



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
PUEBLA

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

EFFECTOS DE UNA DIMENSIÓN EXTRA UNIVERSAL  
EN LA PRODUCCIÓN DE BOSONES DE HIGGS  
MEDIANTE DECAIMIENTOS RAROS DEL QUARK TOP

T E S I S

PRESENTADA PARA OBTENER EL GRADO DE:

MATRÍA. FÍSICA APLICADA

P R E S E N T A:

LIC. RICARDO ALFONSO VELAZCO CASTILLO

A S E S O R:

DR. HÉCTOR NOVALES SÁNCHEZ



SEPTIEMBRE 2022  
PUEBLA, PUEBLA

*Esto es por mí y por todo lo demás.*

# Resumen

El presente trabajo de tesis tiene el objetivo de estudiar la fenomenología de los efectos de física extradimensional, más allá del Modelo Estándar, en modos de producción de bosones de Higgs, a través decaimientos del quark top. Concretamente, se consideran las contribuciones de la teoría de Kaluza-Klein generada por el Modelo Estándar con una dimensión extra universal a los decaimientos  $t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}c^{(0)}A^{(0)}$  y  $t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}u^{(0)}A^{(0)}$ , asumiendo que la escala de compactificación, como indican las cotas actuales, es  $R^{-1} \geq 1.4\text{TeV}$ .

# Agradecimientos

Agradezco a toda mi familia, que me sigue inspirando para tratar de ser “mejor” en cada etapa de mi vida.

Agradezco a el Dr. Carlos Gerardo Honorato Méndez, a el dr. J. Jesús Toscano Chávez y a el dr. Gilberto Tavares Velasco, por sus contribuciones a este trabajo.

En particular, estoy enormemente agradecido con el dr. Héctor Novales Sánchez, por todo su apoyo y enseñanza a través de varios años, desde la licenciatura hasta esta etapa, gracias a lo cual este trabajo ha sido posible.

Agradezco al CONACYT por su apoyo.

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>II</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>III</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. El Modelo Estándar en Dimensiones Extras</b>	<b>5</b>
2.1. Sector de Norma y Escalar en Dimensiones Extras . . . . .	5
2.1.1. Mecanismo de Kaluza-Klein . . . . .	15
2.1.2. Mecanismo de Higgs . . . . .	20
2.2. Sectores de Yukawa y Corrientes en Dimensiones Extras . . . . .	33
<b>3. Contribuciones al decaimiento <math>t^{(0)} \rightarrow u_{\alpha}^{(0)} h^{(0)} A^{(0)}</math></b>	<b>46</b>
3.1. Diagramas de Feynman . . . . .	46
3.2. Método de Passarino-Veltman . . . . .	60
3.2.1. Función escalar de dos puntos . . . . .	61
3.2.2. Función escalar de tres puntos . . . . .	65
3.3. Matriz CKM . . . . .	66
3.4. Tasa de decaimiento . . . . .	67
3.5. Branching ratio . . . . .	81
<b>4. Conclusiones</b>	<b>83</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>84</b>

# Índice de figuras

2.1. Orbifold . . . . .	7
3.1. Líneas externas . . . . .	47
3.2. v1 y v2 . . . . .	48
3.3. v3 y v4 . . . . .	48
3.4. v5 . . . . .	49
3.5. v6 y v7 . . . . .	50
3.6. v8 . . . . .	50
3.7. v9 . . . . .	51
3.8. v10 . . . . .	51
3.9. v11 . . . . .	52
3.10. d1 y d2 . . . . .	52
3.11. d3 y d4 . . . . .	53
3.12. d5 y d6 . . . . .	53
3.13. d7 y d8 . . . . .	54
3.14. d9 y d10 . . . . .	54
3.15. d11 y d12 . . . . .	55
3.16. d13 y d14 . . . . .	55
3.17. d15 y d16 . . . . .	56
3.18. d17 y d18 . . . . .	56
3.19. d19 y d20 . . . . .	56
3.20. d21 y d22 . . . . .	57
3.21. d23 y d24 . . . . .	57
3.22. d25 y d26 . . . . .	58
3.23. d27 y d28 . . . . .	58
3.24. d29 y d30 . . . . .	59
3.25. d31 y d32 . . . . .	59
3.26. Marco de referencia . . . . .	70
3.27. $\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}u_{\alpha}^{(0)}A^{(0)})$ . . . . .	81

# Capítulo 1

## Introducción

El interés por la comprensión de los fenómenos naturales que se originan en la física fundamental ha motivado muchas y diversas investigaciones en los niveles teórico, experimental y fenomenológico. Por ahora, la mejor descripción de la física fundamental con la que contamos es el Modelo Estándar de las interacciones fundamentales [1, 2, 3], que es una formulación física basada en la teoría cuántica de campos y construida bajo del principio de simetría[4, 5].

La década actual ha traído consigo descubrimientos muy importantes, como la medición, en el año 2012, de una partícula con masa  $\sim 125$  GeV [6, 7], que es consistente con el bosón de Higgs, generado como consecuencia de un proceso físico conocido como rompimiento espontáneo de simetría [8, 9, 10]. Siendo el campo de Higgs una pieza fundamental del Modelo Estándar, encargada de generar las masas de las partículas elementales, esta medición apunta hacia una confirmación más del éxito de dicha teoría. Empero, otro descubrimiento de gran relevancia, comenzado en 1998 y culminado en el mismo 2012, es la confirmación experimental del fenómeno de las oscilaciones de neutrinos [11, 12, 13, 14], el cual se interpreta convencionalmente como un efecto que ocurre porque las partículas denominadas neutrinos tienen masa y se mezclan [5, 15]. La formulación del Modelo Estándar incluye la suposición de que los neutrinos son partículas sin masa, por lo cual la medición de este fenómeno es una prueba contundente de que hay fenómenos de la física fundamental que no son explicados por nuestra mejor teoría. Y no solo eso, pues existen otros fenómenos físicos, observados experimentalmente, que también quedan fuera de los alcances del Modelo Estándar, como son los casos de la materia oscura y la interacción gravitacional.

Las deficiencias del Modelo Estándar no implican que esta teoría sea incorrecta. En realidad nos enseñan que, si bien este modelo es una buena aproximación a una descripción precisa de la naturaleza dentro de cierto rango de escalas de energía, sus alcances están limitados. Un camino, comúnmente seguido, para encontrar pistas de cómo debe de ser una teoría más precisa que el Modelo Estándar consiste en definir extensiones del Modelo Estándar. Estas son formulaciones que agregan elementos nuevos a este modelo, dando lugar a nuevos fenómenos físicos, cuya presunta medición apuntaría hacia la existencia de nueva física, no conocida hasta ahora. Otra manera, más ambiciosa, de buscar física fundamental estriba en plantear teorías que van mucho más allá del campo de acción del Modelo Estándar y cuyo desarrollo ha sido motivado, principalmente, por la incorporación de la interacción

gravitacional a una descripción cuántica. Por ejemplo, tal es el caso de las formulaciones de la teoría de cuerdas. Las versiones originales de la teoría de cuerdas requerían que el espaciotiempo tuviese 26 dimensiones [16], aunque la llamada teoría M, propuesta como la teoría fundamental genuina, sólo necesita de 11 dimensiones de espaciotiempo [17]. Así, inicialmente propuesta con el objetivo de describir las interacciones nucleares [18], la teoría de cuerdas incorporó el ingrediente de las dimensiones extras.

Actualmente, el uso de las dimensiones extras en el planteamiento de modelos de nueva física ha alcanzado a las extensiones del Modelo Estándar. Hasta ahora no ha habido observación experimental alguna que sugiera que las dimensiones extras realmente existen. Para conciliar este hecho experimental con la contraparte teórica, se argumenta que las dimensiones extras, en vez de extenderse infinitamente, son compactas [20] y que son tan diminutas que, hasta el momento, han quedado fuera del alcance de nuestros mejores dispositivos de medición [21, 22]. El carácter compacto de las dimensiones extras tiene la consecuencia de que, vistas desde la perspectiva de las cuatro dimensiones de espaciotiempo ordinarias, los campos que constituyen a las teorías que involucran a este elemento se desdoblan en un conjunto infinito de campos, mediante series de Fourier multidimensionales. Concretamente, si en un espaciotiempo de  $4+n$  dimensiones  $\phi(x, \bar{x})$  representa genéricamente a un campo que depende de las coordenadas  $x$ , del espaciotiempo 4-dimensional ordinario, y de las coordenadas de las dimensiones extras,  $\bar{x}$ , dicho campo se expresa como

$$\phi(x, \bar{x}) = \phi^{(0)}(x)f^{(0)} + \sum_{(\underline{k})} \phi^{(\underline{k})}(x)f^{(\underline{k})}(\bar{x}). \quad (1.1)$$

Aquí, el conjunto de funciones  $\{f^{(0)}, f^{(\underline{k})}(\bar{x})\}$ , usado para la expansión del campo  $\phi(x, \bar{x})$ , es un conjunto completo (una base) y ortonormal, donde  $f^{(0)}$  es una función constante y los  $f^{(\underline{k})}(\bar{x})$  dependen de las coordenadas  $\bar{x}$ , asociadas a las dimensiones extras. El símbolo de  $\sum_{(\underline{k})} = \sum_{k_1} \cdots \sum_{k_n}$  usado en la Ec. (1.1), denota a una multisuma sobre las componentes de los vectores  $(\underline{k}) = (k_1, \dots, k_n)$ , donde todos los  $k_j$  corren sobre todos los números enteros, con la única restricción de que  $(\underline{k}) \neq (0) = (0, 0, \dots, 0)$ . A los campos  $\phi^{(0)}(x)$  y  $\phi^{(\underline{k})}(\bar{x})$ , definidos en el espaciotiempo 4-dimensional de Minkowski, se les conoce como los modos de Kaluza-Klein. Dependiendo de la geometría específica de las dimensiones extras, algunos de los campos extradimensionales  $\phi(x, \bar{x})$  tienen un modo cero de Kaluza-Klein,  $\phi^{(0)}(x)$ , el cual se identifica como un campo en cuatro dimensiones que ya es conocido [23, 24, 25, 26, 27]. Por otra parte, los modos excitados de Kaluza-Klein,  $\phi^{(\underline{k})}(x)$ , representan a nuevos grados de libertad que, desde la perspectiva del espaciotiempo 4-dimensional ordinario, conllevan efectos de las dimensiones extras.

Uno de los modelos de dimensiones extras más estudiados es el de dimensiones extras universales [28], que consiste en definir una réplica del Modelo Estándar, pero donde todas las variables dinámicas (los campos) dependen de todas las  $4+n$  coordenadas del espaciotiempo, incluidas aquellas que caracterizan a las dimensiones extras. Es alrededor de esta formulación que se desarrollara el presente trabajo de tesis. Desde el punto de vista del método de los diagramas de Feynman, una de las características de esta extensión del Modelo Estándar es que, como consecuencia de la conservación del momento en las dimensiones extras,



los primeros efectos de las dimensiones extras sobre las observables del Modelo Estándar se generan, cuánticamente, a orden de un lazo [28]. Por tal motivo, aquellas observables y procesos físicos que reciben sus primeras contribuciones del Modelo Estándar desde el orden de un lazo son particularmente interesantes para el contexto de las dimensiones extras universales. Es por ello que el presente trabajo de tesis se desarrollará en torno a uno de tales procesos.

La presunta existencia de dimensiones extras espaciales compactificadas [29, 30, 31] ha jugado un papel relevante en la fenomenología de nueva física, más allá del Modelo Estándar, desde hace ya más de dos décadas, cuando se señaló, por primera vez, que la escala de energía asociada a dichas dimensiones podría yacer en el rango de los teraelectronvolts [32, 33]. Desde la perspectiva de las teorías de campo efectivas, la presencia de dimensiones extras diminutas, que son un elemento de las formulaciones extradimensionales válidas a altas energías, se manifiesta a través de los modos de Kaluza-Klein, que son las variables dinámicas en cuatro dimensiones de espaciotiempo, surgidas a partir de la compactificación, asociada a la escala de compactificación,  $R^{-1}$ . De entre los diversos modelos de teorías de campo definidas en espacios extradimensionales, el trabajo de investigación propuesto en el presente documento se desarrollará en torno al Modelo Estándar definido en un espaciotiempo con una dimensión extra universal [34, 35].

La actividad científica concentrada por la física del bosón de Higgs se incrementó tras la medición, por los experimentos CMS y ATLAS, del CERN, de una partícula con masa  $\sim 125$  GeV [6, 7], con espín 0 [36], y con acoplamientos que, de momento, son consistentes con la versión mínima del bosón de Higgs [37, 38, 39, 40, 41, 42, 43], provista por el rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil del Modelo Estándar [8, 9, 10]. En presencia de una variedad amplia de teorías de campo con candidatos a tal partícula, los estudios dirigidos a la determinación de propiedades de interacción de estos candidatos, y su comparación con las propiedades que caracterizan al bosón de Higgs del Modelo Estándar, son tareas bien motivadas.

En la investigación propuesta en el presente trabajo de tesis confluirán la física extradimensional y la física del bosón de Higgs, esto mediante el cálculo de las contribuciones del Modelo Estándar en una dimensión extra universal a mecanismos de producción de dicha partícula en decaimientos raros del quark top. Hay diversos mecanismos de producción del bosón de Higgs, entre los que destacan: los procesos de fusión de gluones  $gg \rightarrow h$ ; fusión de bosones vectoriales débiles  $W^+W^- \rightarrow h$  y  $ZZ \rightarrow h$ ; la producción de pares  $hW$  y  $hZ$ ; producción de  $t\bar{t}h$  y de  $th + \bar{t}h$ . El quark top, teniendo la masa más grande de entre las partículas medidas, se caracteriza por una gran variedad de decaimientos, algunos de los cuales involucran producción del bosón de Higgs. En particular, el decaimiento del quark top en un quark charm y un bosón de Higgs,  $t \rightarrow ch$ , ha sido estudiado en el contexto del Modelo Estándar [18]. Esto mismo ha ocurrido en el caso del decaimiento del quark top en un quark charm y un fotón,  $t \rightarrow c\gamma$  [44], que ha sido también investigado en presencia de una dimensión extra universal [45]. Buscando extender y complementar a los trabajos antes mencionados, el presente trabajo de tesis se plantea el cálculo de los decaimientos raros  $t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}u_\alpha^{(0)}A^{(0)}$ , del quark top en tres cuerpos, con  $\alpha = u, c$  denotando a sabores de quarks del tipo  $u$ .

En el Modelo Estándar el decaimiento  $t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}u_\alpha^{(0)}A^{(0)}$  no ocurre a nivel de árbol, surgiendo las primeras contribuciones, más bien, a orden de un lazo. A este respecto, merece la pena comentar que las contribuciones de más bajo orden de modelos con dimensiones extras universales a observables del Modelo Estándar se generan a nivel de lazos, estando prohibidas a nivel de árbol en virtud de la conservación de la paridad de Kaluza-Klein. Así que en este tipo de modelos de física pesada las observables que no son producidas por el Modelo Estándar a nivel de árbol son particularmente interesantes. Por lo tanto, se calcularon las contribuciones de los modos de Kaluza-Klein [34], generados por el Modelo Estándar extra-dimensional en la norma no lineal, a los Branching ratios  $\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}u_\alpha^{(0)}A^{(0)})$ , suponiendo que el tamaño de la dimensión extra es muy pequeño, como indican las cotas actualmente más restrictivas, que sitúan a la escala de compactificación en  $R^{-1} \geq 1.4\text{TeV}$  [46]. Con la información así obtenida, una comparación entre el impacto del Modelo Estándar y el de la presencia de la dimensión extra es plausible e interesante.

# Capítulo 2

## El Modelo Estándar en Dimensiones Extras

El marco del presente trabajo de tesis es el Modelo Estándar en  $4+n$  dimensiones, el cual se plantea como una especie de réplica del Modelo Estándar en 4 dimensiones, pero con todos sus campos y simetrías definidas sobre el espacio tiempo con  $n$  dimensiones extras espaciales universales. En esta sección se trata este Modelo Estándar extradimensional, centrándose en aquellos aspectos que son relevantes para el cálculo fenomenológico que se abordará, llevándose a cabo el cálculo en la norma no lineal. Se destaca que la estructura de los tensores, a diferencia de la de los espinores, no depende de la dimensión en la que se definen. Se aprovecha esto desarrollando nuestra discusión sobre los sectores de Norma y Escalares en el contexto general de  $n$  dimensiones adicionales, los cuales se particularizan directamente en el caso  $n = 1$ . Por otro lado, los sectores fermión se desarrollan para el caso de solo 1 dimensión espacial extra.

### 2.1. Sector de Norma y Escalar en Dimensiones Extras

Consideremos la formulación de una teoría de campo que es una réplica del sector de norma pura del Modelo Estándar, pero planteado en un espacio tiempo de  $4+n$  dimensiones, que se caracteriza mediante una métrica de tipo Minkowski

$$g^{MN} = \text{diag}\{1, -1, -1, -1, \underbrace{-1, \dots, -1}_{n \text{ elementos}}\}, \quad (2.1)$$

aquí, los índices mayúsculos toman los valores  $0, 1, 2, 3, 5, \dots, 4+n$ . Conviene distinguir dos conjuntos de índices griegos:  $\mu, \nu, \dots$  son índices de Lorentz en 4 dimensiones, así que corren sobre  $0, 1, 2$  y  $3$ ;  $\bar{\mu}, \bar{\nu}, \dots$  son índices de Lorentz extradimensionales que toman los valores  $5, 6, \dots, 4+n$ . De acuerdo con la teoría general de Yang-Mills, definimos las curvaturas  $\mathcal{W}_{MN}^j$  y  $\mathcal{B}_{MN}$ , respectivamente asociadas a los grupos de norma  $(4+n)$ -dimensional  $SU(2, \mathcal{M}^{4+n})$  y  $U(1, \mathcal{M}^{4+n})$  dadas como

$$\mathcal{W}_{MN}^j = \partial_M \mathcal{W}_N^j - \partial_N \mathcal{W}_M^j + g_{4+n} \epsilon^{jkl} \mathcal{W}_M^k \mathcal{W}_N^l \quad (2.2)$$

$$\mathcal{B}_{MN} = \partial_M \mathcal{B}_N - \partial_N \mathcal{B}_M, \quad (2.3)$$

aquí  $\mathcal{W}_N^j(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{B}_N(x, \bar{x})$  son las conexiones o campos de norma, con  $j = 1, 2, 3$  y el factor  $g_{4+n}$  es un número real, conocido como la constante de acoplamiento del grupo  $SU(2, \mathcal{M}^{4+n})$ . Sobre las coordenadas del espacio tiempo de  $4+n$  dimensiones, estamos denotando como  $x$  a aquellas que le corresponden a las 4 dimensiones de espacio tiempo ordinarias, en tanto que usamos  $\bar{x}$  para denotar a la coordenadas de las dimensiones extras.

Además, se introduce un doblete extradimensional complejo de  $SU(2, \mathcal{M}^{4+n})$  con hipercarga  $Y_\phi$

$$\Phi(x, \bar{x}) = \begin{pmatrix} \phi_1(x, \bar{x}) \\ \phi_2(x, \bar{x}) \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

siendo  $\phi_1(x, \bar{x})$  y  $\phi_2(x, \bar{x})$  dos campos escalares complejos. A continuación, el criterio de la simetría de norma impone la necesidad de definir a la derivada covariante de grupo,  $D_M$ , a la que le corresponde la expresión

$$D_M = \partial_M \cdot \mathbf{1}_M - ig_{4+n} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_M^j - ig'_{4+n} \frac{Y}{2} \mathcal{B}_M \cdot \mathbf{1}_M, \quad (2.5)$$

donde  $\sigma^j$  denota a las matrices de Pauli y el índice de norma repetido  $j$  indica una suma sobre  $j = 1, 2, 3$ , el factor  $g'_{4+n}$  es un número real, conocido como la constante de acoplamiento del grupo  $U(1, \mathcal{M}^{4+n})$  y  $Y$  es la hipercarga asociada al objeto sobre el cual opera la derivada covariante.

Ahora, definimos al sector de norma extradimensional y al sector escalar de Higgs extradimensional como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{n\text{YM}} = & -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{MN}^j \mathcal{W}^{jMN} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{MN} \mathcal{B}^{MN} \\ & - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\nu}^j \mathcal{W}^{j\mu\nu} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\mu\nu}^j \mathcal{B}^{j\mu\nu} + \frac{1}{2} \mathcal{W}_{\bar{\mu}}^j \mathcal{W}^{j\bar{\mu}} + \frac{1}{2} \mathcal{B}_{\bar{\mu}}^j \mathcal{B}^{j\bar{\mu}} - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^j \mathcal{W}^{j\bar{\mu}\bar{\nu}} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\bar{\nu}}^j \mathcal{B}^{j\bar{\mu}\bar{\nu}}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L}_{\text{NH}} = (D_M \Phi)^\dagger(x, \bar{x}) (D^M \Phi)(x, \bar{x}) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (2.7)$$

donde

$$D_M \Phi = \partial_M \Phi - ig_{4+n} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_M^j \Phi - ig'_{4+n} \frac{Y_\phi}{2} \mathcal{B}_M \Phi, \quad (2.8)$$

con el potencial de Higgs extradimensional definido como

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) + \lambda_{4+n} (\Phi^\dagger(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}))^2, \quad (2.9)$$

con  $\mu^2 > 0$  y  $\lambda_{4+n} > 0$ . El punto de esta expresión es separar explícitamente a las 4 dimensiones de espacio tiempo usuales, caracterizadas por los índices de Lorentz  $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$ , de las dimensiones extras, a las cuales le corresponden los índices  $\bar{\mu}, \bar{\nu} = 5, 6, \dots, 4+n$ . Desde esta perspectiva,  $\mathcal{L}_{n\text{YM}}$  ya no es explícitamente invariante bajo el grupo de Lorentz

en 4 dimensiones, considerando que  $\mathcal{W}_\mu^j$  y  $\mathcal{B}_\mu$  se transforman como vectores, y que  $\mathcal{W}_{\bar{\mu}}^j$  y  $\mathcal{B}_{\bar{\mu}}$  se transforman como escalares bajo el grupo  $SO(1, 3)$ .

En el siguiente paso compactificaremos las dimensiones extras, para ello, suponemos que las dimensiones extras se cierran en sendos círculos de radios  $R_1, R_2, \dots, R_n$ , Esta estructura de la dimensión extra nos lleva a imponer sobre los campos  $\mathcal{W}_M^j(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{B}_M(x, \bar{x})$ , y sobre el doblete  $\Phi(x, \bar{x})$  y  $D_M\Phi$  una condición de periodicidad asociada a la dimensión extra. Concretamente,

$$\mathcal{W}_M^j(x, \bar{x}) = \mathcal{W}_M^j(x, \bar{x} + 2\pi R) \quad (2.10)$$

$$\mathcal{B}_M^j(x, \bar{x}) = \mathcal{B}_M^j(x, \bar{x} + 2\pi R), \quad (2.11)$$

$$\Phi(x, \bar{x}) = \Phi(x, \bar{x} + 2\pi R), \quad (2.12)$$

$$(D_M\Phi)(x, \bar{x}) = (D_M\Phi)(x, \bar{x} + 2\pi R). \quad (2.13)$$

A continuación realizamos las indentificaciones  $\bar{x} = -\bar{x}$ , lo cual define una geometría conocida como orbifold y denotada como  $S_1/Z_2$ . La estructura resultante de la dimensión extra es un intervalo, como se muestra en la Figura 2.1

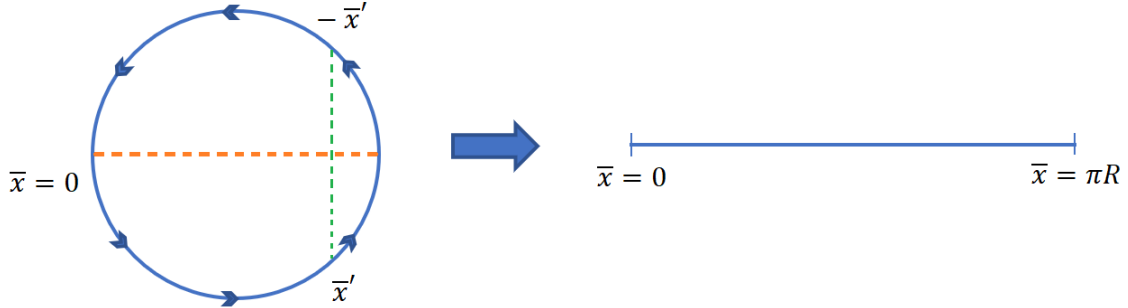


Figura 2.1: Orbifold

Este tipo de compactificación nos permite dotar a los campos de propiedades de paridad, con respecto a la dimensión extra. Concretamente, podemos elegir

$$\mathcal{W}_M^j(x, \bar{x}) = \mathcal{W}_M^j(x, -\bar{x}) \quad \text{ó} \quad \mathcal{W}_M^j(x, \bar{x}) = -\mathcal{W}_M^j(x, -\bar{x}) \quad (2.14)$$

$$\mathcal{B}_M(x, \bar{x}) = \mathcal{B}_M(x, -\bar{x}) \quad \text{ó} \quad \mathcal{B}_M(x, \bar{x}) = -\mathcal{B}_M(x, -\bar{x}) \quad (2.15)$$

De acuerdo con las propiedades de periodicidad, con respecto de la dimensión extra, los campos  $\mathcal{W}_M^j(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{B}_M(x, \bar{x})$  se expanden en series de Fourier, como

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_M^j(x, \bar{x}) = & \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} W_M^{(0)j}(x) + \sum_{(k)} \left( \frac{1}{2\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} W_{eM}^{(k)j}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \right. \\ & \left. + \frac{1}{\sqrt{2\prod_l (2\pi R_l)}} W_{oM}^{(k)j}(x) \sin(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\mathcal{B}_M(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} B_M^{(0)}(x) + \sum_{(k)} \left( \frac{1}{2\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} B_{eM}^{(k)}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) + \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} B_{oM}^{(k)}(x) \sin(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \right). \quad (2.17)$$

donde se tiene que

$$\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x} = \frac{k_1 \bar{x}_1}{R_1} + \frac{k_2 \bar{x}_2}{R_2} + \dots + \frac{k_n \bar{x}_n}{R_n} \Big|_{(k_1, k_2, \dots, k_n) \neq (0, 0, \dots, 0)} \quad (2.18)$$

y las etiquetas  $e$  y  $o$  en los elementos  $W_{e\bar{\mu}}^{(k)j}$  y  $W_{o\bar{\mu}}^{(k)j}$ , se refieren a que son pares (even) e impares (odd), respectivamente, lo mismo ocurre con  $B_{eM}^{(k)}$  y  $B_{oM}^{(k)}$ . A continuación, vamos a suponer que las componentes  $\mathcal{W}_\mu^j(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{B}_\mu(x, \bar{x})$  son pares con respecto de la dimensión extra, en tanto que suponemos que  $\mathcal{W}_{\bar{\mu}}^j(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{B}_{\bar{\mu}}(x, \bar{x})$  son impares en este sentido mismo. Bajo tales condiciones, tenemos las expansiones

$$\mathcal{W}_\mu^j(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} W_\mu^{(0)j}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} W_{e\mu}^{(k)j}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \quad (2.19)$$

$$\mathcal{B}_\mu(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} B_\mu^{(0)}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} B_{e\mu}^{(k)}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \quad (2.20)$$

$$\mathcal{W}_{\bar{\mu}}^j(x, \bar{x}) = \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} W_{o\bar{\mu}}^{(k)j}(x) \sin(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \quad (2.21)$$

$$\mathcal{B}_{\bar{\mu}}(x, \bar{x}) = \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} B_{o\bar{\mu}}^{(k)}(x) \sin(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}), \quad (2.22)$$

Además, imponemos que el sector escalar de Higgs extradimensional sea invariante bajo la reflexión  $\bar{x} \rightarrow \bar{x}' = -\bar{x}$ , de todas las coordenadas extradimensionales, en forma simultánea. Para tal fin, observemos que bajo dicha reflexión el potencial escalar se transforma como

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) \rightarrow V'(\Phi^\dagger, \Phi) = -\mu^2 \Phi'^\dagger(x, \bar{x}) \Phi'(x, \bar{x}) + \lambda_{4+n} \left( \Phi'^\dagger(x, \bar{x}) \Phi'(x, \bar{x}) \right)^2. \quad (2.23)$$

En general, una ley de transformación de la forma

$$\Phi'(x, \bar{x}) = \Phi(x, -\bar{x}) = e^{i\theta} \Phi(x, \bar{x}) \quad (2.24)$$

dejaría invariante a este potencial. Empero, motivados por los desarrollos hechos en el sector de norma, suponemos que  $\Phi(x, \bar{x})$  tiene paridad definida, de modo que tenemos las opciones

$$\Phi(x, \bar{x}) = \pm \Phi(x, -\bar{x}). \quad (2.25)$$

De éstas, elegimos la de paridad par, pues ello nos permitirá contar con un doblete escalar

de modo cero. Más aún, notemos que

$$(D_\mu \Phi)(x, \bar{x}) \xrightarrow{\bar{x} \rightarrow -\bar{x}} (D_\mu \Phi)'(x, \bar{x}) = (D_\mu \Phi)(x, -\bar{x}) = (D_\mu \Phi)(x, \bar{x}), \quad (2.26)$$

es decir,  $(D_\mu \Phi)(x, \bar{x})$  tiene paridad par.

Por otro lado, para  $M = \bar{\mu}$  tenemos

$$(D_{\bar{\mu}} \Phi)(x, \bar{x}) \xrightarrow{\bar{x} \rightarrow -\bar{x}} (D_{\bar{\mu}} \Phi)'(x, \bar{x}) = (D_{\bar{\mu}} \Phi)(x, -\bar{x}) = -(D_{\bar{\mu}} \Phi)(x, \bar{x}), \quad (2.27)$$

es decir,  $(D_{\bar{\mu}} \Phi)(x, \bar{x})$  tiene paridad impar.

Con estas leyes de transtormación en mente, notamos que

$$(D_M \Phi)^\dagger(x, \bar{x}) (D^M \Phi)(x, \bar{x}) \xrightarrow{\bar{x} \rightarrow -\bar{x}} (D_M \Phi)^\dagger(x, \bar{x}) (D^M \Phi)'(x, \bar{x}) = (D_M \Phi)^\dagger(x, \bar{x}) (D^M \Phi)(x, \bar{x}). \quad (2.28)$$

Puesto que  $\Phi(x, \bar{x})$  y  $(D_\mu \Phi)(x, \bar{x})$  son pares, en tanto que  $(D_{\bar{\mu}} \Phi)(x, \bar{x})$  es impar, además de que todos estos objetos son periódicos, se tienen las expansiones de Kaluza-Klein

$$\Phi(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} \Phi^{(0)}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} \Phi^{(k)}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}), \quad (2.29)$$

$$(D_\mu \Phi)(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} (D_\mu \Phi)^{(0)}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{\sum_l (2\pi R_l)}} (D_\mu \Phi)^{(k)}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}), \quad (2.30)$$

$$(D_{\bar{\mu}} \Phi)(x, \bar{x}) = \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_e)}} (D_{\bar{\mu}} \Phi)^{(k)}(x) \sin(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}). \quad (2.31)$$

Regresando al sector de norma extradimensional, puesto que las conexiones  $\mathcal{W}_M^j(x, \bar{x})$  y  $\mathcal{B}_M(x, \bar{x})$  son periódicas con respecto de las dimensiones extras, automáticamente las curvaturas  $\mathcal{W}_{MN}^j(x, \bar{x})$   $\mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x})$  son periódicas con respecto de éstas, es decir

$$\mathcal{W}_{MN}^j(x, \bar{x}) = \mathcal{W}_M^j(x, \bar{x} + 2\pi R) \quad (2.32)$$

y

$$\mathcal{B}_{MN}(x, \bar{x}) = \mathcal{B}_M(x, \bar{x} + 2\pi R). \quad (2.33)$$

Ahora, con respecto de las propiedades de paridad de las curvaturas se encontró que sus componentes cumplen lo siguiente:

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^j(x, -\bar{x}) = \mathcal{W}_{\mu\nu}^j(x, \bar{x}). \quad (2.34)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\nu}(x, -\bar{x}) = \mathcal{B}_{\mu\nu}(x, \bar{x}), \quad (2.35)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^j(x, -\bar{x}) = -\mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^j(x, \bar{x}), \quad (2.36)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}(x, \bar{x}) = -\mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}(x, \bar{x}), \quad (2.37)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^j(x, -\bar{x}) = \mathcal{W}_{\mu\nu}^j(x, \bar{x}), \quad (2.38)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\nu}^j(x, -\bar{x}) = \mathcal{B}_{\mu\nu}^j(x, \bar{x}). \quad (2.39)$$

En virtud de las propiedades de paridad de las componentes de las curvaturas, tenemos las expresiones de Fourier siguientes

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^j(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)j}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(k)j}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}), \quad (2.40)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^j(x, \bar{x}) = \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^{(k)j}(x) \sin(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \quad (2.41)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^j(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)j}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(k)j}(x) \cos(\bar{P}^{(\nu)} \cdot \bar{x}), \quad (2.42)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\nu}(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(k)}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}), \quad (2.43)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}(x, \bar{x}) = \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}^{(k)}(x) \sin(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \quad (2.44)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\nu}(x, \bar{x}) = \frac{1}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)}(x) + \sum_{(k)} \frac{1}{\sqrt{2 \prod_l (2\pi R_l)}} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(k)}(x) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}). \quad (2.45)$$

Vamos a implementar estas expresiones de la curvaruta a la acción

$$S_{n\text{YM}} = \int d^{4+n}x \mathcal{L}_{n\text{YM}} = \int d^4x \int d^n\bar{x} \mathcal{L}_{n\text{YM}}. \quad (2.46)$$

Definimos

$$\mathcal{L}_{\text{kkYM}} = \int d\bar{x} \mathcal{L}_{n\text{YM}}, \quad (2.47)$$

con lo cual

$$S_{n\text{YM}} = \int d^4x \mathcal{L}_{\text{kkYM}}. \quad (2.48)$$

Vamos a usar la expresión de  $\mathcal{L}_{n\text{YM}}$  que escribimos en la Ec. 2.6 para manipular la Lagrangiana efectiva de Kaluza-Klein  $\mathcal{L}_{\text{kkYM}}$  dada como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kkYM}} = \int d^n\bar{x} & \left( -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\nu}^j \mathcal{W}^{j\mu\nu} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\mu\nu} \mathcal{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^j \mathcal{W}^{j\mu\bar{\mu}} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}} \mathcal{B}^{\mu\bar{\mu}} - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\nu}^j \mathcal{W}_{\mu\nu}^j - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\mu\nu} \mathcal{B}_{\mu\nu} \right). \end{aligned} \quad (2.49)$$



Calculando los términos por separado se obtuvo lo siguiente:

$$\int d^n \bar{x} \mathcal{W}_{\mu\nu}^j(x, \bar{x}) \mathcal{W}^{j\mu\nu}(x, \bar{x}) = \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)j} \mathcal{W}^{(0)j\mu\nu} + \sum_{(m)}' \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)j} \mathcal{W}^{(m)j\mu\nu}. \quad (2.50)$$

$$\int d^n \bar{x} \mathcal{B}_{\mu\nu}(x, \bar{x}) \mathcal{B}^{\mu\nu}(x, \bar{x}) = \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)} \mathcal{B}^{(0)\mu\nu} + \sum_{(m)}' \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\mu\nu}. \quad (2.51)$$

$$\int d^n \bar{x} \mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^j(x, \bar{x}) \mathcal{W}_{\bar{\mu}}^{j\mu}(x, \bar{x}) = \sum_{(m)}' \mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^{(m)j} \mathcal{W}_{\bar{\mu}}^{(m)j\mu}. \quad (2.52)$$

$$\int d^n \bar{x} \mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}(x, \bar{x}) \mathcal{B}_{\bar{\mu}}^{\mu}(x, \bar{x}) = \sum_{(m)}' \mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}^{(m)} \mathcal{B}_{\bar{\mu}}^{(m)\mu}. \quad (2.53)$$

$$\int d^n \bar{x} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^j(x, \bar{x}) \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^j(x, \bar{x}) = \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)j} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)j} + \sum_{(m)}' \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)j} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)j}, \quad (2.54)$$

$$\int d^n \bar{x} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}(x, \bar{x}) \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}(x, \bar{x}) = \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)} + \sum_{(m)}' \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)}. \quad (2.55)$$

donde la multisuma

$$\sum_{(m)}' = \frac{1}{2} \sum_{(m)} = \sum_{k_1=-\infty}^{\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{\infty} \dots \sum_{k_n=-\infty}^{\infty} \Big|_{(k_1, \dots, k_n) \neq (0, \dots, 0)} \quad (2.56)$$

involucra a la etiqueta  $k$  que corre sobre todos los números enteros (excepto el 0), así que el factor  $1/2$ , en la expresión anterior, evita que la condición  $\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)j} = \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(-m)j}$ ,  $\mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^{(m)j} = -\mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^{(-m)j}$  y  $\mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)j} = \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(-m)j}$  nos lleven a contar dos veces una misma contribución.

Usando las expresiones halladas, obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kkYM}} = & -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)j} \mathcal{W}^{(0)j\mu\nu} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)} \mathcal{B}^{(0)\mu\nu} - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)j} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)j} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(0)} \\ & + \sum_{(m)}' \left( -\frac{1}{4} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)j} \mathcal{W}^{(m)j\mu\nu} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)} \mathcal{B}^{(m)\mu\nu} + \frac{1}{2} \mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^{(m)j} \mathcal{W}_{\bar{\mu}}^{(m)j\mu} \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}^{(m)} \mathcal{B}_{\bar{\mu}}^{(m)\mu} - \frac{1}{4} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)j} \mathcal{W}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)j} - \frac{1}{4} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)} \mathcal{B}_{\bar{\mu}\nu}^{(m)} \right) \end{aligned} \quad (2.57)$$

A continuación, de la expresión anterior se calculan las ecuaciones exactas para las curvaturas, considerando las Ecs. (1.40-1.45) y comparando con las Ecs. (1.19-1.22) se llega a las siguientes expresiones:

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(0)j} = W_{\mu\nu}^{(0)j} + \sum_{(m)}' g \epsilon^{ijkl} W_{\mu}^{(m)k} W_{\nu}^{(m)l}. \quad (2.58)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(m)j} = D_{\mu}^{(0)jl} W_{\nu}^{(m)l} - D_{\nu}^{jl} W_{\mu}^{(m)l} + \sum_{(s)}' \sum_{(r)}' g \epsilon^{jkl} \Delta_{(msr)} W_{\mu}^{(s)k} W_{\nu}^{(r)l}. \quad (2.59)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\mu}}^{(m)j} = D_{\mu}^{(0)jl} W^{(m)l} + W_{\mu}^{(m)j} \bar{P}_{\bar{\mu}}^{(m)} + \sum_{(s)} \sum_{(r)} \frac{g}{4} \epsilon^{jkl} \Delta'_{(rms)} W_{\mu}^{(s)\mu} W_{\bar{\mu}}^{(k)l}. \quad (2.60)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)j} = \sum_{(m)}' g \epsilon^{ikl} W_{\bar{\mu}}^{(m)k} W_{\bar{\nu}}^{(m)l}. \quad (2.61)$$

$$\mathcal{W}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)j} = \bar{P}_{\bar{\mu}}^{(m)} W_{\bar{\nu}}^{(m)l} - \bar{P}_{\bar{\nu}}^{(m)} W_{\bar{\mu}}^{(m)j} + \sum_{(k)}' \sum_{(m)}' g \epsilon^{jk\mu} W_{\mu}^{(s)k} W_{\bar{\mu}}^{(s)l} \Delta'_{(sr m)}. \quad (2.62)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\nu}^{(0)} = \partial_{\mu} B_{\nu}^{(0)} - \partial_{\nu} B_{\mu}^{(0)} \equiv B_{\mu\nu}^{(0)} \quad (2.63)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(0)} = 0 \quad (2.64)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\nu}^{(m)} = \partial_{\mu} B_{\nu}^{(m)} - \partial_{\nu} B_{\mu}^{(m)} \equiv B_{\mu\nu}^{(m)} \quad (2.65)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\mu}}^{(m)} = \partial_{\mu} B_{\bar{\mu}}^{(m)} + B_{\mu}^{(m)} \bar{P}_{\bar{\mu}}^{(m)} \quad (2.66)$$

$$\mathcal{B}_{\mu\bar{\nu}}^{(m)} = \bar{P}_{\bar{\mu}}^{(m)} B_{\bar{\nu}}^{(m)} - \bar{P}_{\bar{\nu}}^{(m)} B_{\bar{\mu}}^{(m)} \quad (2.67)$$

reconociendo la curvatura cuatridimensional

$$W_{\mu\nu}^{(0)j} = \partial_{\mu} W_{\nu}^{(0)j} - \partial_{\nu} W_{\mu}^{(0)j} + g \epsilon^{jkl} W_{\mu}^{(0)k} W_{\nu}^{(0)l}, \quad (2.68)$$

también se identificó la derivada covariante

$$D_{\mu}^{(0)jl} = \partial_{\mu} \delta^{jl} - g \epsilon^{jlk} W_{\mu}^{(0)k}. \quad (2.69)$$

además, para simplificar las expresiones encontradas se definió lo siguiente:

$$g = \frac{g_{4+n}}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}} \quad (2.70)$$

$$\Delta_{(kms)} \equiv \frac{2\sqrt{2}}{\prod_l (2\pi R_l)} \int d^n \bar{x} \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}) \cos(\bar{P}^{(p)} \cdot \bar{x}) \cos(\bar{P}^{(s)} \cdot \bar{x}), \quad (2.71)$$

$$\Delta'_{(msk)} \equiv \frac{2\sqrt{2}}{\prod_{\lambda} (2\pi R_l)} \int d^n \bar{x} \sin(\bar{P}^{(m)} \cdot \bar{x}) \sin(\bar{P}^{(s)} \cdot \bar{x}) \cos(\bar{P}^{(k)} \cdot \bar{x}). \quad (2.72)$$

Regresemos a la densidad Lagrangiana  $\mathcal{L}_{\text{kkYM}}$ . De acuerdo con los resultados hallados,

después de realizar los productos y un poco de álgebra, esto se expresa como

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{kkYM}} = & -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^{(0)j}W^{(0)j\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}^{(0)}B^{(0)\mu\nu} \\
& + \sum'_{(m)} \left( -\frac{1}{2}g\epsilon^{jkl}W_{\mu\nu}^{(0)j}W^{(m)k\mu}W^{(m)l\nu} \right. \\
& - \frac{1}{4}(D_{\mu}^{(0)jl}W_{\nu}^{(m)l} - D_{\nu}^{(0)jl}W_{\mu}^{(m)l})(D^{(0)jk\mu}W^{(m)k\nu} - D^{(0)jk\nu}W^{(m)k\mu}) - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}^{(m)}B^{(m)\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2}(D_{\mu}^{(0)jl}W_{\mu}^{(m)l} + W_{\mu}^{(m)j}\bar{P}_{\mu}^{(m)l})\left(D^{(0)jk\mu}W_{\mu}^{(m)k} + W^{(m)j\mu}\bar{P}_{\mu}^{(m)}\right) \\
& + \frac{1}{2}\left(\partial_{\mu}B_{\mu}^{(m)} + B_{\mu}^{(m)}\bar{P}_{\mu}^{(m)}\right)\left(\partial^{\mu}B_{\mu}^{(m)} + B^{(m)\mu}\bar{P}_{\mu}^{(m)}\right) \\
& - \frac{1}{4}\left(\bar{P}_{\mu}^{(m)}W_{\nu}^{(m)j} - \bar{P}_{\nu}^{(m)}W_{\mu}^{(m)j}\right)\left(\bar{P}_{\mu}^{(m)}W_{\nu}^{(m)j} - \bar{P}_{\nu}^{(m)}W_{\mu}^{(m)j}\right) \\
& - \frac{1}{4}\left(\bar{P}_{\mu}^{(m)}B_{\nu}^{(m)} - \bar{P}_{\nu}^{(m)}B_{\mu}^{(m)}\right)\left(\bar{P}_{\mu}^{(m)}B_{\nu}^{(m)} - \bar{P}_{\nu}^{(m)}B_{\mu}^{(m)}\right) \\
& - \frac{1}{4}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}g^2\epsilon^{jkl}\epsilon^{jic}W_{\mu}^{(m)k}W_{\mu}^{(m)l}W^{(s)i\mu}W^{(s)c\nu} \\
& - \frac{1}{4}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}g^2\epsilon^{jkl}\epsilon^{jic}W_{\mu}^{(m)k}W_{\nu}^{(m)l}W_{\mu}^{(s)i}W_{\nu}^{(s)c} \\
& - \frac{1}{2}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}\sum'_{(r)}g\epsilon^{jkl}\Delta_{(msr)}(D^{(0)ji\mu}W^{(m)i\nu} - D^{(0)ji\nu}W^{(m)i\mu})W_{\mu}^{(s)k}W_{\nu}^{(s)l} \\
& + \frac{1}{2}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}\sum'_{(r)}g\epsilon^{jkl}\Delta_{(rms)}\left(D^{(0)ji\mu}W_{\mu}^{(m)i} + W^{(m)i\mu}\bar{P}_{\mu}^{(m)}\right)W_{\mu}^{(s)k}W_{\mu}^{(s)l} \\
& - \frac{1}{2}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}\sum'_{(r)}g\epsilon^{jkl}\Delta_{(srm)}W_{\mu}^{(s)k}W_{\nu}^{(s)l}\left(\bar{P}_{\mu}^{(m)}W_{\nu}^{(m)j} - \bar{P}_{\nu}^{(m)}W_{\mu}^{(m)j}\right)W_{\mu}^{(s)k}W_{\nu}^{(s)l} \\
& - \frac{1}{4}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}\sum'_{(r)}\sum'_{(p)}\sum'_{(q)}g^2\epsilon^{jkl}\epsilon^{jci}\Delta_{(msr)}\Delta_{(mpq)}W_{\mu}^{(s)k}W_{\nu}^{(r)l}W^{(p)c\mu}W^{(q)i\nu} \\
& + \frac{1}{2}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}\sum'_{(r)}\sum'_{(p)}\sum'_{(q)}g^2\epsilon^{jkl}\epsilon^{jci}\Delta'_{(rms)}\Delta'_{(qmp)}W_{\mu}^{(s)k}W_{\mu}^{(r)l}W^{(p)c\mu}W_{\mu}^{(q)i} \\
& - \frac{1}{4}\sum'_{(m)}\sum'_{(s)}\sum'_{(r)}\sum'_{(p)}\sum'_{(q)}g^2\epsilon^{jkl}\epsilon^{jci}\Delta'_{(srm)}\Delta'_{(pqm)}W_{\mu}^{(s)k}W_{\nu}^{(r)l}W_{\mu}^{(p)c}W_{\nu}^{(q)i}
\end{aligned} \tag{2.73}$$

Regresando al sector escalar de Higgs extradimensional, el siguiente objetivo es determinar los modos de Kaluza-Klein de los objetos  $(D_{\mu}\Phi)(x, \bar{x})$  y  $(D_{\bar{\mu}}\Phi)(x, \bar{x})$  en términos de modos de Kaluza-Klein de variables dinámicas para ello. Comenzamos, pues, recordando que

$$D_M\Phi = \partial_M\Phi - ig_{4+n}\frac{\sigma^j}{2}\mathcal{W}_M\Phi - ig'_{4+n}\frac{Y_{\phi}}{2}\mathcal{B}_M\Phi, \tag{2.74}$$

y como se hizo en el sector de norma, se usarón las Ecs. (1.19-1.22), además las Ecs. (1.29-1.31). Finalmente, se encontraron las siguientes expresiones:

$$(D_\mu \Phi)^{(0)} = D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)} + \sum_{(m)}' \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_\mu^{(m)j} - ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(m)} \right) \Phi^{(m)}. \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} (D_\mu \Phi)^{(m)} &= D_\mu^{(0)} \Phi^{(m)} + \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_\mu^{(m)j} - ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(m)} \right) \Phi^{(0)} \\ &+ \sum_{(s)}' \sum_{(r)}' \Delta_{(sr m)} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_\mu^{(s)j} - ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(s)} \right) \Phi^{(m)}. \end{aligned} \quad (2.76)$$

$$\begin{aligned} (D_{\bar{\mu}} \Phi)^{(m)} &= -\bar{P}_{\bar{\mu}}^{(m)} \Phi^{(m)} + 2 \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_{\bar{\mu}}^{(m)j} - ig' \frac{Y_\phi}{2} B_{\bar{\mu}}^{(m)} \right) \Phi^{(0)} \\ &+ \sum_{(s)}' \sum_{(r)}' \Delta'_{(smr)} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_{\bar{\mu}}^{(s)j} - ig' \frac{Y_\phi}{2} B_{\bar{\mu}}^{(s)} \right) \Phi^{(r)}, \end{aligned} \quad (2.77)$$

Como hicimos anteriormente, definimos

$$g \equiv \frac{g_{4+n}}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}}, \quad g' = \frac{g'_{4+n}}{\sqrt{\prod_l (2\pi R_l)}}, \quad (2.78)$$

de manera que podemos identificar a

$$D_\mu^{(0)} = \partial_\mu \cdot \mathbf{1}_2 - ig \frac{\partial^j}{2} W_\mu^{(0)j} - ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)}, \quad (2.79)$$

como la derivada covariante cuadrimensional, en la representación de dobletes, que actúa sobre un doblete de  $SU(2, \mathcal{M}^4)$  con hipercarga  $Y_\phi$ . Regresando a la densidad Lagrangiana  $\mathcal{L}_{\text{nH}}$  vamos a definir la Lagrangiana efectiva de Kaluza-Klein  $\mathcal{L}_{\text{kkH}}$  dada como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kkH}} &= \int d^n \bar{x} \mathcal{L}_{\text{nH}} \\ &= \int d^n \bar{x} \left( (D_\mu \Phi)^\dagger(x, \bar{x}) (D^\mu \Phi)(x, \bar{x}) - (D_{\bar{\mu}} \Phi)^\dagger(x, \bar{x}) (D_{\bar{\mu}} \Phi)(x, \bar{x}) \right. \\ &\quad \left. + \mu^2 \Phi^\dagger(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}) - \lambda_{4+n} (\Phi^\dagger(x, \bar{x}) \Phi(x, \bar{x}))^2 \right). \end{aligned} \quad (2.80)$$

Usando las expresiones previamente encontradas llegamos a que

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{kkH}} = & (D_{\mu}^{(0)}\Phi^{(0)})^{\dagger} (D^{(0)\mu}\Phi^{(0)}) + \mu^2\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)} - \lambda (\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)})^2 \\
& + \sum'_{(k)} \left( (D_{\mu}^{(0)}\Phi^{(0)})^{\dagger} \left( -ig\frac{\sigma^j}{2}W^{(k)j\mu}\Phi^{(k)} - ig'\frac{Y_{\phi}}{2}B^{(k)\mu}\Phi^{(k)} \right) \right. \\
& + \left. \left( ig\Phi^{(k)\dagger}\frac{\sigma^j}{2}W^{(k)j\mu} + ig'\frac{Y_{\phi}}{2}\Phi^{(k)\dagger}B^{(k)\mu} \right) (D_{\mu}^{(0)}\Phi^{(0)}) \right. \\
& + \left. \left( (D_{\mu}^{(0)}\Phi^{(k)})^{\dagger} + ig\Phi^{(0)\dagger}\frac{\sigma^j}{2}W_{\mu}^{(k)j} + ig'\frac{Y_{\phi}}{2}\Phi^{(0)\dagger}B_{\mu}^{(k)} \right) \right. \\
& \times \left. \left( D^{(0)\mu}\Phi^{(k)} - ig\frac{\sigma^l}{2}W^{(k)l\mu}\Phi^{(0)} - ig'\frac{Y_{\phi}}{2}B^{(k)\mu}\Phi^{(0)} \right) \right. \\
& + \left. \left( -\overline{P}_{\mu}^{(k)}\Phi^{(k)\dagger} + ig\Phi^{(0)\dagger}\frac{\sigma^j}{2}W_{\mu}^{(k)j} + ig'\frac{Y_{\phi}}{2}\Phi^{(0)\dagger}B_{\mu}^{(k)} \right) \right. \\
& \times \left. \left( \overline{P}_{\mu}^{(k)}\Phi^{(k)} + ig\frac{\sigma^l}{2}W_{\mu}^{(k)l}\Phi^{(0)} + ig'\frac{Y_{\phi}}{2}B_{\mu}^{(k)}\Phi^{(0)} \right) \right. \\
& + \mu^2\Phi^{(k)\dagger}\Phi^{(k)} - 2\lambda\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)}\Phi^{(k)\dagger}\Phi^{(k)} \\
& - \lambda (\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(k)} + \Phi^{(k)\dagger}\Phi^{(0)}) (\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(k)} + \Phi^{(k)\dagger}\Phi^{(0)}) + \dots,
\end{aligned} \tag{2.81}$$

donde identificamos

$$\lambda \equiv \frac{\lambda_{4+n}}{\prod_l (2\pi R_l)}, \tag{2.82}$$

como la constante de acoplamiento que caracteriza al sector de Higgs cuadrimensional. La ecuación anterior muestra, en forma explícita, los términos que se identifican como el sector de Higgs cuadrimensional y los que involucran productos de tres campos, en tanto que aquellos términos en que aparecen productos de cuatro o más campos se indican en esta ecuación mediante puntos suspensivos.

### 2.1.1. Mecanismo de Kaluza-Klein

A continuación vamos a analizar el espectro de masas, cuya primera contribución proviene de la compactificación de las dimensiones extras. El proceso que produce las masas de Kaluza-Klein, llamado Mecanismo de Kaluza-Klein, solo genera masas de modos excitados, por lo que en esta parte de la discusión se omiten los elementos en los términos lagrangianos  $\mathcal{L}_{\text{kkYM}}$  y  $\mathcal{L}_{\text{kkH}}$ , que están constituidos únicamente por modos ceros. Comenzamos fijándonos en el término lagrangiano  $\mathcal{L}_{\text{kkYM}}$ , el cual, de acuerdo con las expresiones anteriores, se puede

escribir como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{kkYM}} = \sum_{(k)}' & \left( \frac{1}{2} W_{\mu}^{(k)j} \overline{P}_{\mu}^{(k)} W^{(k)j\mu} \overline{P}_{\mu}^{(k)} + B_{\mu}^{(k)} \overline{P}_{\mu}^{(k)} B^{(k)\mu} \overline{P}_{\mu}^{(k)} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \overline{P}_{\mu}^{(k)} W_{\nu}^{(k)j} \left( \overline{P}_{\mu}^{(k)} W_{\nu}^{(k)j} - \overline{P}_{\nu}^{(k)} W_{\mu}^{(k)j} \right) - \frac{1}{2} \overline{P}_{\mu}^{(k)} B_{\nu}^{(k)} \left( \overline{P}_{\mu}^{(k)} B_{\nu}^{(k)} - \overline{P}_{\nu}^{(k)} B_{\mu}^{(k)} \right) \right) \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{2.83}$$

donde los puntos suspensivos indican el resto de los términos que no se encuentran de manera explícita. En este punto conviene notar que

$$\overline{P}_{\mu}^{(k)} \overline{P}_{\mu}^{(k)} = \overline{P}_5^{(k)} \overline{P}_5^{(k)} + \overline{P}_6^{(k)} \overline{P}_6^{(k)} + \dots + \overline{P}_{4+n}^{(k)} \overline{P}_{4+n}^{(k)} = \left( \frac{k_1}{R_1} \right)^2 + \left( \frac{k_2}{R_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{k_n}{R_n} \right)^2. \tag{2.84}$$

Definimos

$$m_{(k)}^2 \equiv \left( \frac{k_1}{R_1} \right)^2 + \left( \frac{k_2}{R_2} \right)^2 + \dots + \left( \frac{k_n}{R_n} \right)^2, \tag{2.85}$$

donde  $m_{(k)}^2$  siempre es positivo, independientemente de los valores enteros que tomen los índices  $k_j$ , con lo cual

$$\overline{P}_{\mu}^{(k)} \overline{P}_{\mu}^{(k)} = m_{(k)}^2. \tag{2.86}$$

De esta manera, escribimos

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{kkYM}} = \sum_{(k)}' & \left( \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\mu}^{(k)j} W^{(k)j\mu} + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\mu}^{(k)} B^{(k)\mu} - \frac{1}{2} W^{(k)j\mu} \left( m_{(k)}^2 \delta_{\mu\nu} - \overline{P}_{\mu}^{(k)} \overline{P}_{\nu}^{(k)} \right) W_{\nu}^{(k)j} \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} B^{(k)\mu} \left( m_{(k)}^2 \delta_{\mu\nu} - \overline{P}_{\mu}^{(k)} \overline{P}_{\nu}^{(k)} \right) B_{\nu}^{(k)} \right) + \dots
 \end{aligned} \tag{2.87}$$

Definimos a la matriz de mezcla  $\mathcal{M}^{(k)}$ , de componentes

$$\mathcal{M}_{\mu\nu}^{(k)} = \left( m_{(k)}^2 \delta_{\mu\nu} - \overline{P}_{\mu}^{(k)} \overline{P}_{\nu}^{(k)} \right) \tag{2.88}$$

de modo que

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{kkYM}} = \sum_{(k)}' & \left( \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\mu}^{(k)j} W^{(k)j\mu} + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\mu}^{(k)} B^{(k)\mu} - \frac{1}{2} W_{\mu}^{(k)j} \mathcal{M}_{\mu\nu}^{(k)} W_{\nu}^{(k)j} - \frac{1}{2} B_{\mu}^{(k)} \mathcal{M}_{\mu\nu}^{(k)} B_{\nu}^{(k)} \right) \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{2.89}$$

Evidentemente,  $\mathcal{M}_{\mu\nu}^{(k)}$  es una matriz simétrica y real, lo que asegura que existe una matriz de diagonalización ortogonal. Más aún, notamos que

$$\text{tr} \{ \mathcal{M}^{(k)} \} = \mathcal{M}_{\mu\bar{\mu}}^{(k)} = \left( m_{(k)}^2 \delta_{\mu\bar{\mu}} - \overline{P_{\mu}^{(k)}} \overline{P_{\mu}^{(k)}} \right) = (n-1)m_{(k)}^2, \quad (2.90)$$

es decir, que

$$\text{tr} \{ \mathcal{M}^{(k)} \} = (n-1)m_{(k)}^2. \quad (2.91)$$

El anterior resultado simplemente manifiesta que el conjunto de eigenvalores asociados a  $\mathcal{M}^{(k)}$  está constituido por  $n-1$  eigenvalores  $m_{(k)}^2$  y un eigenvalor 0. Esto quiere decir que existe una matriz ortogonal, aquí denotada como  $R^{(k)}$ , tal que

$$R^{(k)T} \mathcal{M}^{(k)} R^{(k)} = \begin{pmatrix} m_{(k)}^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & m_{(k)}^2 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{(k)}^2 & 0 \\ 0 & 0 \cdots & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.92)$$

Teniendo esta discusión en cuenta, notemos que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kkYM}} = \sum_{(k)}' & \left( \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\mu}^{(k)j} W^{(k)j\mu} + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\mu}^{(k)} B^{(k)\mu} \right. \\ & - \frac{1}{2} R_{\rho\bar{\mu}}^{(k)T} W_{\bar{\mu}}^{(k)j} (R^{(k)T} \mathcal{M}^{(k)} R^{(k)})_{\bar{\rho}\bar{\lambda}} R_{\bar{\lambda}\bar{\nu}}^{(k)} W_{\bar{\nu}}^{(k)j} \\ & \left. - \frac{1}{2} R_{\bar{\mu}}^{(k)T} B_{\bar{\mu}}^{(k)} (R^{(k)T} \mathcal{M}^{(k)} R^{(k)})_{\bar{\rho}\bar{\lambda}} R_{\bar{\lambda}\bar{\nu}}^{(k)} B_{\bar{\nu}}^{(k)} \right) + \dots \end{aligned} \quad (2.93)$$

Vamos a definir

$$\begin{aligned} W_1'^{(k)j} &= R_{5\bar{\mu}}^{(k)T} W_{\bar{\mu}}^{(k)j}, \\ W_2'^{(k)j} &= R_{6\bar{\mu}}^{(k)T} W_{\bar{\mu}}^{(k)j}, \\ &\vdots \\ W_{n-1}'^{(k)j} &= R_{4+(n-1)\bar{\mu}}^{(k)T} W_{\bar{\mu}}^{(k)j}, \\ W_G^{(k)j} &= R_{4+n\bar{\mu}}^{(k)T} W_{\bar{\mu}}^{(k)j}. \end{aligned} \quad (2.94)$$

Además, notamos que

$$-\frac{1}{2} R_{\rho\bar{\mu}}^{(k)T} W_{\bar{\mu}}^{(k)j} (R^{(k)T} \mathcal{M}^{(k)} R^{(k)})_{\bar{\rho}\bar{\lambda}} R_{\bar{\lambda}\bar{\nu}}^{(k)} W_{\bar{\nu}}^{(k)j} = -\frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\bar{n}}'^{(k)j} W_{\bar{n}}'^{(k)j}, \quad (2.95)$$

donde, a partir de ahora, se establece que los índices  $\bar{n}$  toman los valores  $\bar{n} = 1, 2, \dots, n-1$ . Si, análogamente, definimos

$$\begin{aligned} B_1'^{(k)} &= R_{5\bar{\mu}}^{(k)T} B^{(k)}, \\ &\vdots \\ B_{n-1}'^{(k)} &= R_{4+(n-1)\bar{\mu}}^{(k)T} B_{\bar{\mu}}^{(k)}, \\ B_G^{(k)} &= R_{4+n\bar{\mu}}^{(k)T} B_{\bar{\mu}}^{(k)}, \end{aligned} \tag{2.96}$$

se encuentra que

$$-\frac{1}{2} R_{\bar{\rho}\bar{\mu}}^{(k)T} B_{\bar{\mu}}^{(k)} (R^{(k)T} \mathcal{M}^{(k)} R^{(k)})_{\bar{\rho}\bar{\lambda}} R_{\bar{\lambda}\bar{\nu}}^{(k)} B_{\bar{\nu}}^{(k)} = -\frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\bar{n}}'^{(k)j} B_{\bar{n}}'^{(k)j}. \tag{2.97}$$

Usando estos resultados, llegamos a la expresión

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kkYM}} &= \sum_{(k)}' \left( \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\mu}^{(k)j} W^{(k)j\mu} + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\mu}^{(k)} B^{(k)\mu} - \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\bar{n}}'^{(k)j} W_{\bar{n}}'^{(k)j} - \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\bar{n}}'^{(k)j} B_{\bar{n}}'^{(k)j} \right) \\ &\quad + \dots \end{aligned} \tag{2.98}$$

que muestra que tras la compactificación se generan masas de modos excitados de Kaluza-Klein, tanto de norma como escalares, así como una base de eigenestados de masa apropiada. Vamos a implementar el cambio de base hallado en el resto de los términos de  $\mathcal{L}_{\text{kkYM}}$ . Usando todos los resultados obtenidos, escribimos al término lagrangiano  $\mathcal{L}_{\text{kkYM}}$ , dado en Ec. (??) como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{kkYM}} &= \sum_{(k)}' \left( -\frac{1}{2} g \epsilon^{jkl} W_{\mu\nu}^{(0)j} W^{(k)k\mu} W^{(k)l\nu} \right. \\ &\quad - \frac{1}{4} (D_{\mu}^{(0)jl} W_{\nu}^{(k)l} - D_{\nu}^{(0)jl} W^{(k)l}) (D^{(0)jk\mu} W^{(k)k\nu} - D^{(0)jk\nu} W^{(k)k\mu}) \\ &\quad - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^{(k)} B^{(k)\mu\nu} + \frac{1}{2} (D_{\mu}^{(0)jl} W_{\bar{n}}'^{(k)l}) (D^{(0)jk\mu} W_{\bar{n}}'^{(k)k}) + \frac{1}{2} (D_{\mu}^{(0)jl} W_G^{(k)l}) (D^{(0)jk\mu} W_G^{(k)k}) \\ &\quad + \frac{1}{2} (\partial_{\mu} B_{\bar{n}}'^{(k)}) (\partial^{\mu} B_{\bar{n}}'^{(k)}) + \frac{1}{2} (\partial_{\mu} B_G^{(k)}) (\partial^{\mu} B_G^{(k)}) + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\mu}^{(k)j} W^{(k)j\mu} \\ &\quad + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\mu}^{(k)} B^{(k)\mu} - \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\bar{n}}'^{(k)j} W_{\bar{n}}'^{(k)j} - \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\bar{n}}'^{(k)j} B_{\bar{n}}'^{(k)j} \\ &\quad \left. + m_{(k)} W^{(k)j\mu} (D_{\mu}^{(0)jl} W_G^{(k)l}) + m_{(k)} B^{(k)\mu} (\partial_{\mu} B_G^{(k)}) \right) + \dots \end{aligned} \tag{2.99}$$

donde se definió  $m_{(k)} \equiv \sqrt{m_{(k)}^2}$ . Por practicidad, definamos los siguientes términos Lagrangianos:

$$\mathcal{L}_{4\text{YM}} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^{(0)j} W^{(0)j\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^{(0)} B^{(0)\mu\nu} \tag{2.100}$$



$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{kkYM}}^{1-\text{loop}} = & \sum'_{(k)} \left( -\frac{1}{2} g \epsilon^{jkl} W_{\mu\nu}^{(0)j} W^{(k)k\mu} W^{(k)l\nu} \right. \\
 & - \frac{1}{4} \left( D_{\mu}^{(0)jl} W_{\nu}^{(k)l} - D_{\nu}^{(0)jl} W^{(k)l} \right) \left( D^{(0)jk\mu} W^{(k)k\nu} - D^{(0)jk\nu} W^{(k)k\mu} \right) \\
 & - \frac{1}{4} B_{\mu\nu}^{(k)} B^{(k)\mu\nu} + \frac{1}{2} \left( D_{\mu}^{(0)jl} W_{\bar{n}}'^{(k)l} \right) \left( D^{(0)jk\mu} W_{\bar{n}}'^{(k)k} \right) + \frac{1}{2} \left( D_{\mu}^{(0)jl} W_G^{(k)l} \right) \left( D^{(0)jk\mu} W_G^{(k)k} \right) \\
 & + \frac{1}{2} \left( \partial_{\mu} B_{\bar{n}}'^{(k)} \right) \left( \partial^{\mu} B_{\bar{n}}'^{(k)} \right) + \frac{1}{2} \left( \partial_{\mu} B_G^{(k)} \right) \left( \partial^{\mu} B_G^{(k)} \right) + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\mu}^{(k)j} W^{(k)j\mu} \\
 & + \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\mu}^{(k)} B^{(k)\mu} - \frac{1}{2} m_{(k)}^2 W_{\bar{n}}^{(k)j} W_{\bar{n}}^{(k)j} - \frac{1}{2} m_{(k)}^2 B_{\bar{n}}'^{(k)} B_{\bar{n}}'^{(k)} \\
 & \left. + m_{(k)} W^{(k)j\mu} \left( D_{\mu}^{(0)jl} W_G^{(k)l} \right) + m_{(k)} B^{(k)\mu} \left( \partial_{\mu} B_G^{(k)} \right) \right). \tag{2.101}
 \end{aligned}$$

El resultado anterior es interesante, pues muestra explícitamente que, tras la compactificación, la teoría de Kaluza-Klein cuenta con la presencia de los modos excitados  $W_{\mu}^{(k)j}$ ,  $B_{\mu}^{(k)}$ ,  $W_{\bar{n}}'^{(k)j}$ ,  $B_{\bar{n}}'^{(k)}$ , todos ellos masivos, con masa degenerada  $m_{(k)}$ .

Finalmente, el sector escalar de Higgs extradimensional, caracterizado por el término lagrangiano  $\mathcal{L}_{\text{kkH}}$ , se ve modificado por el procedimiento anterior, a través de los cambios de base que se realizaron. Más aún, se espera que se generen masas de Kaluza-Klein para otros modos excitados, mismos que se encuentran en este sector. Nuevamente, los modos ceros no reciben contribuciones a sus masas, así que concentramos nuestra atención en el resto de elementos del término lagrangiano  $\mathcal{L}_{\text{kkH}}$ .

Así, el término lagrangiano  $\mathcal{L}_{\text{kkH}}$  se expresa como

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{kkH}} = & \left( D_{\mu}^{(0)} \Phi^{(0)} \right)^{\dagger} \left( D^{(0)\mu} \Phi^{(0)} \right) + \mu^2 \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} - \lambda \left( \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \right)^2 \\
 & + \sum'_{(k)} \left( \left( D_{\mu}^{(0)} \Phi^{(0)} \right)^{\dagger} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W^{(k)j\mu} \Phi^{(k)} - ig' \frac{Y_{\phi}}{2} B^{(k)\mu} \Phi^{(k)} \right) \right. \\
 & + \left( ig \Phi^{(k)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} W^{(k)j\mu} + ig' \frac{Y_{\phi}}{2} \Phi^{(k)\dagger} B^{(k)\mu} \right) \left( D_{\mu}^{(0)} \Phi^{(0)} \right) \\
 & + \left( \left( D_{\mu}^{(0)} \Phi^{(k)} \right)^{\dagger} + ig \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(k)j} + ig' \frac{Y_{\phi}}{2} \Phi^{(0)\dagger} B_{\mu}^{(k)} \right) \\
 & \times \left( D^{(0)\mu} \Phi^{(k)} - ig \frac{\sigma^l}{2} W^{(k)l\mu} \Phi^{(0)} - ig' \frac{Y_{\phi}}{2} B^{(k)\mu} \Phi^{(0)} \right) \\
 & - m_{(k)}^2 \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(k)} - \Phi^{(k)\dagger} \left( ig m_{(k)} \frac{\sigma^j}{2} W_G^{(k)j} \Phi^{(0)} + ig' m_{(k)} \frac{Y_{\phi}}{2} B_G^{(k)} \Phi^{(0)} \right) \\
 & + \left( ig m_{(k)} \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} W_G^{(k)j} + ig' m_{(k)} \frac{Y_{\phi}}{2} \Phi^{(0)\dagger} B_G^{(k)} \right) \Phi^{(k)} \\
 & \dots \tag{2.102}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left( ig\Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} W_{\bar{n}}'^{(k)j} + ig' \frac{Y_\phi}{2} \Phi^{(0)\dagger} B_{\bar{n}}'^{(\dagger k)} \right) \left( ig \frac{\sigma^l}{2} W_{\bar{n}}'^{(k)l} \Phi^{(0)} + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_{\bar{n}}'^{(k)} \Phi^{(0)} \right) \\
& + \left( ig\Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} W_G^{(k)j} + ig' \frac{Y_\phi}{2} \Phi^{(0)\dagger} B_G^{(\dagger k)} \right) \left( ig \frac{\sigma^l}{2} W_G^{(k)l} \Phi^{(0)} + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_G^{(k)} \Phi^{(0)} \right) \\
& + \mu^2 \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(k)} - 2\lambda \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(k)} \\
& - \lambda (\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(k)} + \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(0)}) (\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(k)} + \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(0)}) + \dots,
\end{aligned}$$

donde nuevamente los puntos suspensivos representan al resto de los elementos. A continuación, definimos algunos términos lagrangianos:

$$\mathcal{L}_{4H} = (D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)})^\dagger (D^{(0)\mu} \Phi^{(0)}) + \mu^2 \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} - \lambda (\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)})^2, \quad (2.103)$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{kkH}}^{1-\text{loop}} & = \sum'_{(k)} \left( (D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)})^\dagger \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}^{(k)j\mu} \Phi^{(k)} - ig' \frac{y_\phi}{2} \mathcal{B}^{(k)\mu} \Phi^{(k)} \right) \right. \\
& + \left( ig \Phi^{(k)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}^{(k)j\mu} + ig' \frac{y_\phi}{2} \Phi^{(k)\dagger} \mathcal{B}^{(k)\mu} \right) (D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)}) \\
& + \left( (D_\mu^{(0)} \Phi^{(k)})^\dagger + ig \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_\mu^{(k)j} + ig' \frac{y_\phi}{2} \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{B}_\mu^{(k)} \right) \\
& \times \left( D^{(0)\mu} \Phi^{(k)} - ig \frac{\sigma^l}{2} \mathcal{W}^{(k)l\mu} \Phi^{(0)} - ig' \frac{y_\phi}{2} \mathcal{B}^{(k)\mu} \Phi^{(0)} \right) \\
& - m_{(k)}^2 \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(k)} - \Phi^{(k)\dagger} \left( ig m_{(k)} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_G^{(k)j} \Phi^{(0)} + ig' m_{(k)} \frac{y_\phi}{2} \mathcal{B}_G^{(k)} \Phi^{(0)} \right) \\
& + \left( ig m_{(k)} \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_G^{(k)j} + ig' m_{(k)} \frac{y_\phi}{2} \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{B}_G^{(k)} \right) \Phi^{(k)} \\
& + \left( ig \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_{\bar{n}}'^{(k)j} + ig' \frac{y_\phi}{2} \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{B}_{\bar{n}}'^{(\dagger k)} \right) \left( ig \frac{\sigma^l}{2} \mathcal{W}_{\bar{n}}'^{(k)l} \Phi^{(0)} + ig' \frac{y_\phi}{2} \mathcal{B}_{\bar{n}}'^{(k)} \Phi^{(0)} \right) \\
& + \left( ig \Phi^{(0)\dagger} \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_G^{(k)j} + ig' \frac{y_\phi}{2} \Phi^{(0)\dagger} \mathcal{B}_G^{(\dagger k)} \right) \left( ig \frac{\sigma^l}{2} \mathcal{W}_G^{(k)l} \Phi^{(0)} + ig' \frac{y_\phi}{2} \mathcal{B}_G^{(k)} \Phi^{(0)} \right) \\
& + \mu^2 \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(k)} - 2\lambda \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(k)} \\
& - \lambda (\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(k)} + \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(0)}) (\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(k)} + \Phi^{(k)\dagger} \Phi^{(0)}).
\end{aligned} \quad (2.104)$$

### 2.1.2. Mecanismo de Higgs

Vamos, pues a fijarnos en el término lagrangiano  $\mathcal{L}_{4H}$ , el cual se escribe como

$$\mathcal{L}_{4H} = (D_\mu^{(0)} \Phi^{(0)})^\dagger (D^{(0)\mu} \Phi^{(0)}) + \mu^2 \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} - \lambda (\Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)})^2, \quad (2.105)$$

a continuación, vamos a implementar el rompimiento espontáneo de simetría del Modelo Estándar. Con tal objetivo en mente, notamos que los modos de Kaluza-Klein del doblete

escalar extradimensional  $\Phi(x, \bar{x})$  se expresan, en forma más explícita, como

$$\Phi^{(0)}(x) = \begin{pmatrix} \phi_1^{(0)}(x) \\ \phi_2^{(0)}(x) \end{pmatrix}, \quad \Phi^{(k)}(x) = \begin{pmatrix} \phi_1^{(k)}(x) \\ \phi_2^{(k)}(x) \end{pmatrix}, \quad (2.106)$$

donde los campos escalares  $\phi_1^{(0)}, \phi_2^{(0)}, \phi_1^{(k)}, \phi_2^{(k)}$  son complejos. Siendo  $v$  algún número real y positivo, definimos el vector constante  $\Phi_0^{(0)}$  como

$$\Phi_0^{(0)} \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.107)$$

Con esto en mente, tenemos la expresión

$$\Phi^{(0)} = \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}, \quad (2.108)$$

donde  $\xi$  es la matriz columna con componentes

$$\xi^{(0)} = \begin{pmatrix} G_W^{(0)+} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} (h^{(0)} + iG_Z^{(0)}) \end{pmatrix}, \quad (2.109)$$

dadas en términos del campo escalar complejo  $G_W^+$ , con hermitiano adjunto  $(G_W^+)^\dagger \equiv G_W^-$ , y de los campos escalares reales  $h$  y  $G_Z$ . La implementación de esta transformación, acompañada de los cambios de base siguientes

$$\begin{aligned} W_\mu^{(0)+} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(0)1} - iW_\mu^{(0)2}), \\ W_\mu^{(0)-} &\equiv \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^{(0)1} + iW_\mu^{(0)2}) = (W_\mu^{(0)+})^\dagger, \end{aligned} \quad (2.110)$$

$$\begin{aligned} \sigma^+ &\equiv \frac{1}{2} (\sigma^1 + i\sigma^2), \\ \sigma^- &\equiv \frac{1}{2} (\sigma^1 - i\sigma^2), \end{aligned} \quad (2.111)$$

nos permite escribir el término cinético del sectores escalar de Higg, como sigue:

$$\begin{aligned}
& (D_\mu^{(0)}\Phi^{(0)})^\dagger (D^{(0)\mu}\Phi^{(0)}) = (\partial_\mu\xi^{(0)\dagger}) (\partial^\mu\xi^{(0)}) + (\partial_\mu\xi^{(0)\dagger}) \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + (\partial_\mu\xi^{(0)\dagger}) \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^- W^{(0)-\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) + (\partial_\mu\xi^{(0)\dagger}) \left(-\frac{ig}{2}\right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + (\partial_\mu\xi^{(0)\dagger}) \left(-ig' \frac{Y_\phi}{2}\right) B^{(0)\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W^{(0)-} \sigma^- (\partial^\mu\xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)-} \sigma^- \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} (\Phi^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)-} \sigma^- \left(-\frac{ig}{2}\right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)-} \sigma^- \left(-ig' \frac{Y_\phi}{2}\right) B^{(0)\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ (\partial^\mu\xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^- W^{(0)-\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ \left(-\frac{ig}{2}\right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{\sqrt{2}} (\Phi_0^{(0)+} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ \left(-ig' \frac{Y_\phi}{2}\right) B^{(0)\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{2} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 (\partial^\mu\xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{2} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} (\Phi^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{2} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^- W^{(0)-\mu} (\Phi^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{2} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} (\Phi^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + \frac{ig}{2} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 \left(-ig' \frac{Y_\phi}{2}\right) B^{(0)\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) (\partial^\mu\xi^{(0)}) \\
& + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^- W^{(0)-\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) \left(-\frac{ig}{\sqrt{2}}\right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) \\
& + ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) \left(-ig' \frac{Y_\phi}{2}\right) B^{(0)\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}).
\end{aligned}$$

(2.112)

Ahora, vamos a fijarnos en algunos términos particulares de éste, pero primero, consideremos un vector columna  $\vec{u}$ , de dos componentes y dado como

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_- \\ u_+ \end{pmatrix}, \quad (2.113)$$

el cual podemos escribir como

$$\vec{u} = u_- \hat{X}_- + u_+ \hat{X}_+, \quad (2.114)$$

donde

$$\hat{X}_- = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{X}_+ = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.115)$$

Un primer término sería el siguiente:

$$\begin{aligned} \underbrace{(\text{términos bilineales})}_{\text{no todos lo términos bilineales}} &= \frac{g^2}{2} W_\mu^{(0)-} W^{(0)+\mu} \left( \sigma^+ \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+ \right)^\dagger \sigma^+ \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+ \\ &+ \frac{g^2}{4} W^{(0)3} W^{(0)3\mu} \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+^\dagger \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+ + \frac{g'^2 Y_\phi^2}{4} B_\mu^{(0)} B^{(0)\mu} \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+^\dagger \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+ \\ &+ \frac{gg' Y_\phi}{4} W_\mu^{(0)3} B^{(0)\mu} \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+^\dagger \sigma^3 \hat{X}_+ \frac{v}{\sqrt{2}} + \frac{gg' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)3\mu} \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+^\dagger \sigma^3 \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{X}_+ \\ &= \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)+\mu} + \frac{1}{2} (W^{(0)3} B_\mu^{(0)}) \begin{pmatrix} \frac{v^2 g^2}{4} & -\frac{v^2 gg' Y_\phi}{4} \\ -\frac{v^2 gg' Y_\phi}{4} & \frac{v^2 (g' Y_\phi)^2}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{(0)3\mu} \\ B^{(0)\mu} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.116)$$

La matriz de diagonalización ortogonal, para la matriz de mezcla neutra es

$$P = \frac{1}{\sqrt{g^2 + (Y_\phi g')^2}} \begin{pmatrix} g & g' Y_\phi \\ -g' Y_\phi & g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_W) & \sin(\theta_W) \\ -\sin(\theta_W) & \cos(\theta_W) \end{pmatrix}, \quad (2.117)$$

de manera que

$$\begin{aligned} \sin(\theta_W) &= \frac{g' Y_\phi}{\sqrt{g^2 + (Y_\phi g')^2}}, \\ \cos(\theta_W) &= \frac{g}{\sqrt{g^2 + (Y_\phi g')^2}}. \end{aligned} \quad (2.118)$$

Concretamente, se puede probar que

$$P^\top \begin{pmatrix} \frac{g^2 v^2}{4} & -\frac{gg' Y_\phi v^2}{4} \\ -\frac{gg' Y_\phi v^2}{4} & \frac{g'^2 Y_\phi^2 v^2}{4} \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} \frac{v^2}{4} (g^2 + g'^2 Y_\phi^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.119)$$

Así, el cambio de base que conlleva la diagonalización define los eigencampos de masa

$$\begin{aligned} Z_\mu^{(0)} &= \cos(\theta_W) W_\mu^{(0)3} - \sin(\theta_W) B_\mu^{(0)}, \\ A_\mu^{(0)} &= \sin(\theta_W) W_\mu^{(0)3} + \cos(\theta_W) B_\mu^{(0)}. \end{aligned} \quad (2.120)$$

La implementación de este procedimiento, a nuestro (términos bilineales), produce la expresión

$$\begin{aligned} (\text{términos bilineales}) &= \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)+\mu} \\ &+ \frac{1}{2} (Z_\mu^{(0)} A_\mu^{(0)}) \begin{pmatrix} \frac{v^2}{4} (g^2 + (g' Y_\phi)^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^{(0)\mu} \\ A^{(0)\mu} \end{pmatrix} \\ &= \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)+\mu} + \frac{v^2 (g^2 + (g' Y_\phi)^2)}{8} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu}. \end{aligned} \quad (2.121)$$

Por lo tanto,

$$(\text{términos bilineales}) = m_{W^{(0)}}^2 W_\mu^{(0)-} W^{(0)+\mu} + \frac{1}{2} m_{Z^{(0)}}^2 Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu}, \quad (2.122)$$

donde

$$m_{W^{(0)}} = \frac{gv}{2}, \quad \text{y} \quad m_{Z^{(0)}} = \frac{v\sqrt{g^2 + (g' Y_\phi)^2}}{2}. \quad (2.123)$$

Regresemos, pues, al sector cinético escalar (Ec. (2.112)). Para simplificar la discusión, vamos a analizar cada término por separado: El primer término es

$$\partial_\mu \xi^{(0)+} \partial^\mu \xi^{(0)} = \partial_\mu G^{(0)-} \partial^\mu G_W^{(0)+} + \frac{1}{2} \partial_\mu h^{(0)} \partial^\mu h^{(0)} + \frac{1}{2} \partial_\mu G_Z^{(0)} \partial^\mu G_Z^{(0)}. \quad (2.124)$$

Seguimos con el término

$$\begin{aligned} &(\partial_\mu \xi^{(0)\dagger}) \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\ &= -i \frac{gv}{2} W^{(0)+\mu} \partial_\mu G^{(0)-} - i \frac{g}{2} W^{(0)+\mu} h^{(0)} \partial_\mu G_W^{(0)-} + \frac{g}{2} W^{(0)+\mu} G^{(0)} \partial_\mu G^{(0)-}. \end{aligned} \quad (2.125)$$

Otro término es

$$\begin{aligned} &(\partial_\mu \xi^{(0)\dagger}) \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \sigma^- W^{(0)-\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\ &= -i \frac{g}{2} W^{(0)-\mu} G^{(0)+} \partial_\mu h^{(0)} - \frac{g}{2} W^{(0)-\mu} G_W^{(0)+} \partial_\mu G^{(0)}. \end{aligned} \quad (2.126)$$

Seguimos con

$$\begin{aligned}
& (\partial_\mu \xi^{(0)\dagger}) \left( -\frac{ig}{2} \right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) = -\frac{ig}{2} W^{(0)3\mu} G_\mu^{(0)+} \partial_\mu G_W^{(0)-} \\
& + i \frac{g^v}{4} W^{(0)3\mu} \partial_\mu h^{(0)} + i \frac{g}{4} W^{(0)3\mu} h^{(0)} \partial_\mu h^{(0)} - \frac{g}{4} W^{(0)3\mu} G_Z^{(0)} \partial_\mu h^{(0)} \\
& + \frac{g^v}{4} W^{(0)3\mu} \partial_\mu G_Z^{(0)} + \frac{g}{4} W^{(0)3\mu} h^{(0)} \partial_\mu G_Z^{(0)} + i \frac{g}{4} W^{(0)3\mu} G_Z^{(0)} \partial_\mu G_Z^{(0)}.
\end{aligned} \tag{2.127}$$

El término que sigue es

$$\begin{aligned}
& (\partial_\mu \xi^{(0)\dagger}) \left( -ig' \frac{Y_\phi}{2} \right) B^{(0)\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) = -i \frac{g' Y_\phi}{2} B^{(0)\mu} G_W^{(0)+} \partial_\mu G_W^{(0)-} \\
& - i \frac{g' Y_\phi v}{4} B^{(0)\mu} \partial_\mu h^{(0)} - i \frac{g' Y_\phi}{4} B^{(0)\mu} h^{(0)} \partial_\mu h^{(0)} + \frac{g' Y_\phi}{4} B^{(0)\mu} G_Z^{(0)} \partial_\mu h^{(0)} \\
& - \frac{g' Y_\phi v}{4} B^{(0)\mu} \partial_\mu G_Z^{(0)} - \frac{g' Y_\phi}{4} B^{(0)\mu} h^{(0)} \partial_\mu G_Z^{(0)} - i \frac{g' Y_\phi}{4} B^{(0)\mu} G_Z^{(0)} \partial_\mu G_Z^{(0)}.
\end{aligned} \tag{2.128}$$

Ahora calculamos el término

$$\begin{aligned}
\frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W^{(0)-} \sigma^- \left( \partial^\mu \xi^{(0)} \right) &= i \frac{g^v}{2} W_\mu^{(0)-} \partial^\mu G_W^{(0)+} + i \frac{g}{2} W^{(0)-} h^{(0)} \partial^\mu G^{(0)+} \\
&+ \frac{g}{2} W_\mu^{(0)} G_Z^{(0)} \partial^\mu G_W^{(0)+}
\end{aligned} \tag{2.129}$$

Ahora nos fijamos en el término

$$\begin{aligned}
& \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)-} \sigma^- \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\
&= \frac{g^2 v}{2} W^{(0)-} W^{(0)+\mu} h^{(0)} + \frac{g^2}{4} W^{(0)-} W^{(0)+\mu} h^{(0)} h^{(0)} + \frac{g^2}{4} W^{(0)-} W^{(0)+\mu} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} + \text{masa}.
\end{aligned} \tag{2.130}$$

El siguiente término a revisar es

$$\begin{aligned}
& \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)-} G^- \left( -\frac{ig}{2} \right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\
&= \frac{g^2 v}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)3\mu} G_W^{(0)+} + \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)3\mu} h^{(0)} G^{(0)+} - i \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)3\mu} G_Z^{(0)} G_W^{(0)+}.
\end{aligned} \tag{2.131}$$

Ahora calculamos

$$\begin{aligned}
& \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)+} + \xi^{(0)t} \right) W_\mu^{(0)-} \sigma^- \left( -ig' \frac{Y_\phi}{2} \right) B^{(0)\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\
&= \frac{gg' Y_\phi v}{4} W_\mu^{(0)-} B^{(0)\mu} G_W^{(0)+} + \frac{gg' Y_\phi}{4} W_\mu^{(0)-} B^{(0)\mu} h^{(0)} G_W^{(0)+} - i \frac{gg' Y_\phi}{4} W_\mu^{(0)-} B^{(0)\mu} G_Z^{(0)} G^{(0)+}.
\end{aligned} \tag{2.132}$$

Consideremos el término

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ (\partial^\mu \xi^{(0)}) = \frac{ig}{2} W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} \partial^\mu h^{(0)} - \frac{g}{2} W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} \partial^\mu G_Z^{(0)}. \quad (2.133)$$

Continuamos calculando el término

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \sigma^- W^{(0)-\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) = \frac{g^2}{2} W^{(0)+} W^{(0)-\mu} G_W^{(0)-} G_W^{(0)+}. \quad (2.134)$$

A continuación nos fijamos en el término

$$\begin{aligned} & \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ \left( -\frac{ig}{2} \right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\ &= -\frac{g^2 v}{4} W_\mu^{(0)+} W^{(0)3\mu} G_W^{(0)-} - \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)+} W^{(0)3\mu} G_W^{(0)-} h^{(0)} - i \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)+} W^{(0)3\mu} G_W^{(0)-} G_Z^{(0)}. \end{aligned} \quad (2.135)$$

Toca el turno del término

$$\begin{aligned} & \frac{ig}{\sqrt{2}} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)+} \sigma^+ \left( -ig' \frac{Y_\phi}{2} \right) B^{(0)\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) = \frac{gg' Y_\phi v}{4} W_\mu^{(0)+} B^{(0)\mu} G_W^{(0)-} \\ & \quad + \frac{gg' Y_\phi}{4} W_\mu^{(0)+} B^{(0)\mu} G_W^{(0)-} h^{(0)} + i \frac{gg' Y_\phi}{4} W_\mu^{(0)+} B^{(0)\mu} G_W^{(0)-} G_Z^{(0)}. \end{aligned} \quad (2.136)$$

Procedemos a calcular el término

$$\begin{aligned} & \frac{ig}{2} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 (\partial^\mu \xi^{(0)}) \\ &= -i \frac{gv}{2} W_W^{(0)3} \partial^\mu h^{(0)} + \frac{gv}{2} W_\mu^{(0)3} \partial^\mu G_Z^{(0)} - i \frac{g}{4} W_\mu^{(0)3} h^{(0)} \partial^\mu h^{(0)} + \frac{g}{4} W^{(0)3} h^{(0)} \partial^\mu G_Z^{(0)} \\ & \quad - \frac{g}{4} W^{(0)3} G_Z^{(0)} \partial^\mu h^{(0)} - i \frac{g}{4} W_\mu^{(0)3} G_Z^{(0)} \partial^\mu G_Z^{(0)} + i \frac{g}{2} W_\mu^{(0)3} G^{(0)-} \partial^\mu G_W^{(0)+}. \end{aligned} \quad (2.137)$$

Otro término es

$$\begin{aligned} & \frac{ig}{2} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W^{(0)3} \sigma^3 \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\ &= \frac{g^2 v}{4} W_\mu^{(0)3} W^{(0)+\mu} G^{(0)-} + \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)3} W^{(0)+\mu} G_W^{(0)-} h^{(0)} + i \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)3} W^{(0)+\mu} G_W^{(0)-} G_Z^{(0)}. \end{aligned} \quad (2.138)$$

El siguiente término es

$$\begin{aligned} & \frac{ig}{2} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W^{(0)3} \sigma^3 \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \sigma^- W^{(0)-\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\ &= -\frac{g^2 v}{4} W_\mu^{(0)3} W^{(0)-\mu} G_W^{(0)+} - \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)3} W^{(0)-\mu} h^{(0)} G_W^{(0)+} + i \frac{g^2}{4} W^{(0)3} W^{(0)-\mu} G_Z^{(0)} G_W^{(0)+}. \end{aligned} \quad (2.139)$$



Seguimos con el término

$$\begin{aligned}
& \frac{ig}{2} \left( \Phi_0^{(0)+} + \xi^{(0)} \right) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 \left( -\frac{ig}{2} \right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\
&= \frac{g^2 v}{4} W_\mu^{(0)3} W^{(0)3\mu} h^{(0)} + \frac{g^2}{8} W_\mu^{(0)3} W^{(0)3\mu} h^{(0)} h^{(0)} \\
&+ \frac{g^2}{8} W_\mu^{(0)3} W^{(0)3\mu} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} + \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)3} W^{(0)3\mu} G_W^{(0)-} G_W^{(0)+} + \text{masa}.
\end{aligned} \tag{2.140}$$

Ahora vamos por el término

$$\begin{aligned}
& \frac{ig}{2} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) W_\mu^{(0)3} \sigma^3 \left( -ig' \frac{Y_\phi}{2} \right) B^{(0)\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\
&= -\frac{gg' Y_{\phi v}}{4} W^{(0)3} B^{(0)\mu} h^{(0)} - \frac{gg' Y_\phi}{8} W_\mu^{(0)3} B^{(0)\mu} h^{(0)} h^{(0)} \\
&- \frac{gg' Y_\phi}{8} W_W^{(0)3} B^{(0)\mu} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} + \frac{gg' Y_\phi}{4} W_\mu^{(0)3} B^{(0)\mu} G_W^{(0)-} G^{(0)+} + \text{masa}.
\end{aligned} \tag{2.141}$$

A continuación calculamos el término

$$\begin{aligned}
& ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) \left( \partial^\mu \xi^{(0)} \right) = i \frac{g' Y_{\phi v}}{4} B_\mu^{(0)} \partial^\mu h^{(0)} - \frac{g' Y_{\phi v}}{4} B_\mu^{(0)} \partial^\mu G_Z^{(0)} \\
&+ i \frac{g' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} h^{(0)} \partial^\mu h^{(0)} - \frac{g' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} h^{(0)} \partial^\mu G_Z^{(0)} + \frac{g' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} G_Z^{(0)} \partial^\mu h^{(0)} \\
&+ i \frac{g' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} G_Z^{(0)} \partial^\mu G_Z^{(0)} + i \frac{g' Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} G_W^{(0)-} \partial^\mu G^{(0)+}.
\end{aligned} \tag{2.142}$$

Continuamos con

$$\begin{aligned}
& ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} \left( \Phi_0^{(0)+} + \xi^{(0)\dagger} \right) \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) \sigma^+ W^{(0)+\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\
&= \frac{gg' Y_{\phi v}}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)+\mu} G_W^{(0)-} + \frac{gg' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)+\mu} G_W^{(0)-} h^{(0)} + i \frac{gg' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)+\mu} G_W^{(0)-} G_Z^{(0)}.
\end{aligned} \tag{2.143}$$

A continuación tenemos

$$\begin{aligned}
& ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} \left( \Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger} \right) \left( -\frac{ig}{\sqrt{2}} \right) G^- W^{(0)-\mu} \left( \Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)} \right) \\
&= \frac{gg' Y_{\phi v}}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)-\mu} G_W^{(0)+} + \frac{gg' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)-\mu} h^{(0)} G_W^{(0)+} - i \frac{gg' Y_\phi}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)-\mu} G_Z^{(0)} G_W^{(0)+}.
\end{aligned} \tag{2.144}$$

El siguiente termino a a calcular es

$$\begin{aligned}
& ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) \left( -\frac{ig}{2} \right) \sigma^3 W^{(0)3\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) = \text{masa} - \frac{gg'Y_\phi v}{4} B_\mu^{(0)} W^{(0)3\mu} h^{(0)} \\
& - \frac{gg'Y_\phi}{8} B_\mu^{(0)} W^{(0)3\mu} h^{(0)} h^{(0)} - \frac{gg'Y_\phi}{8} B_\mu^{(0)} W^{(0)3\mu} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} + \frac{gg'Y_\phi}{4} B_\mu^{(9)} W^{(0)3\mu} G_W^{(0)-} G_W^{(0)+}.
\end{aligned} \tag{2.145}$$

Finlamente, el último termino es

$$\begin{aligned}
& ig' \frac{Y_\phi}{2} B_\mu^{(0)} (\Phi_0^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) \left( -ig' \frac{Y_\phi}{2} \right) B^{(0)\mu} (\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}) = \text{masa} + \frac{(g'Y_\phi)^2 v}{4} B_\mu^{(0)} B^{(0)\mu} h^{(0)} \\
& + \frac{(g'Y_\phi)^2}{8} B_\mu^{(0)} B^{(0)\mu} h^{(0)} h^{(0)} + \frac{(g'Y_\phi)^2}{8} B_\mu^{(0)} B^{(0)\mu} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} + \frac{(g'Y_\phi)^2}{4} B_\mu^{(0)} B^{(0)\mu} G_W^{(0)-} G_W^{(0)+}.
\end{aligned} \tag{2.146}$$

Ahora, por motivos practicos, vamos a trabajar en grupos de términos. Comenzamos definiendo el siguiente

$$\begin{aligned}
& (\text{términos neutro-cargados}) \equiv \mathcal{L}_{4H}^{\text{nc}} \\
& = -\frac{gg'Y_\phi v \sin(\theta_W)}{2} Z^{(0)\mu} \left( W_\mu^{(0)-} G_W^{(0)+} + W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} \right) \\
& - \frac{gg'Y_\phi \sin(\theta_W)}{2} Z^{(0)\mu} \left( W_\mu^{(0)-} G^{(0)+} h^{(0)} + W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} h^{(0)} \right) \\
& + i \frac{gg'Y_\phi \sin(\theta_W)}{2} Z^{(0)\mu} \left( W_\mu^{(0)-} G_W^{(0)+} G_Z^{(0)} - W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} G_Z^{(0)} \right) \\
& + \frac{gg'Y_\phi v \cos(\theta_W)}{2} A^{(0)\mu} \left( W_\mu^{(0)-} G_W^{(0)+} + W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} \right) \\
& + \frac{gg'Y_\phi \cos(\theta_W)}{2} A^{(0)\mu} \left( W_\mu^{(0)-} G_W^{(0)+} h^{(0)} + W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} h^{(0)} \right) \\
& + i \frac{gg'Y_\phi \cos(\theta_W)}{2} A^{(0)\mu} \left( -W_\mu^{(0)-} G_W^{(0)+} G_Z^{(0)} + W_\mu^{(0)+} G_W^{(0)-} G_Z^{(0)} \right).
\end{aligned} \tag{2.147}$$

Después, vamos a definir

$$\begin{aligned}
 & (\text{términos neutros}) \equiv \mathcal{L}_{4H}^n \\
 &= \frac{1}{v} h^{(0)} (W_\mu^{(0)3} B_\mu^{(0)}) PP^\top \begin{pmatrix} \frac{g^2 v^2}{4} & -\frac{gg'Y_\phi v^2}{4} \\ -\frac{gg'Y_\phi v^2}{4} & \frac{(g'Y_\phi)^2 v^2}{4} \end{pmatrix} PP^\top \begin{pmatrix} W^{(0)3\mu} \\ B^{(0)\mu} \end{pmatrix} \\
 &+ \frac{1}{2v^2} h^{(0)} h^{(0)} \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)} B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} PP^\top \begin{pmatrix} \frac{g^2 v^2}{4} & -\frac{gg'Y_\phi v^2}{4} \\ -\frac{gg'Y_\phi v^2}{4} & \frac{(g'Y_\phi)^2 v^2}{4} \end{pmatrix} PP^\top \begin{pmatrix} W^{(0)3\mu} \\ B^{(0)\mu} \end{pmatrix} \\
 &+ \frac{1}{2v^2} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)} B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} PP^\top \begin{pmatrix} \frac{g^2 v^2}{4} & -\frac{gg'Y_\phi v^2}{4} \\ -\frac{gg'Y_\phi v^2}{4} & \frac{(g'Y_\phi)^2 v^2}{4} \end{pmatrix} PP^\top \begin{pmatrix} W^{(0)3\mu} \\ B^{(0)\mu} \end{pmatrix} \\
 &+ G_W^{(0)+} G_W^{(0)-} (W_\mu^{(0)3} B_\mu^{(0)}) PP^\top \begin{pmatrix} \frac{g^2}{4} & \frac{gg'Y_\phi}{4} \\ \frac{gg'Y_\phi}{4} & \frac{(g'Y_\phi)^2}{4} \end{pmatrix} PP^\top \begin{pmatrix} W^{(0)3\mu} \\ B^{(0)\mu} \end{pmatrix} + \text{masa}.
 \end{aligned} \tag{2.148}$$

Sobre el último término de esta expresión, resulta que

$$P^\top \begin{pmatrix} \frac{g^2}{4} & \frac{gg'Y_\phi}{4} \\ \frac{gg'Y_\phi}{4} & \frac{(g'Y_\phi)^2}{4} \end{pmatrix} P = M_G. \tag{2.149}$$

La entrada  $(M_G)_{11}$  de esta matriz está dada como

$$\begin{aligned}
 (M_G)_{11} &= \frac{1}{4} \frac{(g^2 - (g'Y_\phi)^2)^2}{g^2 + (g'Y_\phi)^2} = \frac{1}{4} \left( \frac{g^2}{\sqrt{g^2 + (g'Y_\phi)^2}} - \frac{(g'Y_\phi)^2}{\sqrt{g^2 + (g'Y_\phi)^2}} \right)^2 \\
 &= \frac{1}{4} \left( \frac{g^2}{g^2 + (g'Y_\phi)^2} \sqrt{g^2 + (g'Y_\phi)^2} - \frac{(g'Y_\phi)^2}{g^2 + (g'Y_\phi)^2} \sqrt{g^2 + (g'Y_\phi)^2} \right)^2 \\
 &= \frac{1}{4} (g^2 + (g'Y_\phi)^2) (\cos^2(\theta_W) - \sin^2(\theta_W))^2 \frac{g^2}{g^2} \\
 &= \frac{g^2}{4} \frac{1}{\frac{g^2}{g^2 + (g'Y_\phi)^2}} (1 - \sin^2(\theta_W) - \sin^2(\theta_W))^2 = \frac{g}{4 \cos^2(\theta_W)} (1 - 2 \sin(\theta_W))^2
 \end{aligned} \tag{2.150}$$

así que

$$(M_G)_{11} = g^2 \frac{(1 - 2 \sin(\theta_W))^2}{4 \cos^2(\theta_W)}. \tag{2.151}$$

Seguimos con la entrada  $(M_G)_{22}$ , dada como

$$(M_G)_{22} = \frac{g^2 (g'Y_\phi)^2}{g^2 + (g'Y_\phi)^2} = g^2 \sin^2(\theta_W) \equiv e^2, \tag{2.152}$$

donde  $e$  es la carga eléctrica elemental. Por lo tanto

$$(M_G)_{22} = e^2. \quad (2.153)$$

Seguimos con la entrada  $(M_G)_{12}$ , que se expresa como

$$\begin{aligned} (M_G)_{12} &= -\frac{1}{2}gg'Y_\phi + \frac{g^3(g'Y_\phi)}{g^2 + (g')^2} \\ &= \frac{1}{2}(g^2 - (g'y')^2) \cos(\theta_W) \sin(\theta_W), \end{aligned} \quad (2.154)$$

así

$$(M_G)_{12} = \frac{1}{2}(g^2 - (g'y')^2) \cos(\theta_W) \sin(\theta_W), \quad (2.155)$$

además,  $(M_G)_{21} = (M_G)_{12}$ , así que

$$(M_G)_{21} = \frac{1}{2}(g^2 - (g'y')^2) \cos(\theta_W) \sin(\theta_W). \quad (2.156)$$

Seguimos con el cálculo que dejamos pendiente, para ello notemos que tenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4H}^n &= \frac{1}{v} h^{(0)} \left( P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3} \\ B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(g^2 + (g'Y_\phi)^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3} \\ B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} \\ &+ \frac{1}{2v^2} h^{(0)} h^{(0)} \left( P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3} \\ B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(g^2 + (g'Y_\phi)^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3} \\ B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} \\ &+ \frac{1}{2v^2} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} \left( P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3} \\ B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} \frac{1}{4}(g^2 + (g'Y_\phi)^2) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3} \\ B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} \\ &+ G_W^{(0)+} G_W^{(0)-} \left( P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3} \\ B_\mu^{(0)} \end{pmatrix} \right)^T \begin{pmatrix} (M_G)_{11} & (M_G)_{12} \\ (M_G)_{21} & (M_G)_{22} \end{pmatrix} P^T \begin{pmatrix} W_\mu^{(0)3\mu} \\ B_\mu^{(0)\mu} \end{pmatrix} + \text{masa} \\ &= \frac{gm_{Z^{(0)}}}{2 \cos(\theta_W)} h^{(0)} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} + \frac{g^2}{8 \cos^2(\theta_W)} h^{(0)} h^{(0)} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} \\ &+ \frac{g^2}{8 \cos^2(\theta_W)} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} + \frac{g^2 (1 - 2 \sin^2(\theta_W))^2}{4 \cos^2(\theta_W)} G_W^{(0)+} G_W^{(0)-} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} \\ &+ \frac{(g^2 - (g'Y_\phi)^2)}{2} \sin(2\theta_W) G_W^{(0)+} G_W^{(0)-} Z_\mu^{(0)} A^{(0)\mu} + e^2 G_W^{(0)t} G_W^{(0)-} A^{(0)} A^{(0)\mu} + \text{masa}. \end{aligned} \quad (2.157)$$

Finalmente notamos que

$$\frac{g^2 - (g'Y_\phi)^2}{2} \sin(2\theta_W) = \frac{1}{4} \frac{g^2}{\cos(\theta_W)} 2 \cos(2\theta_W) \sin(2\theta_W) = \frac{g^2 \sin(4\theta_W)}{4 \cos(\theta_W)}, \quad (2.158)$$

es decir, que

$$\frac{g^2 - (g'Y_\phi)^2}{2} \sin(2\theta_W) = \frac{g^2 \sin(4\theta_W)}{4 \cos(\theta_W)}. \quad (2.159)$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} (\text{términos neutros}) = \mathcal{L}_{4H}^n &= \frac{gm_{Z^{(0)}}}{2 \cos(\theta_W)} h^{(0)} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} + \frac{g^2}{8 \cos^2(\theta_W)} h^{(0)} h^{(0)} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} \\ &+ \frac{g^2}{8 \cos^2(\theta_W)} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} + \frac{g^2 (1 - 2 \sin^2(\theta_W))^2}{4 \cos^2(\theta_W)} G_W^{(0)+} G_W^{(0)-} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} \\ &+ \frac{g^2 \sin(4\theta_W)}{4 \cos(\theta_W)} G_W^{(0)+} G_W^{(0)-} Z_\mu^{(0)} A^{(0)\mu} + e^2 G_W^{(0)+} G_W^{(0)-} A_\mu^{(0)} A^{(0)\mu} + \frac{1}{2} m_{Z^{(0)}} Z_\mu^{(0)} Z^{(0)\mu} \end{aligned} \quad (2.160)$$

Continuamos con los términos siguientes :

$$\begin{aligned} (\text{términos cargados}) \equiv \mathcal{L}_{4H}^c &= \frac{g^2 V}{2} W^{(0)-} W^{(0)+\mu} h^{(0)} + \frac{g^2}{4} W_\mu^{(0)-} W^{(0)+\mu} h^{(0)} h^{(0)} \\ &+ \frac{g^2}{4} W^{(0)\mu} W^{(0)+\mu} G_Z^{(0)} G_Z^{(0)} + \frac{g^2}{2} W_\mu^{(0)+} W^{(0)-\mu} G_W^{(0)-} G_W^{(0)+} + m_{W^{(0)}}^2 W^{(0)\mu} W^{(0)+\mu}. \end{aligned} \quad (2.161)$$

Finalmente, se obtiene el siguiente término

$$\begin{aligned} (\text{términos con derivadas}) \equiv \mathcal{L}_{4H}^\partial &= \partial_\mu G_W^{(0)-} \partial^\mu G_W^{(0)+} + \frac{1}{2} \partial_\mu h^{(0)} \partial^\mu h^{(0)} + \frac{1}{2} \partial_\mu G_Z^{(0)} \partial^\mu G_Z^{(0)} \\ &+ im_{w^{(0)}} \left( W^{(0)-\mu} \partial_\mu G_W^{(0)+} - W^{(0)+\mu} \partial_\mu G_W^{(0)-} \right) + m_{Z^{(0)}} Z^{(0)\mu} \partial_\mu G_Z^{(0)} \\ &+ \frac{ig}{2} W^{(0)+\mu} \left( G_\mu^{(0)-} \partial_\mu h^{(0)} - h^{(0)} \partial_\mu G_\mu^{(0)-} \right) - \frac{ig}{2} W^{(0)-\mu} \left( +G_\mu^{(0)+} \partial_\mu h^{(0)} - h^{(0)} \partial_\mu G_\mu^{(0)+} \right) \\ &+ \frac{g}{2} W^{(0)+\mu} \left( G_Z^{(0)} \partial_\mu G_\mu^{(0)-} - G^{(0)-} \partial_\mu G_Z^{(0)} \right) + \frac{g}{2} W^{(0)-\mu} \left( G_Z^{(0)} \partial_\mu G_\mu^{(0)+} - G_W^{(0)+} \partial_\mu G_Z^{(0)} \right) \\ &+ \frac{g}{2 \cos(\theta_W)} Z^{(0)\mu} \left( h^{(0)} \partial_\mu G_Z^{(0)} - G_Z^{(0)} \partial_\mu h^{(0)} \right) \\ &+ ie A^{(0)\mu} \left( G_W^{(0)-} \partial_\mu G_W^{(0)+} - G_W^{(0)+} \partial_\mu G_W^{(0)-} \right) \\ &+ i \frac{g \cos(2\theta_W)}{2 \cos(\theta_W)} Z^{(0)\mu} \left( G_W^{(0)-} \partial_\mu G_W^{(0)+} - G_W^{(0)+} \partial_\mu G_W^{(0)-} \right). \end{aligned} \quad (2.162)$$

El resultado anterior culmina el desarrollo del término cinético del sector lagrangiano escalar 4-dimensional,  $\mathcal{L}_{4H}$ , que se identifica como el sector de Higgs del Modelo Estándar en 4 dimensiones. Los términos restantes están dados como

$$(\text{términos escalares puros}) \equiv \mathcal{L}_{4H}^{\text{ep}} = \mu^2 \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} - \lambda \left( \Phi^{(0)\dagger} \Phi^{(0)} \right)^2 \quad (2.163)$$

Notemos que

$$\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)} = \left(\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}\right)^\dagger \left(\Phi_0^{(0)} + \xi^{(0)}\right) = \frac{1}{2} \left(v^2 + 2vh^{(0)} + h^{(0)}h^{(0)} + G_Z^{(0)}G_Z^{(0)}\right) + G_W^{(0)-}G_W^{(0)+}. \quad (2.164)$$

Es decir, que

$$\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)} = \frac{v^2}{2} + vh^{(0)} + \frac{1}{2}h^{(0)}h^{(0)} + \frac{1}{2}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} + G_W^{(0)-}G_W^{(0)+}. \quad (2.165)$$

Ahora nos fijamos en

$$\begin{aligned} (\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)})^2 &= (\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)}) (\Phi^{(0)\dagger}\Phi^{(0)}) \\ &= \frac{v^4}{4} + v^3h^{(0)} + \frac{v^2}{2}h^{(0)}h^{(0)} + \frac{v^2}{2}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} + v^2G_W^{(0)-}G_W^{(0)+} + v^2h^{(0)}h^{(0)} \\ &\quad + vh^{(0)}h^{(0)}h^{(0)} + vh^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} + 2vh^{(0)}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+} + \frac{1}{4}h^{(0)}h^{(0)}h^{(0)}h^{(0)} \\ &\quad + \frac{1}{4}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} + G_W^{(0)-}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+}G_W^{(0)+} + \frac{1}{2}h^{(0)}h^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} \\ &\quad + h^{(0)}h^{(0)}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+} + G_Z^{(0)}G_Z^{(0)}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+}. \end{aligned} \quad (2.166)$$

Con las expresiones halladas escribimos al término lagrangiano  $\mathcal{L}_{4H}^{\text{ep}}$  como

$$\begin{aligned} (\text{términos escalares puros}) &= \mathcal{L}_{4H}^{\text{ep}} \\ &= \frac{v^2}{2} \left(\mu^2 - \frac{\lambda v^2}{2}\right) + vh^{(0)} (\mu^2 + \lambda v^2) + \frac{1}{2}h^{(0)}h^{(0)} (\mu^2 - 3\lambda v^2) \\ &\quad + \frac{1}{2}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} (\mu^2 - \lambda v^2) + G_W^{(0)-}G_W^{(0)+} (\mu^2 - \lambda v^2) \\ &\quad + \text{términos de órdenes 3 o mayores en los campos} \end{aligned} \quad (2.167)$$

En la implementación del mecanismo de Higgs estándar, se encuentra la siguiente relación útil:

$$v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}, \quad (2.168)$$

la cual se puede reescribir como

$$\mu^2 - \lambda v^2 = 0. \quad (2.169)$$

Usando este resultado, se pueden eliminar algunos términos en la expresión anteriormente obtenida para  $\mathcal{L}_{4H}^{\text{ep}}$ , que se expresa como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4H}^{\text{ep}} &= \frac{v^2}{2} \left(\frac{\mu^2}{2} + \frac{1}{2}(\mu^2 - \lambda v^2)\right) + \frac{1}{2}(\mu^2 - \lambda v^2) h^{(0)}h^{(0)} \\ &\quad + \text{términos de ordenes 3 o mayores en los campos.} \end{aligned} \quad (2.170)$$

Definiendo

$$m_{h^{(0)}} = \sqrt{2\lambda v} = \sqrt{2\mu^2}, \quad (2.171)$$

e ignorando el término independiente de campos  $\left(\frac{v^2\mu^2}{4}\right)$ , finalmente llegamos a la expresión

$$\begin{aligned} (\text{términos escalares puros}) &= \mathcal{L}_{4\text{H}}^{\text{ep}} = -\frac{1}{2}m_{h^{(0)}}h^{(0)}h^{(0)} - \lambda v h^{(0)}h^{(0)}h^{(0)} \\ &- \lambda v h^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} - 2\lambda v h^{(0)}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+} - \frac{\lambda}{4}h^{(0)}h^{(0)}h^{(0)}h^{(0)} - \frac{\lambda}{4}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} \\ &- \lambda G_W^{(0)-}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+}G_W^{(0)+} - \frac{\lambda}{2}h^{(0)}h^{(0)}G_Z^{(0)}G_Z^{(0)} - \lambda h^{(0)}h^{(0)}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+} - \lambda G_Z^{(0)}G_Z^{(0)}G_W^{(0)-}G_W^{(0)+}. \end{aligned} \quad (2.172)$$

Se concluye que el sector escalar del Modelo Estándar 4-dimensional queda, tras la implementación del mecanismo de Higgs, como

$$\mathcal{L}_{4\text{H}} = \mathcal{L}_{4\text{H}}^{\partial} + \mathcal{L}_{4\text{H}}^{\text{c}} + \mathcal{L}_{4\text{H}}^{\text{n}} + \mathcal{L}_{4\text{H}}^{\text{nc}} + \mathcal{L}_{4\text{H}}^{\text{ep}}, \quad (2.173)$$

de acuerdo con las expresiones de las Ecs. (2.162), (2.161), (2.160), (2.147) y (2.172).

## 2.2. Sectores de Yukawa y Corrientes en Dimensiones Extras

A continuación se detallan las partes principales de la discusión del sector de los quarks. Los términos lagrangianos extradimensionales a considerar son

$$\mathcal{L}_Y^q = \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\beta=u,c,t} \left[ -Y_{5,\alpha\beta}^d \bar{Q}_\alpha \Phi d_\beta - Y_{5,\alpha\beta}^{d*} \bar{d}_\beta \Phi^\dagger Q_\alpha - Y_{5,\alpha\beta}^u \bar{Q}_\alpha \tilde{\Phi} u_\beta - Y_{5,\alpha\beta}^{u*} \bar{u}_\beta \tilde{\Phi}^\dagger Q_\alpha \right] \quad (2.174)$$

$$\mathcal{L}_C^q = \sum_{\alpha=u,c,t} \left[ \bar{Q}_\alpha i\Gamma^M D_M Q_\alpha + \bar{d}_\alpha i\Gamma^M D_M d_\alpha + \bar{u}_\alpha i\Gamma^M D_M u_\alpha \right], \quad (2.175)$$

con las derivadas covariantes

$$\begin{aligned} D_M Q_\alpha &= \left( \partial_M - ig_5 \frac{\sigma^j}{2} \mathcal{W}_M^j - ig_5' \frac{Y^Q}{2} \mathcal{B}_M \right) Q_\alpha, \\ D_M d_\alpha &= \left( \partial_M - ig_5' \frac{Y^d}{2} \mathcal{B}_M \right) d_\alpha, \\ D_M u_\alpha &= \left( \partial_M - ig_5' \frac{Y^u}{2} \mathcal{B}_M \right) u_\alpha. \end{aligned} \quad (2.176)$$

En el siguiente paso se compactifica la dimensión extra y, como consecuencia, las variables dinámicas se desdoblán en modos de Kaluza-Klein. Una vez hecho esto, se integra la dimensión extra en la acción, lo que produce una teoría efectiva de Kaluza-Klein, definida en 4

dimensiones. Tras dicho procedimiento, el sector de corrientes de Kaluza-Klein se expresa como

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_C^q &= \sum_{\alpha} \left( \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} i\gamma^{\mu} D_{\mu}^{(0)} Q_{\alpha,L}^{(0)} + \overline{d_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} D_{\mu}^{(0)} d_{\alpha,R}^{(0)} + \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} D_{\mu}^{(0)} u_{\alpha,R}^{(0)} \right. \\
&+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} - m_{(n)}) Q_{\alpha}^{(n)} + \overline{d_{\alpha}^{(n)}} (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} + m_{(n)}) d_{\alpha}^{(n)} + \overline{u_{\alpha}^{(n)}} (i\gamma^{\mu} \partial_{\mu} + m_{(n)}) u_{\alpha}^{(n)} \right. \\
&+ \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(0)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) Q_{\alpha}^{(n)} + \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) Q_{\alpha}^{(n)} \\
&+ \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) Q_{\alpha,L}^{(0)} + \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \left( -ig' \frac{\sigma^j}{2} W_5^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_5^{(n)} \right) Q_{\alpha,L}^{(0)} \\
&- \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \left( -ig' \frac{\sigma^j}{2} W_5^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_5^{(n)} \right) Q_{\alpha}^{(n)} + \overline{d_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) d_{\alpha}^{(n)} \\
&+ \overline{d_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) d_{\alpha,R}^{(0)} + \overline{d_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) d_{\alpha}^{(n)} \\
&+ \overline{d_{\alpha,2}^{(0)}} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_5^{(n)} \right) d_{\alpha}^{(n)} - \overline{d_{\alpha}^{(n)}} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_5^{(n)} \right) d_{\alpha,R}^{(0)} \\
&+ \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) u_{\alpha}^{(n)} + \overline{u_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) u_{\alpha,R}^{(0)} \\
&+ \overline{u_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) u_{\alpha}^{(n)} + \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_5^{(n)} \right) u_{\alpha}^{(n)} - \overline{u_{\alpha}^{(n)}} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_5^{(n)} \right) u_{\alpha,R}^{(0)} \left. \right] \\
&+ \dots
\end{aligned} \tag{2.177}$$

También tenemos el sector de Yukawa extradimensional, que, en términos de sus modos de Kaluza-Klein, se expresa como

$$\begin{aligned}
\int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_Y^q &= \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( -Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \Phi^{(0)} d_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta,R}^{(0)}} \Phi^{(0)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \tilde{\Phi}^{(0)} u_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta,R}^{(0)}} \tilde{\Phi}^{(0)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} \right. \\
&+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ -Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \Phi^{(n)} d_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta}^{(n)}} \Phi^{(n)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \tilde{\Phi}^{(n)} u_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(n)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} \right. \\
&\quad - Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \Phi^{(0)} d_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta}^{(n)}} \Phi^{(0)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(0)} u_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(0)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} \\
&\quad \left. - Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \Phi^{(n)} d_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta,R}^{(0)}} \Phi^{(n)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(n)} u_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta,R}^{(0)}} \tilde{\Phi}^{(n)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} \right] \\
&+ \dots
\end{aligned} \tag{2.178}$$



En un siguiente paso se analizan los términos bilineales de ambos sectores de quarks. Se realizan los cambios de bases siguientes:

1) Se implementa el mecanismo de Higgs del modo cero  $\Phi^{(0)}$ , como parte del procedimiento, se definen las estructuras matriciales

$$u_L^{(0)} = \begin{pmatrix} u_{u,L}^{(0)} \\ u_{c,L}^{(0)} \\ u_{t,L}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_L^{(0)} \\ c_L^{(0)} \\ t_L^{(0)} \end{pmatrix}, \quad u_R^{(0)} = \begin{pmatrix} U_{U,R}^{(0)} \\ u_{c,R}^{(0)} \\ u_{t,R}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_R^{(0)} \\ c_R^{(0)} \\ t_R^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (2.179)$$

$$u^{(n)} = \begin{pmatrix} u_u^{(n)} \\ u_c^{(n)} \\ u_t^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^{(n)} \\ c^{(n)} \\ t^{(n)} \end{pmatrix}, \quad \tilde{u}^{(n)} = \begin{pmatrix} \tilde{u}_u^{(n)} \\ \tilde{u}_c^{(n)} \\ \tilde{u}_t^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{u}^{(n)} \\ \tilde{c}^{(n)} \\ \tilde{t}^{(n)} \end{pmatrix}, \quad (2.180)$$

$$d_L^{(0)} = \begin{pmatrix} d_{u,L}^{(0)} \\ d_{c,L}^{(0)} \\ d_{t,L}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_L^{(0)} \\ s_L^{(0)} \\ b_L^{(0)} \end{pmatrix}, \quad d_R^{(0)} = \begin{pmatrix} d_{u,R}^{(0)} \\ d_{c,R}^{(0)} \\ d_{t,R}^{(0)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_R^{(0)} \\ s_R^{(0)} \\ b_R^{(0)} \end{pmatrix}, \quad (2.181)$$

$$d^{(n)} = \begin{pmatrix} d_u^{(n)} \\ d_c^{(n)} \\ d_t^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d^{(n)} \\ s^{(n)} \\ b^{(n)} \end{pmatrix}, \quad \tilde{d}^{(n)} = \begin{pmatrix} \tilde{d}_u^{(n)} \\ \tilde{d}_c^{(n)} \\ \tilde{d}_t^{(n)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{d}^{(n)} \\ \tilde{s}^{(n)} \\ \tilde{b}^{(n)} \end{pmatrix}. \quad (2.182)$$

2) Luego se diagonalizan las matrices de Yukawa y se cambia la base de espinores. Esto se lleva a cabo mediante las transformaciones unitarias

$$u_L^{d\dagger} Y^d u_R^d = Y'^d, \quad u_L^{u\dagger} Y^u u_R^u = Y'^u. \quad (2.183)$$

$$\begin{aligned} d_L'^{(0)} &= u_L^{d\dagger} d_L^{(0)}, & \tilde{d}'^{(n)} &= u_L^{d\dagger} \tilde{d}^{(n)}, & u_L^{(0)} &= u_L^{u\dagger} u_L^{(0)}, & \tilde{u}^{(n)} &= u_L^{u\dagger} \tilde{u}^{(n)}, \\ d_R'^{(0)} &= u_R^{d\dagger} d_R^{(0)}, & d'^{(n)} &= u_R^{d\dagger} d^{(n)}, & u_R^{(0)} &= u_R^{u\dagger} u_R^{(0)}, & u'^{(n)} &= u_R^{u\dagger} u^{(n)}. \end{aligned} \quad (2.184)$$

Aquí, las matrices  $Y'^d$  y  $Y'^u$  son matrices diagonales, con componentes

$$Y'_{\alpha\beta}{}^d = Y_{\alpha}^{\prime d} \delta_{\alpha\beta}, \quad Y'_{\alpha\beta}{}^u = Y_{\alpha}^{\prime u} \delta_{\alpha\beta}. \quad (2.185)$$

3) Siendo  $Y_{\alpha}^{\prime d}$  y  $Y_{\alpha}^{\prime u}$  cantidades reales, se definen las masas de quarks

$$m_{d_{\alpha}^{(0)}} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{\alpha}^{\prime d}, \quad m_{u_{\alpha}^{(0)}} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{\alpha}^{\prime u}. \quad (2.186)$$

4) Tras la diagonalización de las matrices de Yukawa y el consiguiente cambio de base, se observan mezclas de quarks  $d_{\alpha}^{\prime(n)}$  y  $\tilde{d}_{\alpha}^{\prime(n)}$ , así como mezclas de quarks  $u_{\alpha}^{\prime(n)}$  y  $\tilde{u}_{\alpha}^{\prime(n)}$ . Esto se resuelve mediante otro proceso de diagonalización, caracterizado por el cambio de base

$$\begin{pmatrix} u_{1,\alpha}^{(n)} \\ u_{2,\alpha}^{(n)} \end{pmatrix} = P_{nu_{\alpha}}^{\top} \begin{pmatrix} u_{\alpha}^{\prime(n)} \\ \tilde{u}_{\alpha}^{\prime(n)} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} d_{1,\alpha}^{(n)} \\ d_{2,\alpha}^{(n)} \end{pmatrix} = P_{nd_{\alpha}}^{\top} \begin{pmatrix} d_{\alpha}^{\prime(n)} \\ \tilde{d}_{\alpha}^{\prime(n)} \end{pmatrix}, \quad (2.187)$$

definido a través de las matrices ortogonales

$$P_{nu_\alpha} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{nu_\alpha}) & -\sin(\theta_{nu_\alpha}) \\ \sin(\theta_{nu_\alpha}) & \cos(\theta_{nu_\alpha}) \end{pmatrix}, \quad P_{nd_\alpha} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_{nd_\alpha}) & -\sin(\theta_{nd_\alpha}) \\ \sin(\theta_{nd_\alpha}) & \cos(\theta_{nd_\alpha}) \end{pmatrix}, \quad (2.188)$$

con

$$\begin{aligned} \cos(\theta_{nu_\alpha}) &= \sqrt{\frac{m_{u_\alpha}^{(n)} - m^{(n)}}{2m_{u_\alpha}^{(n)}}}, & \cos(\theta_{nd_\alpha}) &= \sqrt{\frac{m_{d_\alpha}^{(n)} - m^{(n)}}{2m_{d_\alpha}^{(n)}}}, \\ \sin(\theta_{nu_\alpha}) &= \sqrt{\frac{m_{u_\alpha}^{(n)} + m^{(n)}}{2m_{u_\alpha}^{(n)}}}, & \sin(\theta_{nd_\alpha}) &= \sqrt{\frac{m_{d_\alpha}^{(n)} + m^{(n)}}{2m_{d_\alpha}^{(n)}}}. \end{aligned} \quad (2.189)$$

En forma más explícita, estos cambios de base lucen como

$$\begin{aligned} U_{1,\alpha}^{(n)} &= \cos(\theta_{nu_\alpha}) u_\alpha'^{(n)} - \sin(\theta_{nu_\alpha}) \tilde{u}_\alpha'^{(n)}, & d_{1,\alpha}^{(n)} &= \cos(\theta_{nd_\alpha}) d_\alpha'^{(n)} - \sin(\theta_{nd_\alpha}) \tilde{d}_\alpha'^{(n)}, \\ u_{2,\alpha}^{(n)} &= -\sin(\theta_{nu_\alpha}) u_\alpha'^{(n)} + \cos(\theta_{nu_\alpha}) \tilde{u}_\alpha'^{(n)}, & d_{2,\alpha}^{(n)} &= -\sin(\theta_{nd_\alpha}) d_\alpha'^{(n)} + \cos(\theta_{nd_\alpha}) \tilde{d}_\alpha'^{(n)}, \end{aligned} \quad (2.190)$$

5) Finalmente, para corregir algunos signos en términos de masa, se definen las transformaciones

$$d_{2,\alpha}'^{(n)} = \gamma_5 d_{2,\alpha}^{(n)}, \quad u_{2,\alpha}'^{(n)} = \gamma_5 u_{2,\alpha}^{(n)}. \quad (2.191)$$

Después de implementar todos estos cambios de bases, se puede mostrar que los términos bilineales de los sectores de corrientes y de Yukawa de Kaluza-Klein se expresan como

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi R} d\bar{x} (\mathcal{L}_C^q + \mathcal{L}_Y^q) &= \sum_{\alpha=u,c,t} \left( \overline{d_\alpha^{(0)}} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{d_\alpha^{(0)}} \right) d_\alpha^{(0)} + \overline{u_\alpha^{(0)}} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{u_\alpha^{(0)}} \right) u_\alpha^{(0)} \right. \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{d_\alpha^{(n)}} \right) d_{1,\alpha}^{(n)} + \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{d_\alpha^{(n)}} \right) d_{2,\alpha}^{(n)} \right. \\ &\left. \left. + \overline{u_{1,\alpha}^{(n)}} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{u_\alpha^{(n)}} \right) u_{1,\alpha}^{(n)} + \overline{u_{2,\alpha}^{(n)}} \left( i\gamma^\mu \partial_\mu - m_{u_\alpha^{(n)}} \right) u_{2,\alpha}^{(n)} \right] \right) + \dots \end{aligned} \quad (2.192)$$

En otras palabras, todos estos cambios de base nos llevan a las bases de eigenestados de masa de los campos quarks.

A continuación viene el análisis de los acoplamientos trilineales en el sector de corrientes de quarks de Kaluza-Klein. Comenzamos con los acoplamientos que exclusivamente involu-

cran a modos ceros, para ello escribimos la expresión siguiente

$$\begin{aligned}
 \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_C^q = & (\text{términos cuadráticos}) + \sum_{\alpha} \left( \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(0)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) Q_{\alpha,L}^{(0)} \right. \\
 & + \overline{d_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) d_{\alpha,R}^{(0)} + \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) u_{\alpha,R}^{(0)} \\
 & \left. + (\text{acoplamientos con modos excitados de Kaluza-Klein}) \right).
 \end{aligned} \tag{2.193}$$

A continuación, usaremos la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [45], definida como

$$\kappa = V_L^u V_L^{d\dagger}, \tag{2.194}$$

ahora, calculemos el siguiente término:

$$\begin{aligned}
 \sum_{\alpha} \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) u_{\alpha,R}^{(0)} &= \frac{g' Y^u}{2} \left( -\sin(\theta_W) Z_{\mu}^{(0)} + \cos(\theta_W) A_{\mu}^{(0)} \right) \overline{u_R^{(0)}} \gamma^{\mu} u_R^{(0)} \\
 &= \frac{g' Y^u}{2} \left( -\sin(\theta_W) Z_{\mu}^{(0)} + \cos(\theta_W) A_{\mu}^{(0)} \right) \sum_{\alpha} \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} \gamma^{\mu} U_{\alpha,R}^{(0)}
 \end{aligned} \tag{2.195}$$

de manera que

$$\begin{aligned}
 \sum_{\alpha} \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) u_{\alpha,R}^{(0)} &= \sum_{\alpha} \left( -\frac{g' Y^u \sin(\theta_W)}{2} Z_{\mu}^{(0)} \overline{U_{\alpha,R}^{(0)}} \gamma^{\mu} u_{\alpha,R}^{(0)} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{g' Y^u \cos(\theta_W)}{2} A_{\mu}^{(0)} \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} \gamma^{\mu} u_{\alpha,R}^{(0)} \right).
 \end{aligned} \tag{2.196}$$

Usamos el resultado anterior, y calculando de manera similar los términos restantes de la

expresión, podemos escribir

$$\begin{aligned}
 & \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_C^q = (\text{términos cuadráticos}) \\
 & + \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left[ \frac{g}{\sqrt{2}} \kappa_{\alpha\beta} W_{\mu}^{(0)+} \overline{u_{\beta}^{(0)}} \gamma^{\mu} P_L d_{\alpha}^{(0)} + \frac{g}{\sqrt{2}} \kappa_{\alpha\beta}^* W_{\mu}^{(0)-} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \gamma^{\mu} P_L u_{\beta}^{(0)} \right] \\
 & + \sum_{\alpha} \left[ N_d e A_{\mu}^{(0)} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \gamma^{\mu} d_{\alpha}^{(0)} + N_u e A_{\mu}^{(0)} \overline{u_{\alpha}^{(0)}} \gamma^{\mu} u_{\alpha}^{(0)} \right. \\
 & + \frac{g}{\cos(\theta_W)} Z_{\mu}^{(0)} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \gamma^{\mu} \left( \left( -\frac{1}{4} - N_d \sin^2(\theta_W) \right) \cdot \mathbf{1}_4 + \frac{1}{4} \gamma_5 \right) d_{\alpha}^{(0)} \\
 & + \left. \frac{g}{\cos(\theta_W)} Z_{\mu}^{(0)} \overline{u_{\alpha}^{(0)}} \gamma^{\mu} \left( \left( \frac{1}{4} - N_u \sin^2(\theta_W) \right) \cdot \mathbf{1}_4 - \frac{1}{4} \gamma_5 \right) u_{\alpha}^{(0)} \right] \\
 & + (\text{términos de modos excitados de KK}).
 \end{aligned} \tag{2.197}$$

donde se ha usado que

$$P_L = \frac{1}{2} (\mathbf{1}_4 - \gamma_5), \quad P_R = \frac{1}{2} (\mathbf{1}_4 + \gamma_5). \tag{2.198}$$

y que

$$Y^d = -1 + Y^Q, \quad Y^u = 1 + Y^Q. \tag{2.199}$$

Definamos las cantidades  $N_d$  y  $N_u$  como

$$N_d = \frac{-1 + Y^Q + Y^d}{4}, \quad N_u = \frac{1 + Y^Q + Y^u}{4}, \tag{2.200}$$

que son los números de unidades de carga elemental  $e$  que tienen los quarks  $d$  y  $u$ , respectivamente. En el Modelo Estándar se usan las hipercargas  $Y^Q = \frac{1}{3}$ ,  $Y^d = -\frac{2}{3}$ ,  $Y^u = \frac{4}{3}$ , de manera que

$$N_d = -\frac{1}{3}, \quad N_u = \frac{2}{3}. \tag{2.201}$$

El siguiente objetivo de la presente discusión son los acoplamientos trilineales que acoplan a modos ceros con modos excitados y que, además, impactan a observables de baja energía desde el nivel de un lazo. Para ello, escribimos al sector de corrientes de quarks de Kaluza-

Klein como

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_C^q = (\text{términos cuadráticos}) + (\text{términos de modos ceros}) \\
& + \sum_{\alpha} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(0)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) Q_{\alpha}^{(n)} \right. \\
& + \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) Q_{\alpha}^{(n)} + \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_{\mu}^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) Q_{\alpha,L}^{(0)} \\
& + \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_5^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_5^{(n)} \right) Q_{\alpha,L}^{(0)} - \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \left( -ig \frac{\sigma^j}{2} W_5^{(n)j} - ig' \frac{Y^Q}{2} B_5^{(n)} \right) Q_{\alpha}^{(n)} \\
& + \overline{d_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) d_{\alpha}^{(n)} + \overline{d_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) d_{\alpha,R}^{(0)} + \overline{d_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) d_{\alpha}^{(n)} \\
& + \overline{d_{\alpha,R}^{(0)}} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_5^{(n)} \right) d_{\alpha}^{(n)} - \overline{d_{\alpha}^{(n)}} \left( -ig' \frac{Y^d}{2} B_5^{(n)} \right) d_{\alpha,R}^{(0)} \\
& + \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) u_{\alpha}^{(n)} + \overline{u_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(n)} \right) u_{\alpha,R}^{(0)} + \overline{u_{\alpha}^{(n)}} i\gamma^{\mu} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_{\mu}^{(0)} \right) u_{\alpha}^{(n)} \\
& \left. + \overline{u_{\alpha,R}^{(0)}} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_5^{(n)} \right) u_{\alpha}^{(n)} - \overline{u_{\alpha}^{(n)}} \left( -ig' \frac{Y^u}{2} B_5^{(n)} \right) u_{\alpha,R}^{(0)} \right] \\
& + (\text{términos de modos excitados de KK})
\end{aligned} \tag{2.202}$$

Despues del desarrollo de esta última ecuación y tomar en cuenta que para los acoplamientos de los escalares de Kaluza-Klein tenemos,  $W_5^{(n)j} = W_G^{(n)j}$  y  $B_5^{(n)} = B_G^{(n)}$ , definimos los términos Lagrangianos siguientes:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{u_{\alpha}^{(0)} d_{\alpha}^{(n)} W^{(n)}} &= \frac{g \sin(\theta_{nd_{\beta}})}{\sqrt{2}} \left( \kappa_{\alpha\beta} W_{\mu}^{(n)+} \overline{u_{\alpha}^{(0)}} \gamma^{\mu} P_L d_{1,\beta}^{(n)} + \kappa_{\alpha\beta}^* W_{\mu}^{(n)-} \overline{d_{1,\beta}^{(n)}} \gamma^{\mu} P_L u_{\alpha}^{(0)} \right) \\
&- \frac{g \cos(\theta_{nd_{\beta}})}{\sqrt{2}} \left( \kappa_{\alpha\beta} W_{\mu}^{(n)+} \overline{u_{\beta}^{(0)}} \gamma^{\mu} P_L d_{2,\beta}^{(n)} + \kappa_{\alpha\beta}^* W_{\mu}^{(n)-} \overline{d_{2,\beta}^{(n)}} \gamma^{\mu} P_L u_{\alpha}^{(0)} \right),
\end{aligned} \tag{2.203}$$

$$\mathcal{L}_{A^{(0)} d_{\alpha}^{(n)} d_{\alpha}^{(n)}} = N_d e A_{\mu}^{(0)} \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \gamma^{\mu} d_{1,\alpha}^{(n)} + N_d e A_{\mu}^{(0)} \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} \gamma^{\mu} d_{2,\alpha}^{(n)}, \tag{2.204}$$

los cuales son necesarios para el cálculo que estamos realizando.

En la discusión que sigue, vamos a fijarnos en el sector de los quarks para determinar los términos trilineales. Comenzamos analizando, separadamente, los términos que involucran

exclusivamente a modos ceros de Kaluza-Klein, los cuales se escriben como

$$\begin{aligned}
 \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_Y^q &= \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( -Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \Phi_{\beta,R}^{(0)} d_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta,R}^{(0)}} \Phi_{\alpha,L}^{(0)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} \right. \\
 &\quad \left. - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \tilde{\Phi}_{\beta,R}^{(0)} u_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta,R}^{(0)}} \tilde{\Phi}_{\alpha,L}^{(0)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} \right) \\
 &+ (\text{términos con modos excitados de Kaluza-Klein}) \\
 &= \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( -Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} (\Phi_o^{(0)} + \xi^{(0)}) d_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta,R}^{(0)}} (\Phi_o^{(0)\dagger} + \xi^{(0)\dagger}) Q_{\alpha,L}^{(0)} \right. \\
 &\quad \left. - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} (\tilde{\Phi}_o^{(0)} + \tilde{\xi}^{(0)}) u_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta,R}^{(0)}} (\tilde{\Phi}_o^{(0)\dagger} + \tilde{\xi}^{(0)\dagger}) Q_{\alpha,L}^{(0)} \right) \\
 &+ (\text{términos con modos excitados de Kaluza-Klein}).
 \end{aligned} \tag{2.205}$$

Conviene recordar algunas expresiones:

$$\begin{aligned}
 \Phi_o^{(0)} &= \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_+ \iff \Phi_o^{(0)\dagger} = \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_+^{\dagger}, \\
 \xi^{(0)} &= \xi_1^{(0)} \hat{\chi}_- + \xi_2^{(0)} \hat{\chi}_+ \iff \xi^{(0)\dagger} = \xi_1^{(0)*} \hat{\chi}_-^{\dagger} + \xi_2^{(0)*} \hat{\chi}_+^{\dagger}, \\
 Q_{\alpha,L}^{(0)} &= u_{\alpha,L}^{(0)} \hat{\chi}_- + d_{\alpha,L}^{(0)} \hat{\chi}_+ \iff \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} = \overline{u_{\alpha,L}^{(0)}} \hat{\chi}_-^{\dagger} + \overline{d_{\alpha,L}^{(0)}} \hat{\chi}_+^{\dagger}.
 \end{aligned} \tag{2.206}$$

Además, notemos que

$$\tilde{\Phi}_o^{(0)} = i\sigma^2 \Phi_o^{(0)*} = i\sigma^2 \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_+ \right)^* = \frac{v}{\sqrt{2}} i\sigma^2 \hat{\chi}_+ = \frac{v}{\sqrt{2}} i^2 (\sigma^- - \sigma^+) \hat{\chi}_+ = -\frac{v}{\sqrt{2}} (-\hat{\chi}_-) \tag{2.207}$$

es decir, que

$$\tilde{\Phi}_o^{(0)} = \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_- \iff \tilde{\Phi}_o^{(0)\dagger} = \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_-^{\dagger}. \tag{2.208}$$

Por otra parte,

$$\begin{aligned}
 \tilde{\xi}^{(0)} &= i\sigma^2 \xi^{(0)*} = i\sigma^2 \left( \xi_1^{(0)} \hat{\chi}_- + \xi_2^{(0)} \hat{\chi}_+ \right)^* \\
 &= i\xi_1^{(0)*} i(\sigma^- - \sigma^+) \hat{\chi}_- + i\xi_2^{(0)*} i(\sigma^- - \sigma^+) \hat{\chi}_+ \\
 &= -\xi_1^{(0)*} (-\hat{\chi}_+) + \xi_2^{(0)*} (-\hat{\chi}_-) = \xi_2^{(0)*} \hat{\chi}_- - \xi_1^{(0)*} \hat{\chi}_+,
 \end{aligned} \tag{2.209}$$

es decir, que

$$\tilde{\xi}^{(0)} = \xi_2^{(0)*} \hat{\chi}_- - \xi_1^{(0)*} \hat{\chi}_+, \iff \tilde{\xi}^{(0)\dagger} = \xi_2^{(0)} \hat{\chi}_-^{\dagger} - \xi_1^{(0)} \hat{\chi}_+^{\dagger}. \tag{2.210}$$

Con estas expresiones a la mano, regresemos a nuestro cálculo principal, que ahora podemos

escribir como

$$\begin{aligned}
 \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_Y^q &= (\text{términos bilineales de modos ceros}) \\
 &+ \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( -\kappa_{\alpha\beta} \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} G_W^{(0)+} \overline{u_{\beta}^{(0)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} P_R - m_{u_{\beta}^{(0)}} P_L \right) d_{\alpha}^{(0)} \right. \\
 &\quad \left. - \kappa_{\alpha\beta}^* \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} G_W^{(0)-} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} P_L - m_{u_{\beta}^{(0)}} P_R \right) u_{\beta}^{(0)} \right) \\
 &+ \sum_{\alpha} \left( -\frac{gm_{d_{\alpha}^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} h^{(0)} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} d_{\alpha}^{(0)} - \frac{gm_{u_{\alpha}^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} h^{(0)} \overline{U_{\alpha}^{(0)}} U_{\alpha}^{(0)} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{igm_{d_{\alpha}^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} G_Z^{(0)} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \gamma_5 d_{\alpha}^{(0)} + \frac{igm_{u_{\alpha}^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} G_Z^{(0)} \overline{U_{\alpha}^{(0)}} \gamma_5 U_{\alpha}^{(0)} \right) \\
 &+ (\text{términos con modos excitados de Kaluza-Klein}).
 \end{aligned} \tag{2.211}$$

Sigamos, pues, con acoplamientos que involucran a modos ceros y a modos excitados de Kaluza-Klein y que impactan en observables de baja energía desde el nivel de un lazo. Los términos relevantes son

$$\begin{aligned}
 \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_Y^q &= (\text{términos de modos ceros de Kaluza-Klein}) \\
 &+ \sum_{n=1} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( -Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \Phi^{(n)} d_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta}^{(n)}} \Phi^{(n)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha,L}^{(0)}} \tilde{\Phi}^{(n)} u_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(n)\dagger} Q_{\alpha,L}^{(0)} \right. \\
 &\quad - Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \Phi^{(0)} d_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta}^{(n)}} \Phi^{(0)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(0)} u_{\beta}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(0)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} \\
 &\quad \left. - Y_{\alpha\beta}^d \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \Phi^{(n)} d_{\beta,R}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta,R}^{(n)}} \Phi^{(n)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} - Y_{\alpha\beta}^U \overline{Q_{\alpha}^{(n)}} \tilde{\Phi}^{(n)} u_{\beta,R}^{(0)} - Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta,R}^{(0)}} \tilde{\Phi}^{(n)\dagger} Q_{\alpha}^{(n)} \right) \\
 &+ (\text{términos de modos excitados de Kaluza-Klein}).
 \end{aligned} \tag{2.212}$$

Notemos que

$$\Phi^{(n)} = \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_- + \phi_2^{(n)} \hat{\chi}_+ \iff \Phi^{(n)\dagger} = \phi_1^{(n)*} \hat{\chi}_-^{\dagger} + \phi_2^{(n)*} \hat{\chi}_+^{\dagger} \tag{2.213}$$

De este modo,

$$\begin{aligned}
 \tilde{\Phi}^{(n)} &= i\sigma^2 \Phi^{(n)*} = i\sigma^2 \left( \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_- + \phi_2^{(n)} \hat{\chi}_+ \right)^* \\
 &= i\phi_1^{(n)*} i(\sigma^- - \sigma^+) \hat{\chi}_- + i\phi_2^{(n)*} i(\sigma^- + \sigma^+) \hat{\chi}_+ \\
 &= i^2 \phi_1^{(n)*} \hat{\chi}_+ + i^2 (-1) \phi_2^{(n)*} \hat{\chi}_-,
 \end{aligned} \tag{2.214}$$

así que

$$\tilde{\Phi}^{(n)} = \phi_2^{(n)*} \hat{\chi}_- - \phi_1^{(n)*} \hat{\chi}_+ \iff \tilde{\Phi}^{(n)\dagger} = \phi_2^{(n)} \hat{\chi}_-^{\dagger} - \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_+^{\dagger}. \tag{2.215}$$

Además,

$$Q_\alpha^{(n)} = \tilde{u}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_- + \tilde{d}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_+ \iff \overline{Q}_\alpha^{(n)} = \overline{\tilde{u}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_-^\dagger + \overline{\tilde{d}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_+^\dagger. \quad (2.216)$$

Usando las expresiones anteriores, escribimos

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_Y^q &= (\text{términos de modos ceros de Kaluza-Klein}) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left( -Y_{\alpha\beta}^d \left( \overline{u_{\alpha,2}^{(0)}} \hat{\chi}_-^\dagger + \overline{d_{\alpha,2}^{(0)}} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_- + \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_+ \right) d_\beta^{(n)} \right. \\ &- Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_\beta^{(n)}} \left( \phi_1^{(n)*} \hat{\chi}_-^\dagger + \phi_2^{(n)*} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( u_{\alpha,L}^{(0)} \hat{\chi}_-^\dagger + d_{\alpha,L}^{(0)} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \\ &- Y_{\alpha\beta}^U \left( \overline{u_{\alpha,L}^{(0)}} \hat{\chi}_-^\dagger + \overline{d_{\alpha,L}^{(0)}} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \phi_2^{(n)*} \hat{\chi}_- - \phi_1^{(n)*} \hat{\chi}_+ \right) u_\beta^{(n)} \\ &- Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_\beta^{(n)}} \left( \phi_2^{(n)} \hat{\chi}_-^\dagger - \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( u_{\alpha,L}^{(0)} \hat{\chi}_- + d_{\alpha,L}^{(0)} \hat{\chi}_+ \right) \\ &- Y_{\alpha\beta}^d \left( \overline{\tilde{u}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_-^\dagger + \overline{\tilde{d}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_+ + \xi_1^{(0)} \hat{\chi}_- + \xi_2^{(0)} \hat{\chi}_+ \right) d_\beta^{(n)} \\ &- Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_\beta^{(n)}} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_+^\dagger + \xi_1^{(0)*} \hat{\chi}_-^\dagger + \xi_2^{(0)*} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \tilde{u}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_- + \tilde{d}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_+ \right) \\ &- Y_{\alpha\beta}^U \left( \overline{\tilde{u}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_-^\dagger + \overline{\tilde{d}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_- + \xi_2^{(0)*} \hat{\chi}_- - \xi_1^{(0)*} \hat{\chi}_+ \right) u_\beta^{(n)} \\ &- Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_\beta^{(n)}} \left( \frac{v}{\sqrt{2}} \hat{\chi}_-^\dagger + \xi_2^{(0)} \hat{\chi}_-^\dagger - \xi_1^{(0)} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \tilde{u}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_- + \tilde{d}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_+ \right) \\ &- Y_{\alpha\beta}^d \left( \overline{\tilde{u}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_-^\dagger + \overline{\tilde{d}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_- + \phi_2^{(n)} \hat{\chi}_+ \right) d_{\beta,R}^{(0)} \\ &- Y_{\alpha\beta}^{d*} \overline{d_{\beta,R}^{(0)}} \left( \phi_1^{(n)*} \hat{\chi}_-^\dagger + \phi_2^{(n)*} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \tilde{u}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_- + \tilde{d}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_+ \right) \\ &- Y_{\alpha\beta}^U \left( \overline{\tilde{u}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_-^\dagger + \overline{\tilde{d}_\alpha^{(n)}} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \phi_2^{(n)*} \hat{\chi}_- - \phi_1^{(n)*} \hat{\chi}_+ \right) u_{\beta,R}^{(0)} \\ &- Y_{\alpha\beta}^{U*} \overline{u_{\beta,R}^{(0)}} \left( \phi_2^{(n)} \hat{\chi}_-^\dagger + \phi_1^{(n)} \hat{\chi}_+^\dagger \right) \left( \tilde{u}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_- + \tilde{d}_\alpha^{(n)} \hat{\chi}_+ \right) \\ &+ (\text{términos de modos excitados de Kaluza-Klein}). \end{aligned} \quad (2.217)$$

esta última expresión, después de un poco de álgebra (similar al aplicada en terminos ante-



riores), queda como se muestra a continuación

$$\begin{aligned}
& \int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_Y^q = (\text{términos de modos ceros de Kaluza-Klein}) \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sum_{\alpha} \sum_{\beta} \left[ \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta} \phi_1^{(n)} \overline{u_{\beta}^{(n)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) P_R + m_{u_{\beta}^{(0)}} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) P_L \right) d_{1,\alpha}^{(n)} \right. \right. \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \phi_1^{(n)*} \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) P_L + m_{u_{\beta}^{(0)}} \sin(\theta_{nda}) P_R \right) u_{\beta}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta} \phi_1^{(n)} \overline{u_{\beta}^{(0)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) P_R \gamma_5 + m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) P_L \gamma_5 \right) d_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \phi_1^{(n)*} \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5 P_L) + m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5 P_R) \right) u_{\beta}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \phi_1^{(n)*} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \left( m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) P_R - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) P_L \right) u_{1,\beta}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \phi_1^{(n)*} \overline{u_{1,\alpha}^{(n)}} \left( m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) P_R - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) P_L \right) d_{\beta}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \phi_1^{(n)*} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \left( -m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) P_R \gamma_5 - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) P_L \gamma_5 \right) u_{2,\beta}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \phi_1^{(n)*} \overline{u_{2,\alpha}^{(n)}} \left( -m_{u_{\beta}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) (-\gamma_5 P_R) - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) (-\gamma_5 P_L) \right) d_{\beta}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta} \xi_1^{(0)} \overline{u_{1,\beta}^{(n)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{n\beta_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) + m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \right) d_{1,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \xi_1^{(0)*} \overline{d_{1,\alpha}^{(0)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) + m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \right) u_{1,\beta}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta} \xi_1^{(0)} \overline{u_{2,\beta}^{(n)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) - \sin(\theta_{nu_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) m_{u_{\beta}^{(0)}} \right) d_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \xi_1^{(0)*} \overline{d_{2,\alpha}^{(0)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) - \sin(\theta_{nu_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) m_{u_{\beta}^{(0)}} \right) u_{2,\beta}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta} \xi_1^{(0)} \overline{u_{1,\beta}^{(n)}} \left( +m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \gamma_5 + m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) \gamma_5 \right) d_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \xi_1^{(0)*} \overline{d_{2,\alpha}^{(0)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5) + m_{u_{\beta}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5) \right) u_{1,\beta}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta} \xi_1^{(0)} \overline{u_{2,\beta}^{(n)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5) - m_{u_{\beta}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5) \right) d_{1,\alpha}^{(n)} \\
& + \left. \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \kappa_{\alpha\beta}^* \xi_1^{(0)*} \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\beta}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) \gamma_5 - m_{u_{\beta}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\beta}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \gamma_5 \right) u_{2,\beta}^{(n)} \right] \\
& \dots
\end{aligned} \tag{2.218}$$

...

$$\begin{aligned}
& + \sum_{\alpha} \left[ \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) \phi_2^{(n)} P_R - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \phi_2^{(n)*} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) P_L \right) d_{1,\alpha}^{(n)} \right. \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) \phi_2^{(n)*} P_L - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \phi_2^{(n)} P_R \right) d_{\alpha}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{\alpha}^{(0)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) P_R \gamma_5 \phi_2^{(n)} - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \phi_2^{(n)*} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) P_L \gamma_5 \right) d_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5 P_L) \phi_2^{(n)*} - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \phi_2^{(n)} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5 P_R) \right) d_{\alpha}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{\alpha}^{(0)}} \left( -\cos(\theta_{nu_{\alpha}}) m_{u_{\alpha}^{(0)}} \phi_2^{(n)*} P_R - m_{u_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) \phi_2^{(n)} P_L \right) u_{1,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{1,\alpha}^{(n)}} \left( -\cos(\theta_{nu_{\alpha}}) m_{u_{\alpha}^{(0)}} \phi_2^{(n)} P_L - m_{u_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) \phi_2^{(n)*} P_R \right) u_{\alpha}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{\alpha}^{(0)}} \left( m_{u_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) \phi_2^{(n)*} P_R \gamma_5 - m_{u_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\alpha}}) \phi_2^{(n)} P_L \gamma_5 \right) u_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{2,\alpha}^{(n)}} \left( m_{u_{\alpha}^{(0)}} \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) \phi_2^{(n)} (-\gamma_5 P_R) - m_{u_{\alpha}^{(0)}} \cos(\theta_{nu_{\alpha}}) \phi_2^{(n)*} (-\gamma_5 P_L) \right) u_{\alpha}^{(0)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \left( -m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \right) d_{1,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) + m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \sin(\theta_{nd_{\alpha}}) \cos(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) \right) d_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{1,\alpha}^{(n)}} \left( -m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) \cos(\theta_{nu_{\alpha}}) - m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \cos(\theta_{nu_{\alpha}}) \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) \right) u_{1,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{2,\alpha}^{(n)}} \left( m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \cos(\theta_{nu_{\alpha}}) \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) + m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \sin(\theta_{nu_{\alpha}}) \cos(\theta_{nu_{\alpha}}) (-\gamma_5^2) \right) u_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \sin^2(\theta_{nd_{\alpha}}) \gamma_5 - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \cos^2(\theta_{nd_{\alpha}}) \gamma_5 \right) d_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} \left( m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \sin^2(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5) - m_{d_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \cos^2(\theta_{nd_{\alpha}}) (-\gamma_5) \right) d_{1,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{1,\alpha}^{(n)}} \left( m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \sin^2(\theta_{nu_{\alpha}}) \gamma_5 - m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \cos^2(\theta_{nu_{\alpha}}) \gamma_5 \right) u_{2,\alpha}^{(n)} \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}m_{W^{(0)}}} \overline{u_{2,\alpha}^{(n)}} \left( m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)} \sin^2(\theta_{nu_{\alpha}}) (-\gamma_5) - m_{u_{\alpha}^{(0)}} \xi_2^{(0)*} \cos^2(\theta_{nu_{\alpha}}) (-\gamma_5) \right) u_{1,\alpha}^{(n)} \left. \right] \\
& + (\text{términos de modos excitados de Kaluza-Klein}).
\end{aligned}$$

A continuación notamos que

$$\begin{aligned}
\phi_1^{(n)} &= S^{(n)+} = -i \sin(\xi^{(n)}) G^{(n)\dagger} + i \cos(\xi^{(n)}) W^{(n)+}, & \xi_1^{(0)} &= G_W^{(0)+}, \\
\phi_1^{(n)*} &= S^{(n)-} = i \sin(\xi^{(n)}) G^{(n)-} - i \cos(\xi^{(n)}) W^{(n)-}, & \xi_1^{(0)*} &= G_W^{(0)-}, \\
\phi_2^{(n)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} h^{(n)} + \frac{i}{\sqrt{2}} S_Z^{(n)}, & \xi_2^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} h^{(0)} + \frac{i}{\sqrt{2}} G_Z^{(0)}, \\
\phi_2^{(n)*} &= \frac{1}{\sqrt{2}} h^{(n)} - \frac{i}{\sqrt{2}} S_Z^{(n)}, & \xi_2^{(0)*} &= \frac{1}{\sqrt{2}} h^{(0)} - \frac{i}{\sqrt{2}} G_Z^{(0)}, \\
S_Z^{(n)} &= \cos(\eta^{(n)}) Z^{(n)} + \sin(\eta^{(n)}) G_Z^{(n)},
\end{aligned} \tag{2.219}$$

al implementar estos cambios a nuestra última expresión para  $\int_0^{2\pi R} d\bar{x} \mathcal{L}_y^q$ , y después de simplificar la expresión, definimos el siguiente término Lagrangiano:

$$\begin{aligned}
&\mathcal{L}_{h^{(0)} d_\alpha^{(n)} d_\alpha^{(n)}} \\
&= - \frac{g m_{d_\alpha^{(0)}} \sin(\theta_{nda}) \cos(\theta_{nd_\alpha})}{m_{W^{(0)}}} h^{(0)} \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} d_{1,\alpha}^{(n)} \\
&- \frac{g m_{d_\alpha^{(0)}} \sin(\theta_{nda}) \cos(\theta_{nd_\alpha})}{m_{W^{(0)}}} h^{(0)} \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} d_{2,\alpha}^{(n)} \\
&- \frac{g m_{d_\alpha^{(0)}} \cos(2\theta_{nd_\alpha})}{2m_{W^{(0)}}} h^{(0)} \left( \overline{d_{1,\alpha}^{(n)}} \gamma_5 d_{2,\alpha}^{(n)} - \overline{d_{2,\alpha}^{(n)}} \gamma_5 d_{1,\alpha}^{(n)} \right),
\end{aligned} \tag{2.220}$$

el cual, también es necesario para nuestro cálculo.

# Capítulo 3

## Contribuciones al decaimiento

$$t^{(0)} \rightarrow u_{\alpha}^{(0)} h^{(0)} A^{(0)}$$

En la presente sección se lleva el cálculo del decaimiento  $t^{(0)} \rightarrow u_{\alpha}^{(0)} h^{(0)} A^{(0)}$ , realizándose este en la norma de Feynman-'t Hoff, y sin considerarse los pseudo bosones de Goldstone y el escalar físico resultante de las dimensión extra universal. Primero, partiendo de las reglas de Feynman se plantean las expresiones para los diagramas involucrados en este proceso, posteriormente, mediante el método de reducción de Passarino-Veltman se obtiene las funciones escalar de Passarino-Veltman y se resuelven, en parte, mediante series de potencias con respecto a  $R$ . Después, se calcula la amplitud cuadrática media, considerándose solamente la contribución debido a efectos de dimensiones extras, dejando fuera a los terminos del Modelo Estándar y a los términos de interferencia, para así obtener la anchura de decaimiento. Finalmente, se calculan los Branching ratio para los quarks de estado final, *up* y *charm*.

### 3.1. Diagramas de Feynman

Las reglas de Feynman nos dicen cómo dibujar los diagramas para el proceso que estamos considerando, y asociar un factor algebraico corto por cada pieza de los diagramas. Por lo tanto, para poder escribir las expresiones analíticas correspondientes necesitamos el conjunto de reglas de Feynman adecuado, relacionado con los diferentes elementos de los diagramas:

- Líneas externas
- Propagadores
- Vértices

Para este decaimiento se tiene un quark top, el cual decae a un bosón de Higgs, un bosón de norma y a un quark tipo up, lo cual se representa como sigue donde  $\alpha$  puede ser up o charm y  $(n)$  denota los modos excitados de Kaluza-Klein.

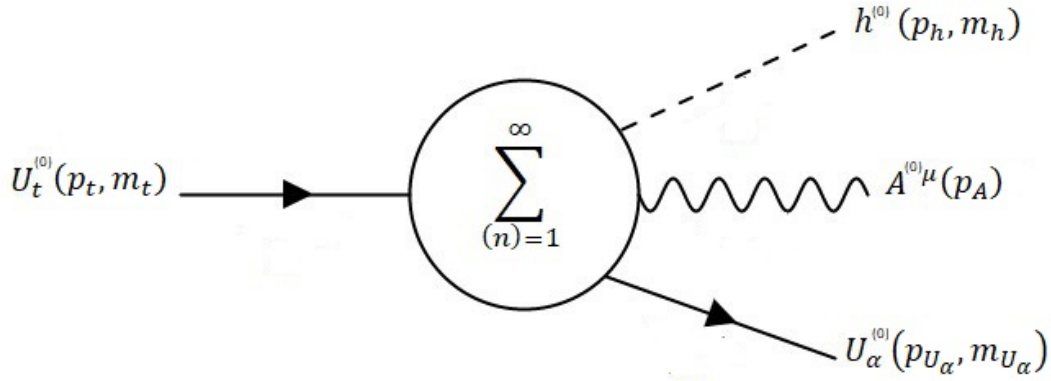
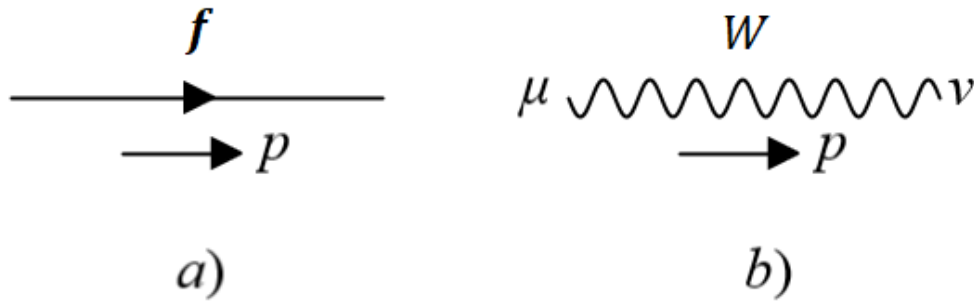


Figura 3.1: Líneas externas

En el caso de los propagadores tenemos de dos tipos: línea de fermión y línea del bosón  $W$ :



$$\frac{i(\not{p} + m_{f_\beta^{(n)}})}{p^2 - m_{f_\beta^{(n)}}^2} \qquad \frac{-i}{p^2 - m_{W^{(n)}}^2} g^{\mu\nu} \quad (3.1)$$

donde se ha implementado la notación de Feynman y  $\beta$  corre sobre los quark tipo *down*. En el caso de los vértices se presentan las Lagrangianas correspondientes, las cuales fueron obtenidas en el capítulo anterior, y las expresiones que de ellas se obtienen.

Una primera Lagrangiana de Kaluza-Klein es [47]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{u_\alpha^{(0)} d_\beta^{(n)} W^{(n)}} &= \frac{g \sin(\theta_{nd_\beta})}{\sqrt{2}} (\kappa_{\alpha\beta} W_\mu^{(n)+} \overline{u_\alpha^{(0)}} \gamma^\mu P_L d_{1,\beta}^{(n)} + \kappa_{\alpha\beta}^* W_\mu^{(n)-} \overline{d_{1,\beta}^{(n)}} \gamma^\mu P_L u_\alpha^{(0)}) \\ &\quad - \frac{g \cos(\theta_{nd_\beta})}{\sqrt{2}} (\kappa_{\alpha\beta} W_\mu^{(n)+} \overline{u_\alpha^{(0)}} \gamma^\mu P_L d_{2,\beta}^{(n)} + \kappa_{\alpha\beta}^* W_\mu^{(n)-} \overline{d_{2,\beta}^{(n)}} \gamma^\mu P_L u_\alpha^{(0)}) \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde  $(n)$  denota el modo excitado de Kaluza-Klein,  $\alpha = u, c, t$  y  $\beta = u, d, b$ . De la cual se deducen los siguientes vértices:

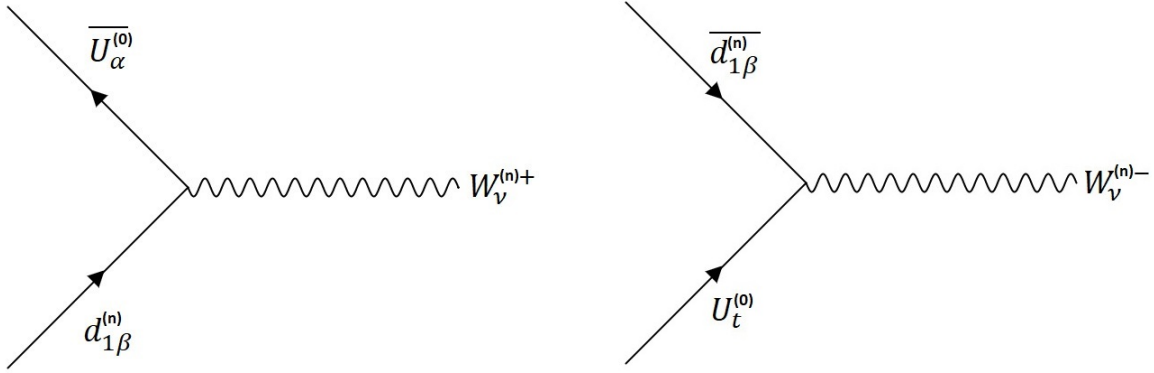


Figura 3.2: v1 y v2

donde al vértice de la izquierda de la figura anterior le corresponde la expresión siguiente

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} \kappa_{\alpha\beta} \gamma^\nu P_L \sin(\theta_{nd_\beta}) \quad (3.3)$$

y al vértice de la derecha la expresión que sigue

$$\frac{ig}{\sqrt{2}} \kappa_{t\beta}^* \gamma^\nu P_L \sin(\theta_{nd_\beta}). \quad (3.4)$$

nuestros siguientes vértices, para la misma Lagrangiana se muestran a continuación

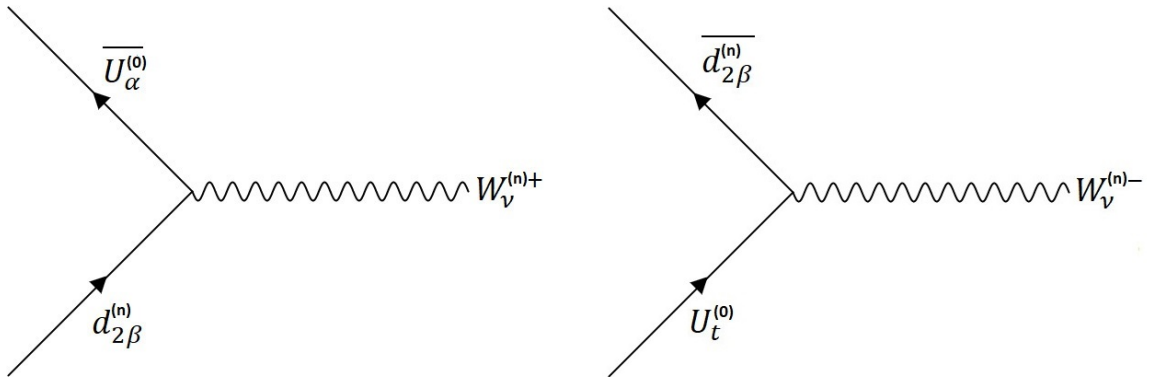


Figura 3.3: v3 y v4

a nuestro vértice de la izquierda corresponde lo siguiente

$$\frac{-ig}{\sqrt{2}} \kappa_{\alpha\beta} \gamma^\nu P_L \cos(\theta_{nd_\beta}) \quad (3.5)$$

y al de la derecha la expresión que sigue

$$\frac{-ig}{\sqrt{2}} \kappa_{t\beta}^* P_L \cos(\theta_{nd_\beta}). \quad (3.6)$$

Además, se tiene [47]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{h^{(0)} d_\beta^{(n)} d_\beta^{(n)}} &= \frac{gm_{d_\beta^{(0)}} \sin(\theta_{nd_\beta}) \cos(\theta_{nd_\beta})}{m_{W^{(0)}}} h^{(0)} \overline{d_{1\beta}^{(n)}} d_{1\beta}^{(n)} \\ &\quad - \frac{gm_{d_\beta^{(0)}} \sin(\theta_{nd_\beta}) \cos(\theta_{nd_\beta})}{m_{W^{(0)}}} h^{(0)} \overline{d_{2\beta}^{(n)}} d_{2\beta}^{(n)} \\ &\quad - \frac{gm_{d_\beta^{(0)}} \cos(2\theta_{nd_\beta})}{2m_{W^{(0)}}} h^{(0)} (\overline{d_{1\beta}^{(n)}} \gamma_5 d_{2\beta}^{(n)} - \overline{d_{2\beta}^{(n)}} \gamma_5 d_{1\beta}^{(n)}) \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde  $(n)$  denota el modo excitado de Kaluza-Klein,  $\gamma_5$  es la quinta matriz gamma de Dirac y  $\beta = u, d, b$ . De la cual se deducen los siguientes vértices:

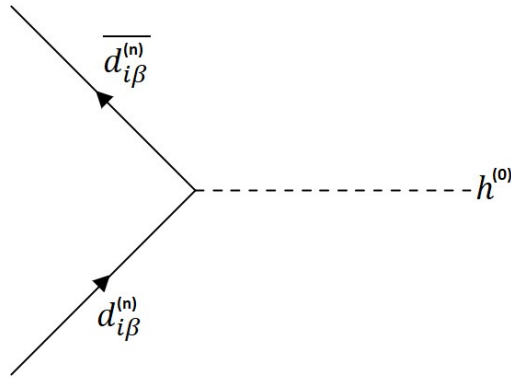


Figura 3.4: v5

donde  $i = 1, 2$ , al cual le corresponde la expresión siguiente:

$$-\frac{igm_{d_\beta^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} \sin(2\theta_{nd_\beta}) \quad (3.8)$$

y los vértices

de los cuales, al vértice de la izquierda le corresponde la siguiente expresión

$$\frac{igm_{d_\beta^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} \cos(2\theta_{nd_\beta}) \quad (3.9)$$

y al de la derecha la expresión que sigue

$$-\frac{igm_{d_\beta^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}} \cos(2\theta_{nd_\beta}) \quad (3.10)$$

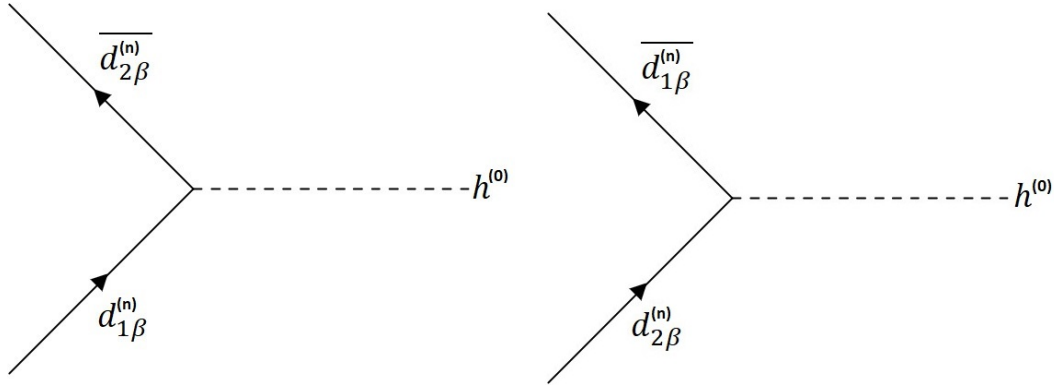


Figura 3.5: v6 y v7

Tenemos la siguiente Lagrangiana [47]

$$\mathcal{L}_{h^{(0)}W^{(n)}W^{(n)}} = gm_{W^{(0)}}h^{(0)}W_\mu^{(n)-}W^{(n)+\mu} \quad (3.11)$$

de la cual se obtiene la siguiente expresión con la expresión correspondiente:

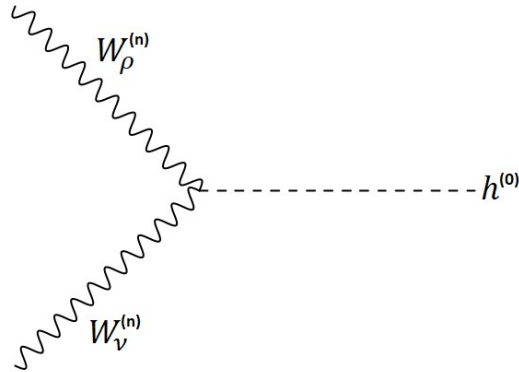


Figura 3.6: v8

$$igm_{W^{(0)}}g_{\rho\nu}. \quad (3.12)$$

La siguiente Lagrangiana se muestra a continuación

$$\mathcal{L}_{h^{(0)}u^{(0)}u^{(0)}} = -\frac{gm_{u_\alpha}}{2m_{W^{(0)}}}h^{(0)}\overline{u_\alpha^{(0)}}u_\alpha^{(0)} \quad (3.13)$$

de la cual se llega al siguiente vértice y su expresión correspondiente

$$-\frac{igm_{u_\alpha^{(0)}}}{2m_{W^{(0)}}}. \quad (3.14)$$

A continuación se muestran dos lagrangianas, la primera correspondiente al ME y la segunda



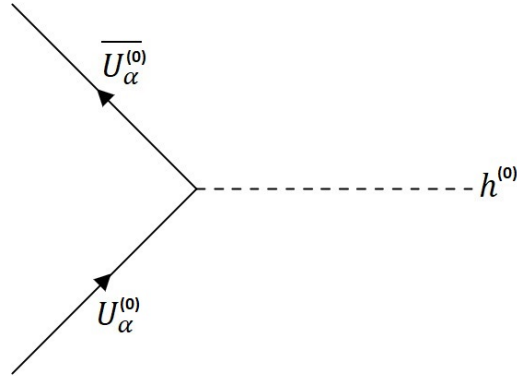


Figura 3.7: v9

al modelo de DE

$$\mathcal{L}_{A^{(0)}f^{(0)}f^{(0)}} = eQ_{f^{(0)}}A_\mu^{(0)}\overline{f^{(0)}}\gamma^\mu f^{(0)} \quad (3.15)$$

$$\mathcal{L}_{A^{(0)}f^{(n)}f^{(n)}} = eQ_{f^{(n)}}A_\mu^{(0)}\overline{f^{(n)}}\gamma^\mu f^{(n)} \quad (3.16)$$

de donde se deduce el siguiente vértice

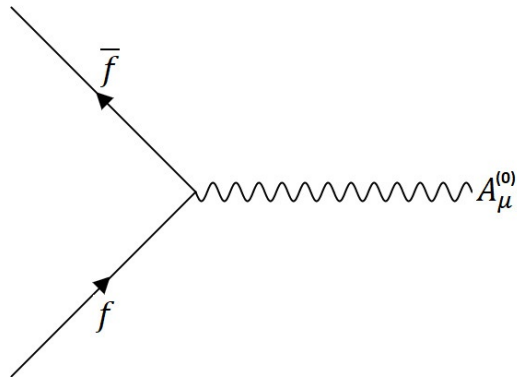


Figura 3.8: v10

y su expresión correspondiente

$$ieQ_f\gamma_\mu \quad (3.17)$$

es importante resaltar que para ambos modelos (ME y DE) se obtiene una misma expresión. Finalmente, una última Lagrangiana es la siguiente [48]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{A^{(0)}W^{(n)}W^{(n)}} = & ig \sin(\theta_W) [F_{\mu\nu} W^{(n)+\mu} W^{(n)-\nu} A_\mu^{(0)} (W^{(n)-\mu\nu} W_\mu^{(n)+} - W^{(n)+\mu\nu} W_\mu^{(n)-})] \\ & - \frac{ig \sin(\theta_W)}{\xi} A_\nu^{(0)} (W^{(n)-\nu} \partial_\mu W^{(n)+\mu} - W^{(n)+\nu} \partial_\mu W^{(n)-\mu}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde  $\theta_W$  es el ángulo de mezcla débil y  $\xi$  define la norma. De la Lagrangiana anterior, tomando la  $\xi = 1$ , se obtiene lo siguiente

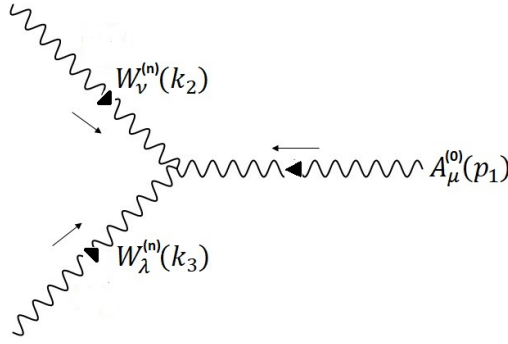


Figura 3.9: v11

$$ie[(k_2 - p_1 + k_3)_\lambda g_{\mu\nu} + (k_3 - k_2)_\mu g_{\lambda\nu} + (p_1 - k_3 - k_2)_\nu g_{\mu\lambda}]. \quad (3.19)$$

Ahora, que ya tenemos todas las reglas de Feynman necesarias, podemos armar todos nuestros diagramas de interés para nuestro cálculo, recordando que se toma la norma de Feynman-'t Hooft, y se excluyen los pseudo bosones de Goldstone y el escalar físico debido a los efectos de la dimensión extra universal, para este cálculo. Cabe mencionar, que para obtener los cuadrimentos de las partículas que circulan en los lazos de los diagramas, se considera que el cuadrimento se conserva en cada vértice, permitiéndonos tomar un cuadrimento de las partículas externas en dependencia de los tres restantes, para este cálculo se tomó como cuadrimento no independiente el asociado al bosón de Higgs, además, la condición de conservación del cuadrimento en los vértices de cada diagrama no nos permite determinar todos los cuadrimentos de las partículas internas, por lo que un cuadrimento,  $q$ , queda indeterminado, al cual, como parte de las reglas de Feynman, le corresponde una integral de cuadrimento por cada lazo en el diagrama dado. Por esta razón debe realizarse una integración sobre todo el espacio de momentos. Dichos diagramas, que son un total de 32, se muestran a continuación en pares y seguidos de una expresión correspondiente

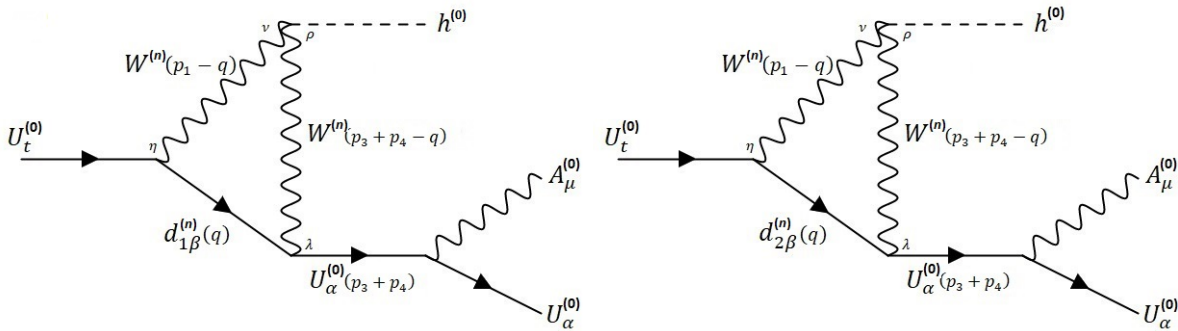


Figura 3.10: d1 y d2

$$\begin{aligned}
 d1 + d2 &= \frac{1}{3} m_{W^{(0)}} g^3 e \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\mu (p_A + p'_u + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\lambda P_L \frac{(\not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{q^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\eta P_L U(p_t, m_t) \quad (3.20) \\
 &\times g^{\lambda\rho} g^{\rho\nu} g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned}$$

donde  $\epsilon_\mu^*$  es el vector de polarización correspondiente el fotón saliente,  $\kappa_{\alpha\beta}$  y  $\kappa_{t\beta}^*$  son elementos de la matriz de Cabibbo–Kobayashi–Maskawa y además, se está implementando la notación de Feynman, es decir,  $\not{p} = \gamma^\mu p_\mu$ . Sin más que agregar, cotinuemos con los diagramas,

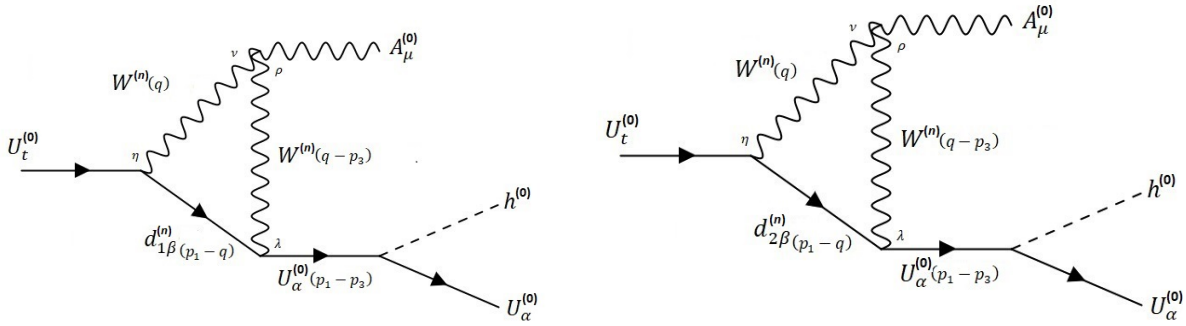


Figura 3.11: d3 y d4

$$\begin{aligned}
 d3 + d4 &= -\frac{1}{4} \frac{m_{u_\alpha^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_t - p_A)^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) (\not{p}_t - \not{p}_A + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\lambda P_L \frac{(\not{p}_t - \not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_t - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\eta P_L U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\lambda\rho} [-p_A^\nu g^{\mu\rho} - q^\mu g^{\rho\nu} + p_A^\rho g^{\nu\mu}] g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^* \quad (3.21)
 \end{aligned}$$

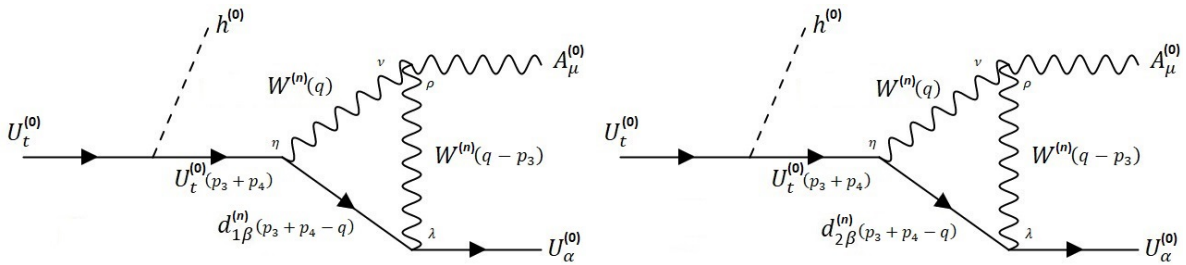


Figura 3.12: d5 y d6



$$\begin{aligned}
 d9 + d10 &= \frac{1}{6} \frac{m_{d_\beta^{(0)}}^2}{m_{W^{(0)}} m_{d_b^{(n)}}} g^3 e \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\mu (p_A + p_u + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \mathbf{P}_L \frac{(p_A + p_u - q + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_A + p_u - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \\
 &\times \frac{(p_t - q + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_t - q)^2 + m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\eta \mathbf{P}_L U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

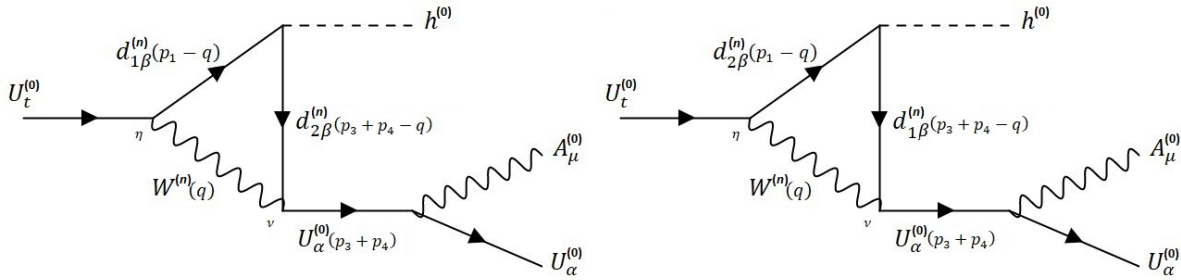


Figura 3.15: d11 y d12

$$d11 + d12 = 0 \tag{3.25}$$

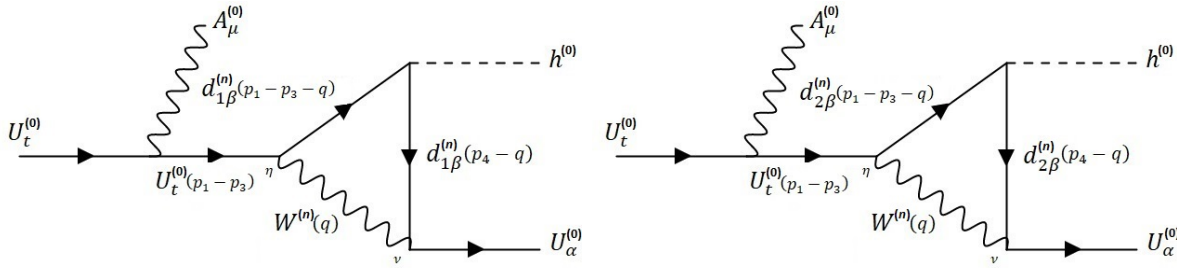


Figura 3.16: d13 y d14

$$\begin{aligned}
 d13 + d14 &= \frac{1}{6} \frac{m_{d_\beta^{(0)}}^2}{m_{W^{(0)}} m_{d_\beta^{(n)}}} g^3 e \frac{1}{(p_t - p_A)^2 - m_t^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \mathbf{P}_L \frac{(p_u - q + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_u - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \frac{(p_t - p_A - q + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_t - p_A - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \\
 &\times \gamma^\eta \mathbf{P}_L (p_t - p_A - m_t) \gamma^\mu U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

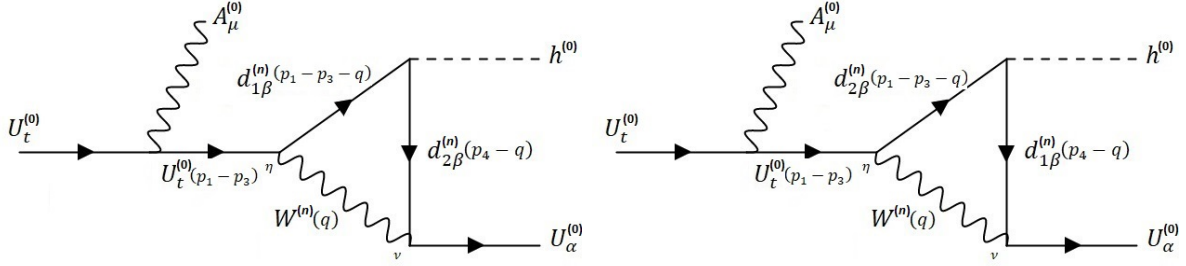


Figura 3.17: d15 y d16

$$d15 + d16 = 0 \quad (3.27)$$

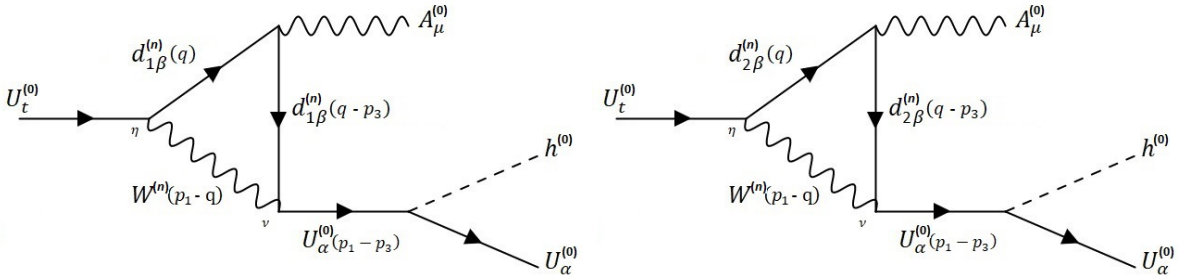


Figura 3.18: d17 y d18

$$\begin{aligned}
 d17 + d18 &= -\frac{1}{12} \frac{m_{u_\alpha^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) (p/A + p/u + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu P_L \frac{(\not{q} - p/A + m_{d_\beta^{(n)}})}{(q - p_A)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \\
 &\times \gamma^\mu \frac{(\not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{q^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\eta P_L U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \quad (3.28)$$

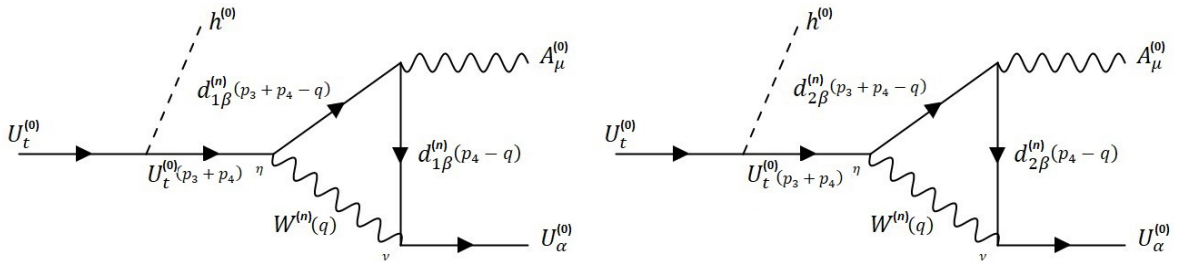


Figura 3.19: d19 y d20

$$\begin{aligned}
 d19 + d20 &= -\frac{1}{12} \frac{m_t}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_t^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \mathbf{P}_L \frac{(p'_u - \not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_u - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\mu \frac{(p'_A + p'_u - \not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_A + p_u - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \\
 &\times \gamma^\eta \mathbf{P}_L (p_A + p'_u + m_t) U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

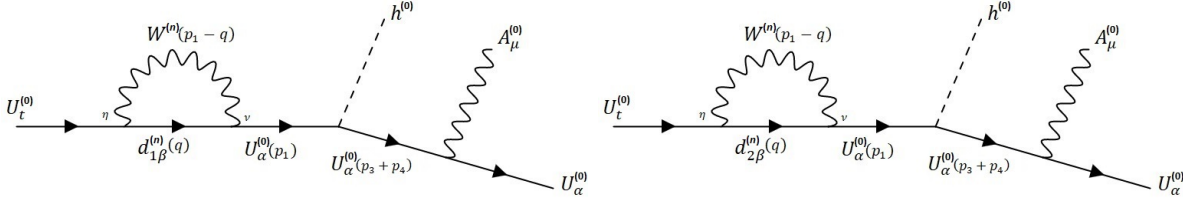


Figura 3.20: d21 y d22

$$\begin{aligned}
 d21 + d22 &= \frac{1}{6} \frac{m_{u_\alpha^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \frac{1}{p_1^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha^{(0)}}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\mu (p'_A + p'_u + m_{u_\alpha^{(0)}}) (\not{p}_t + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \mathbf{P}_L \\
 &\times \frac{(\not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{q^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\eta \mathbf{P}_L U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.30}$$

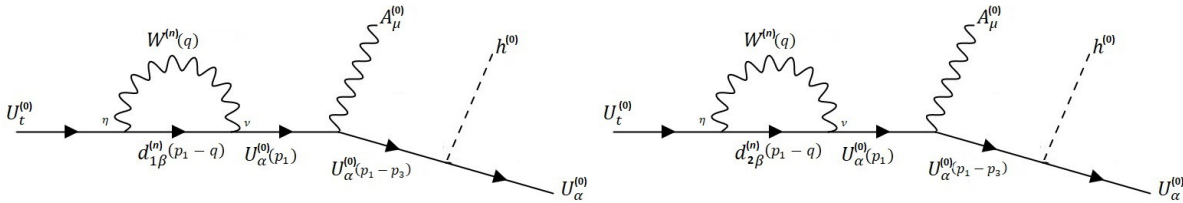


Figura 3.21: d23 y d24

$$\begin{aligned}
 d23 + d24 &= \frac{1}{6} \frac{m_{u_\alpha^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_t - p_A)^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \frac{1}{p_1^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha^{(0)}}, m_{u_\alpha^{(0)}}) (\not{p}_t - \not{p}_A + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\mu (\not{p}_t + m_{u_\alpha^{(0)}}) \\
 &\times \gamma^\nu \text{P}_L \frac{(\not{p}_t - \not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_t - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\eta \text{P}_L U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

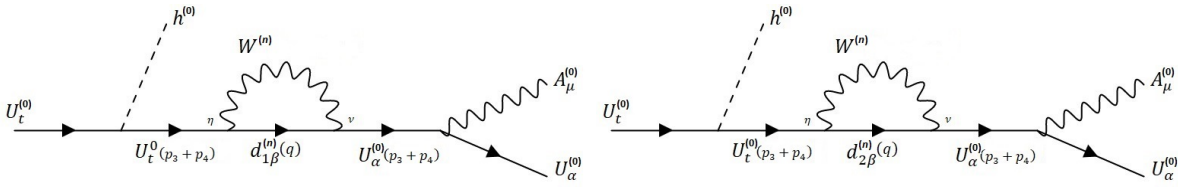


Figura 3.22: d25 y d26

$$\begin{aligned}
 d25 + d26 &= \frac{1}{6} \frac{m_t}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_{u_\alpha^{(n)}}^2} \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_{u_t^{(n)}}^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha^{(0)}}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\mu (p_A + \not{p}'_u + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \text{P}_L \frac{(\not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{q^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \\
 &\times \gamma^\eta \text{P}_L (p_A + \not{p}'_u + m_t) U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

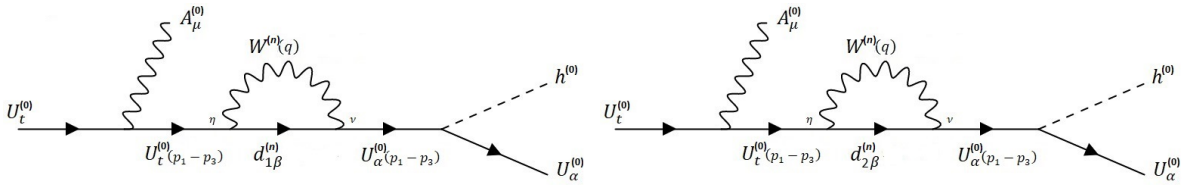


Figura 3.23: d27 y d28



$$\begin{aligned}
 d27 + d28 &= \frac{1}{6} \frac{m_{u_\alpha^{(0)}}}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_t - p_A)^2 - m_{u_\alpha^{(0)}}^2} \frac{1}{(p_t - p_A)^2 - m_t^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) (\not{p}_t - \not{p}_A + m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \text{P}_L \frac{(\not{p}_t - \not{p}_A - \not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{(k_2 - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \\
 &\times \gamma^\eta \text{P}_L (\not{p}_t - \not{p}_A + m_t) \gamma^\mu U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

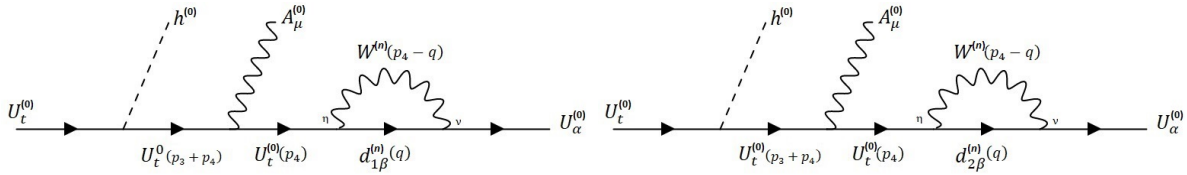


Figura 3.24: d29 y d30

$$\begin{aligned}
 d29 + d30 &= \frac{1}{6} \frac{m_t}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{p_u^2 - m_t^2} \frac{1}{(p_A + p_u)^2 - m_t^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\times \int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \text{P}_L \frac{(\not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{q^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \\
 &\times \gamma^\eta \text{P}_L (\not{p}_u + m_t) \gamma^\mu (\not{p}_A + \not{p}_u + m_t) U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

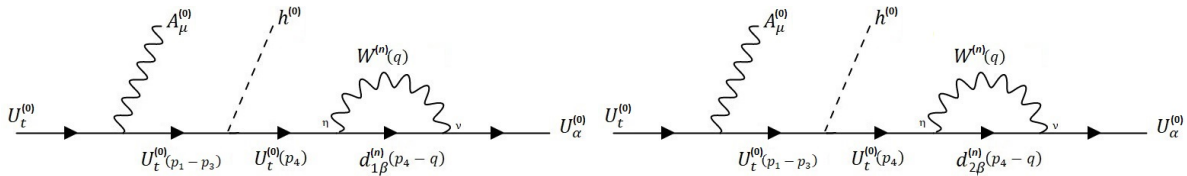


Figura 3.25: d31 y d32

$$\begin{aligned}
 d31 + d32 &= \frac{1}{6} \frac{m_t}{m_{W^{(0)}}} g^3 e \frac{1}{(p_t - p_A)^2 - m_t^2} \frac{1}{p_4^2 - m_t^2} \kappa_{\alpha\beta} \kappa_{t\beta}^* \\
 &\int \frac{d^4 q}{(2\pi)^4} \bar{U}(p_{u_\alpha^{(0)}}, m_{u_\alpha^{(0)}}) \gamma^\nu \text{P}_L \frac{(\not{p}_u - \not{q} + m_{d_\beta^{(n)}})}{(p_u - q)^2 - m_{d_\beta^{(n)}}^2} \gamma^\eta \text{P}_L (\not{p}_u + m_t) (\not{p}_t - \not{p}_A + m_t) \gamma^\mu U(p_t, m_t) \\
 &\times g^{\nu\eta} \epsilon_\mu^*
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Para obtener la contribución total se suman las expresiones anteriores, pero considerando todos los posibles valores de  $\beta$ , es decir, considerando  $d$ ,  $s$  y  $b$ .

## 3.2. Método de Passarino-Veltman

Posteriormente, se aplica el método de reducción de Passarino-Veltman [61], el cual consiste en un reacomodo de términos y en una descomposición covariante de las integrales de lazo, de tal manera que la contribución total se pueda expresar en términos de funciones escalares de Passarino-Veltman ( $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$ , ...). De dicho método, aplicado a este proceso en particular, se obtienen nueve diferentes funciones tipo  $B_0$  y ocho funciones tipo  $C_0$ , las cuales se presentan a continuación

$$\begin{aligned}
 & B_0 \left( 0, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2 \right) \\
 & B_0 \left( 0, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & B_0 \left( 0, m_{W^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & B_0 \left( m_h^2, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2 \right) \\
 & B_0 \left( m_h^2, m_{W^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & B_0 \left( m_t^2, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & B_0 \left( m_{u_\alpha}^2, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & B_0 \left( m_t^2 - 2p_{tA}, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & B_0 \left( m_h^2 - m_t^2 + 2p_{tA} + 2p_{tU}, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right)
 \end{aligned} \tag{3.36}$$

$$\begin{aligned}
 & C_0 \left( 0, m_t^2, m_t^2 - 2p_{tA}, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & C_0 \left( 0, m_t^2, m_t^2 - 2p_{tA}, m_{W^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2, m_{d_\beta}^2 \right) \\
 & C_0 \left( 0, m_{u_\alpha}^2, m_h^2 - m_t^2 + 2p_{tA} + 2p_{tU}, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & C_0 \left( 0, m_{u_\alpha}^2, m_h^2 - m_t^2 + 2p_{tA} + 2p_{tU}, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & C_0 \left( m_h^2, m_t^2, m_h^2 - m_t^2 + 2p_{tA} + 2p_{tU}, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & C_0 \left( m_h^2, m_t^2, m_h^2 - m_t^2 + 2p_{tA} + 2p_{tU}, m_{W^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2, m_{d_\beta}^2 \right) \\
 & C_0 \left( m_h^2, m_{u_\alpha}^2, m_t^2 - 2p_{tA}, m_{d_\beta}^2, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) \\
 & C_0 \left( m_h^2, m_{u_\alpha}^2, m_t^2 - 2p_{tA}, m_{W^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2, m_{d_\beta}^2 \right)
 \end{aligned} \tag{3.37}$$

donde  $p_{tA} = p_t \cdot p_A$  y  $p_{tu} = p_t \cdot p_{U\alpha}$  y  $m_n^2 = m^2 + \left(\frac{n}{R}\right)^2$ . Se debe considerar todos los posibles valores para  $\beta$ , dando como resultado veintitrés funciones  $B_0$  diferentes y veinticuatro  $C_0$ , por cada campo diferente  $u_\alpha$ .

### 3.2.1. Función escalar de dos puntos

La función de Passarino–Veltman  $B_0$  general se define como [43]

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_1^2][(q-p)^2 - m_2^2 + i\epsilon]}, \quad (3.38)$$

donde  $\epsilon \rightarrow 0$  es una cantidad positiva,  $D$  es la dimensión del espacio tiempo dentro del esquema de la regularización dimensional, y  $\mu$ , cuyas unidades son masa, se introduce para corregir unidades. Utilizando el método de la parametrización de Feynman, esta función se puede expresar como

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_1 m_2}{\mu}\right) - \int_0^1 dx \log\left[\frac{x^2 p^2 + x(m_1^2 - m_2^2 - p^2) + m_2^2 - i\epsilon}{m_1 m_2}\right]. \quad (3.39)$$

La integración sobre la variable  $x$ , involucrada en esta expresión, se origina en la parametrización de Feynman. Esta expresión contiene al factor  $\Delta_\epsilon$ , definido aquí como

$$\Delta_\epsilon = \frac{1}{\alpha} - \gamma_E + \log(4\pi), \quad (3.40)$$

donde  $\alpha \rightarrow 0$  y  $\gamma_E$  es la constante de Euler–Mascheroni. Claramente, este factor contiene la divergencia naturalmente emanada de la integral sobre el momento  $q$ .

El argumento del logaritmo en el integrando de la Ec. (3.39) no es otra cosa que un polinomio de grado 2, así que, por el teorema fundamental del álgebra, podemos expresar a éste como un producto de polinomios lineales, para lo que necesitamos hallar las raíces de dicho polinomio. Tenemos diferentes conjuntos de raíces dependiendo de la relación que satisfagan los argumentos de las función  $B_0$

- Si  $p^2 < (m_1 - m_2)^2$ , entonces tenemos las raíces

$$x_\pm = \frac{p^2 + m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \pm \frac{\sqrt{[(m_1 - m_2)^2 - p^2][(m_1 + m_2)^2 - p^2]}}{2p^2} \pm i\epsilon. \quad (3.41)$$

- Si  $p^2 > (m_1 + m_2)^2$ , entonces tenemos las raíces

$$x_\pm = \frac{p^2 + m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \pm \frac{\sqrt{[p^2 - (m_1 - m_2)^2][p^2 - (m_1 + m_2)^2]}}{2p^2} \pm i\epsilon. \quad (3.42)$$

- Si  $(m_1 - m_2)^2 < p^2 < (m_1 + m_2)^2$ , entonces tenemos las raíces

$$x_\pm = \frac{p^2 + m_2^2 - m_1^2}{2p^2} \pm i \frac{\sqrt{[p^2 - (m_1 - m_2)^2][(m_1 + m_2)^2 - p^2]}}{2p^2} \pm \epsilon. \quad (3.43)$$

De acuerdo con el análisis del conjunto de números complejos que se encuentran en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ , se puede verificar que para dos números complejos,  $z_1$  y  $z_2$  se satisface la propiedad

$$\log(z_1 z_2) = \log z_1 + \log z_2 + \eta(z_1, z_2), \quad (3.44)$$

con la función  $\eta(z_1, z_2)$  definida como

$$\eta(z_1, z_2) = 2\pi i [\theta(-\mathfrak{J}(z_1))\theta(-\mathfrak{J}(z_2))\theta(\mathfrak{J}(z_1 z_2)) - \theta(\mathfrak{J}(z_1))\theta(\mathfrak{J}(z_2))\theta(-\mathfrak{J}(z_1 z_2))], \quad (3.45)$$

esto implica que el logaritmo en el integrando de la Ec. (3.39) se puede expresar como una suma de logaritmos

$$\begin{aligned} \log \left[ \frac{x^2 p^2 + x(m_1^2 - m_2^2 - p^2) + m_2^2 - i\epsilon}{m_1 m_2} \right] &= \log \left[ \frac{p^2}{m_1 m_2} (x - x_+)(x - x_-) \right] \\ &= \log \left[ \frac{p^2}{m_1 m_2} \right] + \log(x - x_+) + \log(x - x_-). \end{aligned} \quad (3.46)$$

Las integrales de los logaritmos resultantes del paso anterior se pueden resolver, dando como resultado

$$B_0(p_h, m_1^2, m_2^2) = \Delta_\epsilon + 2 - \log \left[ \frac{p^2}{\mu^2} \right] + x_+ \log \left( \frac{x_+ - 1}{x_+} \right) + x_- \log \left( \frac{x_- - 1}{x_-} \right) - \log[(1 - x_+)(1 - x_-)]. \quad (3.47)$$

Puesto que ya hemos resuelto todas las integrales, nos deshacemos del factor  $\epsilon$  tomando  $\epsilon \rightarrow 0$ .

Sean las siguientes definiciones, las cuales serán útiles posteriormente

$$\hat{s}_\pm \equiv \sqrt{(\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2})^2 - x_p}. \quad (3.48)$$

$$\tilde{s}_\pm \equiv \sqrt{x_p - (\sqrt{x_1} \pm \sqrt{x_2})^2}. \quad (3.49)$$

dadas en términos de las razones  $x_1 = m_1^2/M^2$ ,  $x_2 = m_2^2/M^2$  y  $x_p = m_p^2/M^2$ , siendo  $M$  alguna masa o escala de energía que se toma como referencia. Adicionalmente, suponemos que  $m_1 \neq 0$ ,  $m_2 \neq 0$  y  $p^2 \neq 0$

1. Si  $p^2 < (m_1 - m_2)^2$ , entonces la función  $B_0$  está dada de la siguiente manera

$$\begin{aligned} B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) &= \Delta_\epsilon - \log \left( \frac{M^2}{\mu^2} \right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 \\ &+ 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log \left( \frac{x_2}{x_1} \right) + \frac{\hat{s}_+ \hat{s}_-}{x_p} \log \left( \frac{\hat{s}_+ + \hat{s}_-}{\hat{s}_+ - \hat{s}_-} \right). \end{aligned} \quad (3.50)$$

2. Si  $p^2 > (m_1 - m_2)^2$ , entonces la función  $B_0$  está dada de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
 B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = & \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 \\
 & + 2 + \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + \frac{\tilde{s}_+ \tilde{s}_-}{x_p} \log\left(\frac{\tilde{s}_+ - \tilde{s}_-}{\tilde{s}_+ + \tilde{s}_-}\right).
 \end{aligned} \tag{3.51}$$

3. Si  $(m_1 - m_2)^2 < p^2 < (m_1 + m_2)^2$ , entonces la función  $B_0$  tiene dos casos

▪ Si  $2m_1m_2 < (m_1 + m_2)^2 - p^2 < 4m_1m_2$ , entonces la solución es

$$\begin{aligned}
 B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = & \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 + 2 \\
 & + \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + 2 \frac{\hat{s}_+ \tilde{s}_-}{x_p} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{\hat{s}_+}{\tilde{s}_-} - \frac{\pi}{2} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{3.52}$$

▪ Si  $-4m_1m_2 < (m_1 + m_2)^2 - p^2 < -2m_1m_2$ , entonces la solución es

$$\begin{aligned}
 B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = & \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2 + 2 \\
 & + \frac{1}{2} \left( \frac{x_1 - x_2}{x_p} - \frac{x_1 + x_2}{x_1 - x_2} \right) \log\left(\frac{x_2}{x_1}\right) + 2 \frac{\hat{s}_+ \tilde{s}_-}{x_p} \tan^{-1} \left( \frac{\tilde{s}_-}{\hat{s}_+} \right).
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

En general, puede ocurrir que algunos de los argumentos de la función  $B_0$  sean iguales a 0 y/o iguales entre sí. Al respecto, tenemos los siguientes casos:

1. Si  $p^2 = 0$ ,  $m_1 \neq 0$  y  $m_1 = m_2$ , entonces la solución es

$$B_0(0, m_1, m_1) = \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) - \log x_1. \tag{3.54}$$

2. Si  $p^2 = 0$ ,  $m_1 \neq 0$ ,  $m_2 \neq 0$ , y  $m_1 \neq m_2$ , entonces la solución es

$$B_0(0, m_1, m_1) = \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 1 - \frac{x_1}{x_1 - x_2} \log x_1 + \frac{x_2}{x_1 - x_2} \log x_2. \tag{3.55}$$

3. Si  $p^2 \neq 0$ ,  $m_1 = m_2$  y  $2m_1^2 < p^2 < 4m_1^2$  entonces la solución es

$$\begin{aligned}
 B_0(p^2, m_1, m_1) = & \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 2 - \log x_1 - \pi \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{4x_p}} \\
 & + 2 \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{4x_p}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{4x_p}}.
 \end{aligned} \tag{3.56}$$

4. Si  $p^2 \neq 0$ ,  $m_1 = m_2$  y  $p^2 > 4m_1^2$  entonces la solución es

$$\begin{aligned}
 B_0(p^2, m_1, m_1) = & \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 2 - \log x_1 + i\pi \frac{\sqrt{x_p(x_p - 4x_1)}}{x_p} \\
 & + 2 \frac{\sqrt{x_p(x_p - 4x_1)}}{x_p} \log\left(\frac{\sqrt{x_p} - \sqrt{x_p - 4x_1}}{2\sqrt{x_1}}\right).
 \end{aligned} \tag{3.57}$$

5. Si  $p^2 \neq 0$ ,  $m_1 = m_2$  y  $p^2 < 2m_1^2$  entonces la solución es

$$\begin{aligned}
 B_0(p^2, m_1, m_1) = & \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{M^2}{\mu^2}\right) + 2 - \log x_1 - \pi \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{x_p}} \\
 & + 2 \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{x_p}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{4x_1 - x_p}{x_p}}.
 \end{aligned} \tag{3.58}$$

Hasta aquí hemos deducido todas las soluciones de la función  $B_0$  que serán útiles para realizar el cálculo del Branching ratio, además, es importante mencionar que algunos de los argumentos de las  $B_0$ , que se encontraron en el método de Reducción de Passarino-Veltman, son masas de Kaluza-Klein, estos son:  $m_{W^{(n)}}^2 = m_W^2 + \left(\frac{n}{R}\right)^2$  y  $m_{d_\beta^{(n)}}^2 = m_{d_\beta}^2 + \left(\frac{n}{R}\right)^2$ , y sus valores son mayores 1.4TeV [46]. Con base en esto, se eligieron las soluciones correctas para las funciones  $B_0$  halladas. Finalmente, se realizó una expansión en serie de Taylor alrededor de  $r$ , obteniéndose los siguientes resultados:

$$\begin{aligned}
 B_0\left(0, m_{d_\beta^{(n)}}^2, m_{d_\beta^{(n)}}^2\right) & \approx \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2}\right) + \frac{R^2(m_W^2 - m_{d_\beta}^2)}{n^2} \\
 B_0\left(0, m_{d_\beta^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2\right) & \approx \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2}\right) + \frac{R^2(m_W^2 - m_{d_\beta}^2)}{2n^2} \\
 B_0\left(0, m_{W^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2\right) & \approx \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2}\right) \\
 B_0\left(m_h^2, m_{d_\beta^{(n)}}^2, m_{d_\beta^{(n)}}^2\right) & \approx \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2}\right) + \frac{R^2(-6m_{d_\beta}^2 + m_h^2 + 6m_W^2)}{6n^2} \\
 B_0\left(m_h^2, m_{W^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2\right) & \approx \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2}\right) + \frac{m_h^2 R^2}{6n^2} \\
 B_0\left(m_t^2, m_{d_\beta^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2\right) & \approx \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2}\right) + \frac{R^2(-3m_{d_\beta}^2 + m_t^2 + 3m_W^2)}{6n^2} \\
 B_0\left(m_{ua}^2, m_{d_\beta^{(n)}}^2, m_{W^{(n)}}^2\right) & \approx \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2}\right) + \frac{R^2(-3m_{d_\beta}^2 + m_{ua}^2 + 3m_W^2)}{6n^2}
 \end{aligned} \tag{3.59}$$

$$\begin{aligned}
 B_0 \left( m_t^2 - 2p_{tA}, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) &\approx \Delta_\epsilon - \log \left( \frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2} \right) + \frac{R^2 \left( -3m_{d_\beta}^2 + m_t^2 + 3m_W^2 - 2p_{tA} \right)}{6n^2} \\
 B_0 \left( m_h^2 - m_t^2 + 2p_{tA} + 2p_{tu}, m_{d_\beta}^2, m_{W^{(n)}}^2 \right) &\approx \Delta_\epsilon - \log \left( \frac{m_{W^{(n)}}^2}{\mu^2} \right) \\
 &+ \frac{R^2 \left( -3m_{d_\beta}^2 + m_h^2 - m_t^2 + 3m_W^2 + 2(p_{tA} + p_{tu}) \right)}{6n^2}
 \end{aligned}$$

recordemos que  $\Delta_\epsilon = \frac{1}{\alpha} - \gamma_E + \log(4\pi)$ .

### 3.2.2. Función escalar de tres puntos

La función de Passarino–Veltman  $C_0$  general se define como

$$C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{(q^2 - m_0)((q + p_1)^2 - m_1)((q + p_2)^2 - m_2)}. \quad (3.60)$$

Consideremos la formula

$$\frac{1}{ABD} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{[xA + yB + (1-x-y)C]^3}. \quad (3.61)$$

Hacemos  $A \equiv q^2 - m_0^2$ ,  $B \equiv (q + p_1)^2 - m_1^2$  y  $C \equiv (q + p_2)^2 - m_2^2$  de tal manera que

$$xA + yB + (1-x-y)C = [q + yp_1 + (1-x-y)p_2]^2 - \mathbf{R}, \quad (3.62)$$

donde se ha definido

$$\mathbf{R} \equiv xm_0^2 + ym_1^2 + (1-x-y)m_2^2 + y(y-1)p_1^2 + (x+y-1)(x+y)p_2^2 + 2y(1-x-y)p_1 \cdot p_2. \quad (3.63)$$

Usando este resultado, expresamos a nuestra función escalar  $C_0$  como

$$\begin{aligned}
 &C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) \\
 &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{\Gamma(3)}{[[q + yp_1 + (1-x-y)p_2]^2 - \mathbf{R}]^3}. \quad (3.64)
 \end{aligned}$$

Consideremos el cambio de variable  $l = q + yp_1 + (1-x-y)p_2$ , cuyo Jacobiano de la transformación es igual a +1, y haciendo uso del conocimiento de integrales d-dimensionales en el espacio de Minkowski [44], con lo que la función  $C_0$  se escribe como

$$\begin{aligned}
 C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int d^D l \frac{\Gamma(3)}{[l^2 - \mathbf{R}]^3} \\
 &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (2\pi)^D \Gamma(3) \frac{(-1)^3 i}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(3 - \frac{D}{2})}{\Gamma(3)} \left( \frac{1}{\mathbf{R}} \right)^{3 - \frac{D}{2}} \\
 &= - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{\mathbf{R}}, \quad (3.65)
 \end{aligned}$$

por lo tanto,

$$\begin{aligned}
 & C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_0, m_1, m_2) \\
 &= - \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [xm_0^2 + ym_1^2 + (1-x-y)m_2^2 + y(y-1)p_1^2 \\
 &+ (x+y-1)(x+y)p_2^2 + 2y(1-x-y)p_1 \cdot p_2]^{-1}.
 \end{aligned} \tag{3.66}$$

déspués de particularizarla a cada una de nuestras  $C_0$ , análogo a lo hecho con las funciones  $B_0$ , se realizó una expansión en serie de Taylor alrededor de  $r$ . De todas las funciones  $C_0$  se obtuvo el mismo resultado

$$C_0 \approx -\frac{R^2}{2n^2} \tag{3.67}$$

de igual manera que con las funciones  $B_0$ , se ha tomado una aproximación con respecto a  $R$ , donde  $R$  es el radio de compactificación y  $(n)$  enumera el modos excitados de Kaluza-Klein.

### 3.3. Matriz CKM

En el Modelo Estándar la masa y mezcla de los quarks tienen el mismo origen, estas provienen de la interacción de Yukawa de los quarks con el condensado del Higgs, cuando el campo del Higgs adquiere su valor de expectación en el vacío las masas de los quarks son generadas. Para obtener los estados físicos de los quarks es necesario diagonalizar la matriz de masas de los quarks tipo *up* y *down* con la ayuda de cuatro matrices unitarias  $V_{LR}^{ud}$ . Después de la diagonalización se tiene que el  $W^\pm$  se acopla a los quarks físicos de tipo *up* y *down* con acoplamientos dados por la matriz CKM. Esta matriz CKM es una matriz unitaria  $3 \times 3$ , la cual se define como

$$\kappa \equiv V_L^u V_L^{d\dagger} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \kappa_{ud} & \kappa_{us} & \kappa_{ub} \\ \kappa_{cd} & \kappa_{cs} & \kappa_{cb} \\ \kappa_{td} & \kappa_{ts} & \kappa_{tb} \end{pmatrix}. \tag{3.68}$$

Esta puede ser parametrizada por tres ángulos de mezcla y una fase compleja que viola CP [45], una convención estándar es la siguiente

$$\begin{aligned}
 \kappa &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},
 \end{aligned} \tag{3.69}$$

donde  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ ,  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  y  $\delta$  es la fase responsable de todos los fenómenos de violación de CP en los procesos de cambio de sabor en el Modelo Estándar. Los ángulos  $\theta_{ij}$ , pueden ser elegidos en el primer cuadrante de tal manera que  $s_{ij}, c_{ij} \geq 0$ .



Usando los parametros de Wolfenstein, se definen [45]

$$\begin{aligned}
 s_{12} = \lambda &= \frac{|V_{us}|}{\sqrt{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2}}, & s_{23} &= A\lambda^2 = \lambda \left| \frac{V_{cb}}{V_{us}} \right|, \\
 s_{13} e^{i\epsilon} = V_{ub}^* &= A\lambda^3(\rho + i\eta) = \frac{A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta})\sqrt{1 - A^2\lambda^4}}{\sqrt{1 - \lambda^2[1 - A^2\lambda^4(\bar{\rho} + i\bar{\eta})]}},
 \end{aligned} \tag{3.70}$$

estas relaciones aseguran que  $\bar{\rho} + i\bar{\eta} = -(V_{ud}V_{ub}^*)/(V_{cd}V_{cb}^*)$  es independiente de la convención de la fase y la matriz CKM escrita en terminos de  $\lambda$ ,  $A$ ,  $\bar{\rho}$  y  $\bar{\eta}$  es unitaria para todos los órdenes en  $\lambda$ .

Los elementos de la matriz CKM son parámetros fundamentales del Modelo Estándar, por eso su determinación precisa es importante. Los elementos de la matriz CKM se pueden determinar con mayor precisión utilizando un ajuste global para todas las mediciones disponibles e imponiendo las restricciones del Modelo Estándar. Las restricciones implicadas por la unitariedad de la matriz CKM de tres generaciones reducen significativamente el rango permitido de algunos de los elementos de la matriz CKM. El ajuste para los parámetros de Wolfenstein definidos en la Ec. (3.69) dan

$$\begin{aligned}
 \lambda &= 0.22453 \pm 0.00044, & A &= 0.836 \pm 0.015, \\
 \bar{\rho} &= 0.122_{-0.017}^{+0.018}, & \bar{\eta} &= 0.355_{-0.011}^{+0.012},
 \end{aligned} \tag{3.71}$$

finalmente, los resultados de ajuste para los valores absolutos de los nueve elementos de la matriz CKM son [45]

$$\kappa = \begin{pmatrix} 0.97446 \pm 0.00010 & 0.22452 \pm 0.00044 & 0.00365 \pm 0.00012 \\ 0.22438 \pm 0.00044 & 0.97359_{-0.00011}^{+0.00010} & 0.04214 \pm 0.00076 \\ 0.00896_{-0.00023}^{+0.00024} & 0.04133 \pm 0.00074 & 0.999105 \pm 0.000032 \end{pmatrix}. \tag{3.72}$$

### 3.4. Tasa de decaimiento

Primero, para este decaimiento, en el contexto de una Dimensión Extra Universal, se tiene la siguiente amplitud de transición:

$$\sum_{\beta=d,b,s} \mathcal{M}_{t \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}}^{d_\beta^{(n)}} = \mathcal{M}_{t \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}}^{d^{(n)}} = \mathcal{M}_{\text{ME}} + \mathcal{M}_{\text{KK}} \tag{3.73}$$

esto es, que en el amplitud de transición total se puede tomar como dos contribuciones separadas, la primera,  $\mathcal{M}_{\text{ME}}$ , debido a contribuciones únicamente del Modelo Estándar, es decir, el modo (0) de la torre de modos de Kaluza-Klein, y el segundo término,  $\mathcal{M}_{\text{KK}}$ , correspondiente a los modos excitados de Kaluza-Klein. Posteriormente, se obtuvo el hermitiano conjugado de la amplitud de transición total,

$$\mathcal{M}_{t \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}}^{d^{(n)\dagger}} = \mathcal{M}_{\text{ME}}^\dagger + \mathcal{M}_{\text{KK}}^\dagger \tag{3.74}$$

para así, obtener la amplitud cuadrática media, promediando sobre estados de espín y sumando sobre estados de helicidad, esto es

$$\begin{aligned}
 \left| \overline{\mathcal{M}_{t \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}}^{d_\beta^{(n)}}} \right|^2 &= \frac{1}{2} \sum_{s_{u_\alpha} = \pm} \sum_{s_t = \pm} \mathcal{M}_{t \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}}^{d^{(n)\dagger} \dagger} \mathcal{M}_{t \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}}^{d^{(n)}} \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{s_{u_\alpha} = \pm} \sum_{s_t = \pm} \left( \mathcal{M}_{\text{ME}}^\dagger + \mathcal{M}_{\text{KK}}^\dagger \right) \left( \mathcal{M}_{\text{ME}} + \mathcal{M}_{\text{KK}} \right) \\
 &= \frac{1}{2} \sum_{s_{u_\alpha} = \pm} \sum_{s_t = \pm} \left( |\mathcal{M}_{\text{ME}}|^2 + 2 \operatorname{Re} \{ \mathcal{M}_{\text{KK}} \mathcal{M}_{\text{ME}} \} + |\mathcal{M}_{\text{KK}}|^2 \right)
 \end{aligned} \tag{3.75}$$

en este trabajo de tesis solo se lleva a cabo el cálculo generado por  $\mathcal{M}_{\text{KK}}$ . Para simplificar la notación se define lo siguiente

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 \equiv \frac{1}{2} \sum_{s_{u_\alpha} = \pm} \sum_{s_t = \pm} |\mathcal{M}_{\text{KK}}|^2 \tag{3.76}$$

esta última expresión depende de manera explícita de  $p_{tA} = p_t \cdot p_A$  y  $p_{tu} = p_t \cdot p_{U\alpha}$ ,  $m_t^2$ ,  $m_h^2$ ,  $m_{u_\alpha}^2$ ,  $m_d^2$ ,  $m_b^2$ ,  $m_s^2$ ,  $m_W^2$ , además de los parámetros añadidos debido a este modelo,  $r$  y  $n$ , este último será tratado a continuación.

Otra forma de expresar  $\mathcal{M}_{\text{KK}}$  es la siguiente [49]

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}_{\text{KK}} &= \sum_{(n)=1}^{\infty} \left( \mathcal{M}_{2\text{KK}} \frac{R^2}{n^2} + \mathcal{M}_{4\text{KK}} \frac{R^4}{n^4} + \mathcal{M}_{6\text{KK}} \frac{R^6}{n^6} + \dots \right) \\
 &= \left( \mathcal{M}_{2\text{KK}} R^2 \sum_{(n)=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} + \mathcal{M}_{4\text{KK}} R^4 \sum_{(n)=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} + \mathcal{M}_{6\text{KK}} R^6 \sum_{(n)=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} + \dots \right) \\
 &= \left( \mathcal{M}_{2\text{KK}} R^2 \zeta(2) + \mathcal{M}_{4\text{KK}} R^4 \zeta(4) + \mathcal{M}_{6\text{KK}} R^6 \zeta(6) + \dots \right) \\
 &= \sum_{l=1}^{\infty} \left( \mathcal{M}_{2l\text{KK}} R^{2l} \right) \zeta(2l),
 \end{aligned} \tag{3.77}$$

$$\therefore \mathcal{M}_{\text{KK}} \approx \frac{\pi^2}{6} \mathcal{M}_{2\text{KK}} R^2 \tag{3.78}$$

donde  $\zeta(m)$  es la función zeta de Riemann dada como  $\zeta(m) = \sum_{(m)=1}^{\infty} \frac{1}{n^m}$ . Esta aproximación es válida debido a la escala de compactificación ya antes mencionada.

Esta última perspectiva para la amplitud de transición es muy relevante, ya que si nosotros tomamos  $R \rightarrow 0$  entonces  $\mathcal{M}_{\text{KK}} \rightarrow 0$ , y por lo tanto  $\mathcal{M}_{t \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}}^{d^{(n)}}$  desapareciendo todo rastro de la dimensión extra. Esta prueba de consistencia de la teoría es de gran importancia porque nos dice que la teoría es desacoplante [50].

Posteriormente, la tasa de decaimiento, para este decaimiento a tres cuerpos, está dada

por la siguiente ecuación

$$\Gamma = \int \frac{d^3 \vec{p}_h}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \vec{p}_A}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 \vec{p}_u}{(2\pi)^3} \frac{(2\pi)^4 \delta^4(p_h + p_A + p_u - p_t)}{2m_t} \frac{1}{2E_{\vec{p}_h}} \frac{1}{2E_{\vec{p}_A}} \frac{1}{2E_{\vec{p}_{u_\alpha}}} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (3.79)$$

siendo  $|\overline{\mathcal{M}}|^2$  la amplitud cuadrática media y las energías relativistas  $E_{\vec{p}_h}$ ,  $E_{\vec{p}_A}$  y  $E_{\vec{p}_{u_\alpha}}$  están dadas como

$$\begin{aligned} E_{\vec{p}_t} &= \sqrt{\vec{p}_t^2 + m_t^2} = \sqrt{m_t^2} \\ E_{\vec{p}_h} &= \sqrt{\vec{p}_h^2 + m_h^2} \\ E_{\vec{p}_A} &= \sqrt{\vec{p}_A^2 + m_A^2} = \sqrt{\vec{p}_A^2} \\ E_{\vec{p}_{u_\alpha}} &= \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2}. \end{aligned} \quad (3.80)$$

Separamos la delta de Dirac cuadrimensional como sigue

$$\begin{aligned} \delta^4(p_h + p_A + p_u - p_t) &= \delta(p_h^0 + p_A^0 + p_{u_\alpha}^0 - p_t^0) \delta^3(\vec{p}_h + \vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha} - \vec{p}_t) \\ &= \delta(E_{\vec{p}_h} + E_{\vec{p}_A} + E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - E_{\vec{p}_t}) \delta^3(\vec{p}_h + \vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha} - \vec{p}_t) \end{aligned} \quad (3.81)$$

y aplicándola a la expresión de la tasa de decaimiento tenemos

$$\Gamma = \frac{1}{2^9 \pi^5 m_t} \int \frac{d^3 \vec{p}_h}{E_{\vec{p}_h}} \int \frac{d^3 \vec{p}_A}{E_{\vec{p}_A}} \int \frac{d^3 \vec{p}_u}{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}} \delta(p_h^0 + p_A^0 + p_{u_\alpha}^0 - p_t^0) \delta^3(\vec{p}_h + \vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha} - \vec{p}_t) |\overline{\mathcal{M}}|^2. \quad (3.82)$$

Por otro lado, tenemos que se cumple conservación de momento lineal, entonces se cumple lo siguiente

$$\vec{p}_t = \vec{p}_h + \vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha} \quad \Rightarrow \quad \vec{p}_h = \vec{p}_t - \vec{p}_A - \vec{p}_{u_\alpha} = -\vec{p}_A - \vec{p}_{u_\alpha}, \quad (3.83)$$

dado que se está en el marco de reposo de la partícula inicial. Además, dado que el cálculo de  $\mathcal{M}$  se realizó escribiendo  $p_h$  en términos del resto de los cuadrimentos externos mediante

$$p_t = p_h + p_A + p_{u_\alpha} \quad \Rightarrow \quad p_h = p_t - p_A - p_{u_\alpha}, \quad (3.84)$$

de modo que, usando la delta de Dirac tridimensional para eliminar la integral múltiple con respecto de  $p_h$  tenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{16(2\pi)^5 m_t} \int d^3 \vec{p}_A \int d^3 \vec{p}_u \frac{1}{\sqrt{(\vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha})^2 + m_h^2}} \frac{1}{\sqrt{\vec{p}_A^2}} \frac{1}{\sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2}} \\ &\quad \times \delta\left(\sqrt{(\vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha})^2 + m_h^2} + \sqrt{\vec{p}_A^2} + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2} - \sqrt{m_t^2}\right) |\overline{\mathcal{M}}|^2. \end{aligned} \quad (3.85)$$

Ahora, se realizará un primer cambio de variable. Consideremos el marco de referencia que se muestra en la Figura 3.26

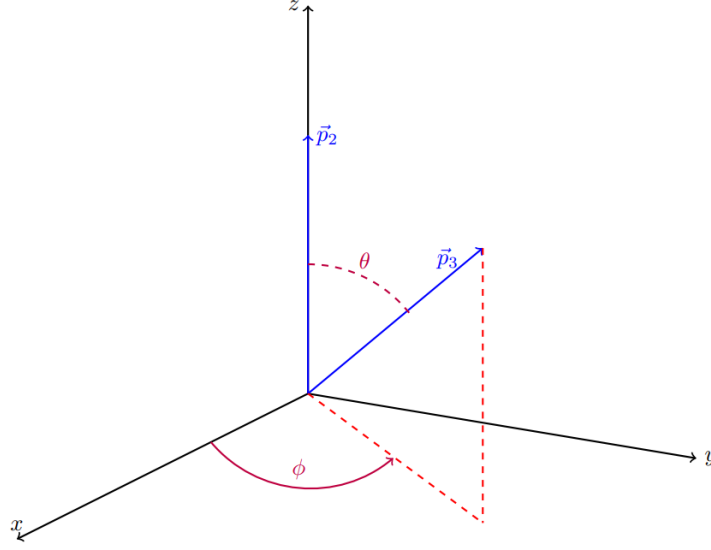


Figura 3.26: Marco de referencia

con respecto de dicho marco, el ángulo  $\theta$  entre  $\vec{p}_A$  y  $\vec{p}_{u_\alpha}$  coincide con el ángulo polar asociado a  $\vec{p}_A$  en coordenadas esféricas. Definamos el siguiente cambio de variable

$$p_A^1 = |\vec{p}_A| \cos(\phi) \sin(\theta) \quad p_A^2 = |\vec{p}_A| \sin(\phi) \sin(\theta) \quad p_A^3 = |\vec{p}_A| \cos(\theta) \quad (3.86)$$

cuyo Jacobiano es

$$J = |\vec{p}_A|^2 \sin(\theta) \quad (3.87)$$

y la nueva región de integración se define a continuación

$$0 \leq |\vec{p}_A| < \infty \quad 0 \leq \phi < 2\pi \quad 0 \leq \theta < \pi \quad (3.88)$$

por lo tanto, ahora la tasa de decaimiento está dada por la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{16(2\pi)^5 m_t} \int d^3 \vec{p}_u \int_0^\infty d|\vec{p}_A| \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta |\vec{p}_A|^2 \sin(\theta) \\ &\times \frac{1}{\sqrt{|\vec{p}_A|^2 + 2|\vec{p}_A||\vec{p}_{u_\alpha}| \cos(\theta) + \vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_h^2}} \frac{1}{|\vec{p}_A|} \frac{1}{\sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2}} \\ &\times \delta \left( \sqrt{|\vec{p}_A|^2 + 2|\vec{p}_A||\vec{p}_{u_\alpha}| \cos(\theta) + \vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_h^2} + |\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2} - m_t \right) |\overline{\mathcal{M}}|^2. \end{aligned} \quad (3.89)$$

Definamos la siguiente variable

$$\begin{aligned} z &= (p_A + p_{u_\alpha})^2 = (p_A^0 + p_{u_\alpha}^0)^2 - (\vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha})^2 = (E_{\vec{p}_A} + E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 - (\vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha})^2 \\ &= (|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 - (\vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha})^2 \end{aligned} \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (\vec{p}_A + \vec{p}_{u_\alpha})^2 &= (|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 - z \\ &= |\vec{p}_A|^2 + 2|\vec{p}_A||\vec{p}_{u_\alpha}| \cos(\theta) + \vec{p}_{u_\alpha}^2, \end{aligned} \quad (3.91)$$

de este modo

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{16(2\pi)^5 m_t} \int d^3 \vec{p}_{u_\alpha} \int_0^\infty d|\vec{p}_A| \int_0^{2\pi} \int_0^\pi d\theta |\vec{p}_A|^2 \sin(\theta) \\ &\times \frac{1}{\sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 - z + m_h^2}} \frac{1}{|\vec{p}_A|} \frac{1}{\sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2}} \\ &\times \delta \left( \sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 - z + m_h^2} + |\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2} - m_t \right) |\mathcal{M}|^2. \end{aligned} \quad (3.92)$$

Por otro lado, tenemos que por conservación de cuadrimento se satisface la relación

$$p_t = p_h + p_A + p_{u_\alpha}, \quad (3.93)$$

de modo que solo hay 3 cuadrimentos independientes los cuales se eligieron  $p_t$ ,  $p_A$  y  $p_{u_\alpha}$ , de modo que

$$p_h = p_t - p_A - p_{u_\alpha}, \quad (3.94)$$

así que  $\mathcal{M}$  se escribe en términos de los productos escalares siguientes

$$\begin{aligned} p_t &= m_t^2 & p_h &= m_h^2 & p_A &= 0 & p_u &= m_{u_\alpha}^2 \\ p_t \cdot p_A &= m_t |\vec{p}_A|^2 \\ p_t \cdot p_u &= m_t \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2} \\ p_A \cdot p_u &= |\vec{p}_A| \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2} + 2|\vec{p}_A||\vec{p}_{u_\alpha}| \cos(\theta), \end{aligned} \quad (3.95)$$

así que  $\mathcal{M}$  no depende del ángulo acimutal  $\phi$ , por lo que la integral  $\int_0^{2\pi} d\phi = 2\pi$  puede realizarse directamente. Así, tenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{16(2\pi)^5 m_t} \int d^3 \vec{p}_u \int_0^\infty d|\vec{p}_A| 2\pi \int_0^\pi d\theta |\vec{p}_A| \sin(\theta) \\ &\times \frac{1}{\sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 - z + m_h^2}} \frac{1}{\sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2}} \\ &\times \delta \left( \sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 - z + m_h^2} + |\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u_\alpha}^2 + m_{u_\alpha}^2} - m_t \right) |\mathcal{M}|^2. \end{aligned} \quad (3.96)$$

Consideremos un nuevo cambio de variable, este es

$$\theta = \cos^{-1}(w) \iff w = \cos(\theta), \quad (3.97)$$

donde  $-1 \leq w < 1$ . El Jacobiano asociado al cambio de variable es

$$J = \left| \frac{d\theta}{dw} \right| = \left| \frac{d \cos^{-1}(w)}{dw} \right| = \left| -\frac{1}{\sqrt{1-w^2}} \right|, \quad (3.98)$$

entonces

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{16(2\pi)^4 m_t} \int d^3 \vec{p}_u \int_0^\infty d|\vec{p}_A| \int_{-1}^1 dw \frac{\sqrt{1-w^2}}{\sqrt{1-w^2}} |\vec{p}_A| \\ &\times \frac{1}{\sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u\alpha}^2 + m_{u\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z|_{\cos(\theta)=w}}}} \frac{1}{\sqrt{\vec{p}_{u\alpha}^2 + m_{u\alpha}^2}} \\ &\times \delta \left( \sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u\alpha}^2 + m_{u\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z|_{\cos(\theta)=w}} + |\vec{p}_A| + \sqrt{\vec{p}_{u\alpha}^2 + m_{u\alpha}^2} - m_t \right) \\ &\times |\overline{\mathcal{M}}|_{\cos(\theta)=w}^2. \end{aligned} \quad (3.99)$$

Ahora realizaremos un cambio de variable sobre  $\vec{p}_{u\alpha}$ , definido por la transformación

$$\begin{aligned} p_u^1 &= |\vec{p}_{u\alpha}| \cos(\eta) \sin(\xi) \\ p_u^2 &= |\vec{p}_{u\alpha}| \sin(\eta) \sin(\xi) \\ p_u^3 &= |\vec{p}_{u\alpha}| \cos(\xi), \end{aligned} \quad (3.100)$$

con

$$0 \leq |\vec{p}_{u\alpha}| < \infty \quad 0 \leq \eta < 2\pi \quad 0 \leq \xi < \pi \quad (3.101)$$

donde el Jacobiano de esta transformación es

$$J = |\vec{p}_{u\alpha}|^2 \sin(\xi), \quad (3.102)$$

al implementar el cambio de variable sobre la tasa de decaimiento, encontramos la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{16(2\pi)^4 m_t} \int_0^\infty d|\vec{p}_u| \int_0^{2\pi} d\eta \int_0^\pi d\xi |\vec{p}_{u\alpha}|^2 \sin(\xi) \int_0^\infty d|\vec{p}_A| \int_{-1}^1 dw |\vec{p}_A| \\ &\times \frac{1}{\sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z|_{\cos(\theta)=w}}}} \frac{1}{\sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2}} \\ &\times \delta \left( \sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z|_{\cos(\theta)=w}} + |\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2} - m_t \right) \\ &\times |\overline{\mathcal{M}}|_{\cos(\theta)=w}^2, \end{aligned} \quad (3.103)$$

recordando lo discutido sobre las variables que definen a  $\mathcal{M}$ , notamos que la amplitud cuadrática media es independiente de los ángulos  $\eta$  y  $\xi$ , y que solo depende de  $|\vec{p}_{u\alpha}|$ , entonces se pueden realizar directamente las integrales  $\int_0^{2\pi} d\eta \int_0^\pi d\xi \sin(\xi) = 4\pi$ . Por lo tanto, encon-

tramos la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{1}{(4\pi)^3 m_t} \int_0^\infty d|\vec{p}_u| \int_0^\infty d|\vec{p}_A| \int_{-1}^1 dw |\vec{p}_A| |\vec{p}_{u\alpha}|^2 \\
 &\quad \times \frac{1}{\sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z|_{\cos(\theta)=w}}}} \frac{1}{\sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2}} \\
 &\quad \times \delta \left( \sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z|_{\cos(\theta)=w}} + |\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u\alpha}|^2 + m_{u\alpha}^2} - m_t \right) |\overline{\mathcal{M}}|_{\cos(\theta)=w}^2.
 \end{aligned} \tag{3.104}$$

Posteriormente, consideremos la siguiente cantidad

$$l = p_A - p_t, \tag{3.105}$$

de la cual se deduce lo siguiente

$$\begin{aligned}
 l^2 &= (p_A - p_t)^2 = (p_A^0 - p_t^0)^2 - (\vec{p}_A - \vec{p}_t)^2 = (E_{\vec{p}_A} - E_{\vec{p}_t})^2 - (\vec{p}_A - \vec{p}_t)^2 = (E_{\vec{p}_A} - E_{\vec{p}_t})^2 - |\vec{p}_A|^2 \\
 &= (|\vec{p}_A| - m_t)^2 - |\vec{p}_A|^2 = |\vec{p}_A|^2 - 2|\vec{p}_A|m_t + m_t^2 - |\vec{p}_A|^2 = -2|\vec{p}_A|m_t + m_t^2
 \end{aligned} \tag{3.106}$$

$$\Rightarrow 2|\vec{p}_A|m_t = m_t^2 - l^2. \tag{3.107}$$

Definamos el siguiente cambio de variable

$$|\vec{p}_A| = \frac{m_t^2 - l^2}{2m_t} \iff l^2 = m_t^2 - 2|\vec{p}_A|m_t, \tag{3.108}$$

cuyo Jacobiano es

$$J = \left| \frac{d|\vec{p}_A|}{dl^2} \right| = \left| \frac{d}{dl^2} \left( \frac{m_t^2 - l^2}{2m_t} \right) \right| = \left| -\frac{1}{2m_t} \right| = \frac{1}{2m_t}, \tag{3.109}$$

sobre los límites de integración encontramos que

$$\begin{aligned}
 |\vec{p}_A| = 0 &\Rightarrow l^2 = m_t^2 \\
 |\vec{p}_A| \rightarrow \infty &\Rightarrow l^2 \rightarrow -\infty,
 \end{aligned} \tag{3.110}$$

vamos a aplicar este nuevo cambio de variable a nuestra última expresión de la tasa de decaimiento, para ello veamos como cambian los elementos del integrando. Por un lado,

tenemos lo siguiente

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u_\alpha}|^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z} \Big|_{\cos(\theta)=w} \Big|_{|\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}} \\
 &= \sqrt{\left(\frac{m_t^2-l^2}{2m_t} + E_{\vec{p}_{u_\alpha}}\right)^2 + m_h^2 - z} \Big|_{\cos(\theta)=w; |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}} \\
 &= \frac{1}{2m_t} \sqrt{(m_t^2-l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 + 4m_t^2 \left(m_h^2 - z \Big|_{\cos(\theta)=w; |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}}\right)}
 \end{aligned} \tag{3.111}$$

por otra parte

$$\begin{aligned}
 & \delta \left( \sqrt{(|\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u_\alpha}|^2 + m_{u_\alpha}^2})^2 + m_h^2 - z} \Big|_{\cos(\theta)=w} + |\vec{p}_A| + \sqrt{|\vec{p}_{u_\alpha}|^2 + m_{u_\alpha}^2} - m_t \right) \Big|_{|\vec{p}_A|=(m_t^2-l^2)/2m_t} \\
 &= \delta \left( \frac{1}{2m_t} \sqrt{(m_t^2-l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 + 4m_t^2 \left(m_h^2 - z \Big|_{\cos(\theta)=w; |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}}\right)} \right. \\
 & \qquad \qquad \qquad \left. + \frac{1}{2m_t} (2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - m_t^2 - l^2) \right),
 \end{aligned} \tag{3.112}$$

con el fin de simplificar la notación, definamos

$$t = z \Big|_{\cos(\theta)=w; |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}} \tag{3.113}$$

esto es

$$\begin{aligned}
 t &= (E_{\vec{p}_A} + E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 - (\vec{p}_A + \vec{p}_A)^2 \Big|_{\cos(\theta)=w; |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}} \\
 &= (|\vec{p}_A| + E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 - |\vec{p}_A|^2 - 2|\vec{p}_A||\vec{p}_{u_\alpha}| \cos(\theta) - |\vec{p}_{u_\alpha}|^2 \Big|_{\cos(\theta)=w; |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}} \\
 &= \frac{m_t^2-l^2}{m_t} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - |\vec{p}_{u_\alpha}|w) - m_{u_\alpha}^2,
 \end{aligned} \tag{3.114}$$

por lo tanto, ahora la tasa de decaimiento queda como sigue

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{1}{(4\pi)^3 m_t} \int_0^\infty d|\vec{p}_u| \int_{-\infty}^{m_t^2} dl^2 \int_{-1}^1 dw \frac{|\vec{p}_{u_\alpha}|^2}{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}} (m_t^2 - l^2) \\
 & \quad \times \frac{1}{\sqrt{(m_t^2-l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 + 4m_t^2 (m_h^2 - t)}} \\
 & \quad \times \delta \left( \sqrt{(m_t^2-l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 + 4m_t^2 (m_h^2 - t)} + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - m_t^2 - l^2 \right) \\
 & \quad \times |\overline{\mathcal{M}}|^2 \Big|_{\cos(\theta)=w; |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}}.
 \end{aligned} \tag{3.115}$$

Como ya es costumbre en este desarrollo, se realizará un nuevo cambio de variable, recuerde-



mos que

$$t = \frac{m_t^2 - l^2}{m_t} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - |\vec{p}_{u_\alpha}| w) - m_{u_\alpha}^2, \quad (3.116)$$

$$\Rightarrow w = \frac{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}}{|\vec{p}_{u_\alpha}|} - \frac{m_t(t - m_{u_\alpha}^2)}{|\vec{p}_{u_\alpha}|(m_t^2 - l^2)} = w(t, l^2), \quad (3.117)$$

sobre los límites de integración tenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} w = -1 &\Rightarrow t = \frac{m_t^2 - l^2}{m_t} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} + |\vec{p}_{u_\alpha}|) - m_{u_\alpha}^2 \equiv t_1 \\ w = +1 &\Rightarrow t = \frac{m_t^2 - l^2}{m_t} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - |\vec{p}_{u_\alpha}|) - m_{u_\alpha}^2 \equiv t_2, \end{aligned} \quad (3.118)$$

además

$$J = \left| \frac{\partial w}{\partial t} \right| = \left| -\frac{m_t}{|\vec{p}_{u_\alpha}|(m_t - l^2)} \right| = \frac{m_t}{|\vec{p}_{u_\alpha}|(m_t - l^2)}, \quad (3.119)$$

dado que

$$-\infty < l^2 \leq m_t^2 \Rightarrow -\infty < 0 \leq m_t^2 - l^2, \quad (3.120)$$

es decir,  $m_t^2 - l^2$  nunca es negativo. Implementando este cambio de variable tenemos lo siguiente

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{(4\pi)^3} \int_0^\infty d|\vec{p}_u| \int_{-\infty}^{m_t^2} dl^2 \int_{t_1}^{t_2} dt \frac{|\vec{p}_{u_\alpha}|}{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}} |\mathcal{M}|^2_{\cos(\theta)=w(t, -\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}} \\ &\times \frac{\delta(\sqrt{(m_t^2 - l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)} + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - m_t^2 - l^2)}{\sqrt{(m_t^2 - l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u_\alpha}})^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)}}. \end{aligned} \quad (3.121)$$

A continuación, consideremos un cambio de variable conveniente más, definido por la transformación siguiente

$$|\vec{p}_{u_\alpha}| = \sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}^2 - m_{U_\alpha}^2} \iff E_{\vec{p}_{u_\alpha}} = \sqrt{|\vec{p}_{u_\alpha}|^2 + m_{U_\alpha}^2}, \quad (3.122)$$

con los siguientes límites

$$\begin{aligned} |\vec{p}_{u_\alpha}| = 0 &\Rightarrow E_{\vec{p}_{u_\alpha}} = m_{u_\alpha} \\ |\vec{p}_{u_\alpha}| \rightarrow \infty &\Rightarrow E_{\vec{p}_{u_\alpha}} \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.123)$$

y con el Jacobiano

$$J = \left| \frac{d|\vec{p}_{u_\alpha}|}{dE_{\vec{p}_{u_\alpha}}} \right| = \left| \frac{d}{dE_{\vec{p}_{u_\alpha}}} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - m_{U_\alpha}^2)^{1/2} \right| = \left| \frac{1}{2} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - m_{U_\alpha}^2)^{1/2} (2E_{\vec{p}_{u_\alpha}}) \right| = \frac{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}}{\sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}^2 - m_{U_\alpha}^2}}, \quad (3.124)$$

entonces, la tasa de decaimiento ahora queda como se muestra a continuación

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{(4\pi)^3} \int_{m_{u\alpha}}^{\infty} dE_{\vec{p}_{u\alpha}} \frac{E_{\vec{p}_{u\alpha}}}{\sqrt{E_{\vec{p}_{u\alpha}} - m_{u\alpha}}} \int_{-\infty}^{m_t^2} dl^2 \int_{t_1}^{t_2} dt \frac{\sqrt{E_{\vec{p}_{u\alpha}} - m_{u\alpha}}}{E_{\vec{p}_{u\alpha}}} \\ &\times |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2-l^2}{2m_t}; |\vec{p}_{u\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u\alpha}}-m_{u\alpha}}} \quad (3.125) \\ &\times \frac{\delta(\sqrt{(m_t^2 - l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u\alpha}})^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)} + 2m_t E_{\vec{p}_{u\alpha}} - m_t^2 - l^2)}{\sqrt{(m_t^2 - l^2 + 2m_t E_{\vec{p}_{u\alpha}})^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)}}. \end{aligned}$$

Un cambio de variable más es dado por la transformación

$$l^2 = -\xi \quad \Longleftrightarrow \quad \xi = -l^2, \quad (3.126)$$

con los límites de integración

$$\begin{aligned} l^2 \rightarrow -\infty &\Rightarrow \xi \rightarrow \infty \\ l^2 = m_t^2 &\Rightarrow \xi = -m_t^2 \end{aligned} \quad (3.127)$$

y con el Jacobiano

$$J = \left| \frac{dl^2}{d\xi} \right| = |-1| = 1. \quad (3.128)$$

La implementación al cambio de variable nos lleva a

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{1}{(4\pi)^3} \int_{m_{u\alpha}}^{\infty} dE_{\vec{p}_{u\alpha}} \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_1}^{t_2} dt |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2+\xi}{2m_t}; |\vec{p}_{u\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u\alpha}}-m_{u\alpha}}} \\ &\times \frac{\delta(\sqrt{(m_t^2 + \xi + 2m_t E_{\vec{p}_{u\alpha}})^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)} + 2m_t E_{\vec{p}_{u\alpha}} - m_t^2 + \xi)}{\sqrt{(m_t^2 + \xi + 2m_t E_{\vec{p}_{u\alpha}})^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)}}. \end{aligned} \quad (3.129)$$

Seguimos con otro cambio de variable, para lo cual consideramos la transformación

$$E_{\vec{p}_{u\alpha}}(\sigma) = \frac{\sigma - m_t}{2m_t} \quad \Longleftrightarrow \quad \sigma = 2m_t E_{\vec{p}_{u\alpha}} + m_t^4 \quad (3.130)$$

con límites de integración

$$\begin{aligned} E_{\vec{p}_{u\alpha}} = m_{u\alpha} &\Rightarrow \sigma = m_t(2m_{u\alpha} + m_t) \equiv \underline{\sigma} \\ E_{\vec{p}_{u\alpha}} \rightarrow \infty &\Rightarrow \sigma \rightarrow \infty \end{aligned} \quad (3.131)$$

y con Jacobiano

$$J = \left| \frac{dE_{\vec{p}_{u\alpha}}}{d\sigma} \right| = \left| \frac{1}{2m_t} \right| = \frac{1}{2m_t}. \quad (3.132)$$

De esta manera

$$\Gamma = \frac{1}{(4\pi)^3} \int_{\underline{\sigma}}^{\infty} d\sigma \frac{1}{2m_t} \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_1}^{t_2} dt |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2+\xi}{2m_t}; |\vec{p}_{u_\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}-m_{u_\alpha}}} \delta\left(\sqrt{(\sigma+\xi)^2+4m_t^2(m_h^2-t)}+\sigma-2m_t^2+\xi\right) \times \frac{1}{\sqrt{(\sigma+\xi)^2+4m_t^2(m_h^2-t)}}. \quad (3.133)$$

La delta de Dirac que yace en la tasa de decaimiento tiene un argumento complicado. Con el fin de simplificar las cosas vamos a plantear la ecuación

$$\sqrt{(\sigma+\xi)^2+4m_t^2(m_h^2-t)}+\sigma-2m_t^2+\xi=0, \quad (3.134)$$

con respecto de  $\sigma$ , esta ecuación tiene la única raíz

$$\sigma_0 = -m_h^2 + m_t^2 + t - \xi, \quad (3.135)$$

más aún

$$\frac{d}{d\sigma} \left( \sqrt{(\sigma+\xi)^2+4m_t^2(m_h^2-t)}+\sigma-2m_t^2+\xi \right) \Big|_{\sigma=\sigma_0} = 1 + \frac{\frac{1}{2}2(\sigma+\xi)}{\sqrt{(\sigma+\xi)^2+4m_t^2(m_h^2-t)}} \Big|_{\sigma=\sigma_0} = \frac{2m_t}{m_h^2+m_t^2-t}, \quad (3.136)$$

recordando que para la delta de Dirac se cumple la siguiente propiedad

$$\delta(f(x)) = \frac{\delta(x-x_0)}{\left| \frac{df(x)}{dx} \Big|_{x=x_0} \right|}, \quad (3.137)$$

siendo  $X_0$  la raíz de  $f(x)$ . Entonces, en nuestro caso tenemos la siguiente ecuación

$$\delta\left(\sqrt{(\sigma+\xi)^2+4m_t^2(m_h^2-t)}+\sigma-2m_t^2+\xi\right) = \frac{|m_h^2+m_t^2-t|}{2m_t} \delta(\sigma-\sigma_0), \quad (3.138)$$

por lo tanto, la tasa de decaimiento queda como se muestra a continuación

$$\Gamma = \frac{\pi}{(4\pi)^4 m_t^3} \int_{\underline{\sigma}}^{\infty} d\sigma \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_1}^{t_2} dt |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2+\xi}{2m_t}; |\vec{p}_{u_\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}(\sigma)-m_{u_\alpha}}} \times \frac{|m_h^2+m_t^2-t|\delta(\sigma-\sigma_0)}{\sqrt{(\sigma+\xi)^2+4m_t^2(m_h^2-t)}}. \quad (3.139)$$

Sobre los límites de integración  $t_1$  y  $t_2$ , tenemos que

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \frac{m_t^2 - l^2}{m_t} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} + |\vec{p}_{u_\alpha}|) + m_{u_\alpha}^2 \\
 &\rightarrow \frac{m_t^2 - l^2}{m_t} \left( E_{\vec{p}_{u_\alpha}} + \sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}^2 + m_{U_\alpha}^2} \right) + m_{u_\alpha}^2 \\
 &\rightarrow \frac{m_t^2 + \xi}{m_t} \left( E_{\vec{p}_{u_\alpha}} + \sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}^2 + m_{U_\alpha}^2} \right) + m_{u_\alpha}^2 \\
 &\rightarrow \frac{m_t^2 + \xi}{m_t} \left( \frac{\sigma - m_t^2}{2m_t} + \sqrt{\left( \frac{\sigma - m_t^2}{2m_t} \right)^2 + m_{U_\alpha}^2} \right) + m_{u_\alpha}^2
 \end{aligned} \tag{3.140}$$

$$\therefore t_1 = \frac{1}{2m_t} \left( (m_t^2 + \xi)(\sigma - m_t^2 + \sqrt{(\sigma - m_t^2)^2 - 4m_t^2 m_{u_\alpha}^2}) + 2m_t^2 m_{u_\alpha}^2 \right), \tag{3.141}$$

por otro lado

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \frac{m_t^2 - l^2}{m_t} (E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - |\vec{p}_{u_\alpha}|) + m_{u_\alpha}^2 \\
 &\rightarrow \frac{m_t^2 - l^2}{m_t} \left( E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - \sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}^2 + m_{U_\alpha}^2} \right) + m_{u_\alpha}^2 \\
 &\rightarrow \frac{m_t^2 + \xi}{m_t} \left( E_{\vec{p}_{u_\alpha}} - \sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}^2 + m_{U_\alpha}^2} \right) + m_{u_\alpha}^2 \\
 &\rightarrow \frac{m_t^2 + \xi}{m_t} \left( \frac{\sigma - m_t^2}{2m_t} - \sqrt{\left( \frac{\sigma - m_t^2}{2m_t} \right)^2 + m_{U_\alpha}^2} \right) + m_{u_\alpha}^2
 \end{aligned} \tag{3.142}$$

$$\therefore t_2 = \frac{1}{2m_t} \left( (m_t^2 + \xi)(\sigma - m_t^2 - \sqrt{(\sigma - m_t^2)^2 - 4m_t^2 m_{u_\alpha}^2}) + 2m_t^2 m_{u_\alpha}^2 \right). \tag{3.143}$$

En el paso que sigue vamos a implementar la delta de Dirac,  $\delta(\sigma - \sigma_0)$ , para eliminar la integración con respecto a  $\sigma$ . Para usar correctamente dicha delta de Dirac es necesario determinar cómo cambian los límites de integración con respecto a  $\xi$  y a  $t$ . Primero, notemos que la condición

$$\sigma - \sigma_0 = 0 \tag{3.144}$$

más explícitamente escrita como

$$\sigma + \xi - t + m_h^2 - m_t^2 = 0 \tag{3.145}$$

caracteriza a un plano anidado en el espacio  $(\sigma, \xi, t)$ , superficie a la cual se restringe la integración por la presencia de la delta de Dirac. Escribimos esta ecuación como

$$\sigma = t - \xi - m_h^2 + m_t^2. \tag{3.146}$$

Por otra parte, la última ecuación dada para  $t_1$  representa otra superficie en  $(\sigma, \xi, t)$ . Para

hallar la intersección de estas dos superficies tenemos lo siguiente

$$t_1 = \frac{1}{2m_t^2} \left( (m_t^2 + \xi)(t_1 - \xi - m_h^2 + m_t^2 - m_t^2) \right. \\ \left. + \sqrt{(t_1 - \xi - m_h^2 + m_t^2 - m_t^2)^2 - 4m_t^2 m_{u\alpha}^2} + 2m_t^2 m_{u\alpha}^2 \right) \quad (3.147)$$

$$\Rightarrow t_1 = \frac{1}{2\xi} \left( m_t^2(\xi - m_{u\alpha}^2 + m_h^2) + \xi(\xi + m_{u\alpha}^2 + m_h^2) \right. \\ \left. \pm (\xi + m_t^2) \sqrt{(\xi + (m_{u\alpha} + m_h)^2)(\xi + (m_{u\alpha} - m_h)^2)} \right), \quad (3.148)$$

es decir, en la expresión para  $t_1$  se sustituye la ecuación para  $\sigma$  evaluada en  $t_1$ . Ahora, haciendo lo mismo para  $t_2$  tenemos la siguiente ecuación

$$t_2 = \frac{1}{2m_t^2} \left( (m_t^2 + \xi)(t_2 - \xi - m_h^2 + m_t^2 - m_t^2) \right. \\ \left. - \sqrt{(t_2 - \xi - m_h^2 + m_t^2 - m_t^2)^2 - 4m_t^2 m_{u\alpha}^2} + 2m_t^2 m_{u\alpha}^2 \right) \quad (3.149)$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{1}{2\xi} \left( m_t^2(\xi - m_{u\alpha}^2 + m_h^2) + \xi(\xi + m_{u\alpha}^2 + m_h^2) \right. \\ \left. \pm (\xi + m_t^2) \sqrt{(\xi + (m_{u\alpha} + m_h)^2)(\xi + (m_{u\alpha} - m_h)^2)} \right). \quad (3.150)$$

Concluimos que los límites de integración son los siguientes

$$t_{min} = \frac{1}{2\xi} \left( m_t^2(\xi - m_{u\alpha}^2 + m_h^2) + \xi(\xi + m_{u\alpha}^2 + m_h^2) \right. \\ \left. - (\xi + m_t^2) \sqrt{(\xi + (m_{u\alpha} + m_h)^2)(\xi + (m_{u\alpha} - m_h)^2)} \right) \quad (3.151)$$

y

$$t_{max} = \frac{1}{2\xi} \left( m_t^2(\xi - m_{u\alpha}^2 + m_h^2) + \xi(\xi + m_{u\alpha}^2 + m_h^2) \right. \\ \left. + (\xi + m_t^2) \sqrt{(\xi + (m_{u\alpha} + m_h)^2)(\xi + (m_{u\alpha} - m_h)^2)} \right), \quad (3.152)$$

con estos límites de integración, escribimos a la tasa de decaimiento como

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \frac{\pi}{(4\pi)^4 m_t^3} \int_{\sigma}^{\infty} d\sigma \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_1}^{t_2} dt |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2+\xi}{2m_t}; |\vec{p}_{u_\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}(\sigma)-m_{u_\alpha}}} \\
 &\quad \times \frac{|m_h^2 + m_t^2 - t| \delta(\sigma - \sigma_0)}{\sqrt{(\sigma + \xi)^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)}} \\
 &= \frac{\pi}{(4\pi)^4 m_t^3} \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2+\xi}{2m_t}; |\vec{p}_{u_\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}(\sigma_0)-m_{u_\alpha}}} \\
 &\quad \times \frac{|m_h^2 + m_t^2 - t|}{\sqrt{(\sigma_0 + \xi)^2 + 4m_t^2(m_h^2 - t)}} \tag{3.153}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\pi}{(4\pi)^4 m_t^3} \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2+\xi}{2m_t}; |\vec{p}_{u_\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}(\sigma_0)-m_{u_\alpha}}} \\
 &\quad \times \frac{|m_h^2 + m_t^2 - t|}{m_h^2 + m_t^2 - t} \\
 \Gamma &= \frac{\pi}{(4\pi)^4 m_t^3} \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt |\overline{\mathcal{M}}|^2_{\cos(\theta)=w(t,-\xi); |\vec{p}_A|=\frac{m_t^2+\xi}{2m_t}; |\vec{p}_{u_\alpha}|=\sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}(\sigma_0)-m_{u_\alpha}}} \\
 &\quad \times \text{sgn}\{m_h^2 + m_t^2 - t\} \tag{3.154}
 \end{aligned}$$

Finalmente, vamos a tener como expresión última para la tasa de decaimiento lo siguiente

$$\Gamma = \frac{\pi^3}{12(4\pi)^4 m_t^3} \int_{-m_t^2}^{\infty} d\xi \int_{t_{min}}^{t_{max}} dt \sum_{s_{u_\alpha}=\pm} \sum_{s_t=\pm} |\mathcal{M}_{2KK}|^2 \tag{3.155}$$

donde

$$\begin{aligned}
 t_{min} &= \frac{1}{2\xi} \left( m_t^2(\xi - m_{u_\alpha}^2 + m_h^2) + \xi(\xi + m_{u_\alpha}^2 + m_h^2) \right. \\
 &\quad \left. - (\xi + m_t^2) \sqrt{(\xi + (m_{u_\alpha} + m_h)^2)(\xi + (m_{u_\alpha} - m_h)^2)} \right) \tag{3.156}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 t_{max} &= \frac{1}{2\xi} \left( m_t^2(\xi - m_{u_\alpha}^2 + m_h^2) + \xi(\xi + m_{u_\alpha}^2 + m_h^2) \right. \\
 &\quad \left. + (\xi + m_t^2) \sqrt{(\xi + (m_{u_\alpha} + m_h)^2)(\xi + (m_{u_\alpha} - m_h)^2)} \right). \tag{3.157}
 \end{aligned}$$

sin olvidar que  $\cos(\theta) = w(t, -\xi)$ ,  $|\vec{p}_A| = \frac{m_t^2 + \xi}{2m_t}$  y  $|\vec{p}_{u_\alpha}| = \sqrt{E_{\vec{p}_{u_\alpha}}(\sigma_0) - m_{u_\alpha}}$ , además, debido a los cambios de variables para obtener la tasa de decaimiento tenemos que  $\mathcal{M}_{2KK} = \mathcal{M}_{2KK}(\xi, t, r)$ . Solo queda mencionar que la Ec.(3.155) se resuelve mediante métodos numéricos.

### 3.5. Braching ratio

Finalmente, el Branching ratio, la probabilidad de que un decaimiento particulas ocurra, se define como

$$\text{Br} = \frac{\Gamma_{\text{Parcial}}}{\Gamma_{\text{Total}}}, \quad (3.158)$$

En nuestros casos tenemos,  $\Gamma_{\text{Parcial}} = \Gamma(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}) = \Gamma \equiv \Gamma_\alpha$ , dada por Ec. (3.155), y  $\Gamma_{\text{Total}} = 1.41\text{GeV}$ , por lo tanto, el Branching ratio para nuestros casos particulares son

$$\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)}) = \frac{\Gamma_\alpha}{1.41\text{GeV}} \quad (3.159)$$

para  $\alpha = u, c$ . Ahora estamos en condiciones de calcular el valor exacto del Branching ratio para nuestro caso particular, para ello se usarón los valores siguientes de las masas [46]:

$$\begin{aligned} m_u &= 2.15\text{MeV}, & m_c &= 1.27\text{GeV}, & m_t &= 172.9\text{GeV}, \\ m_{d_l} &= 4.67\text{MeV}, & m_{d_s} &= 93\text{MeV}, & m_{d_b} &= 4.18\text{GeV}, \\ & & m_h &= 124.97\text{GeV}, & & \end{aligned} \quad (3.160)$$

y se graficó para  $R^{-1} = \Lambda$  el rango de valores desde 1.4TeV hasta 5TeV, como se muestra en la Figura 3.27.

Calculamos primero el caso en el cual  $\alpha = u$ , para ello, en la expresión final de  $\Gamma_u$  se despreciaron las masas  $m_d$  y  $m_s$  debido a su tamaño comparado con las otras masa involucradas, posteriormente, calculemos el caso en el cual  $\alpha = c$ , en en este caso no hubo despreciación en el valor de las masas.

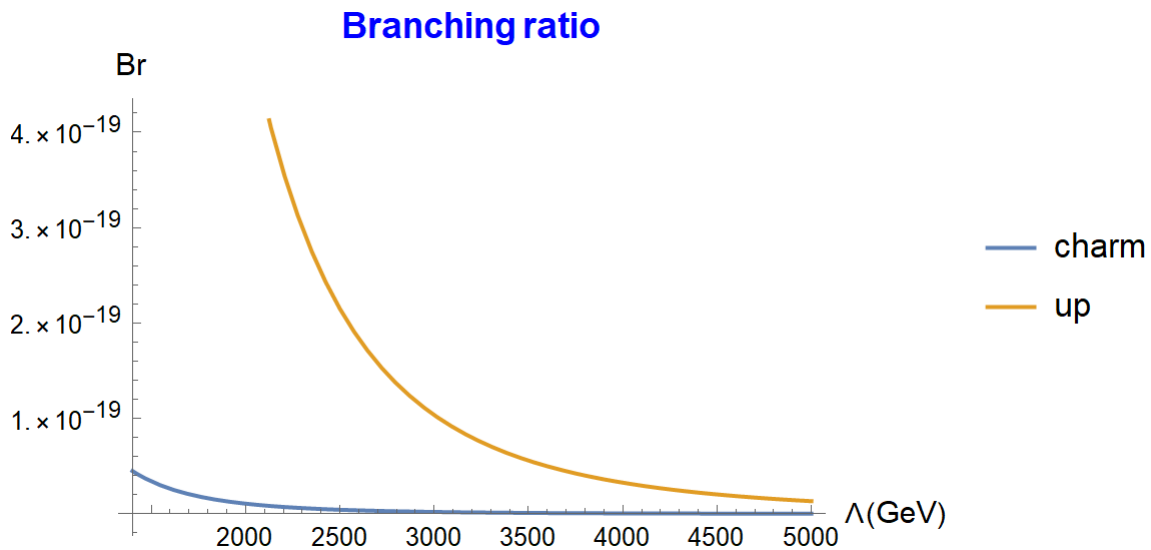


Figura 3.27:  $\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)} u_\alpha^{(0)} A^{(0)})$

Finalmente, los Branching ratio son

$$\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)} u^{(0)} A^{(0)}) = (8.40069 \times 10^{-6} \text{GeV}^4) R^4 \quad (3.161)$$

y

$$\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)} c^{(0)} A^{(0)}) = (1.73013 \times 10^{-7} \text{GeV}^4) R^4, \quad (3.162)$$

lo cual nos dice la probabilidad de que el decaimiento particular se lleve a cabo, dependiendo del tamaño de la dimensión extra.



# Capítulo 4

## Conclusiones

En el presente trabajo de tesis se ha estudiado la física y estructura del Modelo Estándar en el contexto de una Dimensión Extra Universal con el propósito de analizar el proceso, con cambio de sabor, del decaimiento  $t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}u_\alpha^{(0)}A^{(0)}$  donde, como anteriormente se ha mencionado,  $t^{(0)}$  representa al quark *top*,  $h^{(0)}$  al bosón escalar,  $A^{(0)}$  un bosón de norma y  $u_\alpha^{(0)}$  representa a un quark de tipo *up*, que puede ser el quark up, *u*, o el quark charm, *c*.

Se planteó el Modelo Estándar en Dimensiones Extras como una réplica del Modelo Estándar cuadridimensional, pero definido en  $n$  Dimensiones Extras Espaciales Universales, las cuales, mediante propiedades de Paridad y Periodicidad, dieron lugar a Series de Fourier para después generar masas de Kaluza-Klein mediante el procesado de compactificación. Por lo tanto, generando densidades Lagrangianas asociadas a interacciones de partículas de modos (0) y modos excitados ( $n$ ). Pudiendo, finalmente, plantear las expresiones analíticas necesarias para obtener la amplitud de transición,  $\mathcal{M}$ .

Cabe mencionar que, como resultado importante de los cálculos, se obtuvieron siete diferentes funciones  $B_0$  y ocho funciones  $C_0$  para cada quark de tipo *down*, es decir, quark down, *d*, quark strange, *s*, y quark bottom, *b*, y dos funciones  $B_0$  que no dependen de las masas de los quarks tipo *down*, todo esto para cada uno de los dos diferentes decaimientos. Dichas funciones de Passarino-Veltman se resolvieron con ayuda de la parametrización de Feynman y en el esquema de la regularización dimensional, para finalmente expandir en series de Taylor con respecto a  $R$ , tomando solo los términos de orden cuadrático y menores.

También se resolvió, en buena medida, la ecuación de la anchura de decaimiento a tres cuerpos. Partiendo de tres integrales triples, mediante cambios de variables, se pudieron integrar mediante deltas de Dirac cuatro de estas nueve integrales e integrándose otras tres de manera directa, quedando finalmente una doble integral que se resolvió mediante métodos numéricos.

Posteriormente, del cálculo del Branching ratio para cada uno de los quarks de estado final, *up* y *charm*, se obtuvo lo siguiente:

$$\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}u^{(0)}A^{(0)}) \sim 10^{-19} - 10^{-18} \quad (4.1)$$

y

$$\text{Br}(t^{(0)} \rightarrow h^{(0)}c^{(0)}A^{(0)}) \sim 10^{-21} - 10^{-20}, \quad (4.2)$$

donde  $R$  es la escala de compactificación de dicha dimensión extra. Estos rangos se cumplen en una escala de energía de  $1.4\text{TeV} < \Lambda < 5\text{TeV}$ .

Es muy importante mencionar, que pese a las restricciones al no considerar los pseudo bosones de Goldstone y el escalar físico resultante de la dimensión extra universal, además de solo obtener la contribución de la dimensión extra en la amplitud cuadrática media: Se encontró que el cálculo es finito, dado que hay cancelación en las divergencias ultravioletas, debido a la implementación del mecanismo GIM y también se encontró que la teoría es des-acoplante. Estas dos pruebas de consistencia dan confianza en que los resultados encontrados son correctos.

Finalmente, queda agregar que estas contribuciones del Modelo Estándar en el contexto de una Dimensión Extra Universal, a estos procesos de decaimiento, están considerablemente lejos de lo que experimentalmente se ha podido medir, lo cual incita a pensar que la detección de la producción de bosones de Higgs mediante este mecanismo esta lejos de ser realizada.

# Bibliografía

- [1] S. L. Glashow, Partial-symmetries of weak interactions, *Nucl. Phys.* 22, 579 (1961).
- [2] A. Salam. Weak and electromagnetic interactions, *Conf. Proc.* C680519, 367 (1968).
- [3] S. Weinberg, A Model of Leptons, *Phys. Rev. Lett.* 19, 1264 (1967).
- [4] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Reading, MA: Perseus, 1995).
- [5] C. Giunti and C. W. Kim *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics* (New York: Oxford University Press, 2007).
- [6] G. Aad et al., Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC, *Phys. Lett. B* 716, 1 (2012).
- [7] S. Chatrchyan et al., Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC, *Phys. Lett. B* 716, 30 (2012).
- [8] P. W. Higgs, Broken symmetries, massless particles and gauge fields, *Phys. Lett. B* 12, 132 (1964).
- [9] P. W. Higgs, Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons, *Phys. Rev. Lett.* 13, 508 (1964).
- [10] F. Englert and R. Brout, Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons, *Phys. Rev. Lett.* 13, 321 (1964).
- [11] Y. Fukuda et al. (Super-Kamiokande Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* 81, 1562 (1998).
- [12] Q. R. Ahmad et al. (SNO Collaboration), *Phys. Rev. Lett.* 89, 011301 (2002).
- [13] F. P. An et al., Observation of Electron-Antineutrino Disappearance at Daya Bay, *Phys. Rev. Lett.* 108, 171803 (2012).
- [14] J. K. Ahn et al. (RENO Collaboration), Observation of Reactor Electron Antineutrinos Disappearance in the RENO Experiment, *Phys. Rev. Lett.* 108, 191802 (2012).
- [15] B. Pontecorvo, Mesonium and anti-mesonium, *Sov. Phys.-JETP* 6 429 (1957).
- [16] J. Guasch and S. Solà, FCNC top quark decays in the MSSM: a door to SUSY physics in high luminosity colliders?, *Nucl. Phys.* 562, 3 (1999).

- [17] S. Béjar, J. Guasch, and J. Sol' a, Loop induced flavor changing neutral decays of the top quark in a general two-Higgs-doublet model, Nucl. Phys. B 600, 21 (2001).
- [18] G. Eilam, A. Gemintern, T. Han, J. M. Yang, and X. Zhang, Top-quark rare decay  $t \rightarrow ch$  in R-parity-violating SUSY, Phys. Lett. B 510, 227 (2001).
- [19] J. J. Cao, G. Eilam, M. Frank, K. Hikasa, G. L. Liu, I. Turan, and J. M. Yang, Supersymmetry-induced flavor-changing neutral-current top-quark processes at the CERN Large Hadron Collider, Phys. Rev. D 75, 075021 (2007).
- [20] I. Baum, G. Eilam, and S. bar-Shalom, Scalar flavor changing neutral currents and rare top quark decays in a two Higgs doublet model “for the top quark”, Phys. Rev. D 77, 113008 (2008).
- [21] K. -F. Chen, W. -S. Hou, C. Kao, and M. Kohda, When the Higgs meets the top: Search for  $t \rightarrow cH 0$  at the LHC, Phys. Lett. B 725, 378 (2013).
- [22] M. Aaboud et al. (ATLAS Collaboration), Search for flavor-changing neutral currents in top quark decays  $t \rightarrow Hc$  and  $t \rightarrow Hu$  in multilepton final states in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 13TeV$  with the ATLAS detector.
- [23] A. M. Sirunyan et al. (CMS Collaboration), Search for the flavor-changing neutral current interactions of the top quark and the Higgs boson which decays into a pair of b quarks at  $\sqrt{s} = 13TeV$  , JHEP 1806, 102 (2018).
- [24] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), Review of Particle Physics, Phys. Rev. D 98, 030001 (2018).
- [25] B. Mele, S. Petrarca, and A. Soddu, A new evaluation of the  $t \rightarrow cH$  decay width in the Standard Model, Phys. Lett. B 435, 401 (1998).
- [26] J. A. Aguilar-Saavedra, Top flavor-changing neutral interactions: Theoretical expectations and experimental detection, Acta Phys. Polon. B 35, 2695 (2004).
- [27] S. L. Glashow, Partial-symmetries of weak interactions, Nucl. Phys. 22, 579 (1961).
- [28] S. Weinberg, A Model of Leptons, Phys. Rev. Lett. 19, 1264 (1967).
- [29] G. Nordström, On the possibility of unifying the electromagnetic and gravitational fields, Phys. Z. 15, 504 (1914).
- [30] T. Kaluza, Zum Unitätsproblem der Physik, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) 1921, 966 (1921).
- [31] O. Klein, Quantentheorie und fünfdimensionale Relativitätstheorie, Z. Phys. 37895 (1926).
- [32] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. R. Dvali, Phys. Lett. B 429, 263 (1998).

- [33] I. Antoniadis, N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, and G. R. Dvali, *Phys. Lett. B* 436, 257 (1998).
- [34] T. Appelquist, H. -C. Cheng, and B. Dobrescu, Bounds on universal extra dimensions, *Phys. Rev. D* 64, 035002 (2001).
- [35] A. Cordero-Cid, M. Gómez-Bock, H. Novales-Sánchez, and J. J. Toscano, The Standard Model with one universal extra dimension, *Pramana* 80, 369 (2013).
- [36] G. Aad et al. (The ATLAS Collaboration), Study of the spin and parity of the Higgs boson in diboson decays with the ATLAS detector, *Eur. Phys. J. C* 75, 476 (2015).
- [37] G. Aad et al (The ATLAS Collaboration), Measurements of Higgs boson production and couplings in diboson final states with the ATLAS detector at the LHC, *Phys. Lett. B* 726, 88 (2013).
- [38] S. Chatrchyan et al (The CMS Collaboration), Observation of a new boson with mass near 125 GeV in pp collisions at  $\sqrt{s}=7$  and 8 TeV, *JHEP* 1306, 081 (2013).
- [39] J. Ellis and T. You, Updated global analysis of Higgs couplings, *JHEP* 1306, 103 (2013).
- [40] A. Djouadi and G. Moreau, The couplings of the Higgs boson and its CP properties from fits of the signal strengths and their ratios at the 7+8 TeV LHC, *Eur. Phys. J. C* 73, 2512 (2013).
- [41] G. Aad et al. (The ATLAS and CMS Collaborations), Measurements of the Higgs boson production and decay rates and constraints on its couplings from a combined ATLAS and CMS analysis of the LHC pp collision data at  $\sqrt{s}=7$  and 8 TeV, *JHEP* 1608, 045 (2016).
- [42] G. Aad et al (The ATLAS Collaboration), Combined measurements of Higgs boson production and decay using up to 80  $fb^{-1}$  of proton-proton collision data at  $\sqrt{s}=13$  TeV collected with the ATLAS experiment, *Phys. Rev. D* 101, 012002 (2020).
- [43] G. 't Hooft and M. Veltman, Scalar One-Loop integral, *Nucl. Phys. B* 153 (1979)
- [44] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (PerseusBooks, Reading, 1995)
- [45] A. Ceccucci, Z. Ligeti and Y. Saka, 12. CKM Quark-Mixing Matrix, 5 (2018)
- [46] M. Tanabashi et al. (Particle Data Group), *Phys. Rev. D* 98 , 030001 (2018) and 2019 update
- [47] C M Farrera et al, Quark flavor changing Higgs decays from a universal extra dimension, *International Journal of Modern Physics A* Vol. 35, No. 24 (2020)
- [48] H. Novales-Sánchez and J. J. Toscano, Gauge invariance and quantization of Yang-Mills theories in extra dimensions , *Phys. Rev. D* 82, 116012 (2010).

- [49] M. Huerta-Leal, H. Novales-Sánchez, and J. J. Toscano, Gauge-invariant approach to the beta function in Yang-Mills theories with universal extra dimensions, *Phys. Rev. D* 101, 095038 – Published 29 May 2020
- [50] Thomas Appelquist(Harvard U.), J. Carazzone(Harvard U.), Infrared Singularities and Massive Fields, *Phys.Rev.D* 11 (1975) 2856