

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA



FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



Fundamentos del Mecanismo de Higgs

Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias (Física Aplicada)

Roberto Alfonso García Gómez

Asesor: Dr. J. Lorenzo Díaz Cruz / BUAP

Comité Tutorial:

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Dr. Enrique Barradas Guevara

Dra. Olga Guadalupe Félix Beltrán

Puebla, Pue. México

Septiembre 2018

Dedicatoria

Este trabajo debe su existencia a,

*dos extraordinarios seres: Poncho y Yola
mis hermanos: Mary, Paco, Mayra, Jorge, Sandra
mi hija: Mariesta
mi familia de sangre y escogida*

*.....y todas aquellas miles de personas que he tenido el gusto de conocer y que han
dejado un poco de su tiempo y sabiduría en mi vida.*

Agradecimientos

Con el corazón para:

Lorenzo por su rescate y guía

Bryan por su amistad y conocimientos

El Comité Tutorial por su paciencia

Mis compañeros de estudios por su cariño y aliento

Mayra mi hermana por su apoyo incondicional desde que Yola no está.

Paco por curar mi alma fundamentalmente.

Etamomez por el cielo estrellado de su cara.

Jorge por su risa.

Resumen

Los decaimientos que presentan violación de sabor (LFV) para leptones están excluidos del modelo estándar (SM). Sin embargo, de acuerdo con reportes recientes del LHC, los decaimientos del bosón de Higgs que involucran cambio de sabor parecen tener cotas, que con un nivel de confianza de 3σ , el proceso $h \rightarrow \tau\mu$ mantiene la razón de decaimiento (BR) más alta en comparación con otros canales [1]. En el presente trabajo se estudia el ancho de decaimiento $\Gamma(h \rightarrow \tau\mu)$ ($\Gamma_{\tau\mu}$) y su correspondiente razón de decaimiento $BR(h \rightarrow \tau\mu)$ ($BR_{\tau\mu}$) para este proceso. La estimación del $BR_{\tau\mu}$ se hace utilizando las siguientes premisas: el marco teórico es el del SM pero se considera a los neutrinos con masa, en particular se realiza para una masa de neutrino; en el cálculo se usan dos de las normas R_ξ , la 't Hooft - Feynman, así como la unitaria; así también se hace uso de la técnica de los Teoremas de Bajas Energías (LET) para el cálculo a un lazo. Al final se contrasta el resultado obtenido con otros resultados reportados en la literatura que se han realizado utilizando otras técnicas de cálculo. Se obtiene un intervalo cuya cota superior es del orden de 10^{-22} y una cota inferior del orden de 10^{-50} , este valor varía sensiblemente en función de la masa de neutrino utilizada.

Índice

Dedicatoria	I
Agradecimientos	III
Resumen	V
1. Introducción	1
Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.1.1. Cuatro fuerzas fundamentales	1
1.1.2. Modelo Estándar	3
1.1.3. Simetrías	9
1.1.4. Ruptura espontánea de la simetría	10
1.2. Planteamiento de la tesis	11
1.3. Objetivos	12
2. Teorías de Norma	13
2.1. Lagrangiano en teoría cuántica de campos	13
2.1.1. Lagrangiano para un campo escalar, espín 0	14
2.1.2. Lagrangiano para un campo espinorial, espín 1/2	14
2.1.3. Lagrangiano para un campo vectorial, espín 1	15
2.2. Teoría Yang-Mills	16
2.3. Reglas de Feynman	19
2.3.1. Propagadores	20
2.3.2. Factores de Vértice	21
2.4. Términos de masa	22

2.5. Bases del mecanismo de Higgs	24
3. Modelo de Glashow-Weinberg-Salam	29
4. El sector de Higgs en el Modelo Estándar	37
5. Decaimiento $h \rightarrow \tau\mu$	41
5.1. Teoremas de bajas energías	41
5.2. Aplicación de LET al proceso $h \rightarrow \tau\mu$	43
5.3. Cálculo del BR del proceso $h \rightarrow \tau\mu$	44
5.3.1. Metodología	44
5.3.2. Norma 't Hooft - Feynman	45
5.3.3. Desarrollo del cálculo con norma 't Hooft - Feynman	46
5.4. Cálculo del BR del proceso $h \rightarrow \tau\mu$ utilizando la norma Unitaria	51
5.4.1. Norma Unitaria	51
5.4.2. Desarrollo del cálculo utilizando norma Unitaria	52
5.5. Resultados	59
Conclusiones	61
Bibliografía	62

Capítulo 1

Introducción

Ya que los cuatro elementos (tierra, aire, agua y fuego) se pueden transformar uno en otro, es razonable suponer que existe una sola substancia fundamental y que los cuatro elementos son sólo manifestaciones de esta.

Platón 428/427 o 424/423 – 348/347 AC.

1.1. Contexto

1.1.1. Cuatro fuerzas fundamentales

El descubrimiento de las fuerzas observadas en la naturaleza está íntimamente ligada a la física de partículas. El descubrimiento del electrón realizado por Thomson, J.J. en 1897 y el del protón en 1918 por Rutherford, E. empiezan a sentar las bases de que después se llamaría la física de partículas.

La física de partículas como tal nace el siglo pasado, desde la década de 1930 [2]. En esa década la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica empezaron a establecerse como fundamentos de la física.

Los siguientes 50 años se caracterizaron por una serie de descubrimientos que hicieron que los científicos revisaran su visión de los constituyentes elementales de la materia, a la luz, justamente, de la teoría de la relatividad y la mecánica cuántica. Extendiéndose el conocimiento de la naturaleza íntima de la materia más allá de lo que se creía, hasta 1920, sólo estaba constituida por electrones y protones. Esta nueva disciplina de

la físicas, intenta contestar dos preguntas fundamentales: ¿de qué está hecha la materia? y ¿por qué la materia interactúa con ella misma como lo hace?

Así dio inicio una de las aventuras intelectuales recientes más desafiantes del hombre. Los esfuerzos de miles de físicos, al tratar de dar respuesta a estas dos preguntas, dieron como resultado una notable comprensión de la estructura fundamental de la materia: todo en el Universo está constituido por unos cuantos bloques básicos que llamamos partículas fundamentales. Asimismo, junto con el descubrimiento de las partículas elementales se encontró que la materia interactúa entre sí a través de tres fuerzas fundamentales, además de la gravedad¹.

De acuerdo con nuestro conocimiento actual, en la naturaleza las cuatro tipo de fuerzas fundamentales son las siguientes:

- Fuerte, es la fuerza responsable de mantener unidos a los nucleones (protones y neutrones) que se hallan en el núcleo atómico. Evita que la repulsión electromagnética entre los protones los separe (que poseen carga eléctrica del mismo signo, positiva) y hace que los neutrones (que no tienen carga eléctrica) permanezcan unidos entre sí y también a los protones.
- Electromagnética, es aquella fuerza que actúa entre partículas eléctricamente cargadas. Este fenómeno incluye la fuerza electrostática que actúa entre las partículas cargadas en reposo, y el efecto combinado de fuerzas eléctricas y magnéticas actuando entre partículas cargadas que se encuentran en movimiento relativo unas con respecto a otras.
- Electrodébil, la interacción débil sólo ocurre en distancias subatómicas, menores al diámetro del protón. Es la responsable del decaimiento radiactivo y por lo tanto tiene un rol esencial en la fisión nuclear.
- Gravitacional, es la fuerza con la cuál cualesquiera objetos con masa se atraen (o gravitan entre sí), incluyendo objetos que van desde átomos y fotones, hasta planetas y estrellas. Ya que la masa y la energía son equivalentes, todas las formas de energía (incluida la luz) se encuentran bajo su influencia.

A continuación se presenta un cuadro resumen con las características principales de estas cuatro fuerzas:

¹La gravedad se empezó a estudiar a finales del siglo XVI y principios del XVII con Galileo Galilei, finalizando Isaac Newton su formulación en 1687. [3] [4]

Propiedad/Interacción	Gravitatoria	Débil	Electromagnética	Fuerte	
		(Electrodébil)		Fundamental	Residual
Actúa sobre:	Masa - Energía	Sabor	Carga eléctrica	Carga de color	Núcleos atómicos
Partículas que la experimentan:	Todas	Quarks, leptones	con carga eléctrica	Quarks, Gluones	Hadrones
Partículas mediadoras:	Ninguna Gravitón (conjeturado)	$W^+ W^- Z^0$	γ (fotones)	Gluones	Mesones
Magnitud (a la escala de los <i>quarks</i>):	10^{-41}	10^{-4}	1	10^{60}	No aplicable a los <i>quarks</i>
Magnitud (a la escala de los protones):	10^{-36}	10^{-7}	1	No aplicable a los hadrones	10^2

Tabla 1.1: Las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza. [5]

La intensidad de cada una de las fuerzas, evidentemente depende de la naturaleza de la fuente y de la proximidad a la misma. Los órdenes de magnitud presentados deben tomarse de manera indicativa. [6]

El esfuerzo de integrar la información sobre las partículas descubiertas, así como la de las interacciones entre ellas, dió como resultado el Modelo Estándar [Standard Model = SM, por sus siglas en inglés].

1.1.2. Modelo Estándar

El Modelo Estándar (SM) de la física de partículas es la teoría que describe tres de las cuatro fuerzas fundamentales conocidas en la naturaleza (las interacciones electromagnéticas, débiles y fuertes, sin incluir la gravitacional) [8]. Asimismo, establece la clasificación de todas las partículas elementales conocidas. Este se desarrolló a lo largo de la segunda mitad del siglo XX. La formulación vigente fue finalizada a mediados de la década de 1970.

Aunque durante el siglo XX se descubrieron las diferentes partículas que componen el SM (salvo por el neutrino tau y el bosón de Higgs, descubiertos en 2000 y 2012, respectivamente), el primer paso hacia la conformación del SM, como lo conocemos ahora, fue el descubrimiento de Glashow, S. en 1961 como una manera de unificar las interacciones electromagnéticas con las débiles [9].

En 1967, Weinberg, S. [10] y Salam, A. [11] incorporaron el mecanismo de Higgs

[12, 13, 14] en la interacción electrodébil de Glashow, S. Este modelo de las interacciones electrodébiles, se conoce como Glashow-Weinberg-Salam (GWS) y fue desarrollado en la década de los años 1960 por los tres científicos mencionados: Glashow, S; Salam, A. y Weinberg, S.

Es justamente el mecanismo de Higgs, el que da lugar a las masas de todas las partículas elementales en el SM. Esto incluye las masas de los bosones W^\pm y Z^0 , y las masas de los fermiones: quarks y leptones.

El término *Modelo Estándar* fue acuñado por Pais, A. y Treiman, S. en 1975, con referencia a la teoría electrodébil con cuatro quarks.

Por lo que, de acuerdo con el SM toda la materia visible está hecha de dos tipos de partículas elementales: leptones y quarks. Los fermiones, se caracterizan por llevar espín fraccionario, en el caso particular de los leptones y quarks, el valor de su espín es $1/2$. Tanto leptones como quarks son fermiones, ya que cuentan con espín $1/2$. Por este motivo, respetan la estadística Fermi-Dirac y el principio de exclusión de Pauli. Interactúan a través de tres fuerzas fundamentales: electromagnética, débil y fuerte.

Como se ha mencionado la incorporación de la gravitación en el SM sigue siendo un desafío sin resolver. Sin embargo, por las escalas de masa involucradas, su fuerza es insignificante en comparación con las de las otras interacciones.²

Las interacciones entre quarks y leptones están mediadas por el intercambio de partículas con espín entero: los bosones gauge o bosones de norma.

Hay un bosón para la interacción electromagnética, el fotón sin masa (γ), que se acopla a la carga eléctrica pero no está cargado.

La interacción débil está mediada por tres bosones, el bosón Z^0 : eléctricamente neutro y los bosones W^\pm : con carga positiva y negativa. Cada uno de ellos se acopla al tercer componente del isospín débil.

Existen como mediadores de la interacción fuerte, 8 gluones eléctricamente neutros y

² Ejemplo: La fuerza gravitacional entre un protón y un electrón separados 1m es 1.01×10^{-67} N, mientras que la fuerza eléctrica entre ellos es de aproximadamente 2.304×10^{-28} N. Por lo que la fuerza eléctrica es cerca de 10^{39} veces mayor que la fuerza gravitacional [5].

sin masa (g). La carga correspondiente a estas partículas, se llama color y se utiliza la convención de color por lo que son cargas comúnmente etiquetadas como roja, verde y azul, así como sus anticolores correspondientes son antirrojo, antiverde y antiazul.

Por el hecho de llevar carga de color, los gluones pueden interactuar entre sí. Esta propiedad permite que puedan mediar una fuerza potente de corto alcance.

La fuerza electromagnética, por otro lado, tiene un alcance infinito, ya que la partícula mediadora, el fotón, no tiene masa.

Mientras que la interacción débil es de corto alcance debido a la masa de los bosones Z^0 y W^\pm : aproximadamente 91 y 80 GeV, respectivamente. La Tabla 1.1 resume estas interacciones.

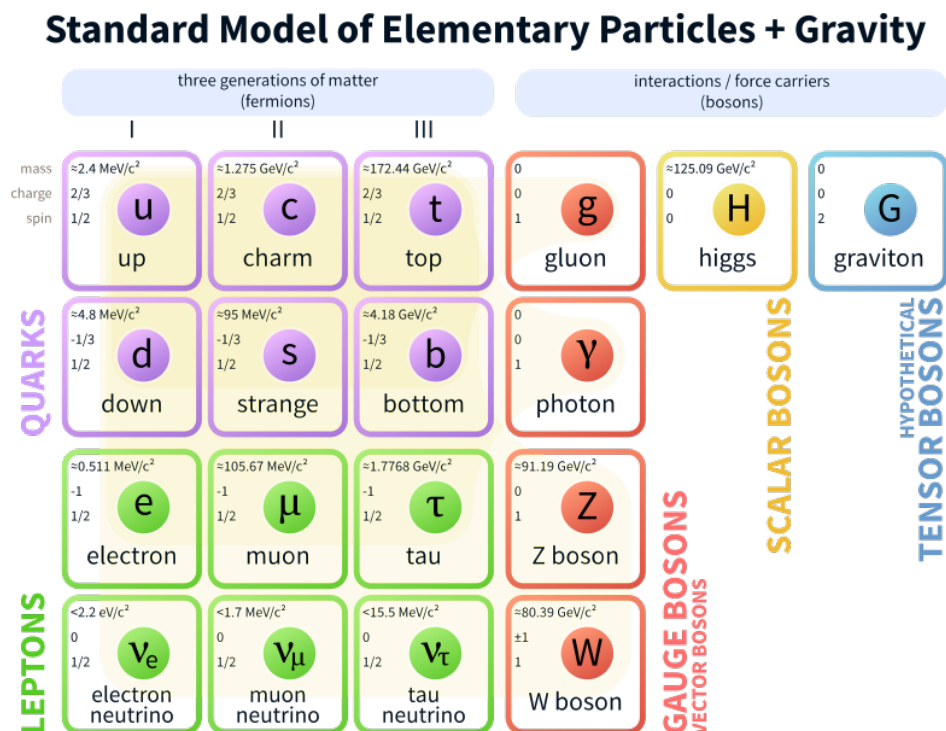


Figura 1.1: Modelo Estándar. [Fermilab, Office of Science, United States Department of Energy, Particle Data Group]

Por otro lado, existen seis leptones, agrupados en tres familias. Cada familia está constituida por un par: un leptón cargado negativamente y un neutrino que sólo lleva una carga débil. Los leptones cuentan, cada uno, con su antipartícula para la cual los números cuánticos aditivos tienen el signo opuesto

Las masas de leptones cargados: electrón (e), muón (μ) y tau (τ), aumentan en ese orden; desde aproximadamente 511 KeV por encima de 105 MeV hasta 1.7 GeV [15]. Los neutrinos se tratan como si no tuvieran masa en el contexto del SM.

Sin embargo, la observación de oscilaciones en los neutrinos (véase [16]) indican que tienen una masa diferente de cero, aunque muy pequeña. El límite superior experimental actual es de $m_\nu < 2$ eV [17, 18].

Los quarks también se agrupan en tres familias o generaciones y cuentan con seis sabores y . La primer familia consta de dos quarks llamados: up (u)quark y down (d)quark, cuyos nombres hacen referencia a su isospín, que es $+1/2$ para el quark *up* y $-1/2$ para el quark *down*.³

De manera análoga, las otras dos familias o generaciones también constan de un quark tipo up y uno tipo down. Los quarks de la segunda generación o familia se conocen como: charm (c) (tipo *up*) y strange (s) (tipo *down*).

Por último, la tercer generación está constituida por el quark top/truth (t) (tipo *up*) y el bottom/beauty (b) (tipo *down*). Los quarks tipo *up* tienen una carga eléctrica de $2/3e$, los quarks tipo *down* de $-1/3e$.

Así como ocurre para los leptones, las masas de quarks van en aumento consistentemente desde la primera generación hasta la tercera, siendo el quark de la tercera familia (tipo *up*), el top (t) quark, la partícula fundamental más pesada con una masa de aproximadamente 173 GeV.

³El isospín se introdujo originalmente para tratar al neutrón y protón como las mismas partículas (nucleones), sólo que con diferente orientación en isospín ($\pm 1/2$). En el modelo de quarks, el isospín del nucleón resulta del isospín de sus constituyentes. [7].

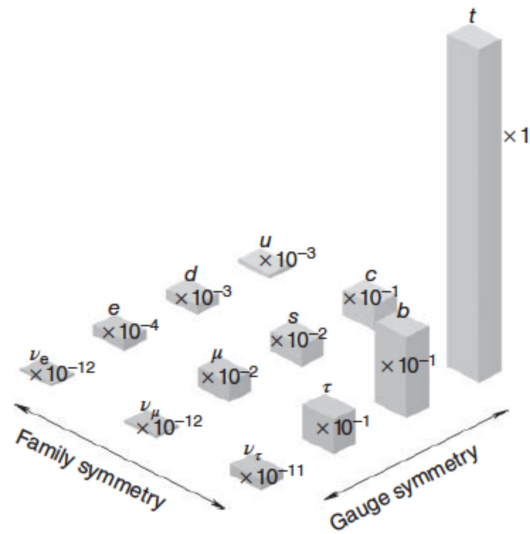


Figura 1.2: Órdenes de magnitud de las masas en el SM. [Valle, J.; Romão, J. 2015]

Es importante hacer énfasis en que toda la materia estable que nos rodea está compuesta de fermiones de la primera familia. En otras palabras, los átomos están constituidos por electrones, protones y neutrones. Estos dos últimos están compuestos de quarks up y down. Las partículas de las otras generaciones y los compuestos que se pueden formar con ellos, siempre decaen en partículas más ligeras.

Los quarks, además de la carga eléctrica y débil, llevan carga de color, es decir, toman parte en la interacción fuerte. De nueva cuenta, para cada uno de los quarks, existe un antiquark con su correspondiente carga anti-color.

Los quarks no existen como partículas libres en la naturaleza, sino que siempre los encontramos como estados ligados de dos o tres quarks o antiquarks.

A estas partículas compuestas se les refiere como hadrones y se pueden clasificar en dos grupos principales:

- Mesones, compuestos por un quark y un anti-quark.
- Bariones, constan de tres quarks, y los anti-bariones formados por tres anti-quarks.

Todos los hadrones observados parecen incoloros (blancos, sin carga de color), es decir, estados singletes de color. Estos singletes se forman, en el caso de los mesones combinando color y anticolor, o bien rojo, verde y azul para los bariones y antirrojo, antiverde y

antiazul para los antibariones.

Las interacciones fundamentales, forman parte del SM por estar mediadas por partículas pertenecientes al mismo, los bosones gauge o bosones de norma.

Estas interacciones y sus bosones correspondientes se describen mediante teorías de gauge o de norma. La idea subyacente en una teoría gauge o de norma, es que la densidad Lagrangiana correspondiente tiene que ser invariante bajo ciertas transformaciones de norma locales que definen una simetría. Estas transformaciones, o sus respectivas representaciones matriciales, son los *generadores* del grupo de simetría correspondiente.

Con el fin de que una simetría global se mantenga también localmente, los campos de los bosones vectoriales, *campos gauge o de norma*, deben ser introducidos, uno para cada uno de los generadores del grupo de simetría. Esto se ilustrará aquí usando el ejemplo de la electrodinámica cuántica (QED), la teoría del campo cuántico del electromagnetismo [7].

La ecuación de Dirac para una partícula libre con carga q y masa m , descrita por una función de onda $\psi(x)$ está dada por

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0 \quad (1.1)$$

Si realizamos una transformación de fase local de la forma $\psi'(x) = e^{iq\chi(x)}\psi(x)$ lo que nos lleva a

$$\begin{aligned} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi'(x) &= \underbrace{e^{iq\chi(x)}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x)}_{=0} - q\gamma_\mu(\partial_\mu\chi(x))\psi'(x) \\ &= q\gamma^\mu A'_\mu\psi'(x) \neq 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

siendo $A'_\mu = -\partial_\mu\chi(x)$. Este resultado lo que nos indica es que la ecuación de onda bajo la transformación local de fase no corresponde a la de una partícula libre, sino a la de una dentro de un campo electromagnético.

Para establecer la invarianza de la ecuación de Dirac bajo una transformación de fase local, el campo tiene que ser transformado también de la siguiente manera, $A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu\chi(x)$ y la derivada debe reemplazarse por la derivada covariante: $\partial_\mu \longrightarrow D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$. Al introducir esta definición de la derivada covariante en la ecuación de Dirac 1.1, se tiene

$$(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi(x) = 0 \quad (1.3)$$

se vuelve invariante tanto bajo la transformación simultánea de $\psi(x)$ y el campo gauge o de norma A_μ .

Si extendemos este argumento llegaremos a que el SM se puede describir por la siguiente simetría de norma $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \otimes SU(3)_C$.

El término $SU(3)_C$ representa la simetría subyacente de la interacción fuerte, con los tres grados de libertad de la carga de color (de ahí el subíndice C). El $SU(3)$ tiene 8 generadores, que están asociados a ocho gluones.

Los primeros dos términos incorporan la simetría gauge o de norma de las interacciones electrodébiles, y cuenta con tiene cuatro generadores.

La simetría de norma local prohíbe que la densidad Lagrangiana contenga términos masivos, lo que implica que los bosones gauge no pueden contener masa.

El grupo $SU(3)$ de las interacciones fuertes mantiene una simetría exacta y por lo tanto los gluones son partículas sin masa.

No obstante, en cuanto a las interacciones electrodébiles, experimentalmente sólo uno de los bosones vectoriales, el fotón, es no masivo. Por otro lado, se ha comprobado experimentalmente que los bosones W^\pm y Z^0 son masivos, esto implica que la simetría gauge está rota.

El mecanismo involucrado para que esta ruptura simetría espontánea se presente, predice necesariamente la existencia de otro bosón fundamental con espín 0. A esta partícula se le conoce comúnmente como bosón de Higgs, por el nombre de Peter Higgs que fue uno de los primeros en predecir su existencia[12, 13, 14].

El bosón de Higgs fue descubierto experimentalmente el 4 de julio de 2012 por las colaboraciones ATLAS[19] y CMS[20]. Hasta ahora todas las medidas de sus propiedades físicas de la partícula descubierta son consistentes con las predichas para un modelo estándar que incluye al bosón de Higgs.

1.1.3. Simetrías

La *simetría* (del griego [$\sigma\nu\nu$] = con, y [$\mu\epsilon\tau\rho\nu$] = medida) es un rasgo característico de formas geométricas, sistemas, ecuaciones y otros objetos materiales o entidades abstractas, relacionada con su invariancia bajo ciertas transformaciones, movimientos o intercambios. Un objeto es simétrico frente a una operación matemática dada, si el

resultado de aplicar esa transformación al objeto, es a su vez un objeto indistinguible en su aspecto del original.

Existen diferentes tipos de simetrías, en particular nos interesa referirnos a dos: externas e internas.

Simetría externa: mismo sistema, diferente ubicación. Si un objeto tiene simetría externa, se puede trasladar, rotar o aplicar un boost y mantendrá sin cambio las características que lo distinguen.

v.gr. Energía potencial gravitacional. Sistema: edificio + moneda + tierra.

Simetría Interna: El sistema experimenta cambios que no son espacio-temporales, el sistema permanece igual.

v.gr. El intercambio de cada partícula con su antipartícula. Conjugación de carga. Cambiar las cargas negativas por positivas y viceversa, deja las fuerzas electromagnéticas involucradas exactamente igual.

1.1.4. Ruptura espontánea de la simetría

Se ha mencionado que la ruptura espontánea de la simetría [SSB] es el mecanismo que permite crear un SM en donde un bosón vectorial, el bosón Higgs, dota de masa a las partículas masivas.

Para entender este fenómeno consideremos un lápiz perfectamente balanceado sobre su punta. Es un estado de equilibrio inestable, cualquier pequeña perturbación hará que caiga (de mayor a menor energía potencial). Sin embargo, ninguna ley física nos indicará en que dirección caerá. La situación es perfectamente simétrica porque todas las direcciones son equiprobables.

No obstante, una vez que el lápiz empieza a caer, las leyes de la física determinarán la dirección en la que seguirá cayendo. Por lo que la situación simétrica colapsará espontánea y aleatoriamente en una forma asimétrica, ya que las otras opciones se descartan para este sistema.

El SM predice que el universo alguna vez fue altamente simétrico y que ha ido pasando por varios procesos de SSB hasta ser el que hoy conocemos.

Existen nuevas teorías que incorporan simetrías más allá de las que observamos actualmente en la naturaleza, por ejemplo una simetría posible es la supersimetría (SUSY), la cuál intercambia bosones y fermiones. Este es un ejemplo de una simetría rota al nivel de las energías que observamos, mientras que en situaciones de muy altas energías el universo mantendría la SUSY.

1.2. Planteamiento de la tesis

En las secciones anteriores hemos descrito al SM como un cuerpo de conocimiento importante que nos permite describir prácticamente el comportamiento de tres de los cuatro campos de fuerzas conocidos hasta ahora en la naturaleza.

No obstante, el SM presenta varias limitaciones [7] para describir totalmente la física de las partículas, entre otros se encuentran:

- la existencia de las masas en los neutrinos,
- por qué hay tres generaciones de fermiones,
- la asimetría bariónica,
- la materia oscura,
- la energía oscura,
- la no violación de CP en el sector de interacciones fuertes,
- el problema de jerarquía.

Como vemos aún hay varios retos que la teoría del SM no explica y que para atenderlos se han realizado diversas extensiones a este modelo, la física más allá del SM.

En este trabajo partimos del escenario básico provisto por el SM y sólo consideramos adicionalmente la premisa de que los neutrinos puedan tener masa de acuerdo con las cotas reportadas por el Particle Data Group. Esta premisa es justo la que permite la existencia de un proceso como el que aquí se estudia $h \rightarrow \tau\mu$.

La idea es poder dar un estimado teórico para el intervalo de variación en valor que pueden presentar el ancho y razón de decaimiento de acuerdo con la mezcla de neutrinos involucrada. Con fines de cálculo se utilizan las siguientes normas: la 't Hooft - Feynman y la unitaria. Así también para fines de cálculo utilizaremos los recursos que nos proveen los Teoremas de Bajas Energías (LET) que permiten simplificar sensiblemente el análisis. Por último, dentro de este cálculo se considerará para la mezcla de neutrinos, que pudiera participar en el proceso referido, un valor único m_ν , el cual se tomará como la masa

del neutrino electrón y la masa del neutrino tau con el fin de obtener las cotas inferior y superior para los valores de $\Gamma_{\tau\mu}$ y $BR_{\tau\mu}$, respectivamente.

1.3. Objetivos

Plantear el diagrama del proceso a estudiar, así como su simplificación mediante el uso de LET.

Realizar los cálculos correspondientes mediante las normas 't Hooft - Feynman y unitaria para obtener las expresiones correspondientes a $\Gamma_{\tau\mu}$ y el $BR_{\tau\mu}$ del proceso $h \rightarrow \tau\mu$.

Estimar el rango de valores para el $BR_{\tau\mu}$, con base en en el rango de variación posible de la masa considerada para los neutrinos participantes.

Explicar el posible resultado en términos de su dependencia con respecto a las variables cinemáticas y dinámicas correspondientes.

Comprobar mediante contrastación con otros resultados reportados en la literatura, relacionados con este decaimiento, de la utilidad y precisión del uso de LET.

Confirmar la viabilidad de los LET como herramienta de cálculo útil para el proceso bajo estudio.

Capítulo 2

Teorías de Norma

2.1. Lagrangiano en teoría cuántica de campos

En la mecánica tradicional de partículas el lagrangiano se escribe como una función de las coordenadas de una partícula y de las derivadas de éstas con respecto al tiempo. Esto se debe a que una partícula es un objeto localizado.

En la teoría cuántica de campos, el objetivo es calcular funciones que dependen del espacio y el tiempo, $\phi_i(x, y, z, t)$. En el contexto de esta teoría, lo que interesa es el comportamiento del campo en determinada posición espacio-temporal.

Es por este motivo que en teoría cuántica de campos se parte de una *densidad Lagrangiana*, \mathcal{L} (aunque en este documento se refiere a ella indistintamente como lagrangiano) la cuál, de manera análoga al tratamiento del lagrangiano en la teoría clásica de partículas, es una función de los campos $\phi_i(x, y, z, t)$ y de las derivadas de éstos con respecto a x, y, z, t ; definidas estas derivadas como $\partial_\mu \phi_i \equiv \frac{\partial \phi_i}{\partial x^\mu}$.

En la formulación lagrangiana clásica, la ecuación de Euler-Lagrange se convierte en la ley fundamental de movimiento:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (2.1)$$

La generalización más sencilla de este concepto en teoría cuántica de campos es la

siguiente:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i}; \quad (2.2)$$

$$i = 1, 2, 3, 4$$

Es importante resaltar que en el caso de teoría cuántica del campo, a diferencia del lagrangiano en la teoría clásica, la densidad lagrangiana se deriva y no es única. La densidad lagrangiana se diseña y por lo tanto, es tomada como premisa[6].

En las siguientes expresiones c es la velocidad de la luz, \hbar es la constante de Planck. En unidades naturales estas expresiones se simplifican bastante al tomar los siguientes valores $c = \hbar = 1$.

2.1.1. Lagrangiano para un campo escalar, espín 0

El siguiente lagrangiano conduce a la ecuación de **Klein-Gordon** que describe a una partícula de masa m y espín 0:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (2.3)$$

por lo que se tiene

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} = \partial^\mu \phi, \quad \text{y} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi \quad (2.4)$$

para que finalmente, utilizando la ecuación Euler-Lagrange 2.2 se obtiene

$$\left[\partial_\mu \partial^\mu + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \phi = 0 \quad (2.5)$$

la cuál es justamente la ecuación Klein-Gordon.

2.1.2. Lagrangiano para un campo espinorial, espín 1/2

La expresión

$$\mathcal{L} = i(\hbar c) \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - (mc^2) \bar{\psi} \psi \quad (2.6)$$

es un lagrangiano que describe una partícula de masa m y espín $\frac{1}{2}$. En esta ecuación ψ es un campo espinorial,

Se le conoce como lagrangiano de Dirac, ya que lleva precisamente a la ecuación de **Dirac** la cuál describe este tipo de partículas.

Si se consideran ψ y $\bar{\psi}$ como variables de campo independientes, y se aplica la ecuación de Euler-Lagrange 2.2 para ambos casos, se obtienen los siguientes resultados.

Aplicando para $\bar{\psi}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \bar{\psi})} = 0, \quad \text{y} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\psi}} = i\hbar c \gamma^\mu \partial_\mu \psi - mc^2 \psi \quad (2.7)$$

o de manera equivalente

$$\left[\gamma^\mu \partial_\mu - \left(\frac{mc}{\hbar} \right) \right] \psi = 0 \quad (2.8)$$

De igual manera si se aplica la ecuación Euler-Lagrange 2.2 para ψ

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \psi)} = i\hbar c \bar{\psi} \gamma^\mu, \quad \text{y} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \psi} = -mc^2 \bar{\psi} \quad (2.9)$$

se obtiene por resultado el adjunto de la ecuación de Dirac

$$i\partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + \left(\frac{mc}{\hbar} \right) \bar{\psi} = 0 \quad (2.10)$$

2.1.3. Lagrangiano para un campo vectorial, espín 1

Si sobre el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu A_\nu \quad (2.11)$$

donde A^μ es un campo vectorial, se aplica la ecuación Euler-Lagrange 2.2, se obtiene

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} = -\frac{1}{4\pi} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu), \quad \text{y} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu \quad (2.12)$$

por lo que la ecuación de campo es

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu = 0 \quad (2.13)$$

A esta expresión se le conoce como la ecuación de **Proca** y describe una partícula de

masa m y espín 1 .

Si se utiliza la siguiente definición, $F^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$, entonces el lagrangiano y la ecuación de Proca, se leen:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu, \quad \text{y} \quad \partial_\mu F^{\mu\nu} + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu = 0 \quad (2.14)$$

respectivamente.

2.2. Teoría Yang-Mills

La teoría Yang-Mills es, en términos generales, un álgebra de Lie reductiva y compacta, es una teoría de norma basada en el grupo $SU(N)$.

La idea detrás de Yang-Mills es hacer la promoción de una invariancia *global* a una de tipo *local* [6].

En su aplicación a la física de partículas, la teoría Yang-Mills busca describir el comportamiento de las partículas utilizando estos grupos de álgebra no-Abeliana. Esta teoría es la base fundamental de la unificación de los campos electromagnético y débil, $U(1) \times SU(2)$, así como para la interacción fuerte, $SU(3)$.

Por esto mismo es obvio decir que es uno de los fundamentos cruciales para el SM.

Supongamos que se tienen N campos de espín $\frac{1}{2}$. El lagrangiano libre estaría dado por

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & [i(\hbar c)\bar{\psi}_1\gamma^\mu\partial_\mu\psi_1 - (mc^2)\bar{\psi}_1\psi_1] + [i(\hbar c)\bar{\psi}_2\gamma^\mu\partial_\mu\psi_2 - (mc^2)\bar{\psi}_2\psi_2] \\ & + \dots + [i(\hbar c)\bar{\psi}_N\gamma^\mu\partial_\mu\psi_N - (mc^2)\bar{\psi}_N\psi_N] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Esta ecuación se puede escribir de una manera más compacta si se combinan $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N$ en un vector columna de la siguiente manera

$$\Psi \equiv \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_N \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

donde $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N$ son los espinores cuadricomponentes de Dirac, siendo el espinor adjunto

$$\bar{\Psi} \equiv (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2, \dots, \bar{\psi}_N) \quad (2.17)$$

Esto permite reescribir el lagrangiano de la siguiente manera

$$\mathcal{L} = i(\hbar c)\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi - c^2\bar{\Psi}M\Psi \quad (2.18)$$

donde M tiene la forma de una matriz - la matriz de masa

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_N \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Si se lleva a cabo la generalización, \mathcal{L} admite una invariancia global más general que antes, $\Psi \rightarrow U\Psi$, donde U es una matriz unitaria $N \times N$ tal que $U^\dagger U = 1$, y con $\bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi}U^\dagger$. Es fácil ver que el producto $\bar{\Psi}\Psi$ es invariante.

En caso de que se considerara sólo la presencia de dos campos, Ψ_1 y Ψ_2 , la matriz de masa se reduciría a

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

y la matriz unitaria U , de 2×2 , puede escribirse de la siguiente manera $U = e^{iH}$, donde H es hermitiano $\Rightarrow H^\dagger = H$. Más aún, H puede expresarse en términos de cuatro números reales a_1, a_2, a_3, a_4 y θ de la siguiente forma

$$H = \theta\mathbf{1} + \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a} \quad (2.21)$$

donde $\mathbf{1}$ es la matriz unitaria 2×2 y $\boldsymbol{\sigma} = \sigma_i, i = 1, 2, 3$ son las matrices de Pauli. Por lo que cualquier U puede ser escrita como $U = e^{i\theta} e^{i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a}}$.

La expresión, $\Psi \rightarrow \Psi' \rightarrow e^{i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a}}\Psi$, es una transformación global, en la que la matriz $e^{i\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a}}$ tiene determinante 1, por lo que pertenece al grupo $SU(2)$.

Es decir, que el lagrangiano es invariante bajo transformaciones de norma $SU(2)$ globales. Con el fin de convertir esta transformación en una local, la estrategia radica en hacer que \mathbf{a} sea función del cuadrivector x^μ .

Si se escoge $\boldsymbol{\lambda}(x) \equiv -(\hbar c/q)\mathbf{a}(x)$, donde q es una constante de acoplamiento análoga a la carga eléctrica. Entonces podemos escribir la transformación local en $SU(2)$ de la siguiente manera

$$\Psi \rightarrow U_q\Psi \quad (2.22)$$

donde, $U_q = e^{-iq\boldsymbol{\sigma}\cdot\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{x})/\hbar c}$.

Se puede ver que el lagrangiano correspondiente bajo esta transformación ya no es invariante, ya que aparece un término adicional al evaluar

$$\partial_\mu \Psi \rightarrow U_q \partial_\mu \Psi + (\partial_\mu U_q) \Psi \quad (2.23)$$

Con el objeto de recuperar a invariancia, se recurre a la *derivada covariante* definida como

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (2.24)$$

y se establece la siguiente regla de transformación $\mathcal{D}_\mu \Psi \rightarrow U_q (\mathcal{D}_\mu \Psi)$, entonces el lagrangiano se vuelve invariante.

Por lo tanto, para obtener la regla de transformación para los tres campos de norma $\mathbf{A}_\mu \rightarrow \mathbf{A}'_\mu$, donde \mathbf{A}'_μ está dado por

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}'_\mu = U_q (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}_\mu) U_q^{-1} + i \left(\frac{\hbar c}{q} \right) (\partial_\mu U_q) U_q^{-1} \quad (2.25)$$

se debe hacer una aproximación, ya que U_q y U_q^{-1} no conmutan con $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}_\mu$, ni tampoco U_q conmuta con $\boldsymbol{\sigma} \cdot \partial_\mu \boldsymbol{\lambda}$.

Una manera sencilla y suficiente para lograr la invariancia local es expandir U_q , para el caso límite de una $|\boldsymbol{\lambda}|$ muy pequeña, a primer orden:

$$U_q \cong 1 - \frac{iq}{\hbar c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\lambda}, \quad U_q \cong 1 - \frac{iq}{\hbar c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\lambda}, \quad \partial_\mu U_q \cong -\frac{iq}{\hbar c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \partial_\mu \boldsymbol{\lambda} \quad (2.26)$$

Utilizando esta aproximación en la ecuación 2.25 obtenemos

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}'_\mu \cong \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}_\mu + \frac{iq}{\hbar c} [\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}_\mu, \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\lambda}] + \boldsymbol{\sigma} \cdot \partial_\mu \boldsymbol{\lambda} \quad (2.27)$$

Por otro lado, $[A, B] = AB - BA$ y $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} - i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$ por lo que la ecuación 2.27 se lee

$$\mathbf{A}'_\mu \cong \mathbf{A}_\mu + \partial_\mu \boldsymbol{\lambda} + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{A}_\mu) \quad (2.28)$$

Al substituir se obtiene el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L} = i\hbar c \bar{\Psi} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu \Psi - mc^2 \bar{\Psi} \Psi = [i\hbar c \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - mc^2 \bar{\Psi} \Psi] - (q \bar{\Psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\sigma} \Psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (2.29)$$

el cuál resulta invariante bajo transformaciones de norma locales.

Dado que para lograr esta invariancia local se introdujeron tres nuevos campos vectoriales $\mathbf{A}^\mu = (A_1^\mu, A_2^\mu, A_3^\mu)$, se tiene que añadir su lagrangiano libre

$$\mathcal{L}_A = -\frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} \quad (2.30)$$

En donde, de manera análoga al caso de la derivada covariante, se debe redefinir $\mathbf{F}^{\mu\nu}$ para garantizar la invariancia

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \equiv \partial^\mu \mathbf{A}^\nu - \partial^\nu \mathbf{A}^\mu - \frac{2q}{\hbar c} (\mathbf{A}^\mu \times \mathbf{A}^\nu) \quad (2.31)$$

Esta definición bajo transformaciones infinitesimales de norma (ver ecuación 2.28), da como resultado

$$\mathbf{F}^{\mu\nu} \rightarrow \mathbf{F}^{\mu\nu} + \frac{2q}{\hbar c} (\boldsymbol{\lambda} \times \mathbf{F}^{\mu\nu}) \quad (2.32)$$

Por lo que el lagrangiano Yang-Mills es

$$\mathcal{L} = [i\hbar c \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - mc^2 \bar{\Psi} \Psi] - \frac{1}{16\pi} \mathbf{F}^{\mu\nu} \cdot \mathbf{F}_{\mu\nu} - (q \bar{\Psi} \gamma^\mu \boldsymbol{\sigma} \Psi) \cdot \mathbf{A}_\mu \quad (2.33)$$

Este lagrangiano describe el comportamiento de dos campos de Dirac de igual masa interactuando con tres campos vectoriales de norma.

Además de que se cumple que la invariancia global original del lagrangiano libre se mantiene localmente, para ello la teoría Yang-Mills es no Abelian.

2.3. Reglas de Feynman

En esta sección se describe el conjunto de reglas de Feynman asociadas con los tres casos revisados, Klein-Gordon (ecuación 2.5), Dirac (ecuación 2.8) y Proca (ecuación 2.14).

El lagrangiano, cuenta con dos tipos de términos:

- los términos del lagrangiano libre, que toman en consideración los campos participantes;
- los términos de las distintas interacciones involucradas.

Los términos del lagrangiano libre determinan los *propagadores* correspondientes a cada uno de los campos:

- Klein-Gordon, para partículas de espín 0,
- Dirac, para partículas de espín $\frac{1}{2}$,

- Proca, para partículas de espín 1,

así también puede incluir términos de partículas cuyo espín sea mayor a 1.

La parte del lagrangiano que considera las diferentes interacciones entre los campos y que determinan los *factores de vértice*.

2.3.1. Propagadores

Como se explicó previamente, la aplicación de la ecuación de Euler-Lagrange 2.2 al lagrangiano libre, produce las ecuaciones de campo correspondientes a las partículas:

- de masa m y espín 0 (Klein-Gordon)

$$\left[\partial_\mu \partial^\mu + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \phi = 0 \quad (2.34)$$

- de masa m y espín $\frac{1}{2}$ (Dirac)

$$\left[\gamma^\mu \partial_\mu - \left(\frac{mc}{\hbar} \right) \right] \psi = 0 \quad (2.35)$$

- de masa m y espín 1 (Proca)

$$\left[\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu \right] = 0 \quad (2.36)$$

Si se aplica la relación $p_\mu \leftrightarrow i\hbar\partial_\mu$ a las ecuaciones anteriores, se obtienen las expresiones correspondientes al espacio de momento

$$[p^2 + (mc)^2]\phi = 0 \quad \text{espín 0} \quad (2.37)$$

$$[\not{p} - (mc)]\psi = 0 \quad \text{espín } \frac{1}{2} \quad (2.38)$$

$$[(-p^2 + (mc)^2)g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu]A^\nu = 0 \quad \text{espín 1} \quad (2.39)$$

donde p_μ es el cuadrimomento de la partícula considerada.

Los propagadores entonces, son los coeficientes dentro de los paréntesis cuadrados, expresados de manera inversa y multiplicados por i

$$\text{espín 0: } \frac{i}{[p^2 + (mc)^2]} \quad (2.40)$$

$$\text{espín } \frac{1}{2}: \frac{i}{[\not{p} - (mc)]} = i \frac{(\not{p} + mc)}{p^2 - (mc)^2} \quad (2.41)$$

$$\text{espín } 1: -\frac{i}{p^2 - (mc)^2} \left[g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{(mc)^2} \right] \quad (2.42)$$

Esta última expresión no puede ser utilizada como propagador para el fotón, dado que se trata de una partícula de espín 1, pero *sin masa*.

A fin de obtener una expresión para este propagador, se debe regresar a la ecuación de campo 2.13

$$\partial_\mu (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 A^\nu = 0$$

en la que aplicando las condiciones $m = 0$ y de Lorentz $\partial_\mu A^\mu = 0$, la ecuación anterior se convierte en

$$\partial^2 A^\nu = 0 \quad (2.43)$$

si se expresa la ecuación anterior para el espacio de momento ($p_\mu \leftrightarrow i\hbar\partial_\mu$), se obtiene la siguiente ecuación

$$(-p^2 g_{\mu\nu}) A^\nu = 0 \quad (2.44)$$

por lo que el propagador correspondiente es:

$$-i \frac{g_{\mu\nu}}{p^2} \quad (2.45)$$

donde $g_{\mu\nu}$ es el tensor métrico o métrica.

2.3.2. Factores de Vértice

Así como los propagadores expresan las relaciones de momento transferido entre interacción e interacción (por ello se derivan de los lagrangianos libres correspondientes), los factores de vértice (y por lo tanto las constantes de acoplamiento) se obtienen de manipular los lagrangianos de interacción en el espacio de momentos.

El truco consiste en escribir el lagrangiano de interacción como $i \times$ la acción de \mathcal{L}_{int} , en el espacio de momentos mediante la introducción de la transformación de Fourier del campo de la siguiente manera:

$$iS_{int} = i \int d^4x \mathcal{L}_{int} \quad (2.46)$$

El mecanismo arriba descrito para la obtención de los factores de vértice se puede simplificar aún más, pues es equivalente a simplemente tomar el lagrangiano de interacción

correspondiente, multiplicarlo por i y eliminar todos los campos asociados.

Así por ejemplo, si se toma el lagrangiano de interacción QED

$$i\mathcal{L}_{int} = -i(q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu \quad (2.47)$$

se puede observar que participan tres campos relacionados con un fermión entrante, un fermión saliente y un fotón, esto es, $\bar{\psi}$, ψ y A_μ , respectivamente.

Por lo que al eliminarse los campos mencionados, el factor de vértice se puede escribir como $ig_e\gamma^\mu$, en donde g_e es la constante de acoplamiento del vértice.

Otro ejemplo interesante para los fines de este trabajo es el siguiente. Sea el campo escalar ϕ , con un sólo vértice y aproximación a primer orden, el lagrangiano correspondiente se escribe como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}m\phi^2 - \frac{\lambda}{4!}\phi^4 \quad (2.48)$$

donde el lagrangiano de interacción es, $\mathcal{L}_{int} = \frac{\lambda}{4!}\phi^4$.

Por lo que para obtener el factor del vértice se aplica, $i\mathcal{L}_{int}$ y se eliminan los campos obteniéndose como factor de vértice $-i\frac{\lambda}{4!}$.

2.4. Términos de masa

Hasta los 70's, década en la que 't Hooft et al probaron que las teorías de norma son renormalizables, el SM demostró ser un modelo extremadamente útil para la descripción de la física de las partículas. Sin embargo, una de las restricciones fuertes de las que sufría en ese momento era que dentro de las interacciones débiles los campos de norma deberían ser no masivos.

Esta dificultad fue posteriormente superada mediante la ruptura espontánea de la simetría, SSB por sus siglas en inglés y el mecanismo de Higgs.

Es por ello importante aprender a reconocer los términos de masa en el lagrangiano.

En particular, consideremos el siguiente lagrangiano para un campo escalar ϕ

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda^2\phi^4 \quad (2.49)$$

donde μ y λ son dos constantes reales.

Es importante resaltar que si se hace una interpretación directa del segundo término como término de masa, dado que presenta signo positivo, se implicaría valor para la masa imaginario (considerando al tercer término como uno de interacción).

Debido al carácter perturbativo de la teoría, se parte de un estado base de energía mínima en el que se encuentra eventualmente el campo: el vacío, al cuál se le asigna de manera trivial un valor cero de energía.

Como se puede ver a continuación se puede reexpresar el lagrangiano anterior, de tal forma que se puede determinar el valor de la energía en el estado base - el valor esperado de energía del vacío - que permita resolver el obstáculo del signo.

Sea el lagrangiano de la ecuación 2.49 interpretado, a la manera clásica, como el resultado de la diferencia entre un término cinético T y un potencial V , es decir $\mathcal{L} = T - V$, donde

$$T = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi \quad (2.50)$$

y

$$V = \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4} \lambda^2 \phi^4 \quad (2.51)$$

Por lo que el mínimo para V ocurre en

$$\phi = \pm \frac{\mu}{\lambda} \quad (2.52)$$

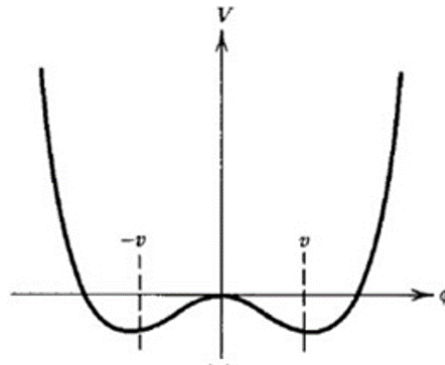


Figura 2.1: Potencial de Higgs descrito por la ecuación 2.51.

Dado que ahora se deben introducir las perturbaciones alrededor del valor mínimo en la ecuación 2.52 de este estado base, se introduce la variable η para describir dichas desviaciones

$$\eta = \phi \pm \frac{\mu}{\lambda} \quad (2.53)$$

Si se reexpresa el lagrangiano de la ecuación 2.49 en términos de η , se obtiene

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\eta)(\partial^\mu\eta)}_a - \underbrace{\mu^2\eta^2}_b \underbrace{\pm\mu\lambda^2\eta^3}_c - \underbrace{\frac{1}{4}\lambda^2\eta^4}_d + \underbrace{\frac{1}{4}\left(\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^2}_e \quad (2.54)$$

donde ahora la interpretación de los términos del lagrangiano se puede hacer de la siguiente manera:

- a. cinético,
- b. de masa, con signo negativo,
- c. de interacción entre 3 campos,
- d. de interacción entre 4 campos,
- e. constante, sin efecto trascendente.

Es importante señalar que el término b. tiene el signo correcto para ser un término de masa. Al comparar la ecuación 2.54 con la ecuación Klein-Gordon 2.3, se puede concluir que se cumple que la masa de la partícula descrita por es

$$m = \sqrt{2}\mu\hbar/c \quad (2.55)$$

mientras que los términos c. y d. describen interacciones de tres y cuatro escalares respectivamente.

Las ecuaciones 2.49 y 2.54 describen el mismo sistema físico, la única diferencia ha sido la notación, que ahora permite hacer evidentes el término de masa y los factores de vértice.

Esta técnica de reexpresión del lagrangiano, en términos de un nuevo estado base y definir una variable que describa las fluctuaciones con relación a este estado base, permite identificar de mejor manera el término de masa (el que contiene η^2) y aquellos correspondientes a las interacciones.

2.5. Bases del mecanismo de Higgs

El lagrangiano presentado con anterioridad en la ecuación 2.49

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda^2\phi^4$$

es par, es decir es invariante cuando $\phi \rightarrow -\phi$, sin embargo su reformulación en términos de η

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \pm \mu \lambda^2 \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \frac{1}{4} \left(\frac{\mu^2}{\lambda} \right)^2$$

pierde esta paridad.

Este es un ejemplo claro de la *ruptura espontánea de la simetría*. Se afirma que es espontánea porque no fue causada por efecto de algún agente externo del sistema físico por describir. Se debe a que el vacío no comparte la simetría del lagrangiano.

Es decir, la simetría de un sistema se rompe por la selección arbitraria de un estado base asimétrico.

Se pueden mencionar diferentes casos de ruptura espontánea de la simetría en física. Los siguientes ejemplos pueden ayudar a entender este concepto. Consideremos el caso de un clavo al cual se le aplica una fuerza a lo largo de su eje como se muestra en la figura siguiente.

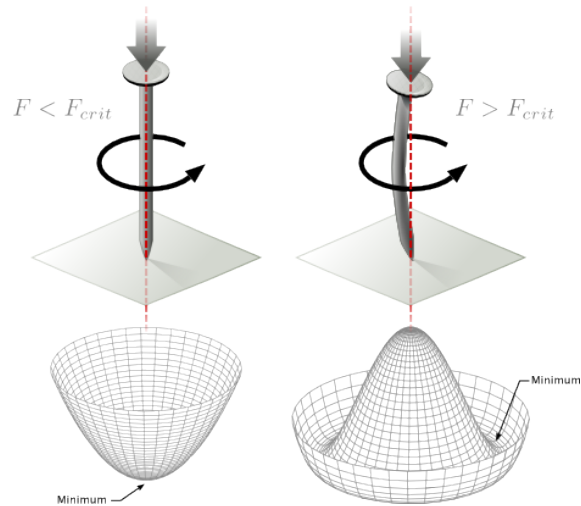


Figura 2.2: Ruptura espontánea de la simetría.

Inicialmente la situación es simétrica, una vez que el clavo se dobla en alguna dirección arbitraria, la simetría original del sistema se ha roto.

Consideremos el siguiente lagrangiano que contiene dos campos, ϕ_1 y ϕ_2 :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)(\partial^\mu \phi_1) + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)(\partial^\mu \phi_2) + \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi_1^4 + \phi_2^4) \quad (2.56)$$

Este lagrangiano presenta invariancia bajo rotaciones en $SO(2)$: $\phi_1 \rightarrow \phi_1 \cos\theta + \phi_2 \sin\theta$ y $\phi_2 \rightarrow -\phi_1 \sin\theta + \phi_2 \cos\theta$, para cualquier ángulo de rotación θ .

Sea la función del potencial, en analogía a la ecuación 2.51

$$V = -\frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4}\lambda^2(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (2.57)$$

donde el mínimo ahora descansa sobre un círculo de radio μ/λ : $(\phi_{1min}^2 + \phi_{2min}^2) = \mu^2/\lambda^2$.

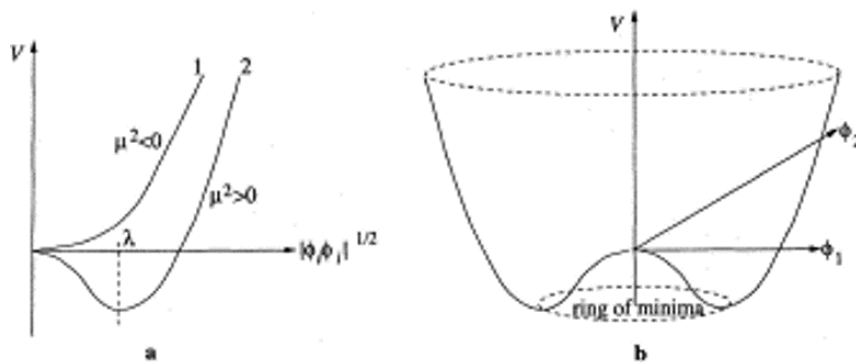


Figura 2.3: Función potencial correspondiente a la ecuación 2.57

Con el fin de poder aplicar las reglas de Feynman, se tiene que escoger algún estado base en particular (algún punto sobre el círculo ya descrito). Sea el siguiente estado base para el *vacío*: $\phi_{1min} = \mu/\lambda$ y $\phi_{2min} = 0$.

Cualquier punto sobre el círculo de estado base sirve, se toma el anterior para lograr sencillez en los posteriores cálculos.

En analogía al procedimiento desarrollado en la sección 2.4, se introducen ahora dos nuevos campos que se refieren a las fluctuaciones con respecto a este estado del vacío

$$\eta \equiv \phi_1 - \mu/\lambda, \quad \text{y} \quad \xi \equiv \phi_2 \quad (2.58)$$

y se reexpresa el lagrangiano de la ecuación 2.56

$$\mathcal{L} = \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)(\partial^\mu \xi) \right] - \left[\mu\lambda (\eta^3 + \eta\xi^2) + \frac{\lambda^2}{4} (\eta^4 + \xi^4 + 2\eta^2\xi^2) \right] + \frac{\mu^4}{4\lambda} \quad (2.59)$$

En el lagrangiano anterior el término

$$\left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right]$$

corresponde al lagrangiano Klein-Gordon para un campo η con masa $m_\eta = \sqrt{2}\mu\hbar/c$.

De igual forma

$$\left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)(\partial^\mu \xi) \right]$$

representa un lagrangiano libre con $m = 0$.

Este último resultado es consecuencia del Teorema de Goldstone, el cual establece que la ruptura espontánea de la simetría siempre es acompañada de uno o varios bosones Goldstone, partículas escalares sin masa: $m = 0$ y espín 0).

Es equivalente a afirmar que en la dirección ξ no hay resistencia a las excitaciones de campo, contrario a lo que ocurre en la dirección η .

La analogía en el ejemplo clásico mostrado en la figura 2.2 es que si se golpea al clavo en dirección tangencial una vez doblado, éste girará sin resistencia. Por otro lado, si golpea en dirección radial, el clavo presenta una resistencia a ser enderezado.

Finalmente, los últimos términos contenidos en el tercer paréntesis cuadrado de la ecuación 2.59 se corresponden con los siguientes acoplamientos,

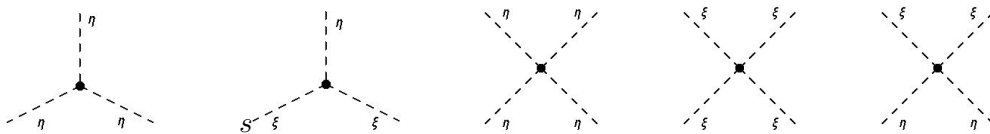


Figura 2.4: Acoplamientos η^3 , $\eta\xi^2$, η^4 , ξ^4 y $\eta^2\xi^2$, respectivamente.

Capítulo 3

Modelo de Glashow-Weinberg-Salam

Hasta los 1960, la interacción electromagnética y débil se consideraban dos fenómenos separados y distintos. Sin embargo durante esa década, el trabajo de Sheldon Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg, unificó bajo un mismo marco teórico a ambas interacciones. A esta teoría se le llama, por obvias razones, la teoría electrodébil de Glashow, Salam y Weinberg[10, 11, 21]. Esta trabajo es similar al realizado por Maxwell para la unificación de interacciones eléctricas y magnéticas.

Cuando se estaba construyendo la teoría de las interacciones débiles, se tuvo que incorporar una serie de observaciones experimentales sobre la desintegración de las partículas. En especial, la desintegración β .

El hecho de que el efecto de la interacción débil sea de corto alcance, sugería que las partículas mediadoras correspondientes tuvieran masa. Históricamente, en ese momento sólo se conocían las interacciones asociadas a corrientes cargadas. En éstas, la carga de los leptones o quarks exclusivamente podían contener valores ± 1 .

Por lo tanto y en analogía, se pensó que deberían existir al menos dos partículas mediadoras, una con carga +1 y otra -1; las que fueron llamadas W^+ y W^- , respectivamente. Esta idea dió pie a la extensión en la descripción de la interacción débil como analogía de la electromagnética.

Por lo que de igual forma que en el caso electromagnético, si se supone que estos W^\pm

poseen espín 1, entonces se puede hacer una unión entre las interacciones débiles y electromagnéticas.

Esto se logra mediante la construcción de un operador que combina un vector (V) y un vector axial (A). Este operador utiliza dos coeficientes C_V y C_A , asociados a V y A , de manera respectiva. Estos dos coeficientes describen la intensidad con la que cada una de las dos interacciones participa, en un proceso determinado.

Así pues la interacción conjunta contendrá un término de la forma $\gamma^\mu(C_V + C_A\gamma^5)$. Por lo tanto, de esta manera se una interacción que conserve paridad y que se acople de manera indistinta con partículas izquierdas o derechas, debe:

- ser vectorial exclusivamente, $\Rightarrow C_A = 0$,
- o vectorial axial puro, $\Rightarrow C_V = 0$

En cualquier otro caso en que C_A y C_V sean $\neq 0$ habrá ruptura de la paridad. Se dice que cuando C_A y C_V son del mismo valor absoluto, se está en el caso de máxima violación de la paridad.

En este contexto, un fermión puede describirse mediante la combinación lineal de un espinor izquierdo (u_L) y otro derecho (u_R) de la siguiente manera:

$$u = u_L + u_R = \frac{1}{2}(\mathbb{1} - \gamma^5)u + \frac{1}{2}(\mathbb{1} + \gamma^5)u \quad (3.1)$$

donde $\mathbb{1}$ representa una matriz identidad de 4×4 , y $P_{\frac{R}{L}} = \frac{1}{2}(\mathbb{1} \pm \gamma^5)$ son los proyectores de helicidad.

Experimentalmente se ha comprobado que únicamente los fermiones izquierdos participan en las corrientes cargadas. Es decir cuando $C_V = 1$ y $C_A = 1$, de acuerdo con lo expuesto, la violación de paridad máxima y se dice que este tipo de interacciones respetan la teoría V-A.

Distinto a lo que ocurre con las corrientes neutras, que no cambian la carga eléctrica de los fermiones participantes, los experimentos han señalado que la fuerza de acoplamiento es la misma para todos los fermiones.

Las primeras observaciones en ese sentido fueron hechas en la cámara de burbujas del CERN[22], Gargamelle, en 1973 y fue atribuida a la mediación de un bosón vectorial

neutro Z^0 .

Posteriormente, se descubrió que la intensidad de acoplamiento depende de la carga de los fermiones. Por ello y con fines de unificación se introduce, dentro la teoría de las interacciones electrodébiles, un número cuántico: el *isospín débil* (I), así como el formalismo correspondiente del isospín.

Así los fermiones izquierdos están agrupados en dobletes de isospín débil $I = \frac{1}{2}$, con tercer componente $I_3 = \pm \frac{1}{2}$.

Los fermiones derechos, dado que no participan en interacciones de corrientes cargadas, se agrupan en singletes cuyos isospines total y de tercer componente valen cero, $I = I_3 = 0$.

Las transiciones entre leptones y neutrinos izquierdos cargados o entre quarks up y down son posibles mediante la emisión de un bosón W^\pm cargado. Partiendo de que la tercer componente, I_3 del isospín débil, de este modo, cambia en una unidad, los bosones W^\pm deben tener $I = 1$ e $I_3 = \pm 1$.

Con el fin de explicar las transiciones entre diferentes generaciones o familias, resultado de las interacciones electrodébiles, los eigenestados electrodébiles de masa de los quarks down no se interpretan como los eigenestados (d, s, b) , sino como mezclas de estos, etiquetados (d', s', b') , de acuerdo con la matriz de Cabibbo - Kobayashi - Maskawa (CKM)[23, 24]:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}}_{\text{Matriz CKM}} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Los elementos diagonales de la matriz CKM describen las transiciones dentro de una generación o familia. Los valores de estos elementos son cercanos a la unidad y por lo tanto, las transiciones entre distintas familias está restringido.

Es por ello que se requiere incluir dentro del formalismo del isospín un bosón mediador que no cambie el sabor de los fermiones, como en el caso de las interacciones de corrientes neutras. Este bosón debe contar con $I_3 = 0$ y debe mantener los mismos acoplamientos con los fermiones que los W^\pm .

Sin embargo, este bosón no puede ser idéntico al bosón Z^0 , ya que los acoplamientos de este último son diferentes para fermiones con diferente carga eléctrica. Para resolver este problema, se introduce un cuarto campo, que es un singlete de isospín débil, $I = I_3 = 0$.

Es decir, se acopla a fermiones sin cambiar el tercer componente de su isospín. Experimentalmente, de hecho, se observan dos bosones con estas características: el fotón y el bosón Z^0 . Entonces, la idea subyacente de la unificación electrodébil es expresar los bosones observados como mezclas de los dos bosones con $I_3 = 0$. En el lenguaje de las teorías gauge esto se expresa de la manera que a continuación se detalla.

La carga eléctrica y el isospín débil se relacionan a través de la ecuación Gell-Mann-Nishijima[25, 26]:

$$Y = 2(I_3 + Q) \quad (3.3)$$

donde a Y se le conoce como hipercarga.

El grupo de simetría que describe la interacción electrodébil es $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Donde $SU(2)_L$ es el grupo de isospín débil que describe las transformaciones de los dobletes de isospín izquierdos, mientras que $U(1)_Y$ es el grupo de hipercarga, el cuál es esencialmente una transformación de fase.

Con el fin de garantizar la invariancia local de norma, se introduce un triplete de campos vectoriales, $W_\mu^i, i = 1, 2, 3$, para $SU(2)_L$ y un solo campo de vectorial, B_μ , para $U(1)_Y$.

La derivada covariante entonces tiene la forma:

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\vec{T} \cdot \vec{W}_\mu + i\frac{g'}{2}YB_\mu \quad (3.4)$$

con acoplamientos g y g' para el $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente. Donde para los fermiones izquierdos, \vec{T} está dado por $\vec{T} = \frac{\vec{\sigma}}{2}$, donde $\sigma_i, i = 1, 2, 3$ son las matrices Pauli.

$T_i = \frac{\sigma_i}{2}, i = 1, 2, 3$ son los generadores de $SU(2)_L$. En el caso de los fermiones derechos, $\vec{T} = \vec{0}$. Finalmente, el generador del grupo de hipercarga es $\frac{Y}{2}$.

Con esto, las relaciones para los bosones del vector observable se expresan como:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (3.5)$$

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W, \quad (3.6)$$

$$A_\mu = W_\mu^3 \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W \quad (3.7)$$

El ángulo θ_W se refiere al ángulo de mezcla electrodébil y se relaciona con las constantes de acoplamiento g y g' de la siguiente manera:

$$\text{sen } \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (3.8)$$

y ha sido medido de manera experimental, obteniéndose el siguiente valor, $\text{sen}^2 \theta_W = 0.23119(14)$ [15]. Asimismo, se relaciona con las masas de los bosones gauge pesados de la siguiente manera:

$$\text{cos } \theta_W = \frac{M_W}{M_Z} \quad (3.9)$$

Más aún, mantiene una relación con la carga fundamental e y las constantes de acoplamiento, mediante las siguientes expresiones:

$$e = g' \text{cos } \theta_W = g \text{sen } \theta_W \quad (3.10)$$

Como ya se mencionó los acoplamientos de todos los fermiones al bosón W^\pm son de la misma intensidad y están dados por: $g_W = gI_3$. Mientras los acoplamientos del bosón Z^0 dependen de la carga del fermión y respetan la siguiente relación:

$$g_Z(f) = \frac{g}{\text{cos } \theta_W} (I_3 - Q_f \text{sen}^2 \theta) \quad (3.11)$$

En el caso de las corrientes neutras los valores de los coeficientes para la interacción vectorial y vectorial axial están dados por $C_V(f) = I_3 - 2Q_f \text{sen}^2(\theta_W)$ y $C_A = I_3$. Se puede ver entonces que las interacciones en donde intervienen corrientes neutras no violan de manera máxima la simetría CP.

En 1983, los bosones W^\pm y Z^0 fueron descubiertos en el CERN[27, 28]. No obstante, todo lo argumentado hasta ahora no considera la masa de los bosones descritos por las ecuaciones 3.5 - 3.7, ya que son el resultado de una combinación lineal de campos sin masa.

Con el fin de introducir un mecanismo que les permita a los bosones de norma adquirir masa, se estudia la densidad Lagrangiana, así como la interacción de los campos con fermiones y los términos de energía cinética. Esta densidad Lagrangiana se puede escribir como

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_G = \underbrace{\sum_{f=l,q} f^\dagger i \not{D} f}_{\mathcal{L}_F} - \underbrace{\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}}_{\text{mathcal{L}}_G} \quad (3.12)$$

donde $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$, \mathcal{L}_F representa el lagrangiano libre y \mathcal{L}_G la expresión para la parte del lagrangiano de interacción.

Así también, los tensores de campo están dados por

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g\epsilon_{i,j,k}W_\mu^jW_\nu^k \quad (3.13)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (3.14)$$

Si expandemos la derivada covariante en la expresión 3.12, tanto para fermiones izquierdos (f_L), como para los derechos (f_R), obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & f_L^\dagger \gamma^\mu (i\partial_\mu + g\frac{\sigma^i}{2}W_\mu^i + \frac{g'}{2}YB_\mu) f_L \\ & + f_R^\dagger \gamma^\mu (i\partial_\mu + \frac{g'}{2}YB_\mu) f_R \\ & - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (3.15)$$

La manera más sencilla de introducir masa es la adición de dos campos escalares complejos en la forma de un doblete de isospines

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, (I = 1/2, Y = 1). \quad (3.16)$$

Si evaluamos los valores señalados para I e Y en la ecuación 3.3, entonces obtenemos un valor de carga +1 y 0.

El Lagrangiano para el campo de Higgs entonces estará dado por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Higgs} &= (\partial^\mu \Phi)^\dagger (\partial_\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi) \\ V(\Phi^\dagger \Phi) &= m^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \\ & m^2, \lambda \in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (3.17)$$

La forma del potencial $V(\Phi^\dagger \Phi)$, depende de la manera en que escojamos los parámetros m y λ . Así para garantizar la estabilidad del vacío $\lambda > 0$. Si además seleccionamos $m^2 = -\mu^2$, el potencial tendrá un máximo local en el origen y un mínimo degenerado en una circunferencia alrededor de él. La ruptura espontánea de la simetría ocurre cuando se le asigna un valor muy particular al estado base.

En especial, cuando se utiliza la configuración en la cuál el campo del Higgs cargado desaparece, el estado base puede escribirse como

$$\Phi \equiv \langle \phi \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, v = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} \quad (3.18)$$

Considerando una pequeña perturbación

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \eta(x) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

y substituyendo en el lagrangiano obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[\frac{1}{2} (\partial^\mu \eta) (\partial_\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \\ & + \frac{1}{2} \frac{g v^2}{4} \left(|W_\mu^+|^2 + |W_\mu^-|^2 \right) + \frac{1}{2} \frac{v^2}{4} |g' B_\mu - g W_\mu^3|^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

De esta manera, existe un bosón Goldstone real que se identifica con el bosón de Higgs. También, los términos de masa para los otros bosones resultan de este lagrangiano: $m_\gamma = 0$, ya que no hay masas para el cuadri-potencial magnético. Más aún, $M_W = \frac{1}{2} g v$, y con $g' B_\mu - g W_\mu^3 = -\sqrt{g^2 + g'^2} Z_\mu$: $M_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g^2 + g'^2}$.

Es justo a partir de estas dos últimas ecuaciones que se obtiene el ángulo de mezcla electrodébil, ver ecuación 3.9.

Por lo que la medida experimental de los tres parámetros permite la confirmación del SM. El parámetro μ que determina la masa del bosón de Higgs no puede ser predicho por la teoría. El bosón Higgs recién descubierto tiene una masa de 125.09 GeV, lo que determina el valor de μ .

Las masas de los fermiones fundamentales pueden ser generadas a través de los acoplamientos Yukawa al campo de Higgs, mediante la adición de otro término al lagrangiano:

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -h_{d_{ij}} \bar{q}_{L_i} \Phi d_{R_j} - h_{u_{ij}} \bar{q}_{L_i} \tilde{\Phi} u_{R_j} - h_{L_{ij}} \tilde{l}_{L_i} \Phi e_{R_j} + h.c. \quad (3.21)$$

donde $\tilde{\Phi} = -i\sigma_2 \Phi^*$; y el quark (leptón) q_L (l_L), u_R , d_R (e_R) los singletes y dobletes de $SU(2)_L$.

La masa del fermión f , está dada por $m_f = \frac{1}{\sqrt{2}} h_f v$, donde h_f es proporcional a la masa del fermión.

Lo expuesto en este capítulo nos permite en el siguiente hacer la descripción del mecanismo de Higgs y de cómo este le provee masa a los fermiones y bosones de norma masivos.

Capítulo 4

El sector de Higgs en el Modelo Estándar

El mecanismo de Higgs es esencial en el contexto del SM para explicar la generación de la propiedad *masa* para los bosones gauge.

Los experimentos muestran que los bosones W^+ , W^- y Z^0 cuentan con masa, $\sim 80 \text{ GeV}/c^2$. Hasta antes del desarrollo de la teoría del campo de Higgs, no había forma de explicar que estas partículas tuvieran masa.

La ruptura espontánea de la simetría desencadena el mecanismo de Higgs, provocando que los bosones con los que interactúa tengan masa.

A continuación se detalla este mecanismo.

Si los campos reales ϕ_1 y ϕ_2 se reexpresan en un sólo campo complejo de la siguiente manera:

$$\Phi \equiv \phi_1 + i\phi_2, \quad (4.1)$$

el lagrangiano de la ecuación 2.56 toma la siguiente forma

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^*(\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2}\mu^2(\phi^* \phi) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^* \phi)^2, \quad \text{donde se cumple que } \phi^* \phi = \phi_1^2 + \phi_2^2 \quad (4.2)$$

El lagrangiano que describe este sistema se puede hacer invariante bajo transformaciones de norma locales $\phi \rightarrow e^{i\theta(x)}\phi$ mediante la introducción (como ya se hizo en el capítulo 2) de un campo de norma no masivo A^μ , y la utilización de la derivada covariante descrita

en la ecuación 2.24,

$$\mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A}_\mu$$

Por lo que la ecuación 4.2 toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \frac{1}{2} & \left[\left(\partial_\mu - \frac{iq}{\hbar c} A_\mu \right) \phi^* \right] \left[\left(\partial_\mu + \frac{iq}{\hbar c} A_\mu \right) \phi \right] \\ & + \frac{1}{2} \mu^2 (\phi^* \phi) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (4.3)$$

por último utilizando la ecuación 2.58

$$\eta \equiv \phi_1 - \mu/\lambda, \quad \mathbf{y} \quad \xi \equiv \phi_2$$

El lagrangiano se convierte en

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \underbrace{\left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right]}_a + \underbrace{\left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) \right]}_b \\ & + \underbrace{\left[-\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right]}_c \\ & + \underbrace{\left\{ \frac{q}{\hbar c} [\eta (\partial_\mu \xi) - \xi (\partial_\mu \eta)] A^\mu + \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) \right\}}_d \\ & + \underbrace{\left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 (\xi^2 + \eta^2) (A_\mu A^\mu) - \lambda \mu (\eta^3 + \eta \xi^2) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\eta^4 + 2\eta^2 \xi^2 + \xi^4) \right\}}_e \\ & + \underbrace{\left(\frac{\mu}{\lambda} \frac{q}{\hbar c} \right) (\partial_\mu \xi) A^\mu + \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2}_f \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde

- representa una partícula escalar η , de masa $m_\eta = \sqrt{2} \mu \hbar / c$,
- representa un bosón Goldstone, ξ ,
- se refiere a un campo de norma libre A^μ , que ahora ha adquirido una masa $m_A = 2\sqrt{\pi} \left(\frac{q\mu}{\lambda c^2} \right)$,
- son términos que representan varias interacciones entre η , ξ y A^μ ,
- son términos que representan varias interacciones entre η , ξ y A^μ ,
- el término $\left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2$ es una constante sin mayor trascendencia, mientras que $\left(\frac{\mu}{\lambda} \frac{q}{\hbar c} \right) (\partial_\mu \xi) A^\mu$ indica que se ha escogido erróneamente las partículas en la teoría.

Con el fin de hacer mucho más clara la interpretación de este lagrangiano (sobre todo para evitar las dificultades asociadas con el campo $\xi = \phi_2$) se puede hacer uso de la invariancia de norma de \mathcal{L} . Si se escribe Φ (ecuación 4.1) en términos de sus partes real e imaginaria de la siguiente manera

$$\begin{aligned}\Phi &\rightarrow \Phi' = (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)(\phi_1 + i\phi_2) \\ &= (\phi_1 \cos \theta - \phi_2 \operatorname{sen} \theta) + i(\phi_1 \operatorname{sen} \theta + \phi_2 \cos \theta)\end{aligned}\quad (4.5)$$

y se escoge

$$\theta = -\tan^{-1}(\phi_2/\phi_1), \quad (4.6)$$

se obtiene un Φ real, con $\phi_2' = 0$.

Si se utiliza esta *norma* en particular, se obtiene $\xi = 0$, lo que elimina el bosón Goldstone y simplifica la expresión del lagrangiano como se ve a continuación. Así, al introducir en la expresión 4.4, tanto la ecuación 4.5, como la ecuación 4.6 se obtiene

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[-\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right] \\ &+ \left\{ \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta^2 (A_\mu A^\mu) - \lambda \mu \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 \right\} \\ &+ \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2\end{aligned}\quad (4.7)$$

Ahora se tiene una expresión en términos de η , la partícula o bosón de Higgs, y de A^μ , un campo masivo de norma.

Este lagrangiano describe el **mecanismo de Higgs**. Al expresarlo con esta última forma, - mediante una norma conveniente y reescribiendo los campos en términos de las fluctuaciones alrededor de un estado base muy particular -, se hace que un campo vectorial no masivo, A^μ , con dos grados de libertad (polarizaciones transversas) adquiere un tercer grado de libertad (polarización longitudinal) y por lo tanto masa.

Capítulo 5

Decaimiento $h \rightarrow \tau\mu$

En este capítulo se presenta el cálculo para el branching ratio BR relacionado al proceso $h \rightarrow \tau\mu$.

Este cálculo se lleva a cabo a un lazo y el diagrama de Feynman correspondiente es:

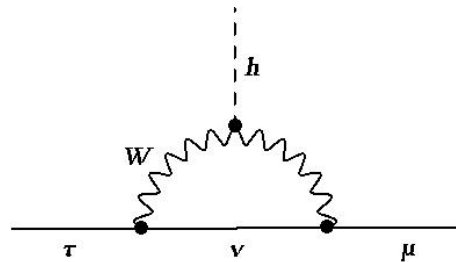


Figura 5.1: Diagrama de Feynman del proceso bajo estudio.

Con el fin de llevar a cabo el cálculo correspondiente, utilizaremos aquí una técnica de cálculo que nos permite simplificarlos fuertemente: los teoremas de bajas energías.

5.1. Teoremas de bajas energías

Los teoremas de bajas energías o LET, Low Energy Theorems constituyen una herramienta importante para el cálculo de amplitudes en procesos a un lazo que involucran la participación de un bosón Higgs [30].

Se parte de que son procesos en los que el bosón de Higgs interactúa con un cuadrimomento cero o prácticamente cero.

Bajo estas condiciones, los LET son útiles ya que relacionan las amplitudes de dos procesos a su vez relacionados entre sí, uno de ellos más sencillo de resolver y que sólo difieren en la inserción de este bosón de Higgs.

Los LET han sido estudiados en detalle por Vainshtein, A., Voloshin, M., Zakharov, V., y Shifman, M. [31]. La virtud de los LET radica en que relacionan las amplitudes de dos procesos, que difieren entre sí, en la inserción de un bosón de Higgs con momento cero o muy pequeño. Un bosón de Higgs de baja energía. A continuación se describe en qué consisten los LET. Su derivación es sencilla, no obstante su alcance es importante.

Se observó que el lagrangiano que describe las interacciones del bosón de Higgs, en el contexto de la teoría electrodébil, se puede escribir de la siguiente manera [30]:

$$\mathcal{L}_{int} = - \left(1 + \frac{\phi^0}{v}\right) \sum_f m_f \bar{f} f - \left(1 + \frac{\phi^0}{v}\right)^2 (m_W^2 W^{\mu+} W_\mu^- + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu) \quad (5.1)$$

donde, $v \equiv (\sqrt{2}G_F)^{-\frac{1}{2}} = 2M_W/g \simeq 246$ GeV, siendo G_F la constante de acoplamiento de Fermi y el término $\sum_f m_f \bar{f} f$ se refiere a la suma sobre todos los fermiones f en la teoría.

Si ahora consideramos que en nuestro proceso de decaimiento, el bosón Higgs participa con un momento muy pequeño, entonces se puede afirmar lo siguiente: dado que se cumple $P_\phi = i\partial_\mu \phi^0 = 0$, podemos establecer que ϕ^0 es un campo constante.

Si ϕ^0 es constante, entonces los parámetros de masa en la ecuación 5.1 se pueden reescribir de la siguiente manera:

$$m_i \rightarrow m_i \left(1 + \frac{\phi^0}{v}\right) \quad (5.2)$$

Al introducir esta redefinición de los términos de masa en la ecuación 5.1 y tomar el límite cuando $P_\phi \rightarrow 0$, obtenemos que, en el proceso de decaimiento de un bosón de Higgs a dos cuerpos, se calcula la amplitud $\mathcal{M}(\phi^0 \rightarrow A + B)$ dada como

$$\lim_{P_\phi \rightarrow 0} \mathcal{M}(\phi^0 \rightarrow A + B) = \frac{1}{v} \left(\sum_f m_f \frac{\partial}{\partial m_f} + \sum_V m_V \frac{\partial}{\partial m_V} \right) \mathcal{M}(A \rightarrow B) \quad (5.3)$$

donde la suma sobre V incluye a los bosones de norma W^\pm y Z^0 .

Si aplicamos la ecuación 5.3 al proceso $h \rightarrow \tau\mu$ estaremos en capacidad de llevar a cabo el cálculo de la razón de ramificación $BR(h \rightarrow \tau\mu)$ a un lazo de una manera más simple. En la siguiente sección se explica la forma en que esto se realiza.

5.2. Aplicación de LET al proceso $h \rightarrow \tau\mu$

Al aplicar los LET al proceso representado por el diagrama 5.1, podemos simplificar el cálculo mediante la solución a primer orden, a un lazo, de un proceso equivalente; en el cuál la pata correspondiente al bosón Higgs no participa.

Así al utilizar la ecuación 5.3 adecuada para el proceso de la figura 5.1 bajo análisis, obtenemos:

$$\lim_{P_h \rightarrow 0} \mathcal{M}(h^0 \rightarrow \tau + \mu) = \frac{1}{v} M_W \frac{\partial}{\partial M_W} \mathcal{M}(\tau \rightarrow \mu) \quad (5.4)$$

Expresada esta metodología gráficamente lo que tenemos es:

$$\lim_{P_h \rightarrow 0} \mathcal{M}(h^0 \rightarrow \tau + \mu) = \frac{1}{v} M_W \frac{\partial}{\partial M_W} \mathcal{M}(\tau \rightarrow \mu)$$

Figura 5.2: LET aplicado al proceso $h \rightarrow \tau\mu$.

Por lo que nuestro cálculo se reduce al análisis del proceso siguiente:

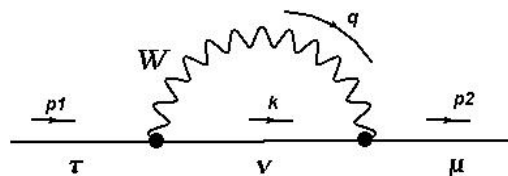


Figura 5.3: Diagrama de Feynman del proceso bajo estudio.

5.3. Cálculo del BR del proceso $h \rightarrow \tau\mu$

La expresión para el BR del proceso $h \rightarrow \tau\mu$ es la siguiente:

$$BR(h \rightarrow \tau\mu) = \frac{\Gamma_{\tau\mu}}{\Gamma_h^{tot}} \sim |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (5.5)$$

donde, $\Gamma_{\tau\mu}$ es el ancho de decaimiento del canal $h \rightarrow \tau\mu$, Γ_h^{tot} se corresponde con el ancho total que toma en cuenta todos los decaimientos del bosón de Higgs conocidos hasta ahora y \mathcal{M} la amplitud del proceso analizado.

Por lo que nuestro objetivo es encontrar una expresión para la amplitud del decaimiento estudiado a fin de llegar a una estimación para el BR mencionado.

5.3.1. Metodología

El esbozo de la metodología que se seguirá es el siguiente:

1 Tenemos que llegar a la siguiente expresión para la amplitud

$$\mathcal{M} = \bar{u}(p_2)\Lambda u(p_1) = \bar{u}(p_2)\mathcal{O}_{LET}\Sigma_{tot}u(p_1) \quad (5.6)$$

donde $\mathcal{O}_{LET} = \frac{1}{v}M_W\frac{\partial}{\partial M_W}$ es el operador LET, aplicado sobre Σ_{tot} que incluye, además de las constantes de acoplamiento y propagadores, la suma sobre las masas de los neutrinos de diferente sabor que participan en el decaimiento en la línea interna del proceso de la figura 5.3.

No obstante, para fines de nuestro cálculo, lo haremos utilizando un neutrino de un sólo sabor m_ν .

2 De acuerdo con lo ya establecido por tanto, la integral sobre todos los momentos internos Σ toma la siguiente forma

$$\Sigma = \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} T \quad (5.7)$$

3 Donde T se refiere a las funciones de Green amputadas y tiene la siguiente expresión

$$T = a_{v_1}\Pi_{m_\nu}\Pi_{M_W}a_{v_2} \quad (5.8)$$

donde a_{v_1} y a_{v_2} son las constantes de acoplamiento en cada uno de los vértices; Π_{m_ν} y $\Pi_{M_W}a_{v_2}$ son los propagadores del neutrino y del bosón W^\pm respectivamente.

5.3.2. Norma 't Hooft - Feynman

Una alternativa al cálculo que nos atañe en este trabajo es la utilización de gauge o norma 't Hooft - Feynman. Esta norma, nos permite simplificar la expresión del propagador para partículas de espín 1, como es el caso del bosón W^\pm que interviene en nuestro proceso.

Partimos de la expresión para el propagador del W^\pm siguiente [35]:

$$\Pi_{M_W} = -\frac{i}{p^2 - M_W^2 + i\epsilon} \left[g_{\mu\nu} + \frac{(\xi - 1)p_\mu p_\nu}{p^2 - \xi M_W^2} \right] \quad (5.9)$$

Cuando en la expresión anterior se hace $\xi = 1$, se fija la norma 't Hooft - Feynman, quedando la siguiente expresión para el propagador:

$$\Pi_{M_W} = -\frac{ig_{\mu\nu}}{p^2 - M_W^2 + i\epsilon} \quad (5.10)$$

Es relevante mencionar que en el contexto de esta norma para realizar el cálculo de manera completa se deben considerar los siguientes diagramas:

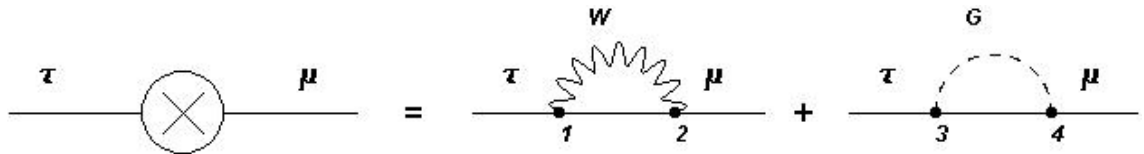


Figura 5.4: Autoenergías participantes en el cálculo del $BR_{\tau\mu}$ del decaimiento $h \rightarrow \tau\mu$ mediante la norma 't Hooft - Feynman.

No obstante, en nuestro cálculo realizaremos una aproximación que no toma en cuenta el diagrama correspondiente al bosón Goldstone, ya que su contribución es menor con relación a aquel en donde participa el bosón W .

Esto lo podemos observar a partir de las constantes de acoplamiento que describen los vértices 1 y 2 de la figura, comparados con los que aplican a los vértices 3 y 4.

Los vértices 1 y 2 tienen un acoplamiento del tipo:

$$\frac{ig}{2\sqrt{2}}\gamma_\mu(1-\gamma_5) \quad (5.11)$$

Mientras que los vértices 3 y 4 tienen un acoplamiento dado por:

$$-\frac{igm_\tau}{2\sqrt{2}M_W}(1-\gamma^5) \quad \text{y} \quad -\frac{igm_\mu}{2\sqrt{2}M_W}(1-\gamma^5) \quad \text{respectivamente.} \quad (5.12)$$

Son los cocientes de las masas m_τ/M_W y m_μ/M_W , que al ser $m_\tau \ll M_W$ y $m_\mu \ll M_W$ y no aparecer en las expresiones para las constantes de acoplamiento de los vértices 1 y 2, lo que nos permite a priori hacer esta aproximación y afirmar que su contribución es menor al diagrama donde participa el bosón W^\pm .

5.3.3. Desarrollo del cálculo con norma 't Hooft - Feynman

Empecemos entonces por hacer el análisis de cada vértice:

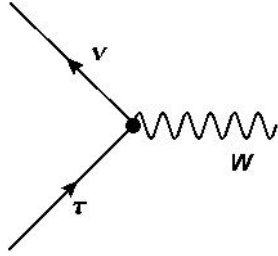


Figura 5.5: Vértice No. 1.

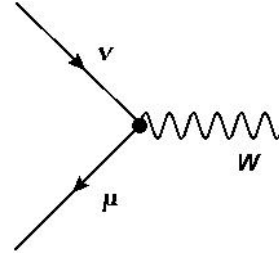


Figura 5.6: Vértice No. 2.

Así para el vértice no. 1 se tiene el siguiente acoplamiento

$$-i\frac{g_W}{2\sqrt{2}}\gamma^\beta(1-\gamma^5) = -i\frac{g_W}{\sqrt{2}}\gamma^\beta\hat{P}_L, \quad \text{donde} \quad \hat{P}_L = \frac{(1-\gamma^5)}{2} \quad (5.13)$$

y de manera análoga para el vértice no. 2 el acoplamiento

$$-i\frac{g_W}{2\sqrt{2}}\gamma^\alpha(1-\gamma^5) = -i\frac{g_W}{\sqrt{2}}\gamma^\alpha\hat{P}_L \quad (5.14)$$

Lo anterior nos permite entonces escribir la siguiente expresión para la función de Green amputada

$$T = \left(-i\frac{g_W}{\sqrt{2}}\gamma^\alpha\hat{P}_L\right) \left(i\frac{\not{k} + m_\nu}{k^2 - m_\nu^2}\right) \left(-i\frac{g_{\alpha\beta}}{q^2 - M_W^2}\right) \left(-i\frac{g_W}{\sqrt{2}}\gamma^\beta\hat{P}_L\right) \quad (5.15)$$

de donde

$$T = -\frac{g_W^2}{2} \left(\frac{1}{(k^2 - m_\nu^2)(q^2 - M_W^2)}\right) \gamma^\alpha\hat{P}_L(\not{k} + m_\nu)g_{\alpha\beta}\gamma^\beta\hat{P}_L \quad (5.16)$$

Por lo que la expresión para la integral de los momentos internos Σ es,

$$\Sigma = -\int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \left(\frac{1}{(k^2 - m_\nu^2)(q^2 - M_W^2)}\right) \underbrace{\gamma^\alpha\hat{P}_L(\not{k} + m_\nu)g_{\alpha\beta}\gamma^\beta\hat{P}_L}_Q \quad (5.17)$$

Simplificando el término Q

$$Q = \gamma^\alpha \hat{\mathbb{P}}_L (\not{k} + m_\nu) g_{\alpha\beta} \gamma^\beta \hat{\mathbb{P}}_L = \gamma^\alpha \hat{\mathbb{P}}_L (\not{k} + m_\nu) g_{\alpha\beta} \hat{\mathbb{P}}_R \gamma^\beta = \quad (5.18)$$

$$Q = \gamma^\alpha \hat{\mathbb{P}}_L (\not{k} + m_\nu) \hat{\mathbb{P}}_R g_{\alpha\beta} \gamma^\beta = \gamma^\alpha (\not{k} \hat{\mathbb{P}}_R + m_\nu \hat{\mathbb{P}}_L) \hat{\mathbb{P}}_R g_{\alpha\beta} \gamma^\beta \quad (5.19)$$

$$Q = \gamma^\alpha \not{k} \hat{\mathbb{P}}_R \gamma_\alpha = \hat{\mathbb{P}}_R \gamma^\alpha \not{k} \gamma_\alpha \quad (5.20)$$

pero

$$\gamma^\alpha \not{k} = \gamma^\alpha \gamma^\rho k_\rho \quad (5.21)$$

y

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho = -\gamma^\rho \gamma^\alpha + 2g^{\alpha\rho} \quad (5.22)$$

por lo que

$$\gamma^\alpha \not{k} = -k_\rho \gamma^\alpha \gamma^\rho + 2g^{\alpha\rho} k_\rho = -\not{k} \gamma^\alpha + 2k^\alpha \quad (5.23)$$

substituyendo en Q

$$Q = \hat{\mathbb{P}}_R [(-\not{k} \gamma^\alpha + 2k^\alpha) \gamma_\alpha] = \hat{\mathbb{P}}_R [-4 \not{k} + 2 \not{k}] = -\hat{\mathbb{P}}_R 2 \not{k} \quad (5.24)$$

Con el fin de dejar esta expresión en términos de q , utilizamos la conservación de momento:

$$k = q - p_1 \quad ; \quad \not{k} = \not{q} - \not{p}_1 \quad (5.25)$$

Haciendo el cambio de variable siguiente que nos será útil para introducir posteriormente la parametrización Feynman

$$q' = q - p_1 x \quad ; \quad q = q' + p_1 x \quad ; \quad \not{q} = \not{q}' + \not{p}_1 x \quad (5.26)$$

reexpresamos Q en términos de q'

$$Q = -2\hat{\mathbb{P}}_R (\not{q}' + \not{p}_1 x - \not{p}_1) = \underbrace{2\hat{\mathbb{P}}_R [(1-x) \not{p}_1]}_{Q'} - \underbrace{2\hat{\mathbb{P}}_R \not{q}'}_{Q''} \quad (5.27)$$

Hagamos $Q = Q' + Q''$, donde en Q'' agrupamos las potencias lineales e impares de q' en Q (posteriormente cuando se hagan las integrales sobre q , estos términos por ser impares, dan valor cero a su integral).

Por otro lado, con el fin de poder utilizar la parametrización Feynman en la integral sobre q para obtener Σ , tenemos que trabajar también el denominador de los propagadores.

Sea entonces

$$\frac{1}{D_1 D_2} = \frac{1}{(q^2 - M_W^2)(k^2 - m_\nu^2)} = \frac{1}{\underbrace{(q^2 - M_W^2)}_A \underbrace{((q - p_1)^2 - m_\nu^2)}_B} \quad (5.28)$$

Utilizando

$$\frac{1}{AB} = \int dx \frac{1}{[A + (B - A)x]^2} \quad (5.29)$$

obtenemos

$$\frac{1}{D_1 D_2} = \int dx \frac{1}{[q^2 - M_W^2 + \{(q - p_1)^2 - m_\nu^2 - q^2 + M_W^2\} x]^2} \quad (5.30)$$

Si hacemos $D = D_1 D_2$ y expandiendo y reagrupando términos

$$D = \underbrace{[(q - p_1 x)^2]}_{q'^2} - \underbrace{[M_W^2(1 - x) - p_1^2 x(1 - x) - m_\nu^2 x]}_{M^2} \quad (5.31)$$

por lo que

$$\frac{1}{D_1 D_2} = \int dx \frac{1}{[q'^2 - M^2]^2} \quad (5.32)$$

Ahora si estamos en capacidad de hacer el cálculo para Σ de la siguiente manera

$$\Sigma = \int_0^1 dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{Q'}{[q'^2 - M^2]^2} \right] + \underbrace{\int_0^1 dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{Q''}{[q'^2 - M^2]^2} \right]}_{=0} \quad (5.33)$$

por lo que

$$\Sigma = \hat{\mathbb{P}}_R \not{p}_1 \int_0^1 (1 - x) dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \frac{1}{[q'^2 - M^2]^2} \quad (5.34)$$

Introduciendo el factor de regularización dimensional μ^{4-d} , la expresión para Σ se convierte en

$$\Sigma = 2\hat{\mathbb{P}}_R \not{p}_1 (\mu^{4-d}) \int_0^1 (1 - x) dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \frac{1}{[q'^2 - M^2]^2} \quad (5.35)$$

Evaluamos con Mathematica las integrales anteriores haciendo

$$\begin{aligned} d &\rightarrow (4 - \epsilon) \\ M^2 &\rightarrow (M_W^2(1 - x) - p_1^2 x(1 - x) - m_\nu^2 x)^2 \\ \ln(M^2) &\approx \ln(M_W^2) + \left(\frac{m_\nu^2}{M_W^2} + \frac{p_1^2}{M_W^2} - 1 \right) \end{aligned} \quad (5.36)$$

Lo que da por resultado para Σ

$$\Sigma = 2\hat{\mathbb{P}}_R \not{p}_1 \left[i \frac{M_W^2 - m_\nu^2 - p_1^2 + 3M_W^2 \ln \left(\frac{4e^\gamma \pi \mu^2}{M_W^2} \right)}{96M_W^2 \pi^2} \right] \quad (5.37)$$

Ahora aplicamos el teorema de bajas energías LET, sea

$$F = \frac{1}{v} M_W \frac{\partial \Sigma}{\partial M_W} \quad \text{donde} \quad v = \frac{2M_W}{g_W} \quad (5.38)$$

por lo que

$$F = \frac{g_W}{2} \frac{\partial \Sigma}{\partial M_W} \quad (5.39)$$

Utilizando Mathematica y eliminando los términos que no contribuyen, dejando aquellos que dependen directamente de la masa del neutrino

$$F = -2\hat{\mathbb{P}}_R \not{p}_1 \frac{i g_W}{96M_W^3 \pi^2} m_\nu^2 \quad (5.40)$$

Substituyendo la expresión anterior en la correspondiente a la amplitud del proceso obtenemos

$$\mathcal{M} = -\frac{g_W^3 i}{96M_W^3 \pi^2} m_\nu \bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R m_\tau u(p_1) = -i \frac{g_W^3 m_\tau}{96M_W^3 \pi^2} m_\nu \bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R u(p_1) \quad (5.41)$$

Ahora para obtener el width decay del procesos requerimos el cuadrado de la amplitud

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger \quad (5.42)$$

Expresemos \mathcal{M}^\dagger a partir de \mathcal{M} ,

$$\mathcal{M}^\dagger = \left[-i \frac{g_W^3 m_\tau}{96M_W^3 \pi^2} m_\nu \bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R u(p_1) \right]^\dagger \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^\dagger &= -\frac{g_W^3 m_\tau}{96M_W^3 \pi^2} i m_\nu u(p_1)^\dagger \hat{\mathbb{P}}_R^\dagger \bar{u}(p_2)^\dagger = \frac{g_W^3 m_\tau}{96M_W^3 \pi^2} i m_\nu u(p_1)^\dagger \hat{\mathbb{P}}_R^\dagger \left[u(p_2)^\dagger \gamma_0 \right]^\dagger \\ &= \frac{g_W^3 m_\tau}{96M_W^3 \pi^2} i m_\nu u(p_1)^\dagger \hat{\mathbb{P}}_R^\dagger \gamma_0 u(p_2) = \frac{g_W^3 m_\tau}{96M_W^3 \pi^2} i m_\nu u(p_1)^\dagger \gamma_0 \hat{\mathbb{P}}_L u(p_2) \\ &= \frac{g_W^3 m_\tau}{96M_W^3 \pi^2} i m_\nu \bar{u}(p_1) \hat{\mathbb{P}}_L u(p_2) \end{aligned} \quad (5.44)$$

por lo que

$$|\mathcal{M}|^2 = \left[\frac{g_W^3 m_\tau}{96 M_W^3 \pi^2} \right]^2 m_\nu^4 \underbrace{\left[\bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R u(p_1) \right] \left[\bar{u}(p_1) \hat{\mathbb{P}}_L u(p_2) \right]}_{\Sigma_{espines}} \quad (5.45)$$

Donde

$$\Sigma_{espines} = \text{Tr} \left[\not{p}_2 \hat{\mathbb{P}}_R \not{p}_1 \hat{\mathbb{P}}_L \right] = \frac{1}{2} \text{Tr} [\not{p}_2 \not{p}_1] = \frac{1}{2} \text{Tr} [4(p_1 \cdot p_2)] = 2(p_1 \cdot p_2) = 2m_h^2 \quad (5.46)$$

Substituyendo

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left[\frac{g_W^3 m_\tau}{96 M_W^3 \pi^2} \right]^2 m_\nu^4 [2m_h^2] \quad (5.47)$$

Una vez que tenemos la expresión para el cuadrado de la amplitud, podemos escribir el width decay $\Gamma_{\tau\mu}$ de la siguiente manera

$$\Gamma_{\tau\mu} = \frac{S|p|}{8\pi m_h^2} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (5.48)$$

donde

$$S = 1 \quad \text{y} \quad |p| = \frac{1}{2m_h} \sqrt{m_h^4 + m_\tau^4 + m_\mu^4 - 2m_h^2 m_\tau^2 - 2m_h^2 m_\mu^2 - 2m_\tau^2 m_\mu^2} \approx \frac{m_h}{2} \quad (5.49)$$

Lo que nos lleva a

$$\Gamma_{\tau\mu} = \frac{1}{16\pi m_h} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (5.50)$$

Al substituir la ecuación 5.47 en la ecuación 5.50 obtenemos:

$$\Gamma_{\tau\mu} = \frac{1}{8\pi m_h} \left[\frac{g_W^3 m_\tau}{96 M_W^3 \pi^2} \right]^2 m_\nu^4 [m_h^2] \quad (5.51)$$

y por último, una vez evaluada la expresión anterior, la estimación del $BR_{\tau\mu}$ estará dada por

$$BR_{\tau\mu} = \frac{\Gamma_{\tau\mu}}{\Gamma_h^{tot}} \quad (5.52)$$

Al dar los siguientes valores numéricos:

$$\begin{aligned}
 g_W &= 0.65353659 \\
 m_h &= 125.9 \text{ GeV} \\
 m_\tau &= 1.77682 \text{ GeV} \\
 M_W &= 80.3 \text{ GeV} \\
 m_\nu &= 2 \times 10^{-9} - 18 \times 10^{-3} \text{ GeV}
 \end{aligned} \tag{5.53}$$

masas del neutrino electrón y neutrino tau respectivamente.

Los datos para las masas de las partículas se obtuvo de [32]

Se obtiene el siguiente rango para el ancho de decaimiento (width decay) $[\Gamma_{\tau\mu}]$ del proceso $h \rightarrow \tau\mu$:

$$\Gamma_{\tau\mu} = 8.19 \times 10^{-53} - 5.37 \times 10^{-25} \tag{5.54}$$

Por otro lado, está reportado el siguiente valor para $\Gamma_h^{tot} = 6.1 \times 10^{-3}$ [33].

Lo que implica que el $BR_{\tau\mu}$ tiene el siguiente rango de valores estimado en función de la masa del neutrino utilizada:

$$BR_{\tau\mu} = \frac{\Gamma_{\tau\mu}}{\Gamma_h^{tot}} = 1.34 \times 10^{-50} - 8.81 \times 10^{-23} \tag{5.55}$$

5.4. Cálculo del BR del proceso $h \rightarrow \tau\mu$ utilizando la norma Unitaria

En esta sección desarrollamos el cálculo del BR para $h \rightarrow \tau\mu$, bajo las mismas premisas que en la sección anterior, con excepción de expresar ahora el propagador del bosón W^\pm utilizando norma unitaria.

5.4.1. Norma Unitaria

Si ahora partimos de la ecuación 5.9, haciendo $\xi \rightarrow \infty$, obtenemos la siguiente expresión para dicho propagador.

$$\Pi_{M_W} = -\frac{i}{p^2 - M_W^2 + i\epsilon} \left[g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{M_W^2} \right] \tag{5.56}$$

A continuación se sigue el mismo procedimiento descrito en 5.3.1.

5.4.2. Desarrollo del cálculo utilizando norma Unitaria

Al igual que en cálculo anterior partimos de que

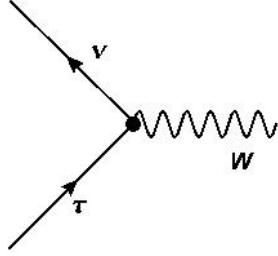


Figura 5.7: Vértice No. 1.

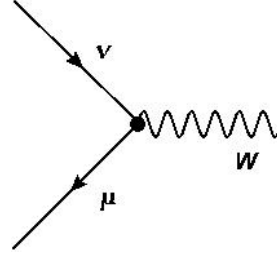


Figura 5.8: Vértice No. 2.

para el vértice no. 1 se tiene el siguiente acoplamiento

$$-i \frac{g_W}{2\sqrt{2}} \gamma^\beta (1 - \gamma^5) = -i \frac{g_W}{\sqrt{2}} \gamma^\beta \hat{P}_L, \quad \text{donde} \quad \hat{P}_L = \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \quad (5.57)$$

y de manera análoga para el vértice no. 2 el acoplamiento

$$-i \frac{g_W}{2\sqrt{2}} \gamma^\alpha (1 - \gamma^5) = -i \frac{g_W}{\sqrt{2}} \gamma^\alpha \hat{P}_L \quad (5.58)$$

Lo que permite escribir la siguiente expresión para la función de Green amputada:

$$T = \left(-i \frac{g_W}{\sqrt{2}} \gamma^\alpha \hat{P}_L \right) \left(i \frac{\not{k} + m_\nu}{k^2 - m_\nu^2} \right) \left(-i \frac{(g_{\alpha\beta} - q_\alpha q_\beta / M_W^2)}{q^2 - M_W^2} \right) \left(-i \frac{g_W}{\sqrt{2}} \gamma^\beta \hat{P}_L \right) \quad (5.59)$$

por lo tanto

$$T = -\frac{g_W^2}{2} \left(\frac{1}{(k^2 - m_\nu^2)(q^2 - M_W^2)} \right) \gamma^\alpha \hat{P}_L (\not{k} + m_\nu) \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \hat{P}_L \quad (5.60)$$

Hagamos de nueva cuenta la integral sobre todos los momentos internos Σ

$$\Sigma = - \int \frac{d^d q}{(2\pi)^d} \left(\frac{1}{(k^2 - m_\nu^2)(q^2 - M_W^2)} \right) \underbrace{\gamma^\alpha \hat{P}_L (\not{k} + m_\nu) \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \hat{P}_L}_Q \quad (5.61)$$

Vamos a trabajar el término Q para simplificarlo

$$Q = \gamma^\alpha \hat{P}_L (\not{k} + m_\nu) \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \hat{P}_L \quad (5.62)$$

$$Q = \gamma^\alpha \hat{P}_L (\not{k} + m_\nu) \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \hat{P}_R \gamma^\beta \quad (5.63)$$

$$Q = \gamma^\alpha \hat{\mathbb{P}}_L (k + m_\nu) \hat{\mathbb{P}}_R \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \quad (5.64)$$

$$Q = \gamma^\alpha (k \hat{\mathbb{P}}_R + m_\nu \hat{\mathbb{P}}_L) \hat{\mathbb{P}}_R \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \quad (5.65)$$

$$Q = \gamma^\alpha (k \hat{\mathbb{P}}_R + m_\nu \hat{\mathbb{P}}_L) \hat{\mathbb{P}}_R \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \quad (5.66)$$

$$Q = \gamma^\alpha k \hat{\mathbb{P}}_R \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \quad (5.67)$$

$$Q = \gamma^\alpha \hat{\mathbb{P}}_L k \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \quad (5.68)$$

$$Q = \hat{\mathbb{P}}_R \gamma^\alpha k \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \quad (5.69)$$

pero

$$\gamma^\alpha k = \gamma^\alpha \gamma^\rho k_\rho \quad (5.70)$$

y

$$\gamma^\alpha \gamma^\rho = -\gamma^\rho \gamma^\alpha + 2g^{\alpha\rho} \quad (5.71)$$

por lo que

$$\gamma^\alpha k = -k_\rho \gamma^\alpha \gamma^\rho + 2g^{\alpha\rho} k_\rho = -k \gamma^\alpha + 2k^\alpha \quad (5.72)$$

substituyendo en Q

$$Q = \hat{\mathbb{P}}_R \left[(-k \gamma^\alpha + 2k^\alpha) \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\alpha \right] \quad (5.73)$$

$$Q = \hat{\mathbb{P}}_R \left[-k \gamma^\alpha \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta + 2k^\alpha \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta \right] \quad (5.74)$$

donde

$$\begin{aligned} \gamma^\alpha \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta &= \gamma^\alpha g_{\alpha\beta} \gamma^\beta - \gamma^\alpha \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \gamma^\beta \\ &= \gamma^\alpha \gamma_\alpha - \frac{q_\alpha \gamma^\alpha q_\beta \gamma^\beta}{M_W^2} = 4 - \frac{\not{q} \not{q}}{M_W^2} = 4 - \frac{q^2}{M_W^2} \end{aligned} \quad (5.75)$$

y

$$\begin{aligned}
2k^\alpha \left(g_{\alpha\beta} - \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \right) \gamma^\beta &= 2k^\alpha g_{\alpha\beta} \gamma^\beta - 2k^\alpha \frac{q_\alpha q_\beta}{M_W^2} \gamma^\beta \\
&= 2k_\alpha \gamma^\alpha - 2 \frac{(k \cdot q) q_\beta \gamma^\beta}{M_W^2} = 2 \not{k} - 2 \frac{(k \cdot q) \not{q}}{M_W^2}
\end{aligned} \tag{5.76}$$

substituyendo en Q

$$\begin{aligned}
Q &= \hat{\mathbb{P}}_R \left[-\not{k} \left(4 - \frac{q^2}{M_W^2} \right) + 2 \not{k} - 2 \frac{(k \cdot q) \not{q}}{M_W^2} \right] \\
&= \hat{\mathbb{P}}_R \left[-2 \not{k} + \frac{q^2}{M_W^2} \not{k} - 2 \frac{(k \cdot q) \not{q}}{M_W^2} \right]
\end{aligned} \tag{5.77}$$

para dejar esta expresión en términos de q, utilizamos la conservación de momento:

$$k = q - p_1 \quad ; \quad \not{k} = \not{q} - \not{p}_1 \tag{5.78}$$

$$Q = \hat{\mathbb{P}}_R \left[-2 \not{q} + 2 \not{p}_1 + \frac{q^2}{M_W^2} \not{q} - \frac{q^2}{M_W^2} \not{p}_1 - 2 \frac{q^2}{M_W^2} \not{q} + 2 \frac{(p_1 \cdot q)}{M_W^2} \not{q} \right] \tag{5.79}$$

Haciendo el cambio de variable siguiente que nos será útil para introducir posteriormente la parametrización Feynman

$$q' = q - p_1 x \quad ; \quad q = q' + p_1 x \quad ; \quad \not{q} = \not{q}' + \not{p}_1 x \tag{5.80}$$

reexpresamos Q en términos de q'

$$\begin{aligned}
Q &= \hat{\mathbb{P}}_R \left[2 \not{p}_1 - 2(\not{q}' + \not{p}_1 x) - \frac{(q' + p_1 x)^2}{M_W^2} (\not{q}' + \not{p}_1 x) \right] \\
&+ \hat{\mathbb{P}}_R \left[-\frac{(q' + p_1 x)^2}{M_W^2} \not{p}_1 + 2 \frac{p_1 \cdot (q' + p_1 x)}{M_W^2} (\not{q}' + \not{p}_1 x) \right]
\end{aligned} \tag{5.81}$$

Expandiendo los binomios y productos obtenemos

$$\begin{aligned}
Q &= \hat{\mathbb{P}}_R \left[2 \not{p}_1 (1 - x) - 2q' - \frac{1}{M_W^2} \left\{ q'^2 \not{q}' + q'^2 \not{p}_1 x + 2q' \cdot p_1 x \not{q}' \right\} \right] \\
&+ \hat{\mathbb{P}}_R \left[-\frac{1}{M_W^2} \left\{ 2q' \cdot p_1 x^2 \not{p}_1 + p_1^2 x^2 \not{q}' + p_1^2 x^3 \not{p}_1 + q'^2 \not{p}_1 + 2q' \cdot p_1 x \not{p}_1 \right\} \right] \\
&+ \hat{\mathbb{P}}_R \left[-\frac{1}{M_W^2} \left\{ p_1^2 x^2 \not{p}_1 - 2p_1 \cdot q' \not{q}' - 2p_1^2 x \not{q}' - 2p_1 \cdot q' \not{p}_1 x - 2p_1^2 x^2 \not{p}_1 \right\} \right]
\end{aligned} \tag{5.82}$$

Hagamos $Q = Q' + Q''$, donde en Q'' agrupamos las potencias lineales e impares de q' en Q (posteriormente cuando se hagan las integrales sobre q , estos términos por ser impares, dan valor cero a su integral)

$$Q = \hat{\mathbb{P}}_R \left[2 \not{p}_1(1-x) - \frac{1}{M_W^2} \left\{ q'^2 \not{p}_1 x + 2q' \cdot p_1 x \not{q}' + p_1^2 x^3 \not{p}_1 + q'^2 \not{p}_1 \right\} \right] \\ + \hat{\mathbb{P}}_R \left[-\frac{1}{M_W^2} \left\{ p_1^2 x^2 \not{p}_1 - 2p_1 \cdot q' \not{q}' - 2p_1^2 x^2 \not{p}_1 \right\} \right] + Q'' \quad (5.83)$$

donde Q' es

$$Q' = \hat{\mathbb{P}}_R \frac{1}{M_W^2} \left[(1-x) \not{p}_1 \left\{ p_1^2 x^2 + 2M_W^2 \right\} - 2q' \cdot p_1 \not{q}'(1-x) - q'^2 \not{p}_1(1+x) \right] \quad (5.84)$$

Substituyendo

$$2q' \cdot p_1 \not{q}'(1-x) = 2\gamma^\rho g^{\xi\lambda} p_{1\lambda} q'_\xi q'_\rho (1-x) \quad (5.85)$$

obtenemos para Q'

$$Q' = \hat{\mathbb{P}}_R \frac{1}{M_W^2} \gamma^\rho \left[(1-x) p_{1\rho} \left\{ p_1^2 x^2 + 2M_W^2 \right\} - 2g^{\xi\lambda} p_{1\lambda} q'_\xi q'_\rho (1-x) - q'^2 p_{1\rho} (1+x) \right] \quad (5.86)$$

Con el fin de poder utilizar la parametrización Feynman en la integral sobre q para obtener Σ , tenemos que trabajar también el denominador de los propagadores.

Sea entonces

$$\frac{1}{D_1 D_2} = \frac{1}{(q^2 - M_W^2)(k^2 - m_\nu^2)} = \frac{1}{\underbrace{(q^2 - M_W^2)}_A \underbrace{((q - p_1)^2 - m_\nu^2)}_B} \quad (5.87)$$

Utilizando

$$\frac{1}{AB} = \int dx \frac{1}{[A + (B - A)x]^2} \quad (5.88)$$

obtenemos

$$\frac{1}{D_1 D_2} = \int dx \frac{1}{[q^2 - M_W^2 + \{(q - p_1)^2 - m_\nu^2 - q^2 + M_W^2\} x]^2} \quad (5.89)$$

Si hacemos $D = D_1 D_2$ y expandiendo y reagrupando términos

$$D = \underbrace{[(q - p_1 x)^2]}_{q'^2} - \underbrace{M_W^2(1-x) - p_1^2 x(1-x) - m_\nu^2 x^2}_{M^2} \quad (5.90)$$

por lo que

$$\frac{1}{D_1 D_2} = \int dx \frac{1}{[q'^2 - M^2]^2} \quad (5.91)$$

Ahora si estamos en disponibilidad de hacer el cálculo para Σ de la siguiente manera

$$\Sigma = \int_0^1 dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{Q'}{[q'^2 - M^2]^2} \right] + \underbrace{\int_0^1 dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{Q''}{[q'^2 - M^2]^2} \right]}_{=0} \quad (5.92)$$

por lo que

$$\begin{aligned} \Sigma &= \hat{\mathbb{P}}_R \frac{1}{M_W^2} \gamma^\rho \int_0^1 dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{(1-x)p_{1\rho} \{p_1^2 x^2 + 2M_W^2\}}{[q'^2 - M^2]^2} \right] \\ &+ \hat{\mathbb{P}}_R \frac{1}{M_W^2} \gamma^\rho \int_0^1 dx \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{-2g^{\xi\lambda} p_{1\lambda} q'_\xi q'_\rho (1-x) - q'^2 p_{1\rho} (1+x)}{[q'^2 - M^2]^2} \right] \end{aligned} \quad (5.93)$$

donde utilizando la siguiente identidad y el factor de regularización dimensional μ^{4-d}

$$\begin{aligned} \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{-2g^{\xi\lambda} p_{1\lambda} q'_\xi q'_\rho (1-x)}{[q'^2 - M^2]^2} \right] &= \frac{1}{d} \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{-2g^{\xi\lambda} p_{1\lambda} g_{\xi\rho} q'^2 (1-x)}{[q'^2 - M^2]^2} \right] \\ &= \frac{1}{d} \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \left[\frac{-2p_{1\rho} q'^2 (1-x)}{[q'^2 - M^2]^2} \right] \end{aligned} \quad (5.94)$$

La expresión para Σ se convierte en

$$\begin{aligned} \Sigma &= \hat{\mathbb{P}}_R \frac{1}{M_W^2} \not{p}_1 (\mu^{4-d}) \int_0^1 dx \left[(1-x) \{p_1^2 x^2 + 2M_W^2\} \right] \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \frac{1}{[q'^2 - M^2]^2} \\ &- \hat{\mathbb{P}}_R \frac{1}{M_W^2} \not{p}_1 (\mu^{4-d}) \int_0^1 dx (1-x) \left[\frac{1}{d} \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \frac{2q'^2}{[q'^2 - M^2]^2} \right] \\ &- \hat{\mathbb{P}}_R \frac{1}{M_W^2} \not{p}_1 (\mu^{4-d}) \int_0^1 dx (1+x) \int \frac{d^d q'}{(2\pi)^d} \frac{q'^2}{[q'^2 - M^2]^2} \end{aligned} \quad (5.95)$$

Evaluamos con Mathematica las integrales anteriores haciendo

$$\begin{aligned} d &\rightarrow (4 - \epsilon) \\ M^2 &\rightarrow (M_W^2 (1-x) - p_1^2 x(1-x) - m_\nu^2 x)^2 \\ \ln(M^2) &\approx \ln(M_W^2) + \left(\frac{m_\nu^2}{M_W^2} + \frac{p_1^2}{M_W^2} - 1 \right) \end{aligned} \quad (5.96)$$

Lo que da por resultado para Σ

$$\begin{aligned} \Sigma &= -\hat{\mathbb{P}}_R \frac{i}{M_W^2} \not{p}_1 \frac{1}{192\pi^2 M_W^2} \left[2M_W^2 (11m_\nu^2 + 4M_W^2 + 3p_1^2) \log \left(\frac{4\pi e^{-\gamma} \mu^2}{M_W^2} \right) \right] \\ &- \hat{\mathbb{P}}_R \frac{i}{M_W^2} \not{p}_1 \frac{1}{192\pi^2 M_W^2} \left[-3(m_\nu^2 + p_1^2)(5m_\nu^2 + p_1^2) + 19M_W^4 + M_W^2 (32m_\nu^2 + 6p_1^2) \right] \end{aligned} \quad (5.97)$$

Ahora aplicamos el teorema de bajas energías LET, sea

$$F = \frac{1}{v} M_W \frac{\partial \Sigma}{\partial M_W} \quad \text{donde} \quad v = \frac{2M_W}{g_W} \quad (5.98)$$

por lo que

$$F = \frac{g_W}{2} \frac{\partial \Sigma}{\partial M_W} \quad (5.99)$$

Utilizando Mathematica y eliminando los términos que no dependen de la masa del neutrino

$$F = \hat{\mathbb{P}}_R \not{p}_1 \frac{ig_W}{96M_W^5\pi^2} \underbrace{\left[27M_W^2 m_\nu^2 - 15m_\nu^4 + 11M_W^2 m_\nu^2 \log \left(\frac{4\pi e^{-\gamma} \mu^2}{M_W^2} \right) \right]}_{F'} \quad (5.100)$$

Substituyendo en

$$\mathcal{M} = -\frac{g_W^2}{2} \bar{u}(p_2) F u(p_1) \quad (5.101)$$

obtenemos

$$\mathcal{M} = -\frac{g_W^3 i}{192M_W^5\pi^2} F' \bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R \underbrace{\not{p}_1}_{m_\tau} u(p_1) = -\frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} i F' \bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R u(p_1) \quad (5.102)$$

Ahora calculemos

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger \quad (5.103)$$

Expresemos \mathcal{M}^\dagger a partir de \mathcal{M}

$$\mathcal{M}^\dagger = \left[-\frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} i F' \bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R u(p_1) \right]^\dagger \quad (5.104)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^\dagger &= -\frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} i F'^\dagger u(p_1)^\dagger \hat{\mathbb{P}}_R^\dagger \bar{u}(p_2)^\dagger = \frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} i F' u(p_1)^\dagger \hat{\mathbb{P}}_R^\dagger \left[u(p_2)^\dagger \gamma_0 \right]^\dagger \\ &= \frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} i F' u(p_1)^\dagger \hat{\mathbb{P}}_R^\dagger \gamma_0 u(p_2) = \frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} i F' u(p_1)^\dagger \gamma_0 \hat{\mathbb{P}}_L u(p_2) \\ &= \frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} i F' \bar{u}(p_1) \hat{\mathbb{P}}_L u(p_2) \end{aligned} \quad (5.105)$$

por lo que

$$|\mathcal{M}|^2 = \left[\frac{g_W^3 m_\tau}{192M_W^5\pi^2} \right]^2 F'^2 \underbrace{\left[\bar{u}(p_2) \hat{\mathbb{P}}_R u(p_1) \right] \left[\bar{u}(p_1) \hat{\mathbb{P}}_L u(p_2) \right]}_{\Sigma_{\text{espines}}} \quad (5.106)$$

donde

$$\Sigma_{espines} = \text{Tr} \left[\not{p}_2 \hat{P}_R \not{p}_1 \hat{P}_L \right] = \frac{1}{2} \text{Tr} [\not{p}_2 \not{p}_1] = \frac{1}{2} \text{Tr} [4(p_1 \cdot p_2)] = 2(p_1 \cdot p_2) = 2m_h^2 \quad (5.107)$$

Substituyendo

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left[\frac{g_W^3 m_\tau}{192 M_W^5 \pi^2} \right]^2 \left[27 M_W^2 m_\nu^2 - 15 m_\nu^4 + 11 M_W^2 m_\nu^2 \log \left(\frac{4\pi e^{-\gamma} \mu^2}{M_W^2} \right) \right]^2 [2m_h^2] \quad (5.108)$$

donde fijaremos $\mu^2 = m_h^2$.

Para obtener el width decay $\Gamma_{\tau\mu}$

$$\Gamma_{\tau\mu} = \frac{S|p|}{8\pi m_h^2} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (5.109)$$

donde

$$S = 1 \quad \text{y} \quad |p| = \frac{1}{2m_h} \sqrt{m_h^4 + m_\tau^4 + m_\mu^4 - 2m_h^2 m_\tau^2 - 2m_h^2 m_\mu^2 - 2m_\tau^2 m_\mu^2} \approx \frac{m_h}{2} \quad (5.110)$$

por lo que

$$\Gamma_{\tau\mu} = \frac{1}{16\pi m_h} |\overline{\mathcal{M}}|^2 \quad (5.111)$$

Al substituir la ecuación 5.108 en la ecuación 5.111, obtenemos:

$$\Gamma_{\tau\mu} = \frac{1}{16\pi m_h} \left[\frac{g_W^3 m_\tau}{192 M_W^5 \pi^2} \right]^2 \left[27 M_W^2 m_\nu^2 - 15 m_\nu^4 + 11 M_W^2 m_\nu^2 \log \left(\frac{4\pi e^{-\gamma} \mu^2}{M_W^2} \right) \right]^2 [2m_h^2] \quad (5.112)$$

y por último, la estimación del $BR_{\tau\mu}$ estará dado por,

$$BR_{\tau\mu} = \frac{\Gamma_{\tau\mu}}{\Gamma_h^{tot}} \quad (5.113)$$

Al dar los siguientes valores numéricos:

$$\begin{aligned} g_W &= 0.65353659 \\ m_h &= 125.9 \quad \text{GeV} \\ m_\tau &= 1.77682 \quad \text{GeV} \\ M_W &= 80.3 \quad \text{GeV} \\ m_\nu &= 2 \times 10^{-9} - 18 \times 10^{-3} \quad \text{GeV} \end{aligned} \quad (5.114)$$

masas del neutrino electrón y neutrino tau respectivamente.

Los datos para las masas de las partículas se obtuvo de [32]

Se obtiene el siguiente rango para el ancho de decaimiento (width decay) $[\Gamma_{\tau\mu}]$ del proceso $h \rightarrow \tau\mu$:

$$\Gamma_{\tau\mu} = 1.03 \times 10^{-49} - 6.79 \times 10^{-22} \quad (5.115)$$

Por otro lado, está reportado el siguiente valor para $\Gamma_h^{tot} = 6.1 \times 10^{-3}$ [33].

Lo que implica que el $BR_{\tau\mu}$ tiene el siguiente rango de valores estimado en función de la masa del neutrino utilizada:

$$BR_{\tau\mu} = \frac{\Gamma_{\tau\mu}}{\Gamma_h^{tot}} = 1.70 \times 10^{-47} - 1.11 \times 10^{-19} \quad (5.116)$$

5.5. Resultados

En la figura siguiente se resume gráficamente los resultados obtenidos para los rangos de variación del $BR_{\tau\mu}$ en función del orden de magnitud de la masa del neutrino utilizada:

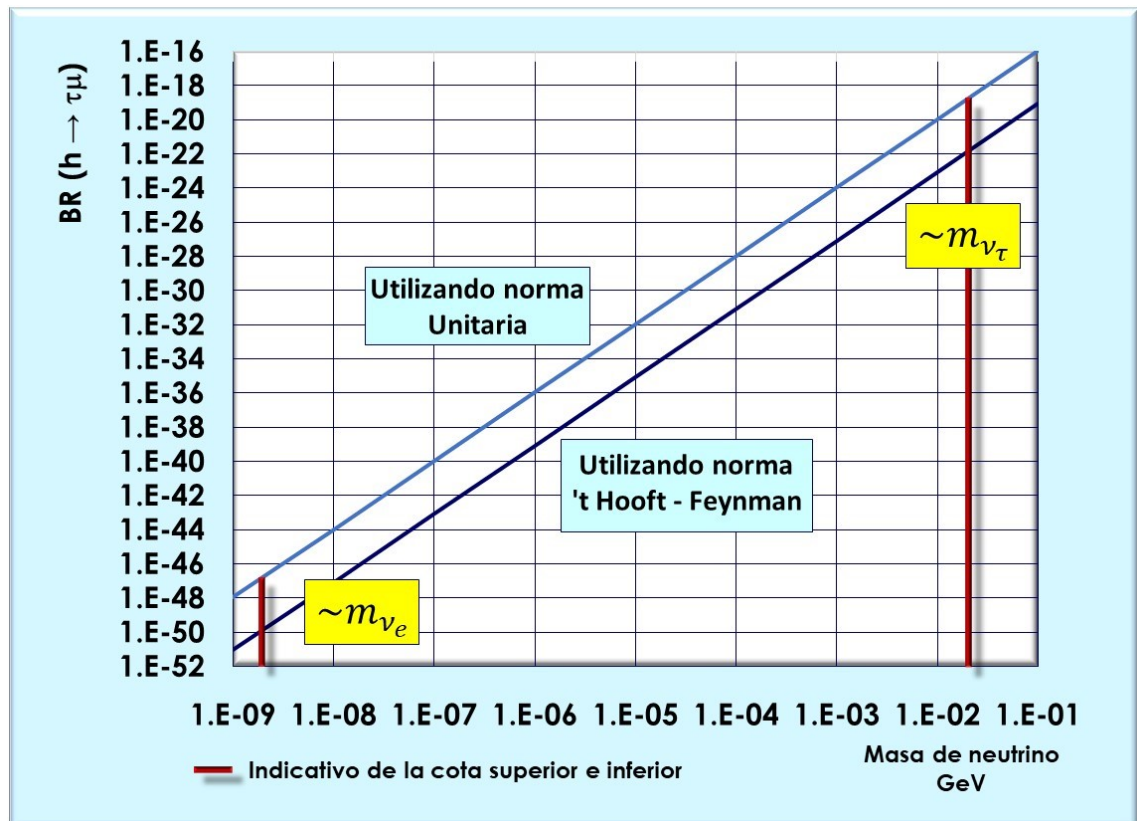


Figura 5.9: $BR_{\tau\mu}$ vs masa del neutrino y en términos de la norma utilizada por el cálculo.

Como podemos observar hay una discrepancia de aproximadamente tres órdenes de magnitud entre las estimaciones realizadas utilizando la norma 't Hooft - Feynman y la unitaria. Esto nos lleva recomendar el ajuste fino de estos cálculos.

A continuación se presenta los resultados obtenidos por [34] utilizando métodos convencionales de cálculo del BR para diversos decaimientos del bosón de Higgs.

		R_0	R_1
(A) $m_{N_{1,2,3}} = 10^3 \text{ GeV}$	BR_{12}	3×10^{-42}	2×10^{-32}
	BR_{13}	1×10^{-39}	2×10^{-30}
	BR_{23}	3×10^{-36}	3×10^{-30}
(A) $m_{N_{1,2,3}} = 10^6 \text{ GeV}$	BR_{12}	1×10^{-46}	1×10^{-36}
	BR_{13}	3×10^{-44}	1×10^{-34}
	BR_{23}	1×10^{-40}	1×10^{-34}
(B) $m_{N_{1(2)}} = 1(5) \times 10^3 \text{ GeV}$ $m_{N_3} = 1 \times 10^5 \text{ GeV}$	BR_{12}	1×10^{-38}	1×10^{-35}
	BR_{13}	1×10^{-36}	3×10^{-33}
	BR_{23}	1×10^{-37}	3×10^{-32}
(B) $m_{N_{1(2)}} = 1(5) \times 10^4 \text{ GeV}$ $m_{N_3} = 1 \times 10^6 \text{ GeV}$	BR_{12}	4×10^{-39}	1×10^{-36}
	BR_{13}	1×10^{-37}	1×10^{-34}
	BR_{23}	1×10^{-37}	2×10^{-33}

Figura 5.10: Razones de decaimiento del LNVHD en el modelo SM - seesaw, para escenarios A y B y para varias opciones de masas de neutrinos pesados. Aquí $BR_{12} = BR(h \rightarrow \mu\bar{e})$, $BR_{13} = BR(h \rightarrow \tau\bar{e})$, $BR_{23} = BR(h \rightarrow \tau\bar{\mu})$ y con $m_h = 115 \text{ GeV}$.

Conclusiones

Se puede concluir que:

Los teoremas de bajas energías constituyen una herramienta útil para analizar procesos donde se involucran bosones Higgs, ya que nos permite reducir y simplificar bastante los cálculos relacionados.

Por esto mismo, es importante utilizar esta herramienta para analizar procesos poco comunes e íntimamente relacionados con el Higgs.

El BR del proceso $h \rightarrow \tau\mu$ es extraordinariamente pequeño ya que depende fuertemente de la masa del neutrino elevada a la cuarta potencia. Es por ello que podemos concluir que, de acuerdo con el cálculo presentado en este trabajo, el decaimiento $h \rightarrow \tau\mu$ se encuentra fuertemente suprimido.

Es necesario afinar el cálculo del $BR(h \rightarrow \tau\mu)$, tanto en las aproximaciones utilizadas, como en cuanto a la mezcla de neutrinos participantes, incluyendo aquellos neutrinos pesados.

Bibliografía

- [1] Maji, P., Banerjee, D., Sahoo S. (Mayo 2018) *Lepton Flavor Violating Higgs Decay* In: Naimuddin M. (eds) XXII DAE High Energy Physics Symposium. Springer Proceedings in Physics, vol 203. Springer, Cham
- [2] Brown, L., Hoddeson, L., Sahoo S. (Abril 1982) *The birth of elementary-particle physics* Physics Today, vol 35, issue 4: 36
- [3] Ball, P. (June 2005) *Tall Tales* Nature News. doi:10.1038/news050613-10.
- [4] Chandrasekhar, S. (2003). *Newton's Principia for the common reader* Oxford: Oxford University Press. (pp. 1–2).
- [5] *Standard Model of Particle and Interactions*, John Hopkins University *Wayback Machine*. Baltimore, Maryland EUA, Recuperado el 4 de abril de 2018, del archivo original publicado el 4 de marzo de 2016 en <https://web.archive.org/web/20160304133522/https://www.pha.jhu.edu/~dfehling/particle.gif>.
- [6] Griffiths, D. (2008) *Introduction to Elementary Particles, (2nd. rev. ed.)* Federal Republic of Germany, Wiley-VCH.
- [7] Pottgen, R. (2016) *Search for Dark Matter with ATLAS, Springer Theses*, Springer International Publishing Switzerland <http://www.springer.com/978-3-319-41044-9>
- [8] Oerter, R. (2006). *The Theory of Almost Everything: The Standard Model, the Unsung Triumph of Modern Physics* (Kindle ed.). Penguin Group. p. 2. ISBN 0-13-236678-9.
- [9] Glashow, S. (Febrero, 1961) *Partial-symmetries of weak interactions*, Nuclear Physics, vol 22(4): 579 - 588.
- [10] Weinberg, S. (1967) *A Model of Leptons* 19 (21): 1264–1266, Physical Review Letters, 19(21): 1264 - 1266.
- [11] Salam, A. (1968) *Elementary Particle Physics: Relativistic Groups and Analyticity*, Eighth Nobel Symposium. Stockholm: Almqvist and Wiksell. p. 367.

- [12] Englert, F. ; Brout, R. (1964) *Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons*, Physical Review Letters, 13(9): 321 – 323.
- [13] Higgs, P. (1964) *Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons*, Physical Review Letters, 13(16): 508–509.
- [14] Guralnik, G.S.; Hagen, C.R.; Kibble, T.W.B. (1964) *Global Conservation Laws and Massless Particles*, Physical Review Letters, 13(20): 585–587.
- [15] F.J. Beringer, J. et al. (2012) *Review of particle physics*, Physical Review D 86:010001.
- [16] Ahmad, Q.R. et al. (2002) *Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutralcurrent interactions in the sudbury neutrino observatory*, Physical Review Letters 89:011301.
- [17] Kraus, C. et al. (2005) *Final results from phase II of the Mainz neutrino mass search in tritium beta decay*, European Physics Journal, c40:447 - 468. arXiv:hep-ex/0412056 [hep-ex]
- [18] Aseev, V.N. et al. (2011) *An upper limit on electron antineutrino mass from Troitsk experiment*, Physical Review D84:112003. arXiv:1108.5034 [hep-ex]
- [19] The ATLAS Collaboration (2012) *Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC*, Physics Letters arXiv:1207.7214 [hep-ex]
- [20] The CMS Collaboration (2012) *Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC*, Physics Letters B716:30–61. arXiv:1207.7235 [hep-ex]
- [21] Goldstone, J.; Salam, A.; Weinberg, S. (1962) *Broken symmetries*, Physical Review Journals. 127:965–970.
- [22] Hasert, F. et al. (1973) *Observation of neutrino like interactions without muon or electron in the Gargamelle neutrino experiment*, Phys Lett B 46:138–140.
- [23] Kobayashi, M.; Maskawa, T. (1973) *CP Violation in the renormalizable theory of weak interaction*, Prog Theor Phys 49:652–657.
- [24] Cabibbo, N. (1963) *Unitary symmetry and leptonic decays*, Phys Rev Lett 10:531–533.
- [25] Gell-Mann, M. (1956) *The interpretation of the new particles as displaced charge multiplets*, Il Nuovo Cimento. 4.2:848–866.

-
- [26] Nakano, T., Nishijima, K. (1953) *Charge independence for V-particles*, Prog Theor Phys. 10.5:581–582. eprint: <http://ptp.oxfordjournals.org/content/10/5/581.full.pdf+html>.
<http://ptp.oxfordjournals.org/content/10/5/581.short>.
- [27] Arnison, G. et al (1983) *Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at $s^{1/2} = 540\text{-GeV}$* , Prog Theor Phys. 10.5:581–582.
- [28] Arnison, G. et al (1983) *Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around $95\text{-GeV}/c^2$ at the CERN SPS collider*, Phys Lett B 126:398–410.
- [29] Schwartz, M. (2014) *Quantum Field Theory and the Standard Model*, United Kingdom, Cambridge University Press.
- [30] Gunion, J.; Haber, H.; Kane, G.; Dawson, S. (1990) *Higgs hunter's guide*, The Advanced Book Program Perseus Publishing, Cambridge, Massachusetts.
- [31] Vainshtein, A.I. et al (1979) *Low Energy Theorems for Higgs Boson couplings to photons*, Sov. J. Nucl. Phys. (Engl. Transl.); (United States); Journal Volume: 30:5 Institute of Theoretical and Experimental Physics. <http://inspirehep.net/record/141287/files/ITEP-79-42.pdf>
- [32] Tanabashi, M. et al. (Particle Data Group) (2018) *Summary Tables*, Phys. Rev. D98 030001
- [33] Barger, V., Ishida, M., Keung W., (2012) *Total Width of 125 GeV Higgs Boson*, arxiv.org/abs/1203.3456 [hep-ph]
- [34] Arganda, E., Curiel, A., Herrero, M. (2005) *Lepton flavor violating Higgs boson decays from massive seesaw neutrinos*, arXiv 0407302v3 20 [hep-ph]
- [35] Cheng, T.P., Li, L.F. (2000) *Gauge Theory of Elementary Particle Physics*, USA, Oxford University Press.