizó el estudio de las contribuciones a nivel de un lazo, a través de diagramas de Feynman, con neutrinos de Majorana virtuales, tanto ligeros como pesados, a los factores de forma de vértices trilineales $WW\gamma$ y ZZZ [21, 22]. En este mismo contexto, a continuación, se plantea el estudio de las contribuciones de nueva física al vértice WWZ , así como estimaciones numéricas comparables con datos experimentales.

4.1. Cálculo analítico del vértice WWZ

De acuerdo a las Ecs. (3.1) y (3.2), la lagrangiana efectiva y la función vértice que describen el acoplamiento WWZ , están dadas por[1, 51, 52]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{WWZ} = -e \cot \theta_W \left[i g_1^Z (W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu} Z^\nu - W_{\mu\nu}^- W^{+\mu} Z^\nu) + i \kappa_Z W_\mu^+ W_\nu^- Z^{\mu\nu} + \frac{i \lambda_Z}{m_W^2} W_{\lambda\mu}^+ W^{-\mu} {}_\nu Z^{\nu\lambda} \right. \\ \left. - g_4^Z W_\mu^+ W_\nu^- (\partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu) + g_5^Z \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (W_\mu^+ \overleftrightarrow{\partial}_\rho W_\nu^-) Z_\sigma + i \tilde{\kappa}_V W_\mu^+ W_\nu^- \tilde{Z}^{\mu\nu} + \frac{i \tilde{\lambda}_Z}{m_W^2} W_{\lambda\mu}^+ W^{-\mu} {}_\nu \tilde{Z}^{\nu\lambda} \right], \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\rho\sigma}^{WWZ}(p, q) = e \cot \theta_W \left[2 f_1^Z p_\mu g_{\sigma\rho} - \frac{8 f_2^Z}{m_W^2} p_\mu q_\sigma q_\rho + 2 f_3^Z (q_\rho g_{\mu\sigma} - q_\sigma g_{\mu\rho}) + 2 i f_4^Z (q_\rho g_{\mu\sigma} + q_\sigma g_{\mu\rho}) \right. \\ \left. - 2 i f_5^Z \epsilon_{\mu\rho\sigma\lambda} p^\lambda + 2 f_6^Z \epsilon_{\mu\rho\sigma\alpha} q^\alpha + \frac{8 f_7^Z}{m_W^2} \epsilon_{\rho\sigma\alpha\beta} q^\alpha p^\beta p_\mu \right]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Contribuciones de nueva física al vértice WWZ .

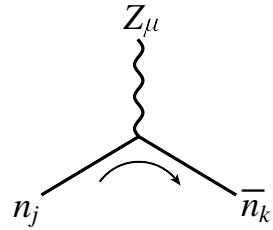
4.1 Cálculo analítico del vértice WWZ

Por otro lado, debido a que los neutrinos son eléctricamente neutros, existe la posibilidad de que estas partículas sean fermiones de Dirac o Majorana[61], la diferencia entre una descripción y otra surge a diferentes niveles, por ejemplo, en un proceso físico con fermiones de Majorana, el número de diagramas de Feynman que contribuyen es mayor en comparación con el caso de Dirac[62, 63]. Notemos que en la Ec. (2.51) se establecen acoplamientos entre el bosón Z y los neutrinos. De forma compacta, podemos expresar dicha ecuación como $\mathcal{L}_{NC}^Z = \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \mathcal{L}_{Zn_k n_j}$, donde

$$\mathcal{L}_{Zn_j n_k} = -iZ_\mu \bar{n}_k \Gamma_{kj}^\mu n_j. \quad (4.3)$$

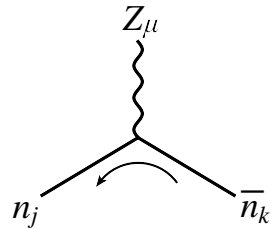
Aquí, n_k denota a los campos neutrinos ligeros y pesados, donde, $n_1 = \nu_1$, $n_2 = \nu_2$, $n_3 = \nu_3$, $n_4 = N_1$, $n_5 = N_2$ y $n_6 = N_3$. Además, Γ_{kj}^μ es una matriz 4×4 , definida en el espacio generado por las matrices de Dirac y que depende también de la matriz \mathcal{C} .

Si suponemos que los neutrinos involucrados son fermiones de Dirac, existe una única regla de Feynman asociada al acoplamiento $Z\bar{n}_k n_j$ (ver Apéndice A), que puede escribirse como



$= \Gamma_{kj}^\mu, \quad (4.4)$

sin embargo, si los neutrinos son de tipo Majorana, tal y como ocurre en el presente trabajo, existe una expresión extra asociada al acoplamiento $Z\bar{n}_k n_j$ [62]



$= \Gamma'_{kj}{}^\mu = C \Gamma_{jk}^{\mu T} C^{-1}, \quad (4.5)$

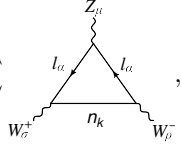
donde $\Gamma_{jk}^{\mu T}$ es la matriz transpuesta de Γ_{jk}^μ y C es la matriz de conjugación de carga.

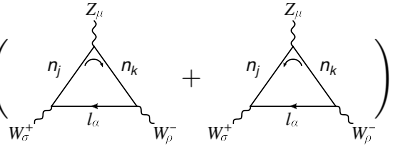
Por otro lado, en el caso de fermiones de Majorana, el flujo fermiónico en los diagramas de Feynman no es aplicable, sin embargo, se aconseja sobre el uso de algún flujo para establecer una orientación para las cadenas de fermiones[62]. Para establecer una distinción entre los vértices de las Ecs. (4.4) y (4.5), el flujo de fermiones han sido indicados por las flechas situadas fuera de las líneas de neutrinos.

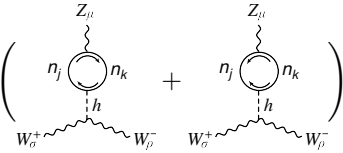
A través del *Teorema de Wick*[64, 65], se pueden analizar los diagramas de Feynman que contribuyen a la amplitud, de modo que la función vértice del acoplamiento WWZ puede escribirse en términos de tres contribuciones importantes

$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{WWZ} = \Gamma_{\mu\rho\sigma}^{\ell\ell n} + \Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nn\ell} + \Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nnh}, \quad (4.6)$$

$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{\ell\ell n}$, $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nn\ell}$ y $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nnh}$ en términos de diagramas de Feynman se pueden escribir como

$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{\ell\ell n} = \sum_{k=1}^6 \sum_{\alpha} \left(\text{Diagrama} \right), \quad (4.7)$$


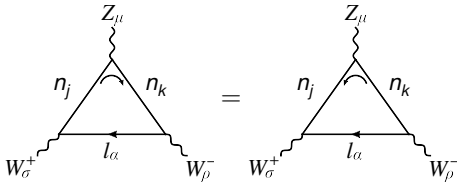
$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nn\ell} = \sum_{k=1}^6 \sum_{j=1}^6 \sum_{\alpha} \left(\text{Diagrama 1} + \text{Diagrama 2} \right), \quad (4.8)$$


$$\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nnh} = \sum_{k=1}^6 \sum_{j=1}^6 \left(\text{Diagrama 1} + \text{Diagrama 2} \right). \quad (4.9)$$


La Ec. (4.7), es semejante a la contribución a un lazo que existe en el caso $WW\gamma$ [21], sin embargo, las Ecs. (4.8) y (4.9) representan correcciones que provienen de la existencia de los acoplamientos $Z\bar{n}_k n_j$, los cuales no ocurren en el caso electromagnético.

Por otro lado, la Ec. (4.8) muestra dos tipos de diagramas, que difieren únicamente en la inserción del vértice $Z\bar{n}_k n_j$, o bien, de la elección del flujo fermiónico, según las Ecs. (4.4) y (4.5). Entonces, el primer diagrama corresponde a un diagrama de tipo Dirac, este diagrama existe si se considera que los neutrinos son descritos por campos de Dirac o Majorana, mientras que el segundo diagrama corresponde a un diagrama de tipo Majorana, el cual no existe en la descripción de Dirac pero sí en Majorana.

Si bien, según lo anterior, existen dos diferentes tipos de diagramas de Feynman, a través de las propiedades de la matriz de conjugación de carga C , junto con la hermiticidad de la matriz \mathcal{C} , se puede probar que

$$\text{Diagrama 1} = \text{Diagrama 2}, \quad (4.10)$$


es decir, las expresiones analíticas de los diagramas de tipo Majorana y de tipo Dirac coinciden exactamente. Algo similar ocurre en la Ec. (4.9), donde el primer diagrama corresponde a un diagrama de tipo Dirac, mientras que el segundo diagrama corresponde a un diagrama de tipo Majorana. Estos diagramas incluyen a un bosón de Higgs virtual, los cuales ocurren debido a los acoplamientos $h\bar{n}_k n_j$, descritos en la Ec. (2.55). Notemos que los diagramas que se muestran en la Ec. (4.9) constan de dos flechas que representan el flujo fermiónico, una por cada tipo de vértice involucrado en el lazo, es decir, $Z\bar{n}_k n_j$ y $h\bar{n}_k n_j$; en el caso del diagrama de tipo Dirac, la dirección del flujo fermiónico de alguno de los vértices involucrados en el lazo coincide con la dirección del flujo del otro vértice. Contrario a lo anterior, en el segundo diagrama, es decir, el diagrama de tipo Majorana, las direcciones de los flujos fermiónicos son opuestas, esto se debe a dos posibilidades:

Contribuciones de nueva física al vértice WWZ .

4.1 Cálculo analítico del vértice WWZ

(1) el vértice $Z\bar{n}_k n_j$ es de tipo Majorana, lo que correspondería a la Ec. (4.5), mientras que, el vértice $h\bar{n}_k n_j$ es de tipo Dirac; o (2) el vértice $h\bar{n}_k n_j$ se inserta como un vértice de tipo Majorana, pero el vértice $Z\bar{n}_k n_j$ es de tipo Dirac. Tal y como ocurre en la Ec. (4.10), se puede probar que

$$\text{Diagram 1} = \text{Diagram 2} \quad (4.11)$$

Las Ecs. (4.7) y (4.8) consideran la contribución de diagramas cuyo grado superficial de divergencia es igual a 1, mientras que, los diagramas que contribuyen a la Ec. (4.9) tienen un grado superficial de divergencia igual a 2, de modo que, anticipando la existencia de divergencias ultravioletas, vamos a utilizar el método de regularización dimensional[66, 67], en el que suponemos la dimensión del espacio-tiempo $D \neq 4$, lo que permite definir el número complejo, $\epsilon = 4 - D$, con $\epsilon \rightarrow 0$. Además, la implementación del método de regularización dimensional, induce el siguiente cambio

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \rightarrow \mu_R^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D}, \quad (4.12)$$

donde, μ_R tiene unidades de masa, y es la escala de renormalización.

A través del software *Wolfram Mathematica*, en conjunto con las paqueterías *FeynCalc*[68–70] y *Package-X*[71], calculamos las amplitudes que contribuyen al vértice WWZ . Además, consideramos al bosón externo Z *off-shell*, mientras que los bosones W se encuentran *on-shell*.

Al implementar el *Método de reducción de Passarino-Veltman*[72, 73], omitiendo términos proporcionales a q^μ , la estructura covariante de Lorentz que caracteriza al vértice WWZ , está dado por (durante el cálculo en D dimensiones, las trazas $\text{Tr}\{\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma_5\}$ no se resuelven)

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\rho\sigma}^{WWZ} = & F_1 p^\mu g^{\rho\sigma} + F_2 p^\mu q^\rho q^\sigma + F_3 q^\rho g^{\mu\sigma} + F_4 q^\sigma g^{\mu\rho} + F_5 \text{Tr}\{\gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\sigma \not{p} \gamma_5\} \\ & + F_6 p^\mu \text{Tr}\{\gamma^\rho \gamma^\sigma \not{p} \not{q} \gamma_5\} + F_7 q^\sigma \text{Tr}\{\gamma^\mu \gamma^\rho \not{p} \not{q} \gamma_5\} + F_8 \text{Tr}\{\gamma^\mu \gamma^\rho \gamma^\sigma \not{q} \gamma_5\}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde los coeficientes F_i son funciones de las masas de los neutrinos, m_{n_j} ; las masas de los leptones cargados, m_α ; la masa del bosón W , m_W ; y el cuadrado del momento del bosón Z , denotado por $s = (2q)^2$, de acuerdo a la convención mostrada en la Fig. 3.1. Esta dependencia de las masas y el parámetro s determinan las funciones escalares de *Passarino-Veltman*[74], A_0 , B_0 y C_0 , definidas de forma general[68–74],

$$A_0(m_0^2) = \frac{(2\pi)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \frac{1}{k^2 - m_0^2}, \quad (4.14)$$

$$B_0(p_1^2, m_0^2, m_1^2) = \frac{(2\pi)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - m_0^2)((k + p_1)^2 - m_1^2)}, \quad (4.15)$$

$$C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{(2\pi)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D k \frac{1}{(k^2 - m_0^2)((k + p_1)^2 - m_1^2)((k + p_2)^2 - m_2^2)}. \quad (4.16)$$

Después de analizar las contribuciones analíticas presentadas en la Ec. (4.13), verificamos que los coeficientes F_5 , F_6 , F_7 y F_8 no presentan divergencias ultravioletas. Por lo tanto, las trazas asociadas a dichos coeficientes se evalúan en 4 dimensiones espacio-temporales.

Si bien, la Ec. (4.2) describe a la función vértice del acoplamiento WWZ , conviene recordar que el interés principal de este trabajo son los factores de forma descritos por las Ecs. (3.4) y (3.5), sin embargo, en la Ec. (3.10) se logró describir a los factores de forma en términos de las funciones f_i^V , de modo que al realizar un proceso similar en la Ec. (4.13), los factores de forma que preservan la simetría CP están dados por

$$\begin{aligned}
 g_1^Z &= \frac{\tan \theta_W}{2e} \left(F_1 + \frac{s}{8} F_2 \right), \\
 \Delta Q_Z &= \frac{\tan \theta_W m_W^2}{4e} F_2, \\
 \Delta \kappa_Z &= \frac{\tan \theta_W}{4e} \left(F_3 - F_4 - 4F_1 - \frac{s}{2} F_2 \right), \\
 g_2^Z &= \frac{4 \tan \theta_W}{e} F_5.
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Mientras que los factores de forma que violan simetría CP están dados por,

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}_1^Z &= -\frac{4 \tan \theta_W}{e} \left(F_7 - F_6 \right), \\
 \Delta \tilde{Q}_Z &= \frac{\tan \theta_W m_W^2}{e} \left(2F_6 - F_7 \right), \\
 \Delta \tilde{\kappa}_Z &= \frac{2 \tan \theta_W}{e} \left[F_8 + \left(m_W^2 - \frac{s}{4} \right) F_6 \right], \\
 \tilde{g}_2^Z &= \frac{\tan \theta_W}{2e} \left(F_3 + F_4 \right).
 \end{aligned} \tag{4.18}$$

Con respecto a los factores de forma que preservan simetría CP , dados por la Ec. (4.17), se puede probar que g_1^Z contiene divergencias ultravioletas, lo cual es de esperar, ya que este acoplamiento tiene una contraparte a nivel de árbol en el ME, por lo que se puede renormalizar, mientras que los demás factores de forma son finitos. Por otro lado, los factores de forma que violan simetría CP , dados por la Ec. (4.18), son libres de divergencias ultravioletas, más aún, demostramos que $2F_6 = F_7$, lo cual cancela completamente al factor de forma $\Delta \tilde{Q}_Z$, que es similar a la cancelación de contribuciones de nueva física de neutrinos de Majorana a un lazo dada en la Ref. [75].

De aquí en adelante nos centraremos en discutir las contribuciones de nueva física a los factores de forma $\Delta \kappa_Z$, ΔQ_Z y $\Delta \tilde{\kappa}_Z$. Al procesar las contribuciones analíticas puede mostrarse que la contribución correspondiente a $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nh}$, dada por la Ec. (4.9), tiene una estructura covariante de Lorentz proporcional a $g^{\rho\sigma} q^\mu$, que no contribuye directamente en los factores de forma estudiados, mientras que, los términos $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{\ell\ell n}$ y $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nl}$, vistos en las Ecs. (4.7) y (4.8) definen completamente a los factores de forma de interés.

De forma general, los factores de forma se pueden escribir como

$$\Delta\zeta = \sum_{k=1}^6 \sum_{\alpha} |\mathcal{B}_{\alpha k}|^2 \Delta\zeta_{\alpha k}^{(1)} + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \sum_{\alpha} \mathcal{B}_{\alpha k} \mathcal{B}_{\alpha j}^* (\mathcal{C}_{kj} \Delta\zeta_{\alpha kj}^{(2)} + \mathcal{C}_{kj}^* \Delta\zeta_{\alpha kj}^{(3)}), \quad (4.19)$$

donde, $\zeta = \kappa, Q, \tilde{\kappa}$, además, $\Delta\zeta_{\alpha k}^{(1)}$, $\Delta\zeta_{\alpha kj}^{(2)}$ y $\Delta\zeta_{\alpha kj}^{(3)}$ son funciones complejas que dependen de las masas m_W , m_{α} , m_n y del parámetro s . Con respecto a la Ec. (4.19), el primer término el cual involucra a los factores $\Delta\zeta_{\alpha k}^{(1)}$, provienen de $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{\ell\ell n}$, mientras que, el segundo término, el cual involucra a los factores $\Delta\zeta_{\alpha kj}^{(2)}$ y $\Delta\zeta_{\alpha kj}^{(3)}$, son términos generados por $\Gamma_{\mu\rho\sigma}^{nn\ell}$. Por otro lado, notamos que $\Delta Q_{\alpha kj}^{(3)} = 0$, es decir, ΔQ carece de términos proporcionales a \mathcal{C}_{kj}^* , contrario a lo que ocurre con $\Delta\kappa$ y $\Delta\tilde{\kappa}$.

Con respecto a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ , se demuestra que existe simetría ante el intercambio de índices de neutrinos, es decir, se cumple que, $\Delta\zeta_{\alpha kj}^{(a)} = \Delta\zeta_{\alpha jk}^{(a)}$, donde, $a = 2, 3$.

A continuación, realizamos una estimación de las contribuciones cuyo cálculo analítico se ha comentado a lo largo de la esta sección.

4.2. Estimaciones numéricas a los factores de forma

De acuerdo a la Ec. (4.19), los factores de forma $\Delta\kappa$, ΔQ y $\Delta\tilde{\kappa}$ dependen de las entradas de las matrices \mathcal{B} y \mathcal{C} , las cuales introducen varios parámetros, sin embargo, con el fin de lograr una estimación de dichas contribuciones, la matriz ξ , la cual, según la Ec. (2.60) parametriza a la matriz U^{ν} , por simplicidad, se puede escribir como

$$\xi = \hat{\rho}X, \quad (4.20)$$

donde $\hat{\rho}$ es una cantidad real y positiva, además, suponemos que $\hat{\rho}$ es igual al módulo de la entrada más grande de ξ . Por otro lado, X es una matriz compleja de tamaño 3×3 , con el módulo más grande entre sus entradas igual a 1.

Al implementar la Ec. (4.20) en las Ecs. (2.61) y (2.62), se tiene que

$$\mathcal{B} = \left(V^l (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X X^\dagger)^{-\frac{1}{2}} \quad V^l \hat{\rho} X (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X^\dagger X)^{-\frac{1}{2}} \right), \quad (4.21)$$

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X X^\dagger)^{-1} & \hat{\rho} (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X X^\dagger)^{-1} X \\ \hat{\rho} X^\dagger (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X X^\dagger)^{-1} & \hat{\rho}^2 X^\dagger (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X X^\dagger)^{-1} X \end{pmatrix}. \quad (4.22)$$

Al igual que los cálculos realizados sobre contribuciones de neutrinos de Majorana a los vértices $WW\gamma$ y ZZZ [21, 22], consideraremos la siguiente textura matricial

$$X = e^{i\varphi} \cdot \mathbb{1}_3. \quad (4.23)$$

También, consideramos $V^l = \mathcal{U}_\nu$, donde \mathcal{U}_ν es la matriz PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata), la cual describe las mezclas entre los tipos de neutrinos conocidos. La parametrización de la matriz PMNS, en el caso de neutrinos de Majorana, se escribe como

$$\mathcal{U}_\nu = U_D U_M, \quad (4.24)$$

con $U_M = \text{diag}(1 \ e^{i\phi_1} \ e^{i\phi_2})$, donde ϕ_1 y ϕ_2 son llamadas fases de Majorana. Por otro lado, la matriz U_D es la parametrización convencional de la matriz \mathcal{U}_ν para el caso de neutrinos de Dirac y se escribe como[30]

$$U_D = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_D} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_D} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_D} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (4.25)$$

donde $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ y $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. Además, θ_{12} , θ_{23} , y θ_{13} son los ángulos de mezcla, mientras que, δ_D es la fase de Dirac y está relacionada con la violación de simetría CP .

Consideraremos nuestras estimaciones numéricas independientes de las fases de Majorana, es decir, $\phi_1 = \phi_2 = 0$, además, de acuerdo a *Particle Data Group* (PDG), los valores de referencia para los ángulos de mezcla son[76]

$$\begin{aligned} s_{12}^2 &= 0.307 \pm 0.013, \\ s_{23}^2 &= 0.546 \pm 0.0021, \\ s_{13}^2 &= 0.0220 \pm 0.0007. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Estos valores se basan en las mediciones de diversas colaboraciones experimentales, por ejemplo, el ángulo de mezcla θ_{12} , es reportado por Super-Kamiokande[77], mientras que, θ_{23} proviene de las mediciones reportadas por T2K[78], Minos+[79], NOvA[80], IceCube[81], y Super-Kamiokande[82]. Para el ángulo de mezcla θ_{13} , el PDG consideró las mediciones reportadas por Double Chooz[83], RENO[84, 85], y Daya Bay[86, 87], finalmente, según T2K[78, 88], la fase de Dirac es $\delta_D = -\frac{\pi}{2}$.

Como se mencionó previamente, la Colaboración KATRIN[32] reportó el límite superior de la masa efectiva del electrón-neutrino a 0.8 eV con un nivel de confianza del 90%, el cual es independientemente de si los neutrinos son fermiones de Dirac o de Majorana y de modelos cosmológicos, por otro lado, observaciones cosmológicas establecen un límite estricto en la suma de las masas de los neutrinos ligeros, es decir, se cumple que, $\sum_j m_{\nu_j} < 0.12$ eV, con un nivel de confianza del 95%[89, 90].

Debido a lo anterior, con el fin de simplificar nuestras estimaciones, consideramos iguales todas las masas de los neutrinos ligeros, es decir, $m_{\nu_j} = m_\nu = 0.8$ eV, con $j = 1, 2, 3$. El modelo de masas de neutrinos que se está considerando para la presente investigación, visto en el Capítulo 2, establece que para obtener masas de neutrinos ligeros consistentes con los límites superiores actuales, el espectro de masas de los neutrinos pesados debe ser cuasi-degenerado, de modo que al igual que los neutrinos ligeros, consideramos que todas las masas de los neutrinos pesados coinciden, es decir, $m_{N_j} = m_N$, con $j = 1, 2, 3$.

Con respecto a la masa m_N de neutrinos pesados, el CMS realizó un estudio sobre la masa de leptones neutros pesados y su relación con los neutrinos del ME[91], además, sugiere que si se cumple la relación $850 \text{ GeV} \lesssim m_N$, el parámetro $\hat{\rho}$ debe aproximarse a los valores $\hat{\rho} = 0.58, 0.65$. Estos valores de $\hat{\rho}$ son los que consideramos en nuestras estimaciones próximas a discutir.

Los vértices trilineales pueden estudiarse mediante colisionadores electrón-positrón, los cuales ofrecen un entorno más limpio en comparación con los colisionadores de hadrones. Para producir pares de bosones W a partir del proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ (como se muestra en la Fig. 4.1), la energía del centro de masa debe ser mayor a $2m_W$, por ejemplo, en 2013, el *Large Electron-Positron Collider* (LEP), recolectó datos sobre la producción de pares de bosones W , que provenían de colisiones e^+e^- , a energías que iban desde 130 GeV a 209 GeV y establecieron límites del orden de 10^{-2} tanto en $\Delta\kappa$ como en ΔQ [92].

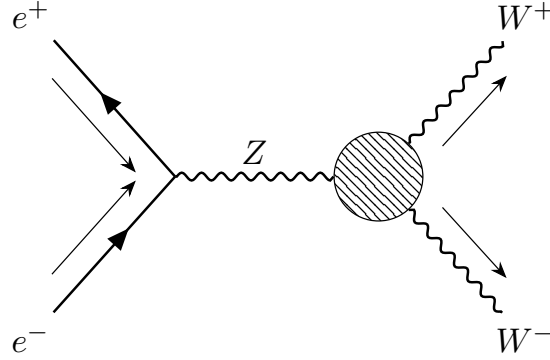


Figura 4.1: El proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, donde el círculo denota correcciones radiativas a nivel de un lazo.

Por otra parte, análisis y estimaciones sobre la sensibilidad esperada del *ILC* se presentan en el *ILC Technical Design Report*[93]. Con respecto al vértice WWZ , el ILC será capaz de establecer cotas superiores a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ a energías de centro de masa $\sqrt{s} = 500$ GeV y $\sqrt{s} = 800$ GeV como se muestra en la Tabla 4.1

	$\sqrt{s} = 500$ GeV	$\sqrt{s} = 800$ GeV
$ \Delta\kappa $	3.20×10^{-4}	1.90×10^{-4}
$ \Delta Q $	1.34×10^{-3}	6.00×10^{-4}

Tabla 4.1: Cotas esperadas por el ILC a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ [93].

Con respecto a los factores de forma que violan simetría CP , es decir, $\Delta\tilde{\kappa}$ y $\Delta\tilde{Q}$, el ILC espera obtener cotas alrededor del orden de 10^{-2} y 10^{-4} [93], respectivamente. Mientras que en el *Circular Electron Positron Collider*(CEPC) se espera obtener cotas alrededor del orden de 10^{-4} para $\Delta\kappa$ y ΔQ [94].

4.2.1. Contribuciones CP -even

A continuación, se muestran las estimaciones de contribuciones de neutrinos de Majorana a los factores de forma que preservan simetría CP , es decir, $\Delta\kappa$ y ΔQ .

Como se mencionó previamente, $\Delta\kappa$ y ΔQ son contribuciones que dependen de valores complejos, por lo tanto, nuestras estimaciones serán considerando los módulos $|\Delta\kappa|$ y $|\Delta Q|$. Al considerar la Ec. (4.19), notemos que los factores $\Delta\zeta^{(a)}$ están dados por la suma sobre seis neutrinos, tomando esto en cuenta, se cumple que

$$\Delta\zeta_{\alpha k}^{(1)} = \begin{cases} \Delta\zeta_{\alpha\nu_j}^{(1)}, & \text{si } k = 1, 2, 3, \\ \Delta\zeta_{\alpha N_j}^{(1)}, & \text{si } k = 4, 5, 6, \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\Delta\zeta_{\alpha ki}^{(a)} = \begin{cases} \Delta\zeta_{\alpha\nu_j\nu_l}^{(a)}, & \text{si } k = 1, 2, 3, \text{ y } i = 1, 2, 3, \\ \Delta\zeta_{\alpha\nu_j N_l}^{(a)}, & \text{si } k = 1, 2, 3, \text{ y } i = 4, 5, 6, \\ \Delta\zeta_{\alpha N_j\nu_l}^{(a)}, & \text{si } k = 4, 5, 6, \text{ y } i = 1, 2, 3, \\ \Delta\zeta_{\alpha N_j N_l}^{(a)}, & \text{si } k = 4, 5, 6, \text{ y } i = 4, 5, 6, \end{cases} \quad (4.28)$$

donde $\nu_j, \nu_l = \nu_1, \nu_2, \nu_3$, $N_j, N_l = N_1, N_2, N_3$ y $a = 2, 3$.

Por otro lado, recordemos que estamos considerando un espectro de masas degeneradas, es decir, se cumple que $m_{\nu_j} = m_\nu$ y $m_{N_j} = m_N$, con $j = 1, 2, 3$; entonces, para cualquier sabor de leptón fijo α , los términos descritos por las Ecs. (4.27) y (4.28) se reducen a los factores: $\Delta\zeta_{\alpha\nu}^{(1)}$, $\Delta\zeta_{\alpha N}^{(1)}$, $\Delta\zeta_{\alpha\nu\nu}^{(a)}$, $\Delta\zeta_{\alpha\nu N}^{(a)}$, $\Delta\zeta_{\alpha NN}^{(a)}$, y $\Delta\zeta_{\alpha NN}^{(a)}$, con $a = 2, 3$.

Más aún, para $\Delta\kappa$, estos factores ($\Delta\zeta^{(a)}$) se reducen a 10, mientras que para ΔQ , debido a que $\Delta Q^{(3)} = 0$, solo se tienen 6 factores distintos. Además, existe simetría ante el intercambio de índices de neutrinos, entonces, se cumple que $\Delta\zeta_{\alpha\nu N}^{(a)} = \Delta\zeta_{\alpha N\nu}^{(a)}$, con $a = 2, 3$. Al emplear las Ecs. (4.20)-(4.23), los factores de forma que preservan simetría CP se pueden escribir como

$$\Delta\kappa = \sum_{\alpha} \left[\frac{1}{1 + \hat{\rho}^2} \left(\Delta\kappa_{\alpha\nu}^{(1)} + \hat{\rho}^2 \Delta\kappa_{\alpha N}^{(1)} \right) + \frac{1}{(1 + \hat{\rho}^2)^2} \left(\Delta\kappa_{\alpha\nu\nu}^{(2)} + \Delta\kappa_{\alpha\nu\nu}^{(3)} \right) \right. \\ \left. + \frac{\hat{\rho}^4}{(1 + \hat{\rho}^2)^2} \left(\Delta\kappa_{\alpha NN}^{(2)} + \Delta\kappa_{\alpha NN}^{(3)} \right) + \frac{2\hat{\rho}^2}{(1 + \hat{\rho}^2)^2} \left(\Delta\kappa_{\alpha\nu N}^{(2)} + \cos(2\varphi) \Delta\kappa_{\alpha\nu N}^{(3)} \right) \right], \quad (4.29)$$

$$\Delta Q = \sum_{\alpha} \left[\frac{1}{1 + \hat{\rho}^2} \left(\Delta Q_{\alpha\nu}^{(1)} + \hat{\rho}^2 \Delta Q_{\alpha N}^{(1)} \right) + \frac{1}{(1 + \hat{\rho}^2)^2} \Delta Q_{\alpha\nu\nu}^{(2)} \right. \\ \left. + \frac{\hat{\rho}^4}{(1 + \hat{\rho}^2)^2} \Delta Q_{\alpha NN}^{(2)} + \frac{2\hat{\rho}^2}{(1 + \hat{\rho}^2)^2} \Delta Q_{\alpha\nu N}^{(2)} \right]. \quad (4.30)$$

Las expresiones explícitas de los factores que contribuyen a $\Delta\kappa$ y ΔQ se muestran en el Apéndice B.

Con respecto a la Ec. (4.29), notamos que $\Delta\kappa$ depende de la fase compleja φ , la cual fue introducida por la Ec. (4.23). La presencia de esta fase es consecuencia de la interacción entre las matrices \mathcal{B} y \mathcal{C} . De forma más precisa, consideremos la Ec. (4.19), donde notamos que los coeficientes $\Delta\kappa_{\alpha\nu N}^{(3)}$ vienen acompañados del factor $\mathcal{B}_{\alpha\nu} \mathcal{B}_{\alpha N}^* \mathcal{C}_{\nu N}^*$, el cual es proporcional a $e^{-2i\varphi}$, mientras que $\Delta\kappa_{\alpha\nu N}^{(2)}$ tiene asociados a los factores $\mathcal{B}_{\alpha\nu} \mathcal{B}_{\alpha N}^* \mathcal{C}_{\nu N}$, donde la dependencia de φ se anula completamente. Si bien, $\Delta\kappa$, contrario a ΔQ , depende de la fase φ , se encontró que la contribución que proviene de $\Delta\kappa_{\alpha\nu N}^{(3)}$, es demasiado pequeña, alrededor de 10 órdenes de magnitud con respecto a las contribuciones dominantes, de modo que, una variación en φ no es relevante, por tanto, consideramos $\varphi = 0$.

La gráfica de la Fig. 4.2 muestra las contribuciones a $|\Delta\kappa|$ como función de la masa de neutrinos pesados m_N , donde, $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Con el fin de apreciar mejor los órdenes de magnitud dentro de los cuales se encuentra esta contribución, estas curvas se graficaron en escala logarítmica de base 10, además, existen dos regiones en la gráfica, delimitadas por líneas continuas horizontales correspondientes a $|\Delta\kappa| = 3.20 \times 10^{-4}$ y $|\Delta\kappa| = 1.90 \times 10^{-4}$, que representan la sensibilidad experimental esperada por el ILC a 500 GeV (región de color marrón más oscura) y 800 GeV (región de color marrón más clara), respectivamente[93]. Además, existe una línea vertical a $m_N = 850 \text{ GeV}$, el cual es el valor mínimo permitido de la masa de los neutrinos pesados para nuestras elecciones del parámetro $\hat{\rho}$ [91]. A pesar de que las curvas a $\sqrt{s} = 500 \text{ GeV}$ para $\hat{\rho} = 0.58, 0.65$, se encuentran dentro de la región de sensibilidad esperada por el ILC, en un rango de masas de neutrinos pesados por debajo de 850 GeV sus efectos no son plausibles a este nivel. Por otra parte, las curvas a $\sqrt{s} = 800 \text{ GeV}$ para los mismos valores de $\hat{\rho}$, se encuentran dentro de la región de sensibilidad esperada por el ILC, en un rango de masas de $850 \text{ GeV} \lesssim m_N \leq 1500 \text{ GeV}$, sus efectos podrían ser admisibles.

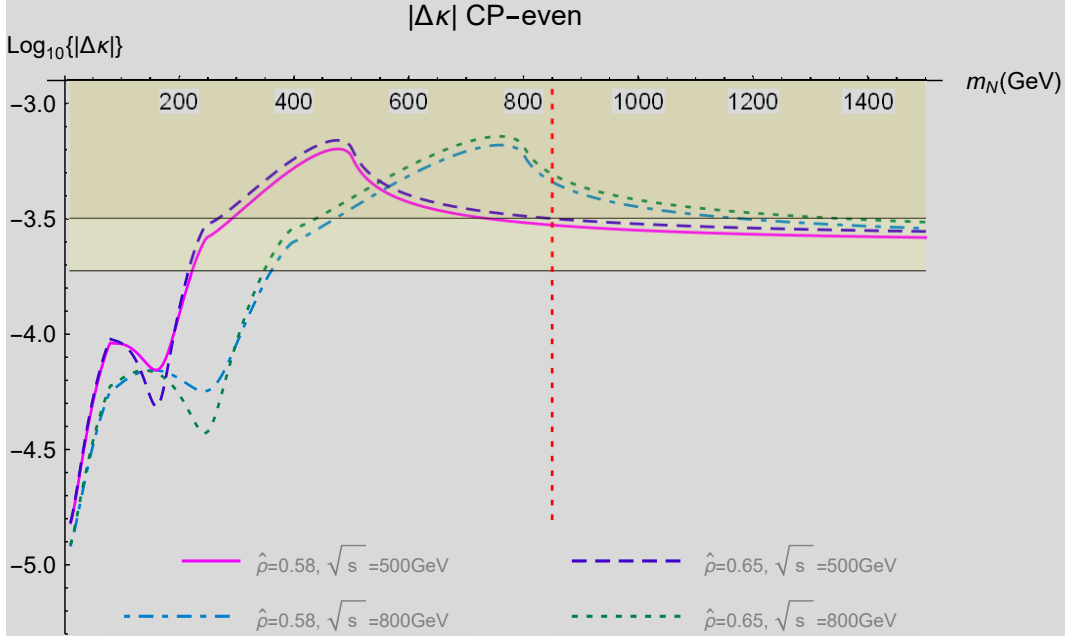


Figura 4.2: Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales a la anomalía $\Delta\kappa$, en escala logarítmica de base 10, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N para distintos valores de \sqrt{s} y $\hat{\rho}$.

La gráfica de la Fig. 4.3 muestra las contribuciones a $|\Delta\kappa|$ en escala logarítmica de base 10, como función de la energía de centro de masa \sqrt{s} , con $0 \lesssim \sqrt{s} \lesssim 1000$ GeV. La gráfica muestra tres curvas a valor fijo $\hat{\rho} = 0.65$ para masas de neutrinos pesados: $m_N = 850$ GeV, $m_N = 1000$ GeV y $m_N = 1200$ GeV. Al igual que la gráfica anterior, se incluyen las regiones de sensibilidad del ILC a $\sqrt{s} = 500$ GeV (región de color azul) y $\sqrt{s} = 800$ GeV (región de color gris). También, se incluyen tres líneas verticales, la primera representa la energía mínima requerida para la producción de pares de bosones W , es decir, $\sqrt{s} = 2m_W$, mientras que las otras líneas corresponden a valores $\sqrt{s} = 500$ GeV y $\sqrt{s} = 800$ GeV. Se puede apreciar, a partir de esta gráfica, que una medición podría ser alcanzable a $\sqrt{s} = 800$ GeV, ya que las tres gráficas se encuentran dentro de la región de sensibilidad de ILC, de hecho, notemos que, en este contexto, la masa más baja permitida para los neutrinos pesados es $m_N = 850$ GeV, la cual sería óptima para la búsqueda de una señal de nueva física.

La contribución total a la anomalía $\Delta\kappa$ puede separarse en contribuciones que provienen exclusivamente de las masas de neutrinos ligeros y pesados, así como contribuciones que provienen de la mezcla de ambos tipos de neutrinos, tal como se muestra en la gráfica de la Fig. 4.4. Nuevamente, se graficó $\text{log}_{10}\{|\Delta\kappa|\}$ como función de la masa de neutrinos pesados m_N , donde, $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500$ GeV, y valores fijos de $\hat{\rho} = 0.65$ y $\sqrt{s} = 800$ GeV. La región sombreada (color rosa) representa la sensibilidad del ILC a 800 GeV, mientras que, la línea vertical discontinua (color rojo) a 850 GeV, indica el valor mínimo permitido de m_N . Como se puede apreciar, la contribución que considera la mezcla de neutrinos ligeros y pesados (línea sólida naranja), en el rango de interés de masas de neutrinos pesados m_N , es la contribución dominante, que con respecto a la contribución más pequeña, es decir, la contribución que involucra exclusivamente a neutrinos ligeros (línea horizontal discontinua de color magenta) es mayor por aproximadamente dos órdenes de magnitud, mientras que, con respecto a la contribución que involucra exclusivamente a neutrinos pesados (curva discontinua de color verde), se encuentran muy cerca en órdenes de magnitud.

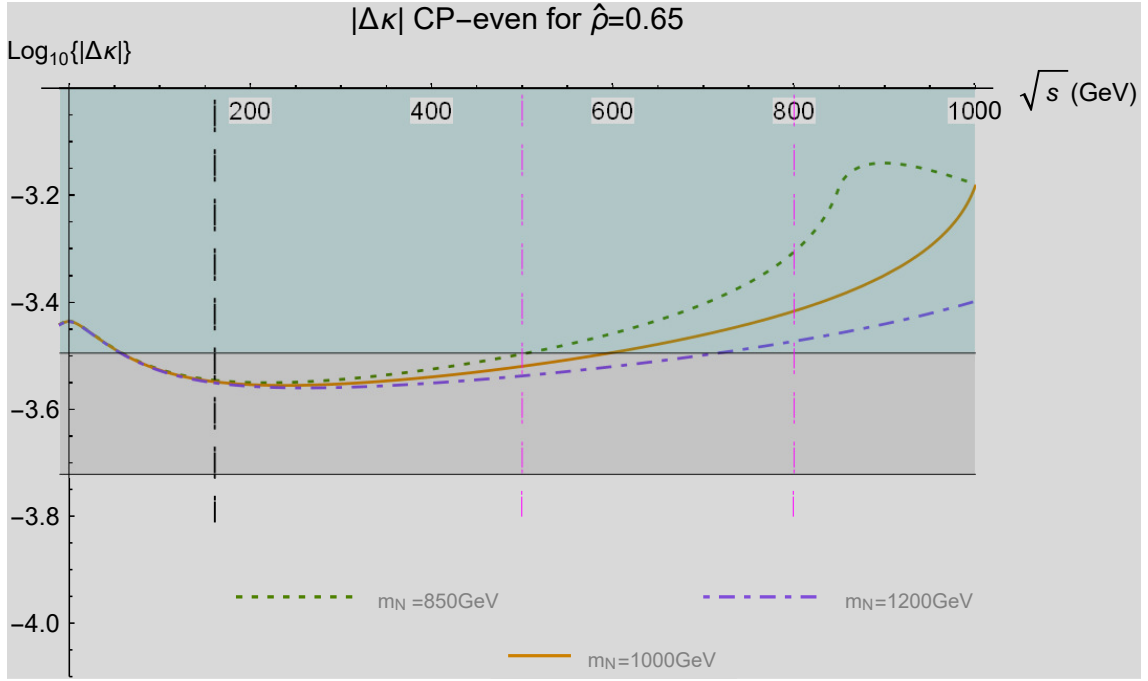


Figura 4.3: Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales a $\Delta\kappa$, en escala logarítmica base 10, como función del parámetro \sqrt{s} para distintas masas de neutrinos pesados y $\hat{\rho} = 0.65$.

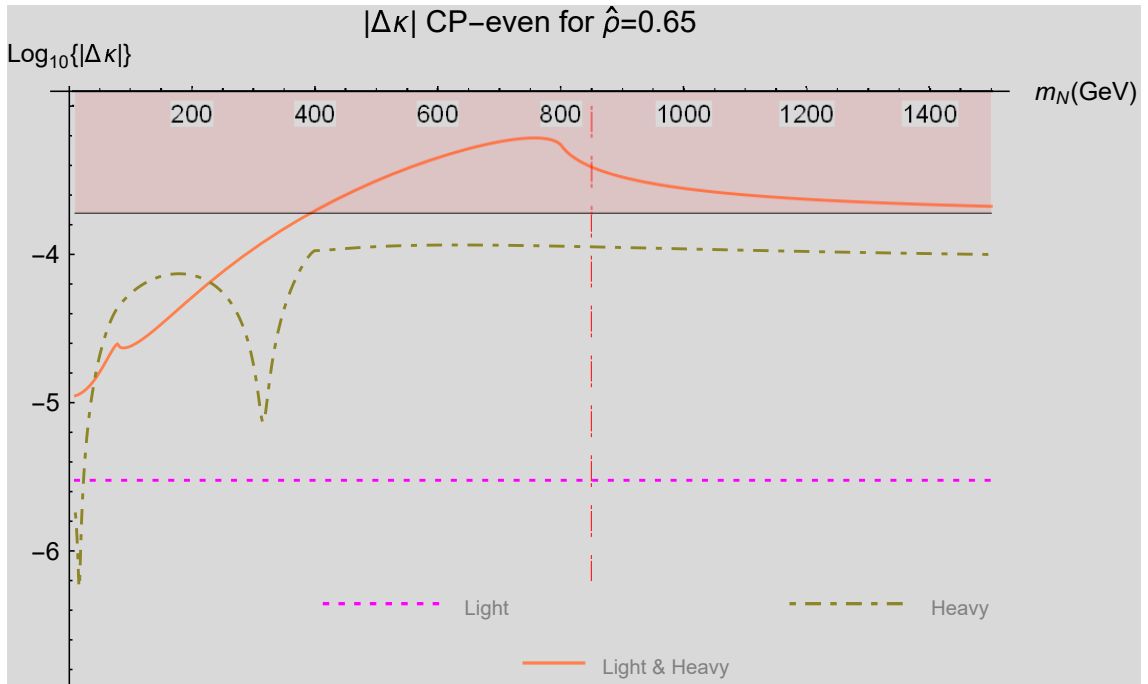


Figura 4.4: Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales tanto ligeros como pesados a la anomalía $\Delta\kappa$, en escala logarítmica de base 10, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N para valores fijos de $\sqrt{s} = 800$ GeV y $\hat{\rho} = 0.65$.

La gráfica de la Fig. 4.5 muestra las contribuciones a $|\Delta Q|$ en escala logarítmica de base 10, como función de la masa de neutrinos pesados m_N , donde $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Además, la línea vertical discontinua a 850 GeV indica el valor mínimo permitido de m_N . Las curvas se realizaron a valores fijos de $\hat{\rho} = 0.58, 0.65$ y $\sqrt{s} = 500, 800 \text{ GeV}$, las cuales se encuentran por debajo de la sensibilidad esperada del ILC en aproximadamente 1 orden de magnitud, por esta razón las regiones de sensibilidad del ILC correspondientes no se han incluido en dicha gráfica.

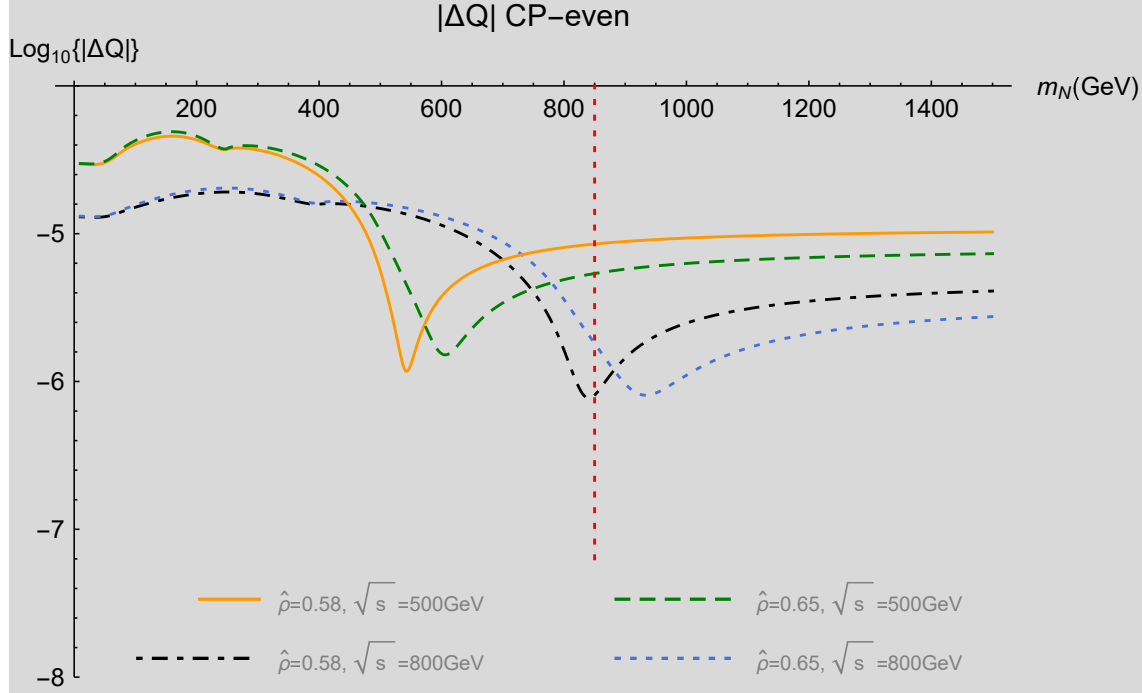


Figura 4.5: Contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales a la anomalía ΔQ , en escala logarítmica de base 10, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N para distintos valores de \sqrt{s} y $\hat{\rho}$.

4.2.2. Contribuciones CP -odd

La búsqueda y comprensión de las causas de la violación de la simetría CP es muy importante, dado que su presencia es esencial para entender la discrepancia entre la cantidad de materia y antimateria[95], sin embargo, en el ME la única instancia donde este fenómeno se produce es en la fase compleja de la matriz de mezcla CKM[28] que se encuentra en el sector de los quarks. También, como se mencionó previamente, los efectos de violación de simetría CP , en el contexto del ME, se encuentran bastante suprimidos, sin embargo, existen modelos de nueva física que producen tales efectos, por ejemplo, en modelos supersimétricos, la existencia de una fase compleja asociada a violación de simetría CP se encuentra dentro de matrices de masas para neutralinos y charginos que podrían generar contribuciones CP -odd a acoplamiento anómalo del vértice WWZ , del orden de 10^{-3} [96]. Por otro lado, una extensión del ME con la presencia de quarks extras introduce nuevas fuentes de violación de simetría CP que podrían generar contribuciones a los acoplamiento anómalo del vértice WWZ del orden de 10^{-5} [97]. En un marco teórico definido por la introducción de una cuarta familia de leptones en el ME se encontraron contribuciones de neutrinos de Majorana al vértice WWZ del orden de 10^{-3} [75]. Por lo tanto, la violación de simetría CP es una vía sumamente justificada para investigar la existencia de nueva física más allá del ME.

Dentro del marco teórico visto en el Capítulo 2, se muestran las estimaciones de contribuciones de neutrinos de Majorana al único factor de forma existente, es decir, $\Delta\tilde{\kappa}$, el cual está asociado a violación de simetría CP .

Considerando la estructura general para los factores de forma dada por la Ec. (4.19), notemos que

$$\Delta\tilde{\kappa} = \sum_{k=1}^6 \sum_{\alpha} |\mathcal{B}_{\alpha k}|^2 \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha k}^{(1)} + \sum_{j=1}^6 \sum_{k=1}^6 \sum_{\alpha} \mathcal{B}_{\alpha k} \mathcal{B}_{\alpha j}^* (\mathcal{C}_{kj} \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(2)} + \mathcal{C}_{kj}^* \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(3)}). \quad (4.31)$$

Se puede demostrar que los coeficientes $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha k}^{(1)}$, son independientes tanto de las masas de neutrinos, leptones y el bosón W , así como del parámetro s . Realizando el cambio de notación $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha k}^{(1)} \rightarrow \tilde{\Omega}$, se tiene que

$$\tilde{\Omega} = \frac{ig^2(2s_W^2 - 1)}{(8\pi c_W)^2}. \quad (4.32)$$

Por otro lado, encontramos que $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(2)} = \tilde{g}_{\alpha kj} + \tilde{\mathcal{J}}$, donde $\tilde{\mathcal{J}} = \frac{2ig^2}{(16\pi c_W)^2}$, de modo que $\tilde{\mathcal{J}}$ es independiente de las masas y del parámetro s . Con respecto a $\tilde{g}_{\alpha kj}$ y $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(3)}$, encontramos que ante el intercambio de índices de neutrinos estas funciones son antisimétricas, es decir, se cumple que, $\tilde{g}_{\alpha kj} = -\tilde{g}_{\alpha jk}$ y $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(3)} = -\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha jk}^{(3)}$. Las expresiones explícitas de $\tilde{g}_{\alpha kj}$ y $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(3)}$ son

$$\begin{aligned} \tilde{g}_{\alpha kj} = & \frac{ig^2}{(16\pi m_W s c_W)^2} \left[-2m_W^2 s (m_{\alpha}^2 - m_W^2) (m_{n_k}^2 - m_{n_j}^2) C_0^{(n_j, \alpha, n_k)} \right. \\ & + 2m_W^2 s (m_{\alpha}^2 - m_W^2) (\Lambda_1^{(\alpha, n_k)} - \Lambda_1^{(\alpha, n_j)}) - 2m_W^2 s (m_{n_k}^2 - m_{n_j}^2) \Lambda_2^{(n_k, n_j)} \\ & + s (m_{\alpha}^2 - m_W^2) \left(-(m_{\alpha}^2 - m_{n_k}^2 - m_W^2) \log\left(\frac{m_{\alpha}^2}{m_{n_k}^2}\right) + (m_{\alpha}^2 - m_{n_j}^2 - m_W^2) \log\left(\frac{m_{\alpha}^2}{m_{n_j}^2}\right) \right) \\ & \left. + m_W^2 \log\left(\frac{m_{n_k}^2}{m_{n_j}^2}\right) \left((m_{n_k}^2 - m_{n_j}^2)^2 - s (m_{n_k}^2 + m_{n_j}^2) \right) - 2m_W^2 s (m_{n_k}^2 - m_{n_j}^2) \right], \quad (4.33) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(3)} = & \frac{ig^2 m_{n_k} m_{n_j}}{s(16\pi m_W c_W)^2} \left[-2m_W^2 (m_{n_k}^2 - m_{n_j}^2) C_0^{(n_j, \alpha, n_k)} + 2m_W^2 (\Lambda_1^{(\alpha, n_k)} - \Lambda_1^{(\alpha, n_j)}) \right. \\ & \left. - (m_{\alpha}^2 - m_{n_k}^2 - m_W^2) \log\left(\frac{m_{\alpha}^2}{m_{n_k}^2}\right) + (m_{\alpha}^2 - m_{n_j}^2 - m_W^2) \log\left(\frac{m_{\alpha}^2}{m_{n_j}^2}\right) \right]. \quad (4.34) \end{aligned}$$

Las definiciones de $C_0^{(n_j, \alpha, n_k)}$, $\Lambda_1^{(\alpha, j)}$, y $\Lambda_2^{(n_k, n_j)}$, se encuentran en el Apéndice B.

Los factores $\tilde{g}_{\alpha kj}$ y $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(3)}$ para cualquier sabor de leptón fijo α , pueden agruparse de la forma

$$\Delta\tilde{\kappa}^{(3)} = \sum_{\alpha} \left(\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha\nu\nu}^{(3)} + \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha\nu N}^{(3)} + \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha N\nu}^{(3)} + \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha NN}^{(3)} \right), \quad (4.35)$$

$$\tilde{g} = \sum_{\alpha} \left(\tilde{g}_{\alpha\nu\nu} + \tilde{g}_{\alpha\nu N} + \tilde{g}_{\alpha N\nu} + \tilde{g}_{\alpha NN} \right), \quad (4.36)$$

Contribuciones de nueva física al vértice WWZ .
4.2 Estimaciones numéricas a los factores de forma

sin embargo, de las Ecs. (4.32) y (4.33) puede notarse que los factores $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha\nu\nu}^{(3)}$, $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha NN}^{(3)}$, $\tilde{g}_{\alpha\nu\nu}$, y $\tilde{g}_{\alpha NN}$ se anulan completamente al considerar un espectro de masas degeneradas, mientras que, debido a la antisimetría ante el intercambio de índices de neutrinos se cumplen las relaciones

$$\tilde{g}_{\alpha\nu N} = -\tilde{g}_{\alpha N\nu}, \quad \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha\nu N}^{(3)} = -\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha N\nu}^{(3)}. \quad (4.37)$$

Conviene recordar que $\tilde{g}_{\alpha\nu N}$ y $\tilde{g}_{\alpha N\nu}$ son contribuciones que forman parte de $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(2)}$, de modo que están asociados a los factores $\mathcal{B}_{\alpha\nu}\mathcal{B}_{\alpha N}^*\mathcal{C}_{\nu N}$ y $\mathcal{B}_{\alpha N}\mathcal{B}_{\alpha\nu}^*\mathcal{C}_{N\nu}$, respectivamente, mientras que $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha\nu N}^{(3)}$ y $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha N\nu}^{(3)}$ están asociados a los factores $\mathcal{B}_{\alpha\nu}\mathcal{B}_{\alpha N}^*\mathcal{C}_{\nu N}^*$ y $\mathcal{B}_{\alpha N}\mathcal{B}_{\alpha\nu}^*\mathcal{C}_{N\nu}^*$, respectivamente. Después de emplear las Ecs. (4.21) y (4.22), una futura cancelación elimina toda la dependencia de $\tilde{g}_{\alpha\nu N}$, por lo que las contribuciones de $\Delta\tilde{\kappa}_{\alpha kj}^{(2)}$, dependen exclusivamente de $\tilde{\mathcal{J}}$, que resulta ser independiente de las masas de las partículas en cuestión. Por lo anterior, el factor de forma $\Delta\tilde{\kappa}$, se puede escribir como

$$\Delta\tilde{\kappa} = 3(\tilde{\Omega} + \tilde{\mathcal{J}}) + \hat{\rho}^2 \text{tr} \left\{ (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X X^\dagger)^{-\frac{1}{2}} \left(X (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X^T X^*)^{-1} X^T - \text{H.c.} \right) (\mathbf{1}_3 + \hat{\rho}^2 X X^\dagger)^{-\frac{1}{2}} U_\nu^\dagger \Delta\tilde{\kappa}_{\nu N}^{(3)} U_\nu \right\}, \quad (4.38)$$

donde $\Delta\tilde{\kappa}_{\nu N}^{(3)}$ es una matriz diagonal de tamaño 3×3 , con entradas, $(\tilde{\kappa}_{\nu N}^{(3)})_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} \tilde{\kappa}_{\beta\nu N}^{(3)}$. Finalmente, al implementar la textura matricial de X , dada por la Ec. (4.23), se tiene que

$$\Delta\tilde{\kappa}_Z = 3(\tilde{\Omega} + \tilde{\mathcal{J}}) + \frac{2i\hat{\rho}^2 \sin 2\varphi}{(1 + \hat{\rho}^2)^2} \sum_{\alpha} \Delta\tilde{\kappa}_{\alpha\nu N}^{(3)}. \quad (4.39)$$

El segundo término de la Ec. (4.37) depende de φ , por lo que, una elección de la fase distinta de cero es una condición necesaria para que el factor de forma $\Delta\tilde{\kappa}_Z$ sea dependiente de las masas de las partículas en cuestión y del parámetro s , sin embargo, el efecto inducido por la fase compleja es prácticamente insignificante. Por ello, consideramos $\varphi = 0$, y estimamos una contribución CP -odd

$$|\Delta\tilde{\kappa}| = 1.19 \times 10^{-3}. \quad (4.40)$$

Capítulo 5

Conclusiones

El presente trabajo se realizó en el contexto de una teoría más allá del ME, la cual incluye neutrinos descritos por campos de Majorana. A primera instancia, el Mecanismo *See-Saw* se hace presente y proporciona una explicación para las masas diminutas de los neutrinos, las cuales están asociadas a una escala de alta energía, lo que nos lleva a considerar la existencia de un conjunto hipotético de leptones neutros pesados difíciles de detectar y cuyos efectos suprimen en gran medida las contribuciones a observables del ME. Por ello, en la presente investigación se consideró una variante del Mecanismo *See-Saw*, en la cual a nivel de árbol los neutrinos ligeros carecen de masa, permitiendo que se generen masas de neutrinos ligeros de forma radiativa, esta variante permite valores menores para las masas de neutrinos pesados.

Con lo previamente establecido, se calcularon las contribuciones de neutrinos de Majorana virtuales, tanto ligeros como pesados, al vértice WWZ , a través de diagramas de Feynman a nivel de un lazo, donde hemos considerado al bosón externo Z fuera de capa de masa, contrario a los bosones W , lo cuales se tomaron *on-shell*.

La presencia de neutrinos de Majorana genera un número mayor de diagramas, en comparación con lo que esperaríamos para la descripción de fermiones de Dirac, sin embargo, se demuestra que las contribuciones de tipo de Dirac y de tipo Majorana, son exactamente iguales, lo que simplifica el cálculo analítico. Después de realizar el método de reducción de Passarino-Veltman centramos nuestra atención en contribuciones de los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ , $\Delta\tilde{\kappa}$ y $\Delta\tilde{Q}$, donde los primeros dos preservan simetría CP , mientras que los últimos dos están asociados a la violación de simetría CP .

Encontramos que estos factores de forma son libres de divergencias ultravioletas, más aún, al implementar adecuadamente identidades de Schouten, se demuestra que $\Delta\tilde{Q}$ se cancela exactamente, mientras que $\Delta\tilde{\kappa} \neq 0$. Con el fin de simplificar el cálculo numérico, se consideró espectros degenerados de masas de neutrinos ligeros y pesados, así como una textura matricial simple para X descrita por la Ec. (4.23), lo que permitió que nuestras expresiones analíticas dependan únicamente de tres parámetros, la masa de los neutrinos pesados m_N , la energía del centro de masa de la colisión \sqrt{s} y el parámetro $\hat{\rho}$.

Basándonos en trabajos previos sobre el tema, para nuestras estimaciones, consideramos los valores $\hat{\rho} = 0.58, 0.65$, tales elecciones requieren un valor mínimo para la masa de los neutrinos pesados, establecido según el CMS a 850 GeV.

Nuestras estimaciones fueron comparadas con la sensibilidad esperada del ILC. En este contexto, encontramos que nuestras estimaciones a ΔQ , del orden de 10^{-5} , se encuentran por debajo de la

sensibilidad esperada del ILC, mientras que, nuestras estimaciones para $\Delta\kappa$ se encontraron del orden de 10^{-3} , la cual podría estar dentro de la sensibilidad experimental esperada del ILC a una energía de centro de masa de 800 GeV, en un rango de masas de $850 \text{ GeV} \lesssim m_N \leq 1500 \text{ GeV}$, por lo que podría ser un indicio de nueva física.

Finalmente, nuestras estimaciones a $\Delta\tilde{\kappa}$ se encontraron del orden de 10^{-3} , la cual se encuentra un orden de magnitud abajo de la sensibilidad esperada del ILC[93]. Notemos que estos efectos se obtuvieron a nivel de un lazo, contrario a lo que sucede en el ME, ya que efectos de violación de simetría CP se hacen presentes hasta nivel de tres lazos[53, 54].

Apéndice A

Reglas de Feynman

De las Ecs. (2.23) y (2.51) se deducen las siguientes reglas de Feynman

$$\begin{array}{c}
 \bar{l}_\alpha \\
 \nearrow \\
 W_\mu^- \text{---} \text{---} \text{---} \\
 \searrow \\
 \nu_j
 \end{array}
 = \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L \mathcal{B}_{\alpha\nu_j} \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{array}{c}
 \bar{l}_\alpha \\
 \nearrow \\
 W_\mu^- \text{---} \text{---} \text{---} \\
 \searrow \\
 N_j
 \end{array}
 = \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L \mathcal{B}_{\alpha N_j} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{array}{c}
 l_\alpha \\
 \nearrow \\
 W_\mu^+ \text{---} \text{---} \text{---} \\
 \searrow \\
 \bar{\nu}_j
 \end{array}
 = \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L \mathcal{B}_{\alpha\nu_j}^* \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{array}{c}
 l_\alpha \\
 \nearrow \\
 W_\mu^+ \text{---} \text{---} \text{---} \\
 \searrow \\
 \bar{N}_j
 \end{array}
 = \frac{ig}{\sqrt{2}} \gamma_\mu P_L \mathcal{B}_{\alpha N_j}^* \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{array}{c}
 \bar{\nu}_l \\
 \nearrow \\
 Z_\mu \text{---} \text{---} \text{---} \\
 \searrow \\
 \nu_j
 \end{array}
 = \frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\mu [i \text{Im}(\mathcal{C}_{\nu_l \nu_j}) - \gamma_5 \text{Re}(\mathcal{C}_{\nu_l \nu_j})] \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{array}{c} \overline{N}_l \\ | \\ Z_\mu \text{ wavy line} \\ | \\ N_j \end{array} = \frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\mu [i \operatorname{Im}(\mathcal{C}_{N_l N_j}) - \gamma_5 \operatorname{Re}(\mathcal{C}_{N_l N_j})] \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{array}{c} \overline{\nu}_l \\ | \\ Z_\mu \text{ wavy line} \\ | \\ N_j \end{array} = \frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\mu [i \operatorname{Im}(\mathcal{C}_{\nu_l N_j}) - \gamma_5 \operatorname{Re}(\mathcal{C}_{\nu_l N_j})] \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{array}{c} \overline{N}_l \\ | \\ Z_\mu \text{ wavy line} \\ | \\ \nu_j \end{array} = \frac{ig}{4 \cos \theta_W} \gamma_\mu [i \operatorname{Im}(\mathcal{C}_{N_l \nu_j}) - \gamma_5 \operatorname{Re}(\mathcal{C}_{N_l \nu_j})] \quad (\text{A.8})$$

Apéndice B

Coeficientes $\Delta\zeta^{(a)}$

Este Apéndice está dedicado a mostrar las expresiones explícitas de los coeficientes $\Delta\zeta^{(a)}$, que de acuerdo a las Ecs. (4.29) y (4.30), determinan a los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ , los cuales preservan simetría CP . Hemos considerado espectros degenerados de masas de neutrinos ligeros y pesados, es decir, $m_{\nu_j} = m_\nu$ y $m_{N_j} = m_N$ con $j = 1, 2, 3$. En este contexto, etiquetamos genéricamente neutrinos ligeros y pesados con el único índice n , lo que significa que $m_n = m_\nu = m_N$. Más aún, los factores $\Delta\zeta^{(2)}$ y $\Delta\zeta^{(3)}$ para cualquier sabor de leptón fijo α , se puede dividir en tres términos importantes: $\Delta\zeta_{\alpha\nu\nu}^{(a)}$, $\Delta\zeta_{\alpha\nu N}^{(a)}$, y $\Delta\zeta_{\alpha NN}^{(a)}$. Con esto en mente, puede probarse que $\Delta\zeta_{\alpha\nu\nu}^{(a)}$ y $\Delta\zeta_{\alpha NN}^{(a)}$ comparten la misma estructura, y sólo difieren en su dependencia de la masa de los neutrinos, que viene dada por m_ν o m_N . Por otro lado, los factores $\Delta\zeta_{\alpha\nu N}^{(a)}$ tienen una estructura más general, y por lo tanto, tienen expresiones explícitas muy grandes, por lo que optamos por no mostrarlas. En su lugar, consideramos más razonable mostrar únicamente las definiciones de $\Delta\zeta_{\alpha nn}^{(a)}$. Estas expresiones involucran la función escalar de Passarino-Veltman C_0 , definida en la Ec. (4.16), así como la función DiscB[71], definida como

$$\Lambda(p^2, m_0^2, m_1^2) = \frac{\sqrt{\lambda(p^2, m_0^2, m_1^2)}}{p^2} \log\left(\frac{2m_0m_1}{-p^2 + m_0^2 + m_1^2 - \sqrt{\lambda(p^2, m_0^2, m_1^2)}} + i\epsilon\right), \quad (\text{B.1})$$

donde $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2$, es la función de Källén. También, usamos la siguiente notación,

$$\Lambda_1^{(A,B)} = \Lambda(m_W^2, m_A^2, m_B^2), \quad (\text{B.2})$$

$$\Lambda_2^{(A)} = \Lambda(s, m_A^2, m_A^2), \quad (\text{B.3})$$

$$C_0^{(A,B,C)} = C_0(m_W^2, m_W^2, s, m_A^2, m_B^2, m_C^2). \quad (\text{B.4})$$

Los factores $\Delta\zeta^{(a)}$, se pueden escribir como

$$\Delta\kappa_{\alpha n}^{(1)} = \frac{g^2}{D^{(1)}} \left(\eta_{1,\alpha n}^{(1)} + \eta_{2,\alpha n}^{(1)} \log\left(\frac{m_\alpha^2}{m_n^2}\right) + \eta_{3,\alpha n}^{(1)} \Lambda_1^{(\alpha,n)} + \eta_{4,\alpha n}^{(1)} \Lambda_2^{(\alpha)} + \eta_{5,\alpha n}^{(1)} C_0^{(\alpha,n,\alpha)} \right), \quad (\text{B.5})$$

$$\Delta\kappa_{\alpha nn}^{(2)} = \frac{g^2}{D^{(2)}} \left(\eta_{1,\alpha n}^{(2)} + \eta_{2,\alpha n}^{(2)} \log\left(\frac{m_\alpha^2}{m_n^2}\right) + \eta_{3,\alpha n}^{(2)} \Lambda_1^{(\alpha,n)} + \eta_{4,\alpha n}^{(2)} \Lambda_2^{(n)} + \eta_{5,\alpha n}^{(2)} C_0^{(n,\alpha,n)} \right), \quad (\text{B.6})$$

$$\Delta\kappa_{\alpha nn}^{(3)} = \frac{g^2}{D^{(3)}} \left(\eta_{1,\alpha n}^{(3)} \log\left(\frac{m_\alpha^2}{m_n^2}\right) + \eta_{2,\alpha n}^{(3)} \Lambda_1^{(\alpha,n)} + \eta_{3,\alpha n}^{(3)} \Lambda_2^{(n)} + \eta_{4,\alpha n}^{(3)} C_0^{(n,\alpha,n)} \right), \quad (\text{B.7})$$

$$\Delta Q_{\alpha n}^{(1)} = \frac{g^2}{\bar{D}^{(1)}} \left(\sigma_{1,\alpha n}^{(1)} + \sigma_{2,\alpha n}^{(1)} \log \left(\frac{m_\alpha^2}{m_n^2} \right) + \sigma_{3,\alpha n}^{(1)} \Lambda_1^{(\alpha,n)} + \sigma_{4,\alpha n}^{(1)} \Lambda_2^{(\alpha)} + \sigma_{5,\alpha n}^{(1)} C_0^{(\alpha,n,\alpha)} \right), \quad (\text{B.8})$$

$$\Delta Q_{\alpha n}^{(2)} = \frac{g^2}{\bar{D}^{(2)}} \left(\sigma_{1,\alpha n}^{(2)} + \sigma_{2,\alpha n}^{(2)} \log \left(\frac{m_\alpha^2}{m_n^2} \right) + \sigma_{3,\alpha n}^{(2)} \Lambda_1^{(\alpha,n)} + \sigma_{4,\alpha n}^{(2)} \Lambda_2^{(n)} + \sigma_{5,\alpha n}^{(2)} C_0^{(n,\alpha,n)} \right), \quad (\text{B.9})$$

donde

$$D^{(1)} = 3(8\pi c_W)^2 (4m_W^2 - s)^3, \quad (\text{B.10})$$

$$D^{(2)} = 3(16\pi s m_W c_W)^2 (4m_W^2 - s)^3, \quad (\text{B.11})$$

$$D^{(3)} = (16\pi m_W c_W)^2 (4m_W^2 - s)s, \quad (\text{B.12})$$

$$\bar{D}^{(1)} = \frac{3(4\pi c_W)^2 (4m_W^2 - s)^3 s}{2s_W^2 - 1}, \quad (\text{B.13})$$

$$\bar{D}^{(2)} = 3(8\pi c_W)^2 (s(4m_W^2 - s))^3. \quad (\text{B.14})$$

Además, los coeficientes $\eta^{(a)}$ y $\sigma^{(a)}$, los cuales definen a los factores $\Delta\zeta^{(a)}$, tienen las siguientes expresiones

$$\eta_{1,\alpha n}^{(1)} = \frac{2}{m_W^2} (2s_W^2 - 1) (4m_W^2 - s) \left(8m_W^6 + 3sm_W^4 + 10sm_n^2 m_W^2 + (24m_W^2 - s) m_\alpha^4 - 2((24m_W^2 - s) m_n^2 + m_W^2 (16m_W^2 + s)) m_\alpha^2 + m_n^4 (24m_W^2 - s) \right), \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned} \eta_{2,\alpha n}^{(1)} = & -\frac{1}{m_W^4} \left((2s_W^2 - 1) (144m_W^4 - 10sm_W^2 + s^2) m_\alpha^6 + (6m_W^2 (-8(8s_W^2 - 5) m_W^4 \right. \\ & \left. + s(5 - 18s_W^2) m_W^2 + s^2 s_W^2) - 3(2s_W^2 - 1) m_n^2 (144m_W^4 - 10sm_W^2 + s^2)) m_\alpha^4 \right. \\ & \left. + 3(32(s_W^2 - 1) m_W^8 + 2s(30s_W^2 - 11) m_W^6 - 2s^2 s_W^2 m_W^4 + (2s_W^2 - 1) m_n^4 (144m_W^4 - 10sm_W^2 + s^2) \right. \\ & \left. + m_n^2 (16(8s_W^2 - 5) m_W^6 + 4s(22s_W^2 - 9) m_W^4 - s^2 m_W^2)) m_\alpha^2 - (2s_W^2 - 1) ((144m_W^4 - 10sm_W^2 + s^2) m_n^6 \right. \\ & \left. + 3sm_W^2 (26m_W^2 + s) m_n^4 + 3(16m_W^8 + 6sm_W^6 + 5s^2 m_W^4) m_n^2 + sm_W^6 (26m_W^2 + s)) \right), \quad (\text{B.16}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{3,\alpha n}^{(1)} = & -\frac{2}{m_W^2} \left(-(2s_W^2 - 1) (144m_W^4 - 10sm_W^2 + s^2) m_\alpha^4 + (96(s_W^2 - 1) m_W^6 + 8s(16s_W^2 - 5) m_W^4 \right. \\ & \left. + s^2(1 - 8s_W^2) m_W^2 + 2(2s_W^2 - 1) m_n^2 (144m_W^4 - 10sm_W^2 + s^2)) m_\alpha^2 - (2s_W^2 - 1) ((144m_W^4 - 10sm_W^2 + s^2) m_n^4 \right. \\ & \left. + 4m_W^2 (12m_W^4 + 8sm_W^2 + s^2) m_n^2 + sm_W^4 (26m_W^2 + s)) \right), \quad (\text{B.17}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \eta_{4,\alpha n}^{(1)} = & -2 \left(6(2s_W^2 - 1) (8m_W^2 + 3s) m_\alpha^4 + (32(s_W^2 + 1) m_W^4 + 4s(13 - 38s_W^2) m_W^2 + 6s^2 s_W^2 \right. \\ & \left. - 12(2s_W^2 - 1) m_n^2 (8m_W^2 + 3s)) m_\alpha^2 + (2s_W^2 - 1) (6(8m_W^2 + 3s) m_n^4 \right. \\ & \left. + 3(16m_W^4 + 4sm_W^2 + 3s^2) m_n^2 + sm_W^2 (26m_W^2 + s)) \right), \quad (\text{B.18}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{5,\alpha n}^{(1)} = & 6 \left(2 (2s_W^2 - 1) (8m_W^2 + 3s) m_\alpha^6 + (16m_W^4 + s (22 - 60s_W^2)) m_W^2 + s^2 \right. \\
 & - 6 (2s_W^2 - 1) m_n^2 (8m_W^2 + 3s) m_\alpha^4 + (-32s_W^2 m_W^6 + 2s (26s_W^2 - 9) m_W^4 + s^2 (4s_W^2 - 3) m_W^2 \\
 & + 6 (2s_W^2 - 1) m_n^4 (8m_W^2 + 3s) + m_n^2 (-16m_W^4 + 4s (18s_W^2 - 7) m_W^2 + s^2 (12s_W^2 - 7)) m_\alpha^2 \\
 & \left. - (2s_W^2 - 1) (2 (8m_W^2 + 3s) m_n^6 + 6s (m_W^2 + s) m_n^4 + (-16m_W^6 + 18sm_W^4 + s^3) m_n^2 \right. \\
 & \left. + 2sm_W^4 (m_W^2 + s) \right), \quad (\text{B.19})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{1,\alpha n}^{(2)} = & 8s^2 (4m_W^2 - s) (m_\alpha^4 (24m_W^2 - s) + 2m_\alpha^2 (m_n^2 (s - 24m_W^2) + 5m_W^2 s) \\
 & + (m_n^2 - m_W^2) (m_n^2 (24m_W^2 - s) - 8m_W^4 - 3m_W^2 s)), \quad (\text{B.20})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{2,\alpha n}^{(2)} = & -\frac{2}{m_W^2} \left(2s^2 (m_\alpha^6 (144m_W^4 - 10m_W^2 s + s^2) + m_\alpha^4 (3m_W^2 s (26m_W^2 + s) \right. \\
 & - 3m_n^2 (144m_W^4 - 10m_W^2 s + s^2)) + 3m_\alpha^2 (m_n^4 (144m_W^4 - 10m_W^2 s + s^2) - m_n^2 m_W^2 (80m_W^4 + 36m_W^2 s + s^2) \\
 & + 16m_W^8 + 6m_W^6 s + 5m_W^4 s^2) - m_n^6 (144m_W^4 - 10m_W^2 s + s^2) + 30m_n^4 m_W^4 (8m_W^2 + s) \\
 & \left. - 6m_n^2 (16m_W^8 + 11m_W^6 s) + m_W^6 s (26m_W^2 + s) \right), \quad (\text{B.21})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{3,\alpha n}^{(2)} = & 8s^2 \left(m_\alpha^4 (144m_W^4 - 10m_W^2 s + s^2) + m_\alpha^2 (4m_W^2 (12m_W^4 + 8m_W^2 s + s^2) \right. \\
 & - 2m_n^2 (144m_W^4 - 10m_W^2 s + s^2)) + m_n^4 (144m_W^4 - 10m_W^2 s + s^2) + m_n^2 (-96m_W^6 - 40m_W^4 s + m_W^2 s^2) \\
 & \left. + m_W^4 s (26m_W^2 + s) \right), \quad (\text{B.22})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{4,\alpha n}^{(2)} = & -8m_W^2 s^2 \left(6m_\alpha^4 (8m_W^2 + 3s) + m_\alpha^2 (-12m_n^2 (8m_W^2 + 3s) + 48m_W^4 + 12m_W^2 s + 9s^2) \right. \\
 & \left. + 6m_n^4 (8m_W^2 + 3s) - 4m_n^2 (8m_W^4 + 13m_W^2 s) + m_W^2 s (26m_W^2 + s) \right), \quad (\text{B.23})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \eta_{5,\alpha n}^{(2)} = & -24m_W^2 s^2 \left(2m_\alpha^6 (8m_W^2 + 3s) - 6m_\alpha^4 (m_n^2 (8m_W^2 + 3s) - s (m_W^2 + s)) \right. \\
 & + m_\alpha^2 (6m_n^4 (8m_W^2 + 3s) - m_n^2 (16m_W^4 + 28m_W^2 s + 7s^2) - 16m_W^6 + 18m_W^4 s + s^3) \\
 & \left. - (m_n^2 - m_W^2) (2m_n^4 (8m_W^2 + 3s) - m_n^2 s (16m_W^2 + s) + 2m_W^2 s (m_W^2 + s)) \right), \quad (\text{B.24})
 \end{aligned}$$

$$\eta_{1,\alpha n}^{(3)} = 4m_n^2 s (m_\alpha^2 - m_n^2 + m_W^2), \quad (\text{B.25})$$

$$\eta_{2,\alpha n}^{(3)} = -8m_n^2 m_W^2 s, \quad (\text{B.26})$$

$$\eta_{3,\alpha n}^{(3)} = 8m_n^2 m_W^2 s, \quad (\text{B.27})$$

$$\eta_{4,\alpha n}^{(3)} = 8m_n^2 m_W^2 s (m_\alpha^2 - m_n^2 + m_W^2), \quad (\text{B.28})$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{1,\alpha n}^{(1)} = & (4m_W^2 - s) \left(2 (6m_W^2 + s) m_\alpha^4 - 4 ((6m_W^2 + s) m_n^2 + 2m_W^2 (m_W^2 + s)) m_\alpha^2 \right. \\
 & \left. + s^2 m_W^2 + 12 (m_W^3 - m_n^2 m_W) ^2 + 2s (m_n^4 + 8m_W^2 m_n^2 - m_W^4) \right) \quad (\text{B.29})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2,\alpha n}^{(1)} = & \frac{1}{m_W^2} \left((2m_W^6 - 3(m_\alpha^2 - 5m_n^2)m_W^4 + 6m_n^2(m_n - m_\alpha)(m_n + m_\alpha)m_W^2 + (m_\alpha^2 - m_n^2)^3)s^2 \right. \\ & + 2m_W^2(5m_W^6 - 6(2m_n^2 + 3m_\alpha^2)m_W^4 + 3(5m_n^4 - 12m_\alpha^2m_n^2 + 7m_\alpha^4)m_W^2 - 8(m_\alpha^2 - m_n^2)^3)s \\ & \left. - 12m_W^4((m_W - m_\alpha)^2 - m_n^2)((m_W + m_\alpha)^2 - m_n^2)(-m_n^2 + m_W^2 + m_\alpha^2) \right), \quad (\text{B.30}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{3,\alpha n}^{(1)} = & \left(24((m_\alpha^2 - m_n^2)^2 - m_W^4)m_W^4 + 4s(5m_W^4 + (5m_n^2 - 13m_\alpha^2)m_W^2 \right. \\ & \left. + 8(m_\alpha^2 - m_n^2)^2)m_W^2 - 2s^2(-2m_W^4 + (m_\alpha^2 - 5m_n^2)m_W^2 + (m_\alpha^2 - m_n^2)^2) \right), \quad (\text{B.31}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{4,\alpha n}^{(1)} = & 2m_W^2 \left(6(2m_W^2 - 3s)m_\alpha^4 + (-8m_W^4 + 20sm_W^2 + 3s^2 + m_n^2(36s - 24m_W^2))m_\alpha^2 \right. \\ & \left. + 12(m_W^3 - m_n^2m_W)^2 - s^2(9m_n^2 + 2m_W^2) - 2s(9m_n^4 - 6m_W^2m_n^2 + 5m_W^4) \right), \quad (\text{B.32}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{5,\alpha n}^{(1)} = & -6m_W^2 \left((4m_W^2 - 6s)m_\alpha^6 + 2(-2m_W^4 + 4sm_W^2 + s^2 + m_n^2(9s - 6m_W^2))m_\alpha^4 \right. \\ & + 2(-2m_W^6 + sm_W^4 - 2s^2m_W^2 + m_n^4(6m_W^2 - 9s) + m_n^2(-4m_W^4 + 2sm_W^2 - 4s^2))m_\alpha^2 \\ & \left. + 4m_W^2(m_W^2 - m_n^2)^3 + s^3m_n^2 + 2s^2(3m_n^4 - m_W^2m_n^2 + m_W^4) + 2s(3m_n^6 - 6m_W^2m_n^4 + 5m_W^4m_n^2 - 2m_W^6) \right), \quad (\text{B.33}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{1,\alpha n}^{(2)} = & -4s^2(4m_W^2 - s) \left(2m_\alpha^4(6m_W^2 + s) - 4m_\alpha^2(m_n^2(6m_W^2 + s) + 6m_W^4 - 4m_W^2s) \right. \\ & \left. + 2m_n^4(6m_W^2 + s) - 8m_n^2m_W^2(m_W^2 + s) + m_W^2(12m_W^4 - 2m_W^2s + s^2) \right), \quad (\text{B.34}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2,\alpha n}^{(2)} = & -\frac{4s^2}{m_W^2} \left(m_\alpha^6(-12m_W^4 - 16m_W^2s + s^2) + m_\alpha^4(m_n^2(36m_W^4 + 48m_W^2s - 3s^2) + 6m_W^2(6m_W^4 - 5m_W^2s - s^2)) \right. \\ & - 3m_\alpha^2(m_n^4(12m_W^4 + 16m_W^2s - s^2) + m_n^2(8m_W^6 - 24m_W^4s - 2m_W^2s^2) + 12m_W^8 - 8m_W^6s + 5m_W^4s^2) \\ & \left. + (m_n^2 - m_W^2)^2(m_n^2(12m_W^4 + 16m_W^2s - s^2) + 2m_W^2(6m_W^4 - 5m_W^2s - s^2)) \right), \quad (\text{B.35}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{3,\alpha n}^{(2)} = & 8s^2 \left(m_\alpha^4(-12m_W^4 - 16m_W^2s + s^2) + m_\alpha^2(m_n^2(24m_W^4 + 32m_W^2s - 2s^2) - 5m_W^2s(2m_W^2 + s)) \right. \\ & \left. - (m_n^2 - m_W^2)(m_n^2(12m_W^4 + 16m_W^2s - s^2) + 2m_W^2(6m_W^4 - 5m_W^2s - s^2)) \right), \quad (\text{B.36}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{4,\alpha n}^{(2)} = & -8m_W^2s^2 \left(6m_\alpha^4(2m_W^2 - 3s) - 3m_\alpha^2(4m_n^2(2m_W^2 - 3s) + 8m_W^4 - 4m_W^2s + 3s^2) + 6m_n^4(2m_W^2 - 3s) \right. \\ & \left. + m_n^2(-8m_W^4 + 20m_W^2s + 3s^2) + 2m_W^2(6m_W^4 - 5m_W^2s - s^2) \right), \quad (\text{B.37}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{5,\alpha n}^{(2)} = & 24m_W^2s^2 \left(m_\alpha^6(6s - 4m_W^2) + 6m_\alpha^4(m_n^2(2m_W^2 - 3s) + 2m_W^4 - 2m_W^2s + s^2) \right. \\ & + m_\alpha^2(-6m_n^4(2m_W^2 - 3s) + m_n^2(-8m_W^4 + 4m_W^2s - 8s^2) - 12m_W^6 + 10m_W^4s - 2m_W^2s^2 + s^3) \\ & \left. + 2(m_n^2 - m_W^2)^2(m_n^2(2m_W^2 - 3s) + 2m_W^4 - 2m_W^2s + s^2) \right). \quad (\text{B.38}) \end{aligned}$$

Bibliografía

- [1] K. Hagiwara, R.D. Peccei, D. Zeppenfeld, and K. Hikasa. Probing the weak boson sector in $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. *Nucl. Phys. B*, **282**:253, (1987).
- [2] E. N. Argyres, G. Katsilieris, A.B. Lahanas, Costas G. Papadopoulos, and Vassilis C. Spanos. One-loop corrections to three-vector-boson vertices in the Standard Model. *Nucl. Phys.*, **391**:23, (1993).
- [3] S. Bilenky. Neutrino in Cosmology. *Phys. Part. Nucl.*, **52**:337, (2021).
- [4] A. D. Dolgov. Neutrinos in Cosmology. *Phys. Rep.*, **370**:333, (2002).
- [5] J. Lesgourgues and S. Pastor. Massive neutrinos and Cosmology. *Phys. Rep.*, 429:307, (2006).
- [6] T. Chiarusi and M. Spurio. High-Energy Astrophysics with Neutrino Telescopes. *Eur. Phys. J. C*, **65**:649, (2010).
- [7] K. Fang, B. Metzger, I. Vurm, E. Aydi and L. Chomiuk. High-energy Neutrinos and Gamma Rays from Nonrelativistic Shock-powered Transients. *The Astrophysical Journal*, **904**:4, (2020).
- [8] F. Halzen. High-Energy Neutrino Astrophysics. *Nature Phys.*, **13**:232, (2016).
- [9] L. M. Brown. The idea of the neutrino. *Phys. Today*, **31**:27, (1978).
- [10] F. Reines and C. L. Cowan. The Neutrino. *Nature*, **178**:446, (1956).
- [11] F. Reines and C. L. Cowan. Detection of the Free Neutrino. *Science*, **124**:13, (1956).
- [12] Y. Fukuda, *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration). Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, **81**:1562, (1998).
- [13] Q. R. Ahmad, *et al.* (SNO Collaboration). Direct Evidence for Neutrino Flavor Transformation from Neutral-Current Interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, **89**:011301, (2002).
- [14] A. M. Dirac. The quantum theory. *Proc. R. Soc. A*, **117**:610, (1928).
- [15] E. Majorana. Teoria simmetrica dell'elettrone e del positrone. *Il Nuovo Cimento*, **14**:171, (1937).
- [16] S. M. Bilenky. Neutrinos: Majorana or Dirac? *Universe*, **6**:134, (2020).
- [17] P. B. Pal. Dirac, Majorana and Weyl fermions. *American Journal of Physics*, **79**:485, (2011).
- [18] R. N. Mohapatra and G. Senjanović. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation. *Phys. Rev. Lett.*, **44**:912, (1980).

- [19] R. N. Mohapatra and G. Senjanović. Neutrino masses and mixings in gauge models with spontaneous parity violation. *Phys. Rev. D*, **23**:165, (1981).
- [20] S. Weinberg. Baryon and Lepton Nonconserving Processes. *Phys. Rev. Lett.*, **43**:1566, (1979).
- [21] E. Martinez, J. Montaño-Domínguez, H. Novales-Sánchez, and M. Salinas. New physics in $WW\gamma$ at one loop via Majorana neutrinos. *Phys. Rev. D*, **107**:035025, (2023).
- [22] H. Novales-Sánchez and M. Salinas. Majorana neutrinos in the triple gauge boson coupling ZZZ^* . *Phys. Rev. D*, **108**:075032, (2023).
- [23] A. Pilaftsis. Radiatively induced neutrino masses and large Higgs-neutrino couplings in the Standard Model with Majorana fields. *Z Phys. C*, **55**:275, (1992).
- [24] S.L. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nucl. Phys.*, **22**:579, (1961).
- [25] A. Salam. Weak and Electromagnetic Interactions. *Conf. Proc. C*, **680519**:367, (1968).
- [26] S. Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, **19**:1264, (1967).
- [27] N. Cabibbo. Unitary symmetry and leptonic decays. *Phys. Rev. Lett.*, **10**:531, (1963).
- [28] M. Kobayashi and T. Maskawa. CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. *Prog. Theor. Phys.*, **49**:652, (1973).
- [29] T. Gershon. Overview of the Cabibbo–Kobayashi–Maskawa matrix[†]. *Pramana*, **79**:1091, (2012).
- [30] C. Giunti and C. W. Kim. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. Oxford University Press, 2007.
- [31] T. Takagi. On an algebraic problem related to an analytic theorem of Carathéodory and Fejér and on an allied theorem of Landau. *Jpn. J. Math.*, **1**:83, (1925).
- [32] M. Aker *et al.* (The Katrin Collaboration). Direct neutrino-mass measurement with sub-electronvolt sensitivity. *Nature Phys.*, **18**:160, (2022).
- [33] J. G. Körner, A. Pilaftsis, and K. Schilcher. Leptonic CP asymmetries in flavor-changing H^0 decays. *Phys. Rev. D*, **47**:1080, (1993).
- [34] P. S. B. Dev and A. Pilaftsis. Minimal radiative neutrino mass mechanism for inverse seesaw models. *Phys. Rev. D*, **86**:113001, (2012).
- [35] G. 't Hooft. Renormalizable Lagrangians for Massive Yang-Mills Fields. *Nucl. Phys. B*, **35**:167, (1971).
- [36] W.A. Bardeen, R. Gastmans, and B. Lautrup. Static quantities in Weinberg's model of weak and electromagnetic interactions. *Nucl. Phys. B*, **46**:319, (1972).
- [37] A. Arhrib, J.L. Kneur, and G. Moultaka. MSSM radiative contributions to the $WW\gamma$ and WWZ form factors. *Phys. Lett. B*, **376**:127, (1996).
- [38] J. Montaño, G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, and F. Ramírez-Zavaleta. $SU_L(3) \times U_X(1)$ -invariant description of the bilepton contribution to the WWW vertex in the minimal 331 model. *Phys. Rev. D*, **72**:055023, (2005).
- [39] F. Pisano and V. Pleitez. $SU(3) \otimes U(1)$ model for electroweak interactions. *Phys. Rev. D*, **46**:410, (1992).

- [40] P. H. Frampton. Chiral Dilepton Model and the Flavor Question. *Phys. Rev. Lett.*, **69**:2889, (1992).
- [41] F. Ramírez-Zavaleta, G. Tavares-Velasco, and J. J. Toscano. Bilepton effects on the WWV^* vertex in the 331 model with right-handed neutrinos via a $SU_L(2) \times U_Y(1)$ covariant quantization scheme. *Phys. Rev. D*, **75**:075008, (2007).
- [42] T. Appelquist, H. -C. Cheng, and B. A. Dobrescu. *Phys. Rev. D*, **64**:035002, (2001).
- [43] A. Flores-Tlalpa, J. Montaña, H. Novales-Sánchez, F. Ramírez-Zavaleta, and J. J. Toscano. One-loop effects of extra dimensions on the $WW\gamma$ and WWZ vertices. *Phys. Rev. D*, **83**:016011, (2011).
- [44] M. A. López-Orsorio, E. Martínez-Pascual, J. Montaña, H. Novales-Sánchez, J. J. Toscano, and E. S. Tututi. Trilinear gauge boson couplings in the standard model with one universal extra dimension. *Phys. Rev. D*, **88**:016010, (2013).
- [45] H. Georgi and M. Machacek. Doubly charged Higgs bosons. *Nucl. Phys. B*, **262**:463, (1985).
- [46] M. A. Arroyo-Ureña, G. Hernández-Tomé, and G. Tavares-Velasco. WWV ($V = \gamma, Z$) vertex in the Georgi-Machacek model. *Phys. Rev. D*, **94**:095006, (2016).
- [47] V.M. Abazov *et al.* (D0 Collaboration). Limits on anomalous trilinear gauge boson couplings from WW , WZ and $W\gamma$ production in pp^- collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV. *Phys. Lett. B*, **718**:451, (2012).
- [48] M. Aaboud *et al.* (ATLAS Collaboration). Measurement of $WW/WZ \rightarrow lvqq'$ production with the hadronically decaying boson reconstructed as one or two jets in pp collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV with ATLAS, and constraints on anomalous gauge couplings. *Eur. Phys. J. C*, **77**:563, (2017).
- [49] A. M. Sirunyan *et al.* (The CMS Collaboration). Search for anomalous couplings in boosted $WW/WZ \rightarrow lvq\bar{q}$ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 8$ TeV. *Phys. Lett. B*, **772**:21, (2017).
- [50] A. M. Sirunyan *et al.* (The CMS Collaboration). Measurement of the $W\gamma$ Production Cross Section in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV and Constraints on Effective Field Theory Coefficients. *Phys. Rev. Lett.*, **126**:252002, (2021).
- [51] U. Baur and D. Zeppenfeld. Probing the $WW\gamma$ vertex at future hadron colliders. *Nucl. Phys. B*, **308**:127, (1988).
- [52] J. Ellison and J. Wudka. Study of trilinear gauge boson couplings at the tevatron collider. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, **48**:33, (1998).
- [53] D. Chang, W. Y. Keung, and J. Liu. The electric dipole moment of the W -boson. *Nucl. Phys. B*, **355**:295, (1991).
- [54] M. Pospelov and I. Khriplovich. Electric dipole moment of the W boson and the electron in the Kobayashi- Maskawa model. *Sov. J. Nucl. Phys.*, **53**:638, (1991).
- [55] W.L. van Neerven and J.A.M. Vermaseren. Large loop integrals. *Phys. Lett. B*, **137**:241, (1984).
- [56] E. Remiddi and L. Tancredi. Schouten identities for Feynman graph amplitudes; The Master Integrals for the two-loop massive sunrise graph. *Nucl. Phys. B*, **880**:343, (2014).

- [57] J. Papavassiliou and K. Philippides. Gauge-invariant three-boson vertices in the Standard Model and the static properties of the W . *Phys. Rev. D*, **48**:4255, (1993).
- [58] J. M. Cornwall. Dynamical mass generation in continuum quantum chromodynamics. *Phys. Rev. D*, **26**:1453, (1982).
- [59] J. M. Cornwall and J. Papavassiliou. Gauge-invariant three-gluon vertex in QCD. *Phys. Rev. D*, **40**:3474, (1989).
- [60] J. Papavassiliou. Gauge-invariant proper self-energies and vertices in gauge theories with broken symmetry. *Phys. Rev. D*, **41**:3179, (1990).
- [61] C. Brogini, C. Giunti, and A. Studenikin. Electromagnetic Properties of Neutrinos. *Adv. High Energy Phys.*, (2012):459526, **2012**.
- [62] A. Denner, H. N. van Eck, O. Hahn, and J. Kublbeck. Feynman rules for fermion-number-violating interactions. *Nucl. Phys. B*, **387**:467, (1992).
- [63] J. Gluza and M. Zraek. Feynman rules for Majorana-neutrino interactions. *Phys. Rev. D*, **45**:1693, (1992).
- [64] G. C. Wick. The Evaluation of the Collision Matrix. *Phys. Rev.*, **80**:268, (1950).
- [65] L. Ferialdi and L. Diósi. General Wick's theorem for bosonic and fermionic operators. *Phys. Rev. A*, **104**:052209, (2021).
- [66] C. G. Bollini and J. J. Giambiagi. Dimensional renormalization: The number of dimensions as a regularizing parameter. *Nuovo Cimento Soc. Ital. Fis.* **12B**, page 20, (1972).
- [67] G. 't Hooft and M. Veltman. Regularization and renormalization of gauge fields. *Nucl. Phys. B*, **44**:189, 1972.
- [68] V. Shtabovenko, R. Mertig, and F. Orellana. FeynCalc 9.3: New features and improvements. *Comput. Phys. Commun.*, **256**:107478, (2020).
- [69] V. Shtabovenko, R. M., and F. Orellana. New developments in FeynCalc 9.0. *Comput. Phys. Commun.*, **207**:432, (2016).
- [70] R. Mertig, M. Bohm, and A. Denner. Feyn Calc—computer-algebraic calculation of Feynman amplitudes. *Comput. Phys. Commun.*, **64**:345, (1991).
- [71] H. H. Patel. Package-X: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals. *Comput. Phys. Commun.*, **197**:276, (2015).
- [72] G. Passarino and M. Veltman. One-loop corrections for $e + e -$ annihilation into $\mu + \mu -$ in the Weinberg model. *Nucl. Phys. B*, **160**:151, (1979).
- [73] G. Devaraj and R. G. Stuart. Reduction of one-loop tensor form factors to scalar integrals: A general scheme. *Nucl. Phys. B*, **519**:483, (1998).
- [74] G. 't Hooft and M. Veltman. Scalar One Loop Integrals. *Nucl. Phys. B*, **153**:365, (1979).
- [75] C.P. Burgess and A. Pilaftsis. Anomalous vector-boson couplings in Majorana neutrino models. *Phys. Lett. B*, **333**:427, (1994).
- [76] R.L. Workman *et al.* (Particle Data Group). Review of Particle Physics. *Prog. Theor. Exp. Phys.*, **2022**:083C01, (2022).

- [77] K. Abe *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration). Solar neutrino measurements in Super-Kamiokande-IV. *Phys. Rev. D*, **94**:052010, (2016).
- [78] K. Abe *et al.* (T2K Collaboration). Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations. *Nature (London)*, **580**:339, (2020).
- [79] P. Adamson *et al.* (MINOS+ Collaboration). Precision Constraints for Three-Flavor Neutrino Oscillations from the Full MINOS and MINOS Dataset. *Phys. Rev. Lett.*, **125**(13):131802, (2020).
- [80] M. A. Acero *et al.* (NOvA Collaboration). First measurement of neutrino oscillation parameters using neutrinos and antineutrinos by NOvA. *Phys. Rev. Lett.*, **123**:151803, (2019).
- [81] M. G. Aartsen *et al.* (IceCube Collaboration) . Measurement of Atmospheric Neutrino Oscillations at 6-56 GeV with IceCube DeepCore. *Phys. Rev. Lett.*, **120**:071801, (2018).
- [82] K. Abe *et al.* (Super-Kamiokande Collaboration). Atmospheric neutrino oscillation analysis with external constraints in Super-Kamiokande I-IV. *Phys. Rev. D*, **97**:072001, (2018).
- [83] H. de Kerret *et al.* (The Double Chooz Collaboration). Double Chooz θ_{13} measurement via total neutron capture detection. *Nature Phys.*, **16**:558, (2019).
- [84] C. D. Shin *et al.* (The Reno Collaboration). Observation of reactor antineutrino disappearance using delayed neutron capture on hydrogen at RENO. *J. High Energy Phys.*, **04**:029, (2020).
- [85] G. Bak *et al.* (RENO Collaboration). Measurement of Reactor Antineutrino Oscillation Amplitude and Frequency at RENO. *Phys. Rev. Lett.*, **121**:201801, (2018).
- [86] D. Adey *et al.* (The Daya Bay Collaboration). Measurement of the Electron Antineutrino Oscillation with 1958 Days of Operation at Daya Bay. *Phys. Rev. Lett.*, **121**:241805, (2018).
- [87] F. P. An *et al.* (Daya Bay Collaboration). New measurement of θ_{13} via neutron capture on hydrogen at Daya Bay. *Phys. Rev. D*, **93**:072011, (2016).
- [88] K. Abe *et al.* (T2K Collaboration) . Observation of Electron Neutrino Appearance in a Muon Neutrino Beam. *Phys. Rev. Lett.*, **112**:061802, (2014).
- [89] S. Alam *et al.* Completed SDSS-IV extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Cosmological implications from two decades of spectroscopic surveys at the Apache Point Observatory. *Phys. Rev. D*, **103**:083533, (2021).
- [90] N. Aghanim *et al.* (Planck Collaboration). Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. *Astron. Astrophysics*, **641**:A6, (2020).
- [91] A. M. Sirunyan *et al.* (CMS Collaboration). Search for heavy neutral leptons in events with three charged leptons in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 13$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, **120**:221801, (2018).
- [92] S. Schael *et al.* (The ALEPH Collaboration); J. Abdallah *et al.* (The DELPHI Collaboration); P. Achard *et al.* (The L3 Collaboration); G. Abbiendi *et al.* (The OPAL Collaboration). Electroweak measurements in electron positron collisions at W -boson-pair energies at LEP. *Phys. Rep.*, **532**:119, (2013).
- [93] H. Baer *et al.* (ILC Collaboration). The International Linear Collider Technical Design Report-Volume 2: Physics. *arXiv:1306.6352*.
- [94] L. Bian, J. Shu, and Y. Zhang. Prospects for triple gauge coupling measurements at future lepton colliders and the 14 TeV LHC. *J. High Energy Phys.*, **09**:209, (2015).

- [95] A. D. Sakharov. Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. *Sov. Phys. Usp.*, **34**:392, (1991).
- [96] M. Kitahara, M. Marui, N. Oshimo, T. Saito, and A. Sugamoto. *CP*-odd Anomalous *W*-boson Couplings from Supersymmetry. *Eur. Phys. J. C*, **4**:661, (1998).
- [97] E. Asakawa, M. Marui, N. Oshimo, T. Saito, and A. Sugamoto. *CP*-odd *WWZ* couplings induced by vector-like quarks. *Eur. Phys. J. C*, **10**:327, (1999).