



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Efectos de nueva física en procesos del leptón τ

Tesis Presentada al

Posgrado en Física Aplicada

como requisito para la obtención del grado de

Doctor en Ciencias (Física Aplicada)

por

Marco Antonio Arroyo Ureña

asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla, Pue.

Octubre 2017

Título: Efectos de nueva física en procesos del leptón τ .

Estudiante: Marco Antonio Arroyo Ureña

COMITÉ

Dr. J. Jesús Toscano Chávez
Presidente

Dr. Arturo Fernández Téllez
Secretario

Dr. Héctor Novales Sánchez
Vocal

Dr. Agustín Moyotl Acuahuitl
Vocal Externo

Dra. Azucena Bolaños Carrera
Vocal Externo

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Asesor

Índice general

1. Física del τ	1
1.1. Descubrimiento del momento anómalo magnético	1
1.2. Factores de forma electromagnéticos	3
1.3. Cotas sobre los momentos anómalos magnético y magnético débil	4
2. Momentos dipolares magnético anómalo y magnético débil del τ (MDAMτ) y (MDAMDτ)	5
2.1. MDAM τ y MDAMD τ en el modelo con dos dobletes de Higgs tipo III (THDM-III)	5
2.1.1. La Matriz de Masa Fermiónica: Diagonalización y Texturas	7
2.1.2. Diagonalización de la matriz de masa fermionica del tipo textura de 4 ceros	8
2.1.3. Clasificación de Texturas: Paralela, Semi-Paralela y Complementaria	10
2.1.4. Cotas Mediante Procesos a Bajas Energías	14
2.1.5. $a_{\mu}^{THDM-Tx}$	15
2.1.6. Mezcla de Mesones: $K\bar{K}$ y $B\bar{B}$	17
2.1.7. $B_s \rightarrow \bar{\mu}\mu$	19

2.1.8.	$B \rightarrow D(D^*)\tau\nu$	21
2.1.9.	Decaimientos $\ell_i \rightarrow \ell_j\gamma$	22
2.1.10.	$\tau \rightarrow \mu\mu\bar{\mu}$	23
2.1.11.	Regiones Permitidas	24
2.1.12.	Propiedades del Higgs medidas en el LHC	26
2.2.	MDAM τ y MDAMD τ en THDM-III	28
2.3.	Resultados	30
2.4.	MDM τ y MDMD τ en el modelo más simple con un boson de Higgs ligero	32
2.4.1.	El modelo con un boson de Higgs ligero	32
2.4.2.	Masa de los bosones de norma	33
2.4.3.	Fermiones	34
2.4.4.	Leptones	36
2.4.5.	Momentos dipolares magnético y magnético débil en el SLHM	39
2.4.6.	MDM de un lepton cargado	39
2.4.7.	Resultados	44
2.4.8.	Momento dipolar anómalo magnético del τ	45
2.4.9.	Momento dipolar anómalo magnético débil del τ	45
3.	Acotando el momento dipolar anómalo magnético del τ a través del decaimiento $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	49
3.1.	Amplitud	50
3.2.	Resultados numéricos	54
3.3.	Efecto de F_M^γ sobre el decaimiento $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$	55

Agradecimientos

Primero que todo agradezco la dicha haber tenido la oportunidad de estudiar y conocer personas que influyeron fuertemente en mi formación académica y personal. Este trabajo es la culminación de mis estudios universitarios, no obstante el camino fue largo. Debo agradecer especialmente a mi madre, Gloria Ureña Montiel, por encaminarme para no perder el rumbo. Durante mis estudios de licenciatura fue muy importante el apoyo de mi esposa, Gabriela Hernández Rodríguez, en todos los sentidos. Agradezco también a mi familia por su ayuda durante esa etapa. Por otro lado, le estoy muy agradecido a mis asesores de licenciatura, maestría y doctorado: Dr. Arturo Fernández Téllez, Dr. J. Lorenzo Díaz Cruz y Dr. Gilberto Tavares Velasco por sus enseñanzas, cada uno en su área y a su manera, pero sobretodo por su amistad. Por último agradezco también a mis amigos de la academia, Tomás Antonio Valencia Pérez, Enrique Díaz, Omar Vázquez Rueda por las convivencias y discusiones académicas.

Resumen

En esta tesis se estudia la física del leptón tau (τ) concentrándonos en los momentos dipolares estáticos magnéticos (a_τ) y débiles (a_τ^W). Se calculan dichas propiedades dentro de extensiones del modelo estándar, a saber, el modelo con dos dobletes de Higgs tipo III texturizado y en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero. Los valores para a_τ oscilan en el intervalo $\mathcal{O}(10^{-9} - 10^{-7})$ y para la parte real (imaginaria) de a_τ^W entre los valores de $\mathcal{O}(10^{-10} - 10^{-7})$ ($\mathcal{O}(10^{-10})$ - $\mathcal{O}(10^{-9})$). Adicionalmente se estudia el decaimiento $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \nu_\tau \bar{\nu}_e$ encontrando resultados consistentes con reportes previos y se impone una cota superior para el momento dipolar magnético. La cota superior hallada es $a_\tau < 0.0056$.

Capítulo 1

Física del τ

Una fábrica de mesones B nos provee la muestra de datos de pares de τ 's más grande del mundo. Esto es útil para la búsqueda de nueva física. Este capítulo, aunque el tema principal de la tesis es un estudio general de la física del τ , su estudio es basto por lo que en particular nos enfocamos en las propiedades magnéticas y magnéticas débiles del τ .

1.1. Descubrimiento del momento anómalo magnético

El momento magnético es definido por

$$\vec{\mu} = g \left(\frac{q}{2m} \right) \vec{s}, \quad (1.1.1)$$

donde $q = \pm e$ es la carga eléctrica en términos de la magnitud de la carga del electrón y g es una constante de proporcionalidad. La ecuación de Dirac predice un valor de $g = 2$. Sin embargo, en 1933, Stern y colaboradores [1] mostraron que g del protón es ~ 5.5 . Posteriormente, en 1940, Alvarez y Blonch [2] encuentran que el momento magnético del neutrón es ~ -3.83 . Estos resultados permanecieron en las sombras por muchos años y no fueron completamente entendidos. Con la venida del modelo de quarks se obtiene entre un 10-20 por ciento de la descripción de los momentos magnéticos de bariones. Por tales

razones, el momento magnético debe adecuarse y es dividido en dos partes:

$$\mu = (1 + a) \frac{q\hbar}{2m} \text{ donde } a = \frac{g - 2}{2} \quad (1.1.2)$$

El primer término, predicho por la ecuación de Dirac y llamado momento de Dirac, es 1 en unidades del magnetón. El segundo término es el momento anómalo de Pauli [3], donde a es conocida como la anomalía. En 1947, pequeños efectos anómalos (0.1 por ciento) son observados con alta precisión en espectroscopía atómica [4] dando como resultado

$$g_e = -2.00231930436182(52) \quad (1.1.3)$$

Schwinger demostró [5] que

$$a_e = \frac{g_e - 2}{2} = \frac{\alpha}{2\pi} \sim 0.00116. \quad (1.1.4)$$

Este resultado está de acuerdo con el experimento e inició una era de mediciones de alta precisión las cuales validaron electrodinámica cuántica (QED, por sus siglas en inglés) a órdenes más altos en α y búsquedas de desviaciones que podrían indicar la presencia de nueva física. El valor más preciso y actual es dado por [6]

$$a_e^{exp} = \frac{g_e - 2}{2} = 0.00115965218073(28) \quad (1.1.5)$$

Una desviación de $g = 2$ puede ser acomodada agregando un término de interacción (de Pauli):

$$\frac{e}{4m} a_\ell F_{\mu\nu}(x) \sigma^{\mu\nu} \psi(x) \quad (1.1.6)$$

a la ecuación de Dirac

$$i(\partial_\mu - ieA_\mu(x))\gamma^\mu(x) = m_\ell\psi(x). \quad (1.1.7)$$

Momento dipolar eléctrico

Por otro lado, si en lugar de agregar el término de Pauli a la ecuación de Dirac, se agrega

$$\frac{i}{2} d_\ell F_{\mu\nu}(x) \sigma^{\mu\nu} \gamma^5 \psi(x), \quad (1.1.8)$$

correspondería a un momento dipolar eléctrico (EDM), interactuando con un campo electromagnético. EDM viola las simetrías P (paridad) y T (inversión temporal). Se estimó (electrón) que este efecto surge de la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) (cuatro loops) y tiene un valor:

$$|d_e^{SM}| \sim 10^{-38} e cm \quad (1.1.9)$$

lo cual está lejos de ser detectado debido a la actual sensibilidad de los detectores ($\mathcal{O}(10^{-27})$). Sin embargo, efectos de nueva física que violan P y T pueden surgir a ordenes de uno o dos loops y ser mucho más grande que la estimación del modelo estándar (SM). Parametrizando el efecto de nueva física (NP) sobre a_ℓ y d_ℓ a través de

$$d_\ell^{NP} = a_\ell^{NP} \frac{e}{2m_\ell} \tan \phi \quad (1.1.10)$$

es posible establecer una relación entre a_ℓ y d_ℓ .

1.2. Factores de forma electromagnéticos

Los elementos de matriz de la corriente electromagnética $J_\mu^{em} = e \sum_f Q_f \bar{f} \gamma_\mu f$ entre el estado inicial y final de un fermión de espín 1/2 f , con momento p y p' está dada por

$$\langle f(p') | J_\mu^{SM} | f(p) \rangle = \bar{u}_f(p') \Gamma_\mu u_f(p) \quad (1.2.1)$$

donde u 's son campos espinoriales de Dirac y Γ_μ tiene la estructura de Lorentz:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu &= F_1(q^2) \gamma_\mu + i F_2(q^2) \sigma_{\mu\nu} q^\nu - F_3 \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 \\ &+ F_A(q^2) (\gamma_\mu q^2 - 2m_f q_\mu) \gamma_5. \end{aligned} \quad (1.2.2)$$

Hermiticidad de J_μ^{em} requiere que los factores de forma sean reales. Los tres factores ($i = 1, 2, 3$) de forma son, básicamente, la carga eléctrica, momento dipolar anómalo magnético y momento dipolar eléctrico. F_A es llamado el factor de forma anapolar. Efectos

anapolares violan paridad. La carga eléctrica y momentos dipolares son definidos como:

$$F_1(0) = \text{carga eléctrica} \quad (1.2.3)$$

$$F_2(0)(F_2(m_Z^2)) = \text{momento dipolar anómalo magnético (débil)} \quad (1.2.4)$$

$$F_3(0)(F_3(m_Z^2)) = \text{momento dipolar eléctrico (débil)} \quad (1.2.5)$$

1.3. Cotas sobre los momentos anómalos magnético y magnético débil

A diferencia del electrón y el muón, las mediciones sobre los momentos dipolares del tau son difíciles de medir directamente vía precesión de espín debido a su tiempo de vida media tan pequeño; $(290. \pm 0.5) \times 10^{-15} s$. Las cotas experimentales más actuales dadas por la colaboración DELPHI [7] están dadas por:

$$-0.052 < a_\tau < 0.013 \quad (1.3.1)$$

con un valor central de $a_\tau = -0.018$, mientras que el valor teórico del SM es dado por $a_\tau^{SM} = 1177.21(5) \times 10^{-6}$. Diferentes modelos de extensión ofrecen predicciones para el momento dipolar anómalo magnético del tau que oscilan en el rango de $\mathcal{O}(10^{-9} - 10^{-6})$ [8]. Por otro lado, con respecto a sus propiedades débiles, la predicción del SM fue calculado en [38] cuyo valor es dado por:

$$a_\tau^{W-SM} = -(2.10 + 0.61i) \times 10^{-6}, \quad (1.3.2)$$

mientras que diferentes modelos de extensión predicen valores en el rango de $\mathcal{O}(10^{-10} - 10^{-6})$ [8]. Las partes real e imaginaria fueron reportadas en [10]:

$$\text{Re}(a_\tau^W) < 1.14 \times 10^{-3}, \quad \text{Im}(a_\tau^W) < 2.65 \times 10^{-3}, \quad (1.3.3)$$

y para el caso eléctrico:

$$\text{Re}(d_\tau^W) < 0.5 \times 10^{-17} \text{ e cm}, \quad \text{Im}(d_\tau^W) < 1.1 \times 10^{-17} \text{ e cm}, \quad (1.3.4)$$

Capítulo 2

Momentos dipolares magnético anómalo y magnético débil del τ (MDAM τ) y (MDAMD τ)

2.1. MDAM τ y MDAMD τ en el modelo con dos do- bletes de Higgs tipo III (THDM-III)

En el THDM-III la parte del Lagrangiano que involucra la interacción del Higgs con los fermiones es conocido como el sector de Yukawa, el cual para el THDM más general está dado por

$$\mathcal{L}_Y = Y_1^u \bar{Q}_L^0 \tilde{\Phi}_1 u_R^0 + Y_2^u \bar{Q}_L^0 \tilde{\Phi}_2 u_R^0 + Y_1^d \bar{Q}_L^0 \Phi_1 d_R^0 + Y_2^d \bar{Q}_L^0 \Phi_2 d_R^0 + h.c. \quad (2.1.1)$$

tal que

$$Q_L^0 = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \bar{Q}_L^0 = (\bar{u}_L \bar{d}_L), \Phi_1 = \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix}, \Phi_2 = \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix}.$$

Los campos físicos se definen a través de una transformación que depende del ángulo α , el cual transforma la parte real de los campos a los campos neutros físicos

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Re}\phi_1 \\ \text{Re}\phi_2 \end{pmatrix},$$

y el ángulo β que transforma la parte imaginaria a los campos físicos neutros y cargados

$$\begin{pmatrix} G^0 \\ A^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{Im}\phi_1 \\ \text{Im}\phi_2 \end{pmatrix}, \quad (2.1.2)$$

$$\begin{pmatrix} G^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_\pm \end{pmatrix}. \quad (2.1.3)$$

El ángulo β se define como

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}. \quad (2.1.4)$$

Para poder distinguir claramente entre las contribuciones de los Higgs cargados de los neutros, separamos el Lagrangiano en una parte cargada (\mathcal{L}_{ch}) y otra que denominaremos

como el sector neutro (\mathcal{L}_n), por lo que

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_n &= \frac{g}{2} \left(\frac{m_d}{m_W} \right) \bar{d} \left[\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \delta_{dd'} + \frac{\sqrt{2} \sin(\alpha - \beta)}{g \cos \beta} \left(\frac{m_W}{m_d} \right) (\tilde{Y}_2^d)_{dd'} \right] d' H^0 \\
&+ \frac{g}{2} \left(\frac{m_d}{m_W} \right) \bar{d} \left[-\frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \delta_{dd'} + \frac{\sqrt{2} \cos(\alpha - \beta)}{g \cos \beta} \left(\frac{m_W}{m_d} \right) (\tilde{Y}_2^d)_{dd'} \right] d' h^0 \\
&+ \frac{ig}{2} \left(\frac{m_d}{m_W} \right) \bar{d} \left[-\tan \beta \delta_{dd'} + \frac{\sqrt{2}}{g \cos \beta} \left(\frac{m_W}{m_d} \right) (\tilde{Y}_2^d)_{dd'} \right] \gamma^5 d' A^0 \\
&+ \frac{g}{2} \left(\frac{m_u}{m_W} \right) \bar{u} \left[\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \delta_{uu'} + \frac{\sqrt{2} \sin(\alpha - \beta)}{g \sin \beta} \left(\frac{m_W}{m_u} \right) (\tilde{Y}_2^u)_{uu'} \right] u' H^0 \\
&+ \frac{g}{2} \left(\frac{m_u}{m_W} \right) \bar{u} \left[-\frac{\cos \alpha}{\sin \beta} \delta_{uu'} + \frac{\sqrt{2} \cos(\alpha - \beta)}{g \sin \beta} \left(\frac{m_W}{m_u} \right) (\tilde{Y}_2^u)_{uu'} \right] u' h^0 \\
&+ \frac{ig}{2} \left(\frac{m_u}{m_W} \right) \bar{u} \left[-\cot \beta \delta_{uu'} + \frac{\sqrt{2}}{g \sin \beta} \left(\frac{m_W}{m_u} \right) (\tilde{Y}_2^u)_{uu'} \right] \gamma^5 u' A^0. \quad (2.1.5)
\end{aligned}$$

Denotaremos como $\eta_{f\bar{f}}^H$ a los acoplamientos tipo $f\bar{f}H$ del Lagrangiano, es decir:

$$\eta_{\bar{u}u}^{H^0} = \frac{g}{2} \left(\frac{m_l}{m_W} \right) \left[\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \delta_{ll'} + \frac{\sqrt{2} \sin(\alpha - \beta)}{g \cos \beta} \left(\frac{m_W}{m_l} \right) (\tilde{Y}_2^l)_{ll'} \right]. \quad (2.1.6)$$

El Lagrangiano de Yukawa de la parte cargada está dada por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{ch} &= \left[\bar{d}_i \left(\tilde{Y}_1^u \sin \beta + \tilde{Y}_2^u \cos \beta \right) u_j H^- + \bar{u}_i \left(\tilde{Y}_2^d \cos \beta - \tilde{Y}_1^d \sin \beta \right) d_j H^+ \right] P_R \\
&+ \left[\bar{d}_i \left(\tilde{Y}_2^u \cos \beta - \tilde{Y}_1^u \sin \beta \right) u_j H^- + \bar{u}_i \left(\tilde{Y}_1^d \sin \beta - \tilde{Y}_2^d \cos \beta \right) d_j H^+ \right] P_L, \quad (2.1.7)
\end{aligned}$$

que nos sirve para extraer las reglas de Feynman para los procesos que involucran Higgs cargados.

2.1.1. La Matriz de Masa Fermiónica: Diagonalización y Texturas

En la versión general del THDM, cada doblete de Higgs se acopla a los fermiones del tipo f ($f = u, d, l$) a través de las matrices de Yukawa Y_1^f y Y_2^f . Después de la ruptura espontánea de simetría (SSB), las matrices se combinan para producir la matriz de masa fermiónica con algún tipo de textura. La matriz de masa para cada tipo de fermión, Ec.2.1.8, recibe contribuciones de ambos vevs v_1 y v_2 . Para obtener la masa física de los

fermiones se necesita diagonalizar la matriz de masa; lo cual se logra a través de una transformación bi-unitaria $\mathcal{O}_f = V_f^\dagger P_f$, esto es:

$$M_D = \mathcal{O}_f M_f \mathcal{O}_f^\dagger = \mathcal{O}_f \frac{1}{\sqrt{2}} \left(v_1 Y_1^f + v_2 Y_2^f \right) \mathcal{O}_f^\dagger. \quad (2.1.8)$$

Aunque \mathcal{O}_f diagonaliza la matriz M_f , no necesariamente diagonaliza cada matriz de Yukawa que conforman M_f , esto da lugar a interacciones neutras Higgs-fermión que inducen interacciones de violación de sabor.

2.1.2. Diagonalización de la matriz de masa fermionica del tipo textura de 4 ceros

La forma general de la matriz M_f no diagonal con textura de 4 ceros es

$$M_f = \begin{pmatrix} 0 & D & 0 \\ D^* & C & B \\ 0 & B^* & A \end{pmatrix}, \quad (2.1.9)$$

que es diagonalizada a través de una transformación bi-unitaria:

$$\mathcal{O}_f = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{m_2 m_3 (A - m_1)}{A(m_2 - m_1)(m_3 - m_1)}} & \sqrt{\frac{m_1 m_3 (m_2 - A)}{A(m_2 - m_1)(m_3 - m_2)}} & \sqrt{\frac{m_1 m_2 (A - m_3)}{A(m_3 - m_1)(m_3 - m_2)}} \\ -\sqrt{\frac{m_1 (m_1 - A)}{(m_2 - m_1)(m_3 - m_1)}} & \sqrt{\frac{m_2 (A - m_2)}{(m_2 - m_1)(m_3 - m_2)}} & \sqrt{\frac{m_3 (m_3 - A)}{(m_3 - m_1)(m_3 - m_2)}} \\ \sqrt{\frac{m_1 (A - m_2)(A - m_3)}{A(m_2 - m_1)(m_3 - m_1)}} & -\sqrt{\frac{m_2 (A - m_1)(m_3 - A)}{A(m_2 - m_1)(m_3 - m_2)}} & \sqrt{\frac{m_3 (A - m_1)(A - m_2)}{A(m_3 - m_1)(m_3 - m_2)}} \end{pmatrix} \quad (2.1.10)$$

y la matriz de fases

$$P_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_1} & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\alpha_2} \end{pmatrix}. \quad (2.1.11)$$

Los coeficientes $m_i (i = 1, 2, 3)$ en (2.1.10), corresponden a la masa de los fermiones. En el formalismo empleado en las referencias [13, 12], hacen uso del invariante $\det(M_f) = -D^2 A = m_1 m_2 m_3$ asumiendo un ordenamiento $m_3 > A > m_2 > m_1$, con la condición $A - m_3 < 0$, donde utilizamos la suposición que $m_1 < 0$ para que los ángulos de mezcla sean reales.

Con el propósito de determinar una relación entre las componentes de la matriz de masa de una textura de cuatro ceros y las masas físicas de los fermiones encontramos las siguientes expresiones:

$$A = m_3 (1 - r_2 \gamma_f), \quad (2.1.12)$$

$$B = m_3 \sqrt{\frac{r_2 \gamma_f (r_2 \gamma_f + r_1 - 1) (r_2 \gamma_f + r_2 - 1)}{1 - r_2 \gamma_f}}, \quad (2.1.13)$$

$$C = m_3 (r_2 \gamma_f + r_1 + r_2), \quad (2.1.14)$$

$$D = \sqrt{-\frac{m_1 m_2}{1 - r_2 \gamma_f}}, \quad (2.1.15)$$

donde $r_i = \frac{m_i}{m_3}$. Por lo que la relación entre la masa de la tercer familia y la entrada 33 de la matriz de masa es $A = m_3 (1 - r_2 \gamma_f)$, donde el único parámetro libre es γ_f ($0 < \gamma_f < 1$), con $f = u, d, l$. El hecho de que solo tengamos un parámetro libre adicional debido a la textura es una de las propiedades elegantes del modelo. Pero también encontramos que este formalismo permite reproducir la matriz de CKM) $V_{CKM} = \mathcal{O}_u \mathcal{O}_d^\dagger$ [14]. Por ejemplo, para los valores de $\gamma_u = 0.13$, $\gamma_d = 0.1$, $\alpha_1^u = 2,473555$, $\alpha_2^u = 0.65$, $\alpha_1^d = 1.045$ y $\alpha_2^d = 1.69$, obtenemos

$$V_{CKM}^{THDM-Tx} = \begin{pmatrix} 0.97424 & 0.22548 & 0.00294 \\ 0.22530 & 0.97342 & 0.04100 \\ 0.00918 & 0.04000 & 0.99915 \end{pmatrix}. \quad (2.1.16)$$

2.1.3. Clasificación de Texturas: Paralela, Semi-Paralela y Complementaria

Las matrices de Yukawa se pueden obtener a partir de simetrías de sabor, discretas o continuas, locales o globales. Por medio del estudio de diversas señales experimentales es posible excluir algunos modelos, en particular, a través del estudio de señales de violación de sabor que involucren al Higgs. En lugar de centrarnos en un modelo en específico, estudiamos las diferentes posibilidades que permiten obtener una matriz de masa M_f a partir de las matrices de Yukawa Y_1^f y Y_2^f . Una forma de simplificar el problema se logra al expresar una de las matrices de Yukawa en función de la otra matriz y los eigenestados de masa. Sin pérdida de generalidad podemos rotar Y_1 y fijar Y_2 de la forma: $\tilde{Y}_2 = \frac{\sqrt{2}}{v_2} \bar{M}_f - \cot \beta \tilde{Y}_1$.

I) “Textura Paralela”. Este constituye el caso más estudiado, se asume que tanto Y_1^f como Y_2^f tienen la misma estructura:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & d_1 & 0 \\ d_1^* & c_1 & b_1 \\ 0 & b_1^* & a_1 \end{pmatrix}, \quad (2.1.17)$$

$$Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & d_2 & 0 \\ d_2^* & c_2 & b_2 \\ 0 & b_2^* & a_2 \end{pmatrix}, \quad (2.1.18)$$

por lo que la forma explícita de los elementos 33 y 23 de la matriz de Yukawa rotada \tilde{Y}_2^f está dada por:

$$\begin{aligned} (\tilde{Y}_2^f)_{23} &= \frac{\sqrt{m_2 m_3}}{v} \chi_{23}, \\ (\tilde{Y}_2^f)_{33} &= \frac{m_3}{v} \chi_{33}, \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

donde

$$\chi_{23} = \sqrt{\frac{m_3}{m_2}} \left(\frac{b_1 v}{m_3 \tan \beta} - \frac{F_1}{\sin \beta} \right) e^{i\alpha_2} + \left(\frac{(a_1 - c_1)v}{m_3 \tan \beta} - \sqrt{2} \frac{F_2}{\sin \beta} \right) \sqrt{\gamma_f}, \quad (2.1.20)$$

$$\chi_{33} = \sqrt{2} \frac{F_1}{Q} \left(\frac{b_1 v}{m_3 \tan \beta} - \frac{F_1}{\sin \beta} \right) \cos \alpha_2 - \frac{c_1 v}{m_3 \tan \beta} F_3 + \sqrt{2} \frac{(Q - F_3 R)}{\sin \beta}. \quad (2.1.21)$$

Para simplificar las expresiones hacemos uso de las definiciones ($r_2 = m_2/m_3$, $R = 1 - r_2\gamma_f - r_2$, $Q = 1 - r_2$, $G = r_2\gamma_f$, $F_1 = \sqrt{2GR}$, $F_2 = Q - 2G$, $F_3 = G/Q$). En este caso, los términos $\chi_{23,33}$ dependen de los parámetros a_1 , b_1 , c_1 , α_2 , γ_f y β . En estudios previos [15], se consideró la posibilidad de que estos elementos tienen la forma de un anzats del tipo Cheng-Sher, con coeficientes χ_{ij}^f de orden $O(1)$, los cuales son constreñidos por medio del análisis de las FCNC y procesos de Violación de Sabor Léptonico (LFV, por sus siglas en inglés).

II) “Textura Semi-Paralela”. Es posible que Y_1^f y Y_2^f tengan diferentes texturas, siempre y cuando la matriz de masa resultante tenga una textura realista. Podría ser que Y_1^f tiene una cierta textura, pero Y_2^f tenga una textura en la cual sus entradas no cero sean opuestas a las de Y_1^f . Supongamos que Y_1^f tiene una textura de cuatro ceros, mientras que Y_2^f tiene solo una entrada 33 no nula:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & d_1 & 0 \\ d_1^* & c_1 & b_1 \\ 0 & b_1^* & a_1 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \end{pmatrix}. \quad (2.1.22)$$

Estos son los casos que denominamos como texturas Semi-Paralelas; la forma explícita de los elementos 33 y 23 es:

$$\begin{aligned} (\tilde{Y}_2^f)_{23} &= \frac{\sqrt{m_2 m_3}}{v} \chi_{23}, \\ (\tilde{Y}_2^f)_{33} &= \frac{m_3}{v} \chi_{33}, \end{aligned} \quad (2.1.23)$$

tal que $\chi_{23} = \frac{\sqrt{R}}{Q} \left(\frac{\sqrt{2}P}{\sin \beta} - \frac{a_1 v}{m_3} \tan \beta \right) \sqrt{\gamma_f}$, $\chi_{33} = \frac{R}{Q} \left(\frac{\sqrt{2}P}{\sin \beta} - \frac{a_1 v}{m_3} \tan \beta \right)$ y $P = 1 - r_2\gamma_f$.

Observamos que en este caso los elementos dependen de tres parámetros libres a_1 , β y γ_f .

III) “Texturas Complementarias”. Este constituye el último de nuestros casos, y lo que lo distingue es la suposición de que ambas matrices de Yukawa tienen una estructura diferente que permite construir una matriz de masa hermítica con una textura de cuatro ceros. Consideramos patrones donde, como máximo, un elemento de cada matriz de Yukawa $Y_{1,2}^f$ contribuye a una entrada de la matriz de masa.

Por lo tanto, los casos que consideramos se definen como:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & c & b \\ 0 & b^* & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}. \quad (2.1.24)$$

La forma explícita de los elementos 33 y 23 elementos es:

$$\begin{aligned} (\tilde{Y}_2^f)_{23} &= \frac{\sqrt{m_2 m_3}}{v} \chi_{23}, \\ (\tilde{Y}_2^f)_{33} &= \frac{m_3}{v} \chi_{33}, \end{aligned} \quad (2.1.25)$$

donde $\chi_{23} = \frac{\sqrt{R}}{Q} \frac{\sqrt{2}P}{\sin \beta} \sqrt{\gamma_f}$ y $\chi_{33} = \frac{R}{Q} \frac{\sqrt{2}P}{\sin \beta}$. Observando los coeficientes nos damos cuenta de que en el caso Semi-Paralelo al tomar el límite $a_1 \rightarrow 0$ se reduce al caso complementario. En este caso los elementos dependen de los parámetros β y γ_f , el cual es el caso más sencillo para llevar a cabo estudios fenomenológicos, ya que sólo depende de dos parámetros. En la Fig 2.1 se presenta una comparación entre el ansatz de Cheng-Sher y correcciones que se originan a partir de los coeficientes χ_{ij} de orden $\mathcal{O}(1)$ [16] proveniente de las texturas.

El ejemplo de “texturas complementarias” lo denominamos como caso 1, y las características de otras posibles variaciones las consideramos en los subsecuentes casos (casos 2-6). La elección de los casos es tal que asignamos la entrada del elemento 33 como proveniente de Y_2 . Esta convención se basa en la suposición de que el mayor elemento de las Yukawa provenga de un mecanismo dominante (desconocido), mientras que las masas ligeras y los términos de mezcla de la CKM pueden ser el resultado de una perturbación del mecanismo sugerido. La lógica de nuestro ordenamiento es empezar con la estructura mas simple para Y_2 , i.e., con solo $(Y_2)_{33} \neq 0$ (caso 1), hasta llegar al caso mas complicado,

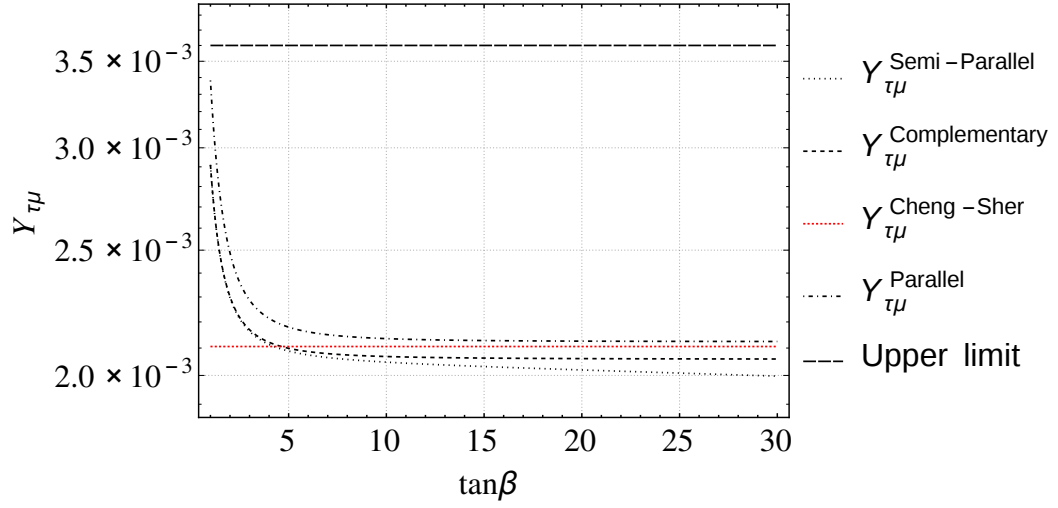


Figura 2.1: Gráfica de $Y_{\tau\mu}(= \frac{\sqrt{m_\tau m_\mu}}{v} \chi_{\tau\mu})$ vs $\tan\beta$, para un valor de $\chi_{\tau\mu}=1$ en el caso del ansatz de Cheng-Sher y $\chi_{\tau\mu} \sim 1$ para los otros casos, i.e., Paralelo, Semi-Paralelo y Complementario. La línea en la parte de arriba corresponde al acoplamiento de Yukawa τ - μ .

en el que Y_2 posee una textura de 3 ceros.

Caso 1:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & c & b \\ 0 & b^* & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}. \quad (2.1.26)$$

Caso 2:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & b^* & a \end{pmatrix}.$$

Caso 3:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & 0 & b \\ 0 & b^* & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

Caso 4:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & b \\ 0 & b^* & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

Caso 5:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b \\ 0 & b^* & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & c & 0 \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}.$$

Caso 6:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & b \\ 0 & b^* & a \end{pmatrix}.$$

Caso 7:

$$Y_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Y_2 = \begin{pmatrix} 0 & d & 0 \\ d^* & 0 & b \\ 0 & b^* & a \end{pmatrix}.$$

2.1.4. Cotas Mediante Procesos a Bajas Energías

En este capítulo presentamos el espacio permitido para los parámetros M_H y $\tan \beta$ que cumplen con mediciones y cotas experimentales; entre los procesos considerados están el momento magnético anómalo del muón Δa_μ , y diversos procesos a bajas energías que son mediados por los bosones escalares h^0 , H^0 , A^0 , H^\pm . En el THDM uno de los parámetros que usualmente se intenta acotar es $\tan \beta (= t_\beta)$ ya que este parámetro nos da información acerca del acoplamiento de los bosones de Higgs y los fermiones.

En particular, determinamos el espacio de parámetros analizando el plano $t_\beta - M_{H(H^\pm)}$, a la vez que fijamos el resto de los parámetros libres. Bajo diferentes escenarios de $\alpha - \beta$; el escenario en que $\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$ es relevante ya que este constituiría el caso en que el acoplamiento de h^0 a fermiones es del tipo SM, además de acuerdo con [17] constituye el caso más favorecido actualmente.

El análisis es primeramente desarrollado para procesos mediados por bosones de Higgs neutros, es decir, $K - \bar{K}$ y $B - \bar{B}$ *mixing*, $B_s \rightarrow \bar{\mu}\mu$, $\mu \rightarrow e\gamma$, $\tau \rightarrow \mu\gamma$, $\tau \rightarrow e\gamma$ y $\tau \rightarrow \mu\mu\bar{\mu}$. Subsecuentemente se realiza el análisis para procesos mediados por Higgs cargados mediante los procesos $B \rightarrow D(D^*)\tau\nu$.

La forma en la que estudiamos los procesos de bajas energías, se basó en el formalismo de hamiltonianos efectivos; en este formalismo el hamiltoniano se expresa como la expansión

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_i V_{CKM}^i C_i(\mu) Q_i, \quad (2.1.27)$$

donde Q_i representa a los operadores efectivos y $C_i(\mu)$ representa a los coeficientes de Wilson; la constante μ denota la distinción de altas y bajas energías. En este formalismo los coeficientes de Wilson dependen de los acoplamientos de nuestro modelo, por lo que quedan expresados en función de α , β , θ_i , $M_{H(H^\pm)}$ y γ_f . Por lo cual este formalismo es idóneo para constreñir el espacio de parámetros.

2.1.5. $a_\mu^{THDM-Tx}$

Actualmente existe una discrepancia entre la medición experimental del momento anómalo del muón a_μ y su predicción teórica en el SM [18]

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{Exp} - a_\mu^{SM} = 288(63)(49) \times 10^{-11}, \quad (2.1.28)$$

lo cual constituye una discrepancia mayor a 3σ . La posibilidad de que esta discrepancia se deba a posibles efectos de nueva física es una razón por la que debe considerarse para acotar modelos más allá del SM, como lo es el THDM-Tx. En este modelo las nuevas contribuciones al a_μ se deben a los acoplamientos entre los Higgs: $h^0\mu l$, $H^0\mu l$, $A^0\mu l$ ($l =$

e, μ, τ).

Los diagramas de Feynman que dan la mayor contribución a nivel de un loop y a nivel de dos loops (diagrama Barr-Zee) se muestran en Fig. 2.2,

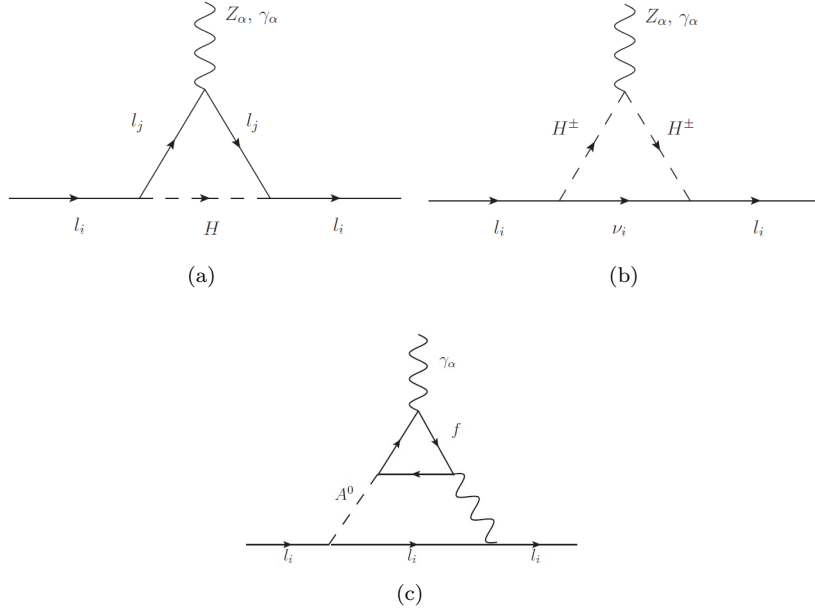


Figura 2.2: Diagramas de Feynman que contribuyen al momento anómalo magnético del muón.

donde $l_i = \mu$ y l_j son leptones de diferente sabor, H se refiere a los diferentes bosones de Higgs neutros h^0, H^0, A^0 . Debido a que el momento magnético dipolar del muón conserva CP , las fases imaginarias $\alpha_{1,2} = 0$. Trabajando en la norma unitaria y utilizando el método de la parametrización de Feynman, las expresiones para $a_\mu^{THDM-Tx}$, a nivel de un loop, están dadas por:

$$a_\mu^{THDM-Tx} = \sum_{l=e, \mu, \tau} \frac{|\eta_{l\mu}^{A_1 A_2 A_3}|^2 m_\mu}{\sqrt{8\pi^2}} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy F_k^{A_1 A_2 A_3}(x, y), \quad (2.1.29)$$

donde A_n especifica las partículas que circulan dentro del loop y $\eta_{l\mu}^{A_1 A_2 A_3}$ es el acoplamiento entre leptones y el Higgs, $\bar{l}lH$, que se puede observar explícitamente en el Lagrangiano, Ec. (2.1.6). La función $F_k^{A_1 A_2 A_3}(x, y)$ del diagrama (a) está dada por:

$$F_a^{Hl_j l_j}(x, y) = (x + y)(m_{l_j} - m_\mu(x + y - 1))/M_a^2, \quad (2.1.30)$$

donde $M_a^2 = -m_H^2(x+y-1) + (x+y)(m_{l_j}^2 + m_\mu^2(x+y-1))$. Para el diagrama (c): $\eta_{\mu\nu}^{A_1 A_2 A_3} = 1$ y la función $F_b^{A_1 A_2 A_3}(x)$ es:

$$F_b^{H^\pm H^\pm \nu}(x) = 2m_\mu x/M_b^2, \quad (2.1.31)$$

tal que $M_b^2 = (m_\mu^2 x - m_{H^\pm}^2)$. En el caso del diagrama de Barr-Zee, solamente consideramos la contribución dominante [19]:

$$a_\mu^{Barr Zee} = \frac{\alpha^2}{8\pi^2 s_W^2} \frac{m_\mu^2 \eta_{\mu\bar{\mu}}^{A_0}}{m_W^2} \sum_{f=t, \tau, b} N_c^f Q_f^2 r_f f(r_f) \eta_{f\bar{f}}^{A_0}, \quad (2.1.32)$$

donde $r_f = (m_f/M_{A_0})$, m_f es la masa de los fermiones, $N_c^f = 1(3)$ es el número de color, Q_f es la carga eléctrica de los fermiones, $\eta_{f\bar{f}}^{A_0}$ es el acoplamiento que está dado en la ecuación (2.1.5) y la función $f(r_f)$ está dada por

$$f(x) = \int_0^1 \frac{\log(\frac{x}{y(1-y)})}{x - y(1-x)} dy. \quad (2.1.33)$$

2.1.6. Mezcla de Mesones: $K\bar{K}$ y $B\bar{B}$

La amplitud de mezcla de $K\bar{K}$ recibe contribuciones del Higgs neutro en el THDM, cuyo diagrama de Feynman se muestra en la Fig. 2.3.

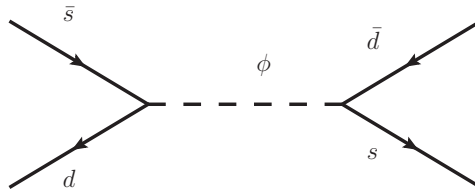


Figura 2.3: Diagrama de Feynman para la mezcla $K\bar{K}$.

El hamiltoniano efectivo para este proceso al nivel de quarks se escribe como

$$H_{eff}^{\Delta S=2} = \frac{G_F^2 M_W^2}{16\pi^2} \sum_i C_i Q_i, \quad (2.1.34)$$

donde ($i = L, R, LR$)

$$\begin{aligned}
Q_L^{\bar{s}d,s\bar{d}} &= (\bar{s}P_L d)(\bar{s}P_L d), \\
Q_R^{\bar{s}d,s\bar{d}} &= (\bar{s}P_R d)(\bar{s}P_R d), \\
Q_{LR}^{\bar{s}d,s\bar{d}} &= (\bar{s}P_L d)(\bar{s}P_R d).
\end{aligned}$$

Los coeficientes de Wilson, se expresan como

$$\begin{aligned}
C_L^{\bar{s}d,s\bar{d}} &= -\frac{16\pi^2}{G_F^2 M_W^2} m_s m_d \frac{[\chi_{12}^{(1)} + \chi_{12}^{(2)}]^2}{v_1^2} \sum_{a=1}^3 \frac{(U_{1a}^*)^2}{m_{\phi_a}^2}, \\
C_R^{\bar{s}d,s\bar{d}} &= -\frac{16\pi^2}{G_F^2 M_W^2} m_s m_d \frac{[\chi_{12}^{(1)} + \chi_{12}^{(2)}]^2}{v_1^2} \sum_{a=1}^3 \frac{(U_{1a})^2}{m_{\phi_a}^2}, \\
C_{LR}^{\bar{s}d,s\bar{d}} &= -\frac{16\pi^2}{G_F^2 M_W^2} m_s m_d \frac{[\chi_{12}^{(1)} + \chi_{12}^{(2)}]^2}{v_1^2} \sum_{a=1}^3 \frac{U_{1a}^* U_{1a}}{m_{\phi_a}^2},
\end{aligned}$$

donde los acoplamientos derivados del modelo entran en los coeficientes $\chi_{ij}^{(a)}$. De forma similar como hicimos en el caso de la matriz de masa, para transformar de los eigenestados débiles del sector Higgs al sector CP par, empleamos una matriz de rotación U_{ba} , la cual, debido a que estamos trabajando en este proceso con Higgs neutros, es de la forma

$$U = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}.$$

El cambio de sabor debe su origen a los términos no diagonales de la matriz de masa del K (kaon neutral), en particular la componente M_{12}^K , cuyo valor experimental es

$$M_{12}^K = \frac{\Delta M_K}{M_K} = 7.2948 \times 10^{-15} GeV. \tag{2.1.35}$$

Sin embargo, debido a que ΔM_K es obtenido a partir de

$$\begin{aligned}\Delta M_K &= 2\text{Re}\langle \bar{K}^0 | H_{eff}^{\Delta S=2} | K^0 \rangle \\ &= \frac{G_F^2 M_W^2}{12\pi^2} M_K F_K^2 \eta_2 B_K \times \left[\bar{P}_{2,LR} C_{LR}^{\bar{s}d,s\bar{d}} + \bar{P}_{1,L} \left(C_L^{\bar{s}d,s\bar{d}} + C_R^{\bar{s}d,s\bar{d}} \right) \right],\end{aligned}\quad (2.1.36)$$

donde $F_K = 160$ MeV, $M_K = 497.6$ MeV, $\eta_2 = 0.57$, $B_K = 0.85 \pm 0.15$, $\bar{P}_{2,LR} = 30.6$ y $\bar{P}_{1,L} = -9.3$, sustituyendo,

$$M_{12}^K = \frac{4}{3} F_K^2 \eta_2 \bar{B}_K (m_d m_s) \frac{1}{v_1^2} \times \sum_{a=1}^3 \left[\bar{P}_{2,LR} \frac{U_{2a} U_{1a}}{m_{\phi_a}^2} + \bar{P}_{1,L} \left(\frac{U_{2a}^2}{m_{\phi_a}^2} + \frac{U_{1a}^2}{m_{\phi_a}^2} \right) \right]. \quad (2.1.37)$$

La forma en que calculamos $B\bar{B}$ es similar la forma como calculamos $K\bar{K}$, excepto que ahora usamos ΔM_B , cuyo valor experimental es $\Delta m_{B_s} = 3.337 \times 10^{-13}$ GeV y los operadores son $\eta_B = 0.55$, $\bar{P}_{2,LR} = 0.88$, $\bar{P}_{1,L} = -0.52$.

2.1.7. $B_s \rightarrow \bar{\mu}\mu$

Otro de los procesos que empleamos es $B_s \rightarrow \bar{\mu}\mu$, este proceso es mediado por un bosón de Higgs neutro, cuyo diagrama de Feynman está dado en Fig. 2.4.

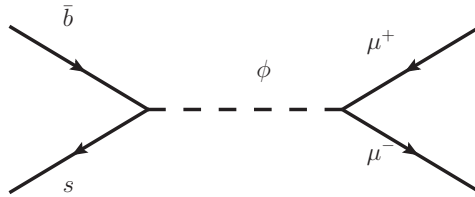


Figura 2.4: Diagrama de Feynman para el proceso $B_s \rightarrow \bar{\mu}\mu$.

Cuya razón de decaimiento está dada por,

$$\text{BR}(B_s \rightarrow \bar{\mu}\mu) = \frac{G_F^2 \alpha_{em}^2}{16\pi^3} M_B \tau_B |V_{ts} V_{tb}^*|^2 \sqrt{1 - \frac{4m_l^2}{M_B^2}} \times \left[|F_{RH}|^2 \left(1 - \frac{4m_l^2}{M_B^2} \right) + |F_{RA^0}|^2 \right].$$

Los factores de forma son

$$F_{RH,RA^0} = -\frac{i}{2}M_B^2 f_{B_b} \frac{m_b}{m_b + m_s} C_{RH,RA^0}, \quad (2.1.38)$$

los cuales dependen de la constante de Fermi G_F , el tiempo de vida del mesón B y los coeficientes de Wilson (C_{RH} , C_{RA^0}) con los escalares $H = h^0, H^0$ que aparecen en el hamiltoniano efectivo

$$H_{eff} = -2\sqrt{2}G_F V_{tb} V_{tb}^* \sum_i C_i Q_i, \quad (2.1.39)$$

donde los operadores efectivos Q_i ($i = RH, RA^0$) están dados por

$$\begin{aligned} Q_{RH} &= \frac{e^2}{16\pi^2} m_b (\bar{d} P_R b) (\bar{l} l), \\ Q_{RA^0} &= \frac{e^2}{16\pi^2} m_b (\bar{d} P_R b) (\bar{l} \gamma^5 l), \end{aligned}$$

y los coeficientes de Wilson C_i son

$$\begin{aligned} C_{RH} &= \frac{2\pi \sqrt{m_2^q m_3^q} m_2^l}{G_F V_{tb}^* V_{ts} \alpha_{em} M_b v^2} \\ &\times \left[\frac{1}{4M_{H^0}^2} \prod_{r=q,l} \left((\chi_r^{(2)})_{23} g_2(\alpha, \beta) + (\chi_r^{(1)})_{23} f_2(\alpha, \beta) \right) \right. \\ &\left. + \frac{1}{4M_{h^0}^2} \prod_{r=q,l} \left((\chi_r^{(2)})_{23} g_1(\alpha, \beta) + (\chi_r^{(1)})_{23} f_1(\alpha, \beta) \right) \right], \end{aligned} \quad (2.1.40)$$

$$C_{RA^0} = \frac{2\pi \sqrt{m_2^q m_3^q} m_2^l}{G_F V_{tb}^* V_{ts} \alpha_{em} M_b v^2} \left[\frac{1}{4M_{A^0}^2} \prod_{r=q,l} \left((\chi_r^{(2)})_{23} g_3(\alpha, \beta) + (\chi_r^{(1)})_{23} f_3(\alpha, \beta) \right) \right].$$

El índice n se refiere a la matriz de Yukawa 1 o 2. G_F , es la constante de Fermi, M_b la masa del quark bottom, V_{tb}^* los elementos de CKM, $M_{H^0(h^0)}$ la masa de Higgs pesado y SM respectivamente.

2.1.8. $B \rightarrow D(D^*)\tau\nu$

El diagrama de Feynman correspondiente al proceso $B \rightarrow D(D^*)\tau\nu$ se muestra en la Fig. 2.5.

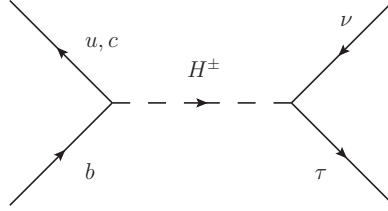


Figura 2.5: Diagrama de Feynman para el proceso $B \rightarrow D\tau\nu$.

Los experimentos Belle y BaBar [20, 21] han medido las razones $R(D)$ y $R(D^*)$, cuyos valores son:

$$R(D) = 0.44 \pm 0.058 \pm 0.042, \quad (2.1.41)$$

$$R(D^*) = 0.332 \pm 0.024 \pm 0.018,$$

las cuales sirven para poner cotas sobre los Higgses cargados H^\pm en nuevos modelos. Debido a que el THDM-Tx predice la existencia de dichos escalares. Estas razones expresadas en función de coeficientes de Wilson son:

$$R(D) = R_{SM}(D) \times \left(1 + 1.5 \operatorname{Re} \left[\frac{C_R^{cb,\tau\nu} + C_L^{cb,\tau\nu}}{C_{SM}^{cb,\tau\nu}} \right] + 1.0 \left| \frac{C_R^{cb,\tau\nu} + C_L^{cb,\tau\nu}}{C_{SM}^{cb,\tau\nu}} \right|^2 \right), \quad (2.1.42)$$

$$R(D^*) = R_{SM}(D^*) \times \left(1 + 0.12 \operatorname{Re} \left[\frac{C_R^{cb,\tau\nu} - C_L^{cb,\tau\nu}}{C_{SM}^{cb,\tau\nu}} \right] + 0.05 \left| \frac{C_R^{cb,\tau\nu} - C_L^{cb,\tau\nu}}{C_{SM}^{cb,\tau\nu}} \right|^2 \right). \quad (2.1.43)$$

La expresión completa de los coeficientes de Wilson es reportada en Ref. [22].

Estos dos procesos combinados dan una desviación de 3.4σ con respecto a las predicciones del SM; en la actualidad faltan más datos para determinar con certidumbre si

esta señal tiene orígenes de nueva física. Aunque esta señal es una de las más restrictivas, fuimos capaces de encontrar una región que cumple tanto con $R(D)$ como $R(D^*)$ para el THDM-Tx. Las regiones permitidas y excluidas en el plano tan β - M_{H^\pm} son presentadas en la sección. 2.1.11.

2.1.9. Decaimientos $\ell_i \rightarrow \ell_j \gamma$

El diagrama de Feynman para este proceso se muestra en la Fig. 2.6.

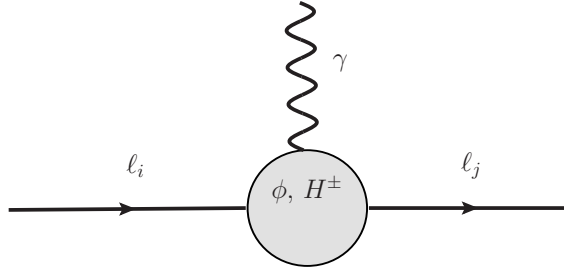


Figura 2.6: Diagrama de Feynman para el proceso $\ell_i \rightarrow \ell_j \gamma$. El círculo representa las contribuciones a un loop de ϕ y H^\pm .

La razón de decaimiento de un lepton (ℓ_i), a otro lepton de diferente familia (ℓ_j) esta dado por

$$\text{BR}(\ell_i \rightarrow \ell_j \gamma) = \frac{m_{\ell_i}^5}{4\pi\eta_{\ell_i}} \left(|C_R^{\ell_j \ell_i}|^2 + |C_L^{\ell_j \ell_i}|^2 \right) \quad (2.1.44)$$

donde los coeficientes de Wilson $C_{R,L}^{\ell_j \ell_i}$ son

$$C_{RH_n^0} = \left[\frac{LRH_n^{0*}}{\eta_{\ell_i \ell_j}} \frac{LRH_n^0}{\eta_{\ell_i \ell_j}} + \frac{LRH_n^{0*}}{\eta_{\ell_j \ell_i}} \frac{LRH_n^0}{\eta_{\ell_j \ell_i}} - \frac{m_{\ell_i}}{m_{\ell_i}} \frac{LRH_n^0}{\eta_{\ell_i \ell_j}} \frac{LRH_n^0}{\eta_{\ell_j \ell_i}} \left(9 + 6 \ln \left(\frac{m_{\ell_j}^2}{m_{H_n^0}^2} \right) \right) \right].$$

Los coeficientes son $H_n^0 = h^0, H^0, A^0$. El coeficiente $C_L^{\ell_j \ell_i}$ se obtiene de intercambiar R por

L. Sus cotas experimentales para los diferentes procesos vienen dadas en [14]:

$$\begin{aligned}
\text{BR}(\mu \rightarrow e\gamma) &\leq 5,7 \times 10^{-13} \\
\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\gamma) &\leq 4,5 \times 10^{-8} \\
\text{BR}(\tau \rightarrow e\gamma) &\leq 1,1 \times 10^{-7}
\end{aligned}
\tag{2.1.45}$$

2.1.10. $\tau \rightarrow \mu\mu\bar{\mu}$

EL diagrama de Feynman para el decaimiento $\tau \rightarrow \mu\mu\bar{\mu}$ es mostrado en la Fig. 2.7 El

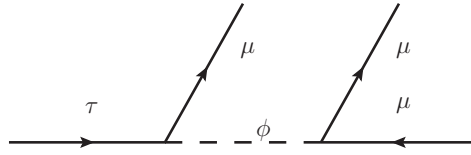


Figura 2.7: Diagrama de Feynman del proceso $\tau \rightarrow \mu\mu\bar{\mu}$.

ancho de decaimiento de este proceso es:

$$\begin{aligned}
\Gamma(\tau \rightarrow \mu\mu\bar{\mu}) &= \frac{m_\tau V_{22}^2 V_{ij}^2}{192\pi^3 r_\phi^2 (R_\phi^2 + r_\phi^2)} \\
&\times \left(1 - 12r_\mu^3 - 36r_\mu^{1/2} + 4r_\mu \right),
\end{aligned}
\tag{2.1.46}$$

donde $r_\mu = \frac{m_\mu}{m_\tau}$, $r_\phi = \frac{m_\phi}{m_\tau}$, $R_\phi = \frac{\Gamma_\phi}{m_\tau}$ y

$$V_{ij}^2 = \left(\frac{\sqrt{m_i m_j}}{2v} \right)^2 \left(-\frac{\chi_{ij}^{(1)} \sin \alpha}{\cos \beta} + \frac{\chi_{ij}^{(2)} \cos \alpha}{\sin \beta} \right)^2.$$

La cota superior experimental es reportada en [14] y cuyo valor es:

$$\text{BR}(\tau \rightarrow \mu\mu\bar{\mu}) < 2,1 \times 10^{-8}
\tag{2.1.47}$$

2.1.11. Regiones Permitidas

Al utilizar cada uno de los procesos mencionados, encontraremos las regiones del espacio de parámetros M_H y $\tan\beta$ que cumplen cada uno y a la vez la zona donde se intersectan todos los procesos. Primeramente se muestran las regiones permitidas para procesos mediados por Higgs neutros y subsecuentemente las regiones permitidas cuando se consideran procesos mediados por Higgs cargados.

Procesos mediados por Higgses Neutros

Por medio de los procesos mencionados anteriormente obtuvimos cotas de $\tan\beta$ - M_H . Así mismo, encontramos que no todos los valores de M_H y t_β son permitidos. En Fig. 2.8 mostramos las regiones excluidas y permitidas para procesos que involucran a los bosones de Higgs neutros por medio de los procesos: $B_s^0 \rightarrow \mu^- \mu^+$, mezclas $K - \bar{K}(B - \bar{B})$, $l_i \rightarrow l_j \gamma$, $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^-$ y $a_\mu^{THDM-Tx}$, i.e. la región donde todos se intersectan corresponde a la zona permitida para todos los procesos. Elegimos el escenario donde $(\alpha - \beta) = \pi/2$ la cual esta de acuerdo con el trabajo de Ref. [17]. En Fig.2.9 consideramos los mismos procesos de bajas energías excepto que trabajamos con una textura Semi-Paralela. Finalmente en Fig. 2.10 se muestran las regiones permitidas y excluidas para el caso paralelo. La etiqueta

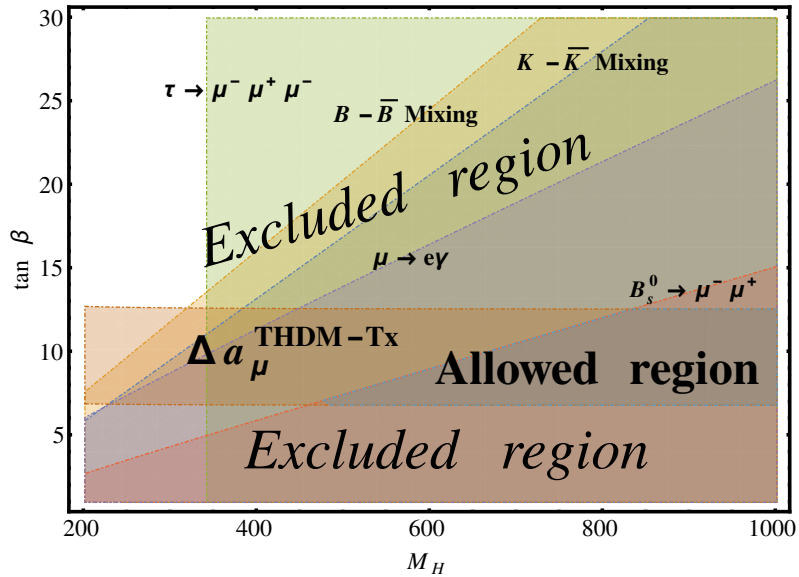


Figura 2.8: Regiones permitidas y excluidas para t_β y M_H (GeV) para el caso complementario.

para diferenciar los diferentes procesos, fueron colocadas en el extremo superior de la región de cada proceso, se extienden hasta la parte inferior ($M_H = 200\text{GeV}-\tan\beta = 1$)-($M_H = 1000\text{GeV}-\tan\beta = 1$). Por ejemplo, para el proceso $B_s^0 \rightarrow \mu^- \mu^+$ la zona permitida inicia en ($M_H = 200\text{GeV}, \sim \tan\beta = 3$) y continúa hasta($M_H = 1000\text{GeV}, \sim \tan\beta = 15$) extendiéndose hasta ($M_H = 200\text{GeV}, \tan\beta = 1$)-($M_H = 1000\text{GeV}, \tan\beta = 1$). Cabe mencionar que algunas de las regiones son diferentes por ejemplo: $a_\mu^{\text{THDM-Tx}}$ es una banda que se extiende a lo largo de la figura y $\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^- \mu^+$ que se asemeja a un rectángulo. En la etiqueta horizontal $M_H = M_{H^0}$ se refiere a la masa del bosón de Higgs pesado, utilizamos los valores de $M_{h^0} = 125\text{ GeV}$, $M_{A^0} = 300\text{ GeV}$, $M_{H^\pm} = 500\text{ GeV}$, $\gamma_u = 0.13$, $\gamma_d = 0.1$ y $\gamma_l = 1$. Al observar la figura nos damos cuenta que en el plano $\tan\beta$ - M_H los procesos que más restringen al modelo son $B_s^0 \rightarrow \mu^- \mu^+$ y $a_\mu^{\text{THDM-Tx}}$. El área que cumplieron todos los procesos corresponde a la zona permitida, la cual se encuentra entre $490 \lesssim M_H \leq 1000\text{ GeV}$ para $t_\beta \sim 7$ y $850 \lesssim M_H \leq 1000$ para $\tan\beta \sim 13$. A pesar

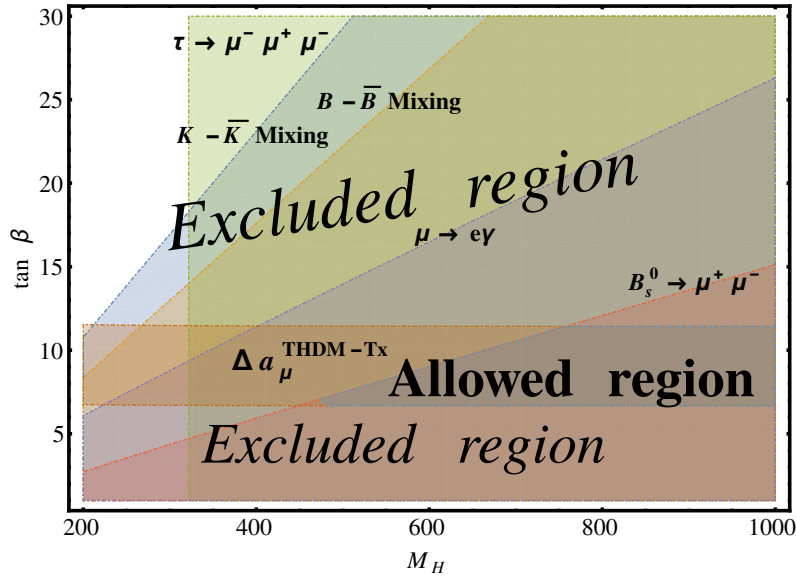


Figura 2.9: Regiones permitidas y excluidas similar a la Fig. 2.8 pero para el caso Semi-Paralelo.

de que tanto el caso Complementario y el Semi-Paralelo son similares, observamos que la región de ambos difiere, esto se debe a que el caso Semi-Paralelo tiene un parámetro libre adicional (a_1). Los procesos que más restringieron el modelo son ($B_s^0 \rightarrow \mu^- \mu^+$ y $a_\mu^{\text{THDM-Tx}}$) análogamente a lo ocurrido en la Fig. 2.8. Sin embargo, la región permitida total es mayor a la del caso Complementario, en particular para $t_\beta \sim 13$ con una masa del bosón de Higgs pesado $750 \lesssim M_H \leq 1000\text{ GeV}$ que es mayor a la del caso Complementario

que varió $850 \lesssim M_H \leq 1000$ GeV. Observamos que hay dos zonas permitidas en el

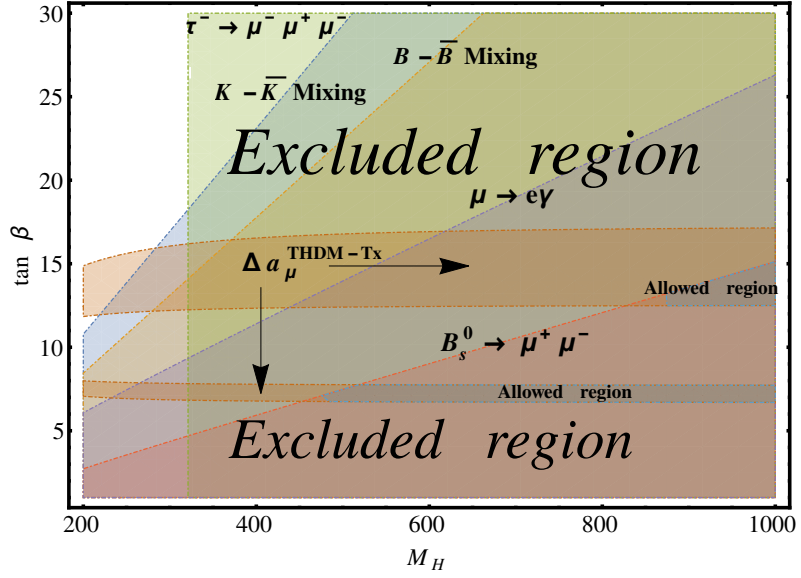


Figura 2.10: Regiones permitidas y excluidas para el caso Paralelo.

espacio de parámetros: la primer región se encuentra entre $7 \lesssim \tan \beta \lesssim 8$ para una masa $480 \lesssim M_H \leq 1000$ GeV mientras que la segunda zona permitida está entre $12 \lesssim \tan \beta \lesssim 15$ para $870 \lesssim M_H \leq 1000$ GeV.

Procesos mediados por Higgses cargados

En este apartado realizamos lo mismo que en la sección anterior pero ahora para acotar el plano $t_\beta - M_H^\pm$. En la Fig. 2.11 se muestran las regiones permitidas y excluidas, como en el caso neutro.

2.1.12. Propiedades del Higgs medidas en el LHC

En el capítulo anterior encontramos regiones de validez para el espacio de parámetros del THDM-Tx que cumplen con las cotas de procesos a bajas energías. En este capítulo acotaremos el modelo utilizando procesos de altas energías, i.e. haciendo uso de señales del bosón de Higgs observadas en el LHC, por medio de diversos canales de producción y decaimiento del Higgs. Consideramos únicamente la producción del bosón de Higgs mediante fusión de gluones en los decaimientos $h^0 \rightarrow ZZ^*, \gamma\gamma, \tau^- \tau^+, b\bar{b}$. Ya que deseamos

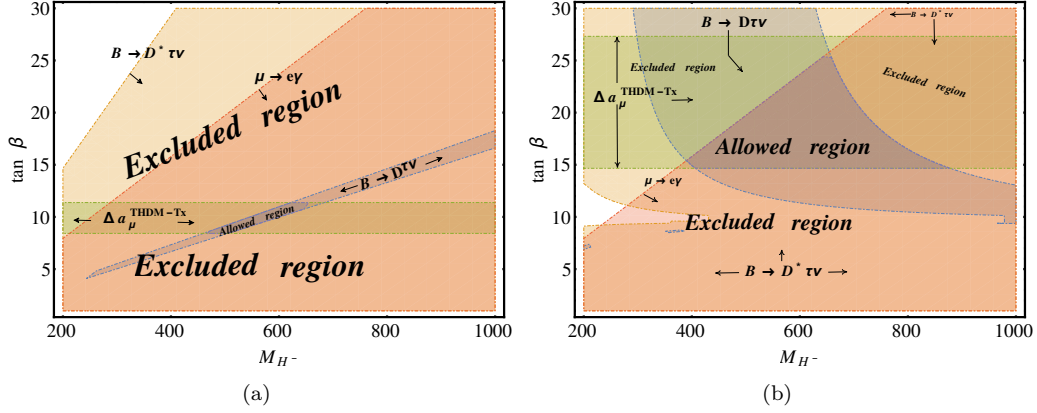


Figura 2.11: Regiones permitidas y excluidas obtenidas a partir de los procesos mediado por bosones de Higgs cargados; para los casos Semi-Paralelo (a) y Paralelo (b).

reproducir señales de un Higgs del tipo SM con una masa de $M_h \simeq 125$ GeV, hacemos uso de las razones:

$$R_{XX} = \frac{\sigma(gg \rightarrow h^0)}{\sigma(gg \rightarrow h_{SM})} \frac{\text{BR}(h^0 \rightarrow XX)}{\text{BR}(h_{SM} \rightarrow XX)}, \quad (2.1.48)$$

para $X = \gamma, Z, \tau, b$.

Para nuestros propósitos resultó suficiente hacer uso de la aproximación de ancho de decaimiento delgado, con el cual R_{XX} se reduce a:

$$R_{XX} = \frac{\Gamma(h^0 \rightarrow gg)}{\Gamma(h_{SM} \rightarrow gg)} \frac{\text{BR}(h^0 \rightarrow XX)}{\text{BR}(h_{SM} \rightarrow XX)}. \quad (2.1.49)$$

Se seleccionaron las señales del Higgs $h^0 \rightarrow b\bar{b}$ y $h^0 \rightarrow \tau^-\tau^+$ para ser analizadas en el LHC debido a que sus acoplamientos del tipo Yukawa que son relativamente altos. En particular en el THDM, el acoplamiento del bottom y tau de tipo Yukawa son diferentes a los del SM. El valor del parámetro R de acuerdo a datos del LHC es $R_{ZZ} = 1.15^{+0.27}_{-0.23}$, $R_{\gamma\gamma} = 1.17^{+0.19}_{-0.17}$, $R_{b\bar{b}} = 0.85 \pm 0.29$ y $R_{\tau^+\tau^-} = 0.79 \pm 0.26$ los cuales pueden encontrar en [14]. Nuestra evaluación de los valores R_{XX} fue hecha con $(\alpha - \beta) \sim \pi/2$, $\gamma_f = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.

En la Fig. 2.12 se muestran las regiones que cumplen con las cotas actuales de los cuatro canales considerados. Afortunadamente fuimos capaces de encontrar regiones en el

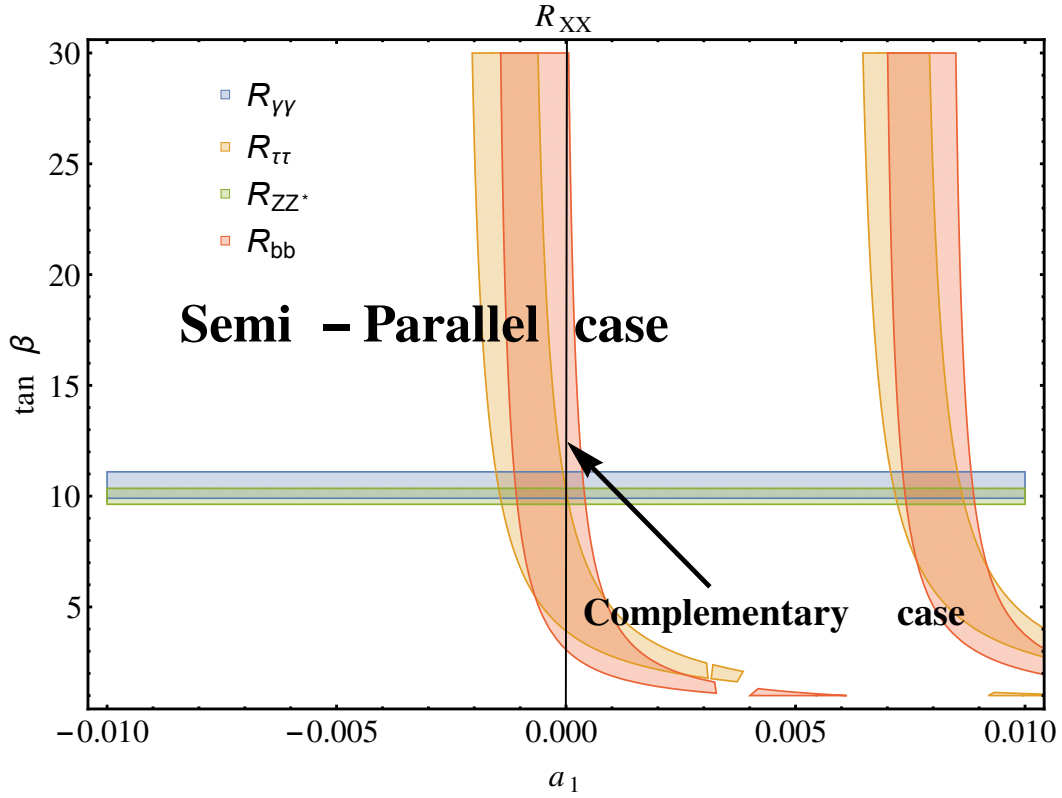


Figura 2.12: Gráfica de los parámetros R_{ZZ^*} , $R_{\gamma\gamma}$, $R_{b\bar{b}}$ and $R_{\tau-\tau^+}$ en función de términos del THDM-TX.

plano $\tan \beta - M_H$ que caen dentro de los intervalos de los canales.

2.2. MDAM $_{\tau}$ y MDAMD $_{\tau}$ en THDM-III

El análisis que sigue puede ser aplicado a cualquier leptón cargado $\ell = e, \mu, \tau$. No obstante nos concentramos en el τ . Los diagramas que contribuyen al proceso son como los de la Fig. 2.2 para $\ell_i = \tau$. Para el caso débil además de 2.2 hay diagramas adicionales los cuales son mostrados en la Fig. 2.13 Las contribuciones a MDAMD $_{\tau}$ son dadas por:

$$(a_{l_i}^W)^{\rho_1 \rho_2 \rho_3} = \sum_{a,b,c,e} A_{a,b,c,e} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy G_k^{\rho_1 \rho_2 \rho_3}(x, y), \quad (2.2.1)$$

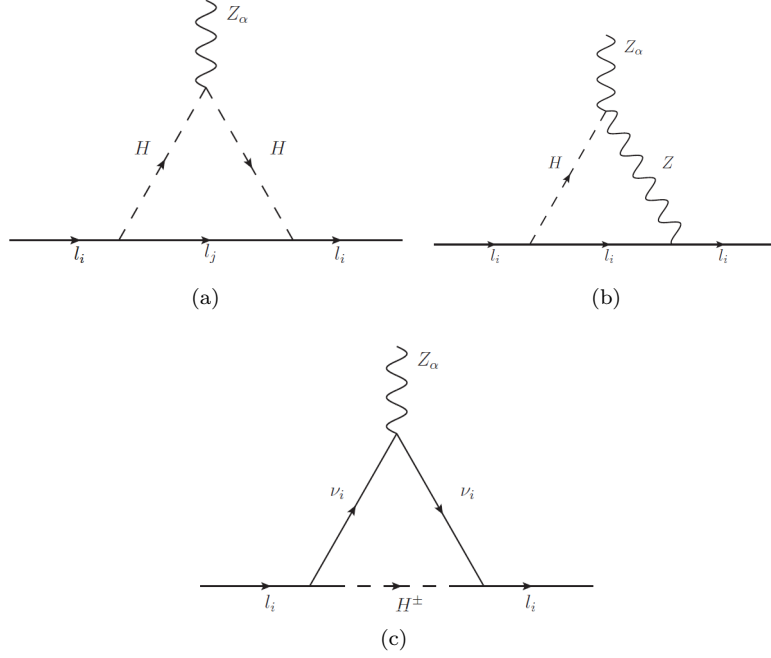


Figura 2.13: Diagramas de Feynman que contribuyen al momento dipolar magnético anómalo débil del tau.

donde las etiquetas ρ_n se refieren a las partículas que circulan dentro del loop, $A_{a,b,c,e}$ representan los términos asociados a cada diagrama de Feynman, dados por

$$A_a = \frac{m_\tau \left| \eta_{ll'_a}^{\rho_1 \rho_2 \rho_3} \right|^2}{4\pi^2 c_W s_W}, \quad (2.2.2)$$

$$A_b = \frac{m_\tau^3 g_W^3 (c_W^2 - s_W^2)}{32\pi^2 m_W^2 c_W}, \quad (2.2.3)$$

$$A_d = \frac{g_W^2 g_Z}{128\pi^2 m_W^2 c_W}, \quad (2.2.4)$$

$$A_f = \frac{m_\tau e m_Z \eta_{ll'_f}^{\rho_1 \rho_2 \rho_3}}{4\pi^2 c_W^3 s_W^2} \cos(\alpha - \beta), \quad (2.2.5)$$

donde c_W , s_W , m_W , m_Z son el coseno, seno del ángulo de Weinberg, masa del W y del Z, respectivamente. Note que se omite A_e debido a que la contribución del diagrama (e) al

MDAMD es cero. Las funciones $G_k^{\rho_1\rho_2\rho_3}(x, y)$ son dadas por

$$G_a^{Hl_jl_j}(x, y) = -2(C_V(x+y)(m_{l_i}(x+y-1) - m_{l_j}))/M_a^2, \quad (2.2.6)$$

$$G_b^{H^\pm H^\pm \nu}(x, y) = 4m_{l_i}x(x-1)/M_b^2, \quad (2.2.7)$$

$$G_d^{H^\pm \nu\nu}(x, y) = -8m_{l_i}(x+y-1)(x+y)/M_d^2, \quad (2.2.8)$$

$$G_f^{ZH\tau}(x, y) = -\frac{C_V}{m_Z^2 M_f^2}(-m_{l_i}^2((x+y-1)^2(x+y-1) \\ + M_f^2(\log(M_f^2)(2-3(x+y)) - x-y-1) + m_Z^2x(y(x+y-1)+2)), \quad (2.2.9)$$

donde

$$M_a^2 = m_{l_i}^2(x+y-1)(x+y) + m_{l_j}(x+y) - m_Z^2xy - m_H^2(x+y-1), \quad (2.2.10)$$

$$M_b^2 = m_{l_i}^2(x-1)x + m_Z^2y(x+y-1) - m_H^2(x-1), \quad (2.2.11)$$

$$M_d^2 = m_{l_i}^2(x+y-1)(x+y) - m_Z^2xy - m_H^2(x+y-1), \quad (2.2.12)$$

$$M_f^2 = m_{l_i}^2((x+y-1)(x+y-1)) - m_Z^2x(y-1) + m_H^2y. \quad (2.2.13)$$

La contribución total para (a_τ^W) es:

$$(a_\tau^W)^{THDM-III} = (a_\tau^W)^{H^\pm H^\pm \nu} + \sum_{\substack{H=h^0, H^0, A^0 \\ l_j=e, \mu, \tau}} (a_\tau^W)^{Hl_jl_j} + (a_\tau^W)^{H^\pm \nu\nu} + (a_\tau^W)^{ZH\tau}. \quad (2.2.14)$$

2.3. Resultados

MDAM $_\mu$

EN la Fig 2.14 se muestran las contribuciones a a_μ provenientes de THDM-III

MDAM $_\tau$ y MDAMD $_\tau$

Usando valores del espacio de parámetros previamente hallado, evaluamos MDAM $_\tau$ y MDAMD $_\tau$ cuyos resultados numéricos son mostrados en las Figs. 2.15 y 2.16

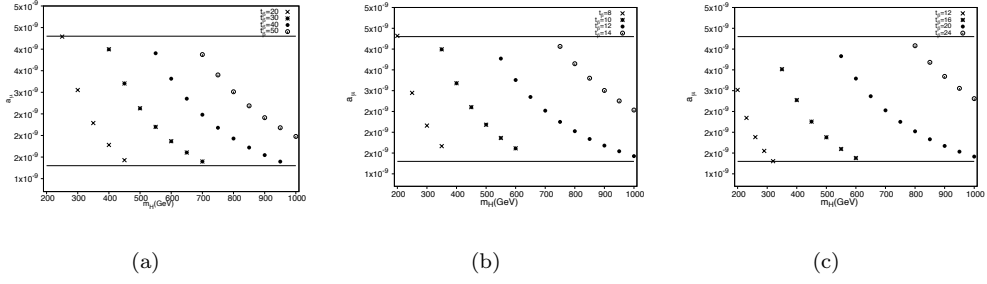


Figura 2.14: Nuevas contribuciones de THDM-III a a_μ como una función de las masas (m_H) para diferentes valores de t_β y $\gamma = 0,5$, $(\alpha - \beta) = \frac{\pi}{2}$, $m_H = m_{H^0} = m_{A^0}$, $m_{H^\pm} = 500 \text{ GeV}$ y $m_{h^0} = 125 \text{ GeV}$ para: (a) caso 1, (b) caso 2a, (c) caso 2b. Las líneas paralelas en todas las gráficas corresponden al intervalo permitido por la discrepancia Δa_μ entre la predicción del SM y mediciones experimentales a un 95 % C.L.

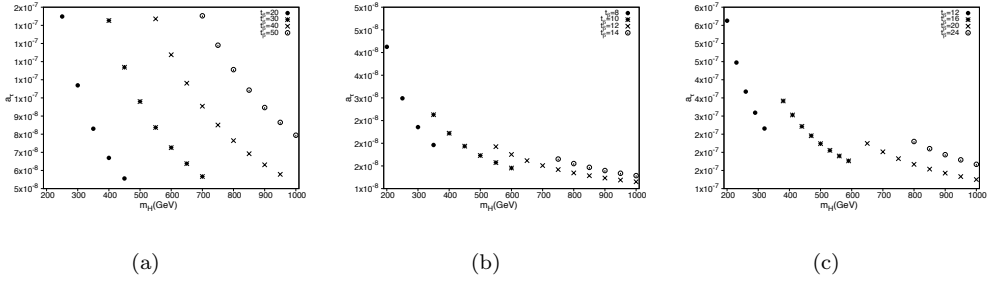


Figura 2.15: Gráficas de contribuciones escalares a a_τ en el THDM-III, (a) caso 1, (b) caso 2a, (c) caso 2b.

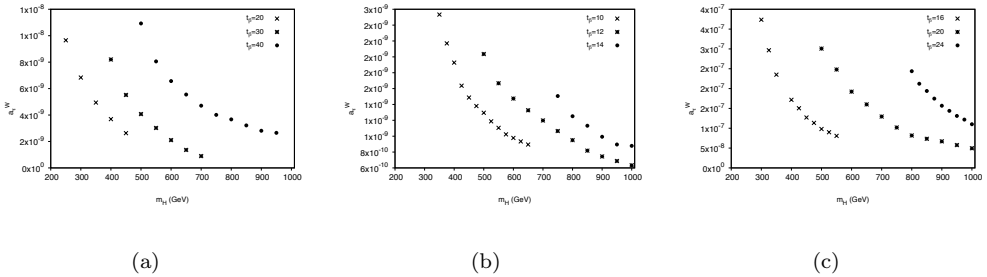


Figura 2.16: Gráficas de contribuciones escalares a a_τ^W en el THDM-III, (a) caso 1, (b) caso 2a, (c) caso 2b.

2.4. MDM τ y MDMD τ en el modelo más simple con un boson de Higgs ligero

2.4.1. El modelo con un boson de Higgs ligero

En esta sección se presenta un panorama del SLHM (por sus siglas en inglés) enfocando sobre los aspectos relevantes en el cálculo. Estudios detallados sobre el modelo pueden encontrarse en las Refs.[23], [24], [25].

El SLHM es la versión más simple de los modelos con un boson de Higgs ligero. Este modelo tiene simetría global ante el grupo $[SU(3) \times U(1)]^2$ y simetría de norma ante el grupo $SU(3)_L \times U(1)_X$, lo cual requiere la introducción de nueve bosones de norma. A la escala de TeV, la simetría global es espontáneamente rota al $[SU(2) \times U(1)]^2$ vía valores de expectación del vacío f_1 y f_2 de dos campos sigma Φ_1 y Φ_2 , dando lugar a bosones de Goldstone. A la misma escala el grupo de norma es espontáneamente roto al grupo del SM $SU(2) \times U(1)$ y cinco de los diez bosones de norma adquieren masa: un boson de norma cargado X^\pm , un boson neutro no autoconjugado $Y \neq Y^\dagger$ y un boson neutro extra Z' . Los cuales adquieren masa del orden de la escala $f_1 \sim f_2$. Los bosones de norma remanentes son acomodados en un doblete complejo y un singlete real de $SU(2)$ los cuales pueden ser parametrizados por tripletes:

$$\Phi_1 = e^{i\Theta \frac{f_2}{f_1}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = e^{-i\Theta \frac{f_1}{f_2}}, \quad (2.4.1)$$

donde la matriz piónica está dada por:

$$\Theta = \frac{1}{f} \begin{pmatrix} \frac{\eta}{\sqrt{2}} & 0 & h \\ 0 & \frac{\eta}{\sqrt{2}} & \\ h^\dagger & & \frac{\eta}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.4.2)$$

aquí $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$, h es el doblete complejo de $SU(2)$ del SM y η es un campo escalar real.

2.4.2. Masa de los bosones de norma

La dinámica de los bosones de Goldstone es descrita por un modelo sigma no lineal

$$\mathcal{L}_{kin} = |D_\mu \Phi_1|^2 + |D_\mu \Phi_2|^2, \quad (2.4.3)$$

con la derivada covariante del grupo $SU(3) \times U(1)$

$$D_\mu = \partial_\mu + igT^a A_\mu^a - ig_X Q_X B_\mu^X, \quad (2.4.4)$$

donde T^a ($a = 1..,8$) son los generadores del grupo $SU(3)$ en la representación fundamental, A_μ^a son los campos de norma de $SU(3)$, B_μ^a es el campo de norma del grupo $U(1)$ y $Q_X = 1/3$ para Φ_i . Las constantes de acoplamiento g del grupo $SU(2)$ y g_X de $U(1)$ están relacionadas mediante el ángulo de mezcla como

$$g_X = \frac{gt_W}{\sqrt{1 - t_W^2/3}}, \quad (2.4.5)$$

Después del rompimiento espontáneo de la simetría, emergen 5 bosones de norma masivos que están acomodados en un doblete complejo X^\pm, Y^0 y un singlete real Z' de $SU(2)$, los cuales están dados en términos de los campos de norma como

$$\begin{aligned} X^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A^6 \mp iA^7), \\ Y_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A^4 - iA^5), \\ Z' &= \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\sqrt{3 - t_W^2} A^8 + t_W B^X \right), \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

Cuatro campos de norma permanecen no masivos en este paso. Mientras A^i ($i = 1, 2, 3$) se identifican con los bosones de norma W^a . Los bosones de norma cargados W^\pm y la hipercarga son:

$$\begin{aligned}
W^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}}(A^1 \mp iA^2), \\
B &= -\frac{1}{3} \left(t_W A^8 + \sqrt{3 - t_W^2} B^X \right).
\end{aligned}$$

Después del rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, los bosones de norma débiles se vuelven masivos y los bosones de norma pesados adquieren términos de masa adicionales. A orden $(v/f)^2$ W^\pm , X^\pm y Y^0 coinciden con los eigenestados de masa y son dadas por:

$$\begin{aligned}
m_W &= \frac{gv}{2} \left(1 - \frac{v^2}{12f^2} \left(\frac{s_\beta^4}{c_\beta^2} + \frac{c_\beta^4}{s_\beta^2} \right) \right), \\
m_X &= \frac{gf}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2} \right), \\
m_Y &= \frac{gf}{\sqrt{2}}.
\end{aligned}$$

Después del rompimiento de $SU(2) \times U(1)$ el fotón permanece sin masa tal como en el SM, sin embargo la mezcla del bosón Z con el bosón pesado Z' proporciona pequeñas correcciones a m_Z que no están presentes en el SM. Las masas de los bosones de norma neutros están dadas a orden $(v/f)^2$ por:

$$\begin{aligned}
m_Z &= \frac{gv}{2c_W} \left(1 - \frac{v^2}{12f^2} \left(\frac{s_\beta^4}{c_\beta^2} + \frac{c_\beta^4}{s_\beta^2} \right) - \frac{v^2}{16f^2} (1 - t_W^2)^2 \right), \\
m_{Z'} &= \frac{\sqrt{2}gf}{\sqrt{3 - t_W^2}} \left(1 - \frac{v^2}{f^2} \frac{(3 - t_W^2)}{16c_W^2} \right).
\end{aligned}$$

2.4.3. Fermiones

En el sector fermionico, los dobletes de $SU(2)$ son extendidos a tripletes de $SU(3)$. Además es necesario introducir nuevos singletes de fermiones de $SU(3)$ para cancelar las anomalías de hipercarga y dar masa a las nuevas componentes de los tripletes de fermiones. En el sector de quarks, es necesario introducir un nuevo quark por cada generación.

Existen dos alternativas para incorporar los nuevos quarks: la incrustación universal y la incrustación libre de anomalías. La manera más directa para construir un sector de fermiones de $SU(3)$ es expandir todos los dobletes de $SU(2)$ del modelo estándar a tripletes de $SU(3)$. A esto se conoce como incrustación universal, de este modo las tres generaciones tienen números cuánticos idénticos. Los leptones y quarks de cada generación son puestos en una representación de $SU(3)$:

$$\begin{aligned} L_m^T &= (\nu, e, iN)_m \\ Q_m^T &= (u, d, iU)_m \end{aligned}$$

donde m es el índice de la generación. No se incluyen neutrinos derechos, incorporando neutrinos sin masa. Los tres nuevos quarks son $U_1 = U$, $U_2 = C$, $U_3 = T$, los cuales son compañeros de los quarks u , c y t respectivamente. La masa para cada nuevo quark U_n está dada como

$$M_{U_n} = f \sqrt{(\lambda_1^n)^2 c_\beta^2 + (\lambda_2^n)^2 s_\beta^2} \quad (2.4.7)$$

Alternativamente se puede construir un sector fermionico libre de anomalías a la escala f y que no contenga más grados de libertad que en la incrustación universal [24]. Esto se puede llevar a cabo poniendo las 2 primeras generaciones de quarks en una representación $\bar{3}$ de $SU(3)$, mientras que la tercera generación de quarks y las tres generaciones de leptones son puestos en una representación 3. A esto se le conoce como incrustación libre de anomalías:

$$\begin{aligned} Q_1^T &= (d, -u, iD), \\ Q_2^T &= (s, -c, iS). \end{aligned}$$

2.4.4. Leptones

La masa de los leptones es generada por la Lagrangiana de Yukawa en la cual se tiene una base donde los eigenestados de sabor y los de masa coinciden:

$$\mathcal{L}_Y = i\lambda_N^m \bar{N}_{Rm} \Phi_2^\dagger L_m + \frac{i\lambda_\ell^{mn}}{\Lambda} \bar{\ell}_{Rm} \epsilon_{ijk} \Phi_1^i \Phi_2^j L_n^k + \text{h.c.} \quad (2.4.8)$$

donde $m, n = 1, 2, 3$ son los índices de las generaciones, $i, j, k = 1, 2, 3$ son índices de $SU(3)$, L_m son los tripletes de leptones, N_m son los leptones neutros derechos y $\Lambda = 4\pi f$ es el corte de la teoría efectiva. Después del rompimiento espontáneo de la simetría este Lagrangiano produce las masas leptonicas a orden $(v/f)^2$ [25]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{mass} = & -f s_\beta \lambda_N^m \left(\left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2} \right) \bar{N}_{Rm} N_{Lm} - \delta_\nu \bar{N}_{Rm} \nu_{Lm} \right) \\ & + \left(1 - \frac{v^2}{4f^2} - \frac{v^2}{41f^2} \left(\frac{s_\beta^4}{c_\beta^2} + \frac{c_\beta^4}{s_\beta^2} \right) \right) \frac{fv}{\sqrt{2}\Lambda} \lambda_\ell^{mn} \bar{\ell}_{Rm} \ell_{Ln} + \text{h.c.}, \end{aligned}$$

donde $\delta_\nu = \frac{v}{\sqrt{2}f t_\beta}$ representa el ángulo de mezcla entre los neutrinos pesados y los neutrinos del SM de la misma generación. Note que la rotación que diagonaliza a la matriz λ_N no necesariamente diagonaliza a λ_ℓ por lo que hay mezcla de leptones cargados y neutrinos pesados a través de bosones de norma cargados. Los eigenestados de masa de los leptones cargados ℓ_{Lm} están relacionados a los eigenestados de sabor ℓ_{Lm0} por la rotación

$$\ell_{Lm0} = V^{mi} \ell_{Li}. \quad (2.4.9)$$

donde V^{mi} es una matriz tipo CKM. También, en cada generación, los eigenestados de masa de los neutrino del SM y los pesados son obtenidos a través de

$$\nu_{Li0} = \left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2} \right) \nu_{Li} - \delta_\nu V^{im} N_{Lm}, \quad (2.4.10)$$

$$N_{Lm0} = \left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2} \right) N_{Lm} + \delta_\nu V^{mi} \nu_{Li}. \quad (2.4.11)$$

Las masas de los leptones a orden $(v/f)^2$ son

$$m_{\ell_i} = - \left(1 - \frac{v^2}{4f^2} - \frac{v^2}{41f^2} \left(\frac{s_\beta^4}{c_\beta^2} + \frac{c_\beta^4}{s_\beta^2} \right) \right) \frac{fv}{\sqrt{2}\Lambda} y_{\ell_i}, \quad (2.4.12)$$

donde y_{ℓ_i} es el eigenvalor de la matriz λ_ℓ y

$$m_{N_i} = fs_\beta \lambda_N^i. \quad (2.4.13)$$

Los acoplamientos de los fermiones con los bosones de norma están dados por el término cinético de los fermiones:

$$\mathcal{L}_F = \bar{L}_m i\gamma^\mu D_\mu L_m + \bar{\ell}_{Rm} i\gamma^\mu D_\mu \ell_{Rm} + \bar{N}_{Rm} i\gamma^\mu N_\mu N_{Rm}, \quad (2.4.14)$$

con la derivada covariante dada en 2.4.4 y $Q_X = 1/3, 0, 1$ para L_m, N_m, ℓ_m . Es necesario introducir los eigenestados de masa para obtener la interacciones de los bosones de norma físicos a par de leptones. Ellos son dados por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Zff'} &= -\frac{g}{c_W} Z_\mu \left(\left(-\frac{1}{2} + s_W^2 \right) \bar{\ell}_{Li} \gamma^\mu \ell_{Li} + \frac{1}{2} (1 - \delta_\nu^2) \bar{\nu}_{Li} \gamma^\mu \nu_{Li} + s_W^2 \bar{\ell}_{Ri} \gamma^\mu \ell_{Ri} \right. \\ &+ \frac{1}{2} \delta_\nu^2 \bar{N}_{Li} \gamma^\mu N_{Li} - \frac{1}{2} (\delta_\nu V^{im} \bar{N}_{Lm} \gamma^\mu \nu_{Li} + \text{h.c.}) + \frac{\delta_Z}{c_W \sqrt{3 - t_W^2}} \\ &\times \left. \left(\left(\frac{1}{2} - s_W^2 \right) (\bar{\ell}_{Li} \gamma^\mu \ell_{Li} + \bar{\nu}_{Li} \gamma^\mu \nu_{Li}) - s_W^2 \bar{\ell}_{Ri} \gamma^\mu \ell_{Ri} - c_W^2 \bar{N}_{Li} \gamma^\mu N_{Li} \right) \right), \end{aligned}$$

$$\mathcal{L}_{Wff'} = -\frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \left(\left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2} \right) \bar{\ell}_{Li} \gamma^\mu \nu_{Li} - \frac{1}{2} \delta_\nu V^{im} \bar{\ell}_{Li} \gamma^\mu N_{Lm} \right) + \text{h.c.}, \quad (2.4.15)$$

$$\mathcal{L}_{Xff'} = -i \frac{g}{\sqrt{2}} X_\mu^- \left(\delta_\nu \bar{\ell}_{Li} \gamma^\mu \nu_{Li} + \left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2} \right) \bar{\ell}_{Li} \gamma^\mu V^{im} N_{Lm} \right) + \text{h.c.}, \quad (2.4.16)$$

y,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Z\ell_i\ell_i} &= \frac{g}{c_W^2\sqrt{3-t_W^2}}Z'_\mu\left(\left(-\frac{1}{2}+s_W^2\right)\bar{\ell}_{Li}\gamma^\mu\ell_{Li}+s_W^2\bar{\ell}_{Ri}\gamma^\mu\ell_{Ri}\right) \\ &+ \delta_Zc_W\sqrt{3-t_W^2}\left(\left(-\frac{1}{2}+s_W^2\right)\bar{\ell}_{Li}\gamma^\mu\ell_{Li}+s_W^2\bar{\ell}_{Ri}\gamma^\mu\ell_{Ri}\right). \end{aligned} \quad (2.4.17)$$

Finalmente, las interacciones del fotón con leptones cargados es dictada por *QED*

$$\mathcal{L}_{A\ell_i\ell_i} = -eA_\mu\bar{\ell}_i\gamma^\mu\ell_i. \quad (2.4.18)$$

También hay contribuciones del bosón de Higgs y el pseudoescalar η . Del Lagrangiano escalar podemos obtener las interacciones con los bosones de norma Z y Z' . Después de un poco de álgebra se puede extraer los vértices $ZZ'H$ y ZZH , los cuales son dados a orden $(v/f)^2$ por

$$\mathcal{L}_{ZZ'H} = \frac{g^2v(1-t_W^2)}{2c_W\sqrt{3-t_W^2}}HZ^\mu Z'_\mu, \quad (2.4.19)$$

$$\mathcal{L}_{ZZH} = gm_ZHZ^\mu Z'_\mu, \quad (2.4.20)$$

y finalmente, del Lagrangiano de Yukawa, se obtienen las interacciones del boson de Higgs y η a leptones, ellas son diagonales y son dadas por [24]

$$\mathcal{L}_{H\bar{\ell}_i\ell_i} = i\frac{m_{\ell_i}}{2m_W}\bar{\ell}_i\ell_iH, \quad (2.4.21)$$

y,

$$\mathcal{L}_{\eta\bar{\ell}_i\ell_i} = i\frac{m_{\ell_i}}{\sqrt{2}f}\left(\frac{1}{t_\beta}-t_\beta\right)\bar{\ell}_i\gamma^5\ell_i\eta. \quad (2.4.22)$$

2.4.5. Momentos dipolares magnético y magnético débil en el SLHM

En esta sección se presentan los resultados para $\text{MDM}\tau$ y $\text{MDMD}\tau$ de un leptón cargado dentro del SLHM. Debido a que el modelo conserva CP los momentos eléctricos son exactamente cero. Primero se presentan los resultados para $\text{MDM}\tau$ de un leptón. Los cálculos fueron realizados en la norma unitaria y se hizo un cross-check a través de la parametrización de Feynman y el método de Passarino-Veltman.

2.4.6. MDM de un leptón cargado

El MDM recibe contribuciones del sector de norma del SLHM cuyos diagramas de Feynman son mostrados en la Fig. 2.17. Después de un poco de álgebra, se obtiene la

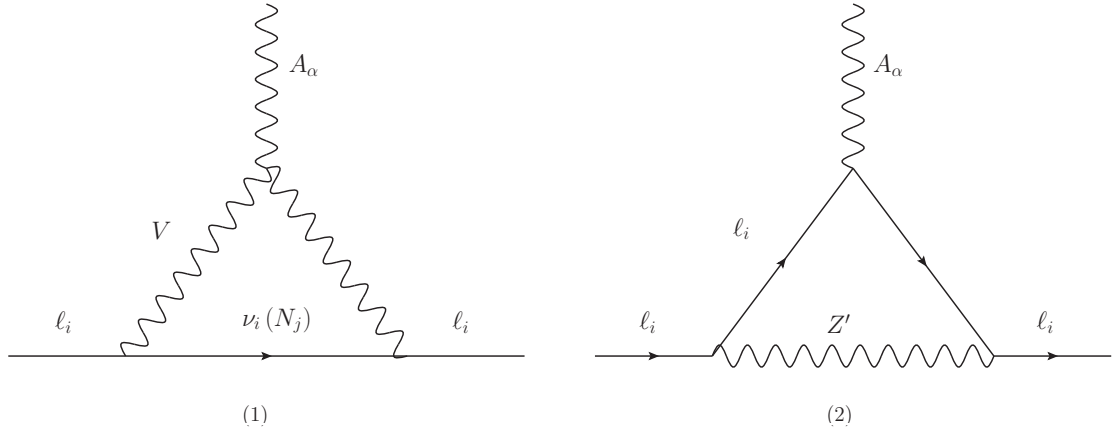


Figura 2.17: Diagramas de Feynman a nivel de un loop que contribuyen a MDM de un leptón ℓ_i en el SLHM. Aquí $V = W, X$, ν_i y N_j son los neutrinos del SM y el neutrino pesado predicho por el SLHM.

contribución a a_ℓ de cada diagrama de Feynman, la cual puede ser escrita como:

$$a_\ell^{A_1 A_2 A_3} = \frac{\alpha f^{A_1 A_2 A_3}}{4\pi} \int_0^1 F^{A_1 A_2 A_3}(x) dx, \quad (2.4.23)$$

donde los superíndices denotan a las partículas que circulan dentro del loop y las funciones F^{A_i} están dadas por:

- Diagrama 1

$$F^{VVn}(x) = -(1-x)x_\ell^V \left(\frac{1}{\xi^{VVn}(x)} \left((((x-1)^2 x_\ell^V + 2)x - 5)x + 3 \right) + 1 + x^2 + 2x(2x-1) \log [\xi^{VVn}(x)] \right), \quad (2.4.24)$$

se han introducido las variables $x_a^b = (m_a/m_b)^2$, $\xi^{VVn}(x) = x(x_n^V + (x-1)x_\ell^V - 1) + 1$ y $f^{VVn} = 2(g_L^{V\ell n})^2$, con $n = \nu_i, N_i$.

■ Diagrama 2

$$F^{Z'\ell\ell}(x) = (g_L^{Z'\ell\ell})^2 F_L^{Z'}(x) + (g_R^{Z'\ell\ell})^2 F_R^{Z'}(x) + g_L^{Z'\ell\ell} g_R^{Z'\ell\ell} F_{LR}^{Z'}(x), \quad (2.4.25)$$

donde

$$F_{L,R}^{Z'\ell\ell}(x) = -2x_\ell^{Z'}(1-x) \left(x - 1 + (3x-1) \log [\xi^{Z'\ell\ell}(x)] - \frac{1}{\xi^{Z'\ell\ell}(x)} \left(2(x+1)x + (1-x)^3 x_\ell^{Z'} \right) \right), \quad (2.4.26)$$

y

$$F_{LR}^{Z'\ell\ell}(x) = -4x_\ell^{Z'}(1-x) \left(1 - x + (1-3x) \log [\xi^{Z'\ell\ell}(x)] + \frac{1}{\xi^{Z'\ell\ell}(x)} \left(4x + (1-x)^3 x_\ell^{Z'} \right) \right), \quad (2.4.27)$$

con $\xi^{Z'\ell\ell}(x) = (1-x)^2 x_\ell^{Z'} + x y f^{Z'\ell\ell} = 4$.

Además de las contribuciones del sector de norma, también hay contribuciones del sector escalar inducidas por los bosones H y η mostradas en la Fig.2.18. Las respectivas funciones F^{A_i} son dadas por:

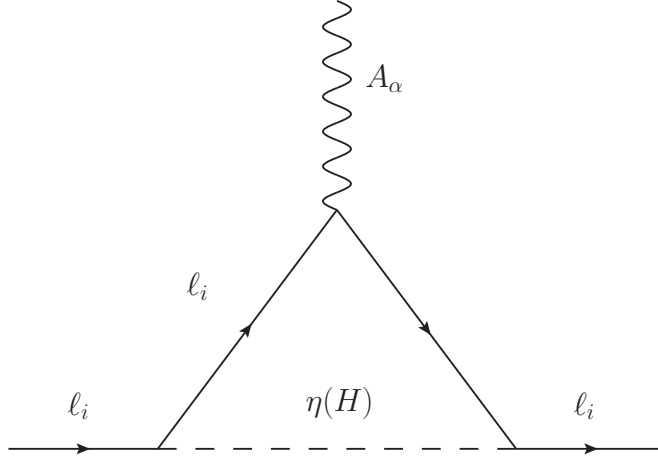
■ Contribución de η

$$F^{\eta\ell\ell}(x) = -\frac{x^3 x_\ell^\eta}{x_\ell^\eta x^2 + 1 - x}, \quad (2.4.28)$$

■ Contribución de H

$$F^{H\ell\ell}(x) = \frac{x^2(2-x)x_\ell^H}{x_\ell^H x^2 + 1 - x}, \quad (2.4.29)$$

con $f^{H\ell\ell} = 2(g^{H\ell\ell})^2$ y $f^{\eta\ell\ell} = 2(g^{\eta\ell\ell})^2$.



(1)

Figura 2.18: Diagramas de Feynman que contribuye desde el sector escalar.

La contribución total de nueva física viniendo del SLHM a a_ℓ es:

$$a_{\ell_i}^{SLHM} = \sum_{V=W,X} \left(a_{\ell_i}^{VVN_j} + a_{\ell_i}^{VV\nu_i} \right) + a_{\ell_i}^{Z'\ell_i\ell_i} + \sum_{S=H,\eta} a_{\ell_i}^{S\ell_i\ell_i}, \quad (2.4.30)$$

donde el índice j corre sobre las tres familias leptónicas. Las correspondientes contribuciones pueden ser escritas como:

$$a_\ell^{W-A_1A_2A_3} = \frac{\alpha h^{A_1A_2A_3}}{4\pi} \int_0^1 \int_0^{1-x} H^{A_1A_2A_3}(x,y) dx dy, \quad (2.4.31)$$

donde

$$\begin{aligned} H^{VVn}(x,y) &= x_\ell^V \left(\frac{1}{\xi^{VVn}(x,y)} \left(((x-1)x^2x_\ell^V - 2)xx_Z^V + 2(5-x((x-1)^2x_\ell^V + 2))x \right. \right. \\ &\quad - 2(3-x_Z^V) + (x^2-1)y(x(x_Z^V-2)+2)x_Z^V + (x+1)y^2 \\ &\quad \times (x(x_Z^V-2)+2)x_Z^V \Big) + (1+x)xx_Z^V - 2(1+x^2) \\ &\quad \left. \left. + ((4x(x_Z^V-2)+x_Z^V+4)x - x_Z^V) \log[\xi^{VVn}(x,y)] \right) \right), \end{aligned} \quad (2.4.32)$$

$$\text{con } \xi^{VVn}(x,y) = x(x_n^V + (x-1)x_\ell^V - 1) - (1-x-y)yx_Z^V + 1 \text{ y } h^{VVn} = -(g_L^{V\ell n})^2 g^{ZVV}.$$

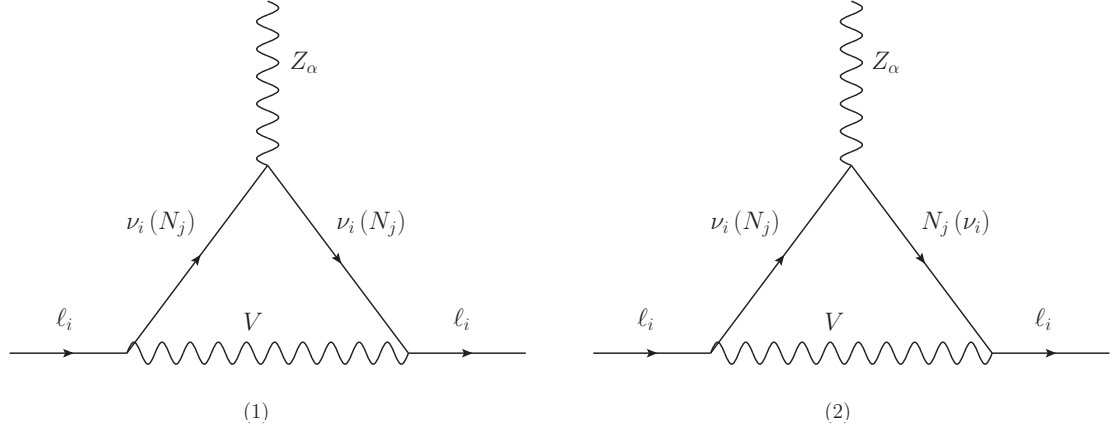


Figura 2.19: Además de las contribuciones de las figuras 2.17, reemplazando al fotón por el Z , el MDMD de un leptón ℓ_i también recibe contribución de estos dos diagramas en el sector de norma del SLHM.

Además

$$H^{Z'\ell\ell}(x, y) = (g_L^{Z'\ell\ell})^2 H_L^{Z'}(x, y) + (g_R^{Z'\ell\ell})^2 H_R^{Z'}(x, y) + g_L^{Z'\ell\ell} g_R^{Z'\ell\ell} H_{LR}^{Z'}(x, y), \quad (2.4.33)$$

donde

$$H_L^{Z'\ell\ell}(x, y) = x_\ell^{Z'} \left(\frac{1}{\xi^{Z'\ell\ell}(x, y)} \left(((x-1)^2 x_\ell^{Z'} - 2(x+1))x + (x(x+y) + y-1)yx_Z^{Z'} \right) + 1 - x + (3x-1) \log [\xi^{Z'\ell\ell}(x, y)] \right) g_L^{Z\ell\ell} - \frac{1}{\xi^{Z'\ell\ell}(x, y)} (x-1)^2 x_\ell^{Z'} g_R^{Z\ell\ell},$$

$$H_R^{Z'\ell\ell}(x, y) = F_L^{Z'\ell\ell}(x, y) (g_L^{Z\ell\ell} \leftrightarrow g_R^{Z\ell\ell}), \quad (2.4.34)$$

y

$$H_{LR}^{Z'\ell\ell}(x, y) = -(g_L^{Z\ell\ell} + g_R^{Z\ell\ell}) x_\ell^{Z'} \left(\frac{1}{\xi^{Z'\ell\ell}(x, y)} \left(x \left(((x-3)x + 3)x_\ell^{Z'} - 4 \right) + (x(x+y) + y-1)yx_Z^{Z'} - x_\ell^{Z'} \right) + x - 1 + (3x-1) \log [\xi^{Z'\ell\ell}(x, y)] \right),$$

con $\xi^{Z'\ell\ell}(x, y) = (1-x)^2 x_\ell^{Z'} + x - (1-x-y) y h^{Z'\ell\ell} = 2$

$$\begin{aligned}
H^{V\ell n}(x, y) &= x_\ell^V \left(\frac{1}{\xi^{V\ell n}(x, y)} \left(((x-1)^2 x_\ell^V - 2(x+1))x + (1+x)(x+y-1)yx_Z^V \right) \right. \\
&\quad \left. + x - 1 + (3x-1) \log [\xi^{V\ell n}(x, y)] \right), \tag{2.4.35}
\end{aligned}$$

con $\xi^{V\ell n}(x, y) = x(1+(x-1)x_\ell^V) + (1-x)x_n^V - (1-x-y)yx_Z^V$ y $h^{V\ell n} = 2(g_L^{V\ell n})^2 g_L^{Znn}$.

$$H^{V\nu N}(x, y) = H^{V\ell N}(x, y) [\xi^{V\ell n}(x, y) \rightarrow \xi^{V\nu N}(x, y)], \tag{2.4.36}$$

con $\xi^{V\nu N}(x, y) = x(1+(x-1)x_\ell^V) - (1-x-y)(yx_Z^V - x_N^V)$ y $h^{V\nu N} = 4g_L^{V\ell\nu} g_L^{V\ell N} g_L^{ZN\nu}$.

$$\begin{aligned}
H^{V\ell n}(x, y) &= x_\ell^V \left(\frac{1}{\xi^{V\ell n}(x, y)} \left(((x-1)^2 x_\ell^V - 2(x+1))x + (1+x)(x+y-1)yx_Z^V \right) \right. \\
&\quad \left. + x - 1 + (3x-1) \log [\xi^{V\ell n}(x, y)] \right), \tag{2.4.37}
\end{aligned}$$

con $\xi^{V\ell n}(x, y) = x(1+(x-1)x_\ell^V) + (1-x)x_n^V - (1-x-y)yx_Z^V$ y $h^{V\ell n} = 2(g_L^{V\ell n})^2 g_L^{Znn}$.

$$H^{V\nu N}(x, y) = H^{V\ell N}(x, y) [\xi^{V\ell n}(x, y) \rightarrow \xi^{V\nu N}(x, y)], \tag{2.4.38}$$

con $\xi^{V\nu N}(x, y) = x(1+(x-1)x_\ell^V) - (1-x-y)(yx_Z^V - x_N^V)$ y $h^{V\nu N} = 4g_L^{V\ell\nu} g_L^{V\ell N} g_L^{ZN\nu}$.

Finalmente, las contribuciones del sector escalar están dadas por:

$$H^{H\ell\ell}(x, y) = \frac{(x-1)^2 x_\ell^H}{\xi^{H\ell\ell}(x, y)}, \tag{2.4.39}$$

$$H^{\eta\ell\ell}(x, y) = \frac{(x^2-1)x_\ell^\eta}{\xi^{\eta\ell\ell}(x, y)}, \tag{2.4.40}$$

con $\xi^{S\ell\ell}(x, y) = x_\ell^S(x-1)^2 - x_Z^S y(1-x-y) + x y h^{S\ell\ell} = 2g_V^{Z\ell\ell} (g^{S\ell\ell})^2$ ($S = H$ o η). Por último también hay contribuciones de los diagramas de la Fig 2.20,

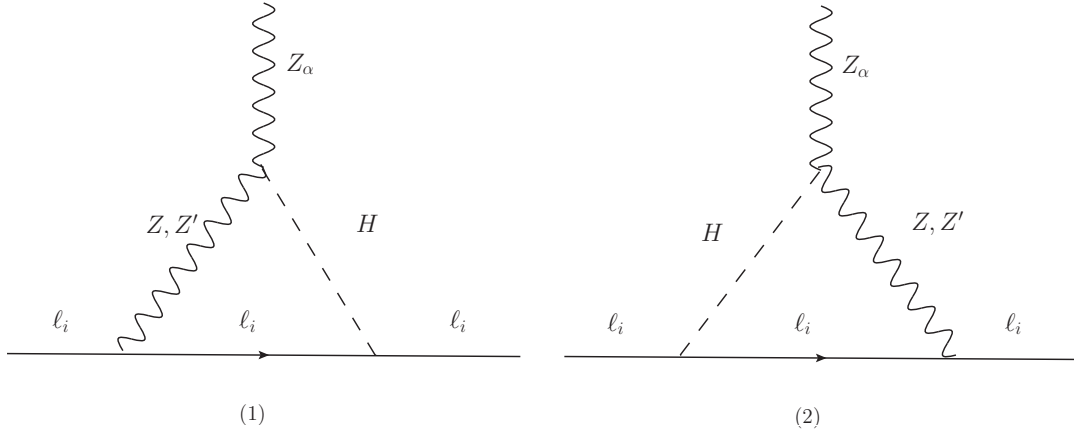


Figura 2.20: Diagramas de Feynman extra contribuyendo a MDMD en el sector escalar del SLHM.

cuyas expresiones analíticas son como sigue:

$$\begin{aligned}
H^{\ell HV}(x, y) &= 2\sqrt{x_\ell^V}\sqrt{x_Z^V}\left(\frac{1}{\xi^{HZV}(x, y)}(2(1-y) + x(x_\ell^V x(x-2) - x_Z^V y(1-x-y)y-2))\right. \\
&\quad \left. + x + (3x-1)\log[\xi^V(x, y)]\right), \tag{2.4.41}
\end{aligned}$$

para $V = Z, Z'$ con $\xi^{\ell HV}(x, y) = x_\ell^V(x-1)^2 + (x_Z^V y - 1)(y-x) + yx_H^V$ y $f^{\ell HV} = g^{HZV}g^{H\ell\ell}g_V^{\ell\ell}$.

$$a_{\ell_i}^{W-SLHM} = a_{\ell_i}^{W-Gauge} + a_{\ell_i}^{W-Scalar}, \tag{2.4.42}$$

con

$$a_{\ell_i}^{W-Gauge} = \sum_{V=W,X} \left(a_{\ell_i}^{W-VVN_j} + a_{\ell_i}^{W-V\ell_i N_j} + a_{\ell_i}^{W-V\nu_i N_j} + a_{\ell_i}^{W-XX\nu_i} \right) + a_{\ell_i}^{W-Z'\ell_i\ell_i}, \tag{2.4.43}$$

$$a_{\ell_i}^{W-Scalar} = \sum_{S=\eta,H} a_{\ell_i}^{W-S\ell_i\ell_i} + \sum_{V=Z,Z'} a_{\ell_i}^{W-\ell_i HV}, \tag{2.4.44}$$

2.4.7. Resultados

En esta sección se se analizan escenarios óptimos de un espacio de parámetros cuyos valores son restringidos a partir de diferentes observables. En la tabla 2.1 se muestran rangos de valores para los parámetros libres del modelo los cuales fueron usados para nuestro análisis numérico.

Parámetro	Valor
f	2-6 TeV
t_β	1-9
z_3	~ 1
δ_{23}	$\leq 0,1$
m_η	20 GeV
δ_ν	$\leq 0,09$
$\sin 2\theta$	$\leq 0,1$

Cuadro 2.1: Valores usados para los parámetros del modelo involucrados en nuestro estudio.

2.4.8. Momento dipolar anómalo magnético del τ

En la Fig.2.25 se muestran los valores absolutos de las principales contribuciones a a_τ^{NP} y la contribución total como una función de f para $t_\beta = 9$, mientras que en la figura de la derecha se muestra el plano $a_\tau^{NP} - t_\beta$ para $f = 4\text{TeV}$.

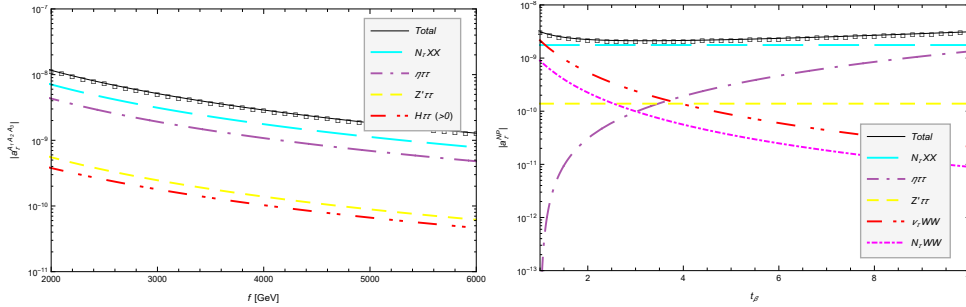


Figura 2.21: Valor absoluto de las principales contribuciones parciales del SLHM a a_τ^{NP} como función de f para $t_\beta = 9$ (izquierda) y como una función de t_β para $f = 4 \text{ TeV}$ (derecha). Las líneas sólidas con cuadrados es la suma de todas las contribuciones.

El comportamiento de la contribución a a_τ^{NP} es mejor ilustrado en la Fig.2.26 en la cual son graficados los contornos de $|a_\tau^{NP}|$ en el plano f vs t_β para los valores de los parámetros de la tabla 2.1.

2.4.9. Momento dipolar anómalo magnético débil del τ

Parte real

El comportamiento de la contribución a a_τ^{NP} es mejor ilustrado en la Fig.2.26 en la cual son graficados los contornos de $|a_\tau^{NP}|$ en el plano f vs t_β para los valores de los parámetros de la tabla 2.1.

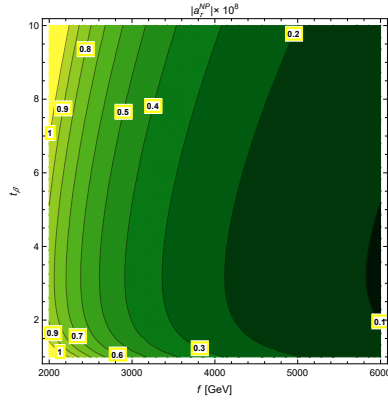


Figura 2.22: Contornos de la contribución del SLHM a $|a_\tau^{NP}|$ en el plano f vs t_β .

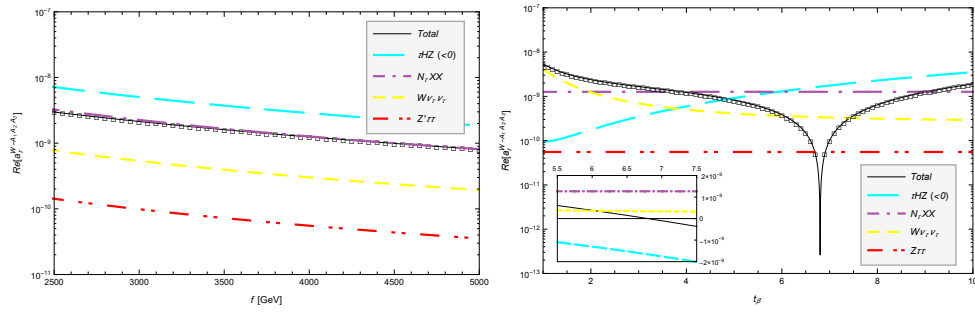


Figura 2.23: Valor absoluto de la parte real de las principales contribuciones a $|a_\tau^{W-NP}|$ y la suma total como función de f para $t_\beta=9$ (izquierda) y como función de t_β para $f=4$ TeV.

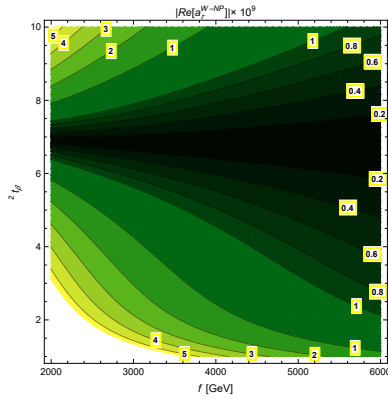


Figura 2.24: Contornos de la contribución a SLHM para el valor absoluto de la parte real $|a_\tau^{W-NP}|$ en el plano f vs t_β .

Parte imaginaria

El comportamiento de la contribución a a_τ^{NP} es mejor ilustrado en la Fig.2.26 en la cual son graficados los contornos de $|a_\tau^{NP}|$ en el plano f vs t_β para los valores de los parámetros de la tabla 2.1.

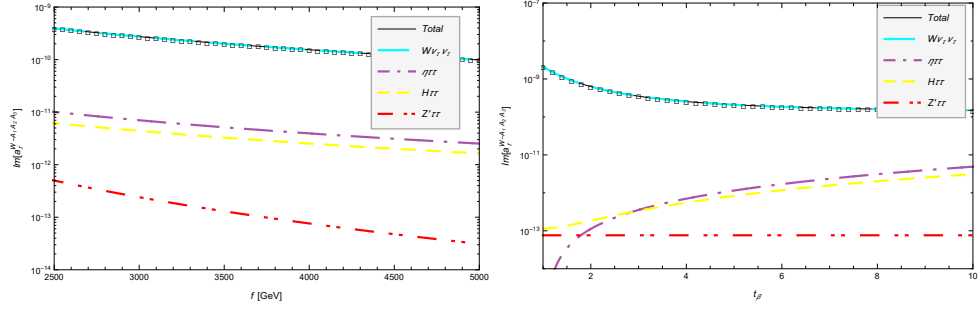


Figura 2.25: Valor absoluto de la parte imaginaria de las principales contribuciones a $|a_{\tau}^{W-NP}|$ y la suma total como función de f para $t_{\beta}=9$ (izquierda) y como función de t_{β} para $f=4$ TeV.

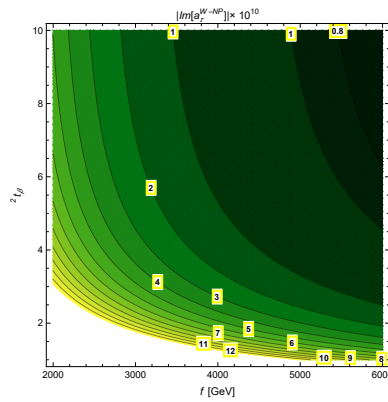


Figura 2.26: Contornos de la contribución a SLHM para el valor absoluto de parte imaginaria de $|a_{\tau}^{W-NP}|$ en el plano f vs t_{β} .

Capítulo 3

Acotando el momento dipolar anómalo magnético del τ a través del decaimiento

$$\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$$

En esta sección consideramos el branching ratio del decaimiento $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ para acotar el MDAM τ y cuyo valor está dado por:

$$\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = 2,7_{-1,1}^{+1,5+0,4+0,1}_{-0,4-0,3} \times 10^{-5}. \quad (3.0.1)$$

Para este fin se considera la siguiente interacción efectiva del fotón a par de fermiones:

$$\mathcal{L} = ie \bar{\ell}(p_2) [F_V^\gamma \gamma^\mu + \sigma_{\mu\nu} q^\nu (iF_M^\gamma + F_E^\gamma \gamma_5)] \ell(p_1) A_\mu, \quad (3.0.2)$$

donde $q = p_1 - p_2$ es el cuadrimomento transferido del fotón. Aquí F_V^γ es el factor de forma asociado a la carga eléctrica ($F_V^{\gamma\gamma} = 1$ a nivel árbol), mientras los términos de dimensión cinco que conserva y viola CP corresponden a MDAM, a_ℓ , y MDAE, d_ℓ , los cuales son

dados por:

$$a_\ell^W = -2m_\ell F_M^\gamma(q^2 = 0), \quad (3.0.3)$$

$$d_\ell = -eF_E^\gamma(q^2 = 0). \quad (3.0.4)$$

Asumiremos invariancia ante CP por lo que tomamos $F_E^\gamma=0$.

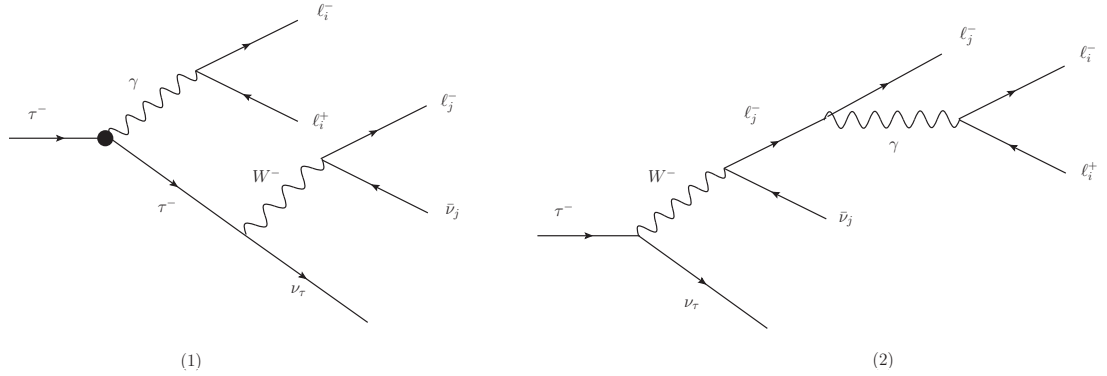


Figura 3.1: Diagramas de Feynman dominantes, en la norma unitaria, para el decaimiento $\tau^- \rightarrow \ell_i^- \ell_i^+ \ell_j^- \bar{\nu}_j \nu_\tau$ dentro del SM. El punto representa la contribución de QED con la contribución extra de MDAM τ . Cuando $i \neq j$ hay dos diagramas adicionales donde las partículas con los índices i y j son intercambiados. Estos diagramas son denotados por los números (3) y (4) en nuestro trabajo.

3.1. Amplitud

Nosotros calculamos la amplitud al cuadrado promedio del decaimiento $\tau^- \rightarrow \ell_i^- \ell_i^+ \ell_j^- \bar{\nu}_j \nu_\tau$ usando el formalismo masivo de helicidad para el cual los autores de [28] o [29] solo tratan con el caso no masivo. Aquí necesitamos tomar en consideración la masa del τ , así que hay que ir más lejos. En particular, en [30] los dos principales caminos para tratar con con amplitudes de helicidad son presentadas. Nosotros usamos el enfoque que consiste en calcular la descomposición de un cono ligero para escribir el cuadrimomento de una partícula masiva así como la combinación lineal de los momentos. Para detalles más profundos referimos al lector a la Ref. [31], donde este formalismo es presentado de una manera autocontenida (con métrica opuesta a la convención usual).

En la norma unitaria, la amplitud para el primer diagrama de la Fig. 3.1 is

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= G_1 \bar{u}(4) \gamma^\mu P_L v(5) \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_{3\mu} k_{3\nu}}{m_W^2} \right) \bar{u}(6) \gamma^\nu P_L (\not{k}_2 + m_\tau) (\gamma^\rho F_V^{\gamma\gamma} + i\sigma^{\rho\beta} k_{1\beta} F_M^\gamma) u(1) \\ &\times \bar{u}(2) \gamma_\lambda v(3), \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

donde nosotros usamos una notación corta $(i) \equiv (p_i)$ y el cuádrimomento k_i son los de las partículas virtuales del diagrama. Note que estamos utilizando la interacción efectiva (3.0.2) para el vértice $\gamma\bar{\tau}\tau$ pero en nuestro cálculo usamos el valor $F_V^\gamma = 1$. Además

$$G_1 \equiv \frac{g_W^2 e^2}{8p_{23}(p_{23} - p_{12} - p_{13})(2p_{45} - m_W^2)}, \quad (3.1.2)$$

con $p_{ij} = p_i \cdot p_j$. La estructura de helicidad de amplitudes fija $h_4 = -$, $h_5 = +$, y $h_6 = -$. Entonces escribimos

$$\mathcal{M}_1 = G_1 \langle 4|\gamma_\mu|5\rangle \langle 6|\gamma^\mu(\not{k}_2 + m_\tau)\gamma^\nu(F_V^\gamma - F_M^\gamma \not{k}_1)u(1)\bar{u}(2)\gamma_\nu v(3). \quad (3.1.3)$$

Ahora elegimos $q_1 \equiv p_3$ y definimos

$$D_1 \equiv \frac{p_{13}}{p_{23}} F_V^\gamma - m_\tau F_M^\gamma, \quad (3.1.4)$$

$$E \equiv m_\tau F_V^\gamma - 2p_{13} F_M^\gamma, \quad (3.1.5)$$

así, las amplitudes de helicidad son dadas por:

$$\mathcal{M}_1^{+-+--+} = 4G_1 \frac{\langle 64\rangle[23]}{[r3]} (E([54]\langle 43\rangle + [56]\langle 63\rangle) - m_\tau D_1 \langle 32\rangle[25]), \quad (3.1.6)$$

$$\mathcal{M}_1^{+--+} = 4G_1 \langle 64\rangle \langle r2\rangle (m_\tau F_V^\gamma [35] - F_M^\gamma [23] ([54]\langle 42\rangle + [56]\langle 62\rangle)), \quad (3.1.7)$$

$$\mathcal{M}_1^{-+--+} = 4G_1 \langle 64\rangle [2r] (F_V^\gamma ([54]\langle 43\rangle + [56]\langle 63\rangle) + m_\tau F_M^\gamma \langle 32\rangle [25]), \quad (3.1.8)$$

y

$$\mathcal{M}_1^{-+--+} = 4G_1 \frac{\langle 64\rangle}{\langle r3\rangle} (2p_{23} D_1 ([54]\langle 42\rangle + [56]\langle 62\rangle) - m_\tau E \langle 23\rangle [35]). \quad (3.1.9)$$

Para obtener las amplitudes de helicidad del tercer diagrama de Feynman, simplemente intercambiamos el momento y helicidades de las partículas 2 y 4, tanto en las amplitudes de helicidad y en las definiciones de D_1 and G_1 , dando lugar a nuevos coeficientes que

denotamos como D_3 y G_3 , respectivamente.

Análogamente, obtenemos los resultados para el diagrama de Feynman (2) de la Fig. 3.1

$$\mathcal{M}_2^{++--+-} = 4m_\tau H_2 \frac{[53]\langle 34 \rangle}{[r3]} (\langle 63 \rangle [32] + \langle 64 \rangle [42]), \quad (3.1.10)$$

$$\mathcal{M}_2^{+-+--+} = 4m_\tau H_2 \frac{\langle 24 \rangle [53]}{[r3]} (\langle 62 \rangle [23] + \langle 64 \rangle [43]), \quad (3.1.11)$$

$$\mathcal{M}_2^{-+--+} = 4H_2 \langle 34 \rangle [5r] (\langle 63 \rangle [32] + \langle 64 \rangle [42]), \quad (3.1.12)$$

$$\mathcal{M}_2^{-+--+} = 4H_2 \langle 24 \rangle [5r] (\langle 62 \rangle [23] + \langle 64 \rangle [43]); \quad (3.1.13)$$

donde

$$H_2 \equiv \frac{g_W^2 e^2}{8p_{23} (p_{23} + p_{24} + p_{34}) (m_\tau^2 - m_W^2 - p_{16})}. \quad (3.1.14)$$

Nosotros obtenemos directamente las correspondientes amplitudes para el cuarto diagrama después de intercambiar los momentos y helicidades de las partículas 2 y 4. Ahora factorizamos en términos de los factores de forma F_V^γ y F_M^γ definiendo los siguientes coeficientes:

$$A_1 \equiv 2p_{12} F_V^{\gamma 2} + \frac{p_{23}}{p_{13}} (E^2 + m_\tau^2 F_V^{\gamma 2}), \quad (3.1.15)$$

$$B_1 \equiv 2p_{12} F_M^{\gamma 2} + \frac{p_{23}}{p_{13}} (D_1^2 + m_\tau^2 F_M^{\gamma 2}), \quad (3.1.16)$$

$$C_1 \equiv 2p_{12} F_V^\gamma F_M^\gamma + \frac{p_{23}}{p_{13}} (m_\tau^2 F_V^\gamma F_M^\gamma - D_1 E), \quad (3.1.17)$$

de los cuales obtenemos la suma de amplitudes de helicidad al cuadrado del primer diagrama:

$$\begin{aligned} \sum_h |\mathcal{M}_1|^2 = 128G_1^2 p_{46} & \left[A_1 \left(\frac{m_\tau^2}{2} p_{35} + p_{34} p_{45} + p_{36} p_{56} + p_{3456} \right) \right. \\ & \left. + 2p_{23} B_1 \left(\frac{m_\tau^2}{2} p_{25} + p_{25} p_{45} + p_{26} p_{56} + p_{2654} \right) + 2m_\tau p_{23} C_1 (p_{45} + p_{56}) \right], \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

donde $p_{i_1 i_2 \dots i_N}$ es definido en el apéndice 4. Para el segundo diagrama obtenemos:

$$\begin{aligned} \sum_h |\mathcal{M}_2|^2 = 256 H_2^2 \left(m_\tau^2 \frac{p_{35}}{p_{13}} + p_{15} \right) [p_{24}(p_{23}p_{26} + p_{34}p_{46} + p_{3264}) \\ + p_{34}(p_{23}p_{36} + p_{24}p_{46} + p_{2364})]. \end{aligned} \quad (3.1.19)$$

Las correspondientes expresiones para el tercer y cuarto diagrama son halladas cambiando p_2 y p_4 .

Por otro lado, las interferencias diferentes de cero están dadas por

$$\mathcal{I}_{12} = 64 G_1 H_2 \left[2F_V^\gamma \left(\mathcal{Q}_{12}^{(0)} + \frac{m_\tau^2}{p_{13}} \mathcal{Q}_{12}^{(2)} \right) - m_\tau F_M^\gamma \mathcal{R}_{12}^{(0)} \right], \quad (3.1.20)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{13} = 64 G_1 G_3 \left[F_V^{\gamma^2} \left(p_{13} \mathcal{Q}_{13}^{(0)} + m_\tau^2 \mathcal{Q}_{13}^{(2)} + \frac{m^4}{p_{13}} \mathcal{Q}_{13}^{(4)} \right) + 2F_M^{\gamma^2} \left(\mathcal{R}_{13}^{(0)} + m_\tau^2 \mathcal{R}_{13}^{(2)} \right) \right. \\ \left. - m_\tau F_V^\gamma F_M^\gamma \left(\mathcal{P}_{13}^{(0)} + m_\tau^2 \mathcal{P}_{13}^{(2)} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.1.21)$$

$$\mathcal{I}_{14} = 64 G_1 H_4 \left[2F_V^\gamma \left(\mathcal{Q}_{14}^{(0)} + \frac{m_\tau^2}{p_{13}} \mathcal{Q}_{14}^{(2)} \right) + m_\tau F_M^\gamma \mathcal{R}_{14}^{(0)} \right], \quad (3.1.22)$$

y

$$\mathcal{I}_{24} = -512 H_2 H_4 p_{15} p_{24} (p_{23} p_{26} + p_{34} p_{46} + p_{2346}); \quad (3.1.23)$$

donde \mathcal{I}_{ij} se refiere a la interferencia entre las amplitudes de los diagramas i y j . Las expresiones explícitas para las funciones $(\mathcal{P}, \mathcal{Q}, \mathcal{R})_{ij}^{(p)}$ se reportan en el apéndice 4.

El cuadrado de la amplitud no polarizada para el decaimiento $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$ está dada por

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_h |\mathcal{M}_i|^2 + \mathcal{I}_{12} + \mathcal{I}_{13} + \mathcal{I}_{14} + \mathcal{I}_{24}, \quad (3.1.24)$$

Cabe señalar que este método es sencillo y ofrece resultados compactos fáciles de manejar en la integración numérica.

3.2. Resultados numéricos

Ahora calculamos el branching ratio del decaimiento a cinco cuerpos $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$.

El ancho de decaimiento es dado por la fórmula usual

$$\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = \frac{(2\pi)^4}{2m_\tau} \int \prod_{i=1}^5 \frac{d^3 p_i}{16\pi^3 E_i} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \delta^4 \left(p_1 - \sum_{i=2}^6 p_i \right). \quad (3.2.1)$$

Después de dividir por el ancho total de decaimiento del $\Gamma_\tau = 1/\tau_\tau$ obtenemos el correspondiente branching ratio

$$\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = \frac{\Gamma(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}{\Gamma_\tau}. \quad (3.2.2)$$

De acuerdo a Ref.[32] el cuadrimomento de las partículas involucradas en el decaimiento pueden ser relacionadas a ocho parámetros invariantes de Lorentz a través de las relaciones:

$$s_1 = (p_1 - p_4)^2, s_2 = (p_1 - p_4 - p_2)^2, s_3 = (p_1 - p_4 - p_2 - p_3)^2, \quad (3.2.3)$$

$$u_1 = (p_1 - p_2)^2, u_2 = (p_1 - p_3)^2, u_3 = (p_1 - p_5)^2, \quad (3.2.4)$$

$$t_2 = (p_1 - p_2 - p_3)^2, t_3 = (p_1 - p_2 - p_3 - p_5)^2. \quad (3.2.5)$$

La integral del espacio fase (3.2.1) fue evaluada numéricamente sobre las variables mencionadas vía integración Monte-Carlo usando rutinas VEGAS. Un cross-check de nuestros resultados fue realizado mediante la implementación del vértice electromagnético en CalchEP [33].

Nosotros primero consideramos que el impacto del factor de forma magnético es $F_M^\gamma = 0$ e hicimos una comparación de nuestros resultados numéricos de los decaimientos $\tau^- \rightarrow \ell_i^- \ell_j^+ \ell_i^- \bar{\nu}_\ell \nu_\tau$ con los reportados previamente. Éstos son mostrados en la Tabla 3.1. Las incertidumbres surgen de la integración numérica. Nuestros resultados están bien de acuerdo con dichas predicciones, aunque son más cercanas a las de la Ref. [36], lo cual puede ser atribuido al hecho de que usamos los mismos valores de la masa del tau así como su tiempo de vida media. Adicionalmente, por completez, calculamos el decaimiento $\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$ para el cual obtenemos $\text{BR}(\mu^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu) = (3,599 \pm 0,002) \times 10^{-5}$.

Cuadro 3.1: Branching ratios para los decaimientos $\tau^- \rightarrow \ell_i^- \ell_j^+ \ell_i^- \bar{\nu}_{\ell_j} \nu_\tau$ dentro del SM.

Branching ratio	Ref[34]	Ref. [35]	Ref. [36]	Nuestros resultados
$\frac{\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}{10^{-5}}$	$4,15 \pm 0,06$	$4,457 \pm 0,006$	$4,21 \pm 0,01$	$4,22 \pm 0,02$
$\frac{\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)}{10^{-7}}$	$1,257 \pm 0,003$	$1,347 \pm 0,002$	$1,247 \pm 0,001$	$1,246 \pm 0,002$
$\frac{\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- e^+ e^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{10^{-5}}$	$1,97 \pm 0,02$	$2,089 \pm 0,003$	$1,984 \pm 0,004$	$1,987 \pm 0,003$
$\frac{\text{BR}(\tau^- \rightarrow \mu^- \mu^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_\tau)}{10^{-7}}$	$1,190 \pm 0,002$	$1,276 \pm 0,005$	$1,183 \pm 0,001$	$1,184 \pm 0,001$

3.3. Efecto de F_M^γ sobre el decaimiento $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$

Ahora analizaremos el impacto del término dipolar F_M^γ sobre el branching ratio. El comportamiento de $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ como una función de a_τ es mostrado en la Fig. 3.2. Las líneas rojas horizontales corresponden al intervalo obtenido a 95% C.L. de mediciones experimentales del $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ [14], y la línea negra horizontal corresponde a nuestro cálculo para la predicción del SM, esto es, $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau) = (4,22 \pm 0,02) \times 10^{-5}$. La línea morada corresponde a nuestra predicción para el branching ratio como una función de a_τ . Asumiendo que no hay contribuciones extras además de a_τ concluimos que los puntos que caen arriba de la cota superior experimental de $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ serán excluidos, dando la cota $a_\tau \leq 0,0056$. Esto nos permite ganar una mejora sobre la cota actual de la colaboración DELPHI: $a_\tau^{\text{DELPHI}} < 0,013$. Debido a que hay una ligera dependencia de $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ sobre a_τ , este método no es útil para dar una cota inferior.

Otros enfoques fueron realizados que permitieron cotas fuertes sobre a_τ a través de datos de precisión electrodébil y datos experimentales de la reacción $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$: $-0,004 < a_\tau < 0,006$ [37], $-0,007 < a_\tau < 0,005$ [?] y más recientemente $-0,007 < a_\tau < 0,004$ [39]. Por el lado teórico, varios modelos de extensión predicen valores para a_τ del orden de $\mathcal{O}(10^{-9} - 10^{-6})$ [40]-[44], los cuales podrían ser útiles en el caso de una discrepancia entre las mediciones experimentales y la predicción del SM. Nosotros esperamos que el error experimental del decaimiento $\text{BR}(\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau)$ sea mejorado en un futuro. Esto nos permitiría dar una cota más restrictiva sobre a_τ .

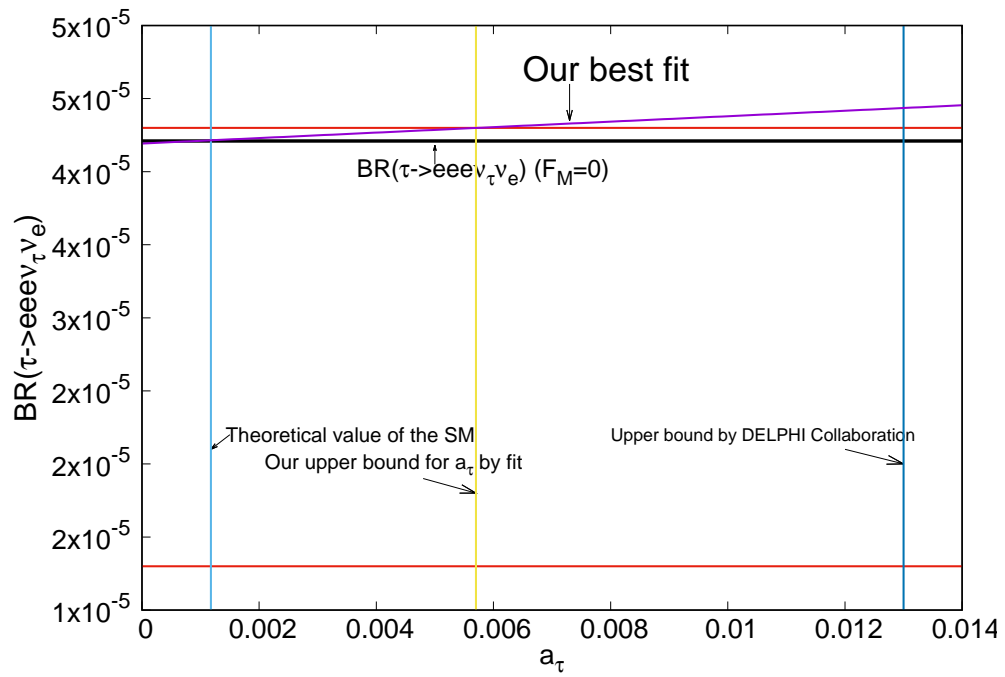


Figura 3.2: $BR(\tau^- \rightarrow e^-e^+e^-\bar{\nu}_e\nu_e)$ como función de a_τ (línea morada). Las líneas rojas horizontales son los límites experimentales a 95% C.L., mientras la línea negra horizontal es la predicción del SM a nivel árbol. Por otro lado, las líneas verticales son la predicción del SM de a_τ (línea azul), nuestra cota (línea amarilla), y la cota superior reportada por la colaboración DELPHI (línea azul oscuro).

Capítulo 4

Conclusiones

En esta tesis nos especializamos en el estudio de momentos dipolares magnéticos anómalos. Dimos un enfoque histórico sobre este tópico en el capítulo 1. Estudiamos modelos de extensión del modelo estándar: Type-III Two-Higgs Doublet Model with textures y Simplest Little Higgs Model, incluyendo análisis del espacio de parámetros, predicciones para los momentos dipolares anómalos y evaluaciones numéricas. Los valores para a_τ oscilan en el intervalo $\mathcal{O}(10^{-9} - 10^{-7})$ y para la parte real (imaginaria) de a_τ^W entre los valores de $\mathcal{O}(10^{-10} - 10^{-7})$ ($\mathcal{O}(10^{-10})$). Estos resultados son consistentes con las cotas experimentales y teóricas actuales. Nuestros resultados difícilmente podrán ser medidos en los laboratorios actuales pero la dificultad es inherente al τ debido a que actualmente no es posible medir de forma directa sus momentos anómalos. Por último, calculamos el branching ratio para el decaimiento $\tau \rightarrow eee\nu_\tau\nu_e$ para corroborar los resultados previos reportados y obtener una cota para a_τ mediante la introducción de un vértice efectivo el cual es función de a_τ . Nuestros resultados son consistentes con los reportados en la literatura y obtuvimos una cota superior $a_\tau < 0.0056$.

Convenciones para el formalismo masivo de helicidad y términos de interferencia de la amplitud al cuadrado no polarizada del decaimiento $\tau^- \rightarrow e^- e^+ e^- \bar{\nu}_e \nu_\tau$.

Nosotros usamos la notación abreviada

$$p_{i_1 i_2 \dots i_N} \equiv \frac{1}{2} \text{Re}([i_1 i_2] \langle i_2 i_3 \rangle \dots [i_{N-1} i_N] \langle i_N i_1 \rangle), \quad (.0.1)$$

con N -par. Es fácil mostrar que

$$p_{i_1 i_2 \dots i_N} = \frac{1}{4} i_{1\mu_1} i_{2\mu_2} \dots i_{N\mu_N} \text{Tr}(\gamma^{\mu_1} \gamma^{\mu_2} \dots \gamma^{\mu_N}). \quad (.0.2)$$

Es bien conocido, para N -par, la traza de productos de N matrices gamma es proporcional a $(N-1)!!$ términos, cada uno de los cuales es el producto de $N/2$ tensores metricos . En el caso particular con dos índices nosotros escribimos p_{ab} como una abreviación de $p_a \cdot p_b$ incluso cuando los momentos p_a y p_b no son nulos. Cuando hay más índices el momento individual debe ser light-like.

Varias propiedades pueden ser obtenidas inmediatamente. Por ejemplo, ciclicidad de la traza se promueve a ciclicidad de los índices:

$$p_{i_1 i_2 \dots i_{N-1} i_N} = p_{i_N i_1 i_2 \dots i_{N-1}}. \quad (.0.3)$$

Using the definition (.0.1) we see that a multi-index p with two equal adjacent indices vanishes because

$$[pp] = \langle pp \rangle = 0. \quad (.0.4)$$

On the other hand, using $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$ we obtain the following general “index-commuting formula”:

$$p_{i_1 i_2 \dots i_{k-1} i_k i_{k+1} i_{k+2} \dots i_N} = 2p_{i_k i_{k+1}} p_{i_1 i_2 \dots i_{k-1} i_{k+2} \dots i_N} - p_{i_1 i_2 \dots i_{k-1} i_{k+1} i_k i_{k+2} \dots i_N}. \quad (.0.5)$$

In a scattering (or decay) process with L external legs, we have L distinct four-momenta. If we calculate a squared amplitude and get a p with more than L indices,

we use the (.0.4) and (.0.5) properties to write everything in terms of only p 's with at most L indices, i.e. L is an upper bound for the number of indices in an L particle tree level process. In our case there are six external legs, therefore p 's with more than six indices shall not appear.

For the interferences we use the following expressions:

$$\mathcal{Q}_{12}^{(0)} = p_{24} (2p_{46}p_{3r54} + p_{2645r3}) + p_{34} (2p_{46}p_{2r54} + p_{2r5463}) \quad (.0.6)$$

$$+ p_{46} (p_{2r5634} + p_{243r56}) - p_{26}p_{2465r3} - p_{36}p_{2r5643}, \quad (.0.7)$$

where the $p_{i_1 i_2 \dots i_{N-1} i_N}$ can be written in terms of the p_{ab} by means of the following recursion formulas

$$p_{abcd} = p_{ab}p_{cd} - p_{ac}p_{bd} + p_{ad}p_{bc}, \quad (.0.8)$$

$$p_{abcdef} = p_{ab}p_{cdef} - p_{ac}p_{bdef} + p_{ad}p_{bcef} - p_{ae}p_{bcdf} + p_{af}p_{bcde}, \quad (.0.9)$$

$$\begin{aligned} p_{abcdefgh} &= p_{ab}p_{cdefgh} - p_{ac}p_{bdefgh} + p_{ad}p_{bcefg} - p_{ae}p_{bcdfgh} + p_{af}p_{bcdegh} - p_{ag}p_{bcdefh} \\ &+ p_{ah}p_{bcdefg}. \end{aligned} \quad (.0.10)$$

Furthermore, the subindex r is determined by

$$p_{3r} = p_{13}, \quad (.0.11)$$

$$p_{ir} = p_{1i} - \frac{m_\tau^2}{2p_{13}} p_{3i}, \quad \text{for } i = 2, 4, 5, 6, \quad (.0.12)$$

and

$$\mathcal{Q}_{12}^{(2)} = 2p_{35}p_{46}p_{243r} + p_{23} (p_{34}p_{3645} - p_{36}p_{3564}) + p_{46} (p_{34}p_{2354} - p_{36}p_{2534} + p_{35}p_{2634}) \quad (.0.13)$$

$$+ p_{13} (p_{26}p_{2534} + p_{34}p_{2563} + p_{46}p_{2534} - p_{24}p_{2536} - p_{36}p_{2543} - p_{46}p_{2453}), \quad (.0.14)$$

$$\mathcal{R}_{12}^{(0)} = 4 \left[p_{23} (p_{34}p_{3645} - p_{36}p_{3564}) + p_{46} (p_{34}p_{2354} - p_{36}p_{2534}p_{35}p_{2634}) \right. \quad (.0.15)$$

$$\left. + p_{35} (p_{46}p_{24r3} - p_{26}p_{2r34} + p_{24}p_{2r36}) - p_{13} (p_{24}p_{2536} - p_{26}p_{2534} + p_{46}p_{2453}) \right. \quad (.0.16)$$

$$\left. + p_{12} (p_{46}p_{2435} - p_{34}p_{2635} + p_{36}p_{2435}) - p_{25} (p_{46}p_{243r} - p_{34}p_{263r} + p_{36}p_{243r}) \right. \quad (.0.17)$$

$$\left. - \frac{p_{24}p_{46}}{p_{13}} (p_{13}p_{2653} - p_{34}p_{253r} + p_{35}p_{243r} - 2p_{23}p_{3r54}) \right. \quad (.0.18)$$

$$\left. + p_{23} (p_{24}p_{2645} - p_{26}p_{2465} + p_{46}p_{2456}) \right]; \quad (.0.19)$$

$$\mathcal{Q}_{13}^{(0)} = 4(2p_{26}p_{46}p_{56} + p_{46}p_{2654} - p_{24}p_{2645} + p_{26}p_{2465}), \quad (.0.20)$$

$$\mathcal{Q}_{13}^{(2)} = 2(p_{35}p_{264r} + p_{45}p_{2634} - p_{34}p_{2654} - p_{26}p_{3465} + p_{24}p_{6253} - p_{46}p_{2653} - p_{26}p_{4253}), \quad (.0.21)$$

$$\mathcal{Q}_{13}^{(4)} = p_{35}p_{2643}, \quad (.0.22)$$

$$\mathcal{R}_{13}^{(0)} = 4p_{26}(p_{46}p_{56}p_{234r} + p_{23}p_{46}p_{254r} - p_{23}p_{45}p_{264r}) - 4p_{24}(p_{23}p_{45}p_{264r} - p_{25}p_{46}p_{324r} + p_{23}p_{46}p_{524r}) \quad (.0.23)$$

$$+ 4p_{46}\left(p_{12}p_{34}p_{2456} - \frac{1}{2}p_{24}p_{2r3456}\right) + 2p_{24}p_{23564r}(p_{24} + p_{26}), \quad (.0.24)$$

$$\mathcal{R}_{13}^{(2)} = \frac{2p_{23}p_{34}}{p_{13}}(2p_{26}p_{46}p_{56} + p_{46}p_{2654} + p_{26}p_{2465} - p_{24}p_{2645}) + 2p_{13}p_{35}p_{2643} \quad (.0.25)$$

$$+ 2p_{23}(p_{45}p_{2634} - p_{34}p_{2654} - p_{26}p_{3465}) - 2p_{34}(p_{26}p_{4253} - p_{24}p_{6253} + p_{46}p_{2653}), \quad (.0.26)$$

$$\mathcal{P}_{13}^{(0)} = 4(p_{23} + p_{34})(2p_{26}p_{46}p_{56} + p_{46}p_{2654} - p_{24}p_{2645} + p_{26}p_{2465}) \quad (.0.27)$$

$$+ 2p_{13}(p_{45}p_{2634} - p_{34}p_{2654} - p_{26}p_{3465}) - 2p_{13}(p_{26}p_{4253} - p_{24}p_{6253} + p_{46}p_{2653}) \quad (.0.28)$$

$$- 2p_{24}(p_{264r35} + p_{23564r}) - 2p_{26}p_{23564r} - 2p_{46}p_{26534r} \quad (.0.29)$$

$$- 4p_{14}(p_{25}p_{2643} - p_{23}p_{2645}) - 4p_{46}(p_{25}p_{24r3} - p_{23}p_{24r5}), \quad (.0.30)$$

$$\mathcal{P}_{13}^{(2)} = 4p_{35}p_{2643} + 2\frac{p_{34}}{p_{13}}(p_{23}p_{2645} - p_{25}p_{2643}) \quad (.0.31)$$

$$+ \frac{p_{23}}{p_{13}}(p_{45}p_{2634} - p_{34}p_{2654} - p_{26}p_{3465}) - \frac{p_{34}}{p_{13}}(p_{26}p_{4253} - p_{24}p_{6253} + p_{46}p_{2653}), \quad (.0.32)$$

$$\mathcal{Q}_{14}^{(0)} = p_{26}p_{2465r3} - p_{24}p_{2645r3} - p_{46}p_{243r56} - 2p_{24}p_{46}p_{3r54}, \quad (.0.33)$$

$$\mathcal{Q}_{14}^{(2)} = p_{35}[p_{24}p_{2r36} - (p_{26} + 3p_{46})p_{243r}] - p_{13}[p_{24}p_{2536} - (p_{26} + p_{46})p_{2453} - 2p_{24}p_{35}p_{46}], \quad (.0.34)$$

$$\mathcal{R}_{14}^{(0)} = 4[p_{46}(p_{35}p_{24r3} - p_{13}p_{2453}) + p_{13}(p_{24}p_{2536} - p_{26}p_{2534}) + p_{35}(p_{24}p_{2r36} - p_{26}p_{2r34})] \quad (.0.35)$$

$$+ \frac{2p_{23}}{p_{13}}(p_{24}p_{26453r} - p_{26}p_{24653r} + p_{46}p_{2653r4}) + 4p_{23}(p_{24}p_{2645} - p_{26}p_{2465} + p_{46}p_{2456}) \quad (.0.36)$$

$$+ \frac{8p_{24}p_{46}}{p_{13}}\left(p_{34}p_{253r} - p_{35}p_{243r} - p_{13}p_{2453} + \frac{1}{2}p_{23}p_{3r54}\right). \quad (.0.37)$$

Bibliografía

- [1] R. Frisch and O. Stern, Z. Phys. 85, 4 (1933), and I. Estermann and O. Stern, Z. Phys. 85, 17 (1933).
- [2] Luis W. Alvarez and F. Bloch, Phys. Rev. 57, 111 (1940).
- [3] Hans A. Bethe and Edwin E. Salpeter, Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms, Springer-Verlag, (1957), p. 51.
- [4] J. E. Nafe, E. B. Nelson, and I. I. Rabi, Phys. Rev. 71, 914 (1947). D. E. Nagle, R. S. Julian, and J. R. Zacharias, Phys. Rev. 72, 971 (1947).
- [5] J. Schwinger, Phys. Rev. 73, 416 (1948).
- [6] D. Hanneke, S. Fogwell, and G. Gabrielse, Phys. Rev. Lett. 100, 120801 (2008).
- [7] J. Abdallah et al. [DELPHI Collaboration], Eur. Phys. J. C 35 (2004) 159.
- [8] Bolanos, A. and Moyotl, A. and Tavares-Velasco, G., Phys. Rev. D89 2014, arXiv:1312.6860 T. Ibrahim and P. Nath, Phys.Rev. D78 , 075013 (2008), arXiv:0806.3880. A. Moyotl and G. Tavares-Velasco, Phys.Rev.D86, 013014 (2012), arXiv:1210.1994.
- [9] G. A. Gonzalez-Sprinberg, A. Santamaria and J. Vidal, Nucl. Phys. B 582, 3 (2000) doi:10.1016/S0550-3213(00)00275-3 [hep-ph/0002203].
- [10] A. Heister et al. (ALEPH Collaboration), Eur.Phys.J. C30, 291 (2003), arXiv:hep-ex/0209066.
- [11] E. Arganda, M. J. Herrero and J. Portoles, JHEP 0806, 079 (2008).

-
- [12] G. C. Branco, D. Emmanuel-Costa and R. Gonzalez Felipe, Phys. Lett. B 477, 147 (2000) [hep-ph/9911418].
- [13] H. Fritzsch and Z.-z. Xing, Phys. Lett. B 353, 114 (1995) [hep-ph/9502297].
- [14] C. Patrignani et al. (Particle Data Group), Chin. Phys. C, 40 , 100001 (2016) and 2017 update
- [15] J. L. Diaz-Cruz, R. Noriega-Papaqui and A. Rosado, Phys. Rev. D 69, 095002 (2004) [hep-ph/0401194].
- [16] T. P. Cheng and M. Sher, Phys. Rev. D 35, 3484 (1987).
- [17] Dean Carmi, Adam Falkowski, Eric Kuflik, Tomer Volansky, Jure Zupan, 10.1007/JHEP10(2012)196, [arXiv:1207.1718v3].
- [18] G. Bennett et al. (Muon G-2 Collaboration), Phys.Rev.D73, 072003 (2006), arXiv:hep-ex/0602035.
- [19] D. Chang, W.-F. Chang, C.-H. Chou, and W.-Y. Keung, Phys.Rev. D 63, 091301(R)(2001).
- [20] B. Aubert et al. [BaBar Collaboration], Phys. Rev. D 79, 092002 (2009), [arXiv:0902.2660 [hep-ex]].
- [21] A. Matyja et al. [Belle Collaboration], Phys. Rev. Lett. 99, 191807 (2007), [arXiv:0706.4429 [hep-ex]].
- [22] A. Crivellin, C. Greub and A. Kokulu, Phys. Rev. D 86, 054014 (2012), [arXiv:1206.2634 [hep-ph]].
- [23] M. Schmaltz, JHEP 08, 056 (2004), hep-ph/0407143
- [24] T. Han, H. E. Logan, and L.-T. Wang, JHEP 01, 099 (2006), hep-ph/0506313.
- [25] F. del Aguila, J. I. Illana, and M. D. Jenkins, JHEP 03, 080 (2011), 1101.2936.
- [26] D. Chang, W.-F. Chang, C.-H. Chou, and W.-Y. Keung, Phys.Rev. D 63, 091301(R)(2001).
- [27] M. A. Arroyo-Ureña, J. L. Díaz-Cruz, G. Tavares-Velasco, A. Bolaños, G. Hernández-Tomé, Searching for LFV Higgs-flavon decays at hadron colliders. Work in process

-
- [28] L. J. Dixon, doi:10.5170/CERN-2014-008.31 arXiv:1310.5353 [hep-ph].
- [29] H. Elvang and Y. Huang, *Scattering Amplitudes in Gauge Theory and Gravity*, Cambridge University Press (2015).
- [30] S. Dittmaier, *Phys. Rev. D* 59, 016007 (1998) doi:10.1103/PhysRevD.59.016007 [hep-ph/9805445].
- [31] J. L. Diaz-Cruz, B. O. Larios and O. Meza-Aldama, *J. Phys. Conf. Ser.* 761, no. 1, 012012 (2016) doi:10.1088/1742-6596/761/1/012012 [arXiv:1608.04129 [hep-ph]].
- [32] R. Kumar, *Phys. Rev.* 185, 1865 (1969). doi:10.1103/PhysRev.185.1865
- [33] A. Belyaev, N. D. Christensen and A. Pukhov, *Comput. Phys. Commun.* 184, 1729 (2013) doi:10.1016/j.cpc.2013.01.014 [arXiv:1207.6082 [hep-ph]].
- [34] D. A. Dicus and R. Vega, *Phys. Lett. B* 338, 341 (1994) doi:10.1016/0370-2693(94)91389-7 [hep-ph/9402262].
- [35] M. S. Alam et al. [CLEO Collaboration], *Phys. Rev. Lett.* 76, 2637 (1996). doi:10.1103/PhysRevLett.76.2637
- [36] A. Flores-Tlalpa, G. Lopez Castro and P. Roig, *JHEP* 1604, 185 (2016) doi:10.1007/JHEP04(2016)185 [arXiv:1508.01822 [hep-ph]].
- [37] R. Escribano and E. Masso, *Phys. Lett. B* 395, 369 (1997) doi:10.1016/S0370-2693(97)00059-2 [hep-ph/9609423].
- [38] G. A. Gonzalez-Sprinberg, A. Santamaria and J. Vidal, *Nucl. Phys. B* 582, 3 (2000) doi:10.1016/S0550-3213(00)00275-3 [hep-ph/0002203].
- [39] S. Eidelman, D. Epifanov, M. Fael, L. Mercolli and M. Passera, *JHEP* 1603, 140 (2016) doi:10.1007/JHEP03(2016)140 [arXiv:1601.07987 [hep-ph]].
- [40] A. Moyotl and G. Tavares-Velasco, *Phys. Rev. D* 86, 013014 (2012) doi:10.1103/PhysRevD.86.013014 [arXiv:1210.1994 [hep-ph]].
- [41] A. Bolaños, A. Moyotl and G. Tavares-Velasco, *Phys. Rev. D* 89, no. 5, 055025 (2014) doi:10.1103/PhysRevD.89.055025 [arXiv:1312.6860 [hep-ph]].

-
- [42] M. Arroyo-Ureña and E. Daz, *J. Phys. G* **43**, no. 4, 045002 (2016) doi:10.1088/0954-3899/43/4/045002 [arXiv:1508.05382 [hep-ph]].
- [43] M.A. Arroyo-Ureña, G. Hernández-Tomé and G. Tavares-Velasco, *Eur. Phys. J. C* **77**, no. 4, 227 (2017) doi:10.1140/epjc/s10052-017-4803-z [arXiv:1612.09537 [hep-ph]].
- [44] T. Ibrahim and P. Nath, *Phys. Rev. D* **78**, 075013 (2008) doi:10.1103/PhysRevD.78.075013 [arXiv:0806.3880 [hep-ph]].