



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Doctorado en Ciencias (Física Aplicada)

**Neutrinos pesados en física más allá del
Modelo Estándar**

11 de julio del 2024

Tesis presentada para obtener el grado de Doctorado en

Ciencias
(Física Aplicada)

Presenta: Eduardo Martínez Vásquez

Director de tesis: Dr. Héctor Novales Sánchez

Título: Neutrinos pesados en física más allá del Modelo Estándar.

Estudiante: Eduardo Martínez Vásquez.

COMITÉ

Dr. J. Jesús Toscano Chávez
FCFM-BUAP
Presidente

Dr. Mario Rodríguez Cahuantzi
FCFM-BUAP
Secretario

Dr. Enrique Ramírez Flores
FCFM-BUAP
Vocal

Dr. Roberto Cartas Fuentevilla
IFUAP-BUAP
Vocal externo

Dr. Mónica Salinas Ibáñez
CINVESTAV
Vocal externo

Dr. Arturo Fernández Téllez
FCFM-BUAP
Suplente

Dr. Héctor Novales Sánchez
FCFM-BUAP
Asesor

Publicación relacionada con esta tesis:

- Martínez, E., Montaña-Domínguez, J., Novales-Sánchez, H., Salinas, M. (2023). New physics in $WW\gamma$ at one loop via Majorana neutrinos. *Physical Review D*, 107(3), 035025, arXiv:2211.04629 [hep-ph].

A todas las personas que hacen posible la educación gratuita.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	x
Resumen	xi
1. Introducción	1
2. Marco Teórico	5
2.1. Modelo Estándar	5
2.1.1. Los sectores de norma y escalar	7
2.1.2. Los sectores de los Fermiones	13
2.2. Lagrangianas efectivas	23
2.3. El Modelo Estándar con neutrinos de Majorana	25
3. Fenomenología	33
3.1. Fenomenología del vértice $WW\gamma$	33
3.1.1. Contribuciones a un lazo de $WW\gamma$	36
3.1.2. Estimaciones numéricas	41

3.2. Fenomenología del vértice Vff	52
3.2.1. Decaimiento $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma$ en Modelo Estándar con neutrinos de Majorana	54
3.2.2. Estimaciones numéricas	57
4. Conclusiones	61

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1. Convención de momentos en los acoplamientos trilineales de norma $WW\gamma$	34
3.2. Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados a la anomalía de $\Delta\kappa$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$, con $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada).	46
3.3. Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados a la anomalía de ΔQ , en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$, con $\sqrt{Q^2} = 80 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada).	47
3.4. $ \Delta\kappa $ graficado contra $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, en un rango de $0 \text{ GeV} \leq \sqrt{Q^2} \leq 1000 \text{ GeV}$ para el valor de $\hat{\rho} = 0.58$. Las curvas ha sido graficadas para masas de neutrinos pesados $m_N = 400 \text{ GeV}$ (Punteada), $m_N = 900 \text{ GeV}$ (Sólida) y $m_N = 1200 \text{ GeV}$ (Guionado). Las líneas verticales (punteado) representan valores para $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, mientras que las líneas horizontales (Sólida) representan la sensibilidad del ILC: $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ (Línea superior) y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$ (Línea inferior).	49

3.5. $|\Delta\kappa|$ graficado contra $\sqrt{Q^2}$, en un rango de $0 \text{ GeV} \leq \sqrt{Q^2} \leq 1000 \text{ GeV}$ para el valor de $\hat{\rho} = 0.65$. Las curvas ha sido graficadas para masas de neutrinos pesados $m_N = 400 \text{ GeV}$ (Punteado), $m_N = 900 \text{ GeV}$ (Sólida) y $m_N = 1200 \text{ GeV}$ (Guionado). Las líneas verticales (Punteado) representan valores para $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, mientras que las líneas horizontales (Sólida) representan la sensibilidad del ILC: $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ (Línea superior) y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$ (Línea inferior). 50

3.6. Contribuciones de $|\Delta\kappa|$, respecto a la masa de los neutrinos pesados m_{N_h} , en un rango $10 \text{ GeV} \leq m_{N_h} \leq 1500 \text{ GeV}$ en $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$ y $\hat{\rho} = 0.58$. Con la convención $Q = 2q$ 51

3.7. Convención de momentos del vértice Vff 52

3.8. Convención de momentos del decaimiento $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta\gamma$ 54

3.9. Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados al $Br(\ell_\mu \rightarrow \ell_e\gamma)$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada). 59

3.10. Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados al $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_e\gamma)$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada). 59

3.11. Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados al $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_\mu \gamma)$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Pun- teada).	60
--	----

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mi asesor, el Dr. Héctor Novales Sánchez, por su guía invaluable, paciencia y dedicación a lo largo de este proyecto. Su expertise y apoyo han sido fundamentales para mi desarrollo académico y personal. Asimismo, extiendo mi gratitud al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT) por su respaldo financiero y por brindar las oportunidades necesarias para la realización de este trabajo. Sin su ayuda, este logro no hubiera sido posible.

RESUMEN

Los datos experimentales actuales garantizan la presencia de física más allá del Modelo Estándar en el sector de los neutrinos. La descripción física responsable podría manifestarse a través de efectos virtuales en observables de baja energía. La siguiente investigación se divide en dos partes. En primera, se analizó cómo los neutrinos masivos pueden contribuir al acoplamiento triple de norma $WW\gamma$. Esta investigación se centra en el cálculo, estimación y análisis de las contribuciones a un lazo de neutrinos de Majorana a la parametrización $WW\gamma$ covariante de Lorentz. Los cálculos muestran que los efectos CP -odd, desaparecen exactamente, mientras que las contribuciones CP -even, $\Delta\kappa$ y ΔQ , permanecen. De acuerdo a nuestras estimaciones, los efectos de los neutrinos pesados con masas en el rango de cientos de GeV dominan sobre los de los neutrinos ligeros. Esta investigación muestra que las contribuciones de los neutrinos pesados de Majorana a la anomalía $\Delta\kappa$ es del orden $\sim \mathcal{O}(10^{-3})$, un orden de magnitud por debajo de la contribución del Modelo Estándar. Se ha encontrado que el International Linear Collider (ILC) será sensible a los acoplamientos triples de norma asociados con la producción de WW . Estos efectos podrían medirse en colisiones entre electrones y positrones a una energía de centro de masa de 800 GeV, bajo la condición de que las masas de los neutrinos pesados estén entre aproximadamente 300 GeV y menos de 1500 GeV.

Una segunda parte se centró en el cálculo, estimación y análisis de las contribuciones de neutrinos masivos al vértice Vff . Este vértice parametriza los decaimientos con cambio de sabor $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta\gamma$, los cuales no están permitidos en el Modelo Estándar. Nuestras estimaciones muestran que los neutrinos pesados do-

minan sobre los ligeros. En el mejor de los escenarios, dejan los siguientes órdenes de magnitud para los branching ratios: para el decaimiento $Br(\ell_\mu \rightarrow \ell_e \gamma)$ tenemos un orden de $\sim \mathcal{O}(10^{-37})$, para $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_e \gamma)$ un orden de $\sim \mathcal{O}(10^{-38})$, y para $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_\mu \gamma)$ un orden de $\sim \mathcal{O}(10^{-28})$, bajo la condición de que las masas de los neutrinos pesados estén entre aproximadamente 1200 GeV y 1500 GeV. Estos órdenes de magnitud están muy lejos de los límites experimentales reportados en Muon to Electron Conversion Experiment with Gaseous Detectors (MEG), BaBar y Belle.

Palabras clave: Modelo Estándar, Campos de Majorana, Neutrinos pesados y ligeros, Mecanismo seesaw.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el Modelo Estándar¹ [1, 2, 3] sigue siendo la teoría más precisa que tenemos para describir la física fundamental. Aunque la mayoría de los datos experimentales respaldan esta formulación basada en la teoría de campos, se han confirmado fenómenos que van más allá del Modelo Estándar² [4, 5]. Los experimentos han establecido la existencia de nuevas características físicas dentro del sector de los neutrinos. Específicamente, en contraposición al SM, se ha confirmado que los neutrinos tienen masa y se mezclan. Décadas después de que Pauli introdujera el concepto, la primera evidencia de su masa surgió a través de la detección de oscilaciones neutrinos [6]: primero por la Colaboración Kamiokande [7] y luego, confirmada cuatro años después, por el Observatorio de Neutrinos de Sudbury [8]. Antes de este descubrimiento, la falta de evidencia experimental sobre la masa de los neutrinos y la ausencia observada de estados de neutrinos diestros, en consonancia con la descripción de Weyl de fermiones sin masa, llevó a la conclusión de que los neutrinos se consideraran sin masa dentro del marco del SM. El hecho de que estas partículas tengan masa es de gran relevancia en sí mismo y plantea una interesante cuestión física: ¿podría ser que la descripción adecuada de los neutrinos no sea proporcionada por campos de Dirac [9], sino más bien por campos de Majorana [10],

¹De forma habitual, el Modelo Estándar se abrevia por su acrónimo en inglés *Standard Model* (SM).

²Más allá del Modelo Estándar se abrevia por su acrónimo en inglés *Beyond the Standard Model* (BSM).

donde los neutrinos, ν , y sus conjugados de carga, ν^c , sean equivalentes? Esta pregunta sigue abierta y su respuesta podría venir de la elusiva desintegración beta doble sin neutrinos, cuya observación sería una sólida evidencia a favor de los neutrinos de Majorana, ya que este proceso físico está prohibido si los neutrinos son de tipo Dirac. Hasta la fecha, no se ha encontrado evidencia experimental que lo respalde, a pesar de los esfuerzos de varias colaboraciones experimentales [11, 12, 13, 14]. A diferencia del caso del campo de Dirac, que ofrece una descripción adecuada de los fermiones en el SM, los términos de masa de Majorana no conservan el número leptónico, sino que lo violan en dos unidades. Este contexto permite la aparición del operador de Weinberg [15], un término de Lagrangiano efectivo de dimensión de masa 5, construido únicamente con campos del SM y compatible con un universo en el que el mecanismo seesaw es responsable de la generación y definición de las masas de neutrinos. Si resulta que los neutrinos conocidos obtienen sus masas mediante un mecanismo seesaw, entonces deben existir neutrinos pesados, cuyas masas son proporcionales a alguna escala de alta energía asociada a la ruptura espontánea de la simetría.

El marco teórico de esta investigación se ha establecido en la Ref. [16], donde el SM se extiende con cierto grado de generalidad. Esta extensión incluye términos de masa de Dirac, generados como resultado de la ruptura de la simetría electrodébil del SM, y términos de masa de Majorana, que presumiblemente se originan a partir de una descripción fundamental de la naturaleza en la que ocurre una ruptura espontánea de la simetría a alguna escala de alta energía, Λ . En este contexto, se satisfacen las condiciones necesarias para que opere un mecanismo seesaw tipo 1, que define las masas de neutrinos a nivel árbol. Las masas de neutrinos ligeros, siendo tan pequeñas como $m_\nu < 0.8 \text{ eV}$ [17], requieren una gran supresión proporcionada por la escala de energía Λ , que caracteriza la formulación fundamental. Una escala de energía tan grande aumenta enormemente los valores de las masas de neutrinos pesados y aleja sus efectos de la sensibilidad experimental. El autor de la Ref. [16] evitó este problema imponiendo una condición destinada a la eliminación de las ma-

sas de neutrinos ligeros a nivel árbol. A su vez estas masas se generaron a través de correcciones radiativas, lo que permite que las masas de neutrinos pesados sean más pequeñas y, en consecuencia, mejora las expectativas con respecto al tamaño de los efectos de la nueva física. Los efectos de la nueva física BSM de neutrinos pesados virtuales en observables del SM pueden estar dentro del alcance de la sensibilidad experimental actual, lo que motiva el presente trabajo.

En una primera parte, se calculó, estimó y analizó las contribuciones de los neutrinos masivos de Majorana, tanto ligeros como pesados, al vértice $WW\gamma$ a nivel de un lazo. La parametrización general del vértice fue formulada en el año 1972 [18], a partir de la cual se exploraron mecanismos de producción de bosones W en colisionadores lineales [19, 20], a partir de colisiones pp [28], en el contexto del Modelo Estándar Electro débil³. Desde entonces, se han considerado extensiones del SM para estimar sus contribuciones a nivel de un lazo a $WW\gamma$. Calculamos las contribuciones de nueva física asumiendo que ambos bosones W externos están en capa de masa, pero manteniendo el fotón externo fuera de capa de masa. A partir de los factores de forma que constituyen la parametrización $WW\gamma$, que proporcionan las definiciones de las propiedades electromagnéticas del bosón W , tanto CP -even como CP -odd, identificamos las contribuciones correspondientes generadas por el mencionado modelo de neutrinos de Majorana. Sin embargo, ocurre una cancelación exacta de las contribuciones CP -odd, dejando solo efectos CP -even. Apuntando hacia una estimación del impacto de la nueva física, consideramos espectros de masas de neutrinos pesados cuasi degenerados, lo cual es requerido por este modelo [16]. Nuestros cálculos y estimaciones muestran que los efectos de los neutrinos pesados virtuales son dominantes sobre las contribuciones de sus contrapartes ligeras, en aproximadamente un orden de magnitud. En escenarios optimistas, en los que las masas de neutrinos pesados se encuentran entre aproximadamente 300 GeV y aproximadamente 1500 GeV, los efectos de los neutrinos pesados virtuales se encuentran menores que las contribuciones del SM, aproximadamente en un orden de magnitud. Además, nues-

³Modelo Estándar Electro débil se abrevia por su acronimo en inglés *Electroweak Standard Model* (EWSM) .

tro análisis sugiere que las contribuciones de la nueva física podrían estar dentro del alcance de la sensibilidad del International Linear Collider (ILC), con la expectativa de establecer límites tan estrictos como $O(10^{-4})$ en los acoplamientos anómalos CP -even del vértice $WW\gamma$, a partir del proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, a una energía de centro de masa (CME) de 800 GeV.

En una segunda parte, desde la parametrización del vértice Vff [21], que define a los momentos electromagnéticos, se siguió el mismo enfoque, asumiendo a ambos leptones cargados y el fotón externo en capa de masa. Identificamos que las contribuciones son idénticamente cero, para el factor de forma de carga V_f^γ y axial A_f^γ . Las contribuciones a los factores de forma magnético a_f^γ y eléctrico d_f^γ son finitos ultra violeta. A partir de esta parametrización, encontramos que las contribuciones de los neutrinos virtuales tanto ligeros como pesados a los branching ratios $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta\gamma$, se encuentran bastante suprimidos de acuerdo a nuestras estimaciones, las cuales distan de las cotas reportados por los experimentos [22].

La estructura de este trabajo es la siguiente: en el capítulo 2, presentamos un breve resumen sobre el marco teórico del presente trabajo. En el capítulo 3, discutimos la fenomenología del vértice $WW\gamma$ y los factores de forma electromagnéticos del vértice Vff , así como las estimaciones numéricas utilizadas. Por último, en el capítulo 4, presentamos nuestras conclusiones.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 MODELO ESTÁNDAR

Las observaciones experimentales de los fenómenos físicos que ocurren en la naturaleza nos han llevado a concluir que existen, al menos, cuatro interacciones fundamentales diferentes que ocurren entre los elementos que constituyen a la materia. Dichas interacciones son *el electromagnetismo, la interacción débil, la interacción fuerte y la gravedad*. El SM de las interacciones fundamentales [3, 1, 2] es actualmente la mejor descripción de la naturaleza con la que contamos. Esta formulación, que comprende la descripción de las interacciones electromagnética débil y fuerte, goza de sustento experimental [23], de acuerdo con las mediciones proporcionadas por los dispositivos más avanzados con los que se cuenta en la actualidad, además de tener una estructura matemática elegante, basada en el principio de simetría. Sin embargo, merece mencionar que el SM no es la teoría más fundamental y última en el sentido de que se conocen fenómenos físicos que no se explican con esta formulación, por ejemplo, las masas no nulas de los neutrinos [7, 8], la materia oscura y, desde luego, la interacción gravitacional. Estos y otros aspectos, de tipo experimental y teórico, quedan fuera del alcance del SM, pero son el motor que ha impulsado un sinnúmero de investigaciones con el objetivo de hallar la teoría física más completa.

Las formulaciones modernas de la física de las partículas elementales se definen en el marco de la *teoría cuántica de campos* [24, 25, 26, 27].

Los dos elementos principales que determinan a una teoría física dada son sus *variables dinámicas* y sus *simetrías* [28]. Las variables dinámicas son los campos, dependientes de las coordenadas del espacio-tiempo, que definen a los grados de libertad y se asocian a las partículas elementales, las cuales se interpretan como cuantos de dichos campos. Por otra parte, las simetrías, definidas como transformaciones que dejan invariante a la acción [24, 25, 26, 27, 28, 29], se caracterizan a través de la *teoría de grupos* [24, 30, 31]. Hay *grupos de simetría* diversos que son relevantes en distintas teorías de campos, pero, sin duda, los más importantes son el *grupo de espacio-tiempo* y los *grupos de norma*. La *simetría de norma*, o también *invarianza de norma*, se refiere a transformaciones que relacionan a descripciones de un sistema físico que son matemáticamente diferentes, pero producen los mismos resultados físicos; entonces se puede trabajar en cualquiera de estas *normas* y la elección de una u otra obedece, en general, solo a motivaciones prácticas. Dicha simetría ocurre en descripciones físicas que involucran a más grados de libertad que aquellos que estrictamente caracterizan a los sistemas correspondientes [32]. La simetría de norma es un concepto profundo e interesante, que forma parte de formulaciones físicas de gran importancia, como es el caso de la teoría electromagnética, donde se distinguen transformaciones de norma que conectan a potenciales electromagnéticos matemáticamente distintos, pero que producen las mismas *ecuaciones de Maxwell* [24, 25, 33, 34].

La discusión desarrollada a continuación, se centra en el EWSM, una subteoría del SM, la cual describe, únicamente, las interacciones débil y electromagnética. Del lado de las variables dinámicas, asociadas a los campos, el EWSM involucra a 4 *campos vectoriales*, 4 *campos escalares* y 12 *campos espinores de Dirac*. Sobre los grupos de simetría, este modelo se define en el espacio-tiempo de Minkowski 4-dimensional y es invariante bajo el grupo de Poincaré $ISO(1,3)$, en tanto que la simetría de norma es definida por el grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. En el contexto de la

teoría de campos clásica, el EWSM es caracterizado por una acción, S_{EWSM} , definida por una *densidad Lagrangiana*, \mathcal{L}_{EWSM} , como $S_{EWSM} = \int d^4x \cdot \mathcal{L}_{EWSM}$. A su vez, la lagrangiana \mathcal{L}_{EWSM} , se escribe como la suma:

$$\mathcal{L}_{EWSM} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_Y. \quad (2.1)$$

Donde los términos Lagrangianos \mathcal{L}_{YM} , \mathcal{L}_S , \mathcal{L}_C y \mathcal{L}_Y reciben, respectivamente, los nombres del *sector de Yang-Mills*, *sector Escalar*, *sector de las Corrientes* y *sector de Yukawa*. Las variables dinámicas las cuales definen al sector de Yang-Mills \mathcal{L}_{YM} son las *conexiones* de los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, también llamados *campos de norma*, en tanto al sector escalar \mathcal{L}_S involucra a campos de norma antes citados y a un par de campos escalares complejos, organizados en un doblete de $SU(2)_L$. El sector de corrientes incluye a conexiones del grupo de norma y a campos espinores de Dirac, mientras que el sector de Yukawa se define en términos de los mismos campos espinoriales y del doblete escalar. En las secciones siguientes se definen estos sectores de la teoría y se detallan e implementan las transformaciones necesarias para establecer la base de *eigencampos de masa*.

2.1.1 LOS SECTORES DE NORMA Y ESCALAR

Todos los sectores del EWSM se construyen bajo criterios de simetría, lo que se traduce en que dichos términos lagrangianos son invariantes, en particular, ante las transformaciones que constituyen al grupo de norma $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. El requerimiento de la invariancia de norma introduce a las conexiones, que en el caso de esta teoría son los 3 campos vectoriales W_μ^j , con $j = 1, 2, 3$, para $SU(2)_L$ y el campo vectorial B_μ , en el caso de $U(1)_Y$. La cualidad, muy importante, que define a los campos de norma son sus leyes de transformación con respecto del grupo de norma,

las cuales son [24, 25, 26, 27]:

$$W_\mu^j(x) \frac{\sigma^j}{2} \longrightarrow W_\mu'^j(x) \frac{\sigma^j}{2} = U(x) \left[W_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} + \frac{i}{g_2} \partial_\mu \right] U^\dagger(x), \quad (2.2)$$

$$B_\mu(x) \longrightarrow B_\mu'(x) = B_\mu(x) + \frac{1}{g_1} \partial_\mu \alpha(x). \quad (2.3)$$

Donde σ^j denota las *matrices de Pauli* y donde el índice de norma repetido j indica una suma sobre $j = 1, 2, 3$. El factor g_2 es un número real, conocido como la *constante de acoplamiento* del grupo $SU(2)_L$. También hay una constante de acoplamiento asociada al grupo $U(1)_Y$, la cual se denota, a lo largo de este escrito, como g_1 . En la Ec. (2.2), $U(x) = \exp \left\{ i \alpha^j(x) \frac{\sigma^j}{2} \right\}$ es una matriz unitaria 2×2 , con determinante $+1$, la cual está escrita en términos de las matrices $\frac{\sigma^j}{2}$ hermitianas y de traza nula, que reciben el nombre de *generadores* de $SU(2)_L$. La matriz $U(x)$, cuenta también con la presencia de los *parámetros de norma* $\alpha^j(x)$, funciones arbitrarias que definen a transformaciones dependientes de las coordenadas del espacio-tiempo. Por esta razón, es común referirse a las transformaciones de norma como *transformaciones locales*. Así, las transformaciones de norma son definidas por 4 parámetros locales $\alpha^j(x)$ y $\alpha(x)$. Las conexiones, a su vez, definen *curvaturas de Yang-Mills*, denotadas como $W_{\mu\nu}^j$ y $B_{\mu\nu}$ y definidas como:

$$W_{\mu\nu}^j = \partial_\mu W_\nu^j - \partial_\nu W_\mu^j + g_2 \varepsilon^{jkl} W_\mu^k W_\nu^l, \quad (2.4)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.5)$$

Además, se introduce un doblete complejo de $SU(2)_L$ con hipercarga Y_ϕ , el cual se denota como $\Phi(x)$ y se define como la matriz columna

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix}, \quad (2.6)$$

de dos entradas, cuyas componentes son campos escalares complejos $\phi_k(x)$, dependientes de las coordenadas del espacio-tiempo y que se transforman bajo el grupo

de norma como [26]:

$$\begin{aligned}\Phi(x) &\longrightarrow \Phi'(x) = \exp\left\{i\frac{Y_\phi}{2}\alpha(x)\right\}U(x)\Phi(x), \\ &= \exp\left\{i\left(\alpha^j(x)\frac{\sigma^j}{2} + \alpha(x)\frac{Y_\phi}{2}\cdot\mathbb{I}_2\right)\right\}\Phi(x).\end{aligned}\quad (2.7)$$

Aquí \mathbb{I}_2 , denota a la matriz identidad 2×2 . Finalmente, el criterio de simetría de norma impone la necesidad de definir a la *derivada covariante* del grupo, D_μ , a la que corresponde la expresión [26]

$$D_\mu = \partial_\mu \cdot \mathbb{I}_2 - ig_2 W_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} - ig_1 B_\mu \frac{Y}{2} \cdot \mathbb{I}_2, \quad (2.8)$$

en la llamada *representación fundamental* [24]. Aquí Y es la hipercarga asociada al objeto sobre el cual opera la derivada covariante. Por ejemplo, en $D_\mu\Phi(x)$, la hipercarga que se usa es $Y = Y_\phi$. Desde un punto de vista operativo, la propiedad más importante de la derivada covariante es su ley de transformación, cuando está operada sobre algún objeto. En el caso del doblete $\Phi(x)$, dicha ley es:

$$D_\mu\Phi(x) \longrightarrow (D_\mu\Phi)'(x) = \exp\left\{i\frac{Y_\phi}{2}\alpha(x)\right\}U(x)D_\mu\Phi(x), \quad (2.9)$$

Es decir, que $D_\mu\Phi(x)$ y $\Phi(x)$ se transforman de la misma manera. Las leyes de transformación antes discutidas aseguran que los sectores de Yang-Mills y escalar, definidos como

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}W^{j\mu\nu}W_{\mu\nu}^j - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}, \quad (2.10)$$

$$\mathcal{L}_S = (D_\mu\Phi(x))^\dagger (D^\mu\Phi(x)) - V(\Phi, \Phi^\dagger), \quad (2.11)$$

son invariantes de norma. Sobre la Ec. (2.11), a $V(\Phi, \Phi^\dagger)$ se le conoce con el nombre de *potencial escalar* y se trata de una función del doblete $\Phi(x)$, con la cualidad de ser una cantidad invariante de norma. Su expresión concreta es

$$V(\Phi, \Phi^\dagger) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2, \quad (2.12)$$

donde μ^2 es un número positivo, con unidades de masa al cuadrado y λ es una cantidad positiva adimensional. Visto como una función de las componentes de los campos complejos $\phi_k = Re\{\phi_k\} + iIm\{\phi_k\}$, el potencial escalar $V(\Phi, \Phi^\dagger)$ tiene asociado a un conjunto degenerado de puntos Φ_0 que lo minimizan. Dichos puntos satisfacen la ecuación $|\Phi|^2 = \frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2}$, que describe a una hipersfera de dimensión 3 y radio $v/\sqrt{2}$, anidada en el espacio 4-dimensional caracterizado por puntos $(Re\{\phi_1\}, Im\{\phi_1\}, Re\{\phi_2\}, Im\{\phi_2\})$. Los puntos que constituyen a dicha hipersfera, identificados a nivel cuántico como configuraciones de estado base, se conectan mediante transformaciones de norma, lo cual significa que cualesquiera dos de estos estados de vacío se definen en configuraciones matemáticas diferentes, pero que son físicamente equivalentes. Ante tal *libertad de norma*, se elige la configuración de mínimo de potencial dada por $\Phi_0^T = (0 \ v/\sqrt{2})$, misma que se implementará a través de la transformación

$$\Phi(x) = \Phi_0(x) + \xi(x), \quad (2.13)$$

donde ξ es la matriz columna con componentes

$$\xi(x) = \begin{pmatrix} G_W^+(x) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(h(x) + iG_Z(x)) \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

dadas en términos del campo escalar complejo G_W^+ , con campo hermitiano adjunto $(G_W^+)^\dagger \equiv G_W^-$ y de los campos escalares reales h y G_Z . La implementación de esta transformación, acompañada del cambio de base

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2), \quad (2.15)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2), \quad (2.16)$$

nos permite escribir la suma de los sectores de Yang-Mills y escalar como

$$\mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S = -\frac{1}{2}W^{+\mu\nu}W_{\mu\nu}^- + m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} - \frac{1}{4}\hat{W}^{3\mu\nu}\hat{W}_{\mu\nu}^3 - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{v^2}{8} (W_{\mu\nu}^3 \ B^\mu) \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2 (Y_\Phi g_1) \\ -g_2 (Y_\Phi g_1) & (Y_\Phi g_1)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \\
& + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{1}{2} m_h^2 h^2 + \partial_\mu G_W^- \partial^\mu G_W^+ + \frac{1}{2} \partial_\mu G_Z \partial^\mu G_Z + im_W (W^{-\mu} \partial_\mu G_W^+ - W^{+\mu} \partial_\mu G_W^-) \\
& + m_Z \left[\frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2}} W^{3\mu} - \frac{(Y_\Phi g_1)}{\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1)^2}} B^\mu \right] \partial_\mu G_Z + \dots \quad (2.17)
\end{aligned}$$

En la expresión anterior solo se muestran en forma explícita aquellos términos que son cuadráticos en los campos, de modo que los puntos suspensivos representan a términos dados como productos de tres o cuatro campos. Para escribir la Ec. (2.17), se han definido los tensores¹ $W_{\mu\nu}^+ = \partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+$, $W_{\mu\nu}^- = \partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^-$ y $\hat{W}_{\mu\nu}^3 = \partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3$. Además, comparando los diversos términos con las Lagrangianas de Klein-Gordon y de Proca, se han identificado las masas $m_W = gv/2$, para todos los campos vectoriales complejos W_μ^+ y W_μ^- y $m_h = \sqrt{2\lambda v^2}$, para el campo escalar h . Más aún, se ha definido $m_Z = v\sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_1^2)}/2$, que como se discute más adelante, juega el papel de masa de un campo vectorial. La tercera línea de la Ec. (2.17) se ha escrito en términos de un producto matricial, el cual involucra a la matriz 2×2

$$\begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2 (Y_\Phi g_1) \\ -g_2 (Y_\Phi g_1) & (Y_\Phi g_1)^2 \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

real y simétrica y, por lo tanto, hermitiana, misma que tiene eigenvalores reales m_Z^2 y 0. Puesto que esta matriz es hermitiana, existe una matriz ortogonal de diagonalización, P . Dicha diagonalización produce

$$P^T \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_2 (Y_\Phi g_1) \\ -g_2 (Y_\Phi g_1) & (Y_\Phi g_1)^2 \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} m_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

La matriz ortogonal P se parametriza mediante un ángulo de rotación, convencionalmente denotado como θ_W y nombrado el *ángulo de mezcla débil*. La parametrización

¹Note que, de acuerdo con su definición, $\hat{W}_{\mu\nu}^3$ no coincide con la componente $W_{\mu\nu}^3$ del tensor de Yang-Mills, definido en la Ec. (2.2)

aludida luce como

$$P = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

de donde se identifican $\sin \theta_W = (Y_\Phi g_1) / \sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_2)^2}$ y $\cos \theta_W = g_2 / \sqrt{g_2^2 + (Y_\Phi g_2)^2}$.

De está forma, el cambio de base conlleva la diagonalización, que define los eigen-campos de masa

$$Z_\mu = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu, \quad (2.21)$$

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu, \quad (2.22)$$

La implementación de este procedimiento en la Ec. (2.17) produce la expresión

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S = & -\frac{1}{2} W^{+\mu\nu} W_{\mu\nu}^- + m_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} - \frac{1}{4} Z^{\mu\nu} Z_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - \frac{1}{2} m_h^2 h^2 + \partial_\mu G_W^- \partial^\mu G_W^+ + \frac{1}{2} \partial_\mu G_Z \partial^\mu G_Z + im_W (W^{-\mu} \partial_\mu G_W^+ - W^{+\mu} \partial_\mu G_\mu^-) \\ & + m_Z Z^\mu \partial_\mu G_Z + \dots, \end{aligned} \quad (2.23)$$

con $Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu$ y $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Se aprecia en la Ec. (2.23) que, tras la diagonalización implementada y acorde con la teoría de Proca, el campo vectorial Z_μ , definido en la Ec. (2.21), ha adquirido masa m_Z . Contrariamente, el campo A_μ dado que la Ec. (2.22) y que se interpreta como el campo electromagnético, permanece sin masa. Al final, el *mecanismo de Brout-Englert-Higgs* [1, 2, 3], nos deja dos campos complejos, W_μ^+ y W_μ^- con masa m_W , un campo vectorial neutro Z_μ , con masa m_Z y el campo vectorial A_μ sin masa asociada. Además de estos campos, la Ec. (2.23) incluye el campo escalar masivo h , conocido como el *campo de Higgs*, y los campos *pseudo-bosones de Goldstone* [35, 36], G_W^+ , G_W^- y G_Z , los cuales son escalares y no tienen masa. Los bosones de Goldstone no son físicos debido a la existencia de la *norma unitaria* [24, 25, 27], que los elimina de la teoría. Es decir, estos campos no se pueden asociar con partículas medibles en experimentos; más bien, sus grados de libertad son espurios.

2.1.2 LOS SECTORES DE LOS FERMIONES

En el EWSM, los campos que se asocian a partículas de tipo fermiónico son *espinores de Dirac*. Un resultado elemental de la *teoría de campo de Dirac* es que cualquier espinor de Dirac, $\psi(x)$, se expresa como la suma de dos espinores de Dirac con *quiralidades definidas* [24, 25, 26, 27]:

$$\psi(x) = \psi_L(x) + \psi_R(x), \quad (2.24)$$

con $\gamma_5\psi_L = -\psi_L$ y $\gamma_5\psi_R = +\psi_R$. Se dice que ψ_L es un *espinor quiral izquierdo* y ψ_R *espinor quiral derecho*. Los campos de Dirac se introducen a través de campos quirales, usando representaciones distintas del grupo $SU(2)_L$. Concretamente, los campos quirales izquierdos, se definen como dobletes del grupo $SU(2)_L$, con hipercarga Y_L , en tanto que los campos de Dirac con quiralidad derecha aparecen, como singuletes de $SU(2)_L$, con hipercarga Y_R . Actualmente se conocen 12 partículas elementales que son fermiones, y se dividen en dos clases: los *leptones*, de los cuales tenemos al *electrón*, al *neutrino electrón*, al *muón*, al *neutrino muón*, al *tauón* y al *neutrino tauón* y los *quarks*, cuyos nombres en el idioma inglés son *up*, *down*, *charm*, *strange*, *top* y *bottom*. Para definir sus campos correspondientes, en el contexto del EWSM, se incluye a un campo quiral izquierdo y a uno derecho por cada uno de dichos fermiones. Bajo tales circunstancias los dobletes quirales izquierdos son

$$L_{\alpha,L} = \begin{pmatrix} \nu_{\alpha,L} \\ l_{\alpha,L} \end{pmatrix}, \quad Q_{\alpha,L} = \begin{pmatrix} u_{\beta,L} \\ d_{\beta,L} \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

donde $\nu_{\alpha,L}$ es el neutrino y $l_{\alpha,L}$ es el leptón cargado. Además, $u_{\beta,L}$ es el quark tipo up, $d_{\beta,L}$ es el quark tipo down. Ambos índices griegos α y β son *índices de sabor*, que corren sobre los valores $\alpha = e, \mu, \tau$ y $\beta = u, c, t$. Por otra parte, tenemos a los singuletes derechos que se transforman bajo el grupo de simetría $SU(2)_L$ pero son invariantes:

$$l_{\alpha,R}, \quad u_{\beta,R}, \quad d_{\beta,R}, \quad (2.26)$$

con α y β corriendo sobre las etiquetas antes definidas. Vale la pena enfatizar que en el EWSM no se incluye a campos de neutrinos quirales derechos, pues éstos se asocian a estados de partículas que nunca han sido medidos. Entre las propiedades de los objetos mostrados en las Ecs. (2.25) y (2.26), destacan sus leyes de transformación con respecto al grupo de norma $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Los dobletes se transforman como

$$L_{\alpha,L} \longrightarrow L'_{\alpha,L} = \exp \left\{ i \frac{Y^l}{2} \alpha(x) \right\} U(x) L_{\alpha,L}, \quad (2.27)$$

$$Q_{\beta,L} \longrightarrow Q'_{\beta,L} = \exp \left\{ i \frac{Y^q}{2} \alpha(x) \right\} U(x) Q_{\beta,L}, \quad (2.28)$$

es decir, justo como el doblete escalar, lo cual se estableció en la Ec. (2.7). Por definición, decimos que los singuletes de un grupo de norma dado son estructuras de campo que permanecen invariantes bajo las transformaciones que constituyen a dicho grupo. Por ende, en el caso de los singuletes derechos, característicos de EWSM, las leyes de transformación son

$$l_{\alpha,R} \longrightarrow l'_{\alpha,R} = \exp \left\{ i \frac{Y^l}{2} \alpha(x) \right\} l_{\alpha,R}, \quad (2.29)$$

$$u_{\beta,R} \longrightarrow u'_{\beta,R} = \exp \left\{ i \frac{Y^u}{2} \alpha(x) \right\} u_{\beta,R}, \quad (2.30)$$

$$d_{\beta,R} \longrightarrow d'_{\beta,R} = \exp \left\{ i \frac{Y^d}{2} \alpha(x) \right\} d_{\beta,R}, \quad (2.31)$$

con las variables fermiónicas ya definidas y más aún, con sus leyes de transformación ya establecidas, se usa el criterio de la simetría de norma para plantear los sectores de Yukawa \mathcal{L}_Y y de las Corrientes \mathcal{L}_C . Escribimos al sector de las Corrientes como $\mathcal{L}_C = \mathcal{L}_C^l + \mathcal{L}_C^q$, donde los superíndices l y q quieren decir que los términos lagrangianos correspondientes incluyen, respectivamente, a campos de leptones o quarks. Estos sectores se definen como

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \sum_{\alpha, \alpha'} \left[-\mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^l \overline{L_{\alpha,L}} \Phi l_{\alpha',R} - \mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^{l*} \overline{l_{\alpha',R}} \Phi^\dagger L_{\alpha,R} \right] + \sum_{\beta, \beta'} \left[-\mathcal{Y}_{\beta\beta'}^u \overline{Q_{\beta,L}} \tilde{\Phi} u_{\beta',R} \right. \\ & \left. - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^{u*} \overline{u_{\beta',R}} \tilde{\Phi}^\dagger Q_{\beta,L} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^d \overline{Q_{\beta,L}} \tilde{\Phi} d_{\beta',R} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^{d*} \overline{d_{\beta',R}} \tilde{\Phi}^\dagger Q_{\beta,L} \right], \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\mathcal{L}_C^l = \sum_{\alpha} [\overline{L_{\alpha,L}} i\gamma^{\mu} D_{\mu} L_{\alpha,L} + \overline{l_{\alpha,R}} i\gamma^{\mu} D_{\mu} l_{\alpha,R}], \quad (2.33)$$

$$\mathcal{L}_C^q = \sum_{\beta} [\overline{Q_{\beta,L}} i\gamma^{\mu} D_{\mu} Q_{\beta,L} + \overline{u_{\beta,R}} i\gamma^{\mu} D_{\mu} u_{\beta,R} + \overline{d_{\beta,R}} i\gamma^{\mu} D_{\mu} d_{\beta,R}], \quad (2.34)$$

donde $\alpha, \alpha' = e, \mu, \tau$ y $\beta, \beta' = u, c, t$. Los sectores de Yukawa y de las Corrientes son invariantes de norma bajo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, dadas las transformaciones provistas en las Ecs. (2.7) y (2.27)-(2.31). Un requisito para que esto ocurra es que satisfagan las relaciones

$$Y_{\Phi} - Y_L^l + Y_R^l = 0, \quad (2.35)$$

$$Y_{\Phi} - Y_L^q + Y_R^u = 0, \quad (2.36)$$

$$Y_{\Phi} - Y_L^q + Y_R^d = 0, \quad (2.37)$$

entre las hipercargas. Para escribir estos términos lagrangianos se ha definido $\tilde{\Phi} = i\sigma^2\Phi^*$, que es un doblete de $SU(2)_L$, con hipercarga $-Y_{\Phi}$, es decir, de signo contrario al de Φ . Además, σ^2 es la matriz de Pauli imaginaria, y se han introducido las *constantes de Yukawa* $\mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^l, \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^u, \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^d$, las cuales, estando provistas de dos índices de sabor, se entienden como entradas de matrices $\mathcal{Y}^l, \mathcal{Y}^u, \mathcal{Y}^d$, de tamaño 3×3 y conocidas como *matrices de Yukawa*. En el sector de las Corrientes \mathcal{L}_C se encuentran los factores de derivadas covariantes $D_{\mu}L_{\alpha,L}$ y $D_{\mu}Q_{\beta,L}$, que, análogamente a lo que ocurre en la Ec. (2.9) para el doblete Φ , siguen las mismas leyes de transformación que sus correspondientes dobletes $L_{\alpha,L}$ y $Q_{\alpha,L}$, establecidas en las Ecs. (2.27) y (2.28). Además, los términos lagrangianos de este sector incluyen a los factores de derivadas covariantes de singuletes $D_{\mu}l_{\alpha,R}, D_{\mu}u_{\beta,R}, D_{\mu}d_{\beta,R}$, que se transforman igual que los singuletes involucrados, es decir, como en las Ecs. (2.29)-(2.31). El mecanismo de Brout-Englert-Higgs [1, 2, 3], que permite definir masas de campos vectoriales, también se aprovecha para generar masas de campos fermiónicos. Los términos de masa correspondientes surgen en el seno del sector de Yukawa, pues éste depende del doblete escalar Φ y, por tanto, es afectado directamente por la implementación de

dicho mecanismo, a través de la transformación dada en la Ec. (2.13). Implementando dicha transformación en el sector de Yukawa, podemos escribir

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y = & -\frac{v}{\sqrt{2}}\bar{l}_L\mathcal{Y}^l l_R - \frac{v}{\sqrt{2}}\bar{l}_R\mathcal{Y}^{l\dagger} l_L - \frac{v}{\sqrt{2}}\bar{u}_L\mathcal{Y}^u u_R - \frac{v}{\sqrt{2}}\bar{u}_R\mathcal{Y}^{u\dagger} u_R \\ & - \frac{v}{\sqrt{2}}\bar{d}_L\mathcal{Y}^d d_R - \frac{v}{\sqrt{2}}\bar{d}_R\mathcal{Y}^{d\dagger} d_L + \dots \end{aligned} \quad (2.38)$$

Con el objetivo de analizar la generación de masas de campos de Dirac, la Ec. (2.38) únicamente muestra, en forma explícita, los términos que son cuadráticos en los campos, en tanto aquellos términos en que aparecen productos de tres campos se indican en esta ecuación mediante puntos suspensivos. Sobre la estructura de la Ec. (2.38), los términos que la constituyen han sido escritos como productos matriciales, en los que participan las matrices columna

$$l_L = \begin{pmatrix} l_{e,L} \\ l_{\mu,L} \\ l_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad u_L = \begin{pmatrix} u_{u,L} \\ u_{c,L} \\ u_{t,L} \end{pmatrix}, \quad d_L = \begin{pmatrix} d_{u,L} \\ d_{c,L} \\ d_{t,L} \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

$$l_R = \begin{pmatrix} l_{e,r} \\ l_{\mu,R} \\ l_{\tau,R} \end{pmatrix}, \quad u_R = \begin{pmatrix} u_{u,R} \\ u_{c,R} \\ u_{t,R} \end{pmatrix}, \quad d_R = \begin{pmatrix} d_{u,R} \\ d_{c,R} \\ d_{t,R} \end{pmatrix}, \quad (2.40)$$

hechas de campos espinores quirales izquierdos y derechos, y definidas en el *espacio de sabor*. Además, se han definido $\bar{l}_L \equiv l_L^\dagger \gamma^0$, $\bar{u}_L \equiv u_L^\dagger \gamma^0$, $\bar{d}_L \equiv d_L^\dagger \gamma^0$, $\bar{l}_R \equiv l_R^\dagger \gamma^0$, $\bar{u}_R \equiv u_R^\dagger \gamma^0$, $\bar{d}_R \equiv d_R^\dagger \gamma^0$. Las matrices de Yukawa, de tamaño 3×3 , son generales y no hay argumentos que nos indiquen que son diagonales, de modo que los términos exhibidos explícitamente en la Ec. (2.38) incluyen a mezclas de espinores. Como se discute en la Ref. [37], las matrices de Yukawa se diagonalizan a través de *transformaciones biunitarias*, caracterizadas por pares de matrices unitarias V_L^l y V_R^l , V_L^u y V_R^u , V_L^d y

V_R^d , todas de tamaño 3×3 . Tales diagonalizaciones se implementan como

$$V_L^{l\dagger} \mathcal{Y}^l V_R^l = \mathcal{Y}_D^l, \quad V_L^{u\dagger} \mathcal{Y}^u V_R^u = \mathcal{Y}_D^u, \quad V_L^{d\dagger} \mathcal{Y}^d V_R^d = \mathcal{Y}_D^d, \quad (2.41)$$

siendo \mathcal{Y}_D^l , \mathcal{Y}_D^u y \mathcal{Y}_D^d matrices 3×3 diagonales y reales, con elementos en la diagonal estrictamente positivos. Estas diagonalizaciones, a su vez, inducen transformaciones de cambio de base, separadamente para espinores quirales izquierdos y derechos. Dichas transformaciones son:

$$l'_L = V_L^{l\dagger} l_L, \quad u'_L = V_L^{u\dagger} u_L, \quad d'_L = V_L^{d\dagger} d_L, \quad (2.42)$$

$$l'_R = V_R^{l\dagger} l_R, \quad u'_R = V_R^{u\dagger} u_R, \quad d'_R = V_R^{d\dagger} d_R, \quad (2.43)$$

las cuales definen, en el espacio de sabor, a los vectores²

$$l'_L = \begin{pmatrix} l'_{e,L} \\ l'_{\mu,L} \\ l'_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad u'_L = \begin{pmatrix} u'_{u,L} \\ u'_{c,L} \\ u'_{t,L} \end{pmatrix}, \quad d'_L = \begin{pmatrix} d'_{d,L} \\ d'_{s,L} \\ d'_{b,L} \end{pmatrix}, \quad (2.44)$$

$$l'_R = \begin{pmatrix} l'_{e,R} \\ l'_{\mu,R} \\ l'_{\tau,R} \end{pmatrix}, \quad u'_R = \begin{pmatrix} u'_{u,R} \\ u'_{c,R} \\ u'_{t,R} \end{pmatrix}, \quad d'_R = \begin{pmatrix} d'_{d,R} \\ d'_{s,R} \\ d'_{b,R} \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

Definiendo los campos espinores de Dirac de quiralidad indefinida

$$l_e \equiv l'_{e,L} + l'_{e,R}, \quad l_\mu \equiv l'_{\mu,L} + l'_{\mu,R}, \quad l_\tau \equiv l'_{\tau,L} + l'_{\tau,R}, \quad (2.46)$$

$$u_u \equiv u'_{u,L} + u'_{u,R}, \quad u_c \equiv u'_{c,L} + u'_{c,R}, \quad u_t \equiv u'_{t,L} + u'_{t,R}, \quad (2.47)$$

$$d_d \equiv d'_{d,L} + d'_{d,R}, \quad d_s \equiv d'_{s,L} + d'_{s,R}, \quad d_b \equiv d'_{b,L} + d'_{b,R}, \quad (2.48)$$

²Es importante notar y mantener en mente que algunas etiquetas de sabor han cambiado.

se encuentra que los términos cuadráticos del sector Yukawa se expresan como

$$\mathcal{L}_Y = - \sum_{\alpha} m_{\alpha} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} - \sum_{\beta} m_{\beta} \bar{u}_{\beta} u_{\beta} - \sum_{\gamma} m_{\gamma} \bar{d}_{\gamma} d_{\gamma} + \dots, \quad (2.49)$$

donde los índices de sabor en las sumas corren sobre las etiquetas $\alpha = e, \mu, \tau$, $\beta = u, c, t$ y $\gamma = d, s, b$. Bajo la misma convención de los índices de sabor α, β, γ , se han definido las cantidades

$$m_{\alpha} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^l)_{\alpha\alpha}, \quad (2.50)$$

$$m_{\beta} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^u)_{\beta\beta}, \quad (2.51)$$

$$m_{\gamma} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^d)_{\gamma\gamma}, \quad (2.52)$$

para escribir la Ec. (2.49). Comparando con la teoría de campo de Dirac, estos claramente son términos de masa, esto muestra que los campos espinoriales, tanto de leptones cargados como quarks, han adquirido masas. Se dice que estos campos de Dirac son eigencampos de masa. Merece la pena enfatizar que los campos neutri- nos permanecen sin masa, lo cual es una consecuencia de que en el EWSM no se introducen campos neutri- nos de quiralidad derecha. Análogamente a lo que se hizo con el sector de Yukawa, los términos Lagrangianos que conforman al sector de las Corrientes, definido por los términos Lagrangianos escritos en las Ecs. (2.33) y (2.34), se pueden expresar como productos matriciales en el espacio del sabor. Los cambios de base proporcionados en las Ecs. (2.42) y (2.43), que fueron inducidos por las diagonalizaciones biunitarias de matrices de Yukawa, también se implementan en este sector, lo que produce las expresiones

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^l = & \bar{\nu}'_L i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} \nu'_L + \frac{1 + Y_L^l}{2} e A_{\mu} \bar{\nu}'_L \gamma^{\mu} \nu'_L + \frac{c_W^2 - Y_L^l s_W^2}{2c_W} g_2 Z_{\mu} \bar{\nu}'_L \gamma^{\mu} \nu'_L \\ & + \bar{l}'_L i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} l'_L + \bar{l}'_R i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} l'_R + \frac{-1 + Y_L^l}{2} e A_{\mu} \bar{l}'_L \gamma^{\mu} l'_L + \frac{-Y_{\Phi} + Y_L^l}{2} e A_{\mu} \bar{l}'_R \gamma^{\mu} l'_R \\ & + \frac{-c_W^2 - Y_L^l s_W^2}{2c_W} g_2 Z_{\mu} \bar{l}'_L \gamma^{\mu} l'_L + \frac{(Y_{\Phi} - Y_L^l) s_W^2}{2c_W} g_2 Z_{\mu} \bar{l}'_R \gamma^{\mu} l'_R \\ & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_{\mu}^{+} \bar{\nu}'_L \gamma^{\mu} l'_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_{\mu}^{-} \bar{l}'_L \gamma^{\mu} \nu'_L, \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_C^q = & \overline{u}'_L i\gamma^\mu \partial_\mu u'_L + \overline{u}'_R i\gamma^\mu \partial_\mu u'_R + \frac{1 + Y_L^q}{2} e A_\mu \overline{u}'_L \gamma^\mu u'_L + \frac{Y_\Phi + Y_L^q}{2} e A_\mu \overline{u}'_R \gamma^\mu u'_R \\
& + \frac{c_W^2 - Y_L^q s_W^2}{2c_W} g_2 Z_\mu \overline{u}'_L \gamma^\mu u'_L + \frac{-(Y_\Phi + Y_L^q) s_W^2}{2c_W} g_2 Z_\mu \overline{u}'_R \gamma^\mu u'_R \\
& + \overline{d}'_L i\gamma^\mu \partial_\mu d'_L + \overline{d}'_R i\gamma^\mu \partial_\mu d'_R + \frac{-1 + Y_L^q}{2} e A_\mu \overline{d}'_L \gamma^\mu d'_L + \frac{-Y_\Phi + Y_L^q}{2} e A_\mu \overline{d}'_R \gamma^\mu d'_R \\
& + \frac{-c_W^2 - Y_L^q s_W^2}{2c_W} g_2 Z_\mu \overline{d}'_L \gamma^\mu d'_L + \frac{(Y_\Phi - Y_L^q) s_W^2}{2c_W} g_2 Z_\mu \overline{d}'_R \gamma^\mu d'_R \\
& + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \overline{u}'_L \gamma^\mu \left(V_L^{u\dagger} V_L^d \right) d'_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- \overline{d}'_L \gamma^\mu \left(V_L^{u\dagger} V_L^d \right)^\dagger u'_L. \tag{2.54}
\end{aligned}$$

En estas expresiones se denotaron $s_W = \sin \theta_W$ y $c_W = \cos \theta_W$, que es una notación abreviada de uso común, donde θ_W denota el ángulo de mezcla débil. Algunos términos de las ecuaciones anteriores involucran el factor e , definido como

$$e = g_2 \sin \theta_W = g_2 s_W, \tag{2.55}$$

que, como su notación sugiere, se identificará como la carga eléctrica elemental, es decir, la carga eléctrica de un protón, esto quiere decir que $e > 0$. Como parte del procedimiento para llegar a estas expresiones, se han usado las relaciones de hipercargas dadas en las Ecs. (2.35)-(2.37). Además, se ha definido el objeto ν_L , un vector columna de 3 componentes espinoriales, cuya estructura es análoga a aquellas de los vectores columna definidos en la Ec. (2.44), en el espacio de sabor. Más aún, la definición $\overline{\nu}_L \equiv \nu_L^\dagger \gamma^0$ también se aplica. Una vez establecida la naturaleza y estructura de ν_L , se define el cambio de base $\nu'_L = V_L^{\dagger l} \nu_L$. Al respecto de esta transformación, merece la pena enfatizar que la matriz que cambia la base de los campos neutrinos es justamente la misma que cambia la base al vector de campos de leptones cargados de quiralidad izquierda, de acuerdo con la primera expresión de la Ec. (2.42). El segundo término de la Ec. (2.53), localizado en la primera línea de dicha expresión, representa interacciones electromagnéticas de neutrinos. Este fenómeno nunca ha sido observado, por lo cual se elige la hipercarga de doblete leptónico $Y_L^l = -1$, cancela al término en cuestión. Usando la Ec. (2.24), que descompone a espinores de Dirac en espinores con quiralidades definidas, se prueba que las *corrientes de Noether*, $\overline{\psi} \gamma^\mu \psi$, se escriben como $\overline{\psi} \gamma^\mu \psi = \overline{\psi}_L \gamma^\mu \psi_L + \overline{\psi}_R \gamma^\mu \psi_R$. Para aterrizar en una

descripción consistente con el electromagnetismo, es necesario fijar la hiperarga del doblete escalar Φ en el valor $Y_\Phi = 1$. Bajo esta elección, los factores globales que son combinaciones de hipercargas en el sexto y en el séptimo término de la Ec. (2.53) se pueden factorizar, lo que permite usar las definiciones dadas en la Ec. (2.46), para campos espinores de quiralidad indefinida y así formar corrientes con la estructura antes discutida. Más aún, esta elección de la hipercarga Y_Φ posibilita factorizaciones análogas y estructuración de la Ec. (2.54), en el tercer y cuarto término, lo mismo que para su noveno y decimo término. Los dos últimos términos de la Ec. (2.54) involucran a la matriz 3×3 definida por el producto $\kappa = V_L^{u\dagger} V_L^d$. Esta recibe el nombre de *matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* [38, 39] y su importancia radica en que es la única fuente de violación de la simetría CP , relevante para explicar el fenómeno de la *asimetría bariónica* [40] y ocurrencia de procesos físicos con *cambio de sabor fermiónico*. Usando las definiciones mostradas en las Ecs. (2.44)-(2.45), así como las elecciones de hipercargas discutidas en el párrafo anterior, los términos Lagrangianos que definen al sector de las Corrientes quedan como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^l = \sum_\alpha \left[\overline{\nu_{\alpha,L}} i \gamma^\mu \partial_\mu \nu_{\alpha,L} + \frac{g_2}{2c_W} Z_\mu \overline{\nu_{\alpha,L}} \gamma^\mu \nu_{\alpha,L} + \overline{l_\alpha} i \gamma^\mu \partial_\mu l_\alpha + N_l e A_\mu \overline{l_\alpha} \gamma^\mu l_\alpha \right. \\ \left. + \frac{g_2}{4c_W} Z_\mu \overline{l_\alpha} \gamma^\mu [(-1 - 4N_l s_W^2) \cdot \mathbb{I}_4 + \gamma_5] l_\alpha + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \overline{\nu_\alpha} \gamma^\mu P_L l_\alpha + \frac{g_2}{\sqrt{2}} W_\mu^- \overline{l_\alpha} \gamma^\mu P_L \nu_\alpha \right], \end{aligned} \quad (2.56)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C^q = \sum_\beta \left[\overline{u_\beta} i \gamma^\mu \partial_\mu u_\beta + N_u e A_\mu \overline{u_\beta} \gamma^\mu u_\beta + \frac{g_2}{4c_W} Z_\mu \overline{u_\beta} \gamma^\mu [(1 - 4N_u s_W^2) \cdot \mathbb{I}_4 - \gamma_5] \right] \\ \sum_\gamma \left[\overline{d_\gamma} i \gamma^\mu \partial_\mu d_\gamma + N_d e A_\mu \overline{d_\gamma} \gamma^\mu d_\gamma + \frac{g_2}{4c_W} Z_\mu \overline{d_\gamma} \gamma^\mu [(-1 - 4N_d s_W^2) \cdot \mathbb{I}_4 + \gamma_5] d_\gamma \right] \\ + \sum_{\beta=u,c,t} \sum_{\gamma=d,s,b} \left[\frac{g_2}{\sqrt{2}} \kappa_{\beta\gamma} W_\mu^+ \overline{u_\beta} \gamma^\mu P_L d_\gamma + \frac{g_2}{\sqrt{2}} \kappa_{\beta\gamma}^* W_\mu^- \overline{d_\gamma} \gamma^\mu P_L u_\beta \right], \end{aligned} \quad (2.57)$$

donde $\alpha = e, \mu, \tau$, $\beta = u, c, t$, $\gamma = d, s, b$. Los términos segundo, cuarto y quinto de la Ec. (2.56), lo mismo que el segundo, tercero, quinto y sexto términos de la Ec. (2.57), son corrientes de la forma $\overline{\psi} \gamma^\mu \psi$ [24] que involucran a campos vectoriales

Z_μ y A_μ , ambos asociados a partículas que son eléctricamente neutras. Por esa razón, es costumbre referirse a estos términos por el nombre genérico de *corrientes neutras*. Por otra parte, los términos sexto y séptimo de las Ec. (2.56) y los términos séptimo y octavo de la Ec. (2.57) son corrientes que se definen en términos de los campos complejos W_μ^+ y W_μ^- , que corresponden a partículas con carga eléctrica, por lo cual a dichos términos se les confiere el nombre de *corrientes cargadas*. Además, como en esas corrientes cargadas aparece la *matriz de proyección quirral izquierda* $P_L = (\mathbb{I}_4 - \gamma_5)/2$, siendo \mathbb{I}_4 la matriz identidad 4×4 , decimos que son *corrientes izquierdas*. Para escribir las Ecs. (2.56) y (2.57), se han definido las cantidades

$$N_l = \frac{1}{2} (-1 + Y_L^l) = -1, \quad (2.58)$$

$$N_u = \frac{1}{2} (-1 + Y_L^q) = \frac{2}{3}, \quad (2.59)$$

$$N_d = \frac{1}{2} (-1 + Y_L^q) = -\frac{1}{3}, \quad (2.60)$$

que respectivamente determinan a las cargas eléctricas de los leptones cargados y de los quarks de tipo u y d como $q_l = eN_l$, $q_u = eN_u$, $q_d = eN_d$. Sobre esta identificación de cargas eléctricas, escribamos a las Ecs. (2.56) y (2.57) como

$$\mathcal{L}_C^l = \sum_\alpha [\bar{\nu}_{\alpha,L} i\gamma^\mu \partial_\mu \nu_{\alpha,L} + \bar{l}_\alpha i\gamma^\mu D_\mu l_\alpha] + \dots, \quad (2.61)$$

$$\mathcal{L}_C^q = \sum_\beta \bar{u}_\beta i\gamma^\mu D_\mu u_\beta + \sum_\gamma \bar{d}_\gamma i\gamma^\mu D_\mu d_\gamma + \dots, \quad (2.62)$$

para lo cual se han definido

$$D_\mu l_\alpha = (\partial_\mu - ieN_l A_\mu) l_\alpha, \quad (2.63)$$

$$D_\mu u_\beta = (\partial_\mu - ieN_u A_\mu) u_\beta, \quad (2.64)$$

$$D_\mu d_\gamma = (\partial_\mu - ieN_d A_\mu) d_\gamma, \quad (2.65)$$

que no son otra cosa que *derivadas covariantes electromagnéticas* [24], determinadas por el campo de norma A_μ , sin masa, que aquí juega el papel de conexión del *grupo electromagnético* $U(1)_e$. Así, estas expresiones muestran que la teoría de campo resultante, tras la implementación del mecanismo de Brout-Englert-Higgs [1, 2, 3], es gobernada por el grupo de norma que caracteriza a la teoría de Maxwell [33, 34].

2.2 LAGRANGIANAS EFECTIVAS

Las teorías efectivas son descripciones independientes del modelo, construidas sobre variables dinámicas y simetrías de baja energía que proporcionan parametrizaciones genéricas de efectos asociados a física desconocida, caracterizada por las variables dinámicas y las simetrías que gobiernan la naturaleza en alguna escala de alta energía. Cuando la formulación de baja energía es renormalizable, como en el caso del SM, cada uno de los términos de la lagrangiana efectiva correspondiente, tiene unidades de masa $n > 4$, lo cual implica un factor de supresión α_i/Λ^{n-4} . Donde la potencia $(n - 4)$ de la escala de alta energía Λ corrige las unidades del término de la lagrangiana para hacerlas *(masa)*⁴, mientras que α_i es un parámetro adimensional determinado por la teoría de alta energía. Aunque las teorías efectivas comprenden un número infinito de términos en la lagrangiana efectiva, implicando así un número infinito de parámetros. Tales términos son jerárquicos, lo que permite la consideración de algún subconjunto finito de toda la teoría efectiva [41]. Mientras que la derivación de una lagrangiana efectiva puede lograrse mediante la integración de grados de libertad pesados de algún modelo dado, su uso suele ser mucho más pragmático. Este enfoque requiere implícitamente un conocimiento completo del espectro de partículas de baja energía.

A pesar del éxito del SM, se cree ampliamente que el modelo representa solo el límite de baja energía de una teoría más fundamental. Consideremos la situación discutida en la Ref. [42], en la cual tenemos dos tipos de campos denotados por Ω y ω , cuyas escalas se sitúan, respectivamente, por encima y significativamente por debajo de una escala Λ . Se asume que el campo Ω no se puede observar directamente, pero afecta a las observables a través de efectos virtuales que pueden resumirse en una serie de vértices efectivos que contienen solo líneas ligeras externas. La no localidad y no linealidad de la funcional de ω , que genera estos vértices efectivos, se denomina acción efectiva $S_{\text{eff}}[\omega]$. A bajas energías, se pueden calcular todos los procesos usando $S_{\text{eff}}[\omega] + S_{\text{light}}[\omega]$, donde $S_{\text{light}}[\omega]$ contiene todas las interacciones de las excitaciones

ligeras presentes. La acción efectiva debe ser invariante bajo transformaciones de norma obedecidas por $S_{\text{light}}[\omega]$, de lo contrario, no es natural la forma en que se define la simetría de norma en una teoría *light*, además, $S_{\text{eff}}[\omega]$ contiene a la escala Λ como parámetro. Para las situaciones bajo consideración, todas las energías y las masas ligeras están significativamente por debajo de Λ , por lo tanto, una expansión en potencias de $1/\Lambda$ de los vértices efectivos que constituyen $S_{\text{eff}}[\omega]$ es adecuada. En el caso en que la teoría se desacopla, todos sus efectos desaparecen en el límite $\Lambda \rightarrow \infty$. En este caso, podemos escribir:

$$S_{\text{eff}}[\omega] = \int d^4x \cdot \mathcal{L}_{\text{eff}}, \quad \mathcal{L}_{\text{eff}}[\omega] = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \sum_{n=5}^{\infty} \frac{1}{\Lambda^{n-4}} \sum_i \alpha_i^{(n)} \mathcal{O}_i^{(n)}. \quad (2.66)$$

Donde \mathcal{L}_{SM} representa toda la lagrangiana del SM, cuyos términos tienen unidades de (masa)⁴, y $\mathcal{O}_i^{(n)}$ representa de manera genérica un término de la lagrangiana con dimensión canónica (masa)ⁿ, construido con campos y simetrías del SM. Los coeficientes adimensionales $\alpha_i^{(n)}$ están determinados por la teoría de alta energía, es decir, pueden expresarse en términos de los parámetros de la descripción de la nueva física una vez que se conoce dicha descripción. Cada término $\alpha_i^{(n)} \mathcal{O}_i^{(n)}$ de la lagrangiana efectiva está acompañado por alguna potencia de la escala de alta energía Λ , en la cual la teoría BSM opera completamente. Esta escala corrige las unidades de cada término de la lagrangiana y, además, suprime los efectos de la nueva física, al mismo tiempo que hace que la serie infinita de la lagrangiana efectiva sea jerárquica, lo cual, en términos de practicidad, es una característica bastante notable. Las lagrangianas efectivas son esenciales en la física teórica, ya que permiten simplificar la descripción de sistemas complejos al enfocarse en los grados de libertad relevantes a una escala de energía específica. Además, las teorías efectivas sirven como un puente hacia la nueva física, sugiriendo posibles extensiones del SM [41].

2.3 EL MODELO ESTÁNDAR CON NEUTRINOS DE MAJORANA

En la búsqueda de una comprensión más profunda de las propiedades de los neutrinos y sus interacciones, las investigaciones se han centrado en explorar fenómenos que van más allá de los límites de la formulación del SM [43, 44, 45, 46]. Uno de los aspectos intrigantes que ha capturado la atención de los físicos teóricos es la generación de masas para los neutrinos, una característica que no está contemplada en el SM. Aunque existe una forma convencional del SM para generar las masas de los fermiones, la cual está determinada por las constantes de Yukawa, en el caso de las masas de los neutrinos, la pequeñez de tales masas en comparación con el espectro de masas de los otros fermiones del SM es sumamente notable. Esto ha motivado la búsqueda de mecanismos alternativos para la generación de masa de los neutrinos que no dependan de valores ad hoc de las constantes de Yukawa, sino que estén conectados a algún tipo de nueva física. Los neutrinos son los únicos fermiones caracterizados por su neutralidad eléctrica. La carga eléctrica es el único medio para distinguir entre las partículas y sus antipartículas correspondientes. Los neutrinos masivos cumplen las condiciones para ser representados por espinores de Majorana [10], los cuales satisfacen la condición de Majorana, $\nu^c = \nu$.

El fenómeno de las oscilaciones de neutrinos, fue propuesto por primera vez por Pontecorvo [47] que requiere que los neutrinos sean masivos para poder ocurrir. Sin embargo, este fenómeno no proporciona información sobre si estas partículas se ajustan a la descripción de Dirac o de Majorana. Se ha demostrado que las propiedades electromagnéticas de los neutrinos difieren si son partículas de Dirac o Majorana [22]. Actualmente, la sensibilidad de los experimentos destinados a medir las propiedades electromagnéticas de los neutrinos se encuentra muy lejos de la predicción del SM mínimamente extendido por neutrinos masivos [26], en unos ocho órdenes de magnitud [48], lo que significa que la física BSM es la única esperanza para medir

dichas interacciones electromagnéticas en un futuro próximo. La prueba convencional de la naturaleza Majorana de los neutrinos es la desintegración beta doble sin neutrinos, que sólo puede ocurrir mientras los neutrinos sean fermiones Majorana, pero no se permite si estas partículas son tipo Dirac. Si los neutrinos son tipo Majorana, este proceso físico debe ser bastante raro en la naturaleza, ya que hasta ahora no se han encontrado señales en los experimentos, aunque varias colaboraciones lo han perseguido durante décadas [22]. La Colaboración GERDA y la Colaboración KamLAND-Zen han establecido límites inferiores del orden de $10^{26} yr$ para la vida media de la desintegración doble beta sin neutrinos [49, 13].

En lo que sigue, se considera una extensión del SM, discutida en la Ref. [16], caracterizada por una densidad Lagrangiana \mathcal{L}_{BSM} . Esta extensión opera bajo dos fases de ruptura de simetría. El primer rompimiento de la simetría ocurre a una escala de alta energía Λ , resultando en una teoría invariante bajo el grupo de norma $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, mientras que el segundo rompimiento de la simetría ocurre a una escala de energía $v = 256$ GeV, el cual rompe la simetría del grupo electrodébil al grupo electromagnético, $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_e$, lo cual es causado por el mecanismo de Brout-Englert-Higgs [1, 2, 3]. Después de estas dos rupturas de la simetría obtenemos la lagrangiana:

$$\mathcal{L}_{BSM} = \mathcal{L}_{mass}^\nu + \mathcal{L}_W \dots \quad (2.67)$$

La parte más relevante del termino lagrangiano \mathcal{L}_{mass}^ν , para el sector de Yukawa, que contiene términos de masa tipo Dirac y Majorana

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mass}^\nu = & - \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \left(\overline{\nu_{j,L}^0} (m_D)_{jk} \nu_{k,R}^0 + \overline{\nu_{j,R}^0} \left(m_D^\dagger \right)_{jk} \nu_{k,L}^0 \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \overline{\nu_{j,R}^{0c}} (m_M)_{jk} \nu_{k,R}^0 + \frac{1}{2} \overline{\nu_{j,R}^0} \left(m_M^\dagger \right)_{jk} \nu_{R,k}^{0c} \right) \end{aligned} \quad (2.68)$$

donde $\nu_{j,L}^{0c}$ y $\nu_{j,R}^{0c}$, son los campos conjugados de carga de $\nu_{j,L}^0$ y $\nu_{j,R}^0$. Recordemos que la aplicación de la conjugación de carga a cualquier campo fermiónico con quiralidad

produce un campo con quiralidad opuesta, siendo $\nu_{j,L}^{0c}$ de quiralidad derecha y $\nu_{j,R}^{0c}$ de quiralidad izquierda. El término lagrangiano de la Ec. (2.68), involucra a la matriz simétrica m_M de tamaño 3×3 . Asumimos que m_M , es generada por la primera etapa de ruptura de simetría, en una escala de energía Λ , lo que significa que existe una conexión entre dicha escala y la existencia de esta matriz. Además, la matriz m_D , de tamaño 3×3 , que toma lugar en la lagrangiana de la Ec. (2.68), está vinculada al valor de expectación del vacío del potencial de Higgs, a través de la ruptura de la simetría electrodébil. Denotando $f_R = C\bar{f}_L^T$ y $F_R = C\bar{F}_L^T$, que enfatiza las propiedades de quirales de los campos de carga conjugada, se definen a las matrices de tamaño 3×1 :

$$f_L = \begin{pmatrix} \nu_{1,L}^0 \\ \nu_{2,L}^0 \\ \nu_{3,L}^0 \end{pmatrix}, \quad F_L = \begin{pmatrix} \nu_{1,R}^{0c} \\ \nu_{2,R}^{0c} \\ \nu_{3,R}^{0c} \end{pmatrix}, \quad (2.69)$$

$$f_R = \begin{pmatrix} \nu_{1,L}^{0c} \\ \nu_{2,L}^{0c} \\ \nu_{3,L}^{0c} \end{pmatrix}, \quad F_L = \begin{pmatrix} \nu_{1,R}^0 \\ \nu_{2,R}^0 \\ \nu_{3,R}^0 \end{pmatrix}. \quad (2.70)$$

El lagrangiano \mathcal{L}_{mass}^ν de la Ec. (2.68) se reordena como:

$$-\mathcal{L}_{mass}^\nu = \frac{1}{2} (\bar{f}_L, \bar{F}_L) \mathcal{M} \begin{pmatrix} f_R \\ F_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (2.71)$$

Se ha definido la matriz \mathcal{M} , que en general es una matriz compleja y simétrica $\mathcal{M} = \mathcal{M}^T$, donde la matriz \mathcal{M} , está dada en términos de bloques de matrices de tamaño 3×3

$$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & m_M \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

Como \mathcal{M} es una matriz simétrica, garantiza la existencia de una matriz unitaria de diagonalización

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} \mathcal{U}_{11} & \mathcal{U}_{12} \\ \mathcal{U}_{21} & \mathcal{U}_{22} \end{pmatrix}, \quad (2.73)$$

escrita en términos de bloques de matrices \mathcal{U}_{jk} de tamaño 3×3 . En este contexto,

la diagonalización opera como [16]:

$$\mathcal{U}^T \mathcal{M} \mathcal{U} = \begin{pmatrix} m_\nu & 0 \\ 0 & m_N \end{pmatrix}. \quad (2.74)$$

Donde m_ν y m_N son matrices diagonales y reales de tamaño 3×3 , cuyos valores propios son estrictamente positivos, con entradas $(m_\nu)_{jk} = m_{\nu_j} \delta_{jk}$ y $(m_N)_{jk} = m_{N_j} \delta_{jk}$. La diagonalización mostrada en la Ec. (2.74) define el cambio de base, para los campos de Majorana, dado por

$$\begin{pmatrix} \nu_L \\ N_L \end{pmatrix} = U^T \begin{pmatrix} f_L \\ F_L \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \nu_R \\ N_R \end{pmatrix} = U^\dagger \begin{pmatrix} f_R \\ F_R \end{pmatrix}, \quad (2.75)$$

donde ν_1, ν_2 y ν_3 son los campos de los neutrinos ligeros, mientras que N_1, N_2 y N_3 representan los campos de los neutrinos pesados, ambos en la base eigenespinores de masa. Las entradas en la diagonal de la matriz m_ν , que denotamos como m_{ν_j} para $j = 1, 2, 3$, se identifican como las masas de los neutrinos ligeros ν_j . Por otro lado, m_N , con entradas en la diagonal m_{N_j} para $j = 1, 2, 3$, caracteriza las masas de los tres neutrinos pesados N_j . Es importante enfatizar que los campos en la base de los eigenespinores de masa ν_j y N_j , satisfacen la condición de Majorana $\nu_j^c = \nu_j$ y $N_j^c = N_j$, por lo que los neutrinos son descritos por campos de Majorana. En esta base el lagrangiano \mathcal{L}_{mass}^ν , se expresa como:

$$\mathcal{L}_{mass}^\nu = -\frac{1}{2} (\bar{\nu}_L, \bar{N}_L) \hat{\mathcal{M}} \begin{pmatrix} \nu_R \\ N_R \end{pmatrix} + \text{h.c.} \quad (2.76)$$

Podemos escribir la lagrangiana (2.76), en la base de los eigenestados de masa, teniendo términos de masa para neutrinos ligeros y pesados

$$\mathcal{L}_{mass}^\nu = \sum_{j=1}^3 \left(-\frac{m_{\nu_j}}{2} \bar{\nu}_j \nu_j - \frac{m_{N_j}}{2} \bar{N}_j N_j \right). \quad (2.77)$$

Como se estableció anteriormente, se asume que la matriz m_M emerge de la ruptura espontánea de simetría de alta energía, a la escala Λ , que conduce al grupo de norma

del SM. Por otro lado, se supone que la matriz m_D es generada por la ruptura de simetría electrodébil, estando conectada al valor de expectación del vacío. Teniendo esto en mente, supongamos que $m_M \sim \Lambda$ y $m_D \sim v$. Ahora consideremos un escenario en el que el valor de expectación del vacío es mucho menor que la escala de energía de nueva física, es decir, $v \ll \Lambda$, teniendo lugar el mecanismo de seesaw tipo I. Las masas de los neutrinos pesados N_j son del orden de la escala de nueva física $m_{N_j} \sim \Lambda$. Por lo tanto, la masa de los neutrinos ligeros ν_j está relacionada con la de los neutrinos pesados N_j a través de $m_{\nu_j} \sim \frac{v^2}{\Lambda}$. En consecuencia, para proporcionar naturalmente masas de neutrinos muy pequeñas, es necesario imponer una escala de energía sobre m_{N_j} del orden de $\sim \mathcal{O}(10^{13})$ GeV. De este modo, el mecanismo de seesaw es capaz de explicar las diminutas masas de neutrinos ligeros ligadas con el conjunto de masas de los neutrinos pesados, mediada por la escala de alta energía. No obstante, existe este fuerte vínculo entre las masas de neutrinos ligeros y pesados, creado por este mecanismo, lo cual implica que las masas de neutrinos pesados sean enormes.

Los cálculos fenomenológicos realizados en la presente investigación toman como marco teórico otra variante del mecanismo de seesaw, dada en la Ref. [16], la cual discutiremos a continuación. Se impone una condición suficiente y necesaria $(\mathcal{M} \cdot \mathcal{U})_{ij} = 0$, $j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ para que las masas de los neutrinos ligeros sean cero $m_{\nu_k} = 0$ a nivel de árbol. Esto conduce a que las masas de los neutrinos ligeros sean inducidas radiativamente bajo la siguiente condición $m_{\nu_i \nu_j}^\nu = \sum_{\nu_i \nu_j} (\not{q}) |_{\not{q}=0}$,

$$\sum_{\nu_i \nu_j} (\not{q}) = i \left(\nu_i \xrightarrow{q} \text{1PI} \xrightarrow{q} \nu_j \right),$$

donde $\sum_{\nu_i \nu_j} (\not{q})$ son los diagramas de auto-energía de los neutrinos ligeros, lo que permite calcular, estimar y analizar de las contribuciones generadas por diagramas de Feynman de orden de lazos por los neutrinos masivos y su mezcla.

De esta manera, los términos de masa para neutrinos ligeros son eliminados de la lagrangiana \mathcal{L}_{mass}^ν , aunque hay que tener en cuenta que tales suposiciones no

afectan a las masas de los neutrinos pesados, las cuales siguen siendo distintas de cero a nivel de árbol. De este modo, se evita el lazo originalmente definido por el mecanismo de seesaw para vincular las masas de los neutrinos ligeros a las masas de sus homólogos pesados. Se obtiene un nuevo vínculo entre las masas de neutrinos ligeros y pesados, según el cual las primeras son suficientemente pequeñas siempre que el espectro de masas de los neutrinos pesados sea cuasi degenerado. Usando la forma de bloque de la matriz de diagonalización unitaria \mathcal{U} , como se da en la Ec. (2.73), se definen las siguientes cantidades

$$\mathcal{B}_{\alpha\nu j} = \sum_{k=1}^3 V_{\alpha k}^{\ell} (\mathcal{U}_{11}^*)_{kj}, \quad (2.78)$$

$$\mathcal{B}_{\alpha N j} = \sum_{k=1}^3 V_{\alpha k}^{\ell} (\mathcal{U}_{12}^*)_{kj}. \quad (2.79)$$

Aquí, $\alpha = e, \mu, \tau$, es decir, este índice griego etiqueta los sabores de los leptones del SM. La matriz V_{ℓ} , de tamaño 3×3 es análoga a la matriz de mezcla de quarks de Kobayashi-Maskawa [39], pero para el sector de leptones. Las entradas de las matrices $\mathcal{B}_{\alpha\nu j}$ y $\mathcal{B}_{\alpha N j}$, recién definidas en las Ecs. (2.78) y (2.79), definen las matrices \mathcal{B}_{ν} y \mathcal{B}_N de tamaño 3×3 , las cuales pueden ser acomodadas como bloques de la matriz de tamaño 3×6

$$\mathcal{B} = (\mathcal{B}_{\nu} \quad \mathcal{B}_N). \quad (2.80)$$

Las entradas de \mathcal{B} se denotan genéricamente como $\mathcal{B}_{\alpha j}$

$$\mathcal{B}_{\alpha j} = \begin{cases} \mathcal{B}_{\alpha\nu k}, & \text{si } k = 1, 2, 3, \\ \mathcal{B}_{\alpha N_k}, & \text{si } k = 4, 5, 6, \end{cases} \quad (2.81)$$

con la definición de $\nu_k = \nu_1, \nu_2, \nu_3$ y $N_k = N_1, N_2, N_3$. La matriz \mathcal{B} satisface una especie de propiedad de unitaridad unidireccional

$$\mathcal{B}\mathcal{B}^{\dagger} = \mathbb{I}_3, \quad \text{ó} \quad \sum_{j=1}^6 \mathcal{B}_{\alpha j} \mathcal{B}_{\beta j}^* = \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.82)$$

$$\mathcal{B}^\dagger \mathcal{B} = \mathcal{C}, \quad \text{ó} \quad \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \mathcal{B}_{\alpha j}^* \mathcal{B}_{\alpha k} = \mathcal{C}_{jk}. \quad (2.83)$$

En la Ec. (2.82), se ha utilizado \mathbb{I}_3 para denotar la matriz identidad de tamaño 3×3 . Además, las cantidades \mathcal{C}_{jk} son las entradas de una matriz hermítica de tamaño 6×6 , que expresamos en términos de bloques de matriz 3×3

$$\mathcal{C} = \begin{pmatrix} \mathcal{C}_{\nu\nu} & \mathcal{C}_{\nu N} \\ \mathcal{C}_{N\nu} & \mathcal{C}_{NN} \end{pmatrix}. \quad (2.84)$$

Las entradas de \mathcal{C} están relacionadas con las entradas de bloques como

$$\mathcal{C}_{jk} = \begin{cases} \mathcal{C}_{\nu_i \nu_l}, & \text{si } j = 1, 2, 3 \text{ y } k = 1, 2, 3, \\ \mathcal{C}_{\nu_i N_l}, & \text{si } j = 1, 2, 3 \text{ y } k = 4, 5, 6, \\ \mathcal{C}_{N_i \nu_l}, & \text{si } j = 4, 5, 6 \text{ y } k = 1, 2, 3, \\ \mathcal{C}_{N_i N_l}, & \text{si } j = 4, 5, 6 \text{ y } k = 4, 5, 6, \end{cases} \quad (2.85)$$

donde $\nu_i, \nu_l = \nu_1, \nu_2, \nu_3$ y $N_i, N_l = N_1, N_2, N_3$. Además, las entradas de los bloques de matriz se definen, en términos de la matriz de diagonalización unitaria dada en la Ec. (2.73), como

$$\mathcal{C}_{\nu_i \nu_l} = \sum_{j=1}^3 (\mathcal{U}_{11})_{ji} (\mathcal{U}_{11}^*)_{jl}, \quad (2.86)$$

$$\mathcal{C}_{\nu_i N_l} = \sum_{j=1}^3 (\mathcal{U}_{11})_{ji} (\mathcal{U}_{12}^*)_{jl}, \quad (2.87)$$

$$\mathcal{C}_{N_i \nu_l} = \sum_{j=1}^3 (\mathcal{U}_{12})_{ji} (\mathcal{U}_{11}^*)_{jl}, \quad (2.88)$$

$$\mathcal{C}_{N_i N_l} = \sum_{j=1}^3 (\mathcal{U}_{12})_{ji} (\mathcal{U}_{12}^*)_{jl}, \quad (2.89)$$

la matriz \mathcal{C} satisface las siguientes relaciones

$$\mathcal{C} \mathcal{C}^\dagger = \mathcal{C}, \quad \text{ó} \quad \sum_{i=1}^6 \mathcal{C}_{ji} \mathcal{C}_{ki}^* = \mathcal{C}_{jk}. \quad (2.90)$$

Volviendo al lagrangiano \mathcal{L}_{BSM} , como se expresa en la Ec. (2.68), además del término lagrangiano \mathcal{L}_{mass}^ν , se consideran \mathcal{L}_W , que involucra corrientes cargadas

$$\mathcal{L}_W = \sum_{j=1}^3 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{g_2}{\sqrt{2}} (\mathcal{B}_{\alpha\nu_j} W_\rho^- \overline{\ell_{L\alpha}} \gamma^\mu \nu_{Lj} + \mathcal{B}_{\alpha N_j} W_\rho^- \overline{\ell_{L\alpha}} \gamma^\mu N_{Lj} + \text{h.c.}), \quad (2.91)$$

donde, W_ρ^- denota el campo del bosón W del SM, y ℓ_α representa al leptón cargado α , donde el índice $\alpha = e, \mu, \tau$, corre sobre los sabores de los leptones del sabor del SM.

La matriz unitaria \mathcal{U} de tamaño 6×6 , que diagonaliza la matriz de masa \mathcal{M} como se muestra en la Ec. (2.74), puede ser parametrizada por bloques. Para evitar una complicación excesiva en los cálculos, expandimos a la matriz \mathcal{U} , en serie de potencias alrededor del parámetro matricial $\xi = m_D m_M^{-1}$, con la restricción $|\xi_{ij}| < 1$. La forma de la matriz \mathcal{U} a tercer orden es:

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} (\mathbb{I}_3 - \frac{1}{2}\xi^* \xi^T) & \xi^* (\mathbb{I}_3 - \frac{1}{2}\xi^T \xi^*) J \\ -\xi^T (\mathbb{I}_3 - \frac{1}{2}\xi^* \xi^T) & (\mathbb{I}_3 - \frac{1}{2}\xi^T \xi^*) J \end{pmatrix}. \quad (2.92)$$

Utilizando esta parametrización, la matriz \mathcal{B} , respectivamente dada en la Ec. (2.80), pueden escribirse en términos de ξ :

$$\mathcal{B} \simeq \left(V^\ell \left(\mathbb{I}_3 - \frac{1}{2}\xi \xi^\dagger \right) \quad V^\ell \xi \left(\mathbb{I}_3 - \frac{1}{2}\xi^\dagger \xi \right) J \right), \quad (2.93)$$

Debido a la condición previamente impuesta para la cancelación de la masa de neutrinos ligeros a nivel de árbol tenemos $m_\nu = 0$, y la matriz diagonal de masa de neutrinos pesados es:

$$m_N \simeq J \cdot m_M \left(1 + \frac{1}{2} m_M^{-1} (\xi^\dagger m_D + m_D^T \xi^*) \right) J. \quad (2.94)$$

CAPÍTULO 3

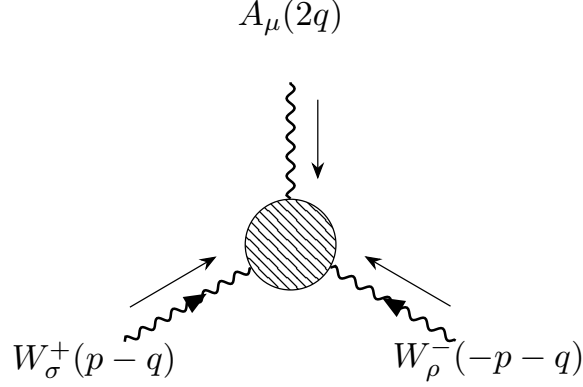
FENOMENOLOGÍA

3.1 FENOMENOLOGÍA DEL VÉRTICE $WW\gamma$

La presente sección está dedicada al cálculo analítico a nivel de un lazo, de las contribuciones de los diagramas de Feynman que involucran neutrinos virtuales de Majorana ν_k y N_k , surgidos del modelo de neutrinos discutido en la Sec. 2.3, al vértice $WW\gamma$. La presencia de las corrientes cargadas dadas en la ec. (2.91) produce vértices que hacen posibles diagramas a un lazo $WW\gamma$ con dichos neutrinos virtuales. La estructura covariante de Lorentz de este vértice define contribuciones a los momentos electromagnéticos del bosón W , con un par de ellas CP -even y otro par CP -odd. Como mostraremos y discutiremos a continuación, las contribuciones a los factores de forma electromagnéticos CP -odd desaparecen, por lo que sólo quedan los efectos CP -even. El criterio para separar $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{WW\gamma}$, en los lagrangianos $\mathcal{L}_{WW\gamma}^{\text{even}}$ y $\mathcal{L}_{WW\gamma}^{\text{odd}}$, han sido sus propiedades con respecto a la transformación discreta CP . Bajo la cual, como lo indica nuestra notación dichos términos lagrangianos son respectivamente impares o pares:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}^{WW\gamma} = \mathcal{L}_{WW\gamma}^{\text{even}} + \mathcal{L}_{WW\gamma}^{\text{odd}}, \quad (3.1)$$

$$\mathcal{L}_{WW\gamma}^{\text{even}} = -ie \left(g_1 (W_{\mu\nu}^+ W^{-\nu} A^\nu + \text{h.c.}) + \kappa W_\mu^+ W_\nu^- F^{\mu\nu} + \frac{\lambda}{m_W^2} W_{\mu\nu}^+ W^{-\nu}{}_\rho F^{\rho\mu} \right), \quad (3.2)$$

FIGURA 3.1: Convención de momentos en los acoplamientos trilineales de norma $WW\gamma$.

$$\mathcal{L}_{WW\gamma}^{\text{odd}} = -ie \left(\tilde{\kappa} W_{\mu}^{+} W_{\nu}^{-} \tilde{F}^{\mu\nu} + \frac{\tilde{\lambda}}{m_W^2} W_{\mu\nu}^{+} W_{\rho}^{-\nu} \tilde{F}^{\rho\mu} \right). \quad (3.3)$$

Donde κ , λ , $\tilde{\kappa}$ y $\tilde{\lambda}$ parametrizan, a bajas energías, los efectos de alguna formulación de nueva física, mientras que e es la carga eléctrica de un positrón. Como de costumbre, $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$ es el tensor electromagnético, y el tensor dual se define $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\rho\lambda}F^{\rho\lambda}$. También se han utilizado la definición $W_{\mu\nu}^{(\pm)} = \partial_{\mu}W_{\nu}^{(\pm)} - \partial_{\nu}W_{\mu}^{(\pm)}$. Las contribuciones anómalas de los factores en el SM, a nivel de árbol, se establecen como $g_1 = 1$, $\kappa = 1$, $\lambda = 0$. Estas contribuciones están asociadas con términos lagrangianos que son invariantes bajo una transformación discreta CP . Además, las contribuciones anómalas de los factores son $\tilde{\kappa} = 0$ y $\tilde{\lambda} = 0$ a nivel árbol en el SM, están asociadas con términos lagrangianos que no son invariantes bajo la transformación discreta CP .

Con el objetivo de escribir, en el espacio de los momentos, la expresión para la función vértice $WW\gamma$ asociada a la lagrangiana efectiva $\mathcal{L}_{\text{eff}}^{WW\gamma}$, proporcionamos en la Fig. 3.1, la convención de los momentos utilizada para el vértice $WW\gamma$ a lo largo de la presente investigación, considerando a los bosones W en capa de masa y al fotón fuera de capa de masa.

La parametrización del vértice trilineal $\Gamma_{WW\gamma}^{\text{even}}$ se puede reescribir, con las definiciones $\Delta\kappa_\gamma = \kappa + \lambda - g_1$ y $\Delta Q_\gamma = -2\lambda$

$$\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{even}} = ie \left\{ g_1 (2p_\mu g_{\sigma\rho} + 4(q_\rho g_{\sigma\mu} - q_\sigma g_{\rho\mu})) + 2\Delta\kappa (q_\rho g_{\sigma\mu} - q_\sigma g_{\rho\mu}) + \frac{4\Delta Q}{m_W^2} p_\mu \left(q_\sigma q_\rho - \frac{1}{2} q^2 g_{\sigma\rho} \right) \right\}, \quad (3.4)$$

además $\mathcal{L}_{WW\gamma}^{\text{odd}}$ deja la parametrización del vértice trilineal

$$\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{odd}} = ie \left(2\Delta\tilde{\kappa} \epsilon_{\sigma\rho\mu\alpha} q^\alpha + \frac{4\Delta\tilde{Q}}{m_W^2} q_\rho \epsilon_{\sigma\mu\alpha\beta} p^\alpha q^\beta + \tilde{g}_1 p^\lambda \epsilon_{\sigma\rho\lambda\alpha} (q^2 \delta^\alpha_\mu - q^\alpha q_\mu) \right), \quad (3.5)$$

donde $\Delta\tilde{\kappa} = \tilde{\kappa} + \frac{m_W^2 - 2q^2}{m_W^2} \tilde{\lambda}$, $\Delta\tilde{Q} = -2\tilde{\lambda}$ y $\tilde{g}_1 = -\frac{4\tilde{\lambda}}{m_W}$. Es importante mencionar que las condiciones de capa de masa del fotón eliminan la contribución asociada a \tilde{g}_1 . Estas funciones vértice satisfacen identidades de Ward con respecto al campo electromagnético $q^\mu \cdot \Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{even}} = 0$ y $q^\mu \cdot \Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{odd}} = 0$, las cuales nos indica que hay invariancia de norma.

Las propiedades electromagnéticas del bosón W comprenden un conjunto de cuatro momentos electromagnéticos, definidos en la capa de masa, en términos de los parámetros que caracterizan las funciones de vértice $WW\gamma$ de las Ecs. (3.4)-(3.5), como:

$$\mu_W = \frac{e}{2m_W} (2 + \Delta\kappa), \quad (3.6)$$

$$Q_W = -\frac{2}{m_W^2} (1 + \Delta\kappa + \Delta Q), \quad (3.7)$$

$$\tilde{\mu}_W = \frac{e}{2m_W} \Delta\tilde{\kappa}, \quad (3.8)$$

$$\tilde{Q}_W = -\frac{e}{m_W^2} (\Delta\tilde{\kappa} + \Delta\tilde{Q}). \quad (3.9)$$

Los momentos electromagnéticos del bosón W , μ_W y Q_W , son ambos pares con respecto a la transformación discreta de CP . Estas cantidades reciben los nombres de momento dipolar magnético y momento cuadrupolar eléctrico, respectivamente. En el SM, estos momentos electromagnéticos son diferentes a cero a nivel de árbol. Por

otro lado, el momento dipolar eléctrico, $\tilde{\mu}_W$, y el momento cuadrupolar magnético, \tilde{Q}_W , son impares con respecto a CP y son cero a nivel de árbol en el SM, por lo que estas cantidades son interesantes para buscar rastros de física más allá del Modelo Estándar.

3.1.1 CONTRIBUCIONES A UN LAZO DE $WW\gamma$

Las contribuciones de la lagrangiana de las corrientes cargadas Ec. (2.91) a la función $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{WW\gamma}$, son generados por la suma de los siguientes diagramas, de acuerdo con las convenciones de momentos de la Fig. 3.1:

$$\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{WW\gamma} = \sum_{\alpha} \sum_{k=1}^3 \left(\begin{array}{c} \text{Diagrama 1} \\ \text{Diagrama 2} \end{array} \right) \quad (3.10)$$

The equation shows the sum of two Feynman diagrams. The first diagram is a triangle loop with a charged lepton l_α and a neutrino ν_l . The second diagram is a triangle loop with a charged lepton l_α and a Majorana neutrino N_l . Both diagrams have external lines for W_σ^+ , W_ρ^- , and A_μ .

Observemos que $\alpha = e, \mu, \tau$, por lo que la suma \sum_{α} , corre sobre los tres sabores leptónicos. En general, los cálculos de amplitudes que involucran neutrinos difieren dependiendo de si, en el modelo en cuestión, los fermiones son descritos por campos de Dirac o de Majorana. Para empezar, una diferencia principal reside en las reglas de Feynman correspondientes a cada uno de estos casos [50]. Además, la violación del número leptónico permite la ocurrencia de un mayor número de diagramas de Feynman si los neutrinos son de Majorana, en comparación con el caso de Dirac. Es importante enfatizar que el presente cálculo, en el que los neutrinos se caracterizan por campos de Majorana, no involucra diagramas adicionales. Además, los diagramas de Feynman a considerar tienen la misma estructura que si fueran de tipo Majorana. Por lo tanto, el cálculo no distingue entre los casos Dirac y Majorana, salvo el posible papel de las fases de Majorana. Para realizar el cálculo, se ha tomado a los bosones de norma W externos en capa de masa, mientras que el fotón

externo se ha asumido fuera de capa de masa. La suma de diagramas de Feynman mostradas en la Ec. (3.10), incluye efectos virtuales tanto de neutrinos ligeros ν_k y pesados N_k , con las reglas de Feynman determinadas a partir de la Ec. (2.91) en la Sec. 2.3. Observemos que el grado superficial de divergencia para cualquiera de los diagramas mostrados en la Ec. (3.10) es igual a 1, lo que sugiere que podemos tener divergencias ultravioleta creciendo tan rápido como de manera lineal. Teniendo esto en cuenta, utilizamos el método de regularización dimensional [51], para regularizar las integrales de un lazo. En consecuencia se establecen en D -dimensiones de espacio-tiempo $\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \longrightarrow \mu^{4-D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D}$, con μ siendo la escala de renormalización. Para calcular las expresiones analíticas correspondientes a estos diagramas, hemos seguido el método de reducción tensorial de Passarino-Veltman [52], implementado a través del software *Mathematica* de Wolfram, con los paquetes *FeynCalc* [51] y *Package - X* [53]. En consecuencia, las expresiones analíticas de las contribuciones se dan en términos de las funciones de Passarino-Veltman de 1 punto, 2 puntos y 3 puntos. De tal forma que podemos reorganizar la función vértice $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{WW\gamma}$, como se muestra en la Ec. (3.11)

$$\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{WW\gamma} = \sum_{\alpha} \sum_{k=1}^6 |\mathcal{B}_{\alpha k}|^2 (\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{even}(m_{\alpha}, m_k) + \Gamma_{\sigma\rho\mu}^{odd}(m_{\alpha}, m_k)). \quad (3.11)$$

En la Ec. (3.11), la contribución de los diagramas de Feynman de un lazo que involucra al α -ésimo leptón cargado virtual, con masa m_{α} , y al ν_k -ésimo neutrino virtual, se divide en contribuciones CP -even y CP -odd, denotadas por $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{even}(m_{\alpha}, m_k)$ y $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{odd}(m_{\alpha}, m_k)$, respectivamente. Esta notación advierte explícitamente sobre la dependencia de la función de vértice de las masas de leptones cargados y neutrinos. Es importante señalar que tanto $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{even}(m_{\alpha}, m_k)$ como $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{odd}(m_{\alpha}, m_k)$ también incluyen el momento externo del fotón, Q^2 . La expresión de $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{WW\gamma}$ presenta la suma $\sum_{k=1}^6$, que tiene en cuenta todos los neutrinos, tanto ligeros como pesados, a la vez. Las masas de todos los neutrinos están denotadas genéricamente por m_k con $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ donde $m_1 = m_{\nu_1}$, $m_2 = m_{\nu_2}$, $m_3 = m_{\nu_3}$, son las masas de los neutrinos ligeros y $m_4 = m_{N_1}$, $m_5 = m_{N_2}$ y $m_6 = m_{N_3}$, las masas para los neutrinos pesados. La es-

estructura $CP - even$ de la función de vértice $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{even}}(m_\alpha, m_k)$ coincide con la Ec. (3.4), por lo que satisface la identidad de Ward. La estructura covariante de Lorentz para la función vértice $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{even}}(m_\alpha, m_k)$, depende de f_1, f_2, f_3 y f_4 , las cuales son funciones de las masas, dadas en términos de las funciones escalares de Passarino-Veltman:

$$\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{even}}(m_{\alpha, m_k}) = f_1 q_\sigma g_{\rho\mu} + f_2 q_\rho g_{\sigma\mu} + f_3 p_\mu g_{\sigma\rho} + f_4 p_\mu q_\sigma q_\rho. \quad (3.12)$$

Comparando con la función vértice en la Ec. (3.4), se identifican de las contribuciones anómalas:

$$g_1 = \frac{i(f_3 + 2f_4 q^2)}{2}, \quad (3.13)$$

$$\Delta\kappa = -\frac{i(f_4 q^2 - f_1 - 2f_3)}{2e}, \quad (3.14)$$

$$\Delta Q = \frac{im_W^2 f_4}{4e}. \quad (3.15)$$

La función de vértice CP -even, lleva contribuciones individuales $g_1^{\alpha k}$, $\Delta Q_{\alpha k}$, y $\Delta\kappa_{\alpha k}$. Asimismo, se encontraron divergencias ultravioleta en el factor de forma $g_1^{\alpha k}$, las cuales no se eliminan del factor de forma $g_1 = \sum_\alpha \sum_{k=1}^6 |\mathcal{B}_{\alpha k}|^2 g_1^{\alpha k}$. Las contribuciones de los factores de forma $\Delta Q^{\alpha k}$ y $\Delta\kappa^{\alpha k}$ están libres de divergencias ultravioletas. El conjunto completo de contribuciones individuales $\Delta Q^{\alpha k}$ y $\Delta\kappa^{\alpha k}$ se suman para dar los acoplamientos anómalos:

$$\Delta\kappa = \sum_\alpha \sum_{k=1}^6 |\mathcal{B}_{\alpha k}|^2 \Delta\kappa^{\alpha k}, \quad (3.16)$$

$$\Delta Q = \sum_\alpha \sum_{k=1}^6 |\mathcal{B}_{\alpha k}|^2 \Delta Q^{\alpha k}. \quad (3.17)$$

Ahora centraremos nuestra discusión a las contribuciones a la función vértice $\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{odd}}(m_\alpha, m_k)$. Después de procesarla mediante herramientas de software, obtuvimos una expresión con estructura covariante de Lorentz

$$\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{odd}}(m_\alpha, m_k) = \epsilon_{\mu\rho\sigma\alpha} p^\alpha F_1 + p^\alpha q^\beta (q_\sigma \epsilon_{\mu\rho\alpha\beta} F_2 + q_\rho \epsilon_{\mu\sigma\alpha\beta} F_3), \quad (3.18)$$

donde F_1 , F_2 y F_3 son funciones de las masas, dadas en términos de las funciones escalares de Passarino-Veltman. Señalemos que los tres factores de forma son finitos ultravioleta. Usando las identidades de Shouten y las condiciones de transversalidad de los bosones de norma W , podemos reescribir:

$$\Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{odd}}(m_\alpha, m_k) = -\epsilon_{\sigma\rho\mu\alpha} p^\alpha F_1 - q_\rho \epsilon_{\sigma\mu\alpha\beta} p^\alpha q^\beta (F_2 + F_3) - p^\lambda \epsilon_{\sigma\rho\lambda\alpha} (q^2 \delta^\alpha_\mu - q^\alpha q_\mu) F_2, \quad (3.19)$$

Cuando se compara con la Ec. (3.5), el segundo término de esta expresión, cuya estructura covariante de Lorentz es $q_\rho \epsilon_{\sigma\mu\alpha\beta} p^\alpha q^\beta$, lleva a la identificación $\Delta\tilde{Q} = \frac{i(F_2+F_3)m_W^2}{4e}$. Hemos verificado que, incluso asumiendo que el fotón externo está fuera de la capa de masa, la cancelación $F_2 + F_3 = 0$ ocurre, lo que implica que la contribución anómala $\Delta\tilde{Q}$ se anula exactamente. Además, no existe contribución anómala $\Delta\tilde{\kappa}$. Por otra parte, la contribución anómala $\tilde{g}_1 = \frac{iF_2}{e}$ es generada. El primer término de la Ec. (3.19), caracterizado por la estructura covariante de Lorentz $\epsilon_{\sigma\rho\mu\alpha} p^\alpha$, no forma parte de la parametrización general del vértice $WW\gamma$, mostrada en la Ec. (3.5). Además, este término extra no desaparece en la capa de masa del fotón y arruina la identidad de Ward $Q^\mu \cdot \Gamma_{\sigma\rho\mu}^{\text{odd}}(m_\alpha, m_k) = 0$.

Cuando se afirma que una teoría de campo no tiene anomalías, significa que todas las simetrías que son válidas en la formulación clásica de la teoría permanecen válidas a nivel cuántico. Las identidades de Ward pueden fallar si la simetría de norma es válida en alguna formulación clásica y esta desaparece a nivel cuántico, en cuyo caso decimos que la teoría tiene anomalías. Las teorías de campo consistentes están libres de anomalías, como es el caso del SM [54], donde se cumple un conjunto de condiciones que relacionan las hipercargas para eliminarlas. Las identidades de Ward, habitualmente entendidas como una prueba de la invarianza de norma, regularmente sirven de criterio para probar la consistencias de los cálculos de las amplitudes, ya que el fallo de alguna identidad de Ward puede indicar un error en la ejecución de un cálculo dado. Sin embargo, hay otra razón plausible para que las identidades de Ward no se cumplan en el contexto de una teoría libre de

anomalías. Esto se debe a la presencia de la matriz de quiralidad, γ_5 , que resulta ser incompatible con el método de regularización dimensional [55]. De forma general, las propiedades más importantes de las matrices de Dirac en 4-dimensiones son las siguientes:

$$\gamma_5^2 = \mathbb{I}_4, \quad \gamma_5^\dagger = \gamma_5, \quad \{\gamma^\mu, \gamma_5\} = 0, \quad \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \cdot \mathbb{I}_4, \quad \gamma^0 \gamma^{\mu\dagger} \gamma^0 = \gamma^\mu. \quad (3.20)$$

Las trazas con una γ_5 no están bien definidas en el método de regularización dimensional, porque en D -dimensiones la propiedad del anticonmutador de la matriz γ_5 con las matrices de Dirac no se cumple:

$$\{\gamma^\mu, \gamma_5\} \neq 0 \quad \mu = 0, 1, 2, 3, \dots, D-1. \quad (3.21)$$

Para abordar las amplitudes que involucran la matriz de quiralidad, se han propuesto modus operandi. Por ejemplo, el esquema de regularización dado por defecto por FeynCalc, es Naive Dimensional Regularization (NDR), en este esquema se asume que γ_5 anticonmuta con todas las matrices de Dirac en D -dimensiones. Por lo tanto, FeynCalc dejará tales trazas sin evaluar, dejando al usuario decidir cómo tratarlas. Nótese que las trazas con un número impar de las matrices de Dirac usuales y una matriz γ_5 , que desaparecen en 4 dimensiones, también se pondrán cero en este esquema. Otro enfoque, propuesto por 't Hooft y Veltman [56], implica que la matriz γ_5 anticonmute con las cuatro matrices de Dirac originales, $\gamma_0, \gamma_1, \gamma_2$ y γ_3 , mientras que las relaciones de conmutación con el resto de dichas matrices, en D -dimensiones, se imponen. También están disponibles variantes del enfoque de t'Hooft-Veltman, como el esquema de Breitenlohner-Maison [57]. El autor de la Ref. [58], afirma que las integrales de un lazo que involucran la γ_5 pueden ser regularizados siempre y cuando se abandone la condición de traza $\text{tr}\{\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma \gamma_5\} \neq 0$ o la invariancia de norma. Retomando nuestro cálculo, hemos verificado que el uso de la NDR, que viene acompañada de la condición de traza $\text{tr}\{\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\rho \gamma_\sigma \gamma_5\} = 0$, hace que la contribución CP -odd sea cero, es decir, $\Gamma_{\text{odd}}^{\sigma\rho\mu}(m_\alpha, m_k) = 0$, en cuyo caso la identidad de Ward $Q_\mu \cdot \Gamma_{\text{odd}}^{\sigma\rho\mu}(m_\alpha; m_k) = 0$ se cumple trivialmente. Por otro lado, después

de la implementación de la cancelación $F_2 + F_3 = 0$, comentada anteriormente, la Ec. (3.19) sugiere que las trazas $\text{tr}\{\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma\gamma_5\}$ no contribuyen a los factores de forma electromagnéticos, por lo que podemos ignorar estas trazas utilizando NDR. Además, ambos enfoques coinciden en que los factores de forma electromagnéticos CP -odd desaparecen, incluso si el fotón está fuera de la capa de masa. Llegamos a la conclusión de que este modelo de neutrinos de Majorana no produce ninguna contribución CP -odd, a los acoplamientos anómalos $\Delta\tilde{\kappa}$ y $\Delta\tilde{Q}$, por lo que no surgen contribuciones a los momentos electromagnéticos CP -odd del bosón W , $\tilde{\mu}_W$ y \tilde{Q}_W .

3.1.2 ESTIMACIONES NUMÉRICAS

El objetivo principal de la presente sección es la estimación de las contribuciones a un lazo del modelo de neutrinos de Majorana discutido en la Sec. 2.3 a los factores de forma electromagnéticos que caracterizan el vértice $WW\gamma$. Como mostramos previamente, en la Sec. 3.1.1, solo se generan contribuciones CP -even, que están dadas por los acoplamientos anómalos $\Delta\kappa$ y ΔQ , como se muestra en la Ec. (3.4). En la Ref. [59], se realizó un cálculo y estimación de las contribuciones a un lazo del SM al vértice $WW\gamma$, con el fotón externo fuera de la capa de masa. Los autores de este trabajo derivaron expresiones en términos de las masas del bosón de Higgs y el quark top, ninguna de las cuales había sido medida en ese momento. Realizaron estimaciones numéricas de $\Delta\kappa$ y ΔQ , como funciones del momento cuadrático del fotón externo. Llegando a la conclusión de que las contribuciones del Modelo Estándar a $\Delta\kappa$ podrían ser del orden de $\mathcal{O}(10^{-2})$, lo que significa que cualquier medición de un valor mayor de esta anomalía debería interpretarse como una manifestación de física BSM. Además, se concluyó que las contribuciones del Modelo Estándar a ΔQ eran aproximadamente del orden de $\mathcal{O}(10^{-4})$. Poco después, los efectos del SM en $WW\gamma$ fueron reexaminados en la Ref. [60], en la cual, mediante el uso de la llamada técnica del pellizco [61], se encontró que las contribuciones a $\Delta\kappa$ y ΔQ eran independientes de la norma, finitas en el ultravioleta y el infrarrojo, y bien comportadas para el

momento del fotón fuera de la capa de masa. También se han abordado los efectos de la física BSM en el vértice $WW\gamma$. En las Ref. [44], por ejemplo, el modelo 331 fue el marco para ejecutar cálculos a un lazo de $WW\gamma$, mientras que la Ref. [62] consideraron contribuciones a este vértice, a nivel de un lazo, de un modelo de dimensiones extra universales [63]. En la Ref. [64], se calcularon y estimaron las contribuciones a un lazo, a los momentos electromagnéticos CP -odd $\tilde{\mu}_W$ y \tilde{Q}_W generados por el vértice HWW que surgieron de una lagrangiana efectiva. Los autores de la Ref. [65] realizaron un cálculo de contribuciones a $WW\gamma$ de partículas escalares BSM originadas en el contexto del modelo de Georgi-Machacek [45]. Nuestras expresiones para los factores de forma electromagnéticos $\Delta\kappa$ y ΔQ , dadas en las Ecs. (3.16)–(3.17), comparten genéricamente la misma estructura $\Delta f = \sum_{\alpha} \sum_{k=1}^6 |\mathcal{B}_{\alpha k}|^2 \Delta f^{\alpha k}$, por lo que pueden escribirse como:

$$\Delta f = \sum_{\alpha} \sum_{k=1}^3 (|\mathcal{B}_{\alpha\nu_k}|^2 \Delta f^{\alpha\nu_k} + |\mathcal{B}_{\alpha N_k}|^2 \Delta f^{\alpha N_k}). \quad (3.22)$$

Para fines prácticos la contribución de los neutrinos ligeros ν_k ha sido separada de la contribución de los neutrinos pesados N_k . Expresamos a $\xi = m_D m_M^{-1}$ de tamaño 3×3 como:

$$\xi = \hat{\rho} X. \quad (3.23)$$

Donde X es una matriz de tamaño 3×3 cuya entrada más grande tiene magnitud 1, mientras que $\hat{\rho}$ es algún número real positivo que es igual al módulo de la entrada más grande de ξ , por lo que $\hat{\rho} < 1$. Las matrices \mathcal{B}_{ν} y \mathcal{B}_N quedan expresadas como:

$$\mathcal{B}_{\nu} = V^{\ell} \left(\mathbb{I}_3 - \frac{1}{2} \hat{\rho}^2 X X^{\dagger} \right), \quad (3.24)$$

$$\mathcal{B}_N = V^{\ell} X \left(\hat{\rho} \cdot \mathbb{I}_3 - \frac{1}{2} \hat{\rho}^3 X^{\dagger} X \right) J^*. \quad (3.25)$$

La parencia de las matrices X y J anticipa la intervención de un número grande de parámetros. Se ha probado diferentes texturas de X para estimar la contribución de neutrinos pesados a $\Delta\kappa_{\gamma}$ y ΔQ_{γ} , pero no se encontraron variaciones importantes en

los resultados. Para fines prácticos y apuntando a una estimación de efectos de nueva física, tomamos a $X = \mathbb{I}_3$ y $J = \mathbb{I}_3$. En nuestras estimaciones tomamos $V^\ell \rightarrow \mathcal{U}_{\text{PMNS}}$. La matriz $\mathcal{U}_{\text{PMNS}}$ se da, en cualquier contexto de neutrinos de Majorana, como $\mathcal{U}_{\text{PMNS}} = \mathcal{U}_{\text{D}} \cdot \mathcal{U}_{\text{M}}$. La matriz unitaria \mathcal{U}_{D} , es de tamaño 3×3 y puede ser parametrizada por tres ángulos de mezcla y una fase [26]:

$$\mathcal{U}_{\text{D}} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{i\delta_D} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_D} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_D} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_D} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_D} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Se uso la notación compacta estándar $c_{jk} = \cos \theta_{jk}$, $s_{jk} = \sin \theta_{jk}$, para el coseno y seno de los ángulos de mezcla θ_{12}, θ_{23} y θ_{13} . Además existe, el parámetro δ_D , comúnmente llamado fase de Dirac. Por otra parte \mathcal{U}_{M} , es una matriz diagonal de tamaño 3×3

$$\mathcal{U}_{\text{M}} = \text{diag}(1, e^{i\phi_2}, e^{i\phi_3}), \quad (3.27)$$

con ϕ_2 y ϕ_3 las fases de Majorana, que solo ocurren mientras los neutrinos corresponden a campos de Majorana. En Particle Data Group (PDG) recomienda los siguientes valores para los ángulos de mezcla de los neutrinos [48], que hemos utilizado para nuestras estimaciones numéricas:

$$\sin^2 \theta_{12} = 0.307 \pm 0.013, \quad (3.28)$$

$$\sin^2 \theta_{23} = 0.546 \pm 0.0021,$$

$$\sin^2 \theta_{13} = 0.0220 \pm 0.0007.$$

El valor dado por el PDG para θ_{12} se basa en la medición de 2016 realizada por la Colaboración Super-Kamiokande [66]. Mientras tanto, para el valor del PDG de θ_{23} , se consideraron los datos reportados por las colaboraciones T2K [66], Minos+ [67], NOvA [68], IceCube [69] y Super-Kamiokande [70]. Además, las mediciones proporcionadas por Double Chooz [71], RENO [72, 73] y Daya Bay [74, 75] fueron utilizadas por el PDG para establecer el valor anteriormente mostrado de θ_{13} . En el

caso de la fase de Dirac, utilizamos

$$\delta_D = -\frac{\pi}{2}, \quad (3.29)$$

favorecido por la Colaboración T2K en su artículo de 2014 [76]. Un análisis más reciente sobre la fase de Dirac, realizado por el mismo equipo, se puede encontrar en la Ref. [66]. En cuanto a las fases de Majorana, hemos tomado los valores $\phi_2 = 0$ y $\phi_3 = 0$. Se ha asumido que el fotón se encuentra fuera de capa de masa, por lo que las expresiones para las contribuciones anómalas a $\Delta\kappa$ y ΔQ son funciones que dependen del momento entrante al cuadrado del fotón Q^2 , asociado a la línea del fotón externo Fig. 3.1. Sin embargo, las contribuciones a los factores de forma también quedan determinadas por las masas de los neutrinos pesados. Dicho espectro de masa de los neutrinos pesados está restringido al caso casi degenerado, para que sea compatible con diminutas masas de neutrinos ligeros generadas a ordenes de lazos, tal como lo requieren el modelo de neutrinos Majorana bajo consideración [16]. Con esto en mente se considera un espectro de masas para los neutrinos pesados como $m_{N_1} \approx m_{N_h}$, $m_{N_2} \approx m_{N_h}$, $m_{N_3} \approx m_{N_h}$, para alguna masa m_{N_k} . Aunque se pueden considerar pequeñas variaciones entre las masas de los neutrinos pesados para el análisis, cabe destacar que nuestras estimaciones no mostraron ninguna diferencia, en las contribuciones anómalas resultantes a $\Delta\kappa$ y ΔQ .

Los colisionadores de hadrones tienen la posibilidad de sondear el vértice $WW\gamma$. Esto es logrado mediante la producción de $W\gamma$ y WW , resultado de las colisiones protón-protón, a partir de las cuales se pueden establecer restricciones en los factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ . En las Refs. [77, 78] de las colaboraciones de Compact Muon Solenoid (CMS) y A Toroidal LHC Apparatus (ATLAS), se han obtenido límites superiores sobre $\Delta\kappa$ y ΔQ del orden $\mathcal{O} \sim (10^{-2})$, de los datos obtenidos por el Large Hadron Collider (LHC), los cuales fueron recolectados a una energía en el centro de masa de 8 TeV. Una mejora sobre el límite superior sobre ΔQ del orden $\mathcal{O} \sim (10^{-3})$, fue determinada el año pasado en el experimento de CMS de los datos de la producción $W\gamma$ a CME de 13 TeV [79]. DZero experiment (D0), en Tevatron,

también tiene restricciones sobre estas anomalías, reportando límites sobre $\Delta\kappa$ del orden $\mathcal{O} \sim (10^{-1})$ y sobre ΔQ del orden $\mathcal{O} \sim (10^{-2})$ [80]. Los colisionadores de electrones-positrones proveen ambientes limpios y adecuados para estudios de alta precisión, complementando a los colisionadores de hadrones en la identificación de rastros de nueva física y de su adecuada caracterización. En particular, tales dispositivos, en los cuales participa el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$, serán sensibles a los acoplamientos de norma $WW\gamma$. El gran colisionador de electrones y positrones, mejor conocido como Large Electron Positron (LEP), el cual se encuentra localizado en el CERN, analizó datos combinados, recopilados a través de sus cuatro detectores sobre la producción de WW de las colisiones de electrones y positrones con una energía de CME de 130 GeV a 209 GeV. Este análisis produjo restricciones del orden $\mathcal{O} \sim (10^{-2})$, sobre ambos factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ [81]. Mientras LEP fue uno de los aceleradores de partículas más importantes y grandes de su tipo, otros dispositivos similares se encuentran en camino, con la finalidad de encontrar rastros de nueva física. El ILC será capaz de establecer restricciones sobre ambos factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ [82, 83, 84]

$$\left. \begin{array}{l} |\Delta\kappa| \leq 6.1 \times 10^{-4} \\ |\Delta Q| \leq 8.4 \times 10^{-4} \end{array} \right\} = \text{a CME 500 GeV}, \quad (3.30)$$

$$\left. \begin{array}{l} |\Delta\kappa| \leq 3.7 \times 10^{-4} \\ |\Delta Q| \leq 5.1 \times 10^{-4} \end{array} \right\} = \text{a CME 800 GeV}. \quad (3.31)$$

A partir de $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$. Los autores de la Ref. [85] exploran procesos $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$, $e^+\gamma \rightarrow e^+\gamma^*\gamma \rightarrow e^+W^-W^+$ y $e^+e^- \rightarrow e^+\gamma^*\gamma^*e^- \rightarrow e^+W^-W^+e^-$, han llegado a la conclusión que el Compact Liner Collider (CERN), el CLIC, podría alcanzar límites superiores del orden $\mathcal{O} \sim 10^{-5}$ sobre $\Delta\kappa$ y del orden $\mathcal{O} \sim 10^{-4}$ sobre ΔQ . Por último, el Circular Electron Positron Collider (CEPC), que está en planes de acuerdo a la Ref. [84], será sensible a los acoplamientos trilineales de norma siendo capaz de establecer límites superiores del orden $\mathcal{O} \sim 10^{-4}$, sobre ambos factores de forma $\Delta\kappa$ y ΔQ . Con los elementos anteriores en mente, nos referimos a las gráfica

de la Figs. 3.2-3.3, las cuales muestran nuestras estimaciones de las contribuciones de los neutrinos virtuales, tanto pesados como ligeros, a las anomalías de CP -even de $\Delta\kappa$ y ΔQ en el marco del modelo de neutrinos discutido en la Sec. 2.3 previamente.

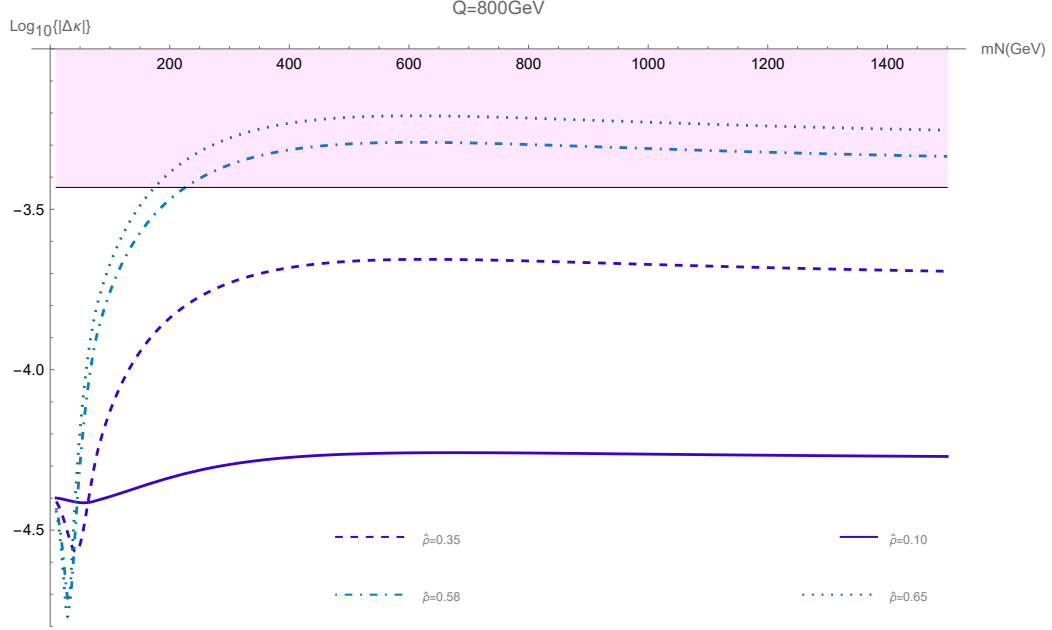


FIGURA 3.2: Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados a la anomalía de $\Delta\kappa$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$, con $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada).

Tales contribuciones han sido gráficas como funciones de las masas de los neutrinos pesados, en el rango $10 \leq m_{N_h} \leq 1500$ a $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, como se considera para los análisis de la sensibilidad esperada del ILC en las Refs. [83, 84]. Con el objetivo de comparar los órdenes de magnitud de las contribuciones, estos gráficos se han representado en una escala logarítmica en base 10. Los diagramas de Feynman que contribuyen a $WW\gamma$ a un lazo están mostrados en la Ec. (3.10), involucran a los vértices $W\nu_k l_\alpha$ y $WN_k l_\alpha$, entre los cuales el primero conecta un bosón W externo con los campos de lazo virtuales ν_k y l_α , donde se cumple que $m_W > m_\alpha + m_{\nu_k}$. El hecho de que esta relación se cumpla significa que las contribuciones resultantes de neutrinos ligeros virtuales a los factores de forma en capa masa $\Delta\kappa(Q^2 = 0)$ y $\Delta Q(Q^2 = 0)$ son cantidades complejas. En el resto de los diagramas de Feynman, en el que se involucran a neutrinos pesados virtuales, los factores de forma en capa de masa $\Delta\kappa(Q^2 = 0)$ y $\Delta Q(Q^2 = 0)$, son estrictamente

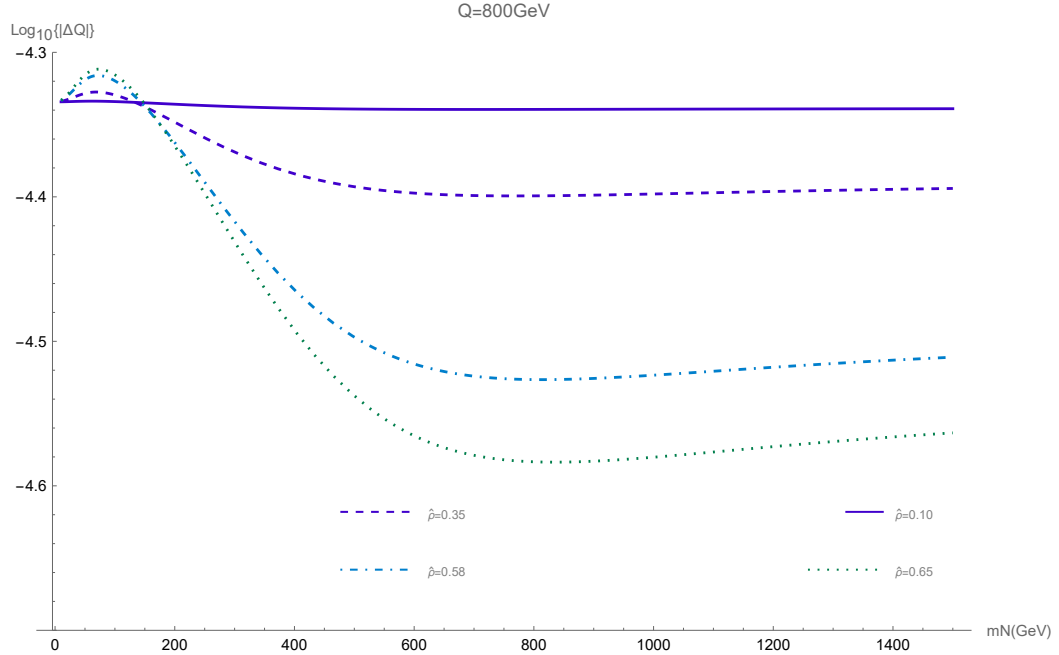


FIGURA 3.3: Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados a la anomalía de ΔQ , en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$, con $\sqrt{Q^2} = 80 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada).

reales, si satisfacen la condición $m_W < m_\alpha + m_{N_k}$. Sin embargo, los cálculos se han realizado con el fotón externo fuera de capa de masa, así que las contribuciones de los neutrinos virtuales pesados a las anomalías de $\Delta\kappa$ y ΔQ permiten cantidades complejas, incluso si las masas de los neutrinos pesados virtuales satisfacen esta condición. Si bien las anomalías tienen parte real e imaginaria, las contribuciones representadas en la Figs. 3.2-3.3, corresponden al módulo $|\Delta\kappa|$ y $|\Delta Q|$. Cada curva en los gráficos de las Figs. 3.2–3.3 corresponde a algún valor del parámetro $\hat{\rho}$, definido en la Ec. (3.23), para $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Punteado-Guionado), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punteado), $\hat{\rho} = 0.65$ (Guionado), como se muestra en las gráficas de las Figs. 3.2-3.3. Se ha añadido una línea horizontal, correspondiente al límite superior de la sensibilidad del ILC $|\Delta\kappa| \leq 3.7 \times 10^{-4}$ estimada en la Ref. [84]. Para la región sombreada, comprende aquellos valores para $\hat{\rho}$ los cuales serán accesibles para la sensibilidad del ILC, de la Fig.3.2. Por el lado contrario, la región no sombreada de la parte inferior comprende el conjunto de valores de $\hat{\rho}$ fuera del alcance de la sensibilidad del ILC, esperada para este colisionador. De acuerdo a la Fig.3.2, los acoplamientos abajo para $\hat{\rho} \sim 0.5$, quedaran fuera del alcance de la sensibilidad del

ILC, $\sqrt{Q^2} = 800$ GeV, por ejemplo para los valores $\hat{\rho} = 0.58$ y $\hat{\rho} = 0.65$ ingresan en la región de la sensibilidad del ILC, para un rango de masas $m_{N_k} \gtrsim 350$ GeV. Las Figuras 3.2-3.3 muestran que, incluso en el contexto más optimista considerado para este trabajo Ref. [86], los efectos de BSM del modelo de neutrinos de Majorana son menores que la contribución del SM en aproximadamente un orden de magnitud. No se ha incluido ninguna línea de límite del ILC, en la Fig.3.3, correspondiente a la anomalía de $|\Delta Q|$, porque las contribuciones correspondientes están muy por debajo de la sensibilidad esperada del ILC. En este punto, vale la pena mencionar la Ref. [87], realizada por la Colaboración CMS. En ese trabajo, se investigaron los coeficientes \mathcal{B}_{eN_k} y $\mathcal{B}_{\mu N_k}$ para algún neutrino pesado N_k . Esto se llevó a cabo buscando la desintegración de un leptón neutro pesado de Majorana, con una masa en el rango de $1 \text{ GeV} < m_{N_k} < 1200 \text{ GeV}$, en un leptón cargado del SM y el bosón W del SM. Para tal rango de masas de neutrinos pesados, se establecieron límites superiores en $|B_{eN_k}|^2$ y $|B_{\mu N_k}|^2$, los cuales se muestran en las gráficas $(m_{N_k}, |B_{eN_k}|^2)$ y $(m_{N_k}, |B_{\mu N_k}|^2)$. Recuerde que, según la Ec. (3.25), el tamaño de tales cantidades, que son elementos de la matriz \mathcal{B}_N , de tamaño 3×3 , está dado por el parámetro $\hat{\rho}$. Teniendo esto en cuenta, observamos que los valores $\hat{\rho} = 0.58, 0.65$ son compatibles con los límites de $|\mathcal{B}_{eN_k}|$ de la Ref. [87], siempre y cuando $m_{N_k} \gtrsim 850$ GeV. En cuanto a los límites de $|\mathcal{B}_{\mu N_k}|$, los valores $\hat{\rho} = 0.58, 0.65$ son permitidos para $m_{N_k} \gtrsim 1000$ GeV. La previa discusión nos indica que la plausibilidad de la medida de la anomalía de $\Delta\kappa$ por el ILC, producida por neutrinos de Majorana virtuales del modelo de nueva física bajo la consideración, es más prometedora que la anomalía de ΔQ . Por esta razón, a partir de aquí nuestra discusión se desarrolla en torno al acoplamiento $\Delta\kappa$. En el marco de la presente investigación, la participación del parámetro $\hat{\rho}$ es importante en la definición del tamaño de las contribuciones, por lo que desempeña un papel significativo en si el ILC podrá detectarlo o no. Para ilustrar esto, mostramos las gráficas de las Figuras 3.4–3.5, con nuestras estimaciones para la contribución de la anomalía $\Delta\kappa$, para un par de valores $\hat{\rho} = 0.58$ y $\hat{\rho} = 0.65$, todas ellas dadas en escala logarítmica base 10, se muestran como funciones del momento entrante al cuadrado del fotón externo Q^2 , o más precisamente en términos de $\sqrt{Q^2}$, para

valores que varían dentro de $0 \text{ GeV} \leq \sqrt{Q^2} \leq 1000 \text{ GeV}$. Ambas gráficas incluyen un par de líneas horizontales, que representan la sensibilidad alcanzable del ILC, sobre el factor de forma $\Delta\kappa$ [82, 83, 84], situadas en 6.1×10^{-4} para $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ y 3.7×10^{-4} para $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$. Además, se han trazado dos líneas verticales punteadas en ambos gráficos de la figura, correspondientes a los valores $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$. Cada gráfico comprende tres curvas, cada una de las cuales está asociada a uno de los valores considerados de la masa de los neutrinos pesados m_{N_h} , las curvas (punteadas) provienen de la elección $m_{N_h} = 400 \text{ GeV}$, (sólidas) de la masa $m_{N_h} = 900 \text{ GeV}$ y (guionado) de la masa $m_{N_h} = 1200 \text{ GeV}$. A partir de estas gráficas, se observa que las diferencias entre las contribuciones debidas a distintas masas de neutrinos pesados m_{N_h} , no varía por varios órdenes de magnitud. Las figuras correspondientes a $\hat{\rho} = 0.58$ y $\hat{\rho} = 0.65$ muestran las contribuciones asociadas al espectro de neutrinos pesados bajo consideración. Se observa que los efectos de estas contribuciones apenas están dentro del alcance del ILC a 800 GeV, mientras que la sensibilidad de este colisionador a 500 GeV no es alcanzable.

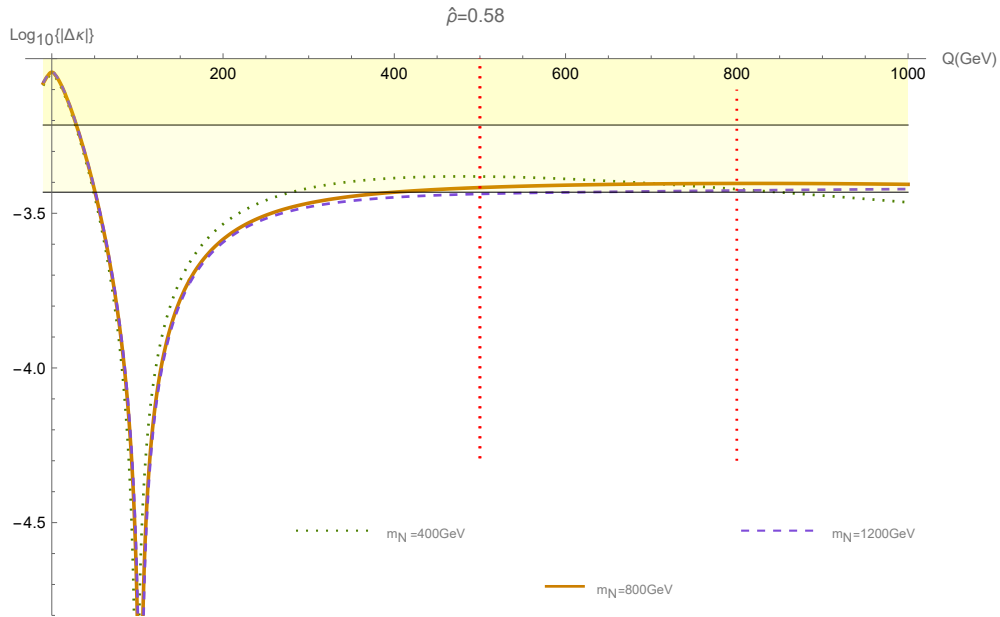


FIGURA 3.4: $|\Delta\kappa|$ graficado contra $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, en un rango de $0 \text{ GeV} \leq \sqrt{Q^2} \leq 1000 \text{ GeV}$ para el valor de $\hat{\rho} = 0.58$. Las curvas ha sido graficadas para masas de neutrinos pesados $m_N = 400 \text{ GeV}$ (Punteada), $m_N = 900 \text{ GeV}$ (Sólida) y $m_N = 1200 \text{ GeV}$ (Guionado). Las líneas verticales (punteado) representan valores para $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, mientras que las líneas horizontales (Sólida) representan la sensibilidad del ILC: $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ (Línea superior) y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$ (Línea inferior).

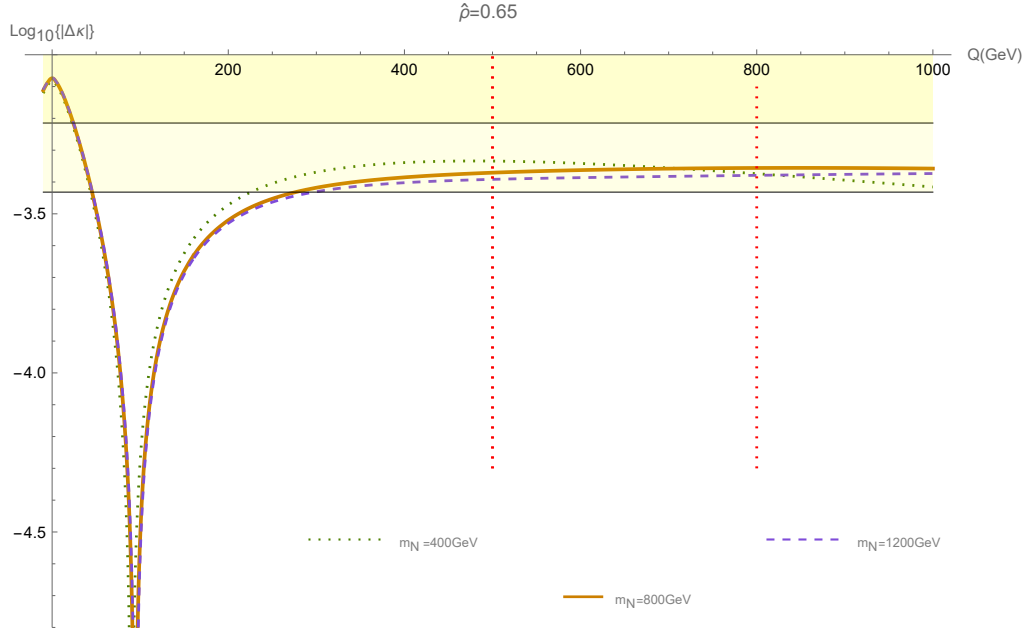


FIGURA 3.5: $|\Delta\kappa|$ graficado contra $\sqrt{Q^2}$, en un rango de $0 \text{ GeV} \leq \sqrt{Q^2} \leq 1000 \text{ GeV}$ para el valor de $\hat{\rho} = 0.65$. Las curvas ha sido graficadas para masas de neutrinos pesados $m_N = 400 \text{ GeV}$ (Punteado), $m_N = 900 \text{ GeV}$ (Sólida) y $m_N = 1200 \text{ GeV}$ (Guionado). Las líneas verticales (Punteado) representan valores para $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, mientras que las líneas horizontales (Sólida) representan la sensibilidad del ILC: $\sqrt{Q^2} = 500 \text{ GeV}$ (Línea superior) y $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$ (Línea inferior).

Hasta este punto, nuestra discusión sobre las contribuciones de los diagramas de Feynman que involucran neutrinos Majorana virtuales al vértice $WW\gamma$ se ha llevado a cabo considerando todos los neutrinos, tanto ligeros como pesados, a la vez. Una comparación entre las contribuciones de los neutrinos pesados y neutrinos ligeros virtuales en este punto es oportuna, ya que puede ser útil en la discriminación y la identificación adecuada de sus efectos. Para esto hemos dividido nuestro resultado de los acoplamientos CP -even, $\Delta\kappa$ en dos términos $\Delta\kappa = \Delta\kappa_\nu + \Delta\kappa_N$, con $\Delta\kappa_\nu$ las contribuciones generadas por los neutrinos virtuales ligeros y $\Delta\kappa_N$ la contribución correspondiente a los neutrinos virtuales pesados. Ahora considere la gráfica de la Fig.3.6, que se ha realizado para $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$, fijo, y $\hat{\rho} = 0.58$. Como en casos anteriores, se ha graficado en escala logarítmica base 10. La línea horizontal punteada, incluida en este gráfico, delimita la región de sensibilidad para el ILC en $\sqrt{Q^2} = 800 \text{ GeV}$. Las contribuciones $\Delta\kappa$ se han trazado en función de la masa del neutrino pesado m_{N_h} , dentro del intervalo $10 \text{ GeV} \leq m_{N_h} \leq 1500 \text{ GeV}$. La contribución de los neutrinos ligeros está representada en esta figura por la línea

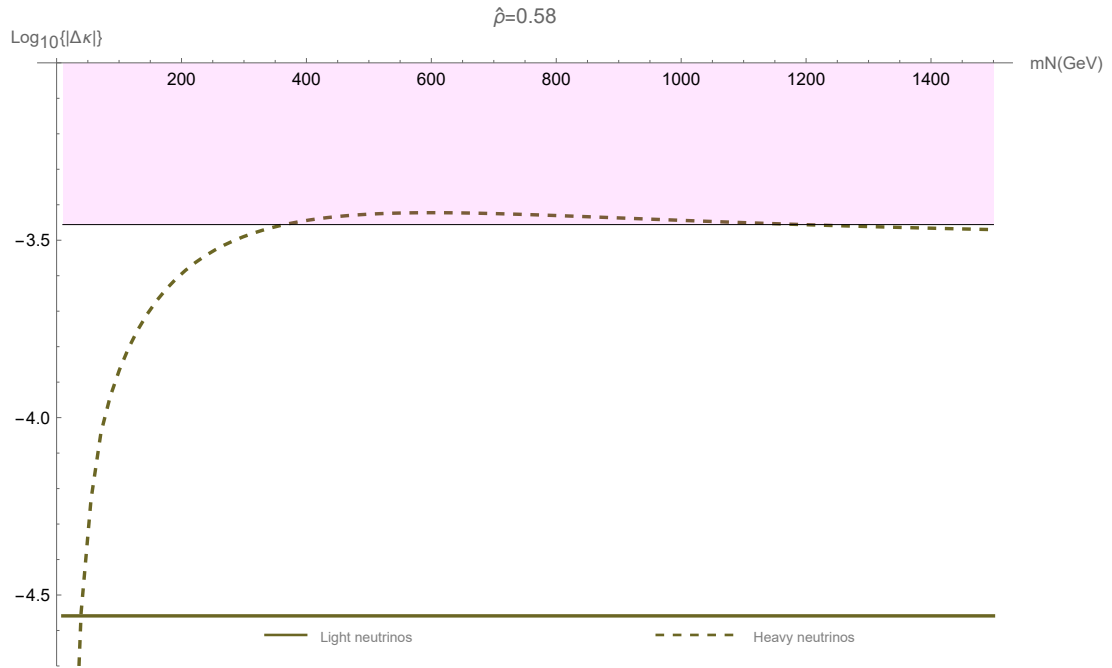


FIGURA 3.6: Contribuciones de $|\Delta\kappa|$, respecto a la masa de los neutrinos pesados m_{N_h} , en un rango $10\text{ GeV} \leq m_{N_h} \leq 1500\text{ GeV}$ en $\sqrt{Q^2} = 800\text{ GeV}$ y $\hat{\rho} = 0.58$. Con la convención $Q = 2q$.

horizontal (sólida), en $|\Delta\kappa_\nu| = 3.7 \times 10^{-5}$, o $\log_{10}(|\Delta\kappa_\nu|) = -4.43$ en la escala logarítmica. La curva discontinua, por otro lado, representa el comportamiento de la contribución anómala $|\Delta\kappa_N|$, asociada a los neutrinos pesados. Este gráfico muestra que la mayoría de los valores de m_{N_h} producen contribuciones de neutrinos pesados que son mayores que las correspondientes a los neutrinos ligeros en aproximadamente un orden de magnitud. Por lo tanto, una medición de una anomalía $\Delta\kappa$ en $\sqrt{Q^2} = 800\text{ GeV}$, en el contexto asumido de la física de neutrinos, por parte del ILC no debería estar vinculada a neutrinos ligeros, sino a neutrinos pesados con masas casi degeneradas en cientos de GeV.

3.2 FENOMENOLOGÍA DEL VÉRTICE Vff

La lagrangiana efectiva más general que describe la interacción de un bosón vectorial neutro V con dos fermiones [21], puede ser escrita, usando al menos operadores de dimensión cinco, como función de diez términos independientes

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Vff} = & V^\mu(x)\bar{\Psi}(x) \left[\gamma_\mu (g_V - g_A\gamma_5) + i\overleftrightarrow{\partial}_\mu (g_M + ig_E\gamma_5) \right. \\ & + i\overleftrightarrow{\partial}^\nu \sigma_{\mu\nu} (g_{TS} + ig_{TP}\gamma_5) \left. \right] \Psi(x) + (i\partial^\mu V^\mu(x))\bar{\Psi}(x) [g_{\mu\nu} (ig_S + g_P\gamma_5) \\ & + \sigma_{\mu\nu} (ig_{TM} + g_{TE}\gamma_5)] \Psi(x), \end{aligned} \quad (3.32)$$

donde los primeros dos coeficientes g_V y g_A son los acoplamientos vectoriales y axiales. Estos están conectados con la conservación de la quiralidad de operadores de dimensión cuatro. Todos los demás coeficientes en la expresión anterior son operadores de dimensión cinco y pueden recibir una contribución sólo a través de correcciones radiativas en una teoría renormalizable. Los operadores asociados a $g_V, g_A, g_M, g_P, g_{TM}$ y g_{TP} , son pares bajo transformaciones de CP .

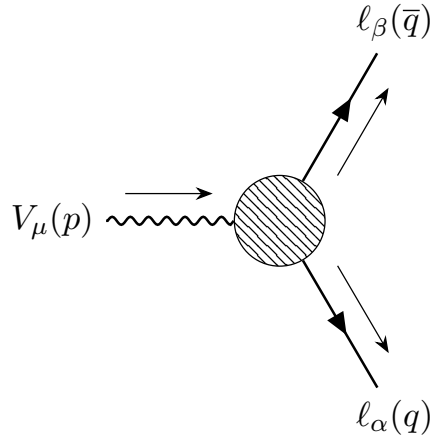


FIGURA 3.7: Convención de momentos del vértice Vff

Además, los operadores asociados g_E, g_S, g_{TE} y g_{TS} , son impares bajo transformaciones de CP , es decir, que violan CP . Por medio de una transformada de Fourier, de la expresión anterior, se obtiene una estructura más general de Lorentz

para el vértice Vff en el espacio de momentos:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu^{Vff} = i & \left[\gamma_\mu (f_V - f_A \gamma_5) + (q - \bar{q})_\mu (f_M + i f_E \gamma_5) + p_\mu (i f_S + f_P \gamma_5) \right. \\ & \left. + (q - \bar{q})^\nu \sigma_{\mu\nu} (f_{TS} + i f_{TP} \gamma_5) + p^\nu \sigma_{\mu\nu} (i f_{TM} + f_{TE} \gamma_5) \right], \end{aligned} \quad (3.33)$$

Donde se ha seguido la convencion de los momentos mostrados en la Fig. 3.7. Los factores de forma f_i y g_i , pueden ser complejos en general. Es posible reducir el numero de parámetros independientes de factores de forma de la expresión anterior imponiendo condiciones de capa de masa, de los campos fermiónicos y bosónicos. Por ejemplo, en el caso de los fermiones en capa de masa, al utilizar las identidades de Gordon se puede eliminar f_{TM} , f_{TE} , f_{TS} y f_{TP} de la lagrangiana efectiva. El número de factores de forma relevantes puede ser reducido aún más, tomando al bosón V en capa de masa, tomando la condición de transversalidad $p_\mu \epsilon^\mu = 0$, automáticamente se cancela todas las contribuciones f_S y f_P . La expresión analítica tomando a los fermiones externos en capa de masa:

$$\Gamma_\mu^{Vff}(s) = ie \left\{ \gamma_\mu [V_f^V(s) - A_f^V(s) \gamma_5] + \sigma_{\mu\nu} (q + \bar{q})^\nu \left[i \frac{a_f^V(s)}{m_\alpha + m_\beta} - \frac{d_f^V(s)}{e} \gamma_5 \right] \right\}. \quad (3.34)$$

Donde e y m_α , m_β son, respectivamente, la carga eléctrica y las masas de los fermiones externos. Los factores de forma en la Ec. (3.34) dependen solo de s , el cual es el momento externo del bosón neutro. Los factores de forma a_f^V y d_f^V son conocidos como factor de forma de dipolar anómalo magnético (AMDFF) y factor de forma dipolar eléctrico (EDFF). Mientras que el factor de forma V_f^V recibe el nombre de factor de forma de carga, el segundo, A_f^V , recibe el nombre de factor de forma axial.

3.2.1 DECAIMIENTO $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma$ EN MODELO ESTÁNDAR CON NEUTRINOS DE MAJORANA

La presente sección está dedicada al cálculo analítico a nivel de un lazo, que involucra a neutrinos virtuales de Majorana ν_k y N_k , y la estimación de los branching ratios al decaimiento $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma$. Los branching ratios son importantes porque proporcionan información sobre la dinámica de decaimiento de las partículas y son fundamentales para entender las propiedades e interacciones de las partículas en busca de nueva física [88]. Además, permiten estimar y predecir la abundancia de ciertos procesos de decaimiento en experimentos y comparar los resultados experimentales con las teorías propuestas. Los factores de forma electromagnéticos son funciones cruciales en la descripción de la estructura y las interacciones de partículas cargadas, las cuales describen la distribución de carga y corriente, cuando esta interactúa con el campo de un bosón vectorial [21]. Se ha utilizado la convención de momentos, mostrados en la de Fig. 3.8. Los diagramas que contribuyen a la función $\Gamma_\mu^\gamma(m_\alpha, m_\beta, m_k)$ en la norma unitaria son los de la Ec. (3.35).

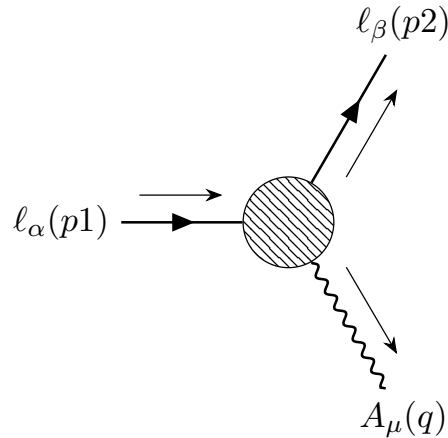


FIGURA 3.8: Convención de momentos del decaimiento $\ell_\alpha \rightarrow \ell_\beta \gamma$.

$$\Gamma_{\mu}^{\gamma} = \sum_{k=1}^6 \left(\begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \\ \text{Diagram 3} \end{array} \right). \quad (3.35)$$

Para realizar el cálculo, se ha tomado a los leptones cargados ℓ_{α} y ℓ_{β} y al fotón en capa de masa. Con las reglas de Feynman determinadas a partir de la lagrangiana de las corrientes cargadas Ec. (2.91). El grado superficial de divergencia para el primer diagrama Feynman mostrado en la Ec. (3.35), es igual a 1, lo que nos indica que podrían surgir divergencias ultravioletas, que crecen linealmente, mientras que el segundo y tercer diagrama de Feynman en la Ec. (3.35), anticipa que surjan divergencias ultravioletas, posiblemente cuadráticas, debido a su grado superficial de divergencia igual a 2. Teniendo esto en cuenta, utilizamos el método de regularización dimensional [51] para tratar las integrales de un lazo. Para calcular las expresiones analíticas correspondientes a estos diagramas, hemos seguido la metodología discutida en la Sec. 3.1.2.

Usando las condiciones de transversalidad del fotón, encontramos la siguiente estructura covariante de Lorentz, después del procesamiento por Software:

$$\Gamma_{\mu}^{\gamma}(m_{\alpha}, m_{\beta}, m_k) = a_1 p_{1\mu} \gamma_6 + a_2 p_{1\mu} \gamma_7 + a_3 \gamma_{\mu} \gamma_6 + a_4 \gamma_{\mu} \gamma_7. \quad (3.36)$$

Donde $\gamma_6 = \frac{1}{2}(\mathbb{I}_4 + \gamma_5)$ y $\gamma_7 = \frac{1}{2}(\mathbb{I}_4 - \gamma_5)$, son las matrices de proyección quirales. En la estructura covariante en la Ec. (3.36), se han usado las identidades de Gordon, definidas en las Ecs. (3.37)-(3.38)

$$\bar{U}_{\beta}(p_2) p_{1\mu} U_{\alpha}(p_1) = \bar{U}_{\beta}(p_2) \left(\frac{1}{2}(m_{\alpha} + m_{\beta}) \gamma_{\mu} + \frac{i}{2} \sigma_{\mu\nu} q^{\nu} \right) U_{\alpha}(p_1), \quad (3.37)$$

$$\bar{U}_\beta(p_2) p_{1\mu} \gamma_5 U_\alpha(p_1) = \bar{U}_\beta(p_2) \left(\frac{1}{2} (m_\beta - m_\alpha) \gamma_\mu \gamma_5 + \frac{i}{2} \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 q^\nu \right) U_\alpha(p_1). \quad (3.38)$$

Lo que da a lugar a la identificación a las estructuras covariantes de Lorentz γ_μ y $\gamma_\mu \gamma_5$, comparando con la función vértice en la Ec. (3.34), se identifican las siguientes contribuciones a los factores de forma electromagnéticos:

$$V_f^\gamma = \frac{1}{4} (a_1 + a_2) (m_\beta + m_\alpha) + \frac{1}{2} (a_3 + a_4), \quad (3.39)$$

$$A_f^\gamma = - \left(\frac{1}{4} (a_1 + a_2) (m_\beta + m_\alpha) + \frac{1}{2} (a_3 - a_4) \right). \quad (3.40)$$

La contribución a los factores forma de carga y anapolar V_f^γ y A_f^γ para el fotón en capa de masa, son exactamente cero. Además la estructura covariante de Lorentz $\frac{i\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{2(m_\alpha + m_\beta)}$, deja la identificación para el factor de forma magnético:

$$a_f^\gamma = \frac{1}{2} (a_1 + a_2) (m_\alpha + m_\beta). \quad (3.41)$$

Por último, la estructura covariante de Lorentz $\frac{i\sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5}{e}$, deja la identificación del factor de forma eléctrico:

$$d_f^\gamma = -\frac{i}{4} (a_2 - a_1) e. \quad (3.42)$$

Los coeficientes a_1, a_2, a_3, a_4 son funciones de las masas de los leptones cargados, masas de los neutrinos ligeros y pesados, la masa del bosón de norma W , dadas en términos de las masas de las funciones escalares de Passarino-Veltman. Las contribuciones para los factores de forma magnético y eléctrico, se encuentran libres de divergencias ultravioleta. La función $\Gamma_\mu^\gamma(m_\alpha, m_\beta, m_k)$, satisface identidad de Ward $q^\mu \cdot \Gamma_\mu^\gamma(m_\alpha, m_\beta, m_k) = 0$, en capa de masa.

3.2.2 ESTIMACIONES NUMÉRICAS

Nuestras expresiones para los factores magnético y eléctrico, dependen genéricamente de todas las masas de los neutrinos m_k . Además comparten la misma estructura como se muestra a continuación:

$$a_f^\gamma = \sum_{k=1}^3 \left(\mathcal{B}_{\alpha\nu_k} \mathcal{B}_{\beta\nu_k}^* a_f^{\gamma\nu_k} (m_\alpha, m_\beta, m_{\nu_k}) + \mathcal{B}_{\alpha N_k} \mathcal{B}_{\beta N_k}^* a_f^{\gamma N_k} (m_\alpha, m_\beta, m_{N_k}) \right) \quad (3.43)$$

$$d_f^\gamma = \sum_{k=1}^3 \left(\mathcal{B}_{\alpha\nu_k} \mathcal{B}_{\beta\nu_k}^* d_f^{\gamma\nu_k} (m_\alpha, m_\beta, m_{\nu_k}) + \mathcal{B}_{\alpha N_k} \mathcal{B}_{\beta N_k}^* d_f^{\gamma N_k} (m_\alpha, m_\beta, m_{N_k}) \right) \quad (3.44)$$

Para fines prácticos, se ha diferenciado la contribución de los neutrinos ligeros ν_k de la de los neutrinos pesados N_k .

La amplitud $|M|^2$ es una medida de la probabilidad de que un sistema en un estado inicial decaiga a un estado final particular. En este caso, la estructura de la amplitud depende de las Ecs. (3.43) y (3.44):

$$|M|^2 = \frac{g_W^4 (m_\alpha - m_\beta)^2}{8} (e^2 |a_f^\gamma|^2 + 4 (m_\alpha + m_\beta)^2 |d_f^\gamma|^2) \quad (3.45)$$

La tasa de decaimiento nos indica qué tan rápido ocurre el proceso, la cual está definida en términos de la amplitud:

$$\Gamma_i = \frac{|M|^2 (m_\alpha^2 - m_\beta^2)}{16\pi m_\alpha^3} \quad (3.46)$$

Finalmente, los branching ratios se refieren a la probabilidad relativa de que un sistema en un estado inicial decaiga a un estado final particular en comparación con todos los demás estados finales posibles:

$$Br = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{Tot}} = \tau \Gamma_i. \quad (3.47)$$

Donde τ es la vida media de la partícula que decae en el proceso físico. Existen

cotas experimentales sobre estos procesos, las cuales son muy restrictivas debido a la rareza del fenómeno. Las cotas actuales más estrictas provienen de experimentos que buscan el decaimiento de muones y tauones a otros leptones cargados y un fotón. El experimento MEG en el Paul Scherrer Institute (PSI) [89] ha establecido un límite superior para la probabilidad de este decaimiento:

$$\text{BR}(\mu^- \rightarrow e^- \gamma) < 4.2 \times 10^{-13}. \quad (3.48)$$

Este es uno de los límites más estrictos para cualquier proceso de decaimiento con cambio de sabor para leptones cargados. Los experimentos BaBar [90] y Belle [91] han establecido límites superiores para estos decaimientos:

$$\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- \gamma) < 3.3 \times 10^{-8}, \quad (3.49)$$

$$\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \gamma) < 4.2 \times 10^{-8}. \quad (3.50)$$

Hemos seguido las mismas estimaciones numéricas mostradas en la Sec. 3.1.2, con esto en mente cada curva en los gráficos de las Figs. 3.10-3.11 corresponde a algún valor del parámetro $\hat{\rho}$, definido en la Ec. (3.23), para $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-guión) y $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada). Las contribuciones han sido graficadas como función de las masas de los neutrinos pesados, en el rango $10 \text{ GeV} \leq m_{N_h} \leq 1500 \text{ GeV}$. Como en casos anteriores, se ha graficado en escala logarítmica base 10.

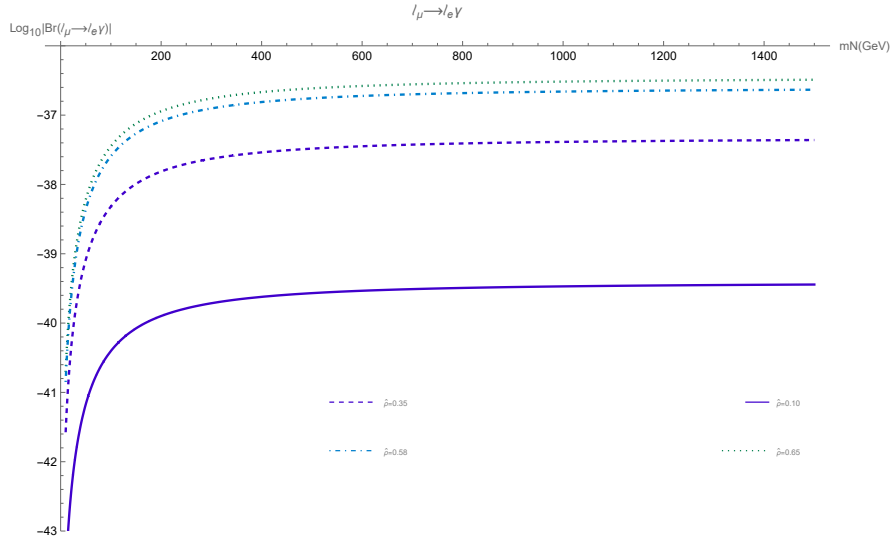


FIGURA 3.9: Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados al $Br(\ell_\mu \rightarrow \ell_e \gamma)$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada).

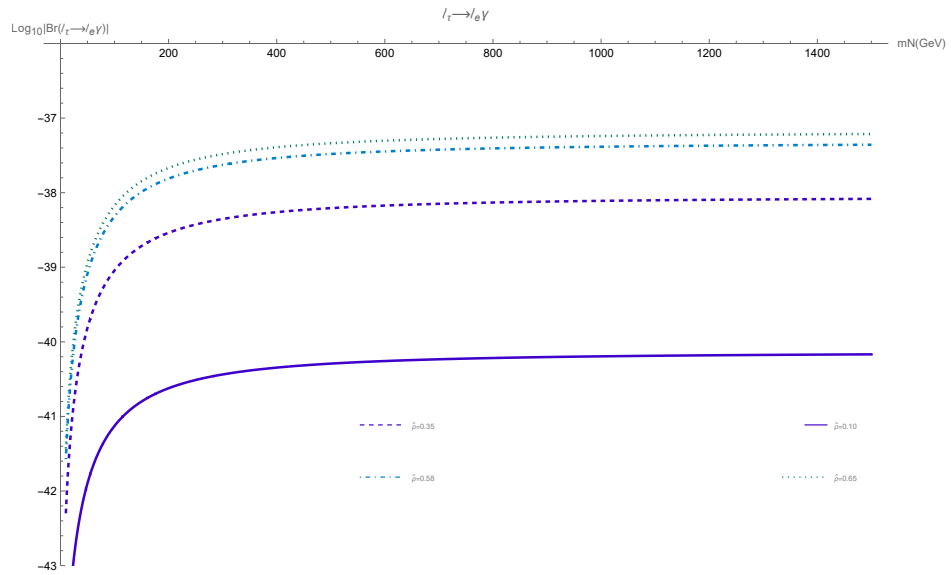


FIGURA 3.10: Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados al $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_e \gamma)$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada).

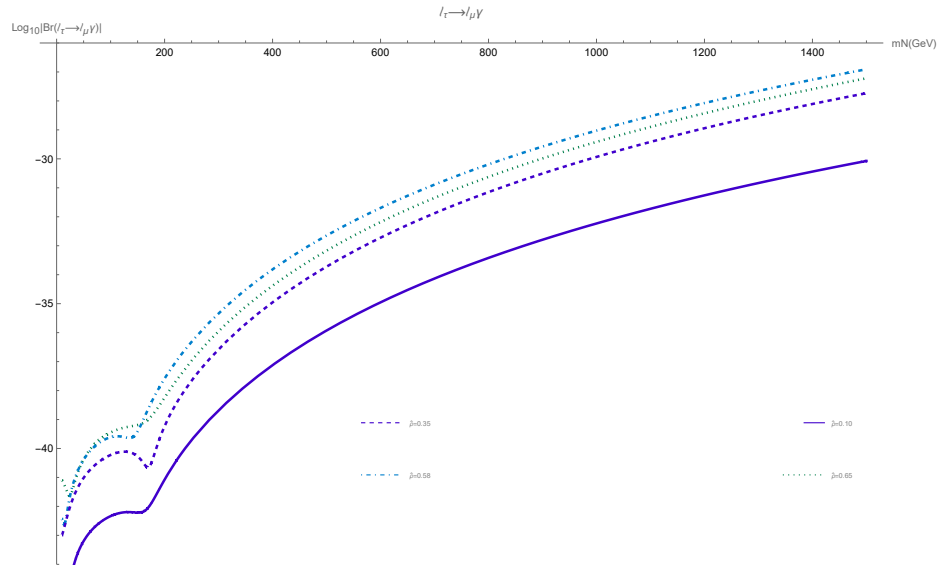


FIGURA 3.11: Contribuciones de los neutrinos ligeros y pesados al $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_\mu \gamma)$, en función de la masa de los neutrinos pesados m_N , en el rango de $10 \text{ GeV} \leq m_N \leq 1500 \text{ GeV}$. Para diferentes valores de $\hat{\rho}$: $\hat{\rho} = 0.10$ (Sólida), $\hat{\rho} = 0.35$ (Guión), $\hat{\rho} = 0.58$ (Punto-Guión), $\hat{\rho} = 0.65$ (Punteada).

Como se puede observar en las Figs. 3.9-3.11, los branching ratios se encuentran demasiado suprimidos en el SM con neutrinos de Majorana, por varios ordenes de magnitud. Por esta razón no se ha gráficoado una línea horizontal la cual muestre la cota experimental. Los experimentos futuros, como MEG II [92] y otros en planificación, intentarán mejorar aún más estos límites.

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES

En nuestro trabajo, hemos analizado dos aspectos principales. Primero, investigamos las contribuciones al vértice $WW\gamma$, que incluye tanto efectos CP -even como CP -odd. La contribución CP -odd al factor de forma $\Delta\tilde{Q}$ desaparece exactamente cuando usamos las identidades de Schouten, lo que nos lleva a concluir que las contribuciones al vértice $WW\gamma$ en este modelo no tienen efectos CP -odd. Las contribuciones CP -even fueron diferentes de cero para las anomalías de $\Delta\kappa$ y ΔQ , las cuales se encuentran libres de divergencias ultravioleta. Bajo la suposición de que el fotón externo está fuera de la capa de masa, nuestro cálculo muestra que los acoplamientos anómalos $\Delta\kappa$ y ΔQ son funciones del momento del fotón externo Q^2 . A su vez, estas cantidades también están determinadas por las masas de los neutrinos pesados. Nuestras estimaciones numéricas llevaron a la conclusión de que los valores para las masas de los neutrinos pesados producen efectos que dominan sobre los de los neutrinos ligeros, con una disparidad de un orden de magnitud. Nuestro análisis abarca ambas contribuciones de neutrinos virtuales, las cuales fueron estimadas y discutidas en relación con la sensibilidad esperada del ILC. Se espera que los límites superiores para estos acoplamientos anómalos mediante la producción de WW en el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ sean del orden de $\mathcal{O}(10^{-4})$. Cabe destacar que se definió el parámetro $\hat{\rho} > 0$ para caracterizar el tamaño de la contribución de los acoplamientos $WN_k l_\alpha$ entre el bosón W del SM, los neutrinos pesados y los leptones cargados del

SM, con la condición de $\hat{\rho} < 1$. Este parámetro resultó ser útil para determinar el tamaño de la contribución. Además, se encontró que para valores más grandes de $\hat{\rho} \sim 0.5$, la contribución a la anomalía $\Delta\kappa$ es del orden de $\mathcal{O} \sim 10^{-3}$, lo cual es menor que la contribución del SM por un orden de magnitud. Esta contribución anómala de $\Delta\kappa$ sería alcanzable con la sensibilidad del ILC en el proceso $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ a una energía de centro de masa de 800 GeV. Por otro lado, la contribución anómala CP -odd a ΔQ es del orden de $\mathcal{O} \sim 10^{-4}$, demasiado pequeña para ser detectada con la sensibilidad esperada del ILC.

En una segunda parte, investigamos el vértice Vff , que incluye la contribución de neutrinos virtuales, tanto ligeros como pesados. La estructura covariante de Lorentz de este vértice parametriza los decaimientos con cambio de sabor. Esta parametrización contempla cuatro factores de forma, los cuales contribuyen a los momentos electromagnéticos de los fermiones. Los factores de forma vectorial y axial en la capa de masa son idénticamente cero. Además, las contribuciones a los factores de forma magnético y eléctrico en la capa de masa son diferentes de cero y están libres de divergencias ultravioleta. Nuestras estimaciones numéricas de los branching ratios muestran una alta supresión en el Modelo Estándar con neutrinos de Majorana. En el mejor de los escenarios, obtenemos los siguientes órdenes: $Br(\ell_\mu \rightarrow \ell_e \gamma) \sim \mathcal{O}(10^{-37})$, $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_e \gamma) \sim \mathcal{O}(10^{-38})$, y $Br(\ell_\tau \rightarrow \ell_\mu \gamma) \sim \mathcal{O}(10^{-28})$, bajo la condición de que las masas de los neutrinos pesados estén entre aproximadamente 1200 GeV y 1500 GeV.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Steven Weinberg. A model of leptons. *Physical review letters*, 19(21):1264, 1967.
- [2] Abdus Salam. Elementary particle theory. In *Prog. Of the Nobel Symposium, 1968, Stockholm, Sweden*, volume 367, 1968.
- [3] Sheldon L Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear physics*, 22(4):579–588, 1961.
- [4] Elena Aprile, K Arisaka, F Arneodo, A Askin, L Baudis, A Behrens, E Brown, JMR Cardoso, B Choi, D Cline, et al. The xenon100 dark matter experiment. *Astroparticle Physics*, 35(9):573–590, 2012.
- [5] Alex Abramovici, William E Althouse, Ronald WP Drever, Yekta Gürsel, Seiji Kawamura, Frederick J Raab, David Shoemaker, Lisa Sievers, Robert E Spero, Kip S Thorne, et al. Ligo: The laser interferometer gravitational-wave observatory. *science*, 256(5055):325–333, 1992.
- [6] Bruno Pontecorvo. Mesonium and antimesonium. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 6:429, 1958.
- [7] Yoshiyuki Fukuda, T Hayakawa, E Ichihara, K Inoue, K Ishihara, Hirokazu Ishino, Y Itow, T Kajita, J Kameda, S Kasuga, et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Physical review letters*, 81(8):1562, 1998.
- [8] Q Retal Ahmad, RC Allen, TC Andersen, JD Anglin, JC Barton, EW Beier, M Bercovitch, J Bigu, SD Biller, RA Black, et al. Direct evidence for neutrino

- flavor transformation from neutral-current interactions in the sudbury neutrino observatory. *Physical review letters*, 89(1):011301, 2002.
- [9] Paul Adrien Maurice Dirac. The quantum theory of the electron. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 117(778):610–624, 1928.
- [10] Ettore Majorana. Teoria simmetrica dell’elettrone e del positrone. *Il Nuovo Cimento (1924-1942)*, 14(4):171–184, 1937.
- [11] Laura Cardani. Neutrinoless double beta decay overview. *SciPost Physics Proceedings*, (1):024, 2019.
- [12] E Armengaud, C Augier, AS Barabash, F Bellini, G Benato, Alain Benoit, M Beretta, L Bergé, J Billard, Yu A Borovlev, et al. New limit for neutrinoless double-beta decay of mo 100 from the cupid-mo experiment. *Physical review letters*, 126(18):181802, 2021.
- [13] SI Alvis, IJ Arnquist, FT Avignone III, AS Barabash, CJ Barton, V Basu, FE Bertrand, B Bos, M Busch, M Buuck, et al. Search for neutrinoless double- β decay in ge 76 with 26 kg yr of exposure from the m ajorana d emonstrator. *Physical Review C*, 100(2):025501, 2019.
- [14] Gisela Anton, I Badhrees, PS Barbeau, D Beck, V Belov, T Bhatta, M Breidenbach, T Brunner, GF Cao, WR Cen, et al. Search for neutrinoless double- β decay with the complete exo-200 dataset. *Physical review letters*, 123(16):161802, 2019.
- [15] Steven Weinberg. Baryon-and lepton-nonconserving processes. *Physical Review Letters*, 43(21):1566, 1979.
- [16] Apostolos Pilaftsis. Radiatively induced neutrino masses and large higgs-neutrino couplings in the standard model with majorana fields. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, 55:275–282, 1992.

-
- [17] Max Aker et al. Katrin. *First operation of the KATRIN experiment with tritium*. *Eur. Phys. J. C*, 80(3):264, 2020.
- [18] William A Bardeen, Raymond Gastmans, and B Lautrup. Static quantities in weinberg's model of weak and electromagnetic interactions. *Nuclear Physics B*, 46(1):319–331, 1972.
- [19] Kaoru Hagiwara, RD Peccei, D Zeppenfeld, and K-i Hikasa. Probing the weak boson sector in $e^+ e^- \rightarrow w^+ w^-$. *Nuclear Physics B*, 282:253–307, 1987.
- [20] Ulrich Baur and Dieter Zeppenfeld. Probing the $ww\gamma$ vertex at future hadron colliders. *Nuclear Physics B*, 308(1):127–148, 1988.
- [21] W Hollik, Jose I Illana, Stefano Rigolin, C Schappacher, and D Stöckinger. Top dipole form factors and loop-induced cp violation in supersymmetry. *Nuclear Physics B*, 551(1-2):3–40, 1999.
- [22] C Brogini, C Giunti, A Studenikin, et al. Electromagnetic properties of neutrinos. *Advances in High Energy Physics*, 2012, 2012.
- [23] M Tanabashi, Particle Data Grp, K Hagiwara, K Hikasa, K Nakamura, Y Sumino, F Takahashi, J Tanaka, K Agashe, G Aielli, et al. Review of particle physics. *PHYSICAL REVIEW D*, 98(3), 2018.
- [24] George Stermann. *An introduction to quantum field theory*. Cambridge university press, 1993.
- [25] Lewis H Ryder. *Quantum field theory*. Cambridge university press, 1996.
- [26] Carlo Giunti and Chung W Kim. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*. Oxford university press, 2007.
- [27] Matthew D Schwartz. *Quantum field theory and the standard model*. Cambridge university press, 2014.
- [28] Jose Wudka. Electroweak effective lagrangians. *International Journal of Modern Physics A*, 9(14):2301–2361, 1994.

-
- [29] Emmy Noether. Invariant variation problems. *Transport theory and statistical physics*, 1(3):186–207, 1971.
- [30] (Jun John) Sakurai Sakurai and Jim J Napolitano. *Modern Quantum Mechanics*. Pearson, 2014.
- [31] Matthew Robinson. *Symmetry and the standard model*. Springer, 2011.
- [32] Marc Henneaux and Claudio Teitelboim. *Quantization of gauge systems*. Princeton university press, 1992.
- [33] JD Jackson. *Classical electrodynamics*, 3rdwiley. *New York*, 1999.
- [34] Andrew Zangwill. *Modern electrodynamics*. Cambridge University Press, 2013.
- [35] Jeffrey Goldstone. Field theories with «superconductor» solutions. *Il Nuovo Cimento (1955-1965)*, 19:154–164, 1961.
- [36] Jeffrey Goldstone, Abdus Salam, and Steven Weinberg. Broken symmetries. *Physical Review*, 127(3):965, 1962.
- [37] T Cheng and L Li. Tp cheng and lf li, gauge theory of elementary particle physics, 1988.
- [38] Nicola Cabibbo. Unitary symmetry and leptonic decays. *Physical Review Letters*, 10(12):531, 1963.
- [39] Makoto Kobayashi and Toshihide Maskawa. Cp-violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Progress of theoretical physics*, 49(2):652–657, 1973.
- [40] Andrei D Sakharov. Violation of cp-invariance, c-asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. In *In The Intermissions... Collected Works on Research into the Essentials of Theoretical Physics in Russian Federal Nuclear Center, Arzamas-16*, pages 84–87. World Scientific, 1998.

- [41] Antonio Dobado, Angel Gómez-Nicola, Antonio L Maroto, and José R Peláez. *Effective lagrangians for the standard model*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [42] John Ellison and José Wudka. Study of trilinear gauge-boson couplings at the tevatron collider. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 48(1):33–80, 1998.
- [43] A Flores-Tlalpa, J Montaña, H Novales-Sánchez, F Ramírez-Zavaleta, and JJ Toscano. One-loop effects of extra dimensions on the $w w \gamma$ and $w w z$ vertices. *Physical Review D*, 83(1):016011, 2011.
- [44] J Montano, G Tavares-Velasco, JJ Toscano, and F Ramirez-Zavaleta. $Su_1(2) \times U_1(1)$ -invariant description of the bilepton contribution to the wwv vertex in the minimal 331 model. *arXiv preprint hep-ph/0508166*, 2005.
- [45] MA Arroyo-Urena, G Hernández-Tomé, and G Tavares-Velasco. $W w v$ ($v = \gamma, z$) vertex in the georgi-machacek model. *Physical Review D*, 94(9):095006, 2016.
- [46] H Novales-Sanchez and JJ Toscano. Effective lagrangian approach to fermion electric dipole moments induced by a c p -violating $w w \gamma$ vertex. *Physical Review D*, 77(1):015011, 2008.
- [47] ST Petcov. Neutrino mixing and the nature of massive neutrinos. In *AIP Conference Proceedings*, volume 805, pages 135–141. American Institute of Physics, 2005.
- [48] Particle Data Group and et al. Workman. Review of Particle Physics. *Progress of Theoretical and Experimental Physics*, 2022(8):083C01, 08 2022.
- [49] M Agostini et al. Final results of gerda on the search for neutrinoless double- β decay (2020). *arXiv preprint arXiv:2009.06079*, 70.
- [50] Ansgar Denner, H Eck, O Hahn, and J Küblbeck. Feynman rules for fermion-number-violating interactions. *Nuclear Physics B*, 387(2):467–481, 1992.

-
- [51] Carlos Guido Bollini and Juan José Giambiagi. Dimensional renormalization: The number of dimensions as a regularizing parameter. Technical report, Univ. Nacional, La Plata, 1972.
- [52] Giampiero Passarino and MJG1979NuPhB Veltman. One-loop corrections for $e^+ e^-$ annihilation into $\mu^+ \mu^-$ in the weinberg model. *Nuclear Physics B*, 160(1):151–207, 1979.
- [53] Hiren H Patel. Package-x: A mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals. *Computer Physics Communications*, 197:276–290, 2015.
- [54] Stephen L Adler. Axial-vector vertex in spinor electrodynamics. *Physical Review*, 177(5):2426, 1969.
- [55] John Clive Ward. An identity in quantum electrodynamics. *Physical Review*, 78(2):182, 1950.
- [56] Martinus Veltman et al. Regularization and renormalization of gauge fields. *Nuclear Physics B*, 44(1):189–213, 1972.
- [57] P Breitenlohner and D Maison. Dimensionally renormalized green’s functions for theories with massless particles. ii. *Communications in Mathematical Physics*, 52(1):55–75, 1977.
- [58] Fred Jegerlehner. Facts of life with. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, 18(4):673–679, 2001.
- [59] EN Argyres, G Katsilieris, Athanasios B Lahanas, CG Papadopoulos, and VC Spanos. One-loop corrections to three-vector-boson vertices in the standard model. *Nuclear Physics B*, 391(1-2):23–41, 1993.
- [60] Joannis Papavassiliou and Kostas Philippides. Gauge-invariant three-boson vertices in the standard model and the static properties of the w. *Physical Review D*, 48(9):4255, 1993.

-
- [61] John M Cornwall. Dynamical mass generation in continuum quantum chromodynamics. *Physical Review D*, 26(6):1453, 1982.
- [62] MA López-Osorio, E Martínez-Pascual, J Montaña, H Novales-Sánchez, JJ Toscano, and ES Tututi. Trilinear gauge boson couplings in the standard model with one universal extra dimension. *Physical Review D*, 88(1):016010, 2013.
- [63] Thomas Appelquist, Hsin-Chia Cheng, and Bogdan A Dobrescu. Bounds on universal extra dimensions. *Physical Review D*, 64(3):035002, 2001.
- [64] J Montano, F Ramírez-Zavaleta, G Tavares-Velasco, and JJ Toscano. Electric dipole and magnetic quadrupole moments of the w boson via a c p-violating h w w vertex in effective lagrangians. *Physical Review D*, 72(11):115009, 2005.
- [65] Howard Georgi and Marie Machacek. Doubly charged higgs bosons. *Nuclear Physics B*, 262(3):463–477, 1985.
- [66] Constraint on the matter–antimatter symmetry-violating phase in neutrino oscillations. *Nature*, 580(7803):339–344, 2020.
- [67] P Adamson, I Anghel, A Aurisano, G Barr, A Blake, SV Cao, TJ Carroll, CM Castromonte, R Chen, S Childress, et al. Precision constraints for three-flavor neutrino oscillations from the full minos+ and minos dataset. *Physical review letters*, 125(13):131802, 2020.
- [68] MA Acero, P Adamson, L Aliaga, T Alion, V Allakhverdian, S Altakarli, N Anfimov, A Antoshkin, A Aurisano, A Back, et al. First measurement of neutrino oscillation parameters using neutrinos and antineutrinos by nova. *Physical review letters*, 123(15):151803, 2019.
- [69] MG Aartsen, M Ackermann, J Adams, JA Aguilar, M Ahlers, M Ahrens, I Al Samarai, D Altmann, K Andeen, T Anderson, et al. Measurement of atmospheric neutrino oscillations at 6–56 gev with icecube deepcore. *Physical review letters*, 120(7):071801, 2018.

- [70] K Abe, C Bronner, Y Haga, Y Hayato, M Ikeda, K Iyogi, J Kameda, Y Kato, Y Kishimoto, Ll Marti, et al. Atmospheric neutrino oscillation analysis with external constraints in super-kamiokande i-iv. *Physical Review D*, 97(7):072001, 2018.
- [71] Double chooz θ 13 measurement via total neutron capture detection. *Nature Physics*, 16(5):558–564, 2020.
- [72] CD Shin, Zohaib Atif, G Bak, JH Choi, HI Jang, JS Jang, SH Jeon, KK Joo, K Ju, DE Jung, et al. Observation of reactor antineutrino disappearance using delayed neutron capture on hydrogen at reno. *Journal of High Energy Physics*, 2020(4):1–27, 2020.
- [73] G Bak, JH Choi, HI Jang, JS Jang, SH Jeon, KK Joo, Kiwon Ju, DE Jung, JG Kim, JH Kim, et al. Measurement of reactor antineutrino oscillation amplitude and frequency at reno. *Physical Review Letters*, 121(20):201801, 2018.
- [74] D Adey, FP An, AB Balantekin, HR Band, M Bishai, S Blyth, D Cao, GF Cao, J Cao, YL Chan, et al. Measurement of the electron antineutrino oscillation with 1958 days of operation at daya bay. *Physical review letters*, 121(24):241805, 2018.
- [75] FP An, AB Balantekin, HR Band, M Bishai, S Blyth, D Cao, GF Cao, J Cao, WR Cen, YL Chan, et al. New measurement of θ 13 via neutron capture on hydrogen at daya bay. *Physical Review D*, 93(7):072011, 2016.
- [76] K Abe, J Adam, H Aihara, T Akiri, C Andreopoulos, S Aoki, Akitaka Ariga, Tomoko Ariga, S Assylbekov, D Autiero, et al. Observation of electron neutrino appearance in a muon neutrino beam. *Physical review letters*, 112(6):061802, 2014.
- [77] M Aaboud, G Aad, B Abbott, B Abeloos, SH Abidi, OS AbouZeid, NL Abraham, H Abramowicz, H Abreu, R Abreu, et al. Measurement of [...] production with the hadronically decaying boson reconstructed as

- one or two jets in pp collisions at [... formula...] with atlas, and constraints on anomalous gauge couplings. *The European physical journal. C, Particles and fields*, 77(8), 2017.
- [78] Albert M Sirunyan, Armen Tumasyan, Wolfgang Adam, E Asilar, Thomas Bergauer, Johannes Brandstetter, Erica Brondolin, Marko Dragicevic, Janos Erö, Martin Flechl, et al. Search for anomalous couplings in boosted production in proton–proton collisions at $s = 8$ tev. *Physics Letters B*, 772:21–42, 2017.
- [79] Albert M Sirunyan, Armen Tumasyan, Wolfgang Adam, Janik Walter Andrejkovic, Thomas Bergauer, Suman Chatterjee, Marko Dragicevic, A Escalante Del Valle, Rudolf Fruehwirth, Manfred Jeitler, et al. Measurement of the $w \gamma$ production cross section in proton-proton collisions at $s = 13$ tev and constraints on effective field theory coefficients. *Physical review letters*, 126(25):252002, 2021.
- [80] Victor Mukhamedovich Abazov, B Abbott, Bannanje Sripath Acharya, M Adams, Todd Adams, Guennadi D Alexeev, G Alkhalaf, A Alton, A Askew, Scott Atkins, et al. Limits on anomalous trilinear gauge boson couplings from ww , wz and $w\gamma$ production in pp^- collisions at $s = 1.96$ tev. *Physics Letters B*, 718(2):451–459, 2012.
- [81] ALEPH Collaboration, DELPHI collaboration, L3 Collaboration, OPAL Collaboration, LEP Electroweak Working Group, et al. Electroweak measurements in electron–positron collisions at w -boson-pair energies at lep. *Physics reports*, 532(4):119–244, 2013.
- [82] Georg Weiglein, T Barklow, E Boos, A De Roeck, K Desch, F Gianotti, R Godbole, JF Gunion, HE Haber, S Heinemeyer, et al. Physics interplay of the lhc and the ilc. *Physics Reports*, 426(2-6):47–358, 2006.
- [83] Howard Baer, Tim Barklow, Keisuke Fujii, Yuanning Gao, Andre Hoang, Shinya Kanemura, Jenny List, Heather E Logan, Andrei Nomerotski, Maxim Perelstein,

- et al. The international linear collider technical design report-volume 2: physics. *arXiv preprint arXiv:1306.6352*, 2013.
- [84] Ligong Bian, Jing Shu, and Yongchao Zhang. Prospects for triple gauge coupling measurements at future lepton colliders and the 14 tev lhc. *Journal of High Energy Physics*, 2015(9):1–30, 2015.
- [85] AA Billur, M Köksal, A Gutiérrez-Rodríguez, and MA Hernandez-Ruiz. Model-independent limits for anomalous triple gauge bosons $w^+ w^- \gamma$ $w^+ w^- \gamma$ couplings at the clic. *The European Physical Journal Plus*, 136:1–32, 2021.
- [86] Eduardo Martínez, Javier Montaña-Domínguez, Héctor Novales-Sánchez, and Mónica Salinas. New physics in $w w \gamma$ at one loop via majorana neutrinos. *Physical Review D*, 107(3):035025, 2023.
- [87] Albert M Sirunyan, Armen Tumasyan, Wolfgang Adam, Federico Ambroggi, Ece Asilar, Thomas Bergauer, Johannes Brandstetter, Erica Brondolin, Marko Dragicevic, Janos Erö, et al. Search for heavy neutral leptons in events with three charged leptons in proton-proton collisions at $s = 13$ tev. *Physical review letters*, 120(22):221801, 2018.
- [88] David Griffiths. *Introduction to elementary particles*. John Wiley & Sons, 2020.
- [89] AM Baldini, Y Bao, E Baracchini, Carlo Bemporad, F Berg, M Biasotti, Gianluigi Boca, M Cascella, PW Cattaneo, Gianluca Cavoto, et al. Search for the lepton flavour violating decay $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ with the full dataset of the meg experiment: Meg collaboration. *The European Physical Journal C*, 76:1–30, 2016.
- [90] BABAR Collaboration et al. Searches for lepton flavor violation in the decays $\tau^+ \rightarrow e^+ \gamma$ and $\tau^+ \rightarrow \mu^+ \gamma$. *Physical Review Letters*, 2010, vol. 104, p. 021802, 2010.
- [91] Y Miyazaki, H Aihara, K Arinstein, V Aulchenko, AM Bakich, V Balagura, E Barberio, A Bay, K Belous, V Bhardwaj, et al. Search for lepton-flavor-

- violating τ decays into a lepton and a vector meson. *Physics Letters B*, 699(4):251–257, 2011.
- [92] AM Baldini, E Baracchini, Carlo Bemporad, F Berg, M Biasotti, G Boca, PW Cattaneo, G Cavoto, F Cei, M Chiappini, et al. The design of the meg ii experiment: Meg ii collaboration. *The European Physical Journal C*, 78:1–60, 2018.