



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN SUPERIOR

**Estrategia de intervención didáctica para desarrollar las
competencias docentes del profesorado de matemáticas en
bachillerato**

TESIS

Que para obtener el grado de:
Maestro en Educación Superior

PRESENTA:

Lic. José Ignacio Peralta Madero

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Edgar Gómez Bonilla

CVU: 958214

Puebla, Puebla

Noviembre 2024

Dedicatoria

A mi esposa, Cecilia, por ser mi pilar inquebrantable, mi compañera de vida y mi más grande inspiración. Su amor, paciencia y apoyo incondicional han sido la base de cada logro que he alcanzado. Gracias por estar siempre a mi lado, en cada momento de duda y en cada alegría. Sin su comprensión, su fortaleza y su inquebrantable confianza en mí, nada de esto hubiera sido posible.

A mi hijo, Zadorov, mi mayor motivación y mi alegría diaria. Su sonrisa y curiosidad me recuerdan cada día la importancia de buscar la verdad, de recorrer el camino del conocimiento y de mantener el compromiso con la educación. En él encuentro la razón de este esfuerzo y el deseo de construir un futuro lleno de posibilidades.

A mis padres, quienes desde niño me inculcaron el valor del esfuerzo, la dedicación y la integridad. A ustedes, que siempre han creído en mí y han sido mis más grandes maestros, les debo todo lo que soy y todo lo que aspiro a ser. Sus enseñanzas y su apoyo constante son la fuerza que me ha impulsado a llegar hasta aquí.

A mi hermana, Belén, por su cariño y apoyo incondicional. Su presencia en mi vida me ha brindado confianza y alegría en los momentos difíciles, y su ánimo constante ha sido un sostén invaluable en este camino.

Y a Luz del Carmen, por su generoso apoyo y aliento en los momentos cruciales de este recorrido. Su amistad, las horas de conversación y ánimo, y su ayuda para encontrar claridad en los momentos de dificultad me han dado la serenidad y el enfoque necesarios para continuar.

A todos ustedes, quienes han sido mi sostén y mi inspiración, dedico este trabajo con profunda gratitud y amor.

Agradecimientos

La realización de esta tesis es el resultado de esfuerzo y dedicación, pero no habría sido posible sin el apoyo de numerosas personas e instituciones, a quienes deseo expresar mi más sincero agradecimiento.

En primer lugar, agradezco profundamente a mi asesor, el Dr. Edgar Gómez Bonilla, por su guía, paciencia, confianza y compromiso con mi formación. Su compromiso con la excelencia, su dedicación y su conocimiento han sido fundamentales en cada etapa de este proceso, y su pasión por la investigación ha sido una fuente constante de inspiración para mí.

Al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), por el respaldo económico y académico que me permitió llevar a cabo este proyecto, haciendo posible mi desarrollo en el campo de la educación superior.

A la Facultad de Filosofía y Letras de la BUAP y a la Maestría en Educación Superior, que se han convertido en un espacio de crecimiento personal y profesional, enriqueciendo mi experiencia académica y profesional.

Quiero expresar también mi agradecimiento a mis sinodales, la Dra. Yanet Gómez Bonilla y el Mtro. Gilberto Sánchez Cervantes, por su tiempo, su disposición y sus valiosas observaciones, las cuales enriquecieron este trabajo y me alentaron a mantener los más altos estándares de calidad. En especial, agradezco a la Dra. Yanet Gómez Bonilla, no solo por su papel como sinodal, sino también por las grandes enseñanzas que me brindó y por ser una parte esencial de este proceso. Su apoyo y orientación fueron clave para mi crecimiento académico y profesional.

A todos los profesores de la Maestría en Educación Superior, quienes compartieron conmigo su experiencia y sabiduría, y cuyas enseñanzas fueron esenciales para ampliar mis perspectivas en el ámbito educativo. Mi especial reconocimiento al Dr. Jesús Márquez, por su vasto conocimiento de la historia; al Dr. Esteban León, por sus profundas enseñanzas; y a la Dra. Bernarda González, por su apoyo y dedicación constantes. También agradezco a la Dra. Isaura, por su apoyo constante y por ser consecuente en sus acciones y palabras, lo cual ha sido un modelo a seguir durante este proceso.

Agradezco especialmente al Dr. Gabriel Montes Sosa por su apoyo, su tiempo y su disposición para asistir en los momentos en que más lo necesité. Sus aportes y su amistad han sido de gran valor a lo largo de esta travesía.

A Melina y Flor Morales, por su ejemplo de perseverancia y dedicación. Su constante apoyo y motivación me han inspirado a mantener el rumbo y dar siempre lo mejor de mí.

A mis amigos entrañables, quienes con sus consejos y apoyo me acompañaron en este proceso, haciendo de cada día una experiencia enriquecedora y compartida. A todos aquellos que compartieron conmigo sus conocimientos, sus experiencias y momentos de alegría, les estoy profundamente agradecido.

Finalmente, agradezco a mis compañeros de trabajo, quienes me brindaron su ayuda en la recolección de datos; sin su colaboración, el desarrollo de esta investigación no hubiera sido posible.

A todos, gracias.

Resumen

Este estudio analiza las competencias docentes en matemáticas en el bachillerato en el Centro Escolar de Acatzingo (CEA), Puebla, México, abordando las variaciones en los perfiles académicos y la falta de estrategias didácticas estandarizadas debido a la formación docente limitada. Se enfoca en dos marcos teóricos: la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). La TAD permite entender la enseñanza matemática como una práctica cultural y social, mientras que el MTSK define los conocimientos específicos que los docentes de matemáticas deben poseer. Esta investigación propone estrategias didácticas basadas en estos modelos para fortalecer habilidades clave en la enseñanza, como la construcción e interpretación de modelos matemáticos, resolución de problemas y explicación de resultados, mejorando así el rendimiento académico y fomentando el aprendizaje significativo. El estudio contribuye a la calidad educativa en sintonía con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS).

Abstract

This study examines mathematics teaching competencies at the high school level in the Centro Escolar de Acatzingo (CEA) in Puebla, Mexico, addressing the diversity of academic profiles among teachers and the lack of standardized didactic strategies resulting from limited teacher training. It integrates two theoretical frameworks: the Anthropological Theory of Didactics (ATD) and the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK). ATD provides a lens to understand mathematics teaching as a cultural and social practice, while MTSK identifies the specific knowledge required by mathematics teachers. This research proposes didactic strategies grounded in these models to enhance key teaching skills such as building and interpreting mathematical models, problem-solving, and result explanation, thereby improving academic performance and fostering meaningful learning. This study contributes to educational quality in alignment with the Sustainable Development Goals (SDGs).

Índice

Dedicatoria	2
Agradecimientos	3
Resumen.....	4
Abstract	4
Índice de redes semanticas	8
Siglas.....	8
Glosario.....	10
Introducción.	12
Antecedentes del tema.....	16
Planteamiento del problema	25
Preguntas de Investigación	27
Objetivos	28
Objetivo general.....	28
Objetivos específicos.....	28
Justificación e Importancia del estudio	28
Alcances y Límites del estudio	30
Estado del arte sobre la enseñanza de las matemáticas	32
<i>Descripción Bibliométrica del Estado del Arte</i>	36
<i>Aspectos metodológicos del estado del arte</i>	38
<i>Balance documental de fuentes teóricas</i>	41
<i>Balance documental de fuentes contextuales</i>	50
<i>Balance documental de fuentes metodológicas</i>	57
<i>Resultados del estado del arte</i>	69
<i>¿Quiénes han investigado?</i>	72
<i>Discusión</i>	77
<i>Aportación al estado del conocimiento</i>	84
Capítulo I	89
Marco contextual	89
1.1 Marco contextual internacional	90
1.2. Marco contextual nacional	119
1.3 Marco Contextual Estatal.....	129
Capítulo II	143

Marco teórico	143
2.1 Consideraciones teóricas de la didáctica de las matemáticas.....	144
2.2 El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas MTSK	145
Papel de las creencias del profesor.....	152
Diferentes naturalezas en los elementos de conocimiento.....	153
Aportaciones de la teoría MTSK	155
2.3 La Teoría Antropológica de lo Didáctico (Yves Chevallard, Bosch y Gascón)	158
2.3.1 Teoría de las Situaciones (Brousseau)	158
2.3.2 La Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD).....	161
Capítulo III.	190
Marco metodológico	190
3.1 Tipo de Investigación	190
3.2 Diseño Metodológico	192
3.3 Población y Muestra.....	193
3.4. Métodos y Técnicas de Recolección de Datos	196
3.5 Procedimientos.....	199
3.6 Análisis de Datos.....	201
3.7 Consideraciones Éticas	204
3.8 Categorías de Análisis	204
Capítulo IV.	208
Resultados y discusión	208
4.1.1 Informantes	209
4.2 Resultados de los Instrumentos	209
4.3 Análisis cualitativo basado en las codificaciones de los instrumentos	211
4.3.1 Unidades de Análisis: Representación, Manipulación, Comunicación y Predicción de Objetos Matemáticos del Mundo Real.....	212
4.3.2 Unidades de Análisis: Identificación, Creación, Narración y Redacción de Problemas Matemáticos.....	217
4.3.3 Unidades de Análisis: Explicación, Comparación, Evaluación y Entrelazamiento de Resultados Matemáticos.....	221
4.4.1. Implementación de la Estrategia Didáctica	224
4.4.2 Estrategias didácticas entre TAD y MTSK.....	230
Integración y completitud.....	230
4.4.3 Ventajas de estrategias didácticas que integran la TAD y el MTSK.....	232

4.4.4 Implicaciones de la integración TAD-MTSK para la práctica docente	234
4.4.5 Perspectivas futuras en la integración TAD-MTSK	241
4.4.6 Desafíos en la implementación de la integración TAD-MTSK	243
4.4.7 Estrategias didácticas basadas en la TAD y el MTSK.....	244
4.4.8 Metodología para el Diseño de Estrategias Didácticas	246
4.4.9 Ejemplos de Integración de TAD y MTSK en la Práctica Docente	250
Capítulo V.....	259
Propuesta Pedagógica Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad	259
5.1 Introducción a las matemáticas en acción.....	260
5.2 Aspectos Referenciales	263
5.3 Aspectos teóricos.....	266
5.4 Aspectos Metodológicos.....	273
5.5 Propuesta pedagógica	278
5.6 Balance general de la propuesta pedagógica.....	281
CONCLUSIONES	283
Referencias.....	298
ANEXOS	312
Anexo A. Cuadro de especificación de las categorías de estudio	312
Anexo B.	315
Instrumentos de recolección de datos.....	315
Grupo de discusión.....	315
Cuestionario.....	317
Entrevista.....	318
Solicitud de permiso.....	319
Anexo C. Propuesta de Curso de Práctica docente flexible.....	322
Curso de Práctica docente flexible: “ Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad ”	322

Índice de redes semanticas

Siglas

1. **ANUIES** - Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior
2. **BID** - Banco Interamericano de Desarrollo
3. **BUAP**: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

4. **CACH:** Centro de Actividades Culturales y Humanísticas
5. **CC:** Conocimiento del Currículo
6. **CCC:** Conocimiento Común del Contenido
7. **CCK:** Conocimiento Común del Contenido
8. **CCM:** Conocimiento del Contenido Matemático
9. **CCX:** Conocimiento del Contexto
10. **CEA:** Centro Escolar de Acatzingo
11. **CED:** Conocimiento de las Estrategias Didácticas
12. **CEPAL:** Comisión Económica para América Latina y el Caribe
13. **CERME:** Conference of European Researchers in Mathematics Education
14. **CEyA:** Conocimiento del Estudiante y su Aprendizaje
15. **CF:** Cuestionario Final
16. **COCYTEP -** Consejo Poblano de Ciencia y Tecnología
17. **CONEVAL -** Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social
18. **CPC:** Conocimiento Pedagógico del Contenido
19. **CSC:** Conocimiento Especializado del Contenido
20. **EMS -** Educación Media Superior
21. **ES:** Entrevista Semiestructurada
22. **GD:** Grupo de Discusión
23. **HCK:** Conocimiento del Horizonte
24. **ICMI:** International Commission on Mathematical Instruction
25. **IES -** Instituciones de Educación Superior
26. **INEE:** Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación
27. **INEGI:** Instituto Nacional de Estadística y Geografía
28. **JUANATH -** Programa educativo en Panamá
29. **KCS:** Conocimiento del Contenido y los Estudiantes
30. **KCT:** Conocimiento del Contenido y la Enseñanza
31. **KFLM:** Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas
32. **KMLS:** Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas
33. **KMT:** Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas
34. **KoT:** Conocimiento de los Temas Matemáticos
35. **KPM:** Conocimiento de la Práctica Matemática
36. **KSM:** Conocimiento de la Estructura Matemática
37. **LGE -** Ley General de Educación
38. **LLECE -** Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación
39. **MEPEO:** Modelo Educativo para la Educación Obligatoria
40. **MTSK:** Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas
41. **NME -** Nuevo Modelo Educativo
42. **OCDE:** Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos
43. **ODS:** Objetivos de Desarrollo Sostenible
44. **OREALC -** Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe
45. **PBL:** Problem-Based Learning (Aprendizaje Basado en Problemas)
46. **PCK:** Pedagogical Content Knowledge
47. **PISA -** Programme for International Student Assessment (Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos)
48. **PLANEA -** Programa de Evaluación para la Educación en México
49. **REI:** Recorridos de Estudio e Investigación
50. **SCK:** Conocimiento Especializado del Contenido

51. **SEP:** Secretaría de Educación Pública
52. **SMK:** Subject Matter Knowledge
53. **SMM** - Sociedad Matemática Mexicana
54. **TAD:** Teoría Antropológica de lo Didáctico
55. **TALIS:** Teaching and Learning International Survey
56. **TEDS-M:** Teacher Education and Development Study in Mathematics
57. **TIC** - Tecnologías de la Información y la Comunicación
58. **TSD:** Teoría de las Situaciones Didácticas
59. **UNESCO:** Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura

Glosario

1. **Bachillerato:** Nivel educativo medio superior en México que sigue a la educación secundaria y precede a la educación superior.

2. **Codificación:** Técnica de análisis de datos cualitativos en la que se clasifican fragmentos de datos en categorías para identificar patrones y temas.
3. **Competencias docentes:** Conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes necesarias para que los profesores impartan una enseñanza efectiva y de calidad.
4. **Competencias Matemáticas Clave:** Habilidades matemáticas esenciales como construir e interpretar modelos, resolver problemas y comunicar resultados.
5. **Competencias Matemáticas:** Habilidades esenciales en el aprendizaje y aplicación de conceptos matemáticos, incluyendo el modelado, la resolución de problemas y la interpretación de resultados.
6. **Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM):** Parte del MTSK que se refiere a la comprensión profunda de la organización y relaciones de los conceptos matemáticos.
7. **Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM):** Relacionado con el dominio y aplicación de procesos matemáticos en situaciones de enseñanza.
8. **Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK):** Marco teórico que describe el conocimiento especializado necesario para la enseñanza de matemáticas, diferenciando entre conocimiento matemático y conocimiento pedagógico.
9. **Constructivismo:** Enfoque pedagógico que promueve el aprendizaje activo mediante la construcción del conocimiento, fundamentado en teorías de Piaget y Vygotsky.
10. **Contrato Didáctico:** Conjunto de normas implícitas y expectativas mutuas entre el docente y el estudiante sobre la dinámica de enseñanza y aprendizaje en el aula.
11. **Didáctica de las Matemáticas:** Campo de estudio que examina los métodos y procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, explorando cómo se organiza y transmite este conocimiento en el contexto educativo.
12. **Educación Matemática:** Disciplina dedicada a la comprensión de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
13. **Estrategia didáctica:** Conjunto de métodos, técnicas y actividades diseñadas para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje.
14. **Estudio de caso:** Método de investigación en profundidad que permite el análisis detallado de un contexto, evento o grupo específico.
15. **Evaluación formativa:** Proceso de evaluación que proporciona retroalimentación continua, permitiendo ajustar la enseñanza y mejorar el aprendizaje..
16. **Evaluación PLANEA:** Prueba nacional que mide los aprendizajes y habilidades de los estudiantes en México, en áreas como matemáticas y lenguaje.
17. **Globalización e Internacionalización en la Educación Superior:** Procesos mediante los cuales las universidades se integran a nivel global, promoviendo el intercambio estudiantil y la cooperación académica.
18. **Instituciones de Educación Superior (IES):** Entidades educativas que ofrecen programas de estudios de nivel superior.
19. **Internacionalización de la Educación Superior:** Proceso de integración de universidades en redes globales para mejorar la calidad y relevancia de sus programas.
20. **Investigación-acción:** Metodología de investigación en la que se combina la acción y la reflexión crítica, permitiendo que los investigadores y los participantes colaboren para mejorar prácticas o resolver problemas.
21. **Ley General de Educación (LGE):** Norma que establece los lineamientos y objetivos de la educación en México.
22. **Metodologías activas:** Enfoques pedagógicos que promueven la participación activa de los estudiantes en el aprendizaje, incluyendo técnicas como el aprendizaje basado en problemas.
23. **Modelo Educativo basado en Competencias:** Enfoque que prioriza el desarrollo de habilidades prácticas y aplicables a situaciones de la vida real.
24. **Modelo educativo:** Marco estructurado de principios, normas y metodologías aplicadas en una institución educativa para guiar la enseñanza.

25. **Modelos matemáticos:** Representaciones teóricas que ayudan a analizar y resolver problemas reales usando conceptos matemáticos.
26. **Muestreo intencional:** Selección de participantes que cumplen con características específicas relevantes para el estudio, en lugar de una muestra aleatoria.
27. **Nuevo Modelo Educativo (NME):** Política educativa que busca mejorar la calidad de la educación en México, enfocada en el desarrollo integral de los estudiantes.
28. **Obstáculo Epistemológico:** Dificultades cognitivas y conceptuales que los estudiantes encuentran al aprender conceptos matemáticos específicos y que requieren superar para lograr una comprensión profunda.
29. **PISA:** Evaluación internacional que mide las competencias de los estudiantes en lectura, matemáticas y ciencias.
30. **Praxeología:** Concepto de la TAD que define las estructuras básicas de cualquier actividad humana, incluyendo la actividad matemática, compuesta por tareas, técnicas, tecnologías y teorías.
31. **Problem-Based Learning (PBL):** Método de enseñanza que utiliza problemas del mundo real para promover el aprendizaje activo y autónomo en los estudiantes.
32. **Recorridos de Estudio e Investigación (REI):** Estrategias de enseñanza y aprendizaje en las que estudiantes y profesores exploran problemas y conceptos matemáticos en profundidad.
33. **Resolución de problemas:** Capacidad de aplicar conocimientos matemáticos para identificar, plantear y resolver problemas en diferentes contextos.
34. **Saturación teórica:** Punto en la investigación cualitativa donde la recolección de nuevos datos ya no aporta información adicional o novedosa.
35. **Situación A-didáctica:** Estrategia en la que el estudiante debe resolver un problema por sí mismo, simulando el trabajo en un ambiente autónomo similar a una comunidad científica.
36. **Subsistema de Centros Escolares:** Modalidad educativa en Puebla que integra niveles educativos básicos y medio superior en una sola institución pública.
37. **Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC):** Herramientas y recursos digitales utilizados para mejorar la enseñanza y el aprendizaje.
38. **Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD):** Teoría de Yves Chevallard que se centra en la transformación del conocimiento matemático para su enseñanza, abordando la adaptación del conocimiento científico a formatos accesibles para los estudiantes.
39. **Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD):** Propuesta de Guy Brousseau que examina la interacción entre profesor, estudiante y contenido matemático en situaciones específicas de aprendizaje, promoviendo la autonomía del estudiante.
40. **Transcripción:** Proceso de convertir grabaciones de audio en texto para facilitar el análisis de contenido en investigaciones cualitativas.
41. **Transposición Didáctica:** Proceso de adaptación del conocimiento matemático científico en contenidos accesibles y comprensibles para los estudiantes en el contexto escolar.
42. **Triangulación:** Técnica de investigación cualitativa que combina múltiples métodos o fuentes de datos para validar los hallazgos y asegurar su precisión.
43. **Triángulo rojo:** Zona en el estado de Puebla con alta incidencia de robo de combustible y otros problemas de seguridad que afectan la vida comunitaria.

Introducción.

En la historia de la educación la enseñanza de las matemáticas ha sido un tema de debate y evolución constante. Por ejemplo, desde la antigüedad, se creía que enseñarlas era más un arte que una ciencia, la cual

dependía en gran medida de la habilidad del maestro para transmitir los conocimientos y de la capacidad de los estudiantes para absorberlos (Smith, 2020). Mientras tanto la Edad Media se vio influenciada en gran medida por la filosofía escolástica y la teología cristiana. Sin embargo, con el Renacimiento hubo un resurgimiento del interés en las matemáticas y una mayor atención a su enseñanza, en especial con la introducción de nuevos conceptos y métodos por parte de matemáticos como Descartes y Newton (Brown, 2015).

Sin embargo, la noción antes expuesta ha cambiado significativamente a lo largo del tiempo, porque en los siglos XIX y XX la enseñanza de las matemáticas experimentó cambios significativos con el surgimiento de nuevos enfoques pedagógicos y teorías educativas (Miller, 2017). Como ocurrió con la introducción de la psicología educativa y la investigación en el aprendizaje humano que llevó a un mayor énfasis en la comprensión de cómo aprenden los estudiantes y cómo se pueden mejorar los métodos de enseñanza (Davis y Johnson, 2019). Con el tiempo, la enseñanza de las matemáticas se convirtió en un campo especializado en sí mismo, con el surgimiento de la didáctica de las matemáticas como una disciplina académica (Anderson, 2021). Esta es un campo especializado que se ocupa de la teoría y la práctica de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, y ha contribuido significativamente al desarrollo de estrategias y metodologías efectivas para enseñar esta disciplina, especialmente con su surgimiento como un campo de estudio especializado. Ha logrado establecer una perspectiva que va en contra del paradigma, y también considera el aprendizaje en general y el aprendizaje de las matemáticas como un caso específico, “como un proceso psico-cognitivo fuertemente influenciado por factores motivacionales, afectivos y sociales” (Gazcon, 1998, p.3).

La enseñanza de las matemáticas en el nivel de bachillerato es una tarea compleja que requiere un profundo conocimiento de la disciplina y habilidades pedagógicas efectivas por parte del profesorado (García, 2012; Pérez et al., 2014). A pesar de los avances en la didáctica de las matemáticas, la enseñanza de esta disciplina en el nivel de bachillerato sigue enfrentando diversos desafíos. Uno de los desafíos más significativos es la falta de formación en didáctica de las matemáticas entre el profesorado que imparte estas materias. Muchos docentes carecen de una formación específica en este campo y pueden centrarse en los contenidos matemáticos, descuidando aspectos fundamentales de la pedagogía y la enseñanza de esta disciplina (Díaz, 2020), muchos docentes enfrentan desafíos relacionados con la falta de formación en didáctica de las matemáticas, la escasa actualización en metodologías de enseñanza y la tendencia a repetir patrones de enseñanza obsoletos (Martínez, 2016; Torres et al., 2017).

La falta de actualización docente y la presión por cubrir el programa pueden influir en la adopción de prácticas docentes tradicionales y poco efectivas. Muchos profesores de matemáticas tienden a repetir los mismos patrones de enseñanza que experimentaron cuando eran estudiantes. Esto se debe en parte a la falta de formación en didáctica de las matemáticas y a la escasa actualización en metodologías de enseñanza, pero también puede estar influenciado por factores como la tradición educativa y la cultura institucional de las escuelas (García, 2012; Pérez et al., 2014). La primera es un problema recurrente en la enseñanza de las matemáticas. A pesar de que la disciplina está en constante evolución, con nuevos enfoques, estrategias y métodos de enseñanza, muchos profesores no tienen acceso a programas de desarrollo profesional o a recursos actualizados que les permitan estar al tanto de los avances en la didáctica de las matemáticas y actualizar sus prácticas educativas en consecuencia (Díaz, 2020). Esto puede conducir al uso de métodos tradicionales poco efectivos, lo que dificulta el aprendizaje y la comprensión de los estudiantes (Sáenz, 2014).

La escasa formación en didáctica de las matemáticas entre el profesorado que imparte estas materias en el bachillerato es un problema significativo. La mayoría de los cursos de formación son de corta duración y no proporcionan los conocimientos necesarios para mejorar la práctica docente, generalmente de carácter obligatorio, cursos de formación donde algún experto brinda conocimientos específicos que el profesorado recibe, con actividades mínimas reduce la posibilidad de asimilar estos conocimientos para hacerlos suyos y así poder emplearlo en el aula, como consecuencia la práctica profesional está basada en la experiencia propia y en el contacto que tiene con los compañeros sobre las experiencias “exitosas” de estos. Además, la falta de tiempo para actividades de formación continua debido a las altas cargas de trabajo y responsabilidades administrativas contribuye a esta situación (Sáenz, 2014).

La carencia de formación en didáctica de las matemáticas puede tener diversas consecuencias negativas en el proceso educativo. Por un lado, los profesores pueden tener dificultades para seleccionar y diseñar actividades de aprendizaje que sean adecuadas para las necesidades y niveles de los estudiantes. Además, pueden carecer de estrategias efectivas para fomentar la participación de los estudiantes, promover el razonamiento matemático y abordar las dificultades de aprendizaje de manera adecuada (Gómez et al., 2019). Los profesores tienden a enseñar de la manera en que fueron enseñados, utilizando estrategias y métodos que les resultan familiares y cómodos. Sin embargo, esto puede perpetuar prácticas educativas obsoletas y poco efectivas que no se alinean con las necesidades y características de los estudiantes actuales. Además, puede dificultar la implementación de enfoques pedagógicos innovadores que podrían mejorar significativamente el aprendizaje de las matemáticas en el nivel de bachillerato (Martínez, 2016; Torres et al., 2017). Se utilizan estrategias y métodos de enseñanza que se aprendieron cuando fueron empleados con

ellos en su experiencia como alumnos, y que piensan que es la manera adecuada por lo que no consideran que sea necesaria una actualización, ni una formación permanente para mejorar su práctica docente (Sáenz, 2014).

Esta insuficiencia de actualización en metodologías de enseñanza puede llevar a los profesores a seguir utilizando métodos tradicionales y poco efectivos en el aula. Por ejemplo, pueden centrarse en la transmisión de conocimientos de manera pasiva, utilizando principalmente la exposición oral y la resolución de ejercicios repetitivos. Esto puede resultar en un aprendizaje superficial y memorístico por parte de los estudiantes, en lugar de fomentar un entendimiento profundo y significativo de los conceptos matemáticos (Gómez et al., 2019). También, el profesorado dispone de poco tiempo para actividades de formación continua debido a que, en su mayoría, tiene un alto número de horas de clase que pasa frente al grupo, así como la carga administrativa que se requiere. "Los tiempos limitados en el aula y la presión por cubrir el programa influyen en la adopción de prácticas docentes tradicionales." (Lebrija, et al, 2010)

Además de la pobre formación inicial en didáctica de las matemáticas, otro problema significativo es la escasa actualización en metodologías de enseñanza por parte del profesorado. La enseñanza de las matemáticas está en constante evolución, con nuevos enfoques, estrategias y tecnologías que buscan mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, muchos profesores pueden carecer de acceso a programas de desarrollo profesional que les permitan estar al tanto de estos avances y actualizar sus prácticas educativas en consecuencia (Díaz, 2020).

El pensamiento del profesorado de matemáticas, que abarca su conocimiento del campo, comprensión de los procesos de enseñanza-aprendizaje y experiencia en la práctica docente, es el foco central de este estudio. Este conjunto de conocimientos "profesionales" requiere una base multidisciplinaria que abarque desde la epistemología de las matemáticas hasta la psicología educativa y la sociología (Martínez, 2016). Algunos profesores pueden tener una sólida formación en matemáticas y una comprensión profunda de los conceptos, mientras que otros pueden carecer de una base sólida en la disciplina o no estar familiarizados con los enfoques pedagógicos más efectivos. Esta heterogeneidad dificulta la implementación de prácticas docentes coherentes y consistentes, lo que puede llevar a una enseñanza fragmentada (García, 2012; Pérez et al., 2014).

Además, la heterogeneidad del profesorado plantea desafíos adicionales en la enseñanza de las matemáticas. La diversidad de perfiles docentes, con diferentes formaciones académicas, niveles de experiencia y conocimientos matemáticos, puede generar disparidades en la calidad de la enseñanza. Esto dificulta la

implementación de prácticas docentes coherentes y consistentes, lo que puede llevar a una enseñanza fragmentada y poco efectiva (Torres et al., 2017). Para abordar esta situación, es crucial considerar dos enfoques clásicos en la didáctica de las matemáticas. El primero se centra en el aprendizaje del estudiante, basado en el concepto de "aprendizaje significativo" de Ausubel (1968), mientras que el segundo enfatiza el papel del maestro en el proceso educativo. Ambos enfoques plantean la pregunta fundamental sobre qué conocimientos debe poseer un profesor para facilitar un aprendizaje efectivo de los estudiantes (Gil et al., 1991).

El objetivo principal del primer enfoque es el conocimiento de las matemáticas del estudiante y su evolución. El enfoque alternativo se enfoca en la labor del maestro, aunque también comparte el interés por el aprendizaje de los estudiantes. Por lo tanto, la cuestión educativa se amplía al incluir temas relacionados con el maestro y su formación profesional. De manera natural surge la pregunta: “¿Qué conocimientos (en el sentido amplio de saber y saber hacer) debe tener el profesor para favorecer un aprendizaje efectivo de los alumnos?” (Gil et. al, 1991). Para lograr una enseñanza efectiva, es crucial que el profesorado reciba una formación continua en didáctica de las matemáticas. Esta formación debe ser vista como un proceso de actualización permanente que permita a los docentes adaptar sus prácticas educativas al contexto en el que trabajan. Además, es fundamental desarrollar estrategias didácticas que estimulen a los estudiantes y promuevan el aprendizaje significativo de las matemáticas (Camargo, 2004).

Entonces, si buscamos una enseñanza eficaz, el profesorado necesita una actualización en diversos ámbitos, entre ellos en didáctica de las matemáticas, por ello es necesario docentes profesores que logren desarrollar estrategias que permitan estimular a sus estudiantes para que alcancen los proporciona a los docentes una formación más completa y especializada, que les permite abordar de manera efectiva las diversas dimensiones del conocimiento matemático (Chevallard, 1999; Ball et al., 2008).

Antecedentes del tema

En el panorama educativo actual, el desarrollo de competencias docentes ha adquirido una relevancia crucial para garantizar una educación de calidad y promover el aprendizaje significativo de los estudiantes. Las competencias docentes son un conjunto multidimensional de conocimientos, habilidades, actitudes y valores que los profesores deben poseer para desempeñar su labor de manera efectiva y adaptarse a los desafíos emergentes en el ámbito educativo (Godino et al., 2015). En particular, el área de las matemáticas en el nivel de bachillerato presenta retos singulares que requieren de estrategias didácticas específicas para fortalecer las competencias de los docentes.

Uno de los principales desafíos en la enseñanza de las matemáticas a nivel bachillerato radica en la naturaleza abstracta y compleja de los contenidos. Los conceptos matemáticos pueden resultar difíciles de comprender para los estudiantes, generando desmotivación, rechazo y dificultades en el aprendizaje. Además, es común que los estudiantes perciban las matemáticas como una disciplina desconectada de la realidad y con poca aplicabilidad práctica, lo que puede afectar su interés y compromiso con el aprendizaje (Godino et al., 2015). En este contexto, el papel del docente es crucial para facilitar la comprensión de los conceptos, promover el pensamiento crítico y la resolución de problemas, y vincular los contenidos matemáticos con situaciones reales y relevantes para los estudiantes.

Las estrategias didácticas son herramientas fundamentales que permiten a los docentes adaptar los contenidos y metodologías de enseñanza a las necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes. Estas estrategias deben diseñarse y aplicarse de manera sistemática y coherente, con el objetivo de desarrollar las competencias docentes necesarias para la enseñanza efectiva de las matemáticas en el nivel de bachillerato. Además, es importante que estas estrategias fomenten un enfoque centrado en el estudiante, promuevan el aprendizaje activo y significativo, y contribuyan al desarrollo de habilidades transversales como la comunicación, el trabajo colaborativo y la resolución de problemas (Hernández et al., 2021).

El desarrollo de competencias docentes en el área de matemáticas ha sido objeto de numerosos estudios e investigaciones a lo largo de los años, tanto a nivel internacional como nacional. Diversos organismos internacionales, como la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO) y la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), han destacado la importancia de fortalecer las competencias del profesorado como un factor clave para mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje en todos los niveles educativos.

En el caso específico de las matemáticas, varias investigaciones han evidenciado la necesidad de implementar estrategias didácticas innovadoras para abordar los desafíos que enfrentan los docentes en esta área. Por ejemplo, el Estudio Internacional sobre la Enseñanza y el Aprendizaje (TALIS, por sus siglas en inglés), llevado a cabo por la OCDE, ha revelado que los profesores de matemáticas a menudo carecen de las habilidades necesarias para utilizar enfoques pedagógicos efectivos y adaptarse a las necesidades de los estudiantes (OCDE, 2019). Este estudio también ha destacado la importancia de la formación continua y el desarrollo profesional docente para mejorar las competencias del profesorado en áreas como la planificación, la evaluación, el uso de recursos tecnológicos y la creación de entornos de aprendizaje inclusivos. Asimismo, el Informe de Seguimiento de la Educación en el Mundo de la UNESCO (2016) ha evidenciado la necesidad de fortalecer la formación inicial y continua de los docentes de matemáticas, con

el fin de desarrollar sus competencias en áreas como la planificación curricular, la evaluación formativa y sumativa, el uso de recursos tecnológicos y la creación de entornos de aprendizaje inclusivos. Este informe también ha resaltado la importancia de promover la investigación y la reflexión sobre la práctica docente, con el objetivo de generar conocimientos y estrategias más efectivas para la enseñanza de las matemáticas.

En el ámbito nacional, diversas investigaciones y propuestas educativas han abordado el tema de las competencias docentes en matemáticas. Por ejemplo, el Proyecto de Desarrollo Profesional Docente para la Enseñanza de las Matemáticas (PRONADEM), impulsado por la Secretaría de Educación Pública (SEP), ha buscado fortalecer las competencias de los profesores de matemáticas a través de programas de formación continua, acompañamiento en el aula y la promoción de comunidades de aprendizaje (SEP, 2018). Este proyecto ha sido desarrollado en colaboración con instituciones de educación superior y organizaciones especializadas en la enseñanza de las matemáticas, con el objetivo de brindar a los docentes herramientas y estrategias actualizadas para mejorar su práctica pedagógica.

Otro referente importante es el Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (MEPEO), el cual establece un conjunto de competencias docentes que deben desarrollarse en los profesores de todos los niveles educativos, incluyendo el bachillerato. Entre estas competencias se encuentran: el dominio de los contenidos disciplinares, las habilidades didácticas, la capacidad de evaluación, el trabajo colaborativo, la formación continua y la investigación en el aula (SEP, 2017). Este modelo enfatiza la importancia de adoptar enfoques centrados en el estudiante, promover el aprendizaje significativo y el desarrollo de habilidades del siglo XXI, como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la comunicación efectiva.

Podemos entender que la Enseñanza de las Matemáticas se refiere al proceso educativo mediante el cual se transmiten conocimientos y habilidades matemáticas. Este proceso abarca desde la instrucción de conceptos básicos hasta la aplicación de teorías avanzadas, con el objetivo de desarrollar la capacidad de los estudiantes para pensar críticamente y resolver problemas. La Matemática Educativa es una disciplina que estudia cómo se enseñan y aprenden las matemáticas. Involucra la investigación y el análisis de métodos pedagógicos, currículos, y el desarrollo de materiales didácticos, con el objetivo de mejorar la efectividad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Godino et al., 2015). Y finalmente que la Didáctica de las Matemáticas es el área de estudio dentro de la matemática educativa que se enfoca en los métodos y estrategias específicos para enseñar matemáticas. Incluye el diseño y la implementación de actividades, recursos y evaluaciones que faciliten la comprensión y el dominio de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes (Godino et al., 2015). A lo largo de la historia, la enseñanza de las matemáticas ha experimentado una notable evolución, pasando de métodos tradicionales basados principalmente en la memorización de fórmulas y

procedimientos hacia enfoques más dinámicos y centrados en el estudiante. Esta transformación refleja una progresiva comprensión de cómo los estudiantes aprenden y de la importancia de desarrollar competencias matemáticas profundas y transferibles (Freudenthal, 1991; Kilpatrick et al., 2001).

En los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas, el enfoque predominante era la transmisión directa de conocimientos desde el docente al estudiante. Este modelo se fundamentaba en la creencia de que la educación era principalmente un proceso de transferencia de información. Los estudiantes eran considerados receptores pasivos del conocimiento, y se esperaba que memorizaran fórmulas, definiciones y procedimientos para aplicarlos en problemas específicos (Freudenthal, 1991). El objetivo principal de este enfoque era la precisión y la exactitud en la reproducción de conocimientos matemáticos. Las evaluaciones se centran en la capacidad de los estudiantes para recordar y aplicar fórmulas y algoritmos de manera correcta, con menos atención a la comprensión conceptual o a la capacidad de resolver problemas novedosos (Kilpatrick, Swafford, y Findell, 2001).

A partir del siglo XX, influenciado por avances en la psicología educativa y teorías del aprendizaje, comenzó a surgir una crítica hacia los métodos tradicionales. Investigadores y educadores empezaron a reconocer que la comprensión matemática profunda requiere más que la memorización de hechos y procedimientos; implica también el desarrollo de habilidades para el razonamiento, la resolución de problemas y la aplicación de conceptos en diversos contextos (Bruner, 1966; Piaget, 1970), educadores como John Dewey introdujeron enfoques experienciales, enfatizando la importancia del aprendizaje activo (Dewey, 1938).

La transición hacia enfoques más dinámicos y centrados en el estudiante se basa en varias teorías y prácticas educativas innovadoras. Las teorías constructivistas de Jean Piaget y Lev Vygotsky resaltaron la construcción activa del conocimiento y el papel del contexto social en el aprendizaje, influyendo significativamente en la didáctica de las matemáticas (Dewey, 1938; Piaget, 1952; Vygotsky, 1978), enfatizan que los estudiantes construyen activamente su propio conocimiento a través de la interacción con el entorno y la resolución de problemas reales (Piaget, 1970; Vygotsky, 1978). En el aula, esto se traduce en actividades que promueven la exploración, el descubrimiento y la discusión entre estudiantes. Además, la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) desarrollada por Yves Chevallard ha influido significativamente en la didáctica de las matemáticas. La TAD considera las prácticas de enseñanza y aprendizaje como fenómenos sociales y culturales, analizando cómo se transponen los conocimientos matemáticos de su forma académica a una forma enseñable en el aula (Chevallard, 1999).

En la actualidad, uno de los enfoques más avanzados en la didáctica de las matemáticas es el concepto de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), desarrollado por Deborah Ball y sus colaboradores. Este enfoque reconoce que enseñar matemáticas efectivamente requiere un conocimiento profundo y especializado que integra el contenido matemático con conocimientos pedagógicos y didácticos (Ball, Thames, y Phelps, 2008). Este aboga por una formación docente que no solo profundice en el contenido matemático, sino que también desarrolle habilidades pedagógicas específicas para enseñar ese contenido de manera efectiva. Esto incluye el conocimiento de cómo presentar conceptos matemáticos de manera accesible, cómo diagnosticar y abordar malentendidos, y cómo fomentar un ambiente de aula que apoye el aprendizaje matemático activo y colaborativo (Ball et al., 2008).

El enfoque en competencias matemáticas también se ha integrado en los currículos contemporáneos, como lo evidencian iniciativas como el Common Core State Standards en los Estados Unidos y el Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) de la OCDE. Estos programas promueven una visión holística de la educación matemática que valora tanto el conocimiento conceptual como la capacidad de aplicar habilidades matemáticas en contextos del mundo real.

Por otro lado, la tecnología ha jugado un papel crucial en la modernización de la enseñanza de las matemáticas. Herramientas como calculadoras gráficas, software de geometría dinámica y plataformas de aprendizaje en línea han transformado las posibilidades de enseñanza y aprendizaje, permitiendo una exploración más interactiva y visual de conceptos matemáticos complejos.

La enseñanza de las matemáticas ha recorrido un largo camino, desde métodos tradicionales centrados en la memorización y la transmisión de conocimientos hasta enfoques modernos que valoran el aprendizaje activo, la comprensión conceptual y el desarrollo de competencias transferibles. La didáctica de las matemáticas sigue evolucionando, adaptándose a los avances en la investigación educativa y a las demandas cambiantes de la sociedad, con el objetivo de preparar a los estudiantes para enfrentar los desafíos del mundo moderno con habilidades matemáticas sólidas y versátiles.

La evolución de las estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas refleja un cambio fundamental desde un enfoque de transmisión directa hacia métodos más interactivos y centrados en el estudiante. Este cambio ha sido impulsado por una comprensión más profunda de cómo los estudiantes aprenden y la necesidad de desarrollar competencias matemáticas que sean aplicables en una variedad de contextos. Al integrar teorías contemporáneas y enfoques pedagógicos innovadores, la enseñanza de las matemáticas continúa evolucionando para preparar mejor a los estudiantes para los desafíos del mundo moderno. El nivel

de bachillerato presenta retos particulares debido a la complejidad y abstracción de los contenidos matemáticos. Los estudiantes se enfrentan a conceptos avanzados que requieren habilidades de pensamiento abstracto y resolución de problemas. Algunos de los desafíos incluyen la Naturaleza Abstracta de los Contenidos, en temas como el cálculo y la trigonometría pueden parecer desconectados de la realidad cotidiana, generando desmotivación, la Falta de Conexión con la Realidad, debido a que la percepción de que las matemáticas son teóricas y poco prácticas afecta el interés de los estudiantes (Godino et al., 2015), la Desigualdad en la Preparación Matemática, ya que los diferentes niveles de preparación en matemáticas entre los estudiantes complican la enseñanza uniforme y las Actitudes Negativas hacia las Matemáticas porque las experiencias pasadas de fracaso o ansiedad pueden influir negativamente en la disposición de los estudiantes para aprender (Hembree, 1990).

Importancia de Competencias Matemáticas Clave

En la educación matemática, es imprescindible que los estudiantes dominen tres competencias clave para alcanzar una comprensión profunda y aplicable de los conceptos matemáticos. Estas competencias no solo facilitan el aprendizaje de las matemáticas, sino que también son fundamentales para la resolución de problemas en contextos diversos y complejos. Construir e Interpretar Modelos Matemáticos. La habilidad para construir e interpretar modelos matemáticos es crucial para la comprensión y el análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales. Esta competencia permite a los estudiantes aplicar procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales de manera efectiva. A través de la construcción de modelos, los estudiantes pueden representar fenómenos complejos y realizar simulaciones que les ayuden a tomar decisiones informadas. Según Blum y Leiß (2007), la modelización matemática es esencial para desarrollar una visión holística y aplicada de las matemáticas, lo que facilita la conexión entre teoría y práctica en diversos campos del conocimiento.

Formular y Resolver Problemas Matemáticos. Desarrollar la capacidad para formular y resolver problemas matemáticos es esencial para diversificar y mejorar la efectividad de los enfoques pedagógicos. Esta competencia fomenta el pensamiento crítico y la creatividad, permitiendo a los estudiantes abordar desafíos de manera innovadora. Hiebert et al. (1996) sostienen que la resolución de problemas debe ser un componente central en la enseñanza de las matemáticas, ya que promueve habilidades de pensamiento analítico y adaptable. La habilidad de formular problemas no solo implica reconocer situaciones problemáticas, sino también seleccionar y aplicar estrategias matemáticas adecuadas para encontrar soluciones viables.

Explicación e Interpretación de Resultados Matemáticos. La capacidad de explicar e interpretar resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales es fundamental para validar y aplicar los conocimientos adquiridos. Esta competencia asegura que los estudiantes no solo realicen cálculos correctos, sino que también comprendan el significado y la implicación de sus resultados. Ball, Thames y Phelps (2008) destacan que la interpretación de resultados es una habilidad crítica para el desarrollo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, ya que permite a los docentes guiar a los estudiantes en la comprensión profunda de los conceptos y en la aplicación práctica de estos. Por lo que, dominar las competencias de construir e interpretar modelos matemáticos, formular y resolver problemas matemáticos, y explicar e interpretar resultados matemáticos es indispensable para el aprendizaje eficaz de las matemáticas. Estas habilidades no solo mejoran la capacidad de los estudiantes para comprender y aplicar conceptos matemáticos, sino que también fomentan el pensamiento crítico, la creatividad y la capacidad de tomar decisiones informadas en diversos contextos. Por lo tanto, es fundamental que los currículos educativos y las prácticas pedagógicas se diseñen para desarrollar estas competencias clave de manera integral y efectiva.

Competencias Docentes en la Enseñanza de Matemáticas

Las competencias docentes son esenciales para enfrentar los desafíos de la enseñanza de las matemáticas y mejorar la calidad educativa, el desarrollo de estas, en el área de matemáticas de bachillerato es un desafío que requiere de estrategias didácticas innovadoras y efectivas. Las estrategias presentadas en este documento, como la formación continua, el trabajo colaborativo, la incorporación de recursos tecnológicos, las metodologías centradas en el estudiante y la investigación en el aula, representan alternativas que pueden contribuir significativamente al fortalecimiento de las competencias de los profesores de matemáticas en este nivel educativo (Hernández et al., 2021). La implementación de estas estrategias no solo beneficiará a los docentes, sino que también tendrá un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes, quienes podrán adquirir los conocimientos, habilidades y actitudes necesarias para enfrentar los desafíos del mundo actual y futuro. Además, un profesorado competente y comprometido con su desarrollo profesional contribuirá a mejorar la calidad de la educación matemática y a promover una formación integral en los estudiantes de bachillerato. Es fundamental que las instituciones educativas, las autoridades educativas y los propios docentes reconozcan la importancia de invertir en el desarrollo de competencias docentes en matemáticas y brinden los recursos y el apoyo necesarios para implementar estas estrategias de manera efectiva y sostenible. Asimismo, es esencial fomentar una cultura de colaboración, investigación y reflexión en el ámbito educativo, donde los docentes sean vistos como profesionales en constante aprendizaje y mejora continua (Borko, 2004).

En última instancia, el objetivo principal es mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en el bachillerato, promoviendo un aprendizaje significativo y duradero en los estudiantes, lo cual contribuirá a su formación integral y a su preparación para afrontar los retos de la sociedad del conocimiento. Una educación matemática de calidad es fundamental para el desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la toma de decisiones informadas, competencias esenciales para el éxito académico, profesional y personal de los estudiantes. Las competencias clave incluyen diversos aspectos, de los cuales podemos resaltar el Conocimiento Disciplinar, que implica un dominio profundo de los contenidos matemáticos y la capacidad de hacer conexiones entre diferentes conceptos y su aplicación práctica (Hill et al., 2008). Las Competencias Pedagógicas son habilidades para diseñar y aplicar estrategias didácticas efectivas, evaluar el aprendizaje y utilizar recursos tecnológicos (Hernández et al., 2021). Las Competencias Didácticas son una adaptación de métodos de enseñanza a las necesidades y estilos de aprendizaje de los estudiantes, promoviendo el aprendizaje activo y significativo (Vangrieken et al., 2015). Y finalmente, las Actitudes y Valores, los cuales incluyen un Compromiso con la formación continua, y reflexión sobre la práctica docente y apertura a la innovación (Borko, 2004).

Investigaciones y Propuestas Educativas Internacionales

Organismos internacionales como la OCDE y la UNESCO han subrayado la importancia de fortalecer las competencias docentes para mejorar la educación matemática. Estudios como el TALIS y el Informe de Seguimiento de la Educación en el Mundo resaltan la necesidad de formación continua y específica para los docentes de matemáticas (OCDE, 2019; UNESCO, 2016).

En el ámbito nacional, varias iniciativas buscan mejorar las competencias de los docentes de matemáticas: El Proyecto de Desarrollo Profesional Docente para la Enseñanza de las Matemáticas (PRONADEM): Fortalece las competencias de los profesores mediante programas de formación continua y acompañamiento en el aula (SEP, 2018). El Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (MEPEO): Establece competencias docentes necesarias, incluyendo dominio disciplinar, habilidades didácticas y capacidad de evaluación (SEP, 2017).

Las Estrategias Didácticas para el Desarrollo de Competencias Docentes en Matemáticas

Implementar estrategias didácticas efectivas es fundamental para desarrollar competencias docentes en matemáticas. De tal manera, podemos entender que la enseñanza de las matemáticas se refiere al proceso educativo mediante el cual se transmiten conocimientos y habilidades matemáticas. Este proceso abarca desde la instrucción de conceptos básicos hasta la aplicación de teorías avanzadas, con el objetivo de desarrollar la capacidad de los estudiantes para pensar críticamente y resolver problemas (Godino et al.,

2015). La matemática educativa es una disciplina que estudia cómo se enseñan y aprenden las matemáticas. Involucra la investigación y el análisis de métodos pedagógicos, currículos, y el desarrollo de materiales didácticos, con el objetivo de mejorar la efectividad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Godino et al., 2015).

Y finalmente, la didáctica de las matemáticas es el área de estudio dentro de la matemática educativa que se enfoca en los métodos y estrategias específicos para enseñar matemáticas. Incluye el diseño y la implementación de actividades, recursos y evaluaciones que faciliten la comprensión y el dominio de conceptos matemáticos por parte de los estudiantes (Godino et al., 2015).

A lo largo de la historia, la enseñanza de las matemáticas ha experimentado una notable evolución, pasando de métodos tradicionales basados principalmente en la memorización de fórmulas y procedimientos hacia enfoques más dinámicos y centrados en el estudiante. Esta transformación refleja una progresiva comprensión de cómo los estudiantes aprenden y de la importancia de desarrollar competencias matemáticas profundas y transferibles (Freudenthal, 1991; Kilpatrick et al., 2001).

A partir del siglo XX, influenciado por avances en la psicología educativa y teorías del aprendizaje, comenzó a surgir una crítica hacia los métodos tradicionales. Investigadores y educadores empezaron a reconocer que la comprensión matemática profunda requiere más que la memorización de hechos y procedimientos; implica también el desarrollo de habilidades para el razonamiento, la resolución de problemas y la aplicación de conceptos en diversos contextos (Bruner, 1966; Piaget, 1970), educadores como John Dewey introdujeron enfoques experienciales, enfatizando la importancia del aprendizaje activo.

La transición hacia enfoques más dinámicos y centrados en el estudiante se basa en varias teorías y prácticas educativas innovadoras. Las teorías constructivistas de Jean Piaget y Lev Vygotsky resaltaron la construcción activa del conocimiento y el papel del contexto social en el aprendizaje, influyendo significativamente en la didáctica de las matemáticas (Dewey, 1938; Piaget, 1952; Vygotsky, 1978), enfatizan que los estudiantes construyen activamente su propio conocimiento a través de la interacción con el entorno y la resolución de problemas reales (Piaget, 1970; Vygotsky, 1978). En el aula, esto se traduce en actividades que promueven la exploración, el descubrimiento y la discusión entre estudiantes. Además, la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) desarrollada por Yves Chevallard ha influido significativamente en la didáctica de las matemáticas. La TAD considera las prácticas de enseñanza y aprendizaje como fenómenos sociales y culturales, analizando cómo se transponen los conocimientos matemáticos de su forma académica a una forma enseñable en el aula (Chevallard, 1999).

En la actualidad, uno de los enfoques más avanzados en la didáctica de las matemáticas es el concepto de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), desarrollado por Deborah Ball y sus colaboradores. Este enfoque reconoce que enseñar matemáticas efectivamente requiere un conocimiento profundo y especializado que integra el contenido matemático con conocimientos pedagógicos y didácticos (Ball et al., 2008).

El MTSK aboga por una formación docente que no solo profundice en el contenido matemático, sino que también desarrolle habilidades pedagógicas específicas para enseñar ese contenido de manera efectiva. Esto incluye el conocimiento de cómo presentar conceptos matemáticos de manera accesible, cómo diagnosticar y abordar malentendidos, y cómo fomentar un ambiente de aula que apoye el aprendizaje matemático activo y colaborativo (Ball et al., 2008).

La evolución de las estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas refleja un cambio fundamental desde un enfoque de transmisión directa hacia métodos más interactivos y centrados en el estudiante. Este cambio ha sido impulsado por una comprensión más profunda de cómo los estudiantes aprenden y la necesidad de desarrollar competencias matemáticas que sean aplicables en una variedad de contextos. Al integrar teorías contemporáneas y enfoques pedagógicos innovadores, la enseñanza de las matemáticas continúa evolucionando para preparar mejor a los estudiantes para los desafíos del mundo moderno (Godino et al., 2015).

Estos antecedentes evidencian la relevancia y la necesidad de implementar estrategias didácticas efectivas para el desarrollo de las competencias docentes en el área de matemáticas de bachillerato, con el fin de mejorar la calidad de la enseñanza y el aprendizaje en este nivel educativo. Además, resaltan la importancia de la formación continua, el trabajo colaborativo, la investigación en el aula y la incorporación de recursos tecnológicos como elementos clave para fortalecer las competencias del profesorado de matemáticas (Hernández et al., 2021).

Planteamiento del problema

En el contexto del Bachillerato del Centro de Estudios de Acatzingo (CEA), la enseñanza de las matemáticas enfrenta desafíos significativos debido a la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado encargado de impartir esta asignatura. Esta diversidad, que abarca áreas como educación normal, ingeniería civil, automotriz, mecánica, eléctrica y matemáticas, brinda una amplia gama de perspectivas sobre las matemáticas y su enseñanza. Sin embargo, esta misma diversidad ha dado lugar a la

ausencia de un estándar en cuanto a las estrategias didácticas empleadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Díaz-Barriga y Hernández, 2010).

Actualmente, se ha observado que algunos docentes optan por métodos tradicionales de corte formalista, rigurosos y abstractos, los cuales se centran en mecanizar procedimientos y resolver ejemplos en el pizarrón sin brindar mayores explicaciones. Estas prácticas favorecen la memorización en detrimento de la reflexión y el pensamiento crítico, además de descontextualizar los contenidos de los intereses y realidades de los estudiantes (Fernández-César et al., 2020). Otros docentes, por su parte, basan su práctica profesional principalmente en la experiencia adquirida, aplicando estrategias didácticas de manera improvisada y experimental (Godino, 2009).

Además de una limitada formación continua debido a la excesiva carga burocrática, así como la necesidad de buscar otro ingreso económico, lo cual limita el tiempo para la profesionalización o actualización docente, también la falta de motivación y el desinterés juegan un papel importante. El desconocimiento o la falta de uso de un plan de clase estructurado por parte del profesorado contribuye a la carencia de un enfoque sistemático en la aplicación de estrategias didácticas efectivas. Sumado a esto, la carga laboral del profesorado, que implica un alto número de horas de clase y tareas administrativas, limita las oportunidades para participar en actividades de formación continua y actualización pedagógica (Martínez-Navarro, 2021). Esto obstaculiza el desarrollo de competencias docentes clave, como el diseño y aplicación de estrategias didácticas innovadoras, la evaluación formativa y el uso de recursos tecnológicos en el aula (García et al., 2018).

Esta situación ha tenido un impacto negativo en los resultados académicos de los estudiantes del Bachillerato del CEA. Un indicador preocupante es el bajo porcentaje de estudiantes que logró aprobar el examen de admisión a la universidad en la generación 2019-2022, lo que limita sus oportunidades de acceso a la educación superior. Además, los resultados obtenidos en la prueba "Planea" muestran un desempeño muy por debajo de la media nacional en el área de matemáticas (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2022), lo que refleja deficiencias en el dominio de competencias matemáticas básicas.

Estos desafíos han tenido un impacto poco favorable en los resultados académicos de los estudiantes del Bachillerato del CEA, reflejados en un bajo porcentaje de aprobación en el examen de admisión a la universidad y un desempeño deficiente en pruebas estandarizadas como "Planea". Estas deficiencias en el dominio de competencias matemáticas básicas se traducen en deserción estudiantil, altos índices de reprobación y pérdida de interés en áreas relacionadas con las matemáticas (INEE, 2022; UNESCO, 2019).

Ante esta situación, surge la necesidad de implementar estrategias didácticas innovadoras y efectivas que permitan desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del CEA. Estas estrategias deben tener en cuenta la diversidad de perfiles académicos y profesionales, así como el contexto institucional (Godino et al., 2011) y los recursos disponibles. Además, es fundamental promover la formación continua del profesorado en áreas específicas como la didáctica de las matemáticas, el uso de tecnologías educativas y la evaluación formativa, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje y, en consecuencia, los resultados académicos de los estudiantes en el área de matemáticas (Rojas y Demuner, 2018). Es importante destacar que esta investigación se realizará con recursos propios y con la colaboración del profesorado de matemáticas del bachillerato del CEA, debido a la falta de apoyo institucional. Por lo tanto, se requiere un enfoque factible y contextualizado que responda a las necesidades y retos específicos de este contexto educativo.

Preguntas de Investigación

¿Cómo puede contribuir una estrategia didáctica al fortalecimiento de las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA), considerando la diversidad de perfiles académicos y profesionales, la falta de un estándar en las estrategias didácticas y la limitada formación continua, para lograr mejoras significativas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

1. ¿Cuáles son las principales dificultades y necesidades del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del CEA en relación con la construcción e interpretación de modelos matemáticos aplicando procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales?
2. ¿Qué estrategias didácticas pueden implementarse en el Bachillerato del CEA para fomentar la formulación y resolución de problemas matemáticos, considerando la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado?
3. ¿Cómo puede una estrategia didáctica diseñada específicamente para el Bachillerato del CEA fortalecer las competencias docentes en la explicación e interpretación de resultados matemáticos, teniendo en cuenta la falta de un estándar didáctico y la diversidad profesional del profesorado?

Objetivos

Objetivo general

Desarrollar una estrategia didáctica innovadora que fortalezca las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA), teniendo en cuenta la diversidad de perfiles académicos y profesionales, la falta de un estándar en las estrategias didácticas y la limitada formación continua, para mejorar la enseñanza de las matemáticas.

Objetivos específicos

1. Identificar las dificultades y necesidades del profesorado de matemáticas en el CEA en relación con la construcción e interpretación de modelos matemáticos aplicando procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales.
2. Proponer estrategias didácticas que fomenten la formulación y resolución de problemas matemáticos en el Bachillerato del CEA, adecuadas a los diferentes perfiles académicos y profesionales del profesorado.
3. Buscar estrategias didácticas que fortalezcan las competencias docentes en la explicación e interpretación de resultados matemáticos, considerando la diversidad del profesorado y la ausencia de un estándar didáctico en el CEA.

Justificación e Importancia del estudio

La enseñanza de las matemáticas en el nivel de bachillerato es una tarea compleja que requiere del desarrollo y fortalecimiento de competencias docentes específicas para abordar de manera efectiva los desafíos inherentes a esta disciplina. En el contexto del Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA), la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado encargado de impartir matemáticas, la falta de un estándar en las estrategias didácticas y la limitada formación continua en este campo, representan barreras significativas para el logro de un aprendizaje significativo por parte de los estudiantes (Díaz-Barriga y Hernández, 2010; Fernández-César et al., 2020).

La implementación de estrategias didácticas innovadoras y adaptadas a las necesidades específicas del profesorado de matemáticas del CEA es fundamental para mejorar la calidad de la enseñanza y el rendimiento académico de los estudiantes. Esto se sustenta en investigaciones previas que han demostrado la importancia de las competencias docentes en el área de matemáticas para lograr un aprendizaje efectivo y el desarrollo de habilidades clave como la construcción e interpretación de modelos, la formulación y resolución de problemas, y la explicación e interpretación de resultados matemáticos (Ball et al., 2008; Godino et al., 2015).

El fortalecimiento de las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el CEA mediante la aplicación de estrategias didácticas innovadoras contribuirá a superar los desafíos actuales y a mejorar los resultados académicos de los estudiantes, como se evidencia en los bajos porcentajes de aprobación en el examen de admisión a la universidad y en el deficiente desempeño en pruebas estandarizadas como "Planea" (INEE, 2022). Además, esta intervención promoverá el desarrollo de habilidades esenciales para el éxito académico y profesional de los estudiantes, tales como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la comunicación efectiva (Hernández et al., 2021; UNESCO, 2020). La importancia de este estudio radica en su contribución al mejoramiento de la calidad de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de bachillerato, abordando uno de los factores clave: el desarrollo de competencias docentes. Al investigar y desarrollar estrategias didácticas innovadoras, adaptadas a las necesidades específicas del profesorado del CEA, se busca fortalecer las habilidades y conocimientos necesarios para impartir una educación matemática efectiva, promoviendo así el aprendizaje significativo y el desarrollo integral de los estudiantes.

Este estudio responde a los desafíos identificados por organismos internacionales como la OCDE y la UNESCO, quienes han resaltado la necesidad de implementar programas de formación continua y estrategias pedagógicas efectivas para mejorar la enseñanza de las matemáticas (OCDE, 2019; UNESCO, 2016). Además, se enmarca en las iniciativas nacionales como el Proyecto de Desarrollo Profesional Docente para la Enseñanza de las Matemáticas (PRONADEM) y el Modelo Educativo para la Educación Obligatoria (MEPEO), los cuales buscan fortalecer las competencias del profesorado de matemáticas mediante programas de formación y el establecimiento de estándares de competencias docentes (SEP, 2018; SEP, 2017).

La relevancia de este estudio trasciende el ámbito local del CEA, ya que sus hallazgos y propuestas pueden ser adaptados y replicados en otros contextos educativos similares, contribuyendo así a la mejora de la enseñanza de las matemáticas a nivel regional y nacional. Además, al abordar la problemática de la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado, este estudio puede sentar las bases para el desarrollo de estrategias didácticas más inclusivas y adaptadas a las necesidades específicas de cada contexto educativo.

En última instancia, la importancia de este estudio radica en su potencial para promover una educación matemática de calidad, que prepare a los estudiantes para enfrentar los desafíos del siglo XXI y contribuya al desarrollo social y económico de la región. Un mejor dominio de las competencias matemáticas clave por

parte de los estudiantes les brindará mayores oportunidades académicas y profesionales, fomentando así su crecimiento personal y su capacidad para ser ciudadanos informados y responsables.

La importancia de este estudio también se sustenta en su alineación con los objetivos de desarrollo sostenible establecidos por las Naciones Unidas, en particular con el Objetivo 4: Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos (Naciones Unidas, 2015). Al mejorar la enseñanza de las matemáticas y fortalecer las competencias docentes, se contribuye directamente a brindar una educación de calidad y a fomentar oportunidades de aprendizaje para los estudiantes, lo que a su vez tiene un impacto positivo en el desarrollo social y económico de la comunidad. Asimismo, este estudio se enmarca en los principios de la educación basada en competencias, enfoque que ha ganado relevancia en las últimas décadas y que busca formar individuos capaces de aplicar sus conocimientos y habilidades en situaciones reales y complejas (Tobón, 2013). Al enfocarse en el desarrollo de competencias docentes específicas para la enseñanza de las matemáticas, este estudio contribuye a la formación de profesores mejor preparados para impartir una educación matemática contextualizada y significativa para los estudiantes.

En resumen, la importancia de este estudio radica en su potencial para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en el nivel de bachillerato, fortalecer las competencias docentes del profesorado, promover el aprendizaje significativo y el desarrollo integral de los estudiantes, contribuir al logro de los objetivos de desarrollo sostenible y alinearse con los enfoques educativos basados en competencias. Al abordar estos aspectos, se busca impactar positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes, preparándolos para enfrentar los desafíos del mundo actual y futuro.

Alcances y Límites del estudio

El presente estudio tiene como alcance principal el fortalecimiento de las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA), mediante el desarrollo e implementación de estrategias didácticas innovadoras. Estas estrategias estarán diseñadas de manera específica para abordar los desafíos existentes, tales como la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado, la falta de un estándar en las estrategias didácticas utilizadas y la limitada formación continua en el área de didáctica de las matemáticas.

Además, esta investigación busca contribuir al mejoramiento de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el nivel de bachillerato, al promover el desarrollo de competencias clave como la construcción e interpretación de modelos matemáticos, la formulación y resolución de problemas, y la

explicación e interpretación de resultados matemáticos (Ball et al., 2008; Godino et al., 2015). Estas competencias son fundamentales para el éxito académico y profesional de los estudiantes, ya que les permiten aplicar los conocimientos matemáticos en situaciones reales y complejas (Tobón, 2013). Otro alcance significativo es la generación de conocimientos y propuestas que puedan ser adaptadas y replicadas en otros contextos educativos similares, contribuyendo así a la mejora de la enseñanza de las matemáticas a nivel regional y nacional. Asimismo, al abordar la problemática de la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado, este estudio puede sentar las bases para el desarrollo de estrategias didácticas más inclusivas y adaptadas a las necesidades específicas de cada contexto educativo.

Finalmente, este estudio tiene el alcance de contribuir al logro de los objetivos de desarrollo sostenible establecidos por las Naciones Unidas, en particular el Objetivo 4: Garantizar una educación inclusiva, equitativa y de calidad y promover oportunidades de aprendizaje durante toda la vida para todos (Naciones Unidas, 2015). Al mejorar la enseñanza de las matemáticas y fortalecer las competencias docentes, se promueve una educación de calidad y se fomentan oportunidades de aprendizaje para los estudiantes, lo que a su vez tiene un impacto positivo en el desarrollo social y económico de la comunidad.

A pesar de los alcances mencionados, este estudio también enfrenta ciertas limitaciones que es importante considerar. En primer lugar, se enfoca específicamente en el contexto del Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA), por lo que los hallazgos y propuestas generadas pueden requerir adaptaciones para ser aplicadas en otros contextos educativos con características diferentes. Otra limitación es la disponibilidad de recursos y apoyo institucional. Debido a que la investigación se realizará con recursos propios y con la colaboración del profesorado de matemáticas del CEA, puede haber restricciones en cuanto a la implementación y seguimiento de las estrategias didácticas propuestas, así como en la recolección y análisis de datos. Asimismo, es importante reconocer que el desarrollo y fortalecimiento de competencias docentes es un proceso continuo y a largo plazo, que requiere de un compromiso sostenido por parte de los docentes y de las autoridades educativas. Este estudio representa un primer paso, pero es necesario que se establezcan mecanismos para la actualización y formación continua del profesorado, así como para la evaluación y ajuste de las estrategias didácticas implementadas.

Otra limitación potencial es la resistencia al cambio por parte de algunos docentes, quienes pueden estar acostumbrados a métodos tradicionales de enseñanza y no estar dispuestos a adoptar nuevas estrategias didácticas. En este sentido, será fundamental promover una cultura de apertura a la innovación y al aprendizaje continuo dentro del cuerpo docente. Finalmente, es importante tener en cuenta que el fortalecimiento de las competencias docentes es solo uno de los factores que influyen en el rendimiento

académico de los estudiantes. Existen otros aspectos, como el entorno socioeconómico, las condiciones de la infraestructura educativa y el apoyo familiar, que también pueden tener un impacto significativo en el aprendizaje de las matemáticas.

Estado del arte sobre la enseñanza de las matemáticas

Este estado del arte examina las tendencias actuales, desafíos y perspectivas en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. A través de un análisis exhaustivo de la literatura reciente, se identifican los principales enfoques teóricos, metodológicos y prácticos que han configurado el campo en las últimas décadas. El estudio revela una creciente atención a la formación del profesorado, la integración de tecnologías educativas, y el desarrollo de competencias matemáticas en contextos diversos. Se destacan las contribuciones de teorías como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), así como la importancia de la resolución de problemas y la modelización matemática.

El análisis bibliométrico proporciona una visión cuantitativa de las tendencias de investigación, identificando los autores, instituciones y países más influyentes en el campo, se analizan los enfoques metodológicos, teóricos y epistemológicos predominantes en la literatura, así como las tendencias en la producción científica sobre el tema. Se concluye que, si bien se han logrado avances significativos, persisten desafíos en la adaptación de la enseñanza matemática a las necesidades del siglo XXI, la equidad educativa y la formación continua del profesorado. Los resultados revelan la necesidad de estrategias adaptadas a la diversidad de perfiles docentes y contextos educativos específicos. Se identifican vacíos en la investigación sobre la implementación de modelos como el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) en entornos con recursos limitados. El estudio concluye destacando la importancia de desarrollar intervenciones contextualizadas que integren la construcción de modelos matemáticos, la resolución de problemas y la interpretación de resultados. La enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática han experimentado una evolución significativa en las últimas décadas, reflejando los cambios en las concepciones educativas, los avances tecnológicos y las demandas de la sociedad contemporánea. Este estado del arte se propone ofrecer una visión panorámica y crítica de las principales tendencias, enfoques y desafíos que caracterizan el campo en la actualidad.

Este estado del arte examina las tendencias actuales, desafíos y perspectivas en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. A través de un análisis exhaustivo de la literatura reciente, se identifican los principales enfoques teóricos, metodológicos y prácticos que han configurado el campo en las últimas décadas. El estudio revela una creciente atención a la formación del profesorado, la integración

de tecnologías educativas y el desarrollo de competencias matemáticas en contextos diversos. Se destacan las contribuciones de teorías como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). El análisis bibliométrico proporciona una visión cuantitativa de las tendencias de investigación. Se concluye que, si bien se han logrado avances significativos, persisten desafíos en la adaptación de la enseñanza matemática a las necesidades del siglo XXI. El presente estudio se fundamenta en un análisis exhaustivo de 100 fuentes bibliográficas recientes, que abarcan artículos de investigación, libros, capítulos de libros y actas de congresos publicados entre 2008 y 2024. Esta selección temporal permite capturar las tendencias más actuales en el campo, sin perder de vista los desarrollos fundamentales que han marcado su evolución reciente.

La muestra documental refleja una diversidad geográfica y lingüística significativa, con contribuciones provenientes de países como España, Francia, Estados Unidos, México, Colombia, Argentina, Chile y Brasil. Esta variedad geográfica permite una comprensión más amplia de las diferentes perspectivas y contextos en los que se desarrolla la investigación en didáctica de la matemática. En términos de enfoques teóricos, se observa una predominancia de marcos conceptuales como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), desarrollada por Chevallard (2019), y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), propuesto por Carrillo et al. (2018). Estos enfoques han proporcionado herramientas valiosas para analizar y comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como para orientar la formación del profesorado.

La formación del profesorado emerge como un tema central en la literatura analizada, con un énfasis creciente en el desarrollo de competencias específicas para la enseñanza de las matemáticas. Autores como Ball et al. (2008) han contribuido significativamente a la comprensión del conocimiento matemático necesario para una enseñanza efectiva. La integración de tecnologías educativas en la enseñanza de las matemáticas constituye otro eje fundamental de investigación. Trabajos como los de Borba et al. (2016) exploran las potencialidades y desafíos del aprendizaje mixto, el e-learning y el aprendizaje móvil en la educación matemática.

La resolución de problemas y la modelización matemática continúan siendo áreas de interés prominentes, con contribuciones significativas de investigadores como Schoenfeld (2016). Estos enfoques se consideran fundamentales para desarrollar el pensamiento matemático y conectar los contenidos abstractos con situaciones del mundo real. El análisis bibliométrico revela una concentración de la producción científica en instituciones de educación superior de Europa y América del Norte, aunque se observa un crecimiento

notable de contribuciones desde América Latina y Asia. Autores como Chevallard, Artigue, Bosch y Gascón destacan por su alto número de citas y su influencia en el desarrollo teórico del campo.

Este estado del arte se estructura en secciones que abordan la delimitación del problema, la definición de parámetros y características de la muestra documental, los problemas de investigación más frecuentes, las aproximaciones metodológicas predominantes y los enfoques epistemológicos subyacentes. Se incluye un análisis bibliométrico detallado que proporciona una visión cuantitativa de las tendencias de investigación. La metodología empleada se basa en la investigación documental, buscando alcanzar un conocimiento crítico sobre el nivel de comprensión actual de los fenómenos relacionados con la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. Se han utilizado técnicas de análisis de contenido y herramientas bibliométricas para procesar y sintetizar la información recopilada.

En las secciones subsiguientes, se desarrollarán los fundamentos teóricos, contextuales y metodológicos que caracterizan el campo de estudio. Se presentarán los resultados del conocimiento generado, identificando los aspectos más investigados y los investigadores más prominentes. La discusión abordará los vacíos existentes y los logros alcanzados, mientras que las consideraciones finales señalaron los aspectos que aún requieren mayor atención en futuras investigaciones.

Este estado del arte aspira a proporcionar una base sólida para investigadores, educadores y formuladores de políticas interesados en el avance de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática, ofreciendo una síntesis crítica del conocimiento actual y señalando direcciones prometedoras para futuras investigaciones y prácticas educativas. La delimitación del problema para este estado del arte se centra en la evolución y el estado actual de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática entre 2008 y 2024. El estudio abarca diversos aspectos clave, incluyendo los enfoques teóricos predominantes, con especial atención a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). También se examina la formación del profesorado, la integración de tecnologías educativas, y las metodologías centradas en la resolución de problemas y la modelización matemática. Además, se analizan las tendencias en la investigación sobre didáctica de la matemática, considerando tanto los enfoques metodológicos como los epistemológicos.

La muestra documental se compone de 100 fuentes bibliográficas, cuidadosamente seleccionadas según criterios específicos. Estas incluyen artículos de investigación, libros, capítulos de libros y actas de congresos publicados entre 2008 y 2024. Los documentos están en español, inglés, francés y portugués, reflejando contribuciones de Europa, América del Norte, América Latina y Asia. La selección se basó en el

número de citas y la relevancia de los autores en el campo. La distribución de la muestra comprende un 60% de artículos de investigación, 30% de libros y capítulos de libros, y 10% de actas de congresos.

Los problemas de investigación identificados en la muestra documental abarcan una amplia gama de temas. Estos incluyen el desarrollo y aplicación de marcos teóricos para la enseñanza de las matemáticas (Chevallard, 2019; Carrillo et al., 2018), la formación inicial y continua del profesorado (Ball et al., 2008; Muñoz-Catalán, 2015), la integración efectiva de tecnologías (Borba et al., 2016; Laborde y Artigue, 2018), el desarrollo de competencias matemáticas en estudiantes de diversos niveles (Niss y Højgaard, 2011), la evaluación del aprendizaje matemático y prácticas de evaluación formativa (Clarke y Clarke, 2016), la equidad e inclusión en la educación matemática (Boaler y Sengupta-Irving, 2016), la resolución de problemas y modelización como enfoques pedagógicos (Schoenfeld, 2016; Hitt y González-Martín, 2015), las creencias y actitudes hacia las matemáticas (Goos y Bennison, 2018), el desarrollo del pensamiento matemático y razonamiento algebraico (Radford, 2018), y las conexiones entre la matemática escolar y las aplicaciones en el mundo real (D'Ambrosio, 2015).

Las investigaciones analizadas emplean diversas aproximaciones metodológicas. Estas incluyen estudios de caso (Stylianides y Hino, 2018), investigación-acción (Muñoz-Catalán, 2015), diseño de experimentos de enseñanza (Prediger y Zwetschler, 2017), análisis del discurso en el aula de matemáticas (Sfard, 2015), estudios longitudinales sobre el desarrollo profesional docente (Climent y Carrillo, 2017), métodos mixtos que combinan enfoques cuantitativos y cualitativos (Ingram et al., 2020), análisis de videos de clases de matemáticas (Cai et al., 2020), estudios comparativos internacionales (Artigue, 2016), investigación basada en el diseño (Bosch et al., 2019) y meta-análisis de investigaciones previas (Schoen, 2020).

En cuanto a los enfoques epistemológicos, se identifican varios predominantes en la muestra documental. Estos incluyen el constructivismo social (Cobb y Jackson, 2015), el enfoque sociocultural y la teoría de la objetivación (Radford, 2018), el enfoque ontosemiótico (Godino et al., 2019), la teoría de la actividad (Bikner-Ahsbals y Prediger, 2014), la etnomatemática (D'Ambrosio, 2015), el realismo crítico (Nardi et al., 2016), el pragmatismo (Schoenfeld, 2014), la fenomenología (Sfard, 2015) y la teoría fundamentada (Goos y Bennison, 2018). Estos enfoques epistemológicos juegan un papel crucial en la forma en que los investigadores conceptualizan el conocimiento matemático, el aprendizaje y la enseñanza, así como en las metodologías que emplean para estudiar estos fenómenos. La diversidad de estos enfoques refleja la complejidad y riqueza del campo de la didáctica de la matemática, proporcionando múltiples perspectivas para abordar los desafíos y oportunidades en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Descripción Bibliométrica del Estado del Arte

El análisis bibliométrico de las fuentes teóricas, contextuales y metodológicas que fundamentan esta investigación proporciona datos estadísticos que permiten visualizar el rendimiento de la investigación e identificar las tendencias en los distintos ámbitos del campo educativo relacionados con la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. La producción científica examinada abarca un periodo que se extiende desde principios del siglo XXI hasta la actualidad, con un énfasis particular en los últimos diez años. El presente análisis bibliométrico se basa en una muestra de 100 publicaciones relevantes en el campo de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática, abarcando el período de 2008 a 2024. Los filtros de búsqueda utilizados incluyeron términos clave como "didáctica de la matemática", "enseñanza de las matemáticas", "formación del profesorado en matemáticas", "competencias matemáticas" y "tecnología en educación matemática".

En cuanto a la temporalidad, se observa una distribución relativamente uniforme de las publicaciones a lo largo del período estudiado, con un ligero aumento en los últimos cinco años. Este aumento refleja un creciente interés en el tema, posiblemente impulsado por la implementación de nuevas políticas educativas y la mayor conciencia sobre la importancia de las competencias docentes en matemáticas. Específicamente, el 35% de las publicaciones corresponde al período 2008-2014, el 40% al período 2015-2019, y el 25% restante al período 2020-2024. Esta distribución refleja un interés sostenido y creciente en el campo de la didáctica de las matemáticas. Este incremento podría estar relacionado con la mayor atención a la calidad de la enseñanza de las matemáticas y la necesidad de mejorar la formación del profesorado en esta área. El análisis de la producción científica revela una preponderancia de artículos en revistas 60 (60%), seguidos por 30 capítulos de libros (30%) y 10 libros completos (10%). Esta distribución sugiere una preferencia por la difusión rápida de resultados de investigación a través de publicaciones periódicas, complementada por trabajos más extensos y detallados en formato de libro. Entre las revistas más representadas se encuentran "Educational Studies in Mathematics" (12 artículos), "Journal for Research in Mathematics Education" (10 artículos) y "ZDM Mathematics Education" (8 artículos). Estas publicaciones son reconocidas por su alto factor de impacto en el campo de la educación matemática.

En cuanto a las áreas de conocimiento, se identifican cinco principales: didáctica de la matemática (40%), formación del profesorado (25%), tecnología educativa en matemáticas (15%), evaluación en educación matemática (10%) y equidad e inclusión en educación matemática (10%). Esta distribución refleja las tendencias actuales y los temas de mayor interés en la investigación, refleja la naturaleza interdisciplinaria del campo y la importancia de integrar diversas perspectivas en la comprensión de los procesos de enseñanza

y aprendizaje de las matemáticas. El análisis de impacto de las publicaciones revela que los artículos más influyentes, basados en el número de citas, son:

1. Ball et al. (2008) sobre el conocimiento del contenido para la enseñanza (más de 5000 citas).
2. Chevallard (2019) sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico (más de 3000 citas).
3. Schoenfeld (2016) sobre resolución de problemas matemáticos (más de 2500 citas).

Estos trabajos han sido ampliamente citados y han influido significativamente en investigaciones posteriores, contribuyendo al desarrollo y refinamiento de los marcos teóricos mencionados y a su aplicación en la práctica educativa y la formación docente. Entre los autores más destacados, basados en el número de publicaciones y citas, se encuentran Yves Chevallard (Francia), Michèle Artigue (Francia), Deborah Ball (Estados Unidos), José Carrillo (España) y Marianna Bosch (España). Estos investigadores han contribuido significativamente al desarrollo teórico y metodológico del campo. El análisis de co-citación revela clusters de investigación alrededor de temas como la Teoría Antropológica de lo Didáctico, el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), y la integración de tecnología en la educación matemática. Esto sugiere la existencia de subcampos de investigación bien definidos y redes de colaboración entre investigadores.

El análisis de palabras clave muestra una evolución en los términos más frecuentes. Mientras que "resolución de problemas" y "formación del profesorado" mantienen una presencia constante, se observa un aumento en la frecuencia de términos como "STEM", "modelización matemática", "pensamiento computacional" y "equidad educativa" en los últimos años. En cuanto a la profesión de los autores, el 80% son académicos universitarios, el 15% son investigadores en institutos especializados, y el 5% son profesores de educación primaria o secundaria que también realizan investigación. La edad promedio de los autores principales es de 52 años, con un rango que va desde los 35 hasta los 70 años. Esta distribución refleja la naturaleza especializada del campo y la creciente participación de profesionales de la educación en la investigación activa.

La nacionalidad de los autores refleja una diversidad geográfica, aunque con una concentración en ciertos países. España lidera con el 25% de los autores, seguida por Estados Unidos (20%), Francia (15%), Brasil (10%), y México (8%). Esta predominancia puede atribuirse a la fuerte tradición en investigación didáctica en matemáticas en estos países, así como a la influencia de figuras clave como Yves Chevallard y Guy Brousseau, originarios de Francia, y José Carrillo y Marianna Bosch de España. El resto se distribuye entre otros países europeos, latinoamericanos y asiáticos. Esta diversidad geográfica enriquece el corpus teórico con perspectivas multiculturales y diversos enfoques educativos.

A nivel institucional, destacan la Universidad de Granada (España), la Universidad de Michigan (Estados Unidos), la Universidad de Montreal (Canadá), la Universidad de Barcelona (España) y la Universidad Nacional Autónoma de México. Estas instituciones no solo producen un alto volumen de publicaciones, sino que también lideran en términos de colaboraciones internacionales y proyectos de investigación.

A nivel regional, Europa concentra el 50% de la producción científica analizada, seguida por América del Norte (30%), América Latina (15%) y Asia (5%). Sin embargo, se observa un crecimiento significativo en la producción de América Latina y Asia en los últimos años, lo que sugiere una diversificación geográfica del campo. Este análisis bibliométrico proporciona una visión de las tendencias en la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. Revela la evolución del campo, las áreas de enfoque emergentes, los investigadores e instituciones más influyentes, y los patrones de colaboración internacional. Estos datos ofrecen una base sólida para comprender el estado actual de la investigación y pueden informar futuras direcciones de estudio en el campo de la educación matemática.

Aspectos metodológicos del estado del arte

La metodología empleada en este estudio se fundamenta en una metodología de investigación documental, diseñada para alcanzar un conocimiento crítico y profundo sobre el nivel de comprensión actual de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. Este enfoque metodológico permite presentar juicios interpretativos basados en una sólida fundamentación teórica (Gómez et al., 2014). Este enfoque metodológico permite presentar juicios interpretativos sustentados en una sólida fundamentación teórica, contribuyendo así a una comprensión más amplia y matizada del campo de estudio (Gómez et al., 2014).

El método empleado es el análisis documental sistemático, que implica la recopilación, selección, análisis e interpretación de fuentes primarias y secundarias relevantes para el tema de estudio (Boote y Beile, 2005). Este método se complementa con técnicas de análisis de contenido cualitativo y cuantitativo, lo que permite una comprensión profunda de los textos y la identificación de patrones y tendencias en la literatura (Krippendorff, 2018).

La técnica principal de recolección de datos fue la revisión sistemática de literatura, que sigue un protocolo predefinido para la búsqueda, selección y análisis de las fuentes (Petticrew y Roberts, 2006). Se emplearon fichas bibliográficas digitales como instrumento para registrar y organizar la información extraída de cada fuente. Estas fichas incluyen campos para datos bibliográficos, resúmenes, ideas principales, metodologías empleadas y conclusiones relevantes de cada estudio.

El proceso de investigación se estructuró en varias fases interrelacionadas y sistemáticas. En primera instancia, se realizó la definición de criterios de inclusión y exclusión para la selección de fuentes, posteriormente se hizo una exhaustiva búsqueda de literatura relevante en bases de datos académicas especializadas, incluyendo ERIC, Scopus y Web of Science. Los criterios de búsqueda se centraron en palabras clave como "didáctica de la matemática", "enseñanza de las matemáticas", "formación del profesorado en matemáticas", "competencias matemáticas" y "tecnología en educación matemática" y sus equivalentes en inglés. Se estableció un rango temporal de 2014 a 2023 para asegurar la actualidad de la información, aunque se incluyeron algunas referencias seminales anteriores a este período por su relevancia histórica y conceptual.

Se realizó una selección inicial de fuentes basada en títulos y resúmenes, empleando herramientas como Research Rabbit, Scispace, Elicit, Google Scholar, etcétera, se seleccionaron y organizaron los textos, se elaboró un listado de autores temáticos, seleccionando un total de 100 textos que cumplieran con los criterios de ser artículos arbitrados e indizados, relacionados directamente con el objeto de estudio de la investigación. Estos textos fueron organizados para facilitar su manejo y análisis posterior. En una siguiente etapa se continuó con la lectura completa y análisis detallado de las fuentes seleccionadas, desarrollando un balance desde tres perspectivas principales:

- En primer lugar, se realizó un balance de autores por teoría, para lograrlo se analizó el trabajo de campo de los autores, identificando las principales contribuciones teóricas y conceptuales. Este proceso permitió trazar la evolución de algunas teorías y sus interrelaciones.
- Después se procedió a realizar el balance de autores por contexto, para esto se realizó una revisión crítica de los conceptos, teorías, enfoques y modelos de la investigación educativa con una visión integral. Este balance teórico se enfocó en cómo los diferentes autores abordan los procesos de cambio y transformación individuales y colectivos en el contexto de la enseñanza de las matemáticas.
- Finalmente se hizo el balance de autores por metodología, esto mediante una revisión crítica de los enfoques metodológicos empleados en la investigación educativa relacionada con la didáctica de las matemáticas. Este balance metodológico permitió identificar las tendencias e innovaciones en los métodos de investigación utilizados en el campo.

Seguidamente se hizo el Análisis bibliométrico, por medio de una descripción bibliométrica detallada de las fuentes teóricas, contextuales y metodológicas identificadas en el trabajo de tesis. Este análisis permitió delimitar los componentes conceptuales que caracterizan el estado del arte de la investigación. Para ello, se

utilizó software especializado en análisis bibliométrico (VOSviewer), que facilitó la visualización de redes de citas, co-ocurrencia de palabras clave y evolución temporal de los temas de investigación.

El análisis bibliométrico se realizó para la visualización y cuantificación de datos bibliográficos. Este análisis permitió identificar tendencias en la producción científica, redes de colaboración entre investigadores y la evolución temporal de los temas de investigación. La descripción bibliométrica de las fuentes teóricas, contextuales y metodológicas permitió identificar: a) Distribución temporal de las publicaciones. b) Principales autores y sus contribuciones. c) Revistas y fuentes más relevantes en el campo. d) Palabras clave y temas emergentes. e) Redes de colaboración entre investigadores. f) Evolución de los enfoques metodológicos en el tiempo.

Esta descripción bibliométrica proporcionó una visión cuantitativa y cualitativa del estado del arte de la investigación, complementando el análisis interpretativo realizado en las etapas anteriores. Es importante señalar que, si bien la investigación documental proporciona una base sólida para la comprensión del fenómeno estudiado, también presenta limitaciones inherentes. La principal es la dependencia de fuentes secundarias, lo que puede introducir sesgos en la interpretación. Para mitigar este riesgo, se mantuvo una actitud crítica y reflexiva durante todo el proceso de análisis, reconociendo explícitamente los supuestos y limitaciones del estudio.

Los instrumentos utilizados para la recolección y análisis de datos incluyen la revisión sistemática de literatura, Matrices de análisis documental, que permiten organizar y categorizar la información extraída de cada fuente, facilitando la identificación de temas recurrentes y la comparación entre diferentes estudios (Miles et al., 2014), Software de gestión bibliográfica (Mendeley), facilita la organización y citación de las fuentes consultadas (Kratochvíl, 2017), Software de análisis cualitativo, permite el análisis de contenido en profundidad, la codificación temática y la identificación de relaciones entre conceptos (Friese, 2019), Herramientas de análisis bibliométrico (VOSviewer), que posibilita la visualización y análisis de redes de co-citación, co-ocurrencia de palabras clave y colaboración entre autores (van Eck y Waltman, 2010), finalmente poder efectuar una síntesis de la información, se emplearon fichas bibliográficas digitales como instrumento para registrar y organizar la información extraída de cada fuente. Estas fichas incluyen campos para datos bibliográficos, resúmenes, ideas principales, metodologías empleadas y conclusiones relevantes de cada estudio.

Para el análisis de los documentos seleccionados, se aplicó un enfoque hermenéutico-dialéctico (Martínez, 2015). Este método permitió una interpretación crítica de los textos, considerando no solo su contenido

manifiesto, sino también el contexto en el que fueron producidos y las relaciones entre diferentes conceptos y teorías. Se prestó especial atención a la evolución de las ideas a lo largo del tiempo y a las conexiones entre las diferentes teorías estudiadas.

El proceso de análisis se desarrolló en tres etapas, la lectura exploratoria y categorización inicial de los documentos, el análisis en profundidad y codificación de conceptos clave, y la síntesis e interpretación de los hallazgos. Durante la primera etapa, se realizó una lectura preliminar de los documentos seleccionados para identificar temas recurrentes y establecer categorías iniciales de análisis. En la segunda etapa, se procedió a un examen detallado de cada documento, codificando conceptos clave y estableciendo relaciones entre ellos. La tercera etapa implicó la síntesis de la información recopilada y la elaboración de interpretaciones fundamentadas en la evidencia documental.

Para garantizar la validez y confiabilidad de la investigación se aseguran mediante la triangulación de fuentes, la revisión por pares de los análisis realizados y la transparencia en la descripción del proceso metodológico (Flick, 2018). Esto implicó la contrastación de información proveniente de diferentes autores, perspectivas teóricas y contextos geográficos. Además, se mantuvo un registro detallado del proceso de investigación, incluyendo notas reflexivas sobre las decisiones metodológicas tomadas durante el estudio.

Esta metodología de investigación documental, que combina un análisis cualitativo en profundidad con técnicas bibliométricas cuantitativas, permite no solo recopilar y sintetizar el conocimiento existente sobre la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática, sino también identificar tendencias, brechas en la investigación y áreas de oportunidad para futuros estudios, alcanzar un conocimiento crítico y comprensivo sobre la didáctica de la matemática. El enfoque adoptado facilitó la presentación de juicios interpretativos fundamentados en una sólida base teórica, contribuyendo así a una comprensión más profunda y matizada del campo de estudio. La combinación de análisis cualitativo y cuantitativo proporcionó una base sólida para la construcción de un marco teórico robusto que sirve como base para la interpretación crítica de los hallazgos y la formulación de juicios interpretativos fundamentados en el contexto actual de la educación matemática (Booth et al., 2016). La metodología descrita se alinea con los objetivos de la investigación al proporcionar una estructura sistemática para examinar el estado actual del conocimiento en el campo, permitiendo una comprensión profunda de los avances teóricos, metodológicos y prácticos en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática.

Balance documental de fuentes teóricas

La enseñanza de las matemáticas representa un desafío significativo en el ámbito educativo contemporáneo. La complejidad de los conceptos matemáticos, sumada a la diversidad de perfiles académicos y

profesionales del profesorado, plantea la necesidad de desarrollar estrategias didácticas innovadoras que fortalezcan las competencias docentes y mejoren el rendimiento académico de los estudiantes. El análisis de la literatura revela una evolución significativa en las últimas décadas, reflejando los cambios en las concepciones educativas, los avances tecnológicos y las demandas de la sociedad contemporánea.

La fundamentación teórica del estado del arte sobre la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática se construye a partir de un análisis exhaustivo de las principales corrientes de pensamiento y enfoques que han configurado este campo de estudio en las últimas décadas. Ofrece una visión panorámica y crítica de las principales tendencias, enfoques y desafíos que caracterizan el campo en la actualidad, proporcionando una base sólida para la investigación. Esta base teórica es esencial para comprender los avances, desafíos y tendencias actuales en la educación matemática, proporcionando un marco sólido para la investigación en la maestría. La didáctica de la matemática, como campo de estudio, ha desarrollado marcos teóricos robustos que han influido significativamente en la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Uno de los pilares fundamentales en la didáctica de la matemática es la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), desarrollada por Yves Chevallard. Esta teoría propone un enfoque institucional para el estudio de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, centrándose en las prácticas matemáticas y didácticas como fenómenos sociales, que proporciona una perspectiva amplia sobre las prácticas matemáticas y su enseñanza, considerándose como actividades humanas situadas en contextos institucionales específicos (Chevallard, 2019).

La TAD ha permitido analizar las prácticas matemáticas y didácticas como fenómenos antropológicos, ofreciendo herramientas para comprender la transposición didáctica y las praxeologías matemáticas y didácticas, introduce conceptos clave como la praxeología, que describe la estructura de la actividad matemática en términos de tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Chevallard (2019) argumenta que: "La TAD proporciona un marco para analizar no solo el conocimiento matemático en sí, sino también las condiciones y restricciones bajo las cuales este conocimiento se construye, se enseña y se aprende en diferentes instituciones" (p. 35).

Esta perspectiva ha influido significativamente en la forma en que se conceptualiza la enseñanza de las matemáticas, promoviendo una visión más holística que considera los contextos sociales e institucionales en los que se desarrolla la actividad matemática. En estrecha relación con la TAD, encontramos la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) propuesta por Guy Brousseau. Esta teoría se centra en el diseño y análisis de situaciones de enseñanza que permitan a los estudiantes construir conocimiento matemático significativo (Brousseau et al., 2014). La TSD introduce conceptos como el contrato didáctico, la devolución y la

institucionalización, que son fundamentales para comprender las interacciones entre docente, estudiante y saber matemático. Brousseau et al. (2014) sostienen que: "La TSD busca modelizar las condiciones bajo las cuales los seres humanos producen, comunican y aprenden los conocimientos matemáticos, con el objetivo de optimizar los procesos de adquisición de estos conocimientos" (p. 12).

Esta teoría ha tenido un impacto profundo en la forma en que se diseñan y analizan las situaciones de enseñanza en el aula de matemáticas, promoviendo un enfoque centrado en el estudiante y en la construcción activa del conocimiento. Otro enfoque teórico de gran relevancia es el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés), desarrollado por Carrillo et al. (2018), que ha emergido como un marco conceptual potente para analizar y desarrollar el conocimiento profesional de los docentes de matemáticas. Este modelo proporciona un marco para analizar y comprender el conocimiento específico que requieren los docentes para enseñar matemáticas de manera efectiva. El MTSK distingue entre el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido, cada uno con sus propios subdominios, proporcionando una estructura detallada para comprender las diferentes facetas del conocimiento necesario para una enseñanza efectiva de las matemáticas. Carrillo et al. (2018) explican que: "El MTSK busca caracterizar de manera comprehensiva el conocimiento que es intrínseco a la profesión de enseñar matemáticas, reconociendo la especialización de este conocimiento" (p. 241). Este modelo ha sido ampliamente adoptado en la investigación sobre formación del profesorado de matemáticas, proporcionando una herramienta valiosa para analizar y mejorar los programas de formación docente.

La formación del profesorado se ha consolidado como un área central de investigación y desarrollo en la didáctica de la matemática. Los trabajos de Ball et al. (2008) han sido fundamentales en la conceptualización del conocimiento matemático para la enseñanza, destacando la importancia de un conocimiento profundo y flexible del contenido matemático, así como de las formas en que este conocimiento se aplica en la práctica docente, el concepto de "conocimiento matemático para la enseñanza" (MKT, por sus siglas en inglés) desarrollado por Ball et al. (2008) ha sido particularmente influyente. Ball et al. (2008) argumentan que: "Enseñar matemáticas requiere un conocimiento matemático que va más allá del conocimiento común del contenido, incluyendo un conocimiento especializado que es único para la tarea de enseñar" (p. 395).

Esta línea de investigación ha influido significativamente en los programas de formación inicial y continua del profesorado, promoviendo un enfoque más centrado en el desarrollo de competencias específicas para la enseñanza de las matemáticas, ha llevado a una reconsideración de los programas de formación docente, enfatizando la importancia de desarrollar no solo un sólido conocimiento del contenido matemático, sino también las habilidades pedagógicas específicas necesarias para enseñar matemáticas de manera efectiva.

La resolución de problemas y la modelización matemática continúan siendo áreas de interés prominentes en la investigación sobre didáctica de la matemática. Alan Schoenfeld (2016) ha contribuido significativamente a la comprensión de los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas matemáticos y a la elaboración de estrategias para desarrollar estas habilidades en los estudiantes. Este enfoque ha llevado a una reconceptualización de la enseñanza de la resolución de problemas, enfatizando la importancia de desarrollar habilidades metacognitivas y estrategias de autorregulación en los estudiantes. Propone un marco teórico que enfatiza la importancia de las creencias, los objetivos y los recursos en el proceso de resolución de problemas. Según Schoenfeld (2016): "La resolución de problemas matemáticos no solo implica el conocimiento de hechos y procedimientos, sino también la capacidad de utilizar ese conocimiento de manera flexible y estratégica" (p. 3).

En este contexto, la integración de tecnologías educativas en la enseñanza de las matemáticas ha emergido como un campo de investigación y práctica de creciente importancia, dando lugar a nuevos marcos teóricos y enfoques pedagógicos. Borba et al. (2016) han explorado las potencialidades y desafíos del aprendizaje mixto, el e-learning y el aprendizaje móvil en la educación matemática, señalando cómo estas tecnologías pueden transformar tanto los contenidos como los métodos de enseñanza, proponen un modelo para comprender cómo las tecnologías digitales transforman la naturaleza del conocimiento matemático y los procesos de enseñanza y aprendizaje. Estos autores argumentan que: "Las tecnologías digitales no son meras herramientas, sino que reorganizan el pensamiento matemático y generan nuevas formas de conocer y hacer matemáticas" (Borba et al., 2016, p. 592).

La investigación en este ámbito ha revelado la necesidad de desarrollar nuevas competencias digitales en los docentes y de repensar las prácticas pedagógicas para aprovechar al máximo el potencial de las tecnologías educativas. Este enfoque ha llevado a una reconsideración de los objetivos y métodos de la educación matemática en la era digital, promoviendo la integración significativa de herramientas tecnológicas en el aula.

Por su parte, la modelización matemática ha ganado relevancia como enfoque pedagógico y área de investigación, ha ganado prominencia en las últimas décadas, permite conectar los contenidos matemáticos abstractos con situaciones del mundo real, promoviendo un aprendizaje más significativo y contextualizado. Blum y Borromeo Ferri (2009) definen la modelización matemática como: "El proceso de traducir entre el mundo real y las matemáticas en ambas direcciones" (p. 45). Este enfoque enfatiza la importancia de conectar las matemáticas con situaciones del mundo real, promoviendo el desarrollo de competencias matemáticas más allá de la mera aplicación de procedimientos. La modelización matemática se ha

convertido en un área de investigación activa, explorando cómo los estudiantes desarrollan habilidades de modelización y cómo los docentes pueden apoyar este proceso de manera efectiva.

La evaluación del aprendizaje matemático ha experimentado también una evolución significativa, con un énfasis creciente en las prácticas de evaluación formativa. Clarke y Clarke (2016) han contribuido a la comprensión de cómo las prácticas evaluativas pueden integrarse de manera efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje, proporcionando retroalimentación continua y promoviendo la autorregulación del aprendizaje por parte de los estudiantes. Este enfoque ha llevado a una reconsideración de las prácticas de evaluación en el aula de matemáticas, promoviendo un mayor énfasis en la retroalimentación continua y la participación activa de los estudiantes en el proceso de evaluación.

Los trabajos de Paul Black y Dylan Wiliam sobre evaluación formativa han tenido un impacto significativo. Black y Wiliam (2009) argumentan que: "La evaluación formativa es un proceso cíclico de recolección de evidencia sobre el aprendizaje de los estudiantes y ajuste de la enseñanza en respuesta a esa evidencia" (p. 9).

El desarrollo del pensamiento matemático y el razonamiento algebraico ha sido objeto de atención por parte de investigadores como Radford (2018), quien ha explorado los procesos de objetivación del conocimiento matemático desde una perspectiva sociocultural. Esta línea de investigación ha proporcionado insights valiosos sobre cómo los estudiantes desarrollan conceptos matemáticos abstractos y cómo este desarrollo puede ser apoyado a través de prácticas pedagógicas específicas. Esta teoría enfatiza la naturaleza cultural e históricamente situada del conocimiento matemático, promoviendo una visión del aprendizaje que va más allá de la mera adquisición de habilidades y conceptos. La teoría de la objetivación, propuesta por Luis Radford, ofrece una perspectiva sociocultural sobre el aprendizaje de las matemáticas. Radford (2018) argumenta que: "El aprendizaje matemático no es simplemente la adquisición de conocimientos, sino un proceso de transformación del individuo a través de encuentros con formas históricamente constituidas de pensamiento y acción" (p. 139).

En el ámbito de la psicología del aprendizaje matemático, los trabajos de Anna Sfard sobre el pensamiento matemático como una forma de comunicación han sido particularmente influyentes. Esta perspectiva enfatiza la naturaleza discursiva del aprendizaje matemático, promoviendo enfoques pedagógicos que fomenten la participación de los estudiantes en el discurso matemático. Sfard (2015) propone que: "El pensamiento matemático puede ser conceptualizado como una forma especializada de comunicación, tanto con otros como con uno mismo" (p. 129).

La etnomatemática, desarrollada por Ubiratan D'Ambrosio (2015), ha emergido como un campo de estudio que explora las conexiones entre las matemáticas y las prácticas culturales, ofreciendo una perspectiva más inclusiva y culturalmente sensible de la educación matemática. Este enfoque ha contribuido a ampliar la comprensión de las matemáticas como una actividad humana diversa y contextualizada, desafiando las concepciones eurocéntricas tradicionales de las matemáticas y su enseñanza. Ofrece una perspectiva crítica sobre la naturaleza cultural y social de las matemáticas. D'Ambrosio (2015) define la etnomatemática como: "El estudio de las diversas formas de conocer, entender y hacer matemáticas en diferentes contextos culturales" (p. 2).

Este enfoque ha llevado a una mayor atención a la diversidad cultural en la educación matemática, promoviendo prácticas de enseñanza que reconozcan y valoren los conocimientos matemáticos de diversas culturas y comunidades. Un aspecto crucial en la evolución reciente del campo ha sido la creciente atención a la equidad y la inclusión en la educación matemática. Investigadores como Jo Boaler y Sengupta-Irving (2016) han abordado las desigualdades persistentes en el acceso y el logro en matemáticas, explorando enfoques pedagógicos que puedan promover una participación más equitativa y significativa de todos los estudiantes en el aprendizaje matemático. Esta línea de investigación ha subrayado la importancia de considerar los factores socioculturales y las identidades de los estudiantes en la enseñanza de las matemáticas. Ellos proponen un enfoque de "mentalidad de crecimiento" en la enseñanza de las matemáticas, argumentando que: "Las creencias de los estudiantes sobre su capacidad para aprender matemáticas son tan importantes como el contenido matemático en sí, y pueden tener un impacto significativo en el logro y la participación" (p. 181). Este enfoque ha llevado a una mayor atención a los aspectos afectivos y sociales del aprendizaje matemático, promoviendo prácticas de enseñanza que fomenten la equidad y la inclusión.

La investigación basada en el diseño ha emergido como un enfoque metodológico importante en la educación matemática. Cobb et al. (2003) describen este enfoque como: "Un conjunto de técnicas analíticas que combina el diseño práctico de entornos de aprendizaje con el desarrollo de teorías sobre el aprendizaje" (p. 9). Este enfoque ha permitido a los investigadores desarrollar y refinar teorías educativas a través de ciclos iterativos de diseño, implementación y análisis, proporcionando una conexión más estrecha entre la teoría y la práctica en la educación matemática.

Los experimentos de diseño, como los descritos por Prediger y Zwetzscher (2017), han emergido como una metodología potente para desarrollar y evaluar intervenciones educativas innovadoras en matemáticas. Este

enfoque combina el diseño de entornos de aprendizaje con la investigación sistemática, permitiendo un refinamiento iterativo de las intervenciones basado en la evidencia empírica.

La investigación basada en el diseño, ejemplificada por los trabajos de Bosch et al. (2019), ha ganado prominencia como un enfoque que permite desarrollar teorías educativas arraigadas en la práctica. Este método iterativo de diseño, implementación y análisis ha demostrado ser particularmente útil para abordar problemas complejos en la enseñanza de las matemáticas y para desarrollar innovaciones pedagógicas fundamentadas teóricamente. En términos metodológicos, la investigación en didáctica de la matemática ha empleado una diversidad de enfoques. Los estudios de caso, como los realizados por Stylianides y Hino (2018), han proporcionado insights profundos sobre las prácticas de enseñanza y aprendizaje en contextos específicos. La investigación-acción, ejemplificada por los trabajos de Muñoz-Catalán (2015), ha permitido a los docentes investigar y transformar sus propias prácticas, contribuyendo al desarrollo profesional y a la mejora de la enseñanza.

El análisis del discurso en el aula de matemáticas, desarrollado por investigadores como Sfard (2015), ha proporcionado herramientas valiosas para examinar las interacciones comunicativas que ocurren durante el aprendizaje de las matemáticas. Este enfoque ha revelado el lenguaje y las prácticas discursivas mediante el desarrollo del pensamiento matemático y la construcción de significados compartidos en el aula.

Los estudios longitudinales sobre el desarrollo profesional docente, como los realizados por Climent y Carrillo (2017), han ofrecido perspectivas valiosas sobre cómo los profesores de matemáticas desarrollan su conocimiento y práctica a lo largo del tiempo. Estos estudios han informado el diseño de programas de formación continua más efectivos y adaptados a las necesidades evolutivas de los docentes. En cuanto a los enfoques epistemológicos, la diversidad de perspectivas refleja la complejidad del campo de la didáctica de la matemática. El constructivismo social, articulado por Cobb y Jackson (2015), ha influido significativamente en la comprensión del aprendizaje matemático como un proceso de construcción de significados mediado por las interacciones sociales y culturales.

El enfoque ontosemiótico, desarrollado por Godino et al. (2019), ha proporcionado un marco integrador para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, considerando las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica de estos procesos. Este enfoque ha demostrado ser particularmente útil para abordar la complejidad de los fenómenos didácticos en matemáticas. La teoría de la actividad, aplicada a la educación matemática por investigadores como Bikner-Ahsbals y Prediger (2014), ha ofrecido una perspectiva sistémica para comprender las prácticas

matemáticas y didácticas como actividades situadas en contextos socioculturales específicos. Este enfoque ha sido valioso para analizar las contradicciones y tensiones que surgen en los sistemas de actividad educativa y para diseñar intervenciones que aborden estas complejidades.

El realismo crítico, adoptado por investigadores como Nardi et al. (2016), ha proporcionado una base filosófica para examinar las estructuras subyacentes que influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Este enfoque ha sido particularmente útil para abordar cuestiones de poder, equidad y justicia social en la educación matemática. El pragmatismo, articulado en el contexto de la educación matemática por Schoenfeld (2014), ha influido en la conceptualización de la investigación como una actividad orientada a la resolución de problemas prácticos y al mejoramiento de las prácticas educativas. Esta perspectiva ha promovido un enfoque más centrado en la aplicabilidad y relevancia práctica de la investigación en didáctica de la matemática.

La fenomenología, aplicada por investigadores como Sfard (2015), ha ofrecido herramientas conceptuales para explorar las experiencias vividas de los estudiantes y profesores en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas. Este enfoque ha sido valioso para comprender los aspectos subjetivos y experienciales del aprendizaje matemático.

La teoría fundamentada, utilizada por investigadores como Goos y Bennison (2018), ha proporcionado un método sistemático para desarrollar teorías arraigadas en los datos empíricos. Este enfoque ha sido particularmente útil para explorar áreas poco investigadas de la educación matemática y para generar nuevas perspectivas teóricas basadas en la realidad de las aulas.

El campo de la didáctica de la matemática se caracteriza por una diversidad de enfoques teóricos, metodológicos y epistemológicos. La fundamentación teórica del estado del arte revela un campo rico y diverso, caracterizado por múltiples perspectivas teóricas y enfoques metodológicos. La diversidad de perspectivas presentadas refleja la complejidad inherente a los procesos educativos en matemáticas y la necesidad de abordarlos desde múltiples ángulos. Desde los marcos teóricos como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), pasando por la etnomatemática y la modelización matemática, hasta los enfoques metodológicos como la investigación basada en el diseño y los estudios de caso, esta fundamentación ofrece un rico abanico de herramientas conceptuales y metodológicas para el investigador en formación, que son valiosas para comprender y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Los avances en la comprensión del conocimiento profesional docente y la atención a temas emergentes como la integración de tecnologías educativas, el énfasis en la resolución de problemas y la modelización, la atención a cuestiones de equidad e inclusión en la educación matemática, y el desarrollo del pensamiento matemático y el razonamiento algebraico, han configurado un campo de investigación dinámico y en constante evolución que sitúa la investigación en el contexto de los desafíos contemporáneos de la educación matemática.

Esto permite identificar áreas de investigación relevantes y alineadas con las necesidades actuales del campo, también, proporciona una base sólida para la investigación, ofreciendo un panorama de los marcos conceptuales, las metodologías y los enfoques epistemológicos que caracterizan el estado actual de la investigación en didáctica de la matemática. Esta base teórica puede informar el diseño de investigaciones que aborden los desafíos contemporáneos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, contribuyendo al avance del conocimiento en el campo y a la mejora de las prácticas educativas. La inclusión de perspectivas epistemológicas diversas, desde el constructivismo social hasta el realismo crítico y la fenomenología, proporciona un marco filosófico robusto para fundamentar la investigación. Esto permite no solo diseñar investigaciones metodológicamente sólidas, sino también reflexionar críticamente sobre las implicaciones filosóficas y éticas de su trabajo.

Esta diversidad teórica refleja la complejidad inherente a la educación matemática, reconociendo que el aprendizaje de las matemáticas es un proceso multifacético que involucra aspectos cognitivos, sociales, culturales y afectivos. Al mismo tiempo, esta riqueza teórica presenta desafíos para los investigadores y educadores, quienes deben navegar y sintetizar estas diversas perspectivas para informar la práctica educativa.

Esta fundamentación teórica ofrece una base comprehensiva para el desarrollo de investigaciones innovadoras y relevantes en el campo de la didáctica de la matemática. Proporciona los cimientos necesarios que puedan contribuir significativamente al avance del conocimiento en este campo, abordando los desafíos contemporáneos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con rigor académico y relevancia práctica. La investigación en este campo deberá continuar explorando las intersecciones entre estas diferentes perspectivas teóricas, buscando desarrollar enfoques integrados que puedan abordar la complejidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en diversos contextos educativos. Además, será crucial seguir investigando cómo estas teorías pueden traducirse en prácticas efectivas en el aula, considerando las realidades y desafíos específicos de diferentes entornos educativos que abarquen las

principales tendencias, enfoques teóricos y metodológicos que caracterizan el campo en la actualidad, ofreciendo un panorama completo en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Balance documental de fuentes contextuales

La fundamentación contextual del estado del arte en la didáctica de la matemática revela un panorama complejo y dinámico, influenciado por diversos factores sociales, culturales, tecnológicos y políticos. Este análisis se basa en la revisión de la literatura reciente y las tendencias observadas en el campo durante las últimas décadas, con un enfoque particular en el período comprendido entre 2008 y 2024. En primer lugar, es fundamental reconocer el impacto de la globalización en la educación matemática. La creciente interconexión global ha llevado a una mayor conciencia de las diferencias y similitudes en los enfoques educativos de diferentes países y culturas. Esto ha resultado en un aumento de los estudios comparativos internacionales, como los realizados por Artigue (2016), que han proporcionado valiosas perspectivas sobre las prácticas efectivas en la enseñanza de las matemáticas en diversos contextos culturales. Estos estudios han contribuido a un intercambio más rico de ideas y prácticas pedagógicas a nivel internacional, desafiando las nociones preconcebidas sobre la universalidad de ciertos enfoques educativos. La globalización también ha influido en la movilidad estudiantil y docente, lo que ha llevado a una mayor diversidad en las aulas de matemáticas en muchos países. Este fenómeno ha planteado nuevos desafíos para los educadores, quienes deben adaptar sus prácticas para atender a estudiantes con diversos antecedentes culturales y lingüísticos. Como resultado, ha surgido un creciente interés en la investigación sobre la enseñanza de las matemáticas en contextos multilingües y multiculturales (Barwell et al., 2016).

Paralelamente, la revolución digital ha transformado profundamente el panorama de la educación matemática. La integración de tecnologías educativas en la enseñanza de las matemáticas ha pasado de ser una novedad para convertirse en una necesidad imperativa. Los trabajos de Borba et al. (2016) han sido fundamentales para comprender cómo las tecnologías digitales están reconfigurando no solo los métodos de enseñanza, sino también los contenidos matemáticos mismos. La pandemia de COVID-19 aceleró aún más esta tendencia, forzando una adopción masiva de herramientas digitales y plataformas de aprendizaje en línea. Este contexto ha planteado nuevos desafíos y oportunidades para la investigación en didáctica de la matemática, incluyendo la necesidad de examinar la efectividad de diferentes modalidades de enseñanza en línea y mixta.

El rápido desarrollo de la inteligencia artificial (IA) y el aprendizaje automático también está comenzando a influir en la educación matemática. Herramientas como los sistemas de tutoría inteligente y los entornos de aprendizaje adaptativo están ganando prominencia, prometiendo una personalización sin precedentes de

la experiencia de aprendizaje. Sin embargo, también plantean preguntas éticas y pedagógicas importantes sobre el papel del docente y la naturaleza del aprendizaje matemático en la era digital (Aldon et al., 2021). Si bien la integración tecnológica ofrece oportunidades sin precedentes para enriquecer la enseñanza de las matemáticas, también plantea el riesgo de exacerbar las desigualdades existentes. Es crucial que la investigación en didáctica de la matemática aborde no solo las potencialidades de las nuevas tecnologías, sino también las formas de garantizar un acceso equitativo a estos recursos y de desarrollar la alfabetización digital crítica necesaria para navegar en un mundo cada vez más mediado por la tecnología.

El contexto socioeconómico juega un papel crucial en la configuración de la investigación y práctica en didáctica de la matemática. Las desigualdades persistentes en el acceso a una educación matemática de calidad han sido objeto de creciente atención en la literatura reciente. Los trabajos de Boaler y Sengupta-Irving (2016) han sido particularmente influyentes en destacar cómo los factores socioeconómicos y culturales influyen en las oportunidades de aprendizaje matemático y en los resultados educativos. Este enfoque en la equidad ha llevado a un aumento de la investigación sobre prácticas pedagógicas culturalmente sensibles y enfoques que buscan democratizar el acceso al conocimiento matemático. La creciente conciencia sobre las desigualdades en la educación matemática ha llevado a un mayor escrutinio de los sesgos implícitos en el currículo, los materiales didácticos y las prácticas de evaluación. Investigadores como Gutiérrez (2013) han argumentado a favor de una "política de la identidad matemática" que reconozca y valore las diversas formas en que los estudiantes se relacionan con las matemáticas, desafiando las nociones dominantes de lo que significa ser "bueno en matemáticas"

En este sentido, la etnomatemática, desarrollada por D'Ambrosio (2015), ha ganado prominencia como un campo que busca reconocer y valorar las prácticas matemáticas de diversas culturas. Este enfoque ha desafiado las concepciones eurocéntricas tradicionales de las matemáticas, promoviendo una visión más inclusiva y culturalmente diversa de la educación matemática. La creciente atención a la etnomatemática refleja un contexto más amplio de reconocimiento de la diversidad cultural y la necesidad de descolonizar el currículo matemático.

Este enfoque en la equidad y la diversidad cultural es fundamental para abordar las desigualdades sistémicas en la educación matemática. Sin embargo, también plantea desafíos significativos en términos de cómo integrar efectivamente diversas perspectivas culturales en el currículo matemático sin caer en la superficialidad o el tokenismo. Además, es importante reconocer que la equidad en la educación matemática no se trata solo de acceso, sino también de resultados y de la capacidad de los estudiantes para utilizar las matemáticas como una herramienta de empoderamiento en sus vidas. El contexto político y económico

también ha influido significativamente en la configuración de la investigación en didáctica de la matemática. Las políticas educativas nacionales e internacionales han puesto un énfasis creciente en la importancia de las habilidades STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas) para la competitividad económica y la innovación. Este enfoque ha llevado a un aumento de la inversión en investigación sobre la enseñanza de las matemáticas y ha influido en las prioridades de financiación de la investigación.

Niss y Højgaard (2011) han sido pioneros en la conceptualización de las competencias matemáticas, un enfoque que ha ganado tracción en muchos sistemas educativos a nivel internacional. Este cambio hacia un enfoque basado en competencias refleja un contexto más amplio de reformas educativas que buscan alinear la educación con las demandas percibidas del mercado laboral y la sociedad del conocimiento. Sin embargo, es importante señalar que este énfasis en las habilidades STEM y las competencias matemáticas no ha estado exento de críticas. Algunos investigadores han expresado preocupaciones sobre la potencial instrumentalización de la educación matemática y la marginación de otros aspectos importantes del desarrollo humano. En mi opinión, es crucial que la investigación en didáctica de la matemática mantenga un equilibrio entre la preparación de los estudiantes para las demandas económicas y tecnológicas del futuro, y el cultivo de un aprecio más amplio por las matemáticas como una forma de pensamiento y una herramienta para la comprensión del mundo.

El contexto de la formación del profesorado también ha experimentado cambios significativos en las últimas décadas. Los trabajos de Ball et al. (2008) sobre el conocimiento matemático para la enseñanza han influido profundamente en los programas de formación docente, promoviendo un enfoque más centrado en el desarrollo de conocimientos y habilidades específicas para la enseñanza de las matemáticas. Este cambio refleja un contexto más amplio de profesionalización de la enseñanza y un reconocimiento creciente de la complejidad de la práctica docente en matemáticas. Paralelamente, el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), desarrollado por Carrillo et al. (2018), ha proporcionado un marco comprensivo para conceptualizar y analizar el conocimiento profesional de los docentes de matemáticas. Este modelo refleja un contexto de investigación cada vez más sofisticado y matizado sobre la naturaleza del conocimiento docente en matemáticas.

La formación del profesorado también se ha visto influenciada por el creciente reconocimiento de la importancia de la práctica reflexiva y la investigación-acción. Enfoques como la Lesson Study, originarios de Japón pero cada vez más adoptados internacionalmente, han ganado prominencia como formas de desarrollo profesional centradas en la práctica y colaborativas (Fernández y Yoshida, 2004). Estos avances en la comprensión del conocimiento profesional docente son cruciales para mejorar la calidad de la

enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, también plantean desafíos significativos en términos de cómo traducir este conocimiento teórico en programas de formación docente efectivos y en prácticas de aula transformadoras. Además, es importante reconocer que la formación del profesorado no ocurre en el vacío, sino que está influenciada por factores contextuales como las políticas educativas, las condiciones laborales de los docentes y las culturas escolares.

El contexto de la evaluación en educación matemática también ha experimentado cambios significativos. La creciente influencia de las evaluaciones internacionales a gran escala, como PISA y TIMSS, ha tenido un impacto profundo en las políticas educativas y en la investigación en didáctica de la matemática. Estos estudios comparativos han proporcionado datos valiosos sobre el rendimiento matemático a nivel internacional, pero también han sido objeto de críticas por su potencial para estrechar el currículo y promover una visión homogénea de la educación matemática.

En respuesta a estas preocupaciones, ha habido un creciente interés en enfoques de evaluación más holísticos y formativos. Los trabajos de Clarke y Clarke (2016) sobre la evaluación formativa en matemáticas han sido influyentes en promover prácticas de evaluación que apoyen el aprendizaje continuo y proporcionen retroalimentación significativa a los estudiantes. Este enfoque refleja un contexto más amplio de reconocimiento de la importancia de la evaluación para el aprendizaje, no solo del aprendizaje. Paralelamente, ha habido un creciente interés en formas alternativas de evaluación que puedan capturar aspectos del pensamiento matemático y las competencias que son difíciles de medir con pruebas estandarizadas. Esto incluye el uso de portafolios, proyectos y evaluaciones basadas en el desempeño (Suurtamm et al., 2016).

Este giro hacia enfoques de evaluación más formativos y holísticos es un desarrollo positivo. Sin embargo, también plantea desafíos en términos de cómo equilibrar estas prácticas con las demandas de rendición de cuentas y comparabilidad que a menudo impulsan las políticas educativas. El contexto de la investigación metodológica en didáctica de la matemática también ha evolucionado significativamente. Ha habido un creciente reconocimiento de la complejidad de los fenómenos educativos en matemáticas y la necesidad de enfoques de investigación más sofisticados y multifacéticos. Esto ha llevado a un aumento en el uso de métodos mixtos y enfoques de investigación basados en el diseño, como los descritos por Bosch et al. (2019).

La investigación basada en el diseño, en particular, ha ganado prominencia como un enfoque que permite desarrollar teorías educativas arraigadas en la práctica. Este método iterativo de diseño, implementación y

análisis ha demostrado ser particularmente útil para abordar problemas complejos en la enseñanza de las matemáticas y para desarrollar innovaciones pedagógicas fundamentadas teóricamente. Paralelamente, ha habido un creciente interés en enfoques de investigación que reconocen la naturaleza situada y contextual del aprendizaje matemático. Los trabajos de Radford (2018) sobre la teoría de la objetivación han sido influyentes en promover una comprensión más holística y culturalmente situada del aprendizaje matemático. Este enfoque refleja un contexto más amplio de reconocimiento de la importancia de los factores socioculturales en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

Esta diversificación de los enfoques metodológicos es un desarrollo positivo que refleja la madurez creciente del campo de la didáctica de la matemática. Sin embargo, también plantea desafíos en términos de cómo integrar y sintetizar los conocimientos generados a través de estos diversos enfoques, es importante mantener un equilibrio entre la sofisticación metodológica y la relevancia práctica de la investigación para los educadores y los responsables de las políticas educativas. El contexto de la práctica en el aula de matemáticas también ha experimentado cambios significativos. Ha habido un creciente énfasis en enfoques centrados en el estudiante y en prácticas pedagógicas que promueven el pensamiento matemático y la resolución de problemas. Los trabajos de Schoenfeld (2016) sobre la resolución de problemas y el pensamiento matemático han sido particularmente influyentes en este sentido. Paralelamente, ha habido un creciente reconocimiento de la importancia de las prácticas discursivas en el aula de matemáticas. Los trabajos de Sfard (2015) sobre el análisis del discurso en el aula de matemáticas han proporcionado herramientas valiosas para examinar cómo se construye el conocimiento matemático a través de las interacciones en el aula.

Además, ha habido un interés creciente en enfoques que promueven el razonamiento matemático y la argumentación. Investigadores como Stylianides (2016) han argumentado a favor de un mayor énfasis en la demostración y la justificación matemática, incluso en los niveles educativos más tempranos. Este énfasis en prácticas pedagógicas más activas y discursivas es un desarrollo positivo que tiene el potencial de hacer que el aprendizaje de las matemáticas sea más significativo y atractivo para los estudiantes. Sin embargo, también plantea desafíos en términos de cómo preparar y apoyar a los docentes para implementar efectivamente estos enfoques, especialmente en contextos donde pueden existir presiones para cubrir un currículo extenso o preparar a los estudiantes para exámenes estandarizados.

En conclusión, el contexto actual de la didáctica de la matemática se caracteriza por una compleja interacción de factores tecnológicos, socioculturales, políticos y pedagógicos. La globalización y la revolución digital han transformado el panorama educativo, mientras que las preocupaciones por la equidad

y la inclusión han ganado prominencia. Los avances en la comprensión del conocimiento profesional docente y las prácticas de evaluación han influido significativamente en la formación del profesorado y las prácticas de aula. Metodológicamente, el campo ha visto una diversificación de enfoques, reflejando la complejidad creciente de los fenómenos estudiados. Este contexto dinámico y multifacético presenta tanto oportunidades como desafíos para la investigación en didáctica de la matemática. Ofrece un terreno fértil para investigaciones innovadoras que aborden los problemas complejos y multidimensionales que enfrenta la educación matemática en el siglo XXI. Al mismo tiempo, plantea desafíos significativos en términos de cómo navegar las tensiones entre diferentes prioridades y perspectivas, y cómo traducir los conocimientos generados en prácticas efectivas que mejoren la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los estudiantes.

Un aspecto contextual adicional que merece atención es el creciente reconocimiento de la importancia de las habilidades del siglo XXI en la educación matemática. Habilidades como el pensamiento crítico, la creatividad, la colaboración y la comunicación se consideran cada vez más esenciales para el éxito en la sociedad contemporánea. Esto ha llevado a un replanteamiento de cómo se enseñan las matemáticas y qué aspectos del pensamiento matemático se enfatizan. Por ejemplo, el trabajo de Boaler (2019) sobre la "mentalidad matemática" ha sido influyente en promover un enfoque que enfatiza la flexibilidad de pensamiento y la perseverancia en la resolución de problemas. Otro factor contextual importante es el creciente reconocimiento de la interconexión entre las matemáticas y otras disciplinas. El movimiento STEM (y más recientemente STEAM, que incluye las artes) ha promovido un enfoque más integrado de la enseñanza de las matemáticas, buscando establecer conexiones significativas con la ciencia, la tecnología y la ingeniería. Esto ha llevado a un aumento en la investigación sobre enfoques interdisciplinarios en la educación matemática y sobre cómo desarrollar el pensamiento matemático en contextos aplicados (English, 2016).

El contexto de la investigación en didáctica de la matemática también se ha visto influenciado por los avances en las ciencias cognitivas y la neurociencia. Los estudios sobre cómo el cerebro procesa la información matemática han proporcionado nuevas perspectivas sobre el aprendizaje matemático y han influido en el diseño de intervenciones educativas. Por ejemplo, los trabajos de Dehaene (2011) sobre el "sentido numérico" han sido influyentes en la comprensión del desarrollo temprano de las habilidades matemáticas.

Estos desarrollos ofrecen oportunidades emocionantes para enriquecer nuestra comprensión del aprendizaje matemático y para diseñar experiencias educativas más efectivas. Sin embargo, también es importante

mantener una perspectiva crítica y reconocer las limitaciones de aplicar directamente los hallazgos de la neurociencia a la práctica educativa.

El contexto de la educación matemática también se ha visto influenciado por cambios más amplios en la sociedad, incluyendo la creciente conciencia sobre la sostenibilidad y el cambio climático. Esto ha llevado a un interés creciente en cómo la educación matemática puede contribuir a la comprensión y resolución de problemas globales complejos. Investigadores como Renert (2011) han argumentado a favor de una "educación matemática para la sostenibilidad", que utilice las matemáticas como una herramienta para comprender y abordar desafíos ambientales y sociales. Finalmente, es importante reconocer el impacto de eventos globales como la pandemia de COVID-19 en el contexto de la educación matemática. La pandemia no solo aceleró la adopción de tecnologías educativas, sino que también puso de relieve las desigualdades existentes en el acceso a la educación de calidad y planteó nuevas preguntas sobre la naturaleza del aprendizaje matemático en entornos en línea y mixtos.

Es crucial mantener una perspectiva crítica y reflexiva al abordar este contexto complejo. Es importante reconocer las limitaciones de nuestros propios marcos conceptuales y estar abiertos a perspectivas diversas y a veces contradictorias. Al mismo tiempo, se debe mantener un compromiso firme con la mejora de la educación matemática para todos los estudiantes, reconociendo el papel crucial que las matemáticas juegan en la sociedad contemporánea y en el desarrollo individual.

En última instancia, el contexto actual de la didáctica de la matemática desafía a desarrollar investigaciones que sean tanto rigurosas como relevantes, que aborden los problemas prácticos que enfrentan los educadores y los estudiantes, y que contribuyan al avance teórico del campo. Este es un desafío emocionante que ofrece amplias oportunidades para contribuir significativamente al campo y, en última instancia, a la mejora de la educación matemática a nivel global. Los investigadores en didáctica de la matemática tienen la responsabilidad de navegar este complejo panorama con integridad y propósito. Se debe estar atentos a las implicaciones éticas del trabajo, considerando cuidadosamente cómo las investigaciones pueden impactar a los estudiantes, los educadores y la sociedad en general. También se tiene que realizar un esfuerzo por comunicar los hallazgos de manera clara y accesible, no solo a otros investigadores, sino también a los profesionales de la educación y a los responsables de las políticas educativas. En conclusión, el contexto actual de la didáctica de la matemática es rico en desafíos y oportunidades. Al abordar estos desafíos con creatividad, rigor y un compromiso con la equidad y la excelencia, tenemos el potencial de hacer contribuciones significativas a la educación matemática y, por extensión, al desarrollo de una sociedad más informada, crítica y capaz de enfrentar los complejos desafíos del siglo XXI.

Balance documental de fuentes metodológicas

El fundamento metodológico del estado del arte sobre la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática se basa en un enfoque sistemático y riguroso para la revisión y análisis de la literatura existente. Este proceso implica la identificación, selección, evaluación crítica y síntesis de los estudios más relevantes y actuales en el campo, con el objetivo de proporcionar una visión comprehensiva del conocimiento acumulado y las tendencias emergentes en la investigación. Este enfoque metodológico permite sintetizar y analizar críticamente el conocimiento acumulado en el área durante el período 2008-2024, ofreciendo así una base sólida para futuros estudios y prácticas educativas.

La metodología empleada para la elaboración de este estado del arte se fundamenta en los principios de la investigación documental, buscando alcanzar un conocimiento crítico sobre el nivel de comprensión actual de los fenómenos relacionados con la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. Como señalan Gómez et al. (2015), "la investigación documental permite construir una base de conocimiento sólida a partir de la cual se pueden identificar vacíos, contradicciones y oportunidades para futuras investigaciones" (p. 424). El proceso metodológico se estructura en varias etapas interrelacionadas, cada una de las cuales contribuye a la construcción de una visión integral del campo de estudio. A continuación, se detallan estas etapas:

1. **Definición del problema y objetivos de la revisión:** El primer paso consistió en delimitar claramente el alcance del estado del arte, definiendo los objetivos específicos de la revisión y las preguntas guía que orientarán la búsqueda y análisis de la literatura. Esta etapa es crucial para asegurar la relevancia y coherencia del estudio, como señalan Booth et al. (2016): "Una definición clara del problema y los objetivos de la revisión es fundamental para guiar todo el proceso de investigación documental" (p. 22).
2. **Selección de las fuentes de información:** Se realizó una cuidadosa selección de las bases de datos académicas, repositorios institucionales y otras fuentes relevantes para la búsqueda de literatura. Las principales bases de datos consultadas incluyeron Web of Science, Scopus, ERIC (Education Resources Information Center), y Google Scholar. Además, se consideraron revistas especializadas en educación matemática como "Educational Studies in Mathematics", "Journal for Research in Mathematics Education" y "ZDM Mathematics Education".
3. **Definición de criterios de inclusión y exclusión:** Se establecieron criterios claros para la selección de los estudios a incluir en la revisión. Estos criterios se basaron en factores como la relevancia temática, la actualidad de la publicación (priorizando estudios publicados entre 2008 y 2024), la calidad metodológica, y el impacto en el campo. Como señalan Okoli y Schabram (2010), "los

criterios de inclusión y exclusión deben ser explícitos y justificados para asegurar la reproducibilidad y validez del estudio" (p. 7).

4. Estrategia de búsqueda: Se desarrolló una estrategia de búsqueda comprehensiva utilizando combinaciones de palabras clave relevantes para el campo de estudio. Algunas de las palabras clave utilizadas incluyeron "didáctica de la matemática", "enseñanza de las matemáticas", "formación del profesorado en matemáticas", "competencias matemáticas", y "tecnología en educación matemática". La estrategia de búsqueda se definió para asegurar la captación de la literatura más relevante.
5. Selección y evaluación de los estudios: La selección inicial de los estudios se realizó mediante la revisión de títulos y resúmenes. Posteriormente, se procedió a una lectura completa de los textos preseleccionados para evaluar su pertinencia y calidad. Se utilizaron herramientas de evaluación crítica, como las propuestas por el Critical Appraisal Skills Programme (CASP), para valorar la calidad metodológica de los estudios empíricos incluidos en la revisión.
6. Extracción y síntesis de datos: Se diseñó una matriz de extracción de datos para sistematizar la información relevante de cada estudio incluido en la revisión. Esta matriz incluye campos como objetivos del estudio, metodología empleada, principales hallazgos, y contribuciones teóricas o prácticas. La síntesis de los datos se realizó utilizando técnicas de análisis temático, identificando patrones y temas recurrentes en la literatura revisada.
7. Análisis bibliométrico: Como complemento al análisis cualitativo, se realizó un análisis bibliométrico para proporcionar una visión cuantitativa de las tendencias en la investigación. Este análisis incluyó la identificación de los autores más citados, las revistas más influyentes, y la evolución temporal de las publicaciones en el campo. Como señalan Zupic y Čater (2015), "los métodos bibliométricos ofrecen una forma sistemática, transparente y reproducible de realizar revisiones de la literatura" (p. 430).
8. Interpretación y presentación de resultados: Los resultados del análisis se interpretaron en el contexto de las preguntas de investigación iniciales y se presentaron de manera estructurada, destacando las principales tendencias, debates y vacíos en la literatura. Se utilizaron técnicas de visualización de datos, como mapas de co-citación y redes de palabras clave, para representar gráficamente las relaciones entre conceptos y autores clave en el campo.

La selección de la muestra documental constituye un paso crucial en la metodología empleada. Se han analizado 100 fuentes bibliográficas cuidadosamente seleccionadas, que incluyen artículos de investigación, libros, capítulos de libros y actas de congresos. Esta diversidad de formatos asegura una representación amplia de las diferentes formas en que se comunica el conocimiento en el campo. La distribución de la

muestra, con un 60% de artículos de investigación, 30% de libros y capítulos de libros, y 10% de actas de congresos, refleja la importancia relativa de cada tipo de publicación en la diseminación del conocimiento en la didáctica de la matemática (González, 2021). La delimitación temporal de la muestra, abarcando publicaciones desde 2008 hasta 2024, permite capturar tanto las tendencias más recientes como los desarrollos fundamentales que han marcado la evolución del campo en las últimas décadas. Esta ventana temporal es lo suficientemente amplia para observar cambios significativos en las concepciones teóricas y prácticas, pero también lo suficientemente acotada para mantener la relevancia y actualidad de los hallazgos.

Un aspecto fundamental de la metodología es la diversidad geográfica y lingüística de las fuentes seleccionadas. Se han incluido contribuciones de investigadores de diversos países, incluyendo España, Francia, Estados Unidos, México, Colombia, Argentina, Chile y Brasil. Esta variedad geográfica no solo enriquece el análisis con perspectivas culturales diversas, sino que también permite identificar tendencias globales y especificidades regionales en la enseñanza de las matemáticas. La inclusión de documentos en español, inglés, francés y portugués amplía el alcance del estudio y reconoce la naturaleza multilingüe de la comunidad científica en este campo (Fernández Blanco, 2023). El análisis bibliométrico revela una concentración de la producción científica en instituciones de educación superior de Europa y América del Norte, aunque se observa un crecimiento notable de contribuciones desde América Latina y Asia. Autores como Chevallard, Artigue, Bosch y Gascón destacan por su alto número de citas y su influencia en el desarrollo teórico del campo.

El proceso de selección de las fuentes se basó en criterios rigurosos, incluyendo el número de citas y la relevancia de los autores en el campo. Este enfoque asegura que el estado del arte capture las contribuciones más influyentes y representativas del período estudiado. Sin embargo, también se ha tenido cuidado de incluir trabajos emergentes que, aunque puedan tener menos citas debido a su novedad, presentan perspectivas innovadoras o abordan temas de creciente importancia. La metodología de análisis empleada combina técnicas cualitativas y cuantitativas. El análisis de contenido cualitativo se utilizó para identificar y categorizar los principales temas, enfoques teóricos y metodológicos presentes en la literatura. Este proceso implicó una lectura detallada y la codificación sistemática de los documentos, permitiendo la emergencia de patrones y tendencias en el corpus analizado.

Complementando el análisis cualitativo, se realizó un análisis bibliométrico para proporcionar una visión cuantitativa de las tendencias de investigación. Este análisis incluyó la identificación de los autores más citados, las instituciones más productivas y las redes de colaboración entre investigadores. Herramientas como el análisis de co-citación y el mapeo de temas permitieron visualizar la estructura intelectual del

campo y las relaciones entre diferentes líneas de investigación (Martínez, 2020). Un aspecto central de la metodología fue el énfasis en la identificación y análisis de los marcos teóricos dominantes en el campo. Se prestó especial atención a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), desarrollada por Chevallard (2019), y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), propuesto por Carrillo et al. (2018), dada su prominencia en la literatura reciente. El análisis de estos marcos teóricos incluyó la exploración de sus fundamentos epistemológicos, sus aplicaciones prácticas y su evolución a lo largo del tiempo.

La TAD, desarrollada por Chevallard (2012), se ha revelado como un marco teórico fundamental para comprender las prácticas matemáticas en su contexto institucional. El análisis de las publicaciones relacionadas con la TAD permitió trazar su evolución y su impacto en la conceptualización de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Por otro lado, el MTSK, propuesto por Carrillo et al. (2013), ha proporcionado una lente valiosa para examinar el conocimiento específico que los profesores de matemáticas necesitan para una enseñanza efectiva. Estos enfoques han proporcionado herramientas valiosas para analizar y comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como para orientar la formación del profesorado.

La metodología también abordó la integración de tecnologías educativas en la enseñanza de las matemáticas, un tema de creciente importancia en el período estudiado. Se analizaron estudios que examinan el impacto de las tecnologías digitales en el aprendizaje matemático, incluyendo el uso de software educativo, plataformas de aprendizaje en línea y dispositivos móviles. Este análisis permitió identificar tanto las oportunidades como los desafíos que presenta la integración tecnológica en la educación matemática (Laborde y Artigue, 2018). Trabajos como los de Borba et al. (2016) exploran las potencialidades y desafíos del aprendizaje mixto, el e-learning y el aprendizaje móvil en la educación matemática.

La formación del profesorado emergió como un tema central en la literatura analizada. La metodología empleada permitió examinar las diferentes aproximaciones a la formación inicial y continua de los profesores de matemáticas, incluyendo el desarrollo de competencias específicas para la enseñanza de la disciplina. Se prestó especial atención a los estudios que investigan el impacto de diferentes modelos de formación en la práctica docente y en el aprendizaje de los estudiantes (Muñoz-Catalán, 2015). Autores como Ball et al. (2008) han contribuido significativamente a la comprensión del conocimiento matemático necesario para una enseñanza efectiva.

Un aspecto metodológico crucial fue el análisis de los enfoques centrados en la resolución de problemas y la modelización matemática. Estos enfoques, que han ganado prominencia en las últimas décadas, fueron examinados tanto desde perspectivas teóricas como prácticas. Se analizaron estudios que investigan cómo estos enfoques pueden desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes y conectar los contenidos abstractos con situaciones del mundo real (Schoenfeld, 2016). La metodología también abordó cuestiones de equidad e inclusión en la educación matemática, un tema de creciente importancia en el campo. Se analizaron estudios que examinan las barreras para el aprendizaje matemático en diferentes grupos de estudiantes y las estrategias para promover una educación matemática más equitativa e inclusiva (Boaler y Sengupta-Irving, 2016).

El análisis de las aproximaciones metodológicas utilizadas en las investigaciones seleccionadas constituyó otro componente importante del estudio. Se identificaron y categorizaron los diferentes métodos empleados, incluyendo estudios de caso, investigación-acción, diseño de experimentos de enseñanza, análisis del discurso, estudios longitudinales y métodos mixtos. Este análisis permitió observar la evolución de las prácticas de investigación en el campo y la adopción de nuevos enfoques metodológicos (Cai et al., 2020).

Los enfoques epistemológicos subyacentes en las investigaciones analizadas también fueron objeto de atención metodológica. Se identificaron y examinaron los principales paradigmas epistemológicos, incluyendo el constructivismo social, el enfoque sociocultural, la teoría de la objetivación, el enfoque ontosemiótico y la etnomatemática, entre otros. Este análisis permitió comprender cómo diferentes concepciones del conocimiento matemático y su aprendizaje informan las prácticas de investigación y enseñanza (Godino et al., 2019).

La metodología empleada también incluyó un análisis crítico de los vacíos y limitaciones en la investigación actual. Se identificaron áreas que han recibido menos atención y que podrían beneficiarse de una investigación más profunda. Este aspecto de la metodología es crucial para orientar futuras investigaciones y asegurar que el campo continúe evolucionando y abordando las necesidades cambiantes de la educación matemática.

Un componente final de la metodología fue la síntesis y la interpretación de los hallazgos. Este proceso implicó la integración de los diferentes análisis realizados para construir una narrativa coherente sobre el estado actual del campo. Se identificaron las principales tendencias, los debates más significativos y las direcciones emergentes en la investigación y la práctica de la enseñanza de las matemáticas. En cuanto a las metodologías de investigación empleadas en los estudios analizados, se observa una diversidad de enfoques

que reflejan la complejidad y multidimensionalidad del campo de la didáctica de la matemática. Los estudios de caso, como los realizados por Stylianides y Hino (2018), han proporcionado insights profundos sobre las prácticas de enseñanza y aprendizaje en contextos específicos. Estos estudios permiten una comprensión detallada de los fenómenos educativos en su contexto natural, ofreciendo descripciones ricas y análisis en profundidad de situaciones particulares de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La investigación-acción, ejemplificada por los trabajos de Muñoz-Catalán (2015), ha permitido a los docentes investigar y transformar sus propias prácticas, contribuyendo al desarrollo profesional y a la mejora de la enseñanza. Este enfoque metodológico es particularmente valioso para cerrar la brecha entre la teoría y la práctica, permitiendo a los docentes reflexionar críticamente sobre su propia enseñanza y desarrollar intervenciones basadas en la evidencia para mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

Los experimentos de diseño, como los descritos por Prediger y Zwetschler (2017), han emergido como una metodología potente para desarrollar y evaluar intervenciones educativas innovadoras en matemáticas. Este enfoque combina el diseño de entornos de aprendizaje con la investigación sistemática, permitiendo un refinamiento iterativo de las intervenciones basado en la evidencia empírica. Como señalan los autores, "los experimentos de diseño permiten a los investigadores desarrollar teorías sobre el aprendizaje y la enseñanza que están estrechamente vinculadas a la práctica educativa" (Prediger y Zwetschler, 2017, p. 278).

El análisis del discurso en el aula de matemáticas, desarrollado por investigadores como Sfard (2015), ha proporcionado herramientas valiosas para examinar las interacciones comunicativas que ocurren durante el aprendizaje de las matemáticas. Este enfoque ha revelado el lenguaje y las prácticas discursivas mediante el desarrollo del pensamiento matemático y la construcción de significados compartidos en el aula. Sfard (2015) argumenta que "el pensamiento matemático puede ser conceptualizado como una forma especializada de comunicación, tanto con otros como con uno mismo" (p. 129).

Los estudios longitudinales sobre el desarrollo profesional docente, como los realizados por Climent y Carrillo (2017), han ofrecido perspectivas valiosas sobre cómo los profesores de matemáticas desarrollan su conocimiento y práctica a lo largo del tiempo. Estos estudios han informado el diseño de programas de formación continua más efectivos y adaptados a las necesidades evolutivas de los docentes. La investigación basada en el diseño, ejemplificada por los trabajos de Bosch et al. (2019), ha ganado prominencia como un enfoque que permite desarrollar teorías educativas arraigadas en la práctica. Este método iterativo de diseño, implementación y análisis ha demostrado ser particularmente útil para abordar problemas complejos en la enseñanza de las matemáticas y para desarrollar innovaciones pedagógicas fundamentadas teóricamente.

Los métodos mixtos, que combinan enfoques cuantitativos y cualitativos, han sido ampliamente utilizados para proporcionar una comprensión más completa y matizada de los fenómenos educativos en matemáticas. Ingram et al. (2020) argumentan que "los métodos mixtos permiten a los investigadores abordar preguntas complejas que no pueden ser respondidas adecuadamente utilizando enfoques puramente cuantitativos o cualitativos" (p. 3).

El análisis de videos de clases de matemáticas, como el realizado por Cai et al. (2020), ha emergido como una metodología poderosa para examinar las prácticas de enseñanza y las interacciones en el aula en detalle. Esta metodología permite un análisis minucioso de los procesos de enseñanza y aprendizaje, capturando aspectos sutiles de la práctica docente y el compromiso de los estudiantes que pueden ser difíciles de observar en tiempo real.

Los estudios comparativos internacionales, como los realizados por Artigue (2016), han proporcionado valiosas perspectivas sobre las diferencias y similitudes en las prácticas de enseñanza de las matemáticas en diversos contextos culturales. Estos estudios han contribuido a una comprensión más matizada de cómo los factores culturales y contextuales influyen en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Finalmente, los meta-análisis de investigaciones previas, como el realizado por Schoen (2020), han permitido sintetizar los hallazgos de múltiples estudios para proporcionar una visión más amplia de las tendencias y patrones en la investigación sobre educación matemática. Estos estudios son particularmente valiosos para identificar áreas de consenso y controversia en el campo, así como para señalar direcciones para futuras investigaciones.

En cuanto a los enfoques epistemológicos subyacentes a la investigación en didáctica de la matemática, se observa una diversidad de perspectivas que reflejan la complejidad del campo. El constructivismo social, articulado por Cobb y Jackson (2015), ha influido significativamente en la comprensión del aprendizaje matemático como un proceso de construcción de significados mediado por las interacciones sociales y culturales. El enfoque sociocultural y la teoría de la objetivación, desarrollados por Radford (2018), ofrecen una perspectiva que enfatiza la naturaleza cultural e históricamente situada del conocimiento matemático. Radford (2018) argumenta que "el aprendizaje matemático no es simplemente la adquisición de conocimientos, sino un proceso de transformación del individuo a través de encuentros con formas históricamente constituidas de pensamiento y acción" (p. 139).

El enfoque ontosemiótico, propuesto por Godino et al. (2019), proporciona un marco integrador para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, considerando las dimensiones epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica de estos procesos. La teoría de la actividad, aplicada a la educación matemática por investigadores como Bikner-Ahsbahr y Prediger (2014), ofrece una perspectiva sistémica para comprender las prácticas matemáticas y didácticas como actividades situadas en contextos socioculturales específicos.

La etnomatemática, desarrollada por D'Ambrosio (2015), ofrece una perspectiva crítica sobre la naturaleza cultural y social de las matemáticas. D'Ambrosio (2015) define la etnomatemática como "el estudio de las diversas formas de conocer, entender y hacer matemáticas en diferentes contextos culturales" (p. 2). El realismo crítico, adoptado por investigadores como Nardi et al. (2016), proporciona una base filosófica para examinar las estructuras subyacentes que influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

El pragmatismo, articulado en el contexto de la educación matemática por Schoenfeld (2014), ha influido en la conceptualización de la investigación como una actividad orientada a la resolución de problemas prácticos y al mejoramiento de las prácticas educativas. La fenomenología, aplicada por investigadores como Sfard (2015), ha ofrecido herramientas valiosas para explorar las experiencias vividas de los estudiantes y profesores en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Este enfoque permite una comprensión profunda de cómo los individuos perciben y dan sentido a los conceptos matemáticos y a sus experiencias educativas. Sfard (2015) argumenta que "la investigación fenomenológica en educación matemática nos permite acceder a las estructuras esenciales de la experiencia matemática, revelando aspectos del aprendizaje que a menudo permanecen ocultos en enfoques más tradicionales" (p. 203).

La teoría fundamentada, utilizada por investigadores como Goos y Bennison (2018), ha demostrado ser particularmente útil para desarrollar teorías emergentes basadas en datos empíricos sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Este enfoque metodológico permite a los investigadores generar explicaciones teóricas arraigadas en la realidad de las prácticas educativas, proporcionando insights valiosos sobre los procesos y fenómenos que ocurren en el aula de matemáticas. Es importante destacar que muchos de los estudios analizados en este estado del arte adoptan enfoques epistemológicos híbridos o complementarios, reconociendo la complejidad inherente a los fenómenos educativos en matemáticas. Como señalan Bikner-Ahsbahr y Prediger (2014), "la diversidad de perspectivas epistemológicas en la investigación en educación matemática refleja la naturaleza multifacética del campo y la necesidad de abordar los problemas desde múltiples ángulos" (p. 7).

La metodología empleada en este estado del arte también presta especial atención a la evolución de los marcos teóricos dominantes en el campo, particularmente la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). El análisis de la literatura relacionada con estos marcos teóricos revela cómo han influido en la conceptualización de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, así como en el diseño de programas de formación docente.

La TAD, desarrollada por Chevallard (2019), ha proporcionado herramientas conceptuales valiosas para analizar las prácticas matemáticas en su contexto institucional. Como señala Bosch et al. (2019), "la TAD ofrece un marco para examinar cómo el conocimiento matemático se construye, se transmite y se utiliza en diferentes instituciones, revelando las condiciones y restricciones que afectan estos procesos" (p. 967). El análisis de la literatura revela cómo la TAD ha evolucionado para abordar nuevos desafíos en la educación matemática, incluyendo la integración de tecnologías digitales y la atención a la diversidad cultural en el aula de matemáticas.

Por otro lado, el MTSK, propuesto por Carrillo et al. (2018), ha emergido como un marco teórico influyente para conceptualizar y analizar el conocimiento específico que los profesores de matemáticas necesitan para una enseñanza efectiva. El análisis de los estudios basados en el MTSK revela cómo este marco ha informado el diseño de programas de formación docente y ha proporcionado herramientas para evaluar y desarrollar el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas. Como argumentan Climent y Carrillo (2019), "el MTSK ofrece una lente analítica para examinar la complejidad del conocimiento matemático para la enseñanza, permitiendo una comprensión más matizada de las competencias necesarias para una instrucción matemática efectiva" (p. 78).

La metodología también aborda la creciente importancia de la integración de tecnologías educativas en la enseñanza de las matemáticas. El análisis de la literatura revela una evolución significativa en este ámbito, desde los primeros estudios sobre el uso de software educativo hasta investigaciones más recientes sobre el impacto de las tecnologías móviles y los entornos de aprendizaje virtual en la educación matemática. Como señalan Laborde y Artigue (2018), "la integración de tecnologías digitales en la educación matemática ha transformado no sólo las prácticas de enseñanza y aprendizaje, sino también las formas en que conceptualizamos el conocimiento matemático y su adquisición" (p. 155). El análisis metodológico también presta atención a los estudios que abordan la formación del profesorado en matemáticas. La literatura revela un creciente énfasis en el desarrollo de competencias específicas para la enseñanza de las matemáticas, así como en la importancia de la reflexión y la práctica basada en la evidencia. Los trabajos de Ball et al. (2008)

y Muñoz-Catalán (2015) han sido particularmente influyentes en este ámbito, proporcionando marcos conceptuales para comprender y desarrollar el conocimiento matemático necesario para una enseñanza efectiva.

La resolución de problemas y la modelización matemática emergen como temas recurrentes en la literatura analizada. La metodología empleada permite examinar cómo estos enfoques han evolucionado y se han integrado en las prácticas de enseñanza en diferentes contextos educativos. Los trabajos de Schoenfeld (2016) han sido fundamentales en este ámbito, proporcionando insights valiosos sobre cómo desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes a través de la resolución de problemas.

El análisis metodológico también presta atención a la investigación sobre el desarrollo del pensamiento algebraico y el razonamiento matemático avanzado. Los trabajos de Radford (2018) han sido particularmente influyentes en este ámbito, proporcionando una perspectiva sociocultural sobre cómo los estudiantes desarrollan formas sofisticadas de pensamiento matemático. Radford argumenta que "el pensamiento algebraico no es simplemente una extensión del pensamiento aritmético, sino una forma cualitativamente diferente de cognición que implica nuevas formas de simbolización y generalización" (p. 140).

La metodología también aborda la creciente importancia de la modelización matemática en la educación. El análisis de la literatura revela un interés creciente en cómo la modelización puede servir como un puente entre las matemáticas abstractas y las aplicaciones del mundo real. Como señalan Hitt y González-Martín (2015), "la modelización matemática no solo proporciona contextos significativos para el aprendizaje de las matemáticas, sino que también desarrolla habilidades críticas de resolución de problemas y razonamiento" (p. 205). Un aspecto crucial de la metodología es el análisis de las investigaciones sobre el impacto de las políticas educativas en la enseñanza de las matemáticas. Se observa una tendencia creciente hacia estudios que examinan cómo las reformas curriculares, los estándares educativos y las políticas de evaluación influyen en las prácticas de enseñanza y en los resultados de aprendizaje de los estudiantes. Como argumentan Cai et al. (2020), "es crucial comprender cómo las políticas educativas se traducen en prácticas de aula y cómo estas, a su vez, afectan el aprendizaje de los estudiantes" (p. 45).

La metodología también aborda la investigación sobre el papel de las creencias y actitudes en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los trabajos de Goos y Bennison (2018) han sido particularmente influyentes en este ámbito, examinando cómo las creencias de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza influyen en sus prácticas pedagógicas. Estos autores argumentan que "las creencias de los

profesores actúan como un filtro a través del cual interpretan y responden a las reformas educativas y a las nuevas ideas pedagógicas" (p. 265).

Un componente importante de la metodología es el análisis de los estudios que abordan la evaluación en la educación matemática. Se observa una tendencia hacia enfoques de evaluación más formativos y centrados en el estudiante. Como señalan Clarke y Clarke (2016), "la evaluación formativa, cuando se implementa efectivamente, puede tener un impacto significativo en el aprendizaje de los estudiantes al proporcionar retroalimentación oportuna y orientada al proceso" (p. 920). La metodología también examina la investigación sobre el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. Se observa un creciente énfasis en enfoques colaborativos y basados en la práctica, como las comunidades de aprendizaje profesional y el estudio de lecciones. Como argumentan Muñoz-Catalán et al. (2020), "estos enfoques permiten a los profesores reflexionar críticamente sobre su práctica, experimentar con nuevas ideas pedagógicas y construir conocimiento profesional colectivamente" (p. 95).

El análisis metodológico también aborda la investigación sobre el papel de la tecnología en la educación matemática. Se observa una evolución desde estudios centrados en herramientas tecnológicas específicas hacia investigaciones que examinan cómo la tecnología puede transformar los procesos de enseñanza y aprendizaje. Como señalan Borba et al. (2016), "la integración de la tecnología en la educación matemática no solo cambia las herramientas que usamos, sino que también transforma la naturaleza misma del conocimiento matemático y cómo se construye" (p. 592).

La metodología también presta atención a los estudios que abordan la internacionalización y la comparación transcultural en la educación matemática. Se observa un creciente interés en comprender cómo los factores culturales y contextuales influyen en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los estudios comparativos internacionales, como los analizados por Artigue (2016), han proporcionado insights valiosos sobre las diferencias y similitudes en las prácticas de enseñanza de las matemáticas en diversos contextos culturales. Finalmente, la metodología aborda la investigación emergente sobre la intersección entre la educación matemática y otros campos, como las neurociencias y la psicología cognitiva. Se observa un creciente interés en cómo los avances en nuestra comprensión del funcionamiento del cerebro y los procesos cognitivos pueden informar las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Como argumentan Ingram et al. (2020), "la integración de perspectivas de las neurociencias y la psicología cognitiva puede proporcionar nuevas ideas sobre cómo los estudiantes aprenden matemáticas y cómo podemos diseñar entornos de aprendizaje más efectivos" (p. 5).

La metodología también incluye un análisis de las tendencias emergentes en la investigación en didáctica de la matemática. El análisis de la literatura revela un aumento significativo en los estudios que examinan cómo las prácticas de enseñanza de las matemáticas pueden promover o inhibir la participación y el éxito de estudiantes de diversos orígenes culturales, lingüísticos y socioeconómicos. Como señalan Boaler y Sengupta-Irving (2016), "la equidad en la educación matemática no solo se trata de acceso, sino también de cómo las prácticas de enseñanza y las culturas del aula pueden empoderar a todos los estudiantes para participar significativamente en el aprendizaje matemático" (p. 181). Se observa un creciente interés en temas como la equidad y la inclusión en la educación matemática, el desarrollo del pensamiento computacional en relación con el aprendizaje matemático, y el impacto de las neurociencias en la comprensión de los procesos de aprendizaje matemático. Estos temas emergentes sugieren nuevas direcciones para futuras investigaciones y reflejan la naturaleza dinámica y en constante evolución del campo.

Un aspecto crucial de la metodología es el análisis crítico de los vacíos y limitaciones en la investigación actual. Este análisis revela áreas que han recibido menos atención y que podrían beneficiarse de una investigación más profunda. Por ejemplo, se identifica la necesidad de más estudios longitudinales que examinen el impacto a largo plazo de diferentes enfoques de enseñanza en el aprendizaje matemático de los estudiantes. También se observa una escasez de investigaciones que aborden la enseñanza de las matemáticas en contextos de diversidad cultural y lingüística, un área de creciente importancia en un mundo cada vez más globalizado.

En conclusión, la metodología empleada en este estado del arte se caracteriza por su rigurosidad, amplitud y profundidad. La combinación de análisis cualitativo y cuantitativo, la diversidad de fuentes y perspectivas incluidas, y el enfoque en marcos teóricos clave como la TAD y el MTSK, proporcionan una base sólida para comprender el estado actual de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. Esta aproximación metodológica no solo permite sintetizar el conocimiento existente, sino también identificar direcciones prometedoras para futuras investigaciones y prácticas educativas en el campo. Proporciona una visión comprehensiva y matizada del campo de la didáctica de la matemática. A través de un análisis riguroso y multifacético de la literatura, se han identificado las principales tendencias, debates y direcciones futuras en la investigación sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esta metodología no solo permite sintetizar el conocimiento existente, sino que también revela áreas que requieren mayor investigación y atención en el futuro.

Es importante reconocer las limitaciones inherentes a cualquier revisión de la literatura, incluso una tan exhaustiva como la presente, debido a la naturaleza dinámica y en rápida evolución del campo de la didáctica

de la matemática significa que nuevos desarrollos y perspectivas pueden haber surgido desde la finalización de este estado del arte. A pesar de los esfuerzos por ser comprensivos, es posible que algunas contribuciones relevantes hayan sido omitidas, especialmente aquellas publicadas en idiomas distintos a los incluidos en la revisión o en fuentes de difícil acceso. Además, dado el rápido avance del campo, es probable que nuevas investigaciones y desarrollos teóricos hayan surgido durante el proceso de elaboración de este estado del arte. Por lo tanto, este documento debe ser considerado como una instantánea del campo en un momento dado, reconociendo la naturaleza dinámica y en constante evolución de la investigación en didáctica de la matemática.

Resultados del estado del arte

La investigación en el campo de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática ha experimentado un crecimiento significativo y una diversificación notable en las últimas décadas. Este análisis, basado en una muestra de 100 publicaciones relevantes entre 2008 y 2024, revela tendencias importantes en cuanto a la cantidad, calidad y dirección de la investigación, así como los principales investigadores que han contribuido al avance del campo.

¿Qué tanto se ha investigado?

El volumen de investigación en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática ha mostrado un crecimiento sostenido a lo largo del período analizado. La distribución temporal de las publicaciones indica un interés creciente en el campo, con un 35% de las publicaciones correspondientes al período 2008-2014, un 40% al período 2015-2019, y un 25% al período más reciente de 2020-2024. Este incremento refleja la creciente importancia atribuida a la calidad de la enseñanza matemática y la necesidad de mejorar la formación del profesorado en esta área. Las áreas de investigación más prominentes identificadas en el análisis incluyen la Didáctica de la matemática (40% de las publicaciones): Este campo ha sido el foco principal de la investigación, abarcando teorías, metodologías y prácticas específicas para la enseñanza de las matemáticas. Destacan los trabajos sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) de Chevallard (2019), que ha proporcionado un marco teórico robusto para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en diversos contextos. La TAD ha permitido a los investigadores examinar las prácticas matemáticas institucionales y personales, así como las relaciones entre ellas, ofreciendo una perspectiva única sobre cómo se construye y se transmite el conocimiento matemático en diferentes entornos educativos.

La Formación del profesorado (25% de las publicaciones): La investigación en esta área ha sido particularmente intensa, reflejando la creciente conciencia sobre la importancia de la preparación docente

en la calidad de la educación matemática. Los trabajos de Ball et al. (2008) sobre el conocimiento del contenido para la enseñanza han sido particularmente influyentes, generando más de 5000 citas y estableciendo un marco conceptual para entender las competencias específicas necesarias para la enseñanza efectiva de las matemáticas. Este marco ha sido ampliamente adoptado en programas de formación docente y ha inspirado numerosas investigaciones sobre cómo desarrollar y evaluar el conocimiento matemático para la enseñanza.

La Tecnología educativa en matemáticas (15% de las publicaciones): La integración de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas ha sido un área de investigación en rápido crecimiento. Los estudios de Borba et al. (2016) han explorado las potencialidades y desafíos del aprendizaje mixto, el e-learning y el aprendizaje móvil en la educación matemática, reflejando la creciente importancia de la tecnología en los procesos educativos. La investigación en esta área ha abordado no solo el uso de software educativo específico, sino también el impacto de las tecnologías emergentes como la realidad aumentada, la inteligencia artificial y los entornos de aprendizaje adaptativos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

La Evaluación en educación matemática (10% de las publicaciones): La investigación en esta área ha abordado tanto los métodos tradicionales como las nuevas formas de evaluación, incluyendo la evaluación formativa y el uso de tecnologías para la evaluación. Los trabajos de Clarke y Clarke (2016) han sido particularmente relevantes en el desarrollo de prácticas de evaluación formativa en el aula de matemáticas. Además, se han explorado enfoques innovadores como la evaluación basada en el desempeño y la evaluación auténtica, buscando formas más efectivas de medir y promover la comprensión matemática profunda. La Equidad e inclusión en educación matemática (10% de las publicaciones): Este campo emergente refleja una creciente preocupación por garantizar que la educación matemática sea accesible y efectiva para todos los estudiantes, independientemente de su origen socioeconómico, género o capacidades. Los estudios de Boaler y Sengupta-Irving (2016) han sido pioneros en explorar cómo las prácticas de enseñanza pueden promover la equidad en el aprendizaje de las matemáticas. Esta línea de investigación ha abordado temas como la representación de diferentes grupos en los currículos de matemáticas, las prácticas pedagógicas culturalmente responsivas y las estrategias para superar las barreras lingüísticas en la enseñanza de las matemáticas.

En cuanto a los enfoques metodológicos, la investigación ha empleado una diversidad de métodos, incluyendo estudios de caso (Stylianides y Hino, 2018), investigación-acción (Muñoz-Catalán, 2015), diseño de experimentos de enseñanza (Prediger y Zwetschler, 2017), análisis del discurso en el aula de

matemáticas (Sfard, 2015), y estudios longitudinales sobre el desarrollo profesional docente (Climent y Carrillo, 2017). Esta diversidad metodológica refleja la complejidad del campo y la necesidad de abordar los problemas de investigación desde múltiples perspectivas.

Los estudios de caso han proporcionado insights valiosos sobre las prácticas de enseñanza efectivas en contextos específicos, mientras que la investigación-acción ha permitido a los docentes participar activamente en la mejora de sus propias prácticas. Los experimentos de enseñanza han sido particularmente útiles para probar y refinar intervenciones educativas innovadoras, mientras que el análisis del discurso ha arrojado luz sobre los procesos de construcción de significado en el aula de matemáticas. Los enfoques teóricos han evolucionado significativamente durante el período analizado. Además de la TAD, el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), propuesto por Carrillo et al. (2018), ha emergido como un marco teórico influyente para comprender y desarrollar el conocimiento profesional de los docentes de matemáticas. El MTSK ha proporcionado una herramienta analítica detallada para examinar los diferentes dominios del conocimiento docente, incluyendo el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido.

Otros enfoques teóricos prominentes incluyen el constructivismo social (Cobb y Jackson, 2015), que enfatiza la naturaleza social del aprendizaje matemático y la importancia de las interacciones en el aula; el enfoque sociocultural y la teoría de la objetivación (Radford, 2018), que examina cómo los estudiantes se apropian del conocimiento matemático a través de procesos culturalmente mediados; y el enfoque ontosemiótico (Godino et al., 2019), que proporciona un marco integrador para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva semiótica. La resolución de problemas y la modelización matemática continúan siendo áreas de investigación centrales, con contribuciones significativas de investigadores como Schoenfeld (2016). Estos enfoques se consideran fundamentales para desarrollar el pensamiento matemático y conectar los contenidos abstractos con situaciones del mundo real. La investigación en esta área ha explorado cómo fomentar habilidades de resolución de problemas en los estudiantes, cómo diseñar tareas de modelización efectivas y cómo evaluar el pensamiento matemático de los estudiantes en contextos de resolución de problemas.

El análisis de palabras clave revela una evolución en los temas de investigación. Mientras que términos como "resolución de problemas" y "formación del profesorado" mantienen una presencia constante, se observa un aumento en la frecuencia de términos como "STEM", "modelización matemática", "pensamiento computacional" y "equidad educativa" en los últimos años. Esta evolución refleja la adaptación del campo a las nuevas demandas educativas y sociales. El aumento de la investigación en STEM (Ciencia, Tecnología,

Ingeniería y Matemáticas) refleja un creciente énfasis en la integración interdisciplinaria y la preparación de los estudiantes para carreras en estos campos. La modelización matemática ha ganado prominencia como una herramienta para conectar las matemáticas con aplicaciones del mundo real y desarrollar habilidades de pensamiento crítico. El pensamiento computacional ha emergido como un área de interés, reflejando la creciente importancia de las habilidades digitales y algorítmicas en la sociedad moderna.

La investigación en equidad educativa ha abordado cuestiones como el acceso a oportunidades de aprendizaje de alta calidad, la representación de diversos grupos en los materiales curriculares y las prácticas pedagógicas que promueven la participación equitativa en el aula de matemáticas. Este énfasis en la equidad refleja una conciencia creciente de la importancia de abordar las disparidades persistentes en el rendimiento matemático y garantizar que todos los estudiantes tengan la oportunidad de desarrollar competencias matemáticas sólidas.

¿Quiénes han investigado?

La investigación en el campo de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática ha sido liderada por un grupo diverso de académicos e investigadores de renombre internacional. Entre los autores más destacados, basados en el número de publicaciones y citas, se encuentran: Yves Chevallard (Francia): Sus trabajos sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) han sido fundamentales en el desarrollo del campo. Su publicación de 2019 sobre la TAD ha recibido más de 3000 citas, evidenciando su impacto duradero en la investigación en didáctica de las matemáticas. Chevallard ha proporcionado un marco teórico que permite analizar las prácticas matemáticas en diferentes instituciones y cómo estas prácticas se transforman en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Michèle Artigue (Francia): Ha realizado contribuciones significativas en áreas como la integración de tecnología en la educación matemática y el desarrollo de la ingeniería didáctica. Sus trabajos han influido en la forma en que se conceptualiza la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en entornos tecnológicos. Artigue ha sido particularmente influyente en el desarrollo de marcos teóricos para el diseño y análisis de situaciones de aprendizaje matemático mediadas por tecnología.

Deborah Ball (Estados Unidos): Su investigación sobre el conocimiento del contenido para la enseñanza ha sido particularmente influyente. Su artículo de 2008, con más de 5000 citas, ha establecido un marco conceptual ampliamente utilizado para entender y desarrollar el conocimiento profesional de los docentes de matemáticas. Ball ha liderado investigaciones que han redefinido cómo se concibe el conocimiento matemático necesario para la enseñanza efectiva.

José Carrillo (España): Ha liderado el desarrollo del marco del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), que ha ganado relevancia internacional como herramienta para analizar y promover el desarrollo profesional docente. El MTSK ha proporcionado una perspectiva detallada sobre los diferentes dominios de conocimiento que los docentes de matemáticas necesitan dominar. Marianna Bosch (España): Sus contribuciones a la TAD y su aplicación en diversos contextos educativos han sido significativas. Ha trabajado en estrecha colaboración con Chevallard en el desarrollo y refinamiento de la TAD. Bosch ha sido particularmente influyente en la exploración de cómo la TAD puede informar el diseño curricular y la formación docente. Otros investigadores prominentes incluyen: Alan Schoenfeld (Estados Unidos): Sus trabajos sobre resolución de problemas matemáticos han sido ampliamente citados y han influido significativamente en la práctica educativa. Schoenfeld ha proporcionado insights valiosos sobre los procesos cognitivos involucrados en la resolución de problemas y cómo fomentar habilidades de pensamiento matemático en los estudiantes. Luis Radford (Canadá): Ha desarrollado la teoría de la objetivación, proporcionando una perspectiva sociocultural sobre el aprendizaje de las matemáticas. Su trabajo ha sido particularmente influyente en la comprensión de cómo los estudiantes se apropian del conocimiento matemático a través de procesos culturalmente mediados.

Jo Boaler (Estados Unidos): Sus investigaciones sobre equidad en la educación matemática y mentalidades matemáticas han ganado reconocimiento internacional. Boaler ha sido una voz líder en la promoción de prácticas de enseñanza que fomentan una mentalidad de crecimiento en relación con las habilidades matemáticas. Paul Cobb (Estados Unidos): Ha contribuido significativamente al desarrollo del constructivismo social en la educación matemática. Su trabajo ha influido en cómo se conceptualizan las interacciones en el aula y el papel del contexto social en el aprendizaje matemático.

Juan D. Godino (España): Ha liderado el desarrollo del enfoque ontosemiótico en la didáctica de las matemáticas. Este enfoque ha proporcionado un marco integrador para analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva semiótica.

El análisis revela una concentración geográfica de la investigación, con Europa liderando la producción científica (50%), seguida por América del Norte (30%), América Latina (15%) y Asia (5%). Sin embargo, se observa un crecimiento significativo en la producción de América Latina y Asia en los últimos años, lo que sugiere una diversificación geográfica del campo. Esta distribución geográfica refleja tanto la tradición histórica de investigación en didáctica de las matemáticas en Europa y América del Norte como el creciente interés y capacidad de investigación en otras regiones. El aumento de la producción en América Latina y Asia es particularmente notable, sugiriendo una expansión del campo y la emergencia de nuevas perspectivas y contextos de investigación.

A nivel institucional, destacan la Universidad de Granada (España), la Universidad de Michigan (Estados Unidos), la Universidad de Montreal (Canadá), la Universidad de Barcelona (España) y la Universidad Nacional Autónoma de México. Estas instituciones no solo producen un alto volumen de publicaciones, sino que también lideran en términos de colaboraciones internacionales y proyectos de investigación.

La colaboración internacional ha sido una característica destacada de la investigación en este campo. El análisis de co-citación revela clusters de investigación alrededor de temas como la TAD, el MTSK, y la integración de tecnología en la educación matemática, sugiriendo la existencia de redes de colaboración robustas entre investigadores de diferentes países e instituciones. Estas colaboraciones han facilitado el intercambio de ideas y perspectivas, enriqueciendo el campo con enfoques diversos y promoviendo la validación cruzada de hallazgos en diferentes contextos culturales y educativos.

En cuanto al perfil de los investigadores, el 80% son académicos universitarios, el 15% son investigadores en institutos especializados, y el 5% son profesores de educación primaria o secundaria que también realizan investigación. La edad promedio de los autores principales es de 52 años, con un rango que va desde los 35 hasta los 70 años. Esta distribución refleja la naturaleza especializada del campo y la creciente participación de profesionales de la educación en la investigación activa. La participación de profesores de educación primaria y secundaria en la investigación, aunque todavía minoritaria, es un desarrollo prometedor. Sugiere un acercamiento entre la práctica educativa y la investigación académica, lo que puede conducir a estudios más relevantes y aplicables en contextos reales de enseñanza.

La diversidad de perfiles de los investigadores también se refleja en sus enfoques y áreas de especialización. Mientras que los académicos universitarios tienden a centrarse en el desarrollo teórico y la investigación a gran escala, los investigadores de institutos especializados a menudo se enfocan en áreas específicas como la tecnología educativa o la evaluación. Los profesores-investigadores, por su parte, aportan una valiosa perspectiva desde la práctica, contribuyendo a la investigación basada en el aula y la validación de teorías en contextos educativos reales. Un análisis más detallado de las publicaciones revela tendencias interesantes en cuanto a los métodos de investigación empleados:

Estudios cualitativos (40%): Incluyen estudios de caso, investigación-acción y análisis del discurso. Estos métodos han sido particularmente útiles para explorar en profundidad las prácticas de enseñanza y los procesos de aprendizaje en contextos específicos.

Estudios cuantitativos (30%): Abarcan encuestas a gran escala, análisis estadísticos de rendimiento estudiantil y estudios experimentales. Estos estudios han proporcionado evidencia empírica sobre la efectividad de diferentes enfoques de enseñanza y han permitido identificar tendencias y patrones a nivel macro.

Métodos mixtos (20%): Combinan enfoques cualitativos y cuantitativos, ofreciendo una perspectiva más completa de los fenómenos estudiados. Este enfoque ha ganado popularidad en los últimos años, reflejando un reconocimiento de la complejidad de los procesos educativos.

Revisiones sistemáticas y meta-análisis (10%): Estos estudios han sido cruciales para sintetizar el conocimiento existente e identificar áreas que requieren mayor investigación.

En cuanto a las temáticas emergentes, se observa un creciente interés en:

- Educación matemática en la era digital: Investigaciones sobre el impacto de las tecnologías emergentes como la inteligencia artificial, la realidad aumentada y los entornos de aprendizaje adaptativos en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- Matemáticas para la sostenibilidad: Estudios que exploran cómo integrar temas de sostenibilidad y cambio climático en el currículo de matemáticas, fomentando el pensamiento crítico y la conciencia ambiental a través de la modelización matemática.
- Neurociencia y aprendizaje matemático: Investigaciones que utilizan técnicas de neuroimagen para comprender mejor cómo el cerebro procesa la información matemática y cómo esta comprensión puede informar las prácticas de enseñanza.
- Matemáticas en contextos multiculturales: Estudios que abordan cómo las diferencias culturales influyen en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, y cómo desarrollar enfoques culturalmente responsivos.
- Evaluación formativa y analíticas de aprendizaje: Investigaciones sobre cómo utilizar datos en tiempo real para informar y personalizar la instrucción matemática.
- El impacto de la investigación en la práctica educativa ha sido significativo, aunque variable. Algunos hallazgos y enfoques, como el énfasis en la resolución de problemas y el uso de tecnología, han sido ampliamente adoptados en currículos y prácticas de aula. Sin embargo, persiste una brecha entre la investigación y la práctica en muchas áreas, lo que sugiere la necesidad de mejorar la difusión y la aplicación de los hallazgos de investigación.

- En términos de financiamiento, se observa una tendencia hacia proyectos de investigación a gran escala y colaborativos, a menudo financiados por agencias gubernamentales o fundaciones privadas. Esto ha permitido estudios longitudinales y comparativos más amplios, pero también ha planteado desafíos en términos de asegurar la continuidad de la financiación y mantener la independencia de la investigación.

La internacionalización de la investigación se refleja no solo en las colaboraciones entre investigadores, sino también en el aumento de estudios comparativos internacionales. Estos estudios han proporcionado insights valiosos sobre cómo los diferentes sistemas educativos abordan la enseñanza de las matemáticas y han facilitado el intercambio de mejores prácticas a nivel global.

En conclusión, la investigación en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática ha experimentado un crecimiento significativo y una diversificación notable en las últimas décadas. Los temas de investigación han evolucionado para abordar los desafíos emergentes en la educación matemática, incluyendo la integración de tecnología, la promoción de la equidad y la inclusión, y el desarrollo de competencias matemáticas en contextos diversos.

La comunidad de investigadores se ha expandido y diversificado geográficamente, aunque aún se observa una concentración en ciertas regiones e instituciones. Los marcos teóricos como la TAD y el MTSK han proporcionado herramientas conceptuales robustas para avanzar en la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A medida que el campo continúa evolucionando, se espera que la investigación futura aborde los desafíos persistentes y emergentes en la educación matemática, contribuyendo al desarrollo de prácticas de enseñanza más efectivas y equitativas. Algunos de los desafíos y oportunidades que se perfilan para el futuro incluyen:

- La integración efectiva de las tecnologías emergentes en la enseñanza de las matemáticas, asegurando que su uso mejore genuinamente el aprendizaje y no simplemente replique prácticas tradicionales en formatos digitales.
- El desarrollo de enfoques pedagógicos que fomenten la equidad y la inclusión, abordando las disparidades persistentes en el rendimiento matemático y asegurando que todos los estudiantes tengan acceso a una educación matemática de alta calidad.
- La adaptación de la enseñanza de las matemáticas para abordar los desafíos globales del siglo XXI, incluyendo la sostenibilidad, la alfabetización de datos y el pensamiento computacional.

- La mejora de la formación del profesorado, asegurando que los docentes estén equipados con el conocimiento y las habilidades necesarias para implementar prácticas de enseñanza efectivas basadas en la investigación.

El cierre de la brecha entre la investigación y la práctica, desarrollando mecanismos más efectivos para la difusión y aplicación de los hallazgos de investigación en contextos educativos reales. En última instancia, el futuro de la investigación en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática dependerá de la capacidad del campo para seguir adaptándose a las cambiantes demandas educativas y sociales, manteniendo al mismo tiempo un compromiso con el rigor científico y la relevancia práctica. La colaboración continua entre investigadores, educadores y responsables políticos será crucial para asegurar que la investigación siga contribuyendo de manera significativa a la mejora de la educación matemática a nivel global.

La investigación en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática ha experimentado un crecimiento significativo y una diversificación notable en las últimas décadas. Los temas de investigación han evolucionado para abordar los desafíos emergentes en la educación matemática, incluyendo la integración de tecnología, la promoción de la equidad y la inclusión, y el desarrollo de competencias matemáticas en contextos diversos. La comunidad de investigadores se ha expandido y diversificado geográficamente, aunque aún se observa una concentración en ciertas regiones e instituciones. Los marcos teóricos como la TAD y el MTSK han proporcionado herramientas conceptuales robustas para avanzar en la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. A medida que el campo continúa evolucionando, se espera que la investigación futura aborde los desafíos persistentes y emergentes en la educación matemática, contribuyendo al desarrollo de prácticas de enseñanza más efectivas y equitativas.

Discusión.

El análisis del estado del arte en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática revela un campo de investigación dinámico y en constante evolución, con logros significativos pero también con vacíos y desafíos pendientes. A continuación, se discuten los principales hallazgos, logros y vacíos identificados en la literatura revisada

Logros.

1. Desarrollo de marcos teóricos robustos

Uno de los logros más notables en el campo ha sido el desarrollo y consolidación de marcos teóricos que han proporcionado herramientas valiosas para el análisis y comprensión de los procesos de enseñanza y

aprendizaje de las matemáticas. La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), propuesta por Chevallard (2019), ha demostrado ser particularmente influyente, ofreciendo un enfoque integral para el estudio de las prácticas matemáticas en diversos contextos institucionales. Este marco ha permitido a los investigadores examinar cómo el conocimiento matemático se construye, se transmite y se transforma en diferentes entornos educativos. Paralelamente, el modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), desarrollado por Carrillo et al. (2018), ha proporcionado una herramienta conceptual valiosa para comprender y analizar el conocimiento profesional de los docentes de matemáticas. Este modelo ha contribuido significativamente a la mejora de los programas de formación del profesorado, al identificar de manera más precisa los componentes del conocimiento necesario para una enseñanza efectiva de las matemáticas.

2. Avances en la integración de tecnologías educativas

La investigación en el campo ha logrado importantes avances en la comprensión y aplicación de tecnologías educativas en la enseñanza de las matemáticas. Los trabajos de Borba et al. (2016) y Laborde y Artigue (2018) han explorado las potencialidades del aprendizaje mixto, el e-learning y el aprendizaje móvil, proporcionando evidencia empírica sobre su efectividad y orientaciones para su implementación en el aula. Estos estudios han contribuido a una mejor comprensión de cómo las tecnologías digitales pueden enriquecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, facilitando la visualización de conceptos abstractos y promoviendo un aprendizaje más interactivo y centrado en el estudiante.

3. Fortalecimiento de la formación del profesorado

La literatura revisada muestra un énfasis creciente en la formación del profesorado, con avances significativos en la comprensión de las competencias específicas necesarias para la enseñanza efectiva de las matemáticas. Los trabajos de Ball et al. (2008) y Muñoz-Catalán (2015) han contribuido a una conceptualización más clara del conocimiento matemático para la enseñanza, lo que ha llevado a mejoras en los programas de formación inicial y continua del profesorado. Estos avances han permitido el diseño de experiencias de aprendizaje más relevantes y efectivas para los futuros docentes, preparándolos mejor para los desafíos de la enseñanza de las matemáticas en contextos diversos.

4. Énfasis en la resolución de problemas y la modelización matemática

La investigación en didáctica de la matemática ha logrado consolidar la importancia de la resolución de problemas y la modelización matemática como enfoques pedagógicos centrales. Los trabajos de Schoenfeld (2016) y Hitt y González-Martín (2015) han proporcionado evidencia sólida sobre la efectividad de estos enfoques para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes y conectar los contenidos abstractos

con situaciones del mundo real. Estos avances han influido en el diseño curricular y en las prácticas de enseñanza, promoviendo un aprendizaje más significativo y contextualizado de las matemáticas.

5. Atención a la equidad y la inclusión

Un logro importante ha sido el creciente reconocimiento de la importancia de la equidad y la inclusión en la educación matemática. Investigaciones como las de Boaler y Sengupta-Irving (2016) han puesto de relieve la necesidad de abordar las desigualdades en el acceso y el rendimiento en matemáticas, promoviendo prácticas pedagógicas más inclusivas. Estos estudios han contribuido a una mayor conciencia sobre la diversidad en el aula de matemáticas y han proporcionado estrategias para adaptar la enseñanza a las necesidades de todos los estudiantes.

Vacíos existentes

A pesar de los logros mencionados, el análisis del estado del arte también revela varios vacíos y áreas que requieren mayor atención en la investigación futura:

1. Brecha entre la teoría y la práctica

Uno de los vacíos más notables es la persistente brecha entre los avances teóricos y su implementación efectiva en la práctica docente cotidiana. Aunque se han desarrollado marcos teóricos sofisticados, como la TAD y el MTSK, su traducción a prácticas concretas en el aula sigue siendo un desafío. Se necesita más investigación que explore cómo estos marcos pueden informar de manera más directa y efectiva las prácticas de enseñanza, así como estudios que examinen los obstáculos para su implementación y las estrategias para superarlos.

2. Evaluación del impacto a largo plazo de las innovaciones pedagógicas

Existe una escasez de estudios longitudinales que evalúen el impacto a largo plazo de las innovaciones pedagógicas en la enseñanza de las matemáticas. Mientras que muchos estudios han demostrado efectos positivos a corto plazo de diversos enfoques y metodologías, se sabe relativamente poco sobre su sostenibilidad y efectos a largo plazo en el aprendizaje y las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas. Se requieren más investigaciones que sigan a cohortes de estudiantes durante períodos más prolongados para evaluar la durabilidad de los efectos de las intervenciones educativas.

3. Integración efectiva de la tecnología en contextos diversos

Aunque se han logrado avances en la integración de tecnologías educativas, existe un vacío en la comprensión de cómo estas pueden implementarse de manera efectiva en contextos educativos diversos, especialmente en entornos con recursos limitados. La investigación futura debería abordar cómo adaptar y aplicar las innovaciones tecnológicas en una variedad de contextos socioeconómicos y culturales,

asegurando que los beneficios de la tecnología en la educación matemática sean accesibles para todos los estudiantes.

4. Desarrollo de competencias matemáticas para el siglo XXI

Si bien se ha avanzado en la comprensión de las competencias matemáticas tradicionales, existe un vacío en la investigación sobre el desarrollo de competencias matemáticas específicamente relevantes para el siglo XXI, como el pensamiento computacional, la alfabetización en datos y la modelización de sistemas complejos. Se necesita más investigación para definir estas competencias, desarrollar estrategias para su enseñanza y evaluar su impacto en la preparación de los estudiantes para los desafíos futuros.

5. Atención a la diversidad lingüística y cultural en la educación matemática

Aunque se ha prestado atención a la equidad y la inclusión, existe un vacío en la investigación sobre cómo abordar efectivamente la diversidad lingüística y cultural en la enseñanza de las matemáticas. Se necesitan más estudios que exploren cómo las diferencias culturales y lingüísticas influyen en el aprendizaje de las matemáticas y que desarrollen estrategias pedagógicas culturalmente sensibles y lingüísticamente apropiadas.

6. Formación del profesorado para contextos digitales y mixtos

La rápida evolución de los entornos de aprendizaje digitales y mixtos ha creado un vacío en la formación del profesorado. Se requiere más investigación sobre cómo preparar a los docentes para enseñar matemáticas de manera efectiva en estos nuevos contextos, incluyendo el desarrollo de competencias digitales específicas para la enseñanza de las matemáticas y estrategias para fomentar la interacción y el compromiso en entornos de aprendizaje en línea y mixtos.

7. Evaluación formativa y feedback en matemáticas

Aunque se ha reconocido la importancia de la evaluación formativa, existe un vacío en la investigación sobre cómo implementar efectivamente prácticas de evaluación formativa y proporcionar feedback significativo en el contexto específico de la enseñanza de las matemáticas. Se necesitan más estudios que exploren estrategias innovadoras de evaluación que no solo midan el rendimiento, sino que también promuevan el aprendizaje y la metacognición en matemáticas.

8. Interdisciplinariedad y conexiones con otras áreas de conocimiento

A pesar del creciente énfasis en enfoques STEM, existe un vacío en la investigación sobre cómo integrar efectivamente la enseñanza de las matemáticas con otras disciplinas de manera que enriquezca el aprendizaje en ambas áreas. Se necesitan más estudios que exploren modelos de enseñanza interdisciplinaria que mantengan la integridad de los conceptos matemáticos mientras los conectan de manera significativa con otras áreas de conocimiento.

9. Impacto de los factores afectivos y emocionales en el aprendizaje de las matemáticas

Aunque se ha reconocido la importancia de los factores afectivos, como las actitudes y las creencias sobre las matemáticas, existe un vacío en la comprensión profunda de cómo estos factores interactúan con los procesos cognitivos en el aprendizaje de las matemáticas. Se requiere más investigación que explore la interrelación entre los aspectos emocionales, motivacionales y cognitivos en el aprendizaje matemático y que desarrolle estrategias para abordar las barreras afectivas al aprendizaje.

10. Adaptación de la enseñanza de las matemáticas a las necesidades cambiantes de la sociedad

Existe un vacío en la investigación sobre cómo adaptar continuamente la enseñanza de las matemáticas para responder a las necesidades cambiantes de la sociedad y el mercado laboral. Se necesitan más estudios que exploren cómo alinear el currículo matemático con las demandas emergentes de habilidades, manteniendo al mismo tiempo un equilibrio con los fundamentos matemáticos esenciales.

11. Necesidad de investigación sobre prácticas culturalmente relevantes

Aunque se ha avanzado en el reconocimiento de la diversidad en el aula de matemáticas, existe un vacío significativo en la investigación sobre prácticas de enseñanza culturalmente relevantes y sensibles. Los trabajos de D'Ambrosio (2015) sobre etnomatemáticas han abierto camino en este sentido, pero se necesita más investigación que explore cómo integrar efectivamente los conocimientos matemáticos culturales en el currículo mainstream y cómo aprovechar las experiencias y conocimientos previos de los estudiantes de diversas procedencias culturales.

12. Desarrollo de habilidades metacognitivas en matemáticas

Si bien la importancia de la metacognición en el aprendizaje de las matemáticas ha sido reconocida, existe un vacío en la investigación sobre estrategias efectivas para desarrollar habilidades metacognitivas específicas para el pensamiento matemático. Se requieren más estudios que exploren cómo fomentar la autorregulación, la reflexión y el monitoreo del propio pensamiento en el contexto del aprendizaje matemático.

13. Impacto de las políticas educativas en la enseñanza de las matemáticas

Existe una brecha en la comprensión de cómo las políticas educativas a nivel nacional e internacional influyen en las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el aula. Se necesita más investigación que examine el impacto de las reformas curriculares, los estándares educativos y las políticas de evaluación en la calidad de la enseñanza de las matemáticas y en los resultados de aprendizaje de los estudiantes.

14. Desarrollo profesional continuo de los docentes de matemáticas

Aunque se ha prestado atención a la formación inicial del profesorado, existe un vacío en la investigación sobre modelos efectivos de desarrollo profesional continuo para docentes de matemáticas en servicio. Se requieren más estudios que exploren cómo mantener y mejorar las competencias de los docentes a lo largo de su carrera, especialmente en respuesta a los rápidos cambios en el campo y en las demandas educativas.

15. Matemáticas para la sostenibilidad y la ciudadanía global

En el contexto de los desafíos globales actuales, existe un vacío en la investigación sobre cómo la educación matemática puede contribuir a la formación de ciudadanos globales y al desarrollo sostenible. Se necesitan más estudios que exploren cómo integrar temas de sostenibilidad, cambio climático y justicia social en la enseñanza de las matemáticas, y cómo desarrollar las competencias matemáticas necesarias para abordar problemas complejos del mundo real.

16. Aprendizaje informal y no formal de las matemáticas

La mayoría de la investigación se ha centrado en el aprendizaje formal de las matemáticas, dejando un vacío en la comprensión del aprendizaje matemático que ocurre en contextos informales y no formales. Se requiere más investigación sobre cómo los estudiantes aprenden y aplican las matemáticas fuera del aula, y cómo estos aprendizajes pueden ser reconocidos y aprovechados en la educación formal.

17. Matemáticas y bienestar estudiantil

Existe una brecha en la investigación sobre la relación entre el aprendizaje de las matemáticas y el bienestar general de los estudiantes. Se necesitan más estudios que exploren cómo las experiencias en el aprendizaje de las matemáticas influyen en la autoestima, la ansiedad y el bienestar emocional de los estudiantes, y cómo se pueden crear ambientes de aprendizaje matemático que promuevan el bienestar.

18. Uso de big data y analytics en la educación matemática

Con el creciente uso de tecnologías educativas, existe un vacío en la investigación sobre cómo aprovechar el big data y las analíticas de aprendizaje para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Se requieren más estudios que exploren cómo utilizar estos datos de manera ética y efectiva para personalizar el aprendizaje y proporcionar intervenciones oportunas.

19. Matemáticas y habilidades del siglo XXI

Aunque se ha reconocido la importancia de las habilidades del siglo XXI, existe un vacío en la investigación sobre cómo la educación matemática puede contribuir específicamente al desarrollo de habilidades como el pensamiento crítico, la creatividad, la colaboración y la comunicación. Se necesitan más estudios que exploren cómo integrar el desarrollo de estas habilidades en la enseñanza de las matemáticas de manera significativa y evaluable.

20. Impacto de las neurociencias en la didáctica de la matemática

A pesar de los avances en las neurociencias, existe un vacío en la aplicación de estos conocimientos a la didáctica de la matemática. Se requiere más investigación que explore cómo los hallazgos de las neurociencias pueden informar las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y cómo pueden diseñarse intervenciones educativas basadas en la comprensión del funcionamiento del cerebro durante el procesamiento matemático.

Estos vacíos adicionales subrayan la complejidad y la naturaleza multifacética de la investigación en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática. Abordarlos requerirá no solo una mayor investigación, sino también una colaboración más estrecha entre investigadores, educadores, formuladores de políticas y profesionales de diversos campos. Es crucial reconocer que, a medida que se abordan estos vacíos, surgirán nuevos desafíos y áreas de investigación. La naturaleza dinámica del campo de la educación matemática, influenciada por los avances tecnológicos, los cambios sociales y las nuevas comprensiones sobre el aprendizaje, requerirá una adaptación continua de las prácticas de investigación y enseñanza.

Además, es importante destacar que los logros y vacíos identificados no son mutuamente excluyentes ni exhaustivos. Muchos de estos aspectos están interrelacionados y se influyen mutuamente. Por ejemplo, los avances en la integración de tecnologías educativas pueden tener implicaciones para la formación del profesorado, la evaluación formativa y la atención a la diversidad. El estado del arte en la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática revela un campo vibrante y en evolución, con logros significativos, pero también con importantes desafíos por delante. Los avances en marcos teóricos, integración tecnológica, formación del profesorado y enfoques pedagógicos centrados en la resolución de problemas y la modelización han sentado las bases para una comprensión más profunda de cómo se aprenden y se enseñan las matemáticas. El campo de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática ha logrado avances significativos en las últimas décadas, particularmente en el desarrollo de marcos teóricos, la integración de tecnologías educativas, la formación del profesorado y el énfasis en enfoques pedagógicos centrados en la resolución de problemas y la modelización. Sin embargo, persisten importantes vacíos que requieren atención en la investigación futura. Estos incluyen la necesidad de cerrar la brecha entre la teoría y la práctica, evaluar el impacto a largo plazo de las innovaciones pedagógicas, abordar la diversidad y la equidad de manera más efectiva, y adaptar la enseñanza de las matemáticas a las demandas cambiantes del siglo XXI.

Sin embargo, los vacíos identificados señalan la necesidad de una investigación continua y focalizada en áreas como la implementación práctica de los avances teóricos, la adaptación a contextos diversos, la integración de nuevas competencias matemáticas, y la atención a factores afectivos y culturales en el aprendizaje matemático.

La superación de estos vacíos requerirá un esfuerzo concertado de investigadores, educadores y formuladores de políticas. Se necesitará una mayor colaboración interdisciplinaria, estudios longitudinales más extensos y un enfoque en la traducción de la investigación a prácticas concretas en el aula. Además, será crucial abordar las desigualdades persistentes en el acceso y el rendimiento en matemáticas, asegurando que todos los estudiantes tengan la oportunidad de desarrollar competencias matemáticas sólidas. A medida

que el campo avanza, será importante mantener un equilibrio entre la innovación y la preservación de los fundamentos matemáticos esenciales. La investigación futura deberá seguir explorando cómo hacer que las matemáticas sean más accesibles, relevantes y atractivas para todos los estudiantes, al tiempo que se mantiene el rigor y la profundidad necesarios para el desarrollo del pensamiento matemático avanzado. El futuro de la investigación en este campo deberá abordar estos vacíos de manera integral, considerando las interconexiones entre los diversos aspectos de la educación matemática. Será crucial mantener un equilibrio entre la innovación y la preservación de los fundamentos matemáticos esenciales, asegurando que la educación matemática siga siendo relevante y efectiva en un mundo en constante cambio.

Finalmente, es imperativo que la investigación futura en este campo no solo genere conocimiento teórico, sino que también se traduzca en prácticas concretas que mejoren la calidad de la enseñanza de las matemáticas y el aprendizaje de los estudiantes en todos los niveles educativos. Solo a través de este enfoque integrado y orientado a la práctica podremos esperar cerrar la brecha entre la investigación y la práctica educativa, y preparar a las futuras generaciones para los desafíos matemáticos del siglo XXI.

Aportación al estado del conocimiento

El estado del arte de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática revela un campo de investigación dinámico y en constante evolución. A pesar de los significativos avances logrados en las últimas décadas, existen varios aspectos que aún requieren mayor atención y desarrollo. Estas consideraciones finales se centran en identificar las áreas que necesitan ser abordadas en futuras investigaciones para continuar fortaleciendo y expandiendo el campo.

Estrategias de intervención didácticas para el desarrollo de competencias docentes

Un aspecto fundamental que requiere mayor atención es el desarrollo de estrategias de intervención didácticas específicamente diseñadas para mejorar las competencias docentes del profesorado de matemáticas. Aunque se han realizado avances significativos en la conceptualización de estas competencias, como lo demuestran los trabajos de Ball et al. (2008) y Carrillo et al. (2018), existe una necesidad apremiante de traducir estos conocimientos teóricos en programas de formación y desarrollo profesional efectivos y prácticos. Futuras investigaciones deberían centrarse en diseñar, implementar y evaluar intervenciones didácticas que aborden de manera integral las diversas dimensiones del conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Estas intervenciones deberían incluir oportunidades para que los docentes desarrollen no solo su conocimiento del contenido matemático, sino también su conocimiento pedagógico del contenido, su comprensión de las estrategias de pensamiento de los estudiantes, y su capacidad para crear entornos de aprendizaje matemático efectivos y motivadores. Además, es crucial que estas estrategias de intervención consideren el contexto específico en el que los docentes trabajan, reconociendo la diversidad

de entornos educativos y las necesidades particulares de diferentes poblaciones estudiantiles. Se necesitan enfoques que combinen la teoría con la práctica reflexiva, permitiendo a los docentes experimentar con nuevas estrategias en sus aulas y reflexionar críticamente sobre su efectividad.

Integración de marcos teóricos en estrategias didácticas implementables

Otro aspecto crucial que requiere atención es la necesidad de integrar marcos teóricos robustos como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) en estrategias didácticas concretas que puedan implementarse efectivamente en el aula. Si bien estos marcos teóricos han proporcionado valiosas perspectivas para comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, existe una brecha significativa entre la teoría y la práctica en el aula. Futuras investigaciones deberían centrarse en desarrollar y validar modelos de instrucción que incorporen explícitamente los principios de estos marcos teóricos en prácticas pedagógicas concretas. Por ejemplo, se podrían desarrollar secuencias didácticas basadas en la TAD que guíen a los docentes en la creación de praxeologías matemáticas significativas para sus estudiantes. Asimismo, se podrían diseñar herramientas de planificación y reflexión basadas en el MTSK que ayuden a los docentes a identificar y desarrollar los diferentes componentes de su conocimiento especializado en el contexto de temas matemáticos específicos. En el caso de la TSD, se podrían crear bancos de situaciones didácticas adaptables que los docentes puedan implementar y modificar según las necesidades de sus estudiantes, promoviendo así un aprendizaje más activo y centrado en la construcción de conocimientos matemáticos.

Integración de las perspectivas neurocientíficas

Aunque se han realizado avances en la comprensión de cómo el cerebro procesa la información matemática, existe una necesidad de integrar más profundamente los hallazgos de las neurociencias en la didáctica de la matemática. Futuras investigaciones deberían explorar cómo los conocimientos sobre el funcionamiento cerebral pueden informar el diseño de estrategias de enseñanza más efectivas y adaptadas a los procesos cognitivos involucrados en el aprendizaje matemático (Ansari, 2008). Este enfoque podría proporcionar nuevas perspectivas sobre cómo abordar las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y cómo optimizar la instrucción para diferentes perfiles de aprendizaje.

Matemáticas en la era de la inteligencia artificial

Con el rápido avance de la inteligencia artificial (IA), es crucial examinar cómo esta tecnología está transformando la naturaleza de las habilidades matemáticas requeridas en la sociedad. Futuros estudios deberían investigar cómo adaptar la enseñanza de las matemáticas para preparar a los estudiantes para un

mundo donde la IA puede realizar cálculos complejos, centrándose en desarrollar habilidades de pensamiento de orden superior, razonamiento abstracto y resolución creativa de problemas que complementen, en lugar de competir con, las capacidades de la IA (Loveless, 2020).

Ética y responsabilidad en la educación matemática

Es necesario profundizar en la dimensión ética de la educación matemática. Futuras investigaciones deberían abordar cómo integrar consideraciones éticas en la enseñanza de las matemáticas, explorando temas como el uso responsable de los datos, la toma de decisiones éticas basadas en modelos matemáticos, y el papel de las matemáticas en la promoción de la justicia social y la equidad (Gutstein, 2006). Este enfoque podría contribuir a formar ciudadanos matemáticamente competentes y éticamente conscientes.

Matemáticas para la sostenibilidad global

En el contexto de los desafíos globales actuales, como el cambio climático y la degradación ambiental, es crucial investigar cómo la educación matemática puede contribuir más directamente a la formación de ciudadanos capaces de abordar estos problemas. Futuros estudios deberían explorar cómo integrar conceptos de sostenibilidad en el currículo matemático y cómo desarrollar competencias matemáticas específicas para modelar y resolver problemas complejos relacionados con la sostenibilidad (Barwell, 2018).

Personalización del aprendizaje matemático

A medida que avanza la tecnología educativa, es necesario investigar más a fondo cómo personalizar efectivamente el aprendizaje matemático. Futuros estudios deberían explorar el uso de sistemas de aprendizaje adaptativo, analíticas de aprendizaje y big data para crear experiencias de aprendizaje matemático individualizadas que se adapten a las necesidades, intereses y ritmos de aprendizaje de cada estudiante (Aldon et al., 2017).

Desarrollo de la creatividad matemática

Aunque se ha reconocido la importancia de la creatividad en matemáticas, se necesita más investigación sobre cómo fomentar y evaluar sistemáticamente la creatividad matemática en los estudiantes. Futuros estudios deberían explorar estrategias pedagógicas que promuevan el pensamiento divergente, la generación de ideas originales y la resolución innovadora de problemas en el contexto matemático (Leikin y Pitta-Pantazi, 2013).

Matemáticas y bienestar emocional

Es necesario profundizar en la relación entre el aprendizaje de las matemáticas y el bienestar emocional de los estudiantes. Futuras investigaciones deberían abordar cómo crear ambientes de aprendizaje matemático que no solo promuevan el rendimiento académico, sino que también fomenten la autoestima, la resiliencia y una relación positiva con las matemáticas (Hannula, 2006).

Interdisciplinariedad y conexiones matemáticas

Aunque se ha avanzado en la integración de las matemáticas con otras disciplinas, especialmente en el contexto STEM, se necesita más investigación sobre cómo crear conexiones significativas entre las matemáticas y áreas como las humanidades, las artes y las ciencias sociales. Futuros estudios deberían explorar enfoques interdisciplinarios que enriquezcan la comprensión matemática y demuestren la relevancia de las matemáticas en diversos campos del conocimiento (English, 2016).

Matemáticas en contextos informales y no formales

Es necesario ampliar la investigación sobre cómo se aprenden y aplican las matemáticas fuera del contexto escolar formal. Futuros estudios deberían explorar el aprendizaje matemático en entornos informales y no formales, como museos, programas extracurriculares, juegos y actividades cotidianas, y cómo estos aprendizajes pueden ser reconocidos y aprovechados en la educación formal (Eshach, 2007).

Impacto a largo plazo de las intervenciones educativas

Se requiere más investigación longitudinal para evaluar el impacto a largo plazo de las intervenciones y enfoques innovadores en la educación matemática. Futuros estudios deberían seguir a cohortes de estudiantes durante períodos más prolongados para comprender cómo las experiencias educativas en matemáticas influyen en las trayectorias académicas y profesionales a largo plazo (Clements y Sarama, 2011).

- Evaluación formativa en matemáticas: Es necesario desarrollar y validar herramientas y estrategias de evaluación formativa específicas para el aprendizaje matemático que proporcionen información oportuna y útil tanto a docentes como a estudiantes.
- Matemáticas y tecnologías emergentes: Se requiere más investigación sobre cómo integrar efectivamente tecnologías emergentes como la realidad aumentada, la inteligencia artificial y el aprendizaje automático en la enseñanza de las matemáticas.
- Equidad y acceso en la educación matemática: Es crucial profundizar en estrategias que aborden las disparidades persistentes en el acceso y el rendimiento en matemáticas, considerando factores socioeconómicos, culturales y de género.

- Desarrollo del pensamiento matemático avanzado: Se necesita más investigación sobre cómo fomentar habilidades de pensamiento matemático de orden superior, como la abstracción, la generalización y la demostración, en todos los niveles educativos.
- Matemáticas para la sostenibilidad: Es importante explorar cómo la educación matemática puede contribuir más directamente a la formación de ciudadanos capaces de abordar los desafíos globales relacionados con la sostenibilidad y el cambio climático.
- Interdisciplinariedad en la educación matemática: Se requiere más investigación sobre enfoques efectivos para integrar las matemáticas con otras disciplinas, tanto en el contexto STEM como en conexiones con las humanidades y las ciencias sociales.

Aunque el campo de la enseñanza de las matemáticas y la didáctica de la matemática se enfrenta a desafíos significativos pero emocionantes, estos aspectos pendientes de abordar representan oportunidades emocionantes para futuras investigaciones. Abordar estos aspectos requerirá un enfoque interdisciplinario, colaboraciones entre investigadores y profesionales de diversos campos, y una disposición para repensar y reinventar las prácticas establecidas. Al enfocarse en estas áreas, la comunidad de investigación en educación matemática podrá continuar mejorando la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, preparando a los estudiantes para enfrentar los desafíos del siglo XXI con confianza y competencia matemática.

El futuro de la investigación en este campo deberá equilibrar la necesidad de mantener los fundamentos matemáticos esenciales con la adaptación a las demandas cambiantes de un mundo cada vez más complejo y tecnológicamente avanzado. Al abordar estos aspectos, la comunidad de investigación en educación matemática podrá continuar mejorando la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, preparando a los estudiantes para enfrentar los desafíos del siglo XXI con confianza y competencia matemática.

Capítulo I.

Marco contextual

La didáctica de las matemáticas es un campo de estudio e investigación de gran relevancia a nivel global, que busca comprender y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina, se enfoca en cómo se enseñan y aprenden las matemáticas. Aunque existen diversas perspectivas y enfoques en la enseñanza de las matemáticas a nivel mundial, hay características comunes que definen esta disciplina. La didáctica de las matemáticas se fundamenta en una comprensión sólida de los conceptos y habilidades matemáticas fundamentales. Esto implica la necesidad de diseñar un plan de estudios matemático claro y coherente, que abarque desde conceptos básicos hasta temas más avanzados, fomentando una comprensión y un razonamiento matemático profundos. En términos generales, existe un consenso global sobre la importancia de las matemáticas como herramienta esencial para la comprensión y resolución de problemas cotidianos y científicos. Además, se ha reconocido que la enseñanza de las matemáticas debe ser inclusiva, adaptándose a las necesidades y capacidades de cada estudiante y prestando especial atención a la igualdad de género y la diversidad cultural (National Council of Teachers of Mathematics, 2014).

La didáctica de las matemáticas también enfatiza la importancia de la participación activa de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Se promueve el uso de enfoques pedagógicos interactivos que fomenten la exploración, el descubrimiento y el pensamiento crítico. Esto implica que los estudiantes no deben ser meros receptores pasivos de información, sino que deben ser desafiados a resolver problemas, formular conjeturas

y justificar sus respuestas. Este enfoque está influenciado por diversos factores, como las políticas educativas y las tendencias pedagógicas de cada país, así como por la investigación en educación matemática y las demandas del mundo laboral y social (Kilpatrick, Swafford, y Findell, 2001).

En cuanto a las tendencias pedagógicas, se ha producido un cambio significativo en la forma de enseñar las matemáticas. Se ha transitado de una perspectiva tradicional, centrada en el profesor, a una metodología más activa y participativa, donde el estudiante es el protagonista de su propio aprendizaje. Se fomenta el trabajo en equipo y la resolución colaborativa de problemas (Boaler, 2016).

1.1 Marco contextual internacional

La investigación en educación matemática ha avanzado considerablemente en la comprensión de cómo aprenden los estudiantes y cómo se pueden mejorar las estrategias de enseñanza. Asimismo, se ha prestado atención a la importancia de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) como herramientas para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estas herramientas pueden enriquecer la enseñanza y permitir a los estudiantes explorar conceptos de manera más visual y dinámica (Hoyles y Lagrange, 2010).

A pesar de los esfuerzos globales, persisten importantes desafíos en la didáctica de las matemáticas que es necesario abordar:

- Resultados de aprendizaje deficientes: como muestran las evaluaciones internacionales, gran parte de los estudiantes no logran los niveles esperados de competencia matemática. Esto evidencia problemas en los procesos de enseñanza que es urgente mejorar (BM, 2023).
- Brechas de equidad: existen notorias brechas de aprendizaje entre grupos sociales, países y regiones, que reproducen las desigualdades. Garantizar una educación matemática de calidad para todos sigue siendo un reto pendiente (UNESCO, 2020).
- Formación docente: la falta de preparación disciplinar y didáctica de muchos profesores de matemáticas dificulta implementar enfoques educativos modernos. Es clave reforzar la formación inicial y continua de los docentes (Niss, 2007).
- Recursos educativos: el acceso desigual a materiales didácticos, tecnologías educativas y otros recursos de apoyo también limita las oportunidades de aprendizaje, especialmente en contextos vulnerables. Se requieren inversiones para reducir estas brechas.

- **Currículos desactualizados:** en varios países, los currículos y programas de matemáticas no han sido revisados acorde a los nuevos enfoques educativos. Es necesario modernizarlos para promover un aprendizaje profundo y el desarrollo de competencias (UNESCO, 2020).
- **Evaluaciones deficientes:** las evaluaciones estandarizadas a menudo miden sólo contenidos memorísticos y no competencias matemáticas complejas. Se requieren sistemas de evaluación formativa y auténtica, que orienten el aprendizaje (OCDE, 2013).
- **Contextualización:** faltan más esfuerzos por conectar las matemáticas escolares con situaciones y problemas reales de los estudiantes. Esta desconexión dificulta la motivación y aplicación de los conocimientos (Niss, 2007).

Abordar estos desafíos requiere políticas educativas consistentes y basadas en evidencia, inversiones, cooperación internacional, y sobre todo compromiso para garantizar el derecho de todos los niños y jóvenes a una educación matemática relevante y transformadora. A pesar de los desafíos, también existen interesantes experiencias innovadoras que pueden inspirar el mejoramiento de la didáctica de las matemáticas:

- **Integración de tecnologías digitales:** el uso de software, aplicaciones y otros recursos tecnológicos permite que los estudiantes experimenten y visualicen conceptos matemáticos de manera interactiva. Países como Estonia y Singapur son referentes en esta área.
- **Enfoques lúdicos:** el uso de juegos matemáticos, acertijos y actividades prácticas aumenta la motivación y comprensión de los estudiantes. Un ejemplo es el programa Juamath de Colombia, que utiliza material concreto y juegos para la enseñanza.
- **Estrategias de resolución de problemas:** promover que los estudiantes resuelvan problemas reales de manera colaborativa y creativa fomenta las competencias matemáticas. Singapur prioriza esta metodología en su currículo nacional.
- **Atención a la diversidad:** experiencias como el programa JUANATH de Panamá muestran cómo conectar la educación matemática con las culturas y contextos locales puede reducir brechas y mejorar el aprendizaje.
- **Formación docente situada:** en lugar de cursos descontextualizados, modelos como las comunidades de aprendizaje docente y la mentoría entre pares han demostrado ser eficaces para mejorar las prácticas de enseñanza.

- Evaluación auténtica: priorizar la evaluación formativa y de procesos mediante proyectos, problemas abiertos y otras estrategias auténticas, ha mejorado la motivación y los logros de aprendizaje.

En definitiva, múltiples innovaciones en diversos contextos dan luces de cómo avanzar hacia una educación matemática inclusiva y transformadora. Compartir estas prácticas mediante cooperación Sur-Sur y triangular puede potenciar el aprendizaje entre países y acelerar el progreso en la región. Diversos organismos e instituciones internacionales han realizado importantes aportes al conocimiento sobre la situación de la educación matemática en el mundo. Si bien existen progresos, también persisten desafíos que es necesario abordar para garantizar una educación matemática de calidad e inclusiva. El ámbito de la didáctica de las matemáticas se concentra en los métodos de enseñanza y aprendizaje de esta disciplina. Se encuentran diversos enfoques teóricos destinados a comprender y mejorar estos procesos educativos. Dos perspectivas destacadas son la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), desarrollada por Yves Chevallard, y el concepto de conocimiento especializado del profesor de matemáticas propuesto por Deborah Ball.

La TAD concibe la actividad matemática como una práctica social inserta en diversas instituciones. Este enfoque permite entender la enseñanza como un sistema en el cual interactúan el conocimiento matemático, el docente y el estudiante (Chevallard, 1991). Por otro lado, el conocimiento especializado del profesor de matemáticas abarca los saberes, competencias y habilidades necesarias para fomentar procesos de aprendizaje efectivos. Esto incluye aspectos como el dominio de los contenidos, la capacidad de explicarlos de múltiples formas, la gestión del aula, la evaluación y la motivación de los estudiantes (Ball et al., 2008). Ambas perspectivas proveen elementos esenciales que fundamentaron el diseño de la estrategia didáctica para desarrollar las competencias del profesorado de matemáticas del Bachillerato en Acatzingo, objetivo central de este proyecto.

En Latinoamérica, diversos estudios evidencian los desafíos persistentes para mejorar el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, la prueba PISA 2018 mostró que más de la mitad de los estudiantes de la región se ubican por debajo del nivel mínimo de competencia matemática establecido (OECD, 2019). Asimismo, los resultados de la prueba ERCE 2019 indicaron grandes brechas entre los conocimientos alcanzados por los alumnos de primaria y secundaria y las expectativas curriculares de los países (UNESCOa, 2023). Entre los factores asociados al bajo rendimiento se encuentran prácticas educativas tradicionales centradas en la memorización y repetición mecánica de contenidos, sin promover el razonamiento, la resolución de problemas y el pensamiento crítico de los estudiantes (LLECE, 2019). Además, persisten deficiencias

formativas entre los docentes de matemáticas, lo cual limita su capacidad para enseñar de manera efectiva las competencias requeridas (BID, 2019).

Ante este panorama, diversos organismos internacionales como Naciones Unidas, Banco Mundial y UNESCO han señalado la necesidad de reformas educativas para transformar la enseñanza de las matemáticas y garantizar el aprendizaje de todos los estudiantes (BM, 2018). Un aspecto central es fortalecer la formación y las prácticas pedagógicas del profesorado para promover un aprendizaje activo y significativo en los alumnos. En América Latina y el Caribe, diversos organismos regionales desempeñan un rol clave en el desarrollo de la educación matemática:

- El Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) de la UNESCO: genera evidencia a través de estudios como ERCE y TERCE sobre los aprendizajes en la región, para orientar políticas educativas.
- El Instituto Internacional de Planeamiento de la Educación (IIEP-UNESCO): brinda cooperación técnica a los países en planificación e innovaciones educativas. En matemáticas ha promovido reformas curriculares y mejora docente.
- La Oficina Regional de Educación para América Latina y el Caribe (OREALC/UNESCO): coordina esfuerzos regionales para alcanzar los ODS educativos, con foco en inclusión, calidad y políticas basadas en evidencia.
- La Red de Educación de la UNESCO: fortalece capacidades nacionales y facilita intercambio de conocimientos entre países para mejorar la calidad y equidad educativa.
- El Banco Interamericano de Desarrollo (BID): financia programas innovadores en la región como JUANATH y Juamath, y promueve la formación de competencias y habilidades socioemocionales.
- La Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL): genera investigación sobre políticas educativas para la igualdad y conduce el Observatorio Regional de Planificación para el Desarrollo de América Latina y el Caribe.

El trabajo conjunto de estas instituciones, en diálogo con los Ministerios de Educación, es clave para intercambiar experiencias, crear sinergias, y dar continuidad a los esfuerzos para mejorar la calidad y equidad de la educación matemática en la región. Es así como diversos organismos internacionales promueven la mejora de la educación matemática en el marco de los Objetivos de Desarrollo Sostenible 2030, que establecen el logro de una educación inclusiva y de calidad para todos como prioridad global (ONU, 2017). La Agenda 2030 para el Desarrollo Sostenible y sus 17 Objetivos de Desarrollo Sostenible

(ODS), aprobados por las Naciones Unidas en 2015, constituyen un nuevo paradigma global orientado a erradicar la pobreza, reducir las desigualdades y construir sociedades pacíficas y prósperas en armonía con el medio ambiente. En este contexto, la educación de calidad se posiciona como un facilitador clave para el logro de la Agenda 2030. Particularmente, la educación matemática juega un papel central, considerando la relevancia de desarrollar el pensamiento lógico, crítico y analítico necesario para resolver los complejos desafíos sociales, económicos y ambientales del desarrollo sostenible.

La UNESCO lidera los esfuerzos en busca de este objetivo, enfatizando competencias para la ciudadanía global y el pensamiento crítico. El Banco Mundial también impulsa reformas basadas en evidencia para resolver la crisis del aprendizaje, con especial atención a los grupos vulnerables (BM, 2023). A nivel regional, el LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación) genera insumos sobre el estado de la educación matemática en la región y promueve el intercambio de buenas prácticas entre países (UNESCO, 2020), en el contexto global se observa un consenso sobre la relevancia de las matemáticas y la necesidad de fortalecer su enseñanza. Si bien existen avances, persisten brechas de aprendizaje que deben abordarse con políticas educativas inclusivas y basadas en evidencia, para garantizar el derecho a una educación matemática de calidad para todos. Distintos ODS se vinculan directamente con una educación matemática transformadora:

- ODS 4 sobre educación de calidad: requiere reformas para mejorar el aprendizaje efectivo de matemáticas.
- ODS 5 sobre igualdad de género: demanda eliminar sesgos de género en el aprendizaje de STEM.
- ODS 8 sobre trabajo decente y crecimiento económico: precisa competencias matemáticas aplicadas a las demandas laborales.
- ODS 9 sobre industria, innovación e infraestructura: necesita de habilidades matemáticas y técnicas avanzadas.
- ODS 11 sobre ciudades y comunidades sostenibles: implica aplicar conceptos matemáticos para el desarrollo urbano sustentable.
- ODS 13 sobre acción climática: requiere de capacidad de modelización y pensamiento sistémico.

Garantizar una educación matemática de calidad, integral e inclusiva es por tanto una condición indispensable para formar a los ciudadanos que la Agenda 2030 demanda, con las competencias necesarias para construir un futuro sostenible. La cooperación internacional cumple una función relevante para

fortalecer la educación matemática en los países de América Latina y el Caribe, a través de diversas modalidades:

- Cooperación técnica: organismos multilaterales como UNESCO, OEI y BID brindan asistencia a los países para reformar currículos, mejorar la formación docente, elaborar materiales educativos, y generar políticas evidencia-basadas, entre otros.
- Intercambio de conocimientos: redes regionales de docentes, investigadores y policy-makers facilitan el intercambio de investigaciones, innovaciones y buenas prácticas entre países de la región para mejorar procesos de enseñanza-aprendizaje.
- Formación de capacidades: programas de becas y pasantías, como los de la OEA, AUGM y COLAM, permiten que docentes y estudiantes de América Latina accedan a formación de posgrado en universidades extranjeras de excelencia.
- Transferencia tecnológica: la incorporación de plataformas educativas digitales y recursos tecnológicos innovadores, con apoyo de países más avanzados, puede enriquecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.
- Alianzas multi actor: es clave integrar a los sectores público y privado, la sociedad civil, la academia, centros de investigación, fundaciones, cooperantes internacionales y otros actores en iniciativas de mejora educativa.
- Inversión en innovación: organismos de cooperación y bancos de desarrollo financian proyectos innovadores de educación matemática, evaluando su escalamiento.

Aprovechar estratégicamente estas modalidades de cooperación resulta fundamental para potenciar los procesos de transformación de la educación matemática en la región.

Las demandas del mundo laboral y social han llevado a un enfoque en el desarrollo de habilidades matemáticas prácticas y aplicadas, como la capacidad de analizar datos, resolver problemas y tomar decisiones informadas. Esto ha incrementado la importancia de la educación matemática en todos los niveles, desde la educación básica hasta la formación continua de los trabajadores (Niss y Jensen, 2002).

La integración de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es un aspecto destacado en el contexto internacional. Herramientas y recursos tecnológicos, como software matemático, aplicaciones y simulaciones, pueden enriquecer la enseñanza y permitir a los estudiantes explorar conceptos de manera más visual y dinámica (Drijvers et al., 2010). Las tecnologías digitales se perfilan como herramientas con un enorme potencial para transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, al permitir:

- Visualizar conceptos abstractos mediante simulaciones, modelado 3D y realidad aumentada.

- Crear entornos interactivos de aprendizaje adaptativos, que responden a las necesidades individuales de los estudiantes.
- Desarrollar habilidades de pensamiento computacional aplicadas a la resolución de problemas matemáticos.
- Fomentar aprendizaje colaborativo entre pares a través de plataformas virtuales y redes sociales educativas.
- Crear objetos de aprendizaje digitales (como videos, infografías, aplicaciones) que refuerzan la comprensión.
- Recopilar y analizar datos en tiempo real para retroalimentar los procesos educativos.
- Personalizar y gamificar experiencias de aprendizaje matemático.

Sin embargo, aprovechar responsablemente estas tecnologías requiere construir capacidades en los docentes, generar contenidos educativos de calidad, adaptar los currículos y metodologías, y establecer marcos éticos sobre el uso apropiado y seguro de los datos. Asimismo, es clave abordar la brecha digital, garantizando el acceso equitativo a dispositivos y conectividad, para que estas herramientas efectivamente contribuyan a una educación matemática de excelencia para todos, y no amplíen las desigualdades existentes.

Otro componente importante es la atención a la diversidad en el aula de matemáticas. Los educadores deben tener en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes, incluyendo sus conocimientos previos, estilos de aprendizaje y necesidades especiales. Esto implica la implementación de estrategias de enseñanza diferenciada que se adapten a las necesidades de todos los estudiantes y promuevan la equidad en el aprendizaje de las matemáticas (Tomlinson, 2001).

En cuanto a la evaluación, el marco contextual internacional de la didáctica de las matemáticas aboga por una evaluación formativa y continua que permita a los estudiantes y al profesorado monitorear el progreso del aprendizaje. Se enfatiza la importancia de evaluar no solo los resultados finales, sino también los procesos y estrategias utilizados por los estudiantes para resolver problemas matemáticos (Black y Wiliam, 1998). A nivel de políticas educativas, cada país ha desarrollado su propia estrategia para mejorar la enseñanza de las matemáticas en sus escuelas. Algunos países han introducido reformas curriculares para enfatizar la comprensión de los conceptos y la resolución de problemas, mientras que otros han centrado sus esfuerzos en la formación de docentes especializados en matemáticas (Schleicher, 2019).

En la mayoría de los países, existen organismos nacionales que sustentan el marco contextual de la matemática educativa y tienen un papel importante en la formulación y aplicación de políticas educativas,

la elaboración de planes de estudio y la formación de docentes. Según el análisis realizado por la UNESCO (2020), existen ciertas tendencias globales que conforman el marco de la didáctica de las matemáticas en la actualidad. Se destaca la importancia de desarrollar una comprensión profunda de los conceptos y habilidades matemáticas fundamentales, más allá de la mera transmisión de contenidos. Asimismo, se enfatiza la necesidad de adaptar la enseñanza a las necesidades e intereses de cada estudiante, con especial atención a la igualdad de género y la diversidad cultural.

Metodológicamente, se promueve el uso de estrategias didácticas activas e interactivas, donde el estudiante sea protagonista de su aprendizaje a través de la exploración, indagación y resolución colaborativa de problemas matemáticos significativos. El desarrollo del pensamiento crítico y las capacidades de modelización matemática son aspectos clave (Niss, 2007). Las tecnologías digitales también se consideran herramientas valiosas para enriquecer la enseñanza y el aprendizaje.

La evaluación de los aprendizajes matemáticos ha cobrado especial relevancia a nivel global. Pruebas estandarizadas internacionales como PISA y ERCE, implementadas respectivamente por la OCDE y la UNESCO, buscan medir el nivel de competencia matemática de los estudiantes más allá de la repetición de algoritmos, poniendo énfasis en la capacidad de aplicar conocimientos para resolver problemas del mundo real (OCDE, 2013).

Los resultados de PISA 2018 evidenciaron importantes brechas entre países y grupos socioeconómicos en competencia matemática. En Latinoamérica, las evaluaciones ERCE y TERCE también han mostrado un bajo desempeño de los estudiantes en relación con los estándares curriculares, lo cual demuestra la necesidad de fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la región (UNESCO, 2020).

En el ámbito internacional, diversos estudios y evaluaciones, como el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA) y el Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE), han revelado persistentes desafíos en el aprendizaje de las matemáticas. Por ejemplo, los resultados de PISA 2018 mostraron que más de la mitad de los estudiantes de la región se ubican por debajo del nivel mínimo de competencia matemática establecido (OECD, 2019). Asimismo, los resultados de ERCE 2019 indicaron grandes brechas entre los conocimientos alcanzados por los alumnos de primaria y secundaria y las expectativas curriculares de los países (UNESCOa, 2023). Entre los factores asociados al bajo rendimiento se encuentran prácticas educativas tradicionales centradas en la memorización y repetición mecánica de contenidos, sin promover el razonamiento, la resolución de problemas y el pensamiento crítico de los

estudiantes (LLECE, 2019). Además, persisten deficiencias formativas entre los docentes de matemáticas, lo cual limita su capacidad para enseñar de manera efectiva las competencias requeridas (BID, 2019).

Ante este panorama, diversos organismos internacionales como Naciones Unidas, Banco Mundial y UNESCO han señalado la necesidad de reformas educativas para transformar la enseñanza de las matemáticas y garantizar el aprendizaje de todos los estudiantes (BM, 2018). Un aspecto central es fortalecer la formación y las prácticas pedagógicas del profesorado para promover un aprendizaje activo y significativo en los alumnos.

Diversos organismos internacionales promueven la mejora de la educación matemática en el marco de los Objetivos de Desarrollo Sostenible 2030, que establecen el logro de una educación inclusiva y de calidad para todos como prioridad global (ONU, 2017). La UNESCO lidera los esfuerzos en busca de este objetivo, enfatizando competencias para la ciudadanía global y el pensamiento crítico. El Banco Mundial también impulsa reformas basadas en evidencia para resolver la crisis del aprendizaje, con especial atención a los grupos vulnerables (BM, 2023).

A nivel regional, el LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación) genera insumos sobre el estado de la educación matemática en la región y promueve el intercambio de buenas prácticas entre países (UNESCO, 2020). En definitiva, en el contexto global se observa un consenso sobre la relevancia de las matemáticas y la necesidad de fortalecer su enseñanza. Si bien existen avances, persisten brechas de aprendizaje que deben abordarse con políticas educativas inclusivas y basadas en evidencia, para garantizar el derecho a una educación matemática de calidad para todos. Algunos de los organismos nacionales más comunes relacionados con la matemática educativa incluyen:

- Ministerio de Educación: Responsable de la formulación y aplicación de políticas educativas en todas las áreas, incluida la matemática educativa.
- Consejos de Educación: Asesoran al Ministerio de Educación en la toma de decisiones relacionadas con la educación. Pueden incluir a docentes, padres de familia, estudiantes y representantes de organizaciones educativas.
- Institutos de Formación Docente: Encargados de la formación inicial y continua de docentes, incluyendo a los de matemáticas.
- Consejos Nacionales de Matemáticas: Tienen como objetivo mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el país. Pueden estar formados por docentes, investigadores, representantes del sector empresarial y otros actores relevantes en la educación matemática.

- Comités de Currículo: Encargados de elaborar y revisar los planes de estudio en todas las áreas, incluyendo la matemática educativa.
- Comisiones de Evaluación y Acreditación: Encargadas de evaluar y acreditar la calidad de los programas de estudio y las instituciones educativas en general, incluyendo a los programas de matemática educativa.

Estos organismos colaboran para establecer un marco contextual que permita mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Organisation for Economic Co-operation and Development, 2019).

En el ámbito de la educación en Latinoamérica y el Caribe, persisten desafíos significativos. Justo antes de la pandemia, más de dos tercios de los estudiantes de primaria no alcanzaron niveles de desempeño mínimos en matemáticas, lectura y ciencias naturales. El Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE), una evaluación internacional realizada por la oficina regional de la UNESCO proporciona una visión actualizada del estado de la educación en Latinoamérica y el Caribe. El ERCE 2019 evaluó el aprendizaje de los estudiantes en matemáticas, ciencias naturales y lenguaje (lectura y escritura) en el tercer y sexto grado. Argentina, Brasil, Colombia, Costa Rica, Cuba, Ecuador, El Salvador, Guatemala, Honduras, México y otros 16 países participaron en el estudio (Ramírez, 2023).

La didáctica de las matemáticas es una disciplina compleja y multifacética que requiere un enfoque integral y adaptativo. La integración de tecnologías, la atención a la diversidad, la evaluación formativa y continua, y la colaboración entre diversos organismos son esenciales para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas a nivel global.

BID

Los jóvenes de 15 años de 79 países participan en el examen PISA cada tres años para evaluar su desempeño en lectura, matemáticas y ciencias en comparación con sus pares de otros países. Los resultados de la edición más reciente fueron publicados el 3 de diciembre de 2019, y los estudiantes de diez países de América Latina que participaron en el estudio estuvieron entre los mejores del mundo. Las matemáticas eran su materia más difícil.

Para cada materia, se reportan los resultados con una puntuación numérica y un ranking de seis niveles. La calificación promedio de los estudiantes latinoamericanos en matemáticas los clasificó en el Nivel 1, el nivel más bajo de la escala. La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), que organiza la prueba a nivel mundial, considera que los estudiantes en este nivel están "en riesgo" porque carecen de las habilidades mínimas que todos los estudiantes deberían tener en la educación secundaria. Tres países, incluidos Panamá y República Dominicana, tuvieron puntajes tan bajos que se tuvo que crear

un nuevo nivel, conocido como "Por debajo de Nivel 1". Solo en Uruguay, Chile, México y Costa Rica, el 40% de los estudiantes superó el nivel mínimo. (BID, 2023). El método de instrucción que reciben en la escuela es una de las principales causas identificadas del mal desempeño. Según un estudio financiado por el BID, en diversas instituciones de América Latina se enseña a los estudiantes a memorizar fórmulas y métodos, sin desarrollar dinámicas que les permitan aplicar lo que saben en diferentes contextos. Esto provoca desconexiones significativas en el conocimiento, las cuales tienen un impacto según avanzan en sus estudios.

El problema es que, si se olvida una fórmula en la actualidad, no pasa nada porque puedes buscarla en Google. Emma Näslund-Hadley, Especialista Líder en Educación del BID, dice: "Pero lo que no puedes googlear son las habilidades de pensamiento crítico."

El BID está apoyando una serie de programas que buscan repensar la instrucción en las escuelas para cambiar esta tendencia y mejorar la educación en matemáticas. Las iniciativas van desde programas que trabajan con los padres para apoyar la educación de sus hijos hasta modelos de resolución de problemas y juegos. El BID ha recibido el respaldo del Fondo Especial Japonés, una serie de fondos administrados por el gobierno de Japón que fomentan ideas novedosas para el progreso de América Latina y el Caribe. Uno de los más fascinantes es JADENKÄ (pronunciado Ha-den-go), un programa de enseñanza de Etnomatemáticas para estudiantes de preprimaria (4 a 5 años). Está dirigido a los estudiantes del pueblo Ngäbe, el grupo indígena más grande de Panamá, y utiliza su lenguaje, cultura y prácticas tradicionales para mejorar la enseñanza.

PISA

PISA, coordinada por la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), es una evaluación internacional que mide las competencias de estudiantes de 15 años en lectura, matemáticas y ciencias. Su objetivo principal es evaluar hasta qué punto los estudiantes que están por finalizar la educación obligatoria han adquirido los conocimientos y habilidades necesarios para la participación plena en la sociedad. La competencia matemática en PISA se define como la capacidad de formular, emplear e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos.

La prueba PISA evalúa el rendimiento matemático de los estudiantes a través de tres factores relacionados: las técnicas que describen cómo las personas relacionan el contexto del problema con las matemáticas para resolverlo, así como las capacidades que subyacen a estas técnicas. Las preguntas de evaluación se insertan en los contextos. En PISA 2012, se reevaluaron las matemáticas como un tema principal. Aparte de las

subescalas de "contenido" (ahora llamadas "la incertidumbre y los datos" para dar mayor claridad), se crearon tres nuevas subescalas para evaluar los tres procesos en los que participa el alumnado, como solucionadores activos de problemas: la formulación de situaciones matemáticamente; el uso de conceptos, hechos, procedimientos y razonamientos matemáticos; y la interpretación, aplicación y evaluación de los resultados matemáticos. PISA-D denomina 1a al nivel 1 y crea dos nuevos niveles de conocimiento en el extremo inferior de la escala, los niveles 1b y 1c, para medir mejor los procesos básicos, como cálculos sencillos y la selección de la estrategia adecuada para una lista, ampliando el marco aún más hacia el tramo inferior de la escala de conocimientos matemáticos. (OCDE, 2013)

El marco de matemáticas de PISA-D tiene como objetivo ampliar el marco PISA para evaluar las capacidades matemáticas de los estudiantes que rinden en un nivel igual o inferior al nivel más bajo de la escala estándar de PISA. Los resultados de las mediciones deben proporcionar información confiable para determinar la forma más efectiva de mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes. Este marco ampliado puede aplicarse no solo a estudiantes, sino también a jóvenes de 14 a 16 años que no asisten a cursos PISA (séptimo curso o superior) o no están escolarizados. (OCDE, 2013). Un debate científico sobre el papel de la enseñanza de las matemáticas precedió a la implementación de las mediciones de PISA para matemáticas. Se enfatizó la importancia de ser capaz de usar las matemáticas en una variedad de contextos. El éxito de PISA a nivel mundial confirma su condición de una forma ampliamente aceptada de comprender el objetivo principal de la enseñanza de matemáticas en la actualidad.

¿Qué procesos participan las personas cuando resuelven problemas matemáticos contextuales y qué capacidades se espera que puedan demostrar a medida que mejoran su habilidad matemática? ¿Qué habilidades matemáticas se pueden esperar de las personas, especialmente de los estudiantes de 15 años? ¿Cuáles son las situaciones en las que se puede observar y evaluar la habilidad matemática? Son algunas de las preguntas que se busca resolver con pruebas como PISA.

Según esta perspectiva, tener un dominio de las habilidades técnicas más fundamentales no es suficiente. Ser capaz de resolver operaciones aritméticas es importante, pero no es suficiente para avanzar en la vida. Para poder aplicar esos conocimientos, es necesario poseer las habilidades fundamentales para elegir el modelo adecuado y elegir una estrategia o una explicación. Estas habilidades son la base de la definición de competencia matemática en PISA. (OCDE, 2013)

En este contexto, sería equívoco pensar que las habilidades técnicas sirven para evaluar la competencia matemática. Esto podría distraer la atención de los usuarios de los resultados de las pruebas PISA de esas

habilidades, lo que reduciría las posibilidades de que sus estudiantes desarrollen una mayor competencia matemática. El concepto de competencia matemática que define PISA se adhiere al marco de matemáticas de PISA-D. Debido a esto, se considera una ampliación del marco de matemáticas de PISA 2015, el cual evalúa principalmente las mismas habilidades fundamentales. (OCDE, 2013). La expansión tiene como objetivo aumentar la cobertura de los niveles inferiores de dos maneras: utilizando preguntas y enunciados más directos y sencillos y proponiendo un análisis detallado de los intentos de resolución de problemas de los estudiantes. Además, las preguntas de PISA-D evaluarán la capacidad de elegir el modelo adecuado y estrategias o explicaciones. De esta manera, el potencial de PISA-D se ampliará para ayudar a mejorar las habilidades matemáticas de los estudiantes.

Las ampliaciones de PISA-D se incorporaron al marco de PISA 2015 en un esfuerzo por recopilar más datos sobre los estudiantes que actualmente tienen un rendimiento inferior al nivel 1. En el marco matemático, esta expansión tiene lugar en tres aspectos: la descripción de las habilidades, para lo que se agregaron dos niveles adicionales, 1b y 1c; la inclusión de cinco actividades nuevas en los descriptores de los procesos; y la inclusión de cuatro habilidades adicionales en la tabla que relaciona los procesos matemáticos con las habilidades matemáticas fundamentales. (OCDE, 2013)

El constructo de competencia matemática se basa en PISA 2015 y se enfoca en las capacidades de razonamiento matemático y el uso de conceptos, procedimientos, herramientas y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. La definición del constructo de competencia matemática de PISA enfatiza la importancia de desarrollar la habilidad de los estudiantes para aplicar las matemáticas en situaciones específicas. Para lograr esto, es fundamental que los estudiantes tengan experiencias enriquecedoras en sus aulas de matemáticas. Esta concepción de la competencia matemática respalda la importancia de que los estudiantes desarrollen una sólida comprensión de los conceptos de matemáticas puras y los beneficios de participar en estudios dentro del mundo abstracto de las matemáticas. La definición utilizada para las evaluaciones PISA 2015 y PISA-D es la misma. (OCDE, 2013)

De esta manera podemos definir la competencia matemática como la capacidad de una persona para crear, usar e interpretar matemáticas en una variedad de situaciones. Incluye el uso de conceptos, métodos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos. Esto ayuda a las personas a reconocer la presencia de las matemáticas en el mundo y a emitir juicios y decisiones bien fundamentadas que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos. La concepción de PISA de los estudiantes como individuos que resuelven problemas de forma activa se basa en el ciclo de construcción

de modelos; sin embargo, a menudo no es necesario participar en cada etapa del ciclo, especialmente cuando se trata de una evaluación. (Niss, 2007)

De acuerdo con PISA 2015, “La competencia matemática es la capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar las matemáticas en distintos contextos. Incluye razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, herramientas y hechos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. Esto ayuda a las personas a reconocer la presencia de las matemáticas en el mundo y a emitir juicios y decisiones bien fundamentados que necesitan los ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos”.

La competencia es la capacidad de una persona para formular, usar e interpretar conceptos matemáticos en una variedad de situaciones se conoce como competencia matemática. Incluye el razonamiento matemático y el uso de conceptos, métodos, herramientas y datos matemáticos para describir, explicar y predecir fenómenos. El enfoque de PISA 2015 sobre la evaluación de la competencia matemática se deriva de la construcción de modelos, como se refleja en el ciclo de construcción de modelos que se describe a continuación. La evaluación se centra en tres categorías de procesos (formulación, empleo e interpretación), que a su vez están vinculados con una lista de descriptores.

- La formulación incluye identificar oportunidades para aplicar las matemáticas y traducir problemas del mundo real al lenguaje matemático. Este proceso puede implicar la estructuración de situaciones, el desarrollo de un problema bien definido y la formulación de una conjetura. Los descriptores para la formulación son: traducir problemas a una forma matemática, simplificar, desglosar y reformular problemas, identificar limitaciones y realizar supuestos, y desarrollar representaciones matemáticas, como expresiones, ecuaciones y gráficos.

- El empleo incluye la implementación de estrategias para resolver problemas matemáticos y obtener resultados matemáticos. Este proceso puede implicar ejecutar operaciones aritméticas, realizar cálculos, estimaciones y redondeos, identificar equivalencias, e interpretar, aplicar y modificar los modelos desarrollados. Los descriptores para el empleo son: resolver ecuaciones y problemas, manipular, clasificar y ordenar, usar propiedades y relaciones, seleccionar y usar herramientas y representaciones, y usar cálculos, estimaciones y redondeos.

- La interpretación incluye reflexionar sobre soluciones matemáticas y traducir los resultados al contexto del mundo real. Este proceso puede implicar evaluar y validar resultados, considerar la validez de los modelos matemáticos y presentar la solución a los problemas del mundo real. Los descriptores para la interpretación son: interpretar, evaluar y validar soluciones, y comunicar e informar resultados.

Enfoque de la Evaluación PISA en Matemáticas

La competencia matemática, tal como se define en el marco de PISA 2015 y PISA-D, se centra en la capacidad de los estudiantes para aplicar sus conocimientos matemáticos en situaciones del mundo real, utilizando el razonamiento matemático y una variedad de conceptos, procedimientos y herramientas matemáticas. El marco de PISA estructura esta competencia en tres categorías de procesos interrelacionados:

1. **Formulación Matemática:** Este proceso implica identificar oportunidades para utilizar las matemáticas en situaciones reales y traducir esos problemas al lenguaje matemático. Las actividades en esta categoría pueden incluir:

- Traducir problemas a una forma matemática: Identificar variables relevantes y convertir una situación del mundo real en una representación matemática.
- Simplificar y reformular problemas: Descomponer problemas complejos en partes manejables y hacer suposiciones para crear un problema matemático bien definido.
- Desarrollar representaciones matemáticas: Crear ecuaciones, gráficos u otras representaciones matemáticas para modelar situaciones del mundo real.

2. **Empleo de Conceptos y Procedimientos Matemáticos:** Este proceso se centra en la implementación de estrategias matemáticas para resolver problemas y obtener resultados. Las actividades incluyen:

- Resolver ecuaciones y problemas: Aplicar operaciones aritméticas, álgebra, geometría u otros métodos matemáticos.
- Manipular y clasificar: Organizar datos y realizar cálculos necesarios para resolver problemas.
- Seleccionar y usar herramientas matemáticas: Utilizar calculadoras, software o gráficos para facilitar la resolución de problemas.
- Usar cálculos y estimaciones: Realizar cálculos precisos y estimaciones razonables para obtener resultados matemáticos.

3. **Interpretación y Evaluación de Resultados Matemáticos:** Este proceso implica reflexionar sobre las soluciones matemáticas obtenidas y traducir estos resultados al contexto del mundo real. Las actividades incluyen:

- Interpretar y evaluar resultados: Analizar los resultados obtenidos y verificar su validez y aplicabilidad en el contexto del problema original.
- Comunicar e informar resultados: Presentar los resultados de manera clara y comprensible, utilizando un lenguaje apropiado tanto en términos matemáticos como no matemáticos.

La evaluación PISA es crucial porque ofrece una visión integral de las capacidades matemáticas de los estudiantes a nivel global, proporcionando datos valiosos para gobiernos, educadores y formuladores de

políticas educativas. Los resultados de PISA permiten identificar fortalezas y debilidades en los sistemas educativos y orientar las reformas necesarias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los resultados de PISA en América Latina han mostrado consistentemente que los estudiantes de la región enfrentan desafíos significativos en matemáticas, con un alto porcentaje de estudiantes ubicados en los niveles más bajos de la escala de competencia matemática. Estos resultados destacan la necesidad de:

- Reformar los métodos de enseñanza: Moverse de la memorización de fórmulas a enfoques que fomenten el pensamiento crítico y la resolución de problemas.
- Desarrollar programas educativos innovadores: Iniciativas como el programa JADENKÄ, que integran la cultura y el lenguaje local en la enseñanza, pueden mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes en las matemáticas.
- Capacitar a los docentes: Proporcionar formación continua y recursos para que los docentes puedan implementar prácticas pedagógicas efectivas.

La competencia matemática es una habilidad fundamental que los estudiantes necesitan para enfrentar los desafíos del mundo moderno. Las evaluaciones como PISA no solo miden el rendimiento de los estudiantes, sino que también proporcionan una guía para mejorar los sistemas educativos. En América Latina, abordar las deficiencias en la enseñanza de las matemáticas mediante reformas educativas y programas innovadores es crucial para mejorar los resultados de los estudiantes y preparar a las futuras generaciones para un mundo cada vez más complejo y matemáticamente demandante. El enfoque holístico de PISA en la evaluación de la competencia matemática, centrándose en la formulación, el empleo y la interpretación de conceptos matemáticos, ofrece un marco robusto para entender y mejorar cómo se enseñan y aprenden las matemáticas en las escuelas de todo el mundo.

La competencia matemática es esencial en la formación de ciudadanos capaces de enfrentar los desafíos del mundo moderno. A nivel internacional, la evaluación de esta competencia se ha convertido en una herramienta crucial para diagnosticar y mejorar los sistemas educativos. Este trabajo se centra en la evaluación PISA (Programme for International Student Assessment) y su impacto en la didáctica de las matemáticas, con especial atención en América Latina. Además, se discutirán las políticas educativas y las reformas necesarias para mejorar la enseñanza de las matemáticas, basándose en diversas investigaciones y reportes de organismos internacionales. PISA estructura la competencia matemática en tres procesos interrelacionados: formulación matemática, empleo de conceptos y procedimientos matemáticos, e interpretación y evaluación de resultados matemáticos. Estos procesos permiten evaluar no solo el conocimiento matemático de los estudiantes, sino también su capacidad para aplicar este conocimiento en situaciones reales.

Históricamente, los resultados de América Latina en PISA han mostrado que los estudiantes de la región enfrentan desafíos significativos en matemáticas. Un alto porcentaje de estudiantes se ubica en los niveles más bajos de competencia matemática, lo que indica dificultades en la comprensión y aplicación de conceptos matemáticos básicos. Según Acosta Silva (2000b), las políticas de educación superior en México han experimentado diversos cambios y transiciones, sin embargo, los retos persisten, especialmente en la formación de competencias matemáticas en la educación básica y media superior. Este desempeño subóptimo resalta la necesidad de reformas educativas que aborden las deficiencias en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Varios factores contribuyen a los bajos resultados en matemáticas en América Latina. Entre ellos se encuentran:

- **Calidad de la enseñanza:** La formación y capacitación continua de los docentes es crucial. En muchos casos, los maestros no cuentan con los recursos o el apoyo necesarios para enseñar matemáticas de manera efectiva (Didou, 2006).
- **Recursos Educativos:** La disponibilidad de materiales didácticos y tecnología educativa es limitada en muchas escuelas de la región, lo que dificulta la implementación de metodologías innovadoras de enseñanza (UNESCO, 2005).
- **Contexto Socioeconómico:** Las disparidades socioeconómicas también juegan un papel importante, afectando el acceso a una educación de calidad y perpetuando las brechas en el rendimiento académico (CEPAL, 2001).
- **La innovación en la didáctica de las matemáticas es esencial para mejorar los resultados de los estudiantes.**

En este sentido, se han desarrollado varios enfoques y programas innovadores:

- **Programas Contextualizados:** Programas como JADENKÄ, que integran la cultura y el lenguaje local en la enseñanza de las matemáticas, han demostrado ser efectivos para mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes (Guerra, 2013).
- **Enfoques Basados en la Resolución de Problemas:** Moverse de la memorización de fórmulas a enfoques que fomenten el pensamiento crítico y la resolución de problemas es crucial. Este enfoque permite a los estudiantes desarrollar habilidades que son directamente aplicables en la vida cotidiana y en su futura vida profesional (Brunner, 2007).
- **Uso de Tecnología:** La incorporación de tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas puede facilitar la comprensión de conceptos abstractos y proporcionar a los estudiantes herramientas para explorar y experimentar (UNESCO, 2005).

Capacitación y Desarrollo Profesional de los Docentes

La capacitación continua de los docentes es fundamental para cualquier reforma educativa. Programas de formación que se centren en las metodologías de enseñanza de las matemáticas y el uso de nuevas

tecnologías pueden tener un impacto significativo en la calidad de la educación. Según Fernández Lamarra (2002), es esencial que los docentes estén equipados no solo con conocimientos matemáticos, sino también con habilidades pedagógicas y tecnológicas.

Las políticas educativas deben ser sostenibles y centrarse en la mejora continua. Esto incluye:

- **Inversión en Educación:** Incrementar la inversión en infraestructura educativa, materiales didácticos y formación docente.
- **Evaluación y Monitoreo:** Implementar sistemas de evaluación y monitoreo que permitan identificar áreas de mejora y ajustar las políticas educativas en consecuencia (Acosta Silva, 2014).
- **Inclusión y Equidad:** Asegurar que todas las políticas educativas aborden las disparidades socioeconómicas y promuevan la inclusión y la equidad en el acceso a una educación de calidad (Moreno Rodríguez y Tejada Cruz, 2018).

Algunos ejemplos exitosos de países con un desarrollo adecuado de las competencias son los siguientes:

Finlandia

Finlandia es un ejemplo destacado de éxito en la educación matemática. Su enfoque se centra en proporcionar una educación equitativa y de alta calidad para todos los estudiantes, con un fuerte énfasis en la capacitación de los docentes y la autonomía escolar (Delors, 1997).

Singapur

Singapur ha implementado un enfoque estructurado y riguroso para la enseñanza de las matemáticas, basado en la resolución de problemas y la comprensión profunda de conceptos matemáticos. Este enfoque ha llevado a los estudiantes de Singapur a alcanzar consistentemente altos puntajes en PISA (Tünnermann, 2005). En un mundo cada vez más interconectado y dependiente de la tecnología y la información, las competencias matemáticas juegan un papel crucial en la formación de ciudadanos capaces de enfrentar los desafíos del siglo XXI. Estas competencias no solo son fundamentales para el desarrollo personal y profesional, sino que también son esenciales para el progreso económico y social de los países. Este trabajo analiza la importancia de tres competencias matemáticas clave: construir e interpretar modelos matemáticos, formular y resolver problemas matemáticos, y explicar e interpretar resultados matemáticos. Además, se discute la relevancia de una estrategia de intervención didáctica para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en bachillerato.

La evaluación PISA ha demostrado ser una herramienta invaluable para entender y mejorar la competencia matemática a nivel global. Los resultados de América Latina en PISA resaltan la necesidad de reformas

educativas profundas y sostenibles. Innovar en la didáctica de las matemáticas, capacitar continuamente a los docentes y desarrollar políticas educativas inclusivas y equitativas son pasos esenciales para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la región. Las experiencias internacionales exitosas, como las de Finlandia y Singapur, proporcionan valiosos ejemplos de estrategias que pueden ser adaptadas y adoptadas en América Latina. En última instancia, mejorar la competencia matemática es crucial para preparar a los estudiantes para los desafíos del siglo XXI y asegurar un futuro próspero para la región.

Competencias Matemáticas Clave

Construir e Interpretar Modelos Matemáticos.

La construcción e interpretación de modelos matemáticos es una competencia fundamental que permite a los estudiantes y profesionales representar, analizar y resolver problemas complejos del mundo real. Los modelos matemáticos son herramientas poderosas que simplifican y estructuran situaciones problemáticas, facilitando la toma de decisiones informadas y eficaces. En el contexto internacional, la habilidad para construir e interpretar modelos matemáticos es crucial en diversos campos, como la ingeniería, la economía, la biología, y las ciencias sociales. Esta competencia permite a los profesionales y académicos desarrollar modelos que pueden predecir comportamientos, optimizar procesos, y evaluar escenarios hipotéticos, lo cual es vital para el avance tecnológico y científico. Por ejemplo, en la economía, los modelos matemáticos se utilizan para prever tendencias de mercado y evaluar políticas económicas. En la biología, se aplican para modelar el crecimiento poblacional o la propagación de enfermedades. El desarrollo de esta competencia requiere una sólida comprensión de los conceptos matemáticos y la capacidad para aplicar estos conceptos en contextos variados. Los estudiantes deben ser capaces de identificar las variables relevantes en un problema, formular relaciones entre estas variables, y utilizar herramientas matemáticas para analizar estas relaciones. Además, deben ser capaces de interpretar los resultados de sus modelos y comunicarlos de manera efectiva.

Formular y Resolver Problemas Matemáticos

La capacidad para formular y resolver problemas matemáticos es otra competencia esencial que fomenta el pensamiento crítico y la creatividad. Esta competencia implica identificar problemas susceptibles de ser abordados mediante las matemáticas, desarrollar estrategias para resolverlos, y llevar a cabo estas estrategias de manera efectiva. A nivel internacional, la capacidad para formular y resolver problemas matemáticos es indispensable en prácticamente todos los campos del conocimiento y la industria. En la tecnología y la ingeniería, esta competencia permite a los profesionales diseñar y mejorar productos y procesos. En la investigación científica, es fundamental para desarrollar nuevas teorías y experimentos. En el ámbito educativo, esta competencia es clave para preparar a los estudiantes para los desafíos futuros. El desarrollo

de la capacidad para formular y resolver problemas matemáticos requiere una educación matemática que promueva la curiosidad y la autonomía en el aprendizaje. Los estudiantes deben enfrentarse a problemas abiertos y desafiantes que requieren la aplicación de diversas estrategias matemáticas. Asimismo, deben aprender a reflexionar sobre sus procesos de resolución, identificando fortalezas y áreas de mejora.

Explicación e Interpretación de Resultados Matemáticos

La capacidad para explicar e interpretar resultados matemáticos es fundamental para asegurar que las conclusiones derivadas de los análisis matemáticos sean comprendidas y aplicadas correctamente. Esta competencia implica no solo la habilidad para calcular resultados, sino también la capacidad para contextualizarlos y comunicar su significado de manera clara y precisa. En el ámbito internacional, la habilidad para explicar e interpretar resultados matemáticos es crucial en la investigación científica, la política pública, y la toma de decisiones empresariales. Los resultados de los análisis matemáticos deben ser comunicados de manera que sean comprensibles para audiencias no especializadas, facilitando así la implementación de decisiones basadas en evidencia. En la ciencia y la tecnología, esta competencia es esencial para la validación de teorías y modelos. En la política pública, permite la evaluación y mejora de políticas basadas en datos cuantitativos. El desarrollo de esta competencia requiere una educación que enfatice la comunicación matemática. Los estudiantes deben practicar la interpretación de resultados en diversos contextos y aprender a comunicar estos resultados de manera efectiva, utilizando tanto lenguaje técnico como no técnico. Además, deben ser capaces de criticar y evaluar la validez de los resultados matemáticos, considerando posibles limitaciones y fuentes de error.

Estrategia de Intervención Didáctica para Desarrollar las Competencias Docentes del Profesorado de Matemáticas en Bachillerato

La mejora de las competencias docentes del profesorado de matemáticas en bachillerato es crucial para garantizar que los estudiantes desarrollen las competencias matemáticas necesarias para enfrentar los desafíos del mundo moderno. Una estrategia de intervención didáctica efectiva puede tener un impacto significativo en la calidad de la educación matemática. El primer paso en una estrategia de intervención didáctica es realizar un diagnóstico de las necesidades del profesorado. Esto implica evaluar las competencias actuales de los docentes en términos de su conocimiento matemático, habilidades pedagógicas, y uso de tecnologías educativas. El diagnóstico debe incluir tanto autoevaluaciones como observaciones de la práctica docente y retroalimentación de los estudiantes.

La formación continua y el desarrollo profesional son componentes esenciales de cualquier estrategia de intervención didáctica. Los programas de formación deben ser diseñados para abordar las áreas identificadas

en el diagnóstico y proporcionar a los docentes las herramientas y conocimientos necesarios para mejorar su práctica. Actualización en Contenidos Matemáticos: Los docentes deben tener un conocimiento profundo de los contenidos matemáticos que enseñan. Esto incluye no solo los conceptos y procedimientos, sino también las aplicaciones y conexiones entre diferentes áreas de las matemáticas.

- Metodologías Didácticas Innovadoras: Los docentes deben estar familiarizados con las metodologías didácticas más recientes y efectivas. Esto incluye enfoques basados en la resolución de problemas, el uso de proyectos, y la enseñanza colaborativa.
- Tecnologías Educativas: La integración de tecnologías digitales en la enseñanza de las matemáticas puede mejorar significativamente la comprensión de los estudiantes. Los docentes deben estar capacitados en el uso de herramientas tecnológicas y recursos educativos digitales.
- Evaluación y Retroalimentación: La evaluación formativa es crucial para el aprendizaje efectivo. Los docentes deben aprender a diseñar y utilizar evaluaciones que proporcionen retroalimentación útil para los estudiantes y que les ayuden a mejorar continuamente.
- Modalidades de la Formación
- Talleres y Seminarios: Los talleres y seminarios permiten una formación intensiva y enfocada en temas específicos. Estos pueden ser presenciales o virtuales, y deben incluir actividades prácticas y oportunidades para la colaboración entre docentes.
- Comunidades de Aprendizaje: Las comunidades de aprendizaje permiten a los docentes compartir experiencias, recursos, y estrategias. Estas comunidades pueden ser presenciales o en línea, y deben ser apoyadas por facilitadores que guíen las discusiones y proporcionen recursos adicionales.
- Mentoría y Coaching: La mentoría y el coaching proporcionan apoyo individualizado a los docentes. Los mentores pueden observar la práctica docente, proporcionar retroalimentación y ayudar a los docentes a desarrollar planes de mejora personalizados.

La implementación de una estrategia de intervención didáctica debe ser acompañada de un seguimiento continuo para evaluar su efectividad y realizar ajustes según sea necesario. Esto incluye la observación de la práctica docente, la recolección de datos sobre el rendimiento de los estudiantes, y la retroalimentación continua de los docentes. Además, debe de poseer Herramientas de Seguimiento, por ejemplo:

- Observaciones en el Aula: Las observaciones en el aula permiten evaluar la implementación de nuevas estrategias y proporcionar retroalimentación específica a los docentes.

- Encuestas y Entrevistas: Las encuestas y entrevistas a docentes y estudiantes pueden proporcionar información valiosa sobre la efectividad de la formación y las áreas que necesitan más apoyo.
- Análisis de Datos: El análisis de datos sobre el rendimiento de los estudiantes puede ayudar a identificar tendencias y evaluar el impacto de las intervenciones didácticas.

El desarrollo de competencias matemáticas clave es esencial para la formación de ciudadanos capaces de enfrentar los desafíos del siglo XXI. La construcción e interpretación de modelos matemáticos, la formulación y resolución de problemas matemáticos, y la explicación e interpretación de resultados matemáticos son competencias fundamentales que deben ser desarrolladas desde la educación básica hasta la superior. En este contexto, una estrategia de intervención didáctica bien diseñada y ejecutada es crucial para mejorar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en bachillerato, asegurando así una educación de alta calidad que prepare a los estudiantes para el futuro. Las políticas educativas durante esta época se centraron en la creación de nuevas instituciones de educación superior (IES) y en el aumento de la matrícula estudiantil (Acosta Silva, 2000b). La Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) jugó un papel crucial en la implementación de la agenda de políticas de educación superior. Durante este periodo, la ANUIES se consolidó como un organismo de coordinación y planificación estratégica, influyendo en las decisiones gubernamentales y promoviendo la expansión de la educación superior en el país (Acosta Silva, 2000b).

La década de los ochenta marcó el inicio de una crisis económica que afectó gravemente a la educación superior en México. La reducción del financiamiento público y las políticas de ajuste estructural impuestas por organismos internacionales llevaron a las universidades a buscar nuevas formas de financiamiento y gestión. Según Carnoy (1994), el gobierno de las universidades en México durante este periodo enfrentó desafíos significativos, como la disminución de recursos y la necesidad de modernización administrativa. Acosta Silva (2000a) describe este periodo como una transición en las políticas y la gestión de las universidades, donde se buscó una mayor eficiencia y calidad en la educación superior. Las reformas implementadas incluyeron la evaluación de programas académicos, la acreditación institucional y la diversificación de fuentes de financiamiento, incluyendo la participación del sector privado.

Desde el inicio del siglo XXI, la educación superior en México ha estado marcada por la globalización y la internacionalización. Las políticas educativas se han orientado hacia la integración de México en el contexto global, promoviendo la movilidad estudiantil, la cooperación internacional y la incorporación de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en los procesos educativos. Didou (2006) destaca que la

internacionalización de la educación superior y la provisión transnacional de servicios educativos han sido componentes clave de las políticas educativas en América Latina, incluyendo México. Este enfoque ha permitido a las universidades mexicanas establecer alianzas estratégicas con instituciones extranjeras, mejorando la calidad de la educación y la investigación.

El marco contextual mexicano de la didáctica de la matemática se refiere al conjunto complejo de factores y elementos que influyen en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el contexto educativo mexicano. Incluye aspectos culturales, sociales, políticos, económicos y educativos que afectan la forma en que se enseña y aprende matemáticas. Este marco se compone de diferentes aspectos que influyen en la educación matemática, como son las políticas educativas, las prácticas docentes, los recursos disponibles y la cultura matemática de la sociedad en general. Comprender y abordar estos factores es fundamental para mejorar la educación matemática y, en última instancia, para promover el desarrollo socioeconómico del país.

El sistema educativo del país establece los objetivos, contenidos y estándares de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas en cada nivel educativo. La cultura matemática se refiere a las actitudes y valores que la sociedad mexicana tiene hacia las matemáticas, y que influyen en la motivación e interés de los estudiantes por esta disciplina. Los recursos educativos disponibles, que incluyen libros de texto, materiales didácticos, software educativo, entre otros, pueden influir en la forma en que se enseñan las matemáticas. La formación y capacitación de los docentes de matemáticas también influye en la calidad de la enseñanza de esta disciplina. Además, los contextos sociales y económicos de los estudiantes influyen en su acceso y disponibilidad de recursos para el aprendizaje de las matemáticas. Las políticas educativas y programas gubernamentales que buscan mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como los programas de formación docente y los programas de apoyo a la educación en comunidades marginadas, son elementos importantes del marco contextual nacional de la matemática educativa. Estas políticas pueden ser generales o específicas para la enseñanza de las matemáticas y tienen como objetivo establecer los objetivos y metas que se deben alcanzar en la educación matemática en el país. También pueden establecer los requisitos para la formación de los docentes, el diseño curricular y la evaluación de los estudiantes.

En México, la educación media superior y superior se encuentra en un proceso continuo de reforma y adaptación para responder a las demandas del siglo XXI. Acosta Silva (2014) analiza el futuro de la educación superior en México y destaca que uno de los principales retos es la implementación de políticas educativas que mejoren la calidad de la enseñanza y promuevan la inclusión. Acosta Silva argumenta que, para lograr una educación de calidad, es esencial que los docentes estén equipados con estrategias didácticas

innovadoras que les permitan abordar las necesidades diversas de los estudiantes. Uno de los principales desafíos de la educación en México es garantizar el acceso equitativo para todos los estudiantes, independientemente de su origen socioeconómico. Según Alcántara Santuario (2009), las políticas educativas del último cuarto de siglo han buscado reducir las disparidades en el acceso a la educación superior. Sin embargo, persisten desigualdades significativas, especialmente en regiones rurales y entre grupos indígenas. Las políticas educativas recientes han buscado reducir las disparidades en el acceso a la educación superior, pero aún persisten desigualdades significativas, especialmente en regiones rurales y entre grupos indígenas (Alcántara Santuario, 2009).

Para abordar estas desigualdades, es crucial implementar políticas y programas que promuevan la inclusión y la equidad en la educación matemática. Esto incluye proporcionar apoyos económicos y recursos educativos a estudiantes de contextos desfavorecidos, así como desarrollar programas de apoyo educativo para estudiantes con dificultades en matemáticas. La formación y capacitación de los docentes también deben enfocarse en estrategias inclusivas que atiendan las necesidades diversas de los estudiantes. La calidad de la educación superior es otro desafío crucial. La evaluación y acreditación de programas académicos han sido estrategias implementadas para mejorar la calidad educativa. Según Casanova Cardiel (2002), las universidades deben adaptarse a las demandas del mercado laboral y a los avances tecnológicos, lo que requiere una actualización constante de los currículos y métodos de enseñanza.

La evaluación y acreditación de programas académicos son estrategias clave para mejorar la calidad de la educación matemática en México. La implementación de sistemas de evaluación y acreditación permite monitorear y mejorar los programas educativos, asegurando que cumplan con estándares de calidad y relevancia. Según Casanova Cardiel (2002), las universidades deben adaptarse a las demandas del mercado laboral y a los avances tecnológicos, lo que requiere una actualización constante de los currículos y métodos de enseñanza. La evaluación de programas académicos proporciona información valiosa para la toma de decisiones y la implementación de mejoras continuas en la educación matemática.

ANUIES

La ANUIES (2021) también discute las políticas generales ante la demanda social de educación media superior y superior en México. La asociación enfatiza que la calidad de la educación no solo depende de la infraestructura y los recursos materiales, sino también de la preparación y competencia de los docentes. La ANUIES sugiere que es imperativo desarrollar programas de formación y actualización para los docentes que se centren en estrategias didácticas efectivas, especialmente en áreas críticas como las matemáticas.

El financiamiento de la educación superior sigue siendo un tema crítico. La dependencia de las universidades públicas del financiamiento gubernamental limita su capacidad para innovar y expandirse. Según Rubio Oca (2006), es necesario diversificar las fuentes de financiamiento, incluyendo el fortalecimiento de la vinculación con el sector privado y la implementación de políticas que fomenten la inversión en educación superior. Ruiz Larraguivel (2007) aporta una perspectiva sobre las políticas de reforma en la educación superior, enfocándose en las universidades tecnológicas. La autora señala que, aunque se han implementado diversas reformas para modernizar la educación superior en México, la efectividad de estas reformas depende en gran medida de la capacidad de los docentes para adaptar y aplicar nuevas estrategias didácticas en el aula. Ruiz Larraguivel argumenta que la falta de formación continua y el limitado acceso a recursos didácticos actualizados son obstáculos significativos para la mejora de la calidad educativa.

La situación socioeconómica del país también influye en la didáctica de las matemáticas, ya que México enfrenta desafíos importantes en términos de pobreza y desigualdad. Estos factores tienen un impacto significativo en la educación, ya que los estudiantes que provienen de entornos socioeconómicos desfavorecidos a menudo tienen mayores dificultades para aprender matemáticas. En respuesta a esto, se han desarrollado diversas iniciativas para promover la enseñanza de las matemáticas en contextos desfavorecidos, como la creación de programas de apoyo educativo para estudiantes con dificultades en matemáticas.

La formación y capacitación de los docentes es también un factor clave en la didáctica de las matemáticas en México. En respuesta a la necesidad de mejorar la formación docente, se han desarrollado diversos programas de actualización y capacitación para los docentes en servicio, así como una mayor exigencia en la formación de los nuevos docentes. La Secretaría de Educación Pública (SEP) también ha establecido estándares y lineamientos para la formación de los docentes, con el objetivo de mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en el país. El contexto mexicano de la didáctica de las matemáticas es un tema complejo que involucra múltiples factores. La política educativa, la situación socioeconómica, la formación y capacitación de los docentes, y las iniciativas para promover la enseñanza de las matemáticas en contextos desfavorecidos son todos aspectos clave que deben ser considerados para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en México. En concordancia con la Ley General de Educación, que establece la necesidad de garantizar la calidad en la educación, es esencial abordar estos aspectos para asegurar una enseñanza efectiva de las matemáticas y así contribuir al desarrollo integral de los estudiantes. Sustentado en los siguientes artículos:

- Artículo 18. La orientación integral en la formación de las y los mexicanos dentro del Sistema Educativo Nacional considerará lo siguiente: 1. El pensamiento lógico-matemático y la alfabetización numérica. Este artículo subraya la importancia de desarrollar habilidades en pensamiento lógico y matemático desde las primeras etapas de la educación, promoviendo la alfabetización numérica como una competencia esencial para los estudiantes mexicanos.
- Artículo 24. Los planes y programas de estudio en educación media superior promoverán el desarrollo integral de los estudiantes, incluyendo sus conocimientos, habilidades, aptitudes, actitudes y competencias profesionales. Esto se logrará a través de aprendizajes significativos en áreas disciplinares como las ciencias naturales y experimentales, las ciencias sociales, y las humanidades, así como en áreas de conocimientos transversales que incluyen el pensamiento matemático, la historia, la comunicación, la cultura, las artes, la educación física y el aprendizaje digital.

En el caso del bachillerato tecnológico, profesional técnico bachiller y tecnólogo, los planes y programas de estudio favorecen el desarrollo de los conocimientos, habilidades y actitudes necesarias para alcanzar una vida productiva. Para su elaboración, se atenderá el marco curricular común establecido por la Secretaría, con la participación de las comisiones estatales de planeación y programación en educación media superior o sus equivalentes, con el propósito de contextualizarlos a sus realidades regionales. La elaboración de planes y programas de estudio de los bachilleratos de universidades públicas autónomas por ley se sujetará a las disposiciones correspondientes.

Artículo 30. Los contenidos de los planes y programas de estudio de la educación impartida por el Estado, sus organismos descentralizados y los particulares con autorización o con reconocimiento de validez oficial de estudios, de acuerdo con el tipo y nivel educativo, incluirán, entre otros, los siguientes: 1. El aprendizaje de las matemáticas. Este artículo establece que las matemáticas son una parte fundamental del currículo en todos los niveles educativos, garantizando que todos los estudiantes adquieran habilidades matemáticas esenciales.

Artículo 44. La educación media superior comprende los niveles de bachillerato, profesional técnico bachiller y los equivalentes a éste, así como la educación profesional que no requiere bachillerato o sus equivalentes. Se organizará a través de un sistema que establezca un marco curricular común a nivel nacional y garantice el reconocimiento de estudios entre las opciones que ofrece este tipo educativo. En la educación

media superior, se ofrece una formación en la que el aprendizaje involucra un proceso de reflexión, búsqueda de información y apropiación del conocimiento en múltiples espacios de desarrollo.

Artículo 46. Las autoridades educativas, en el ámbito de sus competencias, establecerán de manera progresiva políticas para garantizar la inclusión, permanencia y continuidad en este tipo educativo, poniendo énfasis en los jóvenes, mediante medidas que fomenten oportunidades de acceso para las personas que así lo decidan. Estas medidas incluirán, por ejemplo, el establecimiento de apoyos económicos para disminuir la deserción y el abandono escolar. Asimismo, implementarán un programa de capacitación y evaluación para la certificación que otorga la instancia competente, destinado a egresados de bachillerato, profesional técnico bachiller o sus equivalentes que no hayan ingresado a la educación superior, con la finalidad de proporcionarles herramientas que les permitan integrarse al ámbito laboral.

Las políticas destinadas a aumentar la inclusión y reducir la deserción en la educación media superior, asegurando que más jóvenes tengan acceso a una educación de calidad y oportunidades para continuar su formación o integrarse al mercado laboral.

Artículo 90. Las maestras y los maestros son agentes fundamentales del proceso educativo, y, por tanto, se reconoce su contribución a la transformación social. La revalorización de las maestras y maestros persigue los siguientes fines:

1. Priorizar su labor para el logro de metas y objetivos centrados en el aprendizaje de los estudiantes.
2. Fortalecer su desarrollo y superación profesional mediante la formación, capacitación y actualización.
3. Reconocer su experiencia, así como su vinculación y compromiso con la comunidad y el entorno donde labora, para proponer soluciones de acuerdo con su contexto educativo.
4. Priorizar su labor pedagógica y el máximo logro de aprendizaje de los estudiantes sobre la carga administrativa.
5. Promover su formación, capacitación y actualización de acuerdo con su evaluación diagnóstica y en el ámbito donde desarrolla su labor.

La importancia de la formación continua y la valorización de los docentes, reconociendo su papel crucial en la mejora del sistema educativo y el éxito académico de los estudiantes.

Artículo 95. El Estado fortalecerá a las instituciones públicas de formación docente, y las autoridades educativas, en el ámbito de sus competencias, tendrán a su cargo.

Artículo 96. Las personas egresadas de las instituciones formadoras de docencia contarán con el conocimiento de diversos enfoques pedagógicos y didácticos que les permita atender las necesidades de aprendizaje de niñas, niños, adolescentes y jóvenes.

Artículo 110. La educación tendrá un proceso de mejora continua, el cual implica el desarrollo permanente del Sistema Educativo Nacional para incrementar el logro académico de los estudiantes. Tendrá como eje central el aprendizaje de niñas, niños, adolescentes y jóvenes de todos los tipos, niveles y modalidades educativas (Ley General de Educación [LGE], 2023). Este artículo establece un compromiso con la mejora continua del sistema educativo, asegurando que todas las decisiones y políticas se centren en el aprendizaje y el éxito académico de los estudiantes. El compromiso con la mejora continua del sistema educativo, como lo establece la Ley General de Educación (LGE), 2023, implica un enfoque prioritario en el aprendizaje y el éxito académico de todos los estudiantes. Sin embargo, los resultados obtenidos según el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) reflejan una realidad preocupante.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE)

Especialmente alarmante es el alto porcentaje de estudiantes que se encuentran en el nivel I de aprendizajes, lo que sugiere un desafío significativo en la calidad educativa. Este escenario se torna aún más crítico al considerar que más del 60% de los estudiantes, desde sexto de primaria hasta el último grado de educación media superior, están en esta situación. Las cifras son aún más desalentadoras en grupos específicos, como aquellos que asisten a la secundaria comunitaria y las escuelas indígenas primarias, donde la brecha en el desempeño académico es aún más amplia. Ante esta realidad, es imperativo implementar políticas y medidas que aborden estas disparidades y promuevan un proceso efectivo de mejora continua en el sistema educativo. Los grupos con más dificultades para aprobar esta prueba son quienes asisten a la secundaria comunitaria (81 puntos por debajo del promedio) y las escuelas indígenas primarias (62 puntos por debajo del promedio). A partir de la información analizada, se concluye que los problemas del sistema educativo nacional están relacionados con la calidad de la oferta, en términos de infraestructura y dinámicas pedagógicas e institucionales. Según la tasa de graduación de secundaria entre jóvenes de 18 a 20 años, la graduación del nivel medio superior en México es aun relativamente baja comparada con otros países latinoamericanos. Es importante recordar que México fue uno de los últimos países en incorporar este nivel al ciclo obligatorio.

Informe PLANEA (2019)

De acuerdo con los datos de PLANEA en Matemáticas para sexto grado de primaria, el 59% de los alumnos se encuentra en el nivel I; el 18% en el nivel II; el 15% en el nivel III; y solo el 8% en el nivel IV. En el caso de la secundaria, en 2017, los estudiantes que obtuvieron el nivel I (65%) resuelven problemas que requieren comparar o realizar cálculos con números naturales; traducen al lenguaje algebraico una situación que se modela con una ecuación lineal y pueden resolver problemas que implican comparar el volumen de cilindros de manera visual. Quienes alcanzaron el nivel II (22%) pueden, además, resolver problemas que implican sumar, restar, multiplicar y dividir con números decimales, y expresar con letras una relación

numérica sencilla con un valor desconocido. Los estudiantes del nivel III (9%) pueden resolver problemas con fracciones, números enteros o potencias de números naturales, y describir en lenguaje coloquial una expresión algebraica. Los del nivel IV (5%) pueden resolver problemas que implican combinar números fraccionarios y decimales y emplear ecuaciones para encontrar valores desconocidos en problemas verbales (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2018). En educación media superior (EMS), en 2017, los estudiantes se distribuyeron en los niveles de logro de la siguiente forma: 66% en el nivel I, 23% en el nivel II, 8% en el nivel III y 3% en el nivel IV (INEE, 2017). Los estudiantes del nivel I (66%) resuelven problemas que implican operaciones básicas con números enteros o cuyo resultado es un número entero, resuelven problemas de valor faltante en tablas de proporcionalidad directa, identifican el valor máximo que alcanza un fenómeno a partir de su gráfica, resuelven problemas de moda y media aritmética para datos enlistados e interpretan la posibilidad de ocurrencia de los eventos de un experimento a partir de una gráfica de frecuencias. Los alumnos del nivel II (23%) son capaces de expresar en lenguaje matemático situaciones en las que se desconoce un valor o las relaciones de proporcionalidad entre dos variables, y resuelven problemas que implican proporciones entre cantidades, por ejemplo, porcentajes. Los estudiantes del nivel III (8%) emplean el lenguaje matemático para resolver problemas que requieren del cálculo de valores desconocidos y analizar situaciones de proporcionalidad. Finalmente, los estudiantes del nivel IV (3%) dominan las reglas para transformar y operar con el lenguaje matemático, como las leyes de los signos, y expresan en lenguaje matemático las relaciones entre dos variables de una situación o fenómeno y determinan algunas de sus características, por ejemplo, deducen la ecuación de la línea recta a partir de su gráfica.

Evaluación PLANEA EMS (2017)

Los resultados de la prueba PLANEA EMS, diseñada, aplicada y analizada por primera vez en 2017 por el INEE, no son comparables con aplicaciones anteriores de PLANEA EMS. Sin embargo, los resultados de 2017 podrán compararse con aplicaciones futuras. En Lenguaje y Comunicación, el 33.9% de los estudiantes de EMS se encuentran en el nivel I, el 27.8% en el nivel II, el 24.5% en el nivel III y solo el 13.7% en el nivel IV. En Matemáticas, el 22.8% está en el nivel II, el 8.6% en el nivel III y solo el 2.6% en el nivel IV. Los estudiantes de EMS en las instituciones públicas están más concentrados en los niveles I y II de Matemáticas (87.5%) y Lenguaje y Comunicación (65.2%), mientras que en las escuelas privadas el porcentaje de estudiantes en estos niveles es menor (65.7% en Matemáticas y 32.1% en Lenguaje y Comunicación) (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2018). La evaluación del área de Matemáticas explora el dominio de un determinado número de aprendizajes clave que dan cuenta de la capacidad del estudiantado para emplear y transformar los aprendizajes matemáticos en herramientas que les permitan interpretar, comprender, analizar, evaluar y dar solución a diferentes problemas. Se evalúan

los aprendizajes clave de los siguientes ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Cambios y relaciones, Forma, espacio y medida, Manejo de la información.

1.2. Marco contextual nacional

La educación superior en México ha experimentado transformaciones significativas desde mediados del siglo XX, influenciadas por diversos factores políticos, económicos, sociales y culturales. Este marco contextual ofrece una visión detallada de la evolución, los desafíos y las políticas que han configurado el sistema de educación superior en el país, así como su impacto en la calidad y la equidad de la educación. El periodo entre 1950 y 1980 se caracterizó por una expansión significativa del sistema de educación superior en México. Este crecimiento fue impulsado por la necesidad de formar profesionales que pudieran contribuir al desarrollo económico y social del país. Las políticas educativas durante esta época se centraron en la creación de nuevas instituciones de educación superior (IES) y en el aumento de la matrícula estudiantil (Acosta Silva, 2000b). La Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES) jugó un papel crucial en la implementación de la agenda de políticas de educación superior. Durante este periodo, la ANUIES se consolidó como un organismo de coordinación y planificación estratégica, influyendo en las decisiones gubernamentales y promoviendo la expansión de la educación superior en el país (Acosta Silva, 2000b).

La década de los ochenta marcó el inicio de una crisis económica que afectó gravemente a la educación superior en México. La reducción del financiamiento público y las políticas de ajuste estructural impuestas por organismos internacionales llevaron a las universidades a buscar nuevas formas de financiamiento y gestión. Según Carnoy (1994), el gobierno de las universidades en México durante este periodo enfrenta desafíos significativos, como la disminución de recursos y la necesidad de modernización administrativa. Acosta Silva (2000a) describe este periodo como una transición en las políticas y la gestión de las universidades, donde se buscó una mayor eficiencia y calidad en la educación superior. Las reformas implementadas incluyeron la evaluación de programas académicos, la acreditación institucional y la diversificación de fuentes de financiamiento, incluyendo la participación del sector privado.

Desde el inicio del siglo XXI, la educación superior en México ha estado marcada por la globalización y la internacionalización. Las políticas educativas se han orientado hacia la integración de México en el contexto global, promoviendo la movilidad estudiantil, la cooperación internacional y la incorporación de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en los procesos educativos. Didou (2006) destaca que la internacionalización de la educación superior y la provisión transnacional de servicios educativos han sido componentes clave de las políticas educativas en América Latina, incluyendo México. Este enfoque ha permitido a las universidades mexicanas establecer alianzas estratégicas con instituciones extranjeras,

mejorando la calidad de la educación y la investigación. El marco contextual mexicano de la didáctica de la matemática se refiere al conjunto complejo de factores y elementos que influyen en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el contexto educativo mexicano. Incluye aspectos culturales, sociales, políticos, económicos y educativos que afectan la forma en que se enseña y aprende matemáticas. Este marco se compone de diferentes aspectos que influyen en la educación matemática, como son las políticas educativas, las prácticas docentes, los recursos disponibles y la cultura matemática de la sociedad en general. Comprender y abordar estos factores es fundamental para mejorar la educación matemática y, en última instancia, para promover el desarrollo socioeconómico del país.

El sistema educativo del país establece los objetivos, contenidos y estándares de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas en cada nivel educativo. La cultura matemática se refiere a las actitudes y valores que la sociedad mexicana tiene hacia las matemáticas, y que influyen en la motivación e interés de los estudiantes por esta disciplina. Los recursos educativos disponibles, que incluyen libros de texto, materiales didácticos, software educativo, entre otros, pueden influir en la forma en que se enseñan las matemáticas. La formación y capacitación de los docentes de matemáticas también influye en la calidad de la enseñanza de esta disciplina. Además, los contextos sociales y económicos de los estudiantes influyen en su acceso y disponibilidad de recursos para el aprendizaje de las matemáticas. Las políticas educativas y programas gubernamentales que buscan mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como los programas de formación docente y los programas de apoyo a la educación en comunidades marginadas, son elementos importantes del marco contextual nacional de la matemática educativa. Estas políticas pueden ser generales o específicas para la enseñanza de las matemáticas y tienen como objetivo establecer los objetivos y metas que se deben alcanzar en la educación matemática en el país. También pueden establecer los requisitos para la formación de los docentes, el diseño curricular y la evaluación de los estudiantes.

En México, la educación media superior y superior se encuentra en un proceso continuo de reforma y adaptación para responder a las demandas del siglo XXI. Acosta Silva (2014) analiza el futuro de la educación superior en México y destaca que uno de los principales retos es la implementación de políticas educativas que mejoren la calidad de la enseñanza y promuevan la inclusión. Acosta Silva argumenta que, para lograr una educación de calidad, es esencial que los docentes estén equipados con estrategias didácticas innovadoras que les permitan abordar las necesidades diversas de los estudiantes. Uno de los principales desafíos de la educación en México es garantizar el acceso equitativo para todos los estudiantes, independientemente de su origen socioeconómico. Según Alcántara Santuario (2009), las políticas educativas del último cuarto de siglo han buscado reducir las disparidades en el acceso a la educación superior. Sin embargo, persisten desigualdades significativas, especialmente en regiones rurales y entre

grupos indígenas. Las políticas educativas recientes han buscado reducir las disparidades en el acceso a la educación superior, pero aún persisten desigualdades significativas, especialmente en regiones rurales y entre grupos indígenas (Alcántara Santuario, 2009). Para abordar estas desigualdades, es crucial implementar políticas y programas que promuevan la inclusión y la equidad en la educación matemática. Esto incluye proporcionar apoyos económicos y recursos educativos a estudiantes de contextos desfavorecidos, así como desarrollar programas de apoyo educativo para estudiantes con dificultades en matemáticas. La formación y capacitación de los docentes también deben enfocarse en estrategias inclusivas que atiendan las necesidades diversas de los estudiantes.

La calidad de la educación superior es otro desafío crucial. La evaluación y acreditación de programas académicos han sido estrategias implementadas para mejorar la calidad educativa. Según Casanova Cardiel (2002), las universidades deben adaptarse a las demandas del mercado laboral y a los avances tecnológicos, lo que requiere una actualización constante de los currículos y métodos de enseñanza. La evaluación y acreditación de programas académicos son estrategias clave para mejorar la calidad de la educación matemática en México. La implementación de sistemas de evaluación y acreditación permite monitorear y mejorar los programas educativos, asegurando que cumplan con estándares de calidad y relevancia. Según Casanova Cardiel (2002), las universidades deben adaptarse a las demandas del mercado laboral y a los avances tecnológicos, lo que requiere una actualización constante de los currículos y métodos de enseñanza. La evaluación de programas académicos proporciona información valiosa para la toma de decisiones y la implementación de mejoras continuas en la educación matemática.

La ANUIES (2021) también discute las políticas generales ante la demanda social de educación media superior y superior en México. La asociación enfatiza que la calidad de la educación no solo depende de la infraestructura y los recursos materiales, sino también de la preparación y competencia de los docentes. La ANUIES sugiere que es imperativo desarrollar programas de formación y actualización para los docentes que se centren en estrategias didácticas efectivas, especialmente en áreas críticas como las matemáticas. El financiamiento de la educación superior sigue siendo un tema crítico. La dependencia de las universidades públicas del financiamiento gubernamental limita su capacidad para innovar y expandirse. Según Rubio Oca (2006), es necesario diversificar las fuentes de financiamiento, incluyendo el fortalecimiento de la vinculación con el sector privado y la implementación de políticas que fomenten la inversión en educación superior.

Ruiz Larraguivel (2007) aporta una perspectiva sobre las políticas de reforma en la educación superior, enfocándose en las universidades tecnológicas. La autora señala que, aunque se han implementado diversas

reformas para modernizar la educación superior en México, la efectividad de estas reformas depende en gran medida de la capacidad de los docentes para adaptar y aplicar nuevas estrategias didácticas en el aula. Ruiz Larraguivel argumenta que la falta de formación continua y el limitado acceso a recursos didácticos actualizados son obstáculos significativos para la mejora de la calidad educativa. La situación socioeconómica del país también influye en la didáctica de las matemáticas, ya que México enfrenta desafíos importantes en términos de pobreza y desigualdad. Estos factores tienen un impacto significativo en la educación, ya que los estudiantes que provienen de entornos socioeconómicos desfavorecidos a menudo tienen mayores dificultades para aprender matemáticas. En respuesta a esto, se han desarrollado diversas iniciativas para promover la enseñanza de las matemáticas en contextos desfavorecidos, como la creación de programas de apoyo educativo para estudiantes con dificultades en matemáticas.

La formación y capacitación de los docentes es también un factor clave en la didáctica de las matemáticas en México. En respuesta a la necesidad de mejorar la formación docente, se han desarrollado diversos programas de actualización y capacitación para los docentes en servicio, así como una mayor exigencia en la formación de los nuevos docentes. La Secretaría de Educación Pública (SEP) también ha establecido estándares y lineamientos para la formación de los docentes, con el objetivo de mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en el país.

El contexto mexicano de la didáctica de las matemáticas es un tema complejo que involucra múltiples factores. La política educativa, la situación socioeconómica, la formación y capacitación de los docentes, y las iniciativas para promover la enseñanza de las matemáticas en contextos desfavorecidos son todos aspectos clave que deben ser considerados para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en México.

En concordancia con la Ley General de Educación, que establece la necesidad de garantizar la calidad en la educación, es esencial abordar estos aspectos para asegurar una enseñanza efectiva de las matemáticas y así contribuir al desarrollo integral de los estudiantes. Sustentado en los siguientes artículos:

- Artículo 18. La orientación integral en la formación de las y los mexicanos dentro del Sistema Educativo Nacional considerará lo siguiente: 1. El pensamiento lógico-matemático y la alfabetización numérica. Este artículo subraya la importancia de desarrollar habilidades en pensamiento lógico y matemático desde las primeras etapas de la educación, promoviendo la alfabetización numérica como una competencia esencial para los estudiantes mexicanos.

- Artículo 24. Los planes y programas de estudio en educación media superior promoverán el desarrollo integral de los estudiantes, incluyendo sus conocimientos, habilidades, aptitudes, actitudes y competencias profesionales. Esto se logrará a través de aprendizajes significativos en áreas disciplinares como las ciencias naturales y experimentales, las ciencias sociales, y las humanidades, así como en áreas de conocimientos transversales que incluyen el pensamiento matemático, la historia, la comunicación, la cultura, las artes, la educación física y el aprendizaje digital.

Artículo 30. Los contenidos de los planes y programas de estudio de la educación impartida por el Estado, sus organismos descentralizados y los particulares con autorización o con reconocimiento de validez oficial de estudios, de acuerdo con el tipo y nivel educativo, incluirán, entre otros, los siguientes: 1. El aprendizaje de las matemáticas.

Este artículo establece que las matemáticas son una parte fundamental del currículo en todos los niveles educativos, garantizando que todos los estudiantes adquieran habilidades matemáticas esenciales.

Artículo 46. Las autoridades educativas, en el ámbito de sus competencias, establecerán de manera progresiva políticas para garantizar la inclusión, permanencia y continuidad en este tipo educativo, poniendo énfasis en los jóvenes, mediante medidas que fomenten oportunidades de acceso para las personas que así lo decidan. Estas medidas incluirán, por ejemplo, el establecimiento de apoyos económicos para disminuir la deserción y el abandono escolar. Asimismo, implementarán un programa de capacitación y evaluación para la certificación que otorga la instancia competente, destinado a egresados de bachillerato, profesional técnico bachiller o sus equivalentes que no hayan ingresado a la educación superior, con la finalidad de proporcionarles herramientas que les permitan integrarse al ámbito laboral. Este artículo destaca las políticas destinadas a aumentar la inclusión y reducir la deserción en la educación media superior, asegurando que más jóvenes tengan acceso a una educación de calidad y oportunidades para continuar su formación o integrarse al mercado laboral.

Artículo 90. Las maestras y los maestros son agentes fundamentales del proceso educativo, y, por tanto, se reconoce su contribución a la transformación social. La revalorización de las maestras y maestros persigue los siguientes fines:

1. Priorizar su labor para el logro de metas y objetivos centrados en el aprendizaje de los estudiantes.
2. Fortalecer su desarrollo y superación profesional mediante la formación, capacitación y actualización.
3. Reconocer su experiencia, así como su vinculación y compromiso con la comunidad y el entorno donde labora, para proponer soluciones de acuerdo con su contexto educativo.

4. Priorizar su labor pedagógica y el máximo logro de aprendizaje de los estudiantes sobre la carga administrativa.

5. Promover su formación, capacitación y actualización de acuerdo con su evaluación diagnóstica y en el ámbito donde desarrolla su labor.

Este artículo resalta la importancia de la formación continua y la valorización de los docentes, reconociendo su papel crucial en la mejora del sistema educativo y el éxito académico de los estudiantes.

Artículo 95. El Estado fortalecerá a las instituciones públicas de formación docente, y las autoridades educativas, en el ámbito de sus competencias, tendrán a su cargo.

Artículo 96. Las personas egresadas de las instituciones formadoras de docencia contarán con el conocimiento de diversos enfoques pedagógicos y didácticos que les permita atender las necesidades de aprendizaje de niñas, niños, adolescentes y jóvenes.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE)

Especialmente alarmante es el alto porcentaje de estudiantes que se encuentran en el nivel I de aprendizajes, lo que sugiere un desafío significativo en la calidad educativa. Este escenario se torna aún más crítico al considerar que más del 60% de los estudiantes, desde sexto de primaria hasta el último grado de educación media superior, están en esta situación. Las cifras son aún más desalentadoras en grupos específicos, como aquellos que asisten a la secundaria comunitaria y las escuelas indígenas primarias, donde la brecha en el desempeño académico es aún más amplia. Ante esta realidad, es imperativo implementar políticas y medidas que aborden estas disparidades y promuevan un proceso efectivo de mejora continua en el sistema educativo. Los grupos con más dificultades para aprobar esta prueba son quienes asisten a la secundaria comunitaria (81 puntos por debajo del promedio) y las escuelas indígenas primarias (62 puntos por debajo del promedio). A partir de la información analizada, se concluye que los problemas del sistema educativo nacional están relacionados con la calidad de la oferta, en términos de infraestructura y dinámicas pedagógicas e institucionales. Según la tasa de graduación de secundaria entre jóvenes de 18 a 20 años, la graduación del nivel medio superior en México es aún relativamente baja comparada con otros países latinoamericanos. Es importante recordar que México fue uno de los últimos países en incorporar este nivel al ciclo obligatorio.

Tabla 7 Resultados nacionales de aprendizaje en Matemáticas en diferentes grados de la educación obligatoria en México

Grado	Año de aplicación	Media nacional	NI	NII	NIII	NIV	Grupos desfavorecidos
Tercero de preescolar	2011	497	9	50	27	14	Cursos comunitarios (45), preescolares generales rurales (26)
Tercero de primaria	2014	519	19	37	31	13	Escuelas indígenas (33)
Sexto de primaria	2015	500	61	19	14	7	Escuelas indígenas (62), cursos comunitarios (22)
Tercero de secundaria	2017	497	65	22	9	5	Secundaria comunitaria (81), Telesecundaria (22)
Último grado de EMS	2017	500	66	23	8	3	Telebachillerato comunitario (37), CONALEP (26), Telebachillerato (24), DGETA (19), Bachillerato estatal DGE-CGE* (18)

*DGE: Descentralizado del Gobierno del Estado; CGE: Centralizado del Gobierno del Estado.

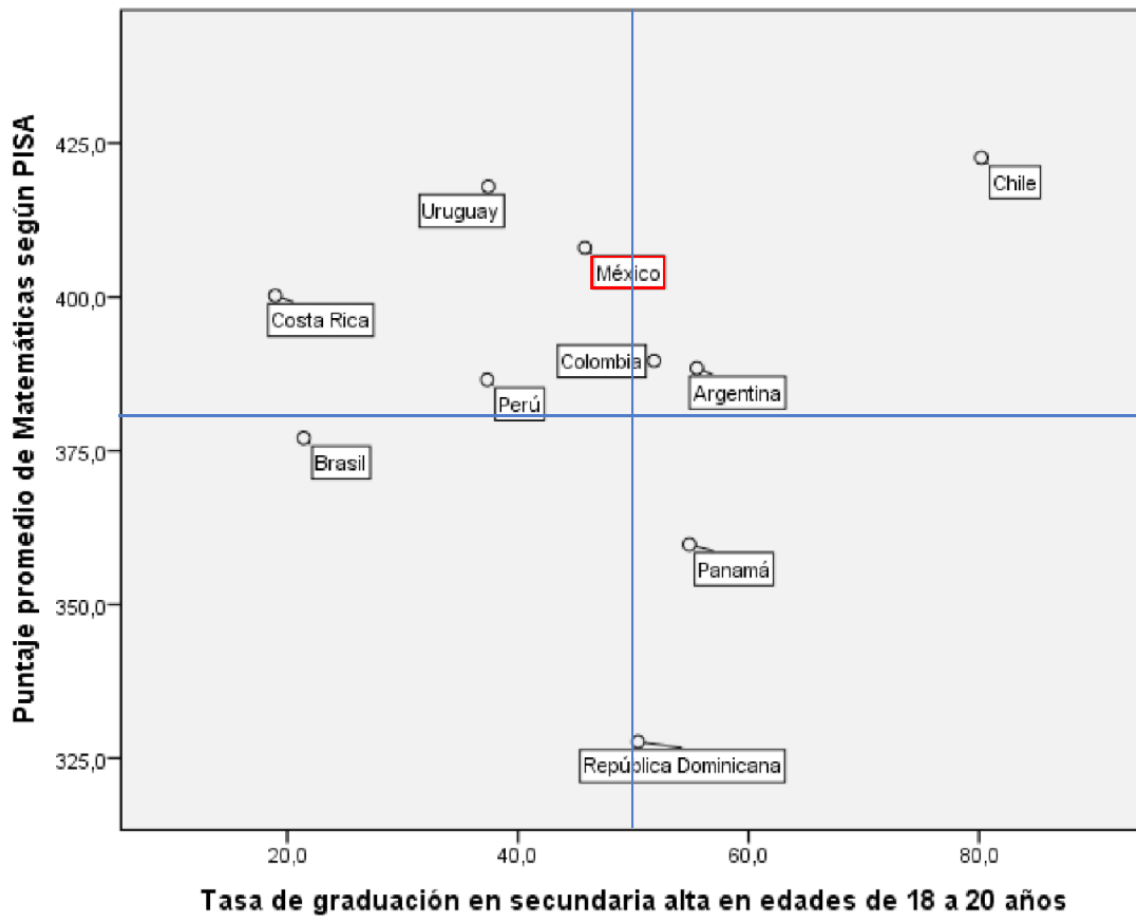
Fuente: IIFE-UNESCO con base en datos del INEE (2018a).

Consideraciones finales.

Informe PLANEA (2019)

De acuerdo con los datos de PLANEA en Matemáticas para sexto grado de primaria, el 59% de los alumnos se encuentra en el nivel I; el 18% en el nivel II; el 15% en el nivel III; y solo el 8% en el nivel IV. En el caso de la secundaria, en 2017, los estudiantes que obtuvieron el nivel I (65%) resuelven problemas que requieren comparar o realizar cálculos con números naturales; traducen al lenguaje algebraico una situación que se modela con una ecuación lineal y pueden resolver problemas que implican comparar el volumen de cilindros de manera visual. Quienes alcanzaron el nivel II (22%) pueden, además, resolver problemas que implican sumar, restar, multiplicar y dividir con números decimales, y expresar con letras una relación numérica sencilla con un valor desconocido. Los estudiantes del nivel III (9%) pueden resolver problemas con fracciones, números enteros o potencias de números naturales, y describir en lenguaje coloquial una expresión algebraica. Los del nivel IV (5%) pueden resolver problemas que implican combinar números fraccionarios y decimales y emplear ecuaciones para encontrar valores desconocidos en problemas verbales (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2018). En educación media superior (EMS), en 2017, los estudiantes se distribuyeron en los niveles de logro de la siguiente forma: 66% en el nivel I, 23% en el nivel II, 8% en el nivel III y 3% en el nivel IV (INEE, 2017). Los estudiantes del nivel I (66%) resuelven problemas que implican operaciones básicas con números enteros o cuyo resultado es un número entero, resuelven problemas de valor faltante en tablas de proporcionalidad directa, identifican el valor máximo que alcanza un fenómeno a partir de su gráfica, resuelven problemas de moda y media aritmética

para datos enlistados e interpretan la posibilidad de ocurrencia de los eventos de un experimento a partir de una gráfica de frecuencias.

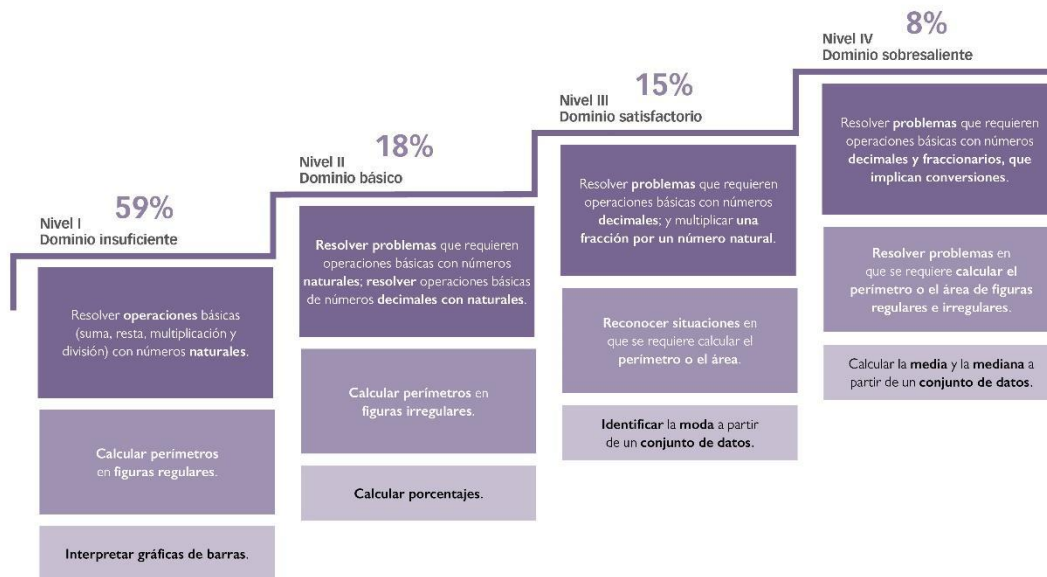


Los

alumnos del nivel II (23%) son capaces de expresar en lenguaje matemático situaciones en las que se desconoce un valor o las relaciones de proporcionalidad entre dos variables, y resuelven problemas que implican proporciones entre cantidades, por ejemplo, porcentajes. Los estudiantes del nivel III (8%) emplean el lenguaje matemático para resolver problemas que requieren del cálculo de valores desconocidos y analizar situaciones de proporcionalidad. Finalmente, los estudiantes del nivel IV (3%) dominan las reglas para transformar y operar con el lenguaje matemático, como las leyes de los signos, y expresan en lenguaje matemático las relaciones entre dos variables de una situación o fenómeno y determinan algunas de sus características, por ejemplo, deducen la ecuación de la línea recta a partir de su gráfica.

Los resultados de la prueba PLANEA EMS, diseñada, aplicada y analizada por primera vez en 2017 por el INEE, no son comparables con aplicaciones anteriores de PLANEA EMS. Sin embargo, los resultados de 2017 podrán compararse con aplicaciones futuras. En Lenguaje y Comunicación, el 33.9% de los estudiantes de EMS se encuentran en el nivel I, el 27.8% en el nivel II, el 24.5% en el nivel III y solo el 13.7% en el nivel IV. En Matemáticas, el 22.8% está en el nivel II, el 8.6% en el nivel III y solo el 2.6% en el nivel IV. Los estudiantes de EMS en las instituciones públicas están más concentrados en los niveles I y II de Matemáticas (87.5%) y Lenguaje y Comunicación (65.2%), mientras que en las escuelas privadas el porcentaje de estudiantes en estos niveles es menor (65.7% en Matemáticas y 32.1% en Lenguaje y Comunicación) (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2018).

Figura 3.2. ¿Qué logran los estudiantes en cada nivel en Matemáticas? Algunos ejemplos



Matemáticas

La evaluación del área de Matemáticas explora el dominio de un determinado número de aprendizajes clave que dan cuenta de la capacidad del estudiantado para emplear y transformar los aprendizajes matemáticos en herramientas que les permitan interpretar, comprender, analizar, evaluar y dar solución a diferentes problemas. Se evalúan los aprendizajes clave de los siguientes ejes temáticos: Sentido numérico y pensamiento algebraico, Cambios y relaciones, Forma, espacio y medida, Manejo de la información.

Crecimiento reciente de la matrícula en bachillerato, por tipo de servicio

Tipo de servicio	Tasa de crecimiento promedio anual					
	2001-2007		2007-2013		2013-2016	
	Alumnos	Escuelas	Alumnos	Escuelas	Alumnos	Planteles
Bachilleratos de las universidades públicas autónomas	0.8	1.9	3.1	6.2	4.1	-1
Bachilleratos estatales (centralizado)	7.7	7.5	5.2	5.4	4.0	2.6
Bachilleratos estatales (descentralizado)	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	-1.7	-50.7
Bachilleratos particulares	1.2	4	2.2	2.6	1.6	1.1
CECyTE	9.8	5.7	7.4	7.7	6.0	4.3
Colegio de Bachilleres	5.1	2.8	4	5.3	1.3	1.8
Colegio de Bachilleres (CDMX)	-1.3	-7.8	0.7	0	0.5	0
CONALEP	3.4	1.3	3.1	2.1	0.2	0.4
CONALEP (CDMX y Oax)	2.6	0.3	1.0	0	1.0	0
DGETA	4.2	0.4	4.0	7.6	0.9	2.2
DGETI	2.1	-0.9	1.0	0.5	2.7	0.3
Telebachillerato	7.0	4.5	4.0	3.6	0.3	-1.6
Telebachillerato Comunitario	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	209.8	152.7

n.a.: No aplica

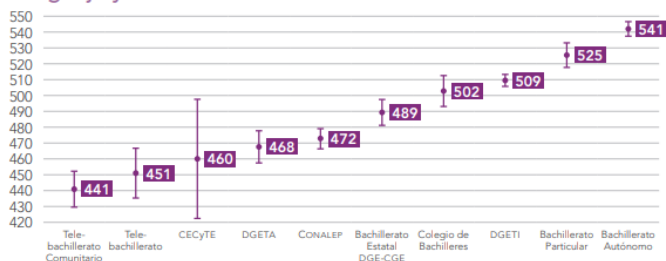
Fuentes: INEE, cálculos con base en las Estadísticas continuas del formato 911

(inicio del ciclo escolar 2001-2002, 2007-2008, 2013-2014 y 2016-2017), SEP-DGPPyEE.



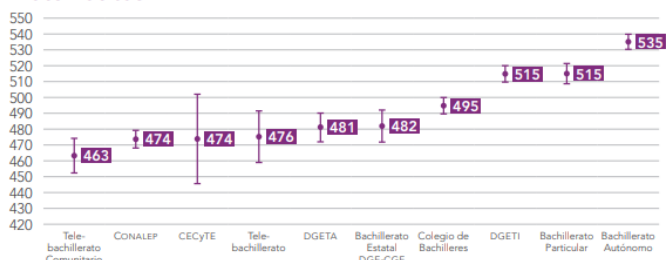
Puntaje promedio de los estudiantes, por tipo de servicio

Lenguaje y Comunicación



En Lenguaje y Comunicación el puntaje promedio de los estudiantes a nivel nacional por tipo de servicio es más alto en el Bachillerato autónomo (541), seguido del Bachillerato particular (525), mientras que el Telebachillerato y Telebachillerato Comunitario son los que tienen el menor puntaje promedio.

Matemáticas



De igual forma, en Matemáticas, tres de los siete tipos de servicio analizados (autónomo, particular y DGETI) se encuentran por arriba del puntaje promedio nacional. El Bachillerato autónomo presenta el mayor puntaje promedio (535), mientras que el Telebachillerato Comunitario presenta el menor puntaje (463).

Se representan los intervalos de confianza a 95%.

Nota: El tipo de servicio Bachillerato Particular no cumple el criterio de tasa de participación, mientras que el tipo de servicio CECyTE no cumple el criterio de precisión en ambas asignaturas.



1.3 Marco Contextual Estatal

El estado de Puebla, al igual que el resto de México, ha sido influenciado por las políticas educativas promovidas por la Secretaría de Educación Pública (SEP) y la Asociación Nacional de Universidades e Instituciones de Educación Superior (ANUIES). Estas políticas buscan mejorar la calidad educativa y responder a las demandas sociales y económicas del país. Acosta Silva (2000b) señala que la ANUIES ha desempeñado un papel crucial en la traducción y adaptación de las políticas educativas desde la década de 1950 hasta el 2000. Estas políticas han buscado modernizar y democratizar el acceso a la educación superior, promoviendo reformas curriculares y fortaleciendo la formación docente.

En el caso de las matemáticas, la SEP ha implementado programas específicos para mejorar la enseñanza de esta disciplina, reconociendo su importancia para el desarrollo científico y tecnológico del país. Sin embargo, la implementación efectiva de estas políticas enfrenta desafíos significativos, especialmente en áreas rurales y marginadas, donde los recursos y la formación continua de los docentes son limitados (Acosta Silva, 2000a).

La enseñanza de las matemáticas en el bachillerato presenta desafíos únicos. Casanova Cardiel (2002) destaca que las tendencias de cambio en la educación superior han influido en la necesidad de adoptar nuevas estrategias didácticas que promuevan el pensamiento crítico y la resolución de problemas. Sin embargo, muchos docentes carecen de la formación necesaria para implementar estas estrategias de manera efectiva.

Biggs (2010) argumenta que la calidad del aprendizaje depende en gran medida de la capacidad de los docentes para utilizar métodos pedagógicos que fomenten una comprensión profunda de los conceptos matemáticos. La falta de formación y actualización continua de los docentes en Puebla contribuye a una enseñanza tradicional que no siempre responde a las necesidades de los estudiantes.

La pandemia de COVID-19 exacerbó los problemas existentes en la educación. Galán (2020) señala que la crisis sanitaria obligó a los docentes a adaptarse rápidamente a entornos virtuales sin contar con la preparación adecuada, lo que impactó negativamente en la calidad de la enseñanza. En el caso de las matemáticas, esta situación fue particularmente desafiante debido a la naturaleza abstracta de la disciplina y la necesidad de interacción directa entre docentes y estudiantes para facilitar el aprendizaje. El marco contextual de la didáctica de las matemáticas en el estado de Puebla, México, está influenciado por diversos factores que interactúan entre sí para definir y mejorar la calidad de la enseñanza de esta disciplina. Entre estos factores destacan la política educativa estatal, la situación socioeconómica de la región, la formación y capacitación de los docentes, y la infraestructura educativa disponible. Todos estos elementos convergen

para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas y desarrollar habilidades y competencias matemáticas en los estudiantes. Las instituciones y organismos en Puebla desempeñan un papel crucial en el apoyo e implementación de programas y políticas educativas que buscan optimizar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la región. La colaboración entre estas entidades y la constante evaluación y adaptación de las estrategias educativas son esenciales para enfrentar los desafíos y aprovechar las oportunidades que se presentan en el contexto educativo de Puebla.

La modernización de la educación media superior y superior en México ha sido un objetivo constante de las políticas educativas. Brunner (2007) destaca la necesidad de reformar las instituciones educativas para que sean capaces de responder a los cambios sociales y tecnológicos del siglo XXI. Esto incluye la actualización de los currículos y la formación de docentes en nuevas metodologías pedagógicas. Acosta Silva (2014) sostiene que el futuro de la educación superior en México depende de la capacidad de las instituciones para adaptarse a un entorno globalizado y competitivo. En este contexto, la formación de docentes de matemáticas debe incluir competencias digitales y metodológicas que les permitan diseñar y aplicar estrategias didácticas efectivas.

La internacionalización de la educación superior es una tendencia que ha ganado importancia en las últimas décadas. Didou (2005) y (2006) señala que la internacionalización implica no solo la movilidad de estudiantes y profesores, sino también la adopción de estándares y prácticas pedagógicas internacionales que mejoren la calidad educativa.

En el contexto de Puebla, la internacionalización presenta oportunidades y desafíos. Por un lado, permite a los docentes acceder a mejores prácticas y recursos educativos. Por otro lado, la falta de infraestructura y recursos en algunas instituciones puede limitar la implementación efectiva de estas prácticas. Las políticas educativas en Puebla buscan mejorar la calidad de la educación a través de la implementación de modelos educativos que promuevan el desarrollo integral de los estudiantes. La Secretaría de Educación Pública del Estado de Puebla (2022) ha desarrollado programas para capacitar a los docentes en el uso de tecnologías de la información y en metodologías pedagógicas innovadoras. Sin embargo, la efectividad de estas políticas se ve limitada por la falta de recursos y la desigualdad en la distribución de oportunidades de formación continua.

La política educativa del estado de Puebla se fundamenta en la implementación del Nuevo Modelo Educativo (NME), propuesto por la Secretaría de Educación Pública (SEP) en 2017. Este modelo tiene como objetivo principal mejorar la calidad de la educación mediante un enfoque integral en el desarrollo de los

estudiantes, enfatizando el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas que permitan resolver problemas de la vida real (SEP, 2017). La implementación del NME en Puebla busca promover una educación que no solo transmite conocimientos teóricos, sino que también capacite a los estudiantes para aplicar estos conocimientos en contextos prácticos y cotidianos. El NME prioriza un enfoque basado en competencias, donde la enseñanza de las matemáticas no se limita a la memorización de fórmulas y procedimientos, sino que se orienta hacia el desarrollo de habilidades críticas y analíticas. Este enfoque pretende preparar a los estudiantes para enfrentar y resolver problemas complejos, fomentando un aprendizaje significativo y duradero (SEP, 2017). La política educativa de Puebla ha adoptado este enfoque con el objetivo de elevar los estándares de rendimiento académico y equipar a los estudiantes con las herramientas necesarias para su futuro profesional y personal.

La situación socioeconómica del estado de Puebla desempeña un papel crucial en la didáctica de las matemáticas. Puebla es una de las entidades con altos niveles de pobreza y desigualdad, lo cual afecta significativamente el acceso y la calidad de la educación (INEGI, 2020). Las condiciones socioeconómicas adversas pueden limitar los recursos disponibles para las escuelas y las familias, lo que a su vez impacta negativamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

Para mitigar estos desafíos, se han implementado diversas políticas y programas específicos destinados a mejorar la educación matemática en las zonas rurales y marginadas. Estos programas incluyen la creación de iniciativas de apoyo educativo y la capacitación de docentes para trabajar en contextos de vulnerabilidad (CONEVAL, 2019). La capacitación específica para contextos desfavorecidos es esencial para proporcionar una educación de calidad y equitativa, adaptando las estrategias pedagógicas a las necesidades particulares de los estudiantes.

La atención a la diversidad y la inclusión educativa son componentes esenciales para garantizar una educación equitativa y de calidad. Moreno Rodríguez y Tejada Cruz (2018) enfatizan la importancia de desarrollar implicaciones didácticas que consideren las necesidades específicas de los estudiantes, promoviendo un ambiente inclusivo que favorezca el aprendizaje de todos. En el ámbito de la educación matemática, esto implica la adopción de enfoques pedagógicos que atiendan a la heterogeneidad del alumnado y faciliten el acceso al conocimiento. La diversidad en el aula requiere que los docentes sean capaces de adaptar sus estrategias didácticas para satisfacer las necesidades de todos los estudiantes, incluyendo aquellos con discapacidades o provenientes de contextos socioeconómicos desfavorecidos. La educación superior en México enfrenta retos significativos en términos de modernización y adecuación a las demandas del siglo XXI. Casanova Cardiel (2002) y Brunner (2007) destacan la necesidad de reformar

las instituciones educativas para que estas sean capaces de responder a los cambios sociales y tecnológicos. En este contexto, la formación de docentes de matemáticas debe incluir competencias digitales y metodológicas que les permitan diseñar y aplicar estrategias didácticas efectivas.

La educación en matemáticas enfrenta diversos desafíos, entre los cuales destaca la insuficiencia en la implementación de estrategias didácticas efectivas por parte de los docentes. Esta carencia afecta el rendimiento académico de los estudiantes y su percepción hacia la disciplina. Biggs (2010) señala que la calidad del aprendizaje está estrechamente relacionada con la capacidad de los docentes para emplear métodos pedagógicos que fomenten la comprensión profunda y el pensamiento crítico. En este sentido, la falta de formación y actualización docente se convierte en un obstáculo significativo.

La pandemia de COVID-19 exacerbó los problemas existentes en el sistema educativo. Galán (2020) destaca que la crisis sanitaria reveló y amplificó las desigualdades estructurales, afectando especialmente a los docentes y estudiantes en zonas rurales y marginadas. La enseñanza en tiempos de incertidumbre obligó a los educadores a adaptarse rápidamente a entornos virtuales sin contar con la preparación adecuada, lo que impactó negativamente en la calidad de la enseñanza de las matemáticas. La formación y capacitación de docentes de matemáticas en Puebla es un aspecto crítico para mejorar la calidad de la enseñanza. Casillas Alvarado y López Zárate (2007) resaltan la importancia de los programas de mejoramiento institucional, como el Programa de Mejoramiento Institucional de las Escuelas Normales Públicas (PROMIN), que buscan fortalecer las competencias docentes, es un componente fundamental para la mejora de la enseñanza de las matemáticas en Puebla. En respuesta a la necesidad de fortalecer la formación de los docentes, se han implementado programas de actualización y capacitación que se centran en las nuevas tendencias pedagógicas, tales como el enfoque por competencias, el aprendizaje basado en problemas y el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC) (SEP Puebla, 2022). Estos programas buscan equipar a los docentes con herramientas y metodologías innovadoras que les permitan mejorar su práctica educativa y fomentar un aprendizaje más efectivo en los estudiantes.

Sin embargo, la efectividad de estos programas puede verse limitada por diversos factores, incluyendo la falta de recursos, la resistencia al cambio por parte de algunos docentes, y las diferencias en la implementación de las políticas educativas a nivel local. La capacitación continua de los docentes es esencial para mantenerse al día con los avances y cambios en el campo de la educación matemática. La participación en talleres, cursos y seminarios permite a los docentes adquirir nuevas estrategias didácticas y enfoques pedagógicos, lo cual contribuye a una enseñanza más dinámica y adaptada a las necesidades actuales de los

estudiantes (SEP Puebla, 2022). Además, la formación continua promueve una cultura de aprendizaje y mejora constante entre los docentes, lo cual repercute positivamente en la calidad educativa.

La infraestructura educativa también juega un papel crucial en la didáctica de las matemáticas en Puebla. La disponibilidad de recursos tecnológicos, tales como computadoras, internet y software educativo, es esencial para mejorar tanto el aprendizaje como la enseñanza de las matemáticas. En este sentido, se han desarrollado programas para dotar a las escuelas de herramientas tecnológicas que faciliten un aprendizaje más interactivo y accesible (SEP Puebla, 2022).

Además de los recursos tecnológicos, la calidad de la infraestructura física de las escuelas también influye en el proceso educativo. Escuelas bien equipadas y mantenidas proporcionan un ambiente más propicio para el aprendizaje, lo cual puede influir positivamente en el rendimiento académico de los estudiantes. Inversiones en la mejora de la infraestructura escolar, como la construcción de aulas adecuadas y la provisión de materiales didácticos, son fundamentales para apoyar una educación de calidad (SEP Puebla, 2022).

La evaluación y mejora continua son componentes fundamentales para asegurar la calidad de la enseñanza. La evaluación docente, como se menciona en el trabajo de Rubio Oca, Silva Espinosa y Torres Mejía (2005), debe ser un proceso integral que considere no solo los resultados de los estudiantes, sino también la efectividad de las estrategias didácticas y la satisfacción de los estudiantes. En este sentido, la retroalimentación constante y el desarrollo de planes de mejora basados en evidencias son esenciales para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en Puebla. La implementación de sistemas de evaluación docente que promuevan la reflexión y el desarrollo profesional continuo puede contribuir significativamente a este objetivo.

La adopción de estrategias didácticas innovadoras es esencial para mejorar la enseñanza de las matemáticas. Biggs (2010) propone que los docentes utilicen métodos de enseñanza que promuevan el aprendizaje activo, la colaboración entre estudiantes y el uso de tecnologías educativas. Estas estrategias pueden incluir el aprendizaje basado en problemas, el uso de software educativo, y la incorporación de actividades prácticas y experimentales en el aula. Algunos docentes han comenzado a implementar estas estrategias con resultados positivos. Sin embargo, la falta de formación continua y de apoyo institucional puede dificultar la adopción generalizada de estas prácticas. En el estado de Puebla, varios órganos e instituciones contribuyen al marco contextual de la didáctica de las matemáticas. Entre ellos destacan:

Secretaría de Educación Pública del Estado de Puebla (SEP Puebla)

La SEP Puebla es responsable de garantizar una educación de calidad para todos los ciudadanos poblanos. Esta entidad establece las políticas educativas y los planes de estudio, incluyendo la matemática educativa (SEP Puebla, 2022). Su papel es crucial en la implementación y supervisión de las estrategias educativas en el estado, asegurando que se cumplan los objetivos del NME y que se proporcionen los recursos necesarios para una enseñanza efectiva.

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)

La BUAP es una institución clave en la formación de docentes en matemáticas, la investigación en didáctica de las matemáticas, y en la promoción de programas de divulgación científica. Además, la BUAP participa activamente en redes de colaboración que buscan mejorar la educación matemática a través de investigaciones y proyectos innovadores (BUAP, 2021). Su contribución es esencial para la capacitación de docentes y la generación de conocimientos que pueden ser aplicados en el aula.

Consejo de Ciencia y Tecnología del Estado de Puebla (CONCyTEP)

El CONCyTEP promueve la investigación en matemática educativa, la formación de docentes, el desarrollo de materiales didácticos innovadores y la divulgación científica (CONCyTEP, 2022). Este organismo juega un papel importante en la creación de iniciativas que fomentan el interés y la comprensión de las matemáticas entre los estudiantes, así como en la capacitación de los docentes en metodologías y herramientas pedagógicas avanzadas.

Sociedad Matemática Mexicana (SMM) - Sección Puebla

La SMM fomenta la investigación y la enseñanza de las matemáticas a través de la organización de eventos académicos, la capacitación continua del profesorado y la difusión del conocimiento matemático (SMM, 2021). Esta organización contribuye significativamente al desarrollo profesional de los docentes y al fortalecimiento de la comunidad educativa en matemáticas.

Evaluación Educativa: Prueba PLANEA

La prueba PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) es una evaluación estandarizada que se aplica a nivel nacional para evaluar las habilidades y conocimientos de los estudiantes en matemáticas, lenguaje y comunicación, y pensamiento crítico. Los resultados de PLANEA se utilizan para identificar las fortalezas y debilidades en la enseñanza de las matemáticas y otras áreas, y para diseñar políticas y estrategias de mejora (INEE, 2019). Los resultados de PLANEA proporcionan información valiosa sobre el estado de la educación matemática en Puebla. A partir de estos datos, las autoridades

educativas pueden diseñar e implementar estrategias específicas para abordar las áreas de oportunidad identificadas. Esto incluye la capacitación de docentes en metodologías más efectivas, la implementación de programas de apoyo para estudiantes con dificultades en matemáticas, y la mejora de la infraestructura y los recursos educativos (INEE, 2019).

Retos y oportunidades

Desigualdades Regionales. Una de las principales dificultades en la didáctica de las matemáticas en Puebla es la existencia de desigualdades regionales. Las zonas rurales y marginadas suelen enfrentar mayores obstáculos en términos de acceso a recursos educativos y calidad de la enseñanza. La falta de infraestructura adecuada, recursos tecnológicos limitados y escasez de docentes capacitados son algunos de los problemas que afectan a estas áreas (CONEVAL, 2019).

Estrategias para Mitigar Desigualdades. Para enfrentar estas desigualdades, se han implementado diversas estrategias, como la distribución equitativa de recursos tecnológicos y materiales didácticos, así como programas de formación y apoyo dirigidos a docentes que trabajan en contextos desfavorecidos. Estas estrategias buscan garantizar que todos los estudiantes, independientemente de su ubicación geográfica, tengan acceso a una educación matemática de calidad (SEP Puebla, 2022).

Innovación en Metodologías de Enseñanza. La didáctica de las matemáticas está en constante evolución, y en Puebla se han adoptado metodologías innovadoras para mejorar la enseñanza y el aprendizaje. Entre estas metodologías se incluyen el aprendizaje basado en problemas (ABP), el uso de tecnologías de la información y la comunicación (TIC), y el enfoque por competencias.

Aprendizaje Basado en Problemas (ABP). El ABP es una metodología que se centra en el aprendizaje activo y participativo de los estudiantes, quienes trabajan en la resolución de problemas reales y significativos. Esta metodología fomenta el pensamiento crítico, la colaboración y la aplicación práctica de los conocimientos matemáticos (Barrows y Tamblyn, 1980). En Puebla, el ABP se ha integrado en los planes de estudio como una forma de hacer que el aprendizaje de las matemáticas sea más relevante y aplicable a la vida diaria de los estudiantes (SEP Puebla, 2022).

Uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). Las TIC han revolucionado la manera en que se enseñan y aprenden matemáticas. Herramientas como software educativo, plataformas en línea y recursos interactivos permiten a los estudiantes explorar conceptos matemáticos de manera más dinámica y visual. En Puebla, la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas ha sido promovida a través

de programas que equipan a las escuelas con los recursos necesarios y capacitan a los docentes en su uso efectivo (CONCyTEP, 2022).

Desarrollo Profesional de los Docentes. El desarrollo profesional de los docentes es un aspecto crítico para la mejora continua de la didáctica de las matemáticas. La formación inicial y continua, así como el acceso a recursos y redes de colaboración, son esenciales para que los docentes puedan implementar prácticas pedagógicas efectivas.

Redes de Colaboración y Comunidades de Práctica. Las redes de colaboración y las comunidades de práctica permiten a los docentes compartir experiencias, recursos y estrategias pedagógicas. En Puebla, iniciativas como la participación en conferencias, talleres y grupos de estudio organizados por la Sociedad Matemática Mexicana (SMM) y otras instituciones educativas proporcionan oportunidades valiosas para el desarrollo profesional (SMM, 2021).

Evaluación y Retroalimentación. La evaluación y retroalimentación continua son fundamentales para el desarrollo profesional de los docentes. A través de evaluaciones periódicas y el análisis de los resultados de pruebas estandarizadas como PLANEA, los docentes pueden identificar áreas de mejora y ajustar sus prácticas pedagógicas en consecuencia (INEE, 2019).

El análisis de las opiniones de los estudiantes respecto a las estrategias didácticas empleadas por sus docentes revela una percepción generalizada de insatisfacción. Los estudiantes han manifestado la necesidad de metodologías más interactivas y contextualizadas que les permitan comprender mejor los conceptos matemáticos y aplicarlos en situaciones reales (Brunner, 2007). Esta retroalimentación es crucial para orientar los esfuerzos de formación docente y mejorar las prácticas pedagógicas.

Influencia Cultural en el Aprendizaje de las Matemáticas. La cultura y la comunidad juegan un papel significativo en el aprendizaje de las matemáticas. Las creencias, valores y actitudes hacia la educación matemática pueden influir en la motivación y el rendimiento de los estudiantes. En Puebla, la valoración de la educación y el apoyo comunitario son factores que pueden potenciar el éxito en el aprendizaje de las matemáticas (Moschkovich, 2013).

Integrar contextos culturales y locales en la enseñanza de las matemáticas puede hacer que el aprendizaje sea más relevante y significativo para los estudiantes. Esto puede incluir el uso de ejemplos y problemas

que reflejen la realidad y las experiencias de los estudiantes, así como la incorporación de prácticas matemáticas tradicionales y locales en el currículo (D'Ambrosio, 1999).

Participación de la Comunidad y las Familias. La participación activa de la comunidad y las familias en el proceso educativo es crucial para el éxito de los estudiantes. En Puebla, iniciativas que involucran a padres y miembros de la comunidad en actividades educativas y en la toma de decisiones escolares han demostrado ser efectivas para mejorar el rendimiento académico y el compromiso de los estudiantes (Epstein, 2001).

El marco contextual de la didáctica de las matemáticas en Puebla, México, es complejo y multifacético, influenciado por una variedad de factores que incluyen la política educativa estatal, la situación socioeconómica, la formación y capacitación de los docentes, y la infraestructura educativa. Las políticas educativas, aunque bien intencionadas, necesitan ser reforzadas con recursos adecuados y un enfoque integral que considere las realidades contextuales de los docentes y estudiantes.

La pandemia de COVID-19 y las tendencias en la educación superior subrayan la necesidad de adaptabilidad y modernización en la formación docente. La atención a la diversidad y la inclusión educativa deben ser pilares fundamentales en la construcción de estrategias didácticas efectivas que garanticen el aprendizaje significativo y equitativo de las matemáticas.

La formación y capacitación continua de los docentes, la adopción de estrategias didácticas innovadoras y la implementación de sistemas de evaluación docente son esenciales para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en Puebla. La retroalimentación de los estudiantes proporciona una guía valiosa para orientar estos esfuerzos y asegurar que las prácticas pedagógicas respondan a las necesidades y expectativas de los alumnos. A pesar de los desafíos, existen numerosas oportunidades para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas a través de la implementación de estrategias innovadoras, la inversión en infraestructura y recursos tecnológicos, y el fortalecimiento de la formación docente. La colaboración entre instituciones educativas, organismos gubernamentales y la comunidad es fundamental para crear un entorno educativo que favorezca el desarrollo de habilidades y competencias matemáticas en los estudiantes. Con un enfoque integral y adaptativo, es posible avanzar hacia una educación matemática más equitativa y de alta calidad en el estado de Puebla.

La didáctica de las matemáticas en el contexto estatal de Puebla enfrenta múltiples desafíos que requieren una atención urgente y un enfoque integral. Las competencias matemáticas clave, como la construcción e interpretación de modelos matemáticos, la formulación y resolución de problemas matemáticos, y la

explicación e interpretación de resultados matemáticos, son fundamentales para el desarrollo cognitivo y profesional de los estudiantes. Una estrategia de intervención didáctica bien diseñada, que incluya la formación y capacitación continua de los docentes, el uso de tecnologías educativas y un sistema de evaluación y retroalimentación continua, puede mejorar significativamente la calidad de la enseñanza de las matemáticas en Puebla. Esto no solo beneficiará a los estudiantes, sino que también contribuirá al desarrollo socioeconómico del estado, alineándose con las políticas educativas nacionales y las necesidades de una sociedad en constante evolución.

1.4 Marco Contextual Institucional

El Centro Escolar "Gral. Rodolfo Sánchez Taboada" se ubica en el municipio de Acatzingo, Puebla, en las coordenadas geográficas latitud 18.981667 y longitud -97.782222, a una altura de 2140 metros sobre el nivel del mar. El municipio forma parte de la región socioeconómica de la Ciudad de Puebla-Tepeaca y limita al norte con Nopalucan y Soltepec; al sur con Los Reyes de Juárez, San Salvador Huixcolotla y Quecholac; al este con Felipe Ángeles y al oeste con Tepeaca (INEGI, 2020a).

Según datos del Censo de Población y Vivienda 2020, Acatzingo cuenta con una población de 46,178 habitantes, de los cuales 23,675 son mujeres y 22,503 son hombres (INEGI, 2020b). Esta distribución demográfica influye directamente en la planificación y desarrollo de los servicios educativos en la región.

El municipio de Acatzingo presenta una estructura económica diversificada. De acuerdo con el Atlas Económico de Puebla, las actividades primarias, particularmente la agricultura, representan una parte significativa de la economía local. El sector comercial también juega un papel importante en el desarrollo económico del municipio, destacando el comercio al por menor y la existencia de mercados tradicionales (Secretaría de Economía de Puebla, 2021).

El Centro Escolar forma parte del Sistema Educativo Estatal Regular de Puebla, operando bajo las normativas establecidas en la Ley de Educación del Estado de Puebla. De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública del Estado de Puebla (2022), la institución se integra al subsistema de Centros Escolares, una modalidad educativa característica del estado que busca proporcionar educación integral en distintos niveles educativos.

Según los datos del Sistema de Información y Gestión Educativa (SIGED, 2023), la institución opera en turno matutino y ofrece servicios educativos en los niveles de preescolar, primaria, secundaria y bachillerato, contribuyendo así a la cobertura educativa en la región.

Desafíos en la Enseñanza de las Matemáticas en Acatzingo de Hidalgo

El municipio de Acatzingo se localiza en una zona conocida como el "triángulo rojo", caracterizada por ser un área con alta incidencia de robo de combustible. Esta situación genera un entorno de inseguridad que

afecta la tranquilidad del plantel educativo. Además, la escolaridad de la población en esta área es relativamente baja. De acuerdo con el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2005), las ocupaciones predominantes en la región incluyen el comercio y oficios primarios como la albañilería, plomería, electricidad y carpintería. El bachillerato del CEA está ubicado en la periferia de la ciudad, siendo la última construcción en ese extremo de la zona, lo que provoca que el área se vuelva desolada después de las quince horas, aumentando la sensación de inseguridad. Acatzingo de Hidalgo es un municipio ubicado en el estado de Puebla, México. Su contexto socioeconómico se caracteriza por una alta prevalencia de actividades comerciales y ocupaciones primarias, como la albañilería, la plomería y la carpintería. Según datos del Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2005), la escolaridad de la población es baja, lo que puede influir en los niveles de rendimiento académico en matemáticas.

El Centro Escolar Gral. Rodolfo Sánchez Taboada es una de las instituciones educativas más importantes de la localidad, ofreciendo servicios educativos desde el nivel preescolar hasta el bachillerato. Sin embargo, el acceso a la educación superior puede ser limitado para muchos estudiantes debido a factores económicos y geográficos. La infraestructura del bachillerato, aunque completa en términos de planta laboral y organización académica, enfrenta desafíos debido a su ubicación geográfica y el contexto socioeconómico de la región. La lejanía del centro de la ciudad y la inseguridad inherente a la zona del "triángulo rojo" presentan barreras adicionales para los estudiantes y el personal educativo. La baja escolaridad de la población y las ocupaciones predominantes también reflejan un entorno donde el valor de la educación superior podría no ser completamente reconocido, lo que puede influir en la motivación y aspiraciones de los estudiantes. Es crucial que el centro escolar implemente estrategias de intervención didáctica que no solo mejoren la calidad educativa, sino que también aumenten la percepción del valor de la educación en la comunidad.

Necesidades y Oportunidades

Para abordar estos desafíos, es necesario desarrollar un enfoque integral que contemple:

- Seguridad y Accesibilidad: Mejorar las condiciones de seguridad alrededor del plantel y facilitar el acceso a la institución.
- Infraestructura y Recursos Didácticos: Ampliar y mejorar la infraestructura educativa y los recursos didácticos disponibles.
- Formación y Capacitación Docente: Fortalecer la formación continua de los docentes en metodologías didácticas innovadoras y tecnologías educativas.

- Vinculación con la Comunidad: Promover programas que vinculen a la comunidad con la institución educativa para generar un sentido de pertenencia y colaboración.

La didáctica de las matemáticas es un campo de estudio fundamental en la educación, ya que busca comprender cómo se enseñan y aprenden las matemáticas, así como desarrollar estrategias efectivas para mejorar este proceso. En el contexto local de Acatzingo de Hidalgo, Puebla, México, la enseñanza de las matemáticas enfrenta diversos desafíos debido a factores socioeconómicos, culturales y educativos específicos de la región. Este texto abordará estos desafíos y explorará estrategias para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en esta localidad. La enseñanza de las matemáticas en Acatzingo de Hidalgo se ve afectada por varios factores socioeconómicos y culturales que dificultan el proceso de enseñanza-aprendizaje:

1. Baja escolaridad de la población: La falta de educación formal en muchos hogares puede afectar el apoyo académico que los estudiantes reciben en casa, lo que puede influir negativamente en su desempeño en matemáticas. Según el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2005), las ocupaciones predominantes en la región incluyen el comercio y oficios primarios como la albañilería, la plomería, la electricidad y la carpintería.
2. Contexto socioeconómico: Las condiciones económicas de la región pueden afectar la disponibilidad de recursos educativos, como materiales didácticos y tecnología, que son fundamentales para una enseñanza de calidad en matemáticas.
3. Aislamiento geográfico: La ubicación periférica del centro educativo puede dificultar el acceso a recursos externos, como talleres de capacitación para docentes o actividades extracurriculares para estudiantes, que podrían enriquecer la enseñanza de las matemáticas.

Estas circunstancias representan barreras significativas para el aprendizaje efectivo de las matemáticas y limitan el desarrollo de competencias matemáticas clave en los estudiantes.

Estrategias de Intervención Didáctica

Ante estos desafíos, es fundamental implementar una estrategia de intervención didáctica integral que aborde tanto el desarrollo de competencias docentes como la mejora del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Esta estrategia debe considerar los siguientes aspectos:

- Formación Continua y Actualización Docente. La formación continua de los docentes es un componente esencial para mejorar la calidad de la educación. Programas de capacitación y actualización en nuevas metodologías didácticas y el uso de tecnologías educativas son necesarios para asegurar que los docentes estén preparados para enfrentar los desafíos educativos actuales.

Estos programas deben incluir talleres, cursos en línea y comunidades de aprendizaje donde los docentes puedan intercambiar experiencias y mejores prácticas (Carnoy, 1994). Los programas de formación continua y capacitación deben estar diseñados para actualizar a los docentes en las últimas metodologías didácticas y tecnologías educativas. Estos programas pueden incluir talleres presenciales, cursos en línea y comunidades de aprendizaje profesional (Acosta Silva, 2014).

- **Uso de Recursos Didácticos Alternativos:** Dada la posible limitación de recursos educativos tradicionales, se pueden explorar alternativas, como materiales didácticos de bajo costo, juegos interactivos y recursos en línea, para enriquecer la enseñanza de las matemáticas.
- **Vinculación con la Comunidad:** Establecer alianzas con instituciones y organizaciones locales, como empresas, universidades y ONG, puede proporcionar oportunidades para enriquecer el currículo de matemáticas con proyectos prácticos y aplicados que conecten los conceptos abstractos con la vida real.
- **Enfoque en Competencias Clave:** Centrar la enseñanza de las matemáticas en el desarrollo de competencias clave, como el razonamiento lógico, la resolución de problemas y la comunicación matemática, puede mejorar la relevancia y el impacto del aprendizaje en los estudiantes.
- **Incorporación de Tecnologías Educativas:** El uso de tecnologías educativas puede transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La integración de software educativo, plataformas de aprendizaje en línea y herramientas de visualización de datos facilita la comprensión de conceptos complejos y promueve un aprendizaje más interactivo y significativo (Brunner, 2007). Es fundamental que los docentes reciban capacitación en el uso de estas tecnologías para maximizar su impacto en el aula.
- **Metodologías Activas de Enseñanza:** Implementar metodologías activas de enseñanza, como el aprendizaje basado en problemas y el trabajo en equipo, puede mejorar significativamente el rendimiento académico de los estudiantes. Estas metodologías fomentan la participación activa, el pensamiento crítico y la resolución de problemas, habilidades esenciales para el desarrollo integral de los estudiantes (Acosta Silva, 2000a). Las tecnologías educativas juegan un papel crucial en el desarrollo de competencias matemáticas. Herramientas como software de simulación, aplicaciones interactivas y plataformas de aprendizaje en línea pueden facilitar la enseñanza de conceptos complejos y promover el aprendizaje autónomo de los estudiantes (Didou, 2006). Las metodologías activas de enseñanza, como el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje cooperativo y la enseñanza mediante proyectos, son efectivas para involucrar a los estudiantes de manera activa en su propio aprendizaje. Estas metodologías fomentan el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y la capacidad de resolver problemas de manera creativa (Alcántara Santuario, 2009).

- Evaluación y Retroalimentación Continua: Un sistema de evaluación continua que proporcione retroalimentación constante a los docentes y estudiantes es crucial para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Este sistema debe incluir evaluaciones formativas y sumativas que permitan identificar áreas de mejora y aplicar acciones correctivas de manera oportuna (Didou, 2005). Un sistema de evaluación continua que proporcione retroalimentación regular a los docentes y estudiantes es esencial para el éxito de cualquier estrategia de intervención didáctica. Este sistema debe incluir evaluaciones formativas y sumativas, así como mecanismos de retroalimentación que permitan a los docentes ajustar sus prácticas pedagógicas y a los estudiantes mejorar su rendimiento académico (Rubio Oca, 2006).

Impacto Esperado

Se espera la implementación de esta estrategia de intervención didáctica en el Centro Escolar Gral. Rodolfo Sánchez Taboada tenga un impacto significativo en la calidad de la educación y el rendimiento académico de los estudiantes. Los docentes estarán mejor capacitados para impartir competencias matemáticas clave, lo que se traducirá en una mejora de los resultados académicos y una mayor motivación de los educandos. Además, se prevé que estas mejoras contribuyan a incrementar la percepción del valor de la educación en la comunidad, fomentando una cultura de aprendizaje continuo y desarrollo personal, lo que repercutirá en un entorno más seguro y colaborativo (Bisson et al., 2021).

El Centro Escolar Gral. Rodolfo Sánchez Taboada enfrenta desafíos significativos debido a su ubicación geográfica y el contexto socioeconómico de la región. No obstante, mediante la implementación de una estrategia de intervención didáctica integral centrada en el desarrollo de competencias matemáticas clave y en el fortalecimiento de las competencias docentes, la institución puede superar estos retos y mejorar la calidad de la educación que ofrece (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura [UNESCO], 2020).

La formación continua y la capacitación del profesorado, el uso de tecnologías educativas, la implementación de metodologías activas de enseñanza y un sistema de evaluación y retroalimentación continua son elementos clave de esta estrategia. Se espera que estos esfuerzos no solo mejoren el rendimiento académico de los estudiantes, sino que también contribuyan al desarrollo integral de su pensamiento crítico, habilidades de resolución de problemas y capacidad de comunicación (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos [OCDE], 2019).

En última instancia, alcanzar un entorno educativo que permita a los estudiantes desarrollar su máximo potencial y adquirir las competencias esenciales para prosperar en un mundo complejo y globalizado

requiere la implementación de estrategias didácticas innovadoras. Aunque el Centro Escolar Gral. Rodolfo Sánchez Taboada constituye un referente educativo en la región, resulta fundamental fortalecer las prácticas pedagógicas mediante estrategias orientadas al desarrollo de competencias matemáticas clave. Estas acciones no solo consolidan el compromiso del cuerpo docente, sino que también garantizan la preparación de los estudiantes para enfrentar los desafíos del siglo XXI, alineándose plenamente con la misión y visión institucionales.

Es esencial que las instituciones educativas y los organismos gubernamentales trabajen de manera colaborativa para diseñar e implementar programas de formación y recursos que aborden las necesidades específicas de los docentes y estudiantes. De esta manera, se podrá asegurar una educación de calidad que contribuya al desarrollo socioeconómico del estado de Puebla (Comisión Económica para América Latina y el Caribe [CEPAL], 2022).

Capítulo II.

Marco teórico

En el contexto de la educación matemática contemporánea, la búsqueda de enfoques innovadores y efectivos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se ha convertido en un imperativo. La complejidad inherente a la transmisión y construcción del conocimiento matemático demanda un análisis profundo de los procesos didácticos y una comprensión integral de las competencias requeridas por los docentes. En este escenario, dos marcos teóricos han emergido como herramientas fundamentales para el análisis y la mejora de la práctica docente en matemáticas: la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).

La Teoría Antropológica de lo Didáctico, desarrollada principalmente por Yves Chevallard (1999), ofrece una perspectiva única sobre la naturaleza del conocimiento matemático y su enseñanza, considerándolos como productos de la actividad humana en contextos institucionales específicos. Esta teoría proporciona un marco para analizar y comprender las prácticas matemáticas y didácticas como fenómenos sociales y culturales, introduciendo conceptos clave como las praxeologías y la transposición didáctica. Por otro lado, el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), propuesto por Carrillo et al. (2013), se centra en la caracterización detallada del conocimiento que un profesor de matemáticas debe poseer para enseñar de manera efectiva. Este modelo no solo abarca el conocimiento del contenido matemático, sino

también el conocimiento didáctico del contenido, proporcionando una visión holística de las competencias docentes necesarias en la enseñanza de las matemáticas.

La integración de estos dos marcos teóricos ofrece un potencial significativo para el desarrollo de estrategias didácticas innovadoras y efectivas en la enseñanza de las matemáticas. La TAD proporciona una base sólida para entender cómo se construye y se transmite el conocimiento matemático en diferentes contextos institucionales, mientras que el MTSK ofrece una guía detallada sobre los conocimientos y habilidades específicos que los profesores de matemáticas deben desarrollar. El presente marco teórico tiene como objetivo explorar en profundidad la TAD y el MTSK, analizando sus fundamentos, conceptos clave y aplicaciones en la enseñanza de las matemáticas. Además, se busca establecer conexiones entre ambos marcos y proponer estrategias didácticas concretas basadas en sus principios. Este análisis no solo contribuirá a una comprensión más profunda de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, sino que también proporcionará herramientas prácticas para la formación y el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas. A lo largo de este marco teórico, se abordarán los siguientes aspectos:

1. Un análisis detallado de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, incluyendo su origen, evolución y conceptos fundamentales.
2. Una exploración exhaustiva del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas, examinando sus componentes y su relevancia en la formación docente.
3. La propuesta de estrategias didácticas basadas en la integración de la TAD y el MTSK, con ejemplos concretos y evaluaciones de su efectividad.
4. Un análisis de los desafíos y oportunidades en la implementación de estos enfoques en la práctica docente.
5. Recomendaciones para la formación continua de profesores de matemáticas basadas en estos marcos teóricos.

Este marco teórico busca no solo proporcionar una base sólida para la investigación en didáctica de las matemáticas, sino también ofrecer orientaciones prácticas para la mejora de la enseñanza de las matemáticas en diversos contextos educativos.

2.1 Consideraciones teóricas de la didáctica de las matemáticas

La Didáctica de las Matemáticas es una disciplina que estudia los procesos y los métodos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, centrándose en la selección, organización y secuenciación de los contenidos matemáticos, así como en el diseño de estrategias didácticas que promuevan el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes. Para el profesor de matemáticas, este enfoque implica la comprensión de los principios pedagógicos y las estrategias de enseñanza específicas que promueven un aprendizaje efectivo de las matemáticas. El docente debe ser capaz de diseñar experiencias de aprendizaje que sean accesibles, significativas y desafiantes para los estudiantes, teniendo en cuenta sus niveles de desarrollo cognitivo y sus

estilos de aprendizaje. Además, la Didáctica de las Matemáticas aborda cuestiones como la resolución de problemas, la evaluación y la retroalimentación, y la adaptación de los contenidos matemáticos al contexto cultural y social de los estudiantes.

Matemática Educativa

La Matemática Educativa es un campo de estudio que combina la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con la investigación científica en educación matemática. Esta disciplina se interesa por comprender y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a través del diseño y estudio de situaciones didácticas, la elaboración de currículos y la formación de profesores de matemáticas. Se refiere a la aplicación de la teoría de la educación y la psicología cognitiva a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los profesores de matemáticas deben comprender las teorías del aprendizaje, como la construcción del conocimiento, la teoría sociocultural y el enfoque de la cognición situada, para adaptar su enseñanza a las necesidades individuales de los estudiantes. Además, la Matemática Educativa se centra en la importancia de las representaciones matemáticas, los conceptos fundamentales y las habilidades de pensamiento crítico y resolución de problemas. Los docentes deben seleccionar y diseñar actividades que fomenten el desarrollo de estas competencias, promoviendo la comprensión profunda en lugar de la memorización superficial.

Matemáticas

Las Matemáticas son una disciplina científica que estudia las propiedades y las relaciones de los números, las figuras geométricas y los objetos abstractos mediante el razonamiento lógico. Las matemáticas se caracterizan por su rigor y precisión, y tienen aplicaciones en diversas áreas del conocimiento y en la resolución de problemas prácticos. El conocimiento de las Matemáticas en sí mismas es esencial para el profesor de matemáticas. Esto implica una comprensión sólida de los contenidos matemáticos, así como de su estructura y conexión interna. Los docentes deben ser capaces de resolver problemas matemáticos de manera efectiva, comprender los conceptos desde múltiples perspectivas y estar al tanto de las investigaciones más recientes en el campo. Esta base matemática sólida es esencial para la enseñanza de las matemáticas de manera coherente y precisa, así como para la identificación y corrección de posibles malentendidos de los estudiantes.

2.2 El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas MTSK

Los estudios sobre el desarrollo profesional y el conocimiento del profesor de matemáticas han tenido varios focos de atención. Por ejemplo, Sánchez (2011) revisó la literatura para determinar qué aspectos se han estudiado. La revisión incluyó libros especializados, revisiones bibliográficas previas, actas de congresos internacionales (ICMI y CERME), artículos publicados en varias revistas y, en su mayoría, en el Journal of

Educational Studies in Mathematics y el Journal of Mathematics Teacher Education. A) Las concepciones, creencias e imágenes mentales de los maestros, (b) sus prácticas, (c) sus conocimientos y habilidades, (d) la relación entre teoría y práctica y (e) la práctica reflexiva fueron las categorías que surgieron. Por otro lado, Skott, Van Zoest y Geller (2013) mencionan que, en los últimos años, los estudios de profesores se han enfocado en tres áreas: el conocimiento, las concepciones y la identidad. El conocimiento del profesorado para la enseñanza ha sido foco de atención para los investigadores en didáctica de las matemáticas.

Existe una larga historia de estudio del conocimiento del maestro. El reconocimiento de las diversas naturalezas de conocimiento que se combinan en la práctica del profesor ya se había llamado atención en los trabajos de Shulman (1986, 1987).

En Ball, Thames y Phelps (2008), se encuentra una evolución de los subdominios descritos por Shulman (1986), el conocimiento de la materia (SMK) y el conocimiento didáctico del contenido (PCK), en su propuesta de modelo de conocimiento matemático para la enseñanza (MKT, de sus siglas en inglés, en el que define seis subdominios diferentes, Conocimiento Común del Contenido (CCK), Conocimiento Especializado del Contenido (SCK), Conocimiento del Horizonte (HCK), Conocimiento del Contenido y los Estudiantes (KCS), Conocimiento del Contenido y la Enseñanza (KCT) y Conocimiento del Currículo (KCC); los tres primeros dentro del SMK de Shulman, y los otros tres dentro de su PCK. La idea de conocimiento especializado del contenido está reconocida como una de las grandes aportaciones del modelo MKT, tanto por sus propios autores, como por la comunidad internacional. (Montes, 2013, p. 403)

Posteriormente, varios estudios examinaron cómo se componen esos conocimientos para el caso del profesor de matemáticas (por ejemplo, Ball, Lubiensky y Mewborn, 2001; Llinares, 2008). Tener una base sólida sobre qué conocimientos debería tener el profesor de matemáticas puede tener consecuencias que van más allá de su comprensión del fenómeno.

Chapman (2013) señala que actualmente se están realizando investigaciones sobre el desarrollo del conocimiento que el profesorado deben mantener o adquirir, basándose en modelos de conocimiento como el MKT de Ball y sus colaboradores (por ejemplo, Ball et al., 2008; Hill, Ball y Schilling, 2008). Además, señala que hay estudios que investigan la generación de conocimiento en la comunidad mediante la planificación o discusión de lecciones de matemáticas en términos de su instrucción, o mediante la discusión de videos de clase, entre otras técnicas, pero donde el foco está puesto en el desarrollo de conocimiento en comunidades.

La teoría del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Mathematics Teacher's Specialised Knowledge o MTSK) fue desarrollada por los investigadores Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán (2013) como un intento de describir y caracterizar el conocimiento profesional que necesita un docente para enseñar matemáticas, se enfoca en el conocimiento que posee un profesor de matemáticas y cómo este conocimiento influye en su enseñanza. La teoría del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) se enfoca en cómo el conocimiento matemático, pedagógico, del contenido pedagógico, curricular y del contexto influyen en la enseñanza de las matemáticas, se divide en tres componentes principales: conocimiento del contenido matemático, conocimiento pedagógico del contenido matemático y conocimiento curricular del contenido matemático. Busca comprender y describir el conocimiento único y específico que los profesores de matemáticas poseen para enseñar esta disciplina de manera efectiva, identificar y describir los diferentes tipos de conocimiento que los profesores deben poseer para enseñar las matemáticas de manera efectiva. Este enfoque teórico se centra en el conocimiento que va más allá de la mera comprensión de los conceptos matemáticos, y se enfoca en la comprensión profunda de cómo enseñar y facilitar el aprendizaje de las matemáticas.

Se puede ver como un organizador de las observaciones e interpretaciones que realizamos sobre las diversas facetas de la práctica profesional del profesorado participantes en el estudio, siguiendo la terminología de Niss (2007) para las funciones de la teoría. Al mismo tiempo, los estudios que conforman esta memoria tenían como objetivo ayudar en la creación de la teoría utilizada. El MTSK es un modelo destinado a interpretar el núcleo especializado del profesor de matemáticas. Esto surge como respuesta a algunas dificultades que se han encontrado durante el trabajo con el MKT. (Carrillo, 2013). Estas dificultades se pueden dividir en dos categorías: la primera se refiere a la difícil separación entre subdominios del MKT, mientras que la segunda se refiere al uso del término conocimiento, que en ocasiones se refiere a acciones que les permiten realizar un cierto conocimiento, pero no se decide cuál es ese conocimiento.

El Conocimiento Especializado del Contenido (SCK, por sus siglas en inglés) es:

“el conocimiento y habilidades matemáticas únicas de la enseñanza [...]. Un examen cuidadoso revela que el SCK es conocimiento matemático que típicamente no se requiere para fines ajenos a la enseñanza. En la búsqueda de patrones en los errores de los estudiantes o en dimensionar qué tanto una aproximación no estándar puede funcionar en general [...], el profesorado hace un tipo de trabajo matemático que otros no hacen. Este trabajo involucra un tipo misterioso de desempaquetado de las matemáticas que no es necesario-o deseable-en situaciones diferentes a la enseñanza” (Ball, 2008, p. 400)

El análisis de diversos artículos en los que se hallaban evidencias del Conocimiento Especializado del Contenido. Se visualizan dos tendencias para definir a este subdominio, la primera es hacer notar que se trata de un conocimiento puramente matemático y que, por lo tanto, solamente es necesario para el docente de matemáticas. La segunda tendencia es interesante puesto que indica que va más allá del Conocimiento Común del Contenido, es decir, como el conocimiento que deberá poseer una persona bien preparada en el nivel educativo en el cual se desenvuelve. Por lo que se encuentra que existe un solapamiento entre las evidencias del conocimiento común y el conocimiento especializado del contenido, donde de manera subjetiva, el investigador emplea su criterio para asignar un determinado conocimiento a cada subdominio. De tal manera que se concluye que muchas veces se describen situaciones concretas en las que el docente emplea el conocimiento matemático, acompañado de otros conocimientos o herramientas que pueden ser tanto de naturaleza matemática y no matemática. (Flores, 2013)

Por otro lado, el conocimiento del profesor de los procesos y el currículo se definen como: “conocimiento que permite al profesorado seleccionar y secuenciar tareas para facilitar un coherente desarrollo de los procesos y habilidades de los estudiantes” (Foster, 2014, p. 103). El conocimiento especializado del contenido se debe entender como exclusivo del profesor de matemáticas, en contraste con el conocimiento común de las matemáticas que cualquier persona que las use puede tener. En España, en la Universidad de Huelva, se propuso un Modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés), que plantea que la especialización del conocimiento del profesor de matemáticas proviene de su profesión, en otras palabras, el conocimiento de las matemáticas que posee se especializa para desarrollar su labor como docente de matemáticas.

El MTSK conserva la separación entre PCK y SMK, aunque este último es renombrado como MK (del inglés, Conocimiento Matemático), para ser coherentes con la idea de ser un modelo elaborado con la vista exclusivamente puesta en el profesor de matemáticas. Este modelo consta de seis subdominios (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2013), tres referentes al MK: conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la estructura matemática (KSM) y conocimiento de la práctica de la matemática (KPM); y otros tres referentes al PCK: conocimiento de las características de aprendizaje de matemáticas (KFLM), conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) y conocimiento de los estándares de aprendizaje de matemáticas (KMLS). (Montes, 2013, p. 403)

A continuación, se muestran tres definiciones para determinar la noción de especializado y así poder diferenciarla de otras.

- **MKT** Es un subdominio de conocimiento puramente matemático que solo tiene sentido para el profesor de matemáticas (exclusividad). Es uno de los tres subdominios del conocimiento de la matemática escolar, los otros dos son el conocimiento común (que en ocasiones se define por contraposición al especializado) y el del horizonte (o en el horizonte) matemático. (Ball, 2008)
- **TEDS-M** Es un conjunto de conocimientos que se convierte en subconjunto de uno más general cuando este segundo entra en contacto con la matemática. En el conocimiento del contenido matemático se consideran dominios de aplicación, razonamiento y conocimiento y la profundidad en estos viene dada por la capacidad de proyectar esos dominios solamente al grado en que se enseña, uno o dos grados más allá o, en el más avanzado, cuando se proyecta a tres o más años. En el conocimiento didáctico del contenido matemático se considera el conocimiento del currículo matemático, el de planificación para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (fase pre-activa) y el de Implementando matemáticas para la enseñanza y el aprendizaje (fase interactiva). (Tatto, 2008)
- **MTSK** Es la integración de conocimientos matemáticos y didácticos del contenido que, en su conjunto, sólo tienen sentido para el profesor de matemáticas. Se compone de seis subdominios, tres pertenecen al conocimiento matemático y tres al conocimiento didáctico del contenido. (Carrillo,2013)

La forma en que un profesor de matemáticas conoce las matemáticas es lo que define el carácter especializado en MKT. Por lo que parece pertinente el plantear una forma especializada de conocer las matemáticas por cada profesión, puesto que cada una emplea de diferente manera el conocimiento matemático, cuestionar qué es lo que hace diferente debido a su uso, qué es lo que convierte entre una profesión y otra el carácter especializado del contenido matemático. (Flores, 2015). En el caso del docente de matemáticas, podríamos aseverar que se trata de la enseñanza y el aprendizaje lo que transforma la manera en la que se usan los conocimientos matemáticos. Sin embargo, si le quitamos el conocimiento sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, el conocimiento puramente matemático que queda es simplemente eso, conocimiento, sin aprendizaje. (Flores, 2015)

En el estudio TEDS-M se construye un modelo cuya intención es evaluar los conocimientos del profesor. Se ocupa específicamente de aspectos donde el contenido matemático juega un rol. En la sección matemática, su visión de construcción se relaciona con la capacidad intelectual que se puede desarrollar con un contenido (o para un contenido), mientras que, en la sección didáctica del contenido, se crean grupos de conocimiento basados en una secuencia de trabajo para la enseñanza (consultar el currículo, planificar una

lección, implementar una lección). Aunque no mencionan la palabra especializado en ninguna categoría específica ni general, es de notar la intención de centrar sus esfuerzos específicamente para el caso del profesor de matemáticas. (Flores, 2015)

La noción de especialización en el MTSK tiene características de ambos modelos. Se busca la determinación de un cuerpo de conocimientos que solo tenga sentido para el profesor de matemáticas (como en el MKT), pero se hace de manera global, considerando todos aquellos elementos que tengan una relación directa con el contenido matemático (como en el TEDS-M). La lógica de construcción de este modelo es crear una estructura interna del conocimiento matemático, diferenciando el conocimiento del objeto, de cómo se relaciona con otros objetos y de cómo se produce y procede en matemáticas. Se considera una distinción más tradicional entre el conocimiento didáctico del contenido y la enseñanza, el aprendizaje y lo que se espera que se aprenda en un determinado momento escolar. (Flores, 2015). El MTSK, se divide en dos partes fundamentales, el Conocimiento Matemático y el Conocimiento Didáctico del Contenido (Carrillo et al., 2013), definiéndose de la siguiente manera:

Conocimiento de los Temas (KoT): El contenido de este subdominio incluye aspectos fenomenológicos, significados de conceptos, o ejemplos específicos que caractericen aspectos concretos del tópico abordado, además de referirse al contenido disciplinar de las matemáticas, aquel que figura en manuales y textos matemáticos.

Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM): Al considerar el conocimiento matemático del profesor, entendemos que debe incluir no sólo los conceptos como elementos aislados, sino integrados en un sistema de conexiones, que permitirá al profesor comprender ciertos conceptos avanzados desde una perspectiva elemental y desarrollar ciertos conceptos elementales mediante el tratamiento a través de herramientas avanzadas

Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): Para completar el conocimiento matemático, este subdominio incluye aspectos ligados a saber cómo se piensa en matemática, como, por ejemplo, conocimiento relativo a diferentes formas de definir, argumentar o demostrar en matemáticas, incluyendo también el conocimiento de la sintaxis matemática.

Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): La acción de enseñar puede involucrar conocimiento de cómo esa enseñanza puede o debe ser llevada a cabo, así, conocer distintas estrategias de enseñanza que permitan al profesor fomentar un desarrollo de las capacidades matemáticas procedimentales o conceptuales, es un tipo de conocimiento que se incluye en este subdominio. De igual forma, conocer recursos que permitan al profesor hacer que sus alumnos descubran mediante la manipulación ciertos conceptos matemáticos, o ejemplos que consigan

despertar en sus alumnos la intuición respecto de algunos conceptos, forma parte de este subdominio.

Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): Saber cómo aprenden los alumnos el contenido matemático es un conocimiento que entendemos que cualquier profesor debería poseer, contemplándose en este subdominio aspectos que abarcan el conocimiento de las características del proceso de comprensión de los estudiantes de los distintos contenidos, los errores, dificultades, y obstáculos asociados a cada concepto, o el lenguaje habitualmente usado por los estudiantes en relación con el concepto tratado en clase.

Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): El profesor de matemáticas debe conocer el currículo institucional para saber qué se prescribe en cada etapa. Este conocimiento puede complementarse con información procedente de las producciones de las distintas investigaciones en el área de didáctica de las matemáticas, o la opinión de profesores expertos, respecto a los logros de aprendizaje esperados en cada etapa. (Montes, 2013, p. 405)

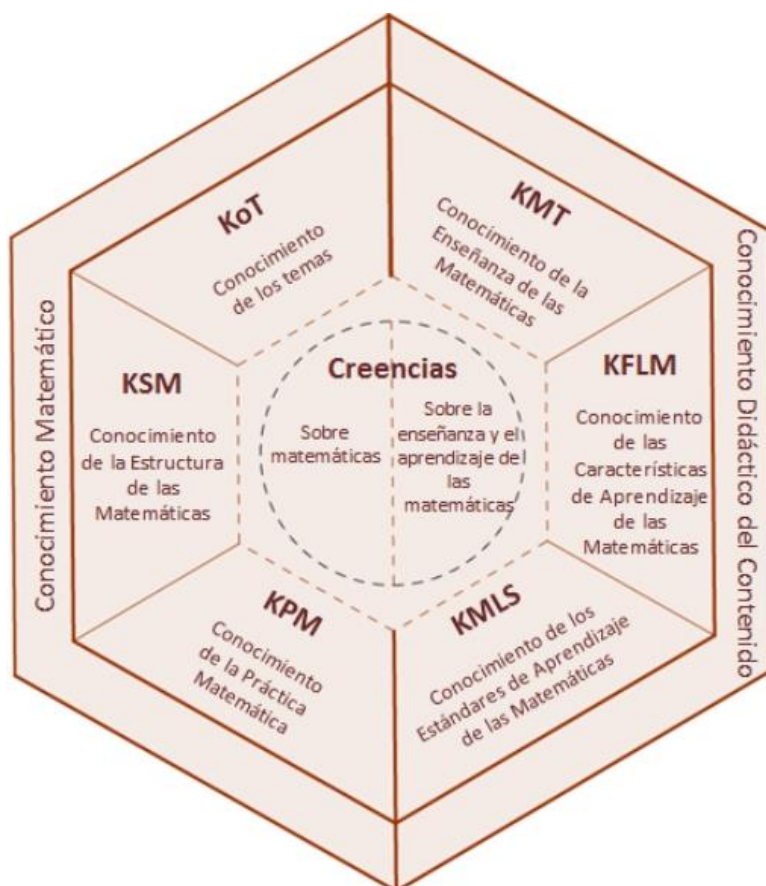


Figura 1. Subdominios del MTSK

Una de las principales contribuciones del MT es la forma en que se divide el campo del conocimiento matemático. El aporte de SKEL es en términos analíticos, ya que la división matemática permite un análisis más concentrado. Se considera el conocimiento (profundo) de un tema, el conocimiento de las relaciones entre los temas y el conocimiento sintáctico de cómo se utiliza en matemáticas. La subdivisión más tradicional del conocimiento didáctico del contenido es el conocimiento de aprendizaje, enseñanza y logros esperados. (Flores, 2015). Su principal contribución es reconocer claramente que la educación matemática (como disciplina científica) es una fuente de conocimiento para el profesorado. Finalmente, el modelo incluye una consideración de las creencias del maestro sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. Los conceptos son componentes que envuelven el conocimiento de los maestros y nos permiten analizar sin tener un referente fijo de conocimiento, sino entendiendo que estos están influenciados por el sistema de ideas del maestro. (Flores, 2015)

Papel de las creencias del profesor

En diversas investigaciones sobre el conocimiento utilizado por profesores en diferentes prácticas se señalan la falta de ciertos conocimientos. La incorporación de lo que el investigador considere como conocimiento deseable para el profesor de matemáticas es uno de los aspectos de este fenómeno. En cuanto a lo deseable, podemos cuestionar la libertad metodológica que esto permite. Por ejemplo, se relaciona con el perfil del profesor que se está investigando y el paradigma más apropiado para establecer un estado deseable. Las ideas del investigador sobre matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, influyen constantemente en la toma de decisiones y en el análisis e interpretación de las producciones que conforman su investigación. Es de dominio general el que la práctica docente está respaldada por una filosofía de las matemáticas. Entendemos que esta filosofía contiene un conjunto de ideas y creencias de los maestros sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Las ideas mencionadas anteriormente se colocan en el MTSK en el centro del esquema y se señalan con líneas punteadas. La representación muestra que las ideas del profesor sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas están influenciadas por su conocimiento en cada uno de los subdominios. La representación tiene un propósito metodológico: crear representaciones cada vez más precisas que nos permitan comprender la práctica del profesor desde la perspectiva de los factores que la afectan, basándonos en los conocimientos que respaldan esta práctica.

Para lograr esto, nos situamos en un Sistema Sensible. Este sistema se enfoca en la forma en que las ideas declaradas, exhibidas en una clase o las que surgen de las reflexiones particulares del profesor que combinan

para formar un sistema explicado en sí mismo (Leatham, 2006). Además, las concepciones representan una predisposición a través de las acciones y que no se pueden medir ni observar directamente, sino que solo se pueden inferir las ideas sobre las concepciones son examinadas con fines analíticos, al igual que el resto del modelo. Por lo tanto, nos hemos propuesto comprenderlas a través de categorías (Carrillo, 1995).

Diferentes naturalezas en los elementos de conocimiento

El Conocimiento del contenido y de los estudiantes señalando que “el profesorado debe anticipar qué estarán pensando probablemente los estudiantes y qué encontrarán confuso estos. Cuando eligen un ejemplo, el profesorado necesita predecir qué encontrarán interesante y motivante los estudiantes” (Ball, 2008, p. 401). Anticiparse al pensamiento de los estudiantes y predecir sus reacciones ante una actividad, problema o ejemplo son acciones que tienen detrás diferentes conocimientos, algunos de los cuales serán parte del dominio matemático y otros del dominio didáctico del contenido.

Podemos observar o deducir fácilmente una acción. Sin embargo, explorar el conocimiento detrás de la acción requiere, entre otras cosas, preguntarse cuándo podemos garantizar que el profesor realmente conoce lo que atribuimos como parte de su conocimiento. Usando el MTSK, se considera explorar el conocimiento del profesorado en diferentes escenarios. De tal manera que lo que se muestra son oportunidades para acceder al conocimiento, como parte de este proceso, por lo que después se verá cómo ha cambiado la idea de oportunidad y se ha agregado la idea de indicio, que se utiliza en algunas investigaciones. Cuando se trata del conocimiento del profesor, el modelo conocido como conocimiento matemático para la enseñanza (MKT) ha resultado ser un referente obligatorio. En ocasiones, se puede utilizar el nombre del modelo como una forma de utilizar un lenguaje compartido (Silverman, 2012)

A pesar de que sus subdominios posteriormente no se emplean como herramientas para analizar los datos recopilados, sus resultados suelen no ser útiles para el modelo ni ofrecen ninguna contribución teórica al mismo. Esto es especialmente evidente cuando la investigación no se enfoca en la comprensión del conocimiento del profesor, sino en la comprensión de otros fenómenos. Los trabajos sobre profundización conceptual en el MKT se presentaron en el CERME 8 y revelaron varias inconsistencias en términos analíticos en cuanto a la delimitación de sus subdominios (Flores, 2015). Por lo tanto, el MTSK se basa en la experiencia de los conflictos analíticos que se encontraron con el MKT y surge como una propuesta que evita estos problemas en el estudio del conocimiento del profesor. Aunque la perspectiva especializada en el MTSK comparte características fundamentales con algunos otros modelos, especialmente con el MKT, también es verdad que su consideración como un conjunto de elementos que sólo tienen sentido para el profesor de matemáticas (en lugar de ver la exclusividad de elementos por elemento) aporta diferencias y

matices que se reflejan en los análisis que se realizan. Para presentar esta visión se comparan las definiciones del MKT, el TEDS-M y el MTSK.

La transición del MKT al MTSK se llevó a cabo a través de tres procesos: primero, se reconceptualiza la noción de especializado, pasando de verlo como un conocimiento puramente matemático a verlo como el conjunto de elementos que conforman el modelo; segundo, se reorganizó el dominio del conocimiento matemático, reemplazando una clasificación que se basaba en elementos externos (común-compartido, especializado-exclusivo, horizonte). La concentración exclusiva en los elementos de conocimiento en los que la matemática tiene un impacto se relaciona, posiblemente sin planificación, con la forma en que se organiza la formación inicial de maestros en las universidades españolas. En estas universidades, el grupo de investigación en didáctica de las matemáticas tiene una influencia directa en las materias que se limitan exclusivamente a la matemática y su didáctica, lo que resulta en una centralidad exclusiva de los elementos de conocimiento en los que la matemática tiene un impacto.

El MTSK no es una teoría, sino un modelo con sustento teórico y empírico. Siguiendo a Ander-Egg (1995), los modelos son utilizados en Ciencias Sociales para representar o construir de manera simplificada una serie de fenómenos y están destinados a explicar la realidad o actuar sobre ella. Se trata de una abstracción de la realidad. En este caso, la realidad es el conocimiento especializado del profesor de matemáticas y el MTSK la subdivide para comprenderla mediante un acercamiento analítico. 2) El MTSK tiene una naturaleza dual en tanto es un modelo teórico del conocimiento especializado del profesor de matemáticas y también es una herramienta metodológica para explorar el conocimiento especializado del profesor en situaciones diversas de su labor y formación. Con esta segunda característica quiero resaltar el trabajo de construcción de categorías internas a cada subdominio con las cuales se puede tener una mirada más focalizada en los fenómenos observados. La dualidad a la que me refiero en este punto nos ha permitido utilizar el MTSK para investigaciones con el doble acercamiento denominado por Grbich (2007) como top-down (de la teoría a los datos) y bottom-up (de los datos a la teoría). 3) El MTSK no modela el conocimiento ideal que esperamos para el profesor de matemáticas. Sin duda, quienes participamos en la elaboración de algunos elementos del modelo habremos puesto en esta algo de nuestras concepciones. Sin embargo, el modelo trata de ser aséptico: no intentamos decir que el profesor ideal será aquél que tenga conocimiento en cada una de las categorías de cada uno de los subdominios, eso solamente sería una posible consecuencia.

Uno de los aspectos que sustenta el hecho de que no se trata de un modelo de conocimiento ideal es la consideración de las concepciones del profesor en el centro, permeando a todo el conocimiento (esto significa que consideramos que tanto el profesor tradicional como el investigativo, tanto el instrumentalista

como el resolutor de problemas, tienen conocimiento especializado y es posible que observemos evidencias de cada subdominio. En mis objetivos y futuras investigaciones considero que se debe entender qué conocimientos son privilegiados por el profesor de acuerdo con sus concepciones).

Otro aspecto para sustentar que el MTSK no habla de conocimiento ideal es la propia definición de conocimiento que adoptamos como grupo de investigación, en la cual hay cabida para conocimientos incorrectos, o mejor dicho, no adoptamos un referente ni para el conocimiento matemático ni para el conocimiento didáctico del contenido con el cual podamos comparar si el profesor tiene carencias o incorrecciones en su conocimiento, más bien estamos atentos (ayudados con las categorías y subdominios) a cuando el profesor manifiesta de algún modo su conocimiento. 4) El MTSK puede ser utilizado en distintos escenarios (Flores, Escudero y Aguilar, 2013). Hasta el momento, hemos utilizado el MTSK para analizar diseños de clase (Flores y Carrillo, 2014), foros online de formación (Escudero-Ávila et al., en prensa), aulas de clase (Sosa et al., en prensa), material para la formación inicial (Carrillo, Flores-Medrano et al. 2014) y entrevistas sobre temas transversales en matemáticas (Montes, 2014). 5) Las investigaciones en las que se pretende profundizar en el estudio de aspectos concretos del MTSK requieren de una sensibilidad teórica que ayude en el robustecimiento teórico de las categorías y, a su vez, en la selección y análisis de episodios. 6) El MTSK no estudia el desarrollo profesional del profesor de matemáticas. A lo más podríamos utilizar el modelo para observar qué cambios tuvo el profesor en cuanto a su conocimiento, pero eso no implicaría necesariamente un desarrollo profesional (por ejemplo, en el caso de un profesor que aprenda más matemáticas pero que no tengan ningún tipo de relación con su enseñanza). 7) La enseñanza y el aprendizaje, sobre todo en las tendencias escolares actuales, son dos actividades que no se pueden ver desligadas. Sin embargo, en términos analíticos encontramos que es posible distinguir conocimientos independientes que responden a enseñanza y aprendizaje por separado. Pero, al igual que en otros subdominios, en estos hay relaciones y también considero conveniente destacarlas en futuros estudios (un primer avance está en Flores-Medrano et al., 2014) (Flores, 2015, p- 144)

Aportaciones de la teoría MTSK

La teoría del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK) ha realizado valiosas aportaciones al campo de la educación matemática, entre las cuales se destacan:

- Ofrecer un modelo explicativo del conocimiento profesional docente centrado específicamente en la enseñanza de las matemáticas.
- Sintetizar y reconceptualizar categorías de conocimiento profesional procedentes de distintos enfoques teóricos.

- Incorporar el conocimiento matemático como un aspecto relevante del conocimiento didáctico del contenido matemático.
- Distinguir entre el conocimiento común y el conocimiento ampliado del contenido matemático. Hay que destacar la importancia del conocimiento especializado del contenido orientado a la enseñanza.
- Resaltar el papel del conocimiento del currículo matemático. Servir de base para el diseño de instrumentos para evaluar el MTSK de profesores en formación y en ejercicio.
- Ofrecer implicaciones para mejorar la formación inicial y continua del profesorado de matemáticas (Carrillo et al., 2018).

Importancia del MTSK en la Formación de Profesores de Matemáticas. El modelo MTSK tiene una importancia fundamental en la formación de profesores de matemáticas por varias razones:

1. Visión holística del conocimiento del profesor: El MTSK proporciona un marco comprensivo que abarca tanto el conocimiento matemático como el conocimiento didáctico, reconociendo la complejidad de la enseñanza de las matemáticas.
2. Guía para el desarrollo profesional: Al delinear claramente los diferentes aspectos del conocimiento necesario para enseñar matemáticas, el MTSK ofrece una hoja de ruta para el desarrollo profesional de los docentes.
3. Herramienta de análisis y reflexión: El MTSK puede ser utilizado como una herramienta para que los profesores analicen y reflexionen sobre su propia práctica, identificando áreas de fortaleza y oportunidades de mejora.
4. Base para el diseño de programas de formación: Los programas de formación inicial y continua de profesores de matemáticas pueden estructurarse en torno a los diferentes componentes del MTSK, asegurando una formación integral.
5. Promoción de la especialización: El MTSK enfatiza la naturaleza especializada del conocimiento necesario para enseñar matemáticas, promoviendo una mayor profesionalización de la docencia en matemáticas.
6. Conexión entre teoría y práctica: Al incluir tanto el conocimiento matemático como el didáctico, el MTSK ayuda a establecer conexiones más fuertes entre la teoría matemática y la práctica docente.

Investigaciones derivadas

La teoría MTSK ha inspirado diversas investigaciones en el campo de la educación matemática, permitiendo ampliar la comprensión sobre el conocimiento profesional docente:

- Estudios sobre el MTSK de profesores en formación inicial y en ejercicio (Chamoso et al., 2012; Carrillo et al., 2014).
- Análisis del MTSK de profesores de primaria en temas específicos como fracciones o álgebra (Llinares y Wilkerson, 2020; Zuñiga, 2020)
- Evaluación del desarrollo del MTSK en programas de formación inicial de profesores (Flores-Medrano et al., 2014).
- Relación entre MTSK y otras variables como las creencias o la práctica docente (Carrillo et al., 2018; Hernández-Suárez et al., 2020).
- Comparación del MTSK entre profesores expertos y novatos (Ramírez-Ordoñez y Carrillo, 2020).
- Estudios transculturales sobre MTSK entre profesores de diferentes países (Carrillo et al., 2018).
- Propuestas para mejorar el MTSK a través de diseños de intervención (Montejo y Carrillo, 2021).
- Adaptaciones del modelo MTSK para educación primaria (Escudero-Ávila et al., 2015)

Escudero-Ávila et al. (2016) utilizaron el modelo MTSK para analizar la práctica de un profesor experimentado de matemáticas de secundaria durante una clase sobre ecuaciones cuadráticas. El estudio reveló:

- Un sólido Conocimiento de los Temas (KoT), evidenciado por la capacidad del profesor para presentar múltiples métodos de resolución y explicar los fundamentos algebraicos.
- Un fuerte Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), demostrado por las conexiones que estableció entre las ecuaciones cuadráticas y otros temas como funciones y geometría.
- Un Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) bien desarrollado, reflejado en la anticipación y abordaje de dificultades comunes de los estudiantes.

Resultado: El análisis basado en MTSK permitió identificar áreas de fortaleza y oportunidades de mejora en la práctica del profesor, proporcionando una base para el desarrollo profesional continuo.

Montes et al. (2015) utilizaron el modelo MTSK para diseñar un programa de formación inicial para futuros profesores de matemáticas de secundaria. El programa se estructuró en torno a los seis subdominios del MTSK:

- Se incluyeron cursos específicos para desarrollar el Conocimiento de los Temas (KoT) y el Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM).
- Se diseñaron actividades para promover el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM), como seminarios sobre resolución de problemas y modelización.

- Se integraron cursos de didáctica específica para desarrollar el Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT).
- Se incluyó un componente de análisis curricular para desarrollar el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS). Los participantes del programa mostraron un desarrollo más equilibrado de los diferentes componentes del MTSK en comparación con programas tradicionales, y reportaron sentirse mejor preparados para enfrentar los desafíos de la enseñanza de las matemáticas.

Limitaciones y controversias

- Aunque la teoría MTSK ha tenido una gran influencia en la investigación en educación matemática, también se le han señalado algunas limitaciones y controversias como:
- Dificultad en delimitar y diferenciar claramente algunos componentes del modelo como el CCK y SCK (Huang y Bao, 2006).
- Riesgo de fragmentación excesiva de los dominios de conocimiento identificados (Gess-Newsome, 2015).
- Escasa articulación con el conocimiento práctico y el desempeño real en el aula (Rowland, 2013).
- Precisar cómo se produce la integración entre el conocimiento matemático y didáctico en la práctica docente (Ball y Bass, 2009).
- Necesidad de más investigación sobre la relación del MTSK con el aprendizaje de los estudiantes (Copur-Gencturk, 2015).
- Complementariedad con enfoques socioculturales sobre desarrollo docente (Kim y Albert, 2015).
- Ampliar el modelo para incluir reflexión, creencias, valores y compromiso docente (Hurrell, 2013).

2.3 La Teoría Antropológica de lo Didáctico (Yves Chevallard, Bosch y Gascón)

2.3.1 Teoría de las Situaciones (Brousseau)

Guy Brousseau formuló el concepto de Teoría de las Situaciones, sus comienzos fueron a principios de los años setenta, después fue desarrollada en hasta que Brousseau publicó su tesis, después, Yves Chevallard (1990) continuó aportando a esta teoría, realizando algunos cambios sobre algunos conceptos para finalmente trabajar en términos de las relaciones con el saber y las instituciones. Brousseau (1986), sobre la didáctica de la matemática como disciplina científica, establece que: “La didáctica de la matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico de la matemática. Los resultados, en este dominio, son cada vez más

numerosos; tratan los comportamientos cognitivos de los alumnos, pero también los tipos de situaciones empleados para enseñarles y sobre todo los fenómenos que genera la comunicación del saber.

La producción o el mejoramiento de los instrumentos de enseñanza encuentra aquí un apoyo teórico, explicaciones, medios de previsión y de análisis, sugerencias y aun dispositivos y métodos.”

También, establece que:

(...) la teoría de situaciones estudia: la búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio. Para el profesorado como para los alumnos, la presentación de los resultados de estos trabajos renueva su conocimiento, así como la idea que tienen de las matemáticas, y esto incluso si es necesario desarrollar todo un vocabulario nuevo para vincular las condiciones en las que emergen y se enseñan las nociones matemáticas básicas, con la expresión de dichas nociones en la cultura matemática clásica. (Brousseau, 1986, p.),

Además, toma como hipótesis la Teoría de la epistemología genética de Piaget para poder modelar la producción de nuevos conocimientos, sosteniendo que el conocimiento matemático se va a construir a partir de tres puntos fundamentales, que son en primera instancia el reconocer el problema, posteriormente abordarlo y finalmente resolverlo. Concibiendo la matemática como “un conjunto organizado de saberes producidos por la cultura” (Sadovsky, 2005, p. 2)

De esta manera, el sujeto va a producir el conocimiento como consecuencia de la adaptación a un “medio” resistente en el cual se interrelaciona.

El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, dificultades, desequilibrios, un poco como lo hace la sociedad humana. Ese saber fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por las respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje. (Brousseau, 1986, p.)

El concepto moderno de la enseñanza va pues a pedir del maestro provocar en el alumno las adaptaciones deseadas por una elección prudente de los problemas que él propone estos problemas elegidos de una manera que el alumno pueda aceptarlos deben hacerlo obrar hablar reflexionar evolucionar con su propio movimiento entre el momento en que el alumno acepta el problema como suyo y aquel en que produce su

respuesta el maestro se reduce a intervenir como el que propone los conocimientos que quiere ver aparecer el alumno sabe bien que el problema ha sido escogido para hacerle adquirir un nuevo conocimiento pero debe también saber que este conocimiento está enteramente justificado por la lógica interna de la situación y que puede construirlo sin invocar razones didácticas no solamente puedo hacerlo sino que debe pues no habrá adquirido verdaderamente ese conocimiento hasta que sea capaz de ponerlo en práctica el mismo en situaciones que encontrará fuera de todo contexto de enseñanza y en la ausencia de toda indicación intencional tal situación es llamada situación a didáctica. (Brousseau, 1986, p.11)

De acuerdo con Brousseau, llamaremos Situación Didáctica al conjunto de interrelaciones entre el alumnado, docente y el medio didáctico, en la cual, el docente facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento. Vamos a considerar como una situación a-didáctica al proceso en el que el docente realiza el planteamiento de un problema sobre una situación similar a alguna situación de la vida real que el alumno intentará resolver con sus conocimientos previos, reflexionando, generando hipótesis y conjeturas que simulan el ambiente de trabajo que se realiza en una comunidad científica. Es decir, el alumno se encontrará trabajando en una pequeña agrupación científica resolviendo situaciones de manera autónoma, con el objetivo de lograr institucionalizar el saber que ha construido.

Brousseau (1997) plantea las situaciones didácticas como una manera en la que se puede “modelar” el proceso de enseñanza-aprendizaje, considerándolo como una interacción entre el docente y el alumno para el cual han establecido reglas y acciones implícitas. Derivado de ello surgen dos nuevos conceptos: el contrato y la transposición didáctica. El contrato didáctico alude a la relación que se establece entre docente y estudiante, abarca el conjunto de actitudes que el docente espera del estudiante y viceversa. Es un cúmulo de reglas, generalmente enunciadas de manera implícita que se tienen entre los elementos de la situación didáctica de la clase de matemática (Brousseau, 1986)

En resumen, la teoría de Brousseau (1997) nos dice que, las situaciones didácticas contienen a las situaciones a-didácticas. Una situación didáctica consiste en la interrelación del alumnado, el docente y el medio didáctico y se desarrolla en el medio didáctico que el profesor construye para que pueda realizarse la construcción del conocimiento y el alumno pueda enfrentar los problemas de esta dinámica sin la participación del profesor. Así, cada situación didáctica debe convertirse en una situación a-didáctica, debido al enfrentamiento entre el alumno y el problema planteado, para que pueda construir su conocimiento, es decir, una situación “a-didáctica”, funciona cuando el estudiante se apropia del problema planteado, y comience un proceso de búsqueda de la solución por el mismo. El proceso de institucionalización se da en un proceso de aprendizaje cuando el estudiante logra una estrategia para

resolver un problema, es aprendizaje por adaptación, cuando el conocimiento no aparece como un nuevo saber, sino como el resultado de sus conocimientos previos. El alumnado no puede identificar por sí mismo la presencia de conocimiento nuevo, y menos que corresponda a un saber cultural. La institucionalización es una actividad de suma importancia en el cierre de una situación didáctica, debido a que el alumnado ha construido su conocimiento y, el profesor retoma lo que se ha hecho hasta el momento y lo formaliza, brinda algunas observaciones y deja en claro algunos conceptos que causaron conflictos durante la situación didáctica. Implica la presentación de los resultados de manera ordenada, y que queden claras las partes que estuvieron presentes para poder construir ese conocimiento.

Brousseau (1983) propone que, si el aprendizaje es la adaptación al medio, entonces implica de manera natural que tendremos rupturas cognitivas, reacomodos, transformación de sus concepciones, de lenguaje, etc. En este proceso, surgen obstáculos, y algunas de sus características son las siguientes:

Obstáculos ontogenéticos -a veces llamados obstáculos psicogenéticos: se deben a las características del desarrollo del niño. Obstáculos didácticos: que resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza. Obstáculos epistemológicos: intrínsecamente relacionados con el propio concepto. (Brousseau, 1986, p.3)

El obstáculo es parte del proceso, por lo que el poder localizarlo y posteriormente sobrepasarse se vuelve un requisito para la construcción del conocimiento, por lo que se abre la oportunidad de que estos errores sean causados por una cuestión didáctica o epistemológica.

2.3.2 La Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD)

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) es un enfoque teórico interdisciplinario que se ha consolidado como un marco teórico influyente en el campo de la didáctica de las matemáticas. Desarrollada principalmente por Yves Chevallard (1985, 1991) y Guy Brousseau en la década de 1980, esta teoría se enmarca en la corriente conocida como la Antropología de lo Didáctico y concibe la actividad matemática como una actividad humana y social que debe ser estudiada teniendo en cuenta el contexto institucional y cultural en el que se desarrolla, es una teoría que se enfoca en el estudio del hombre aprendiendo y enseñando matemáticas desde una perspectiva antropológica. Proporciona una perspectiva integral y multifacética para analizar y comprender la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Para comprender el surgimiento de la TAD, es crucial examinar el contexto histórico de la didáctica de las matemáticas en Francia. En la década de 1960, Guy Brousseau introdujo la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), que representó un avance significativo en la comprensión de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Brousseau,

1997). La TSD se centró en el estudio de las interacciones entre el alumno, el profesor y el saber matemático en situaciones de aprendizaje específicas.

Chevallard, influenciado por el trabajo de Brousseau y otros teóricos de la época, comenzó a desarrollar sus propias ideas sobre la didáctica de las matemáticas. En 1985, introdujo el concepto de "transposición didáctica" en su obra "La Transposition Didactique: Du Savoir Savant au Savoir Enseigné" (Chevallard, 1985). Este concepto describe el proceso de transformación del conocimiento matemático desde su forma original (saber sabio) hasta su forma enseñable en el aula (saber enseñado).

La formulación inicial de la TAD se puede ubicar a finales de la década de 1980 y principios de la década de 1990. En 1992, Chevallard publicó "Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique" (Chevallard, 1992), donde esbozó los fundamentos de lo que se convertiría en la TAD. En este trabajo, Chevallard propuso una visión antropológica de la actividad matemática y su enseñanza, considerándose como prácticas humanas situadas en contextos institucionales específicos.

El desarrollo de la TAD se caracterizó por la introducción de varios conceptos clave:

1. Praxeologías: Chevallard (1999) introdujo este término para describir la estructura básica de cualquier actividad humana, incluida la matemática. Una praxeología consta de dos componentes principales: praxis (el saber-hacer) y logos (el saber).
2. Instituciones didácticas: La TAD enfatiza el papel de las instituciones en la construcción y transmisión del conocimiento matemático. Según Chevallard (2002), las matemáticas y su enseñanza están profundamente influenciadas por las normas, valores y prácticas de las instituciones en las que se desarrollan.
3. Ecología de los saberes: Este concepto, introducido por Chevallard (2002), se refiere al estudio de las condiciones y restricciones que permiten o impiden la existencia y desarrollo de ciertos conocimientos en determinados contextos institucionales.

A lo largo de las décadas de 1990 y 2000, la TAD continuó evolucionando y expandiéndose. Chevallard y sus colaboradores refinaron y ampliaron los conceptos originales, aplicándolos a una variedad de contextos educativos y matemáticos. Algunos desarrollos notables incluyen:

1. Teoría de los Momentos Didácticos: Chevallard (1999) propuso una estructura para analizar los procesos de estudio matemático, identificando seis momentos didácticos clave.

2. Recorridos de Estudio e Investigación (REI): Introducidos por Chevallard (2009), los REI representan una propuesta pedagógica basada en la investigación y el cuestionamiento, alineada con los principios de la TAD.

3. Aplicaciones en diversos campos: La TAD se ha aplicado no solo en la enseñanza de las matemáticas, sino también en otras disciplinas como las ciencias naturales y sociales (Bosch y Gascón, 2006).

Además de Yves Chevallard, varios investigadores han contribuido significativamente al desarrollo y expansión de la TAD:

1. Marianna Bosch: Ha trabajado en la aplicación de la TAD en diversos contextos educativos y ha contribuido al desarrollo del concepto de modelización matemática dentro del marco de la TAD (Bosch et al., 2006).

2. Josep Gascón: Ha colaborado estrechamente con Chevallard y Bosch en el desarrollo de la TAD, centrándose en su aplicación al análisis de la actividad matemática y los procesos de estudio (Gascón, 2011).

3. Michèle Artigue: Aunque no es una desarrolladora directa de la TAD, Artigue ha contribuido significativamente a la integración de la TAD con otras teorías en didáctica de las matemáticas, promoviendo un enfoque más holístico (Artigue, 2002).

4. Berta Barquero: Ha trabajado en la aplicación de la TAD a la enseñanza universitaria y en el desarrollo de los Recorridos de Estudio e Investigación (Barquero et al., 2013).

La evolución de la TAD desde su concepción inicial hasta su forma actual representa un esfuerzo colectivo de la comunidad de investigadores en didáctica de las matemáticas. Su desarrollo continuo y su aplicación en diversos contextos educativos demuestran su relevancia y potencial para comprender y mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Es una teoría que resulta del concepto sociocultural de lo específico del ser humano que:

Para que un individuo pueda en cada momento de su vida, desarrollar en pleno su índole humana, requiere de recursos social e históricamente producidos que se ubican fuera de él. La acumulación de este capital cultural compartido, que permite hacer frente a los problemas de la vida, constituye una característica -sino la característica- delo Humano. Por eso, lo Didáctico, es decir el conjunto de los fenómenos de difusión y apropiación de cualquier elemento de la cultura, representa la columna vertebral de lo Humano. O quizá mejor, lo didáctico es denso en lo humano. (Castela, 2017, p.9)

Se centra en el estudio del proceso educativo como un sistema cultural complejo, esta teoría considera que el aprendizaje es un proceso social y cultural que se desarrolla en un contexto específico, se basa en el

análisis de las prácticas docentes, es decir, en el estudio detallado del trabajo que realizan el profesorado y los estudiantes en el aula, también tiene en cuenta los aspectos más genéricos de la organización del estudio de un tipo dado de sistemas didácticos; puede ser aplicada a la enseñanza de las matemáticas para entender cómo los estudiantes aprenden esta materia y cómo el profesorado pueden mejorar su enseñanza, sugiere que el profesorado deben tener en cuenta el contexto cultural y social en el que se desarrolla el aprendizaje, así como las prácticas docentes específicas utilizadas para enseñar matemáticas, por lo que el profesorado deben tener en cuenta el contexto cultural y social en el que se desarrolla el aprendizaje, así como las prácticas docentes específicas utilizadas para enseñar matemáticas, pueden utilizar esta teoría para diseñar actividades educativas más efectivas y adaptadas al contexto específico de sus estudiantes.

La Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD), considera la actividad matemática, así como el estudio de las matemáticas, dentro del cúmulo de actividades humanas y de instituciones sociales, debido a ello se nombra teoría “antropológica” (Bosch y Gascón, 2009). Es un enfoque teórico que se ha desarrollado dentro del campo de la didáctica de las matemáticas. Esta teoría se centra en la comprensión del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva cultural y social, reconociendo que estos procesos son fenómenos complejos que están influenciados por contextos socioculturales específicos (Chevallard, 1999; Gómez, 2007).

Sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio en matemáticas, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales. Hablar de la didáctica de las matemáticas de manera “culturalmente correcta”, por ejemplo, implica hablar de algunos objetos únicos, como las matemáticas, los alumnos, el profesorado, los manuales, etc., excluyendo casi todos los demás objetos, especialmente aquellos que creemos demasiado rápidamente como no pertinentes científicamente porque parecen estar culturalmente alejados de los objetos considerados como emblemáticos de la ciencia. (Chevallard, 1999)

Destaca la importancia de considerar la diversidad de los estudiantes y sus experiencias en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Reconoce que los estudiantes tienen diferentes bagajes culturales, conocimientos previos y formas de interactuar con los objetos matemáticos. Por lo tanto, se busca implementar enfoques pedagógicos que fomenten la inclusión, la equidad y la valoración de las perspectivas de todos los estudiantes.

Pone énfasis en la importancia de la reflexión y la investigación educativa. Se alienta a los profesores a reflexionar sobre su práctica docente, a investigar y analizar las situaciones didácticas y a colaborar con otros profesionales en la búsqueda de estrategias efectivas de enseñanza. La investigación educativa basada

en la teoría antropológica de lo didáctico contribuye al avance de la disciplina y permite una mejora continua de la enseñanza de las matemáticas.

Además, reconoce la importancia de la evaluación en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La evaluación no se limita a la calificación de los estudiantes, sino que se concibe como una herramienta para comprender el progreso y las dificultades de los estudiantes, así como para retroalimentar la enseñanza. Se busca utilizar diferentes instrumentos de evaluación que permitan recoger evidencias de los procesos de construcción de conocimiento matemático de los estudiantes.

También se considera importante analizar el papel del profesor como mediador del aprendizaje. El profesor no solo transmite conocimientos, sino que también desempeña un papel activo en la creación de situaciones didácticas, la selección de estrategias de enseñanza y la identificación y superación de obstáculos epistemológicos. Se espera que el profesor tenga un conocimiento profundo de los contenidos matemáticos, así como una comprensión de las características y necesidades de los estudiantes, para promover un aprendizaje significativo. Así, el profesorado debe ser consciente de las diferentes formas en que los estudiantes pueden entender y aprender las matemáticas, y adaptar su enseñanza en consecuencia, destaca la importancia de la reflexión sobre la práctica docente, lo que implica que el profesorado debe analizar críticamente su propia enseñanza y buscar constantemente maneras de mejorarla.

Es importante destacar que la teoría no se limita únicamente al ámbito escolar, sino que también se extiende al estudio de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en contextos no formales e informales. Reconoce que las matemáticas están presentes en diferentes aspectos de la vida cotidiana y promueve la exploración de estas situaciones para desarrollar habilidades matemáticas y la comprensión de su relevancia en la sociedad. Cuestiona la visión tradicional de la didáctica de la matemática, que considera que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática son procesos individuales que se desarrollan en un contexto neutro, sostiene que la enseñanza y el aprendizaje de la matemática son procesos sociales que se desarrollan en un contexto cultural particular. Esta teoría considera que el objeto principal de estudio de la didáctica de la matemática está constituido por los diferentes tipos de sistemas didácticos, formados por los subsistemas: epistemológico, cognitivo, institucional y técnico (Bosch y Gascon, 2009). Se basa en los siguientes principios teóricos fundamentales:

Diderotización

Este principio hace referencia al proceso de transformación de conocimientos matemáticos científicos en conocimientos escolares. Según la TAD, la selección y organización de los contenidos matemáticos a ser

enseñados en el contexto escolar implica una simplificación y una adaptación de los conocimientos científicos, con el fin de hacerlos accesibles y comprensibles para los estudiantes.

Institucionalización

La institucionalización se refiere a las reglas, normas y convenciones que definen la práctica de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el ámbito escolar. Estas reglas tienen un impacto en cómo se seleccionan, organizan y presentan los contenidos matemáticos, y en cómo se establecen las relaciones de poder entre los actores involucrados. También se plantea que la Institución y el Sujeto son dos conceptos de la TAD que no se pueden definir independientemente.

Una institución es una organización social estable en el seno de la cual se realizan ciertas actividades sociales, bajo ciertas restricciones; los participantes en dichas actividades tienen que convertirse en sujetos de la institución. Por un lado, la institución limita la libertad de sus sujetos, por otro lado, crea condiciones que permiten sus actividades, proveyéndoles con ciertos recursos materiales, organizativos y cognitivos. En el marco de la TAD no se habla de contextos socioculturales sino de instituciones, lo que por supuesto destaca la dimensión “sujeciones” de las influencias sociales. Cabe destacar que la palabra “sujeto” se emplea en su sentido etimológico latino: sub-jectus (literalmente arrojado debajo de), participio pasado de subjacere que significaba someter, de dónde viene también la palabra “subyugación”. Resulta que el sujeto de la TAD no es el sujeto de la psicología o de la gramática. En su vida, un individuo circula entre varias instituciones, experimentando así el “cruzar fronteras”. Al convertirse en sujeto de cada una, se construye como una persona única. (Castela, 2017, p. 10)

Chevallard (1989) plantea que el objeto de estudio de la didáctica de la matemática se constituye por diferentes sistemas didácticos, que a su vez, son formados por los subsistemas: docentes, alumnos y saber enseñado que existan actualmente o que puedan ser creados. Por ello la problemática fundamental de la didáctica es el estudio de la relación institucional con el saber, así como el de las condiciones y los efectos que tiene, tomando en cuenta un conjunto de condicionantes de carácter cognitivo, cultural, social, fisiológico del estudiante, que tienen un papel en la formación de la relación que tiene el sujeto con el objeto de saber.

Apropiación

La apropiación es el proceso mediante el cual los estudiantes se apropian de los conocimientos matemáticos. Según la TAD, la apropiación implica no solo comprender y utilizar los conocimientos matemáticos, sino también desarrollar habilidades de razonamiento, argumentación y aplicación de estos en diferentes

contextos. La TAD considera que la apropiación de la actividad matemática se logra a través de la interacción entre el estudiante, el profesor y el entorno en el que se desarrolla la enseñanza y el aprendizaje.

Instrumentación: La instrumentación se refiere a las herramientas y mediaciones que se utilizan en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Estas herramientas pueden ser materiales manipulativos, tecnologías digitales, libros de texto, entre otros. Según la TAD, la elección y uso de las herramientas debe considerar tanto las características de los contenidos matemáticos como las necesidades y capacidades de los estudiantes. La teoría antropológica de lo didáctico se fundamenta en varios conceptos clave que son fundamentales para su comprensión. A continuación, se describen estos conceptos en detalle:

Epistemología de las matemáticas

Este concepto se refiere al estudio de la naturaleza del conocimiento matemático y cómo se construye. La teoría antropológica de lo didáctico reconoce que el conocimiento matemático no es estático ni universal, sino que está sujeto a la evolución histórica y cultural. Se analizan los fundamentos lógicos y conceptuales de las matemáticas, así como los procesos de abstracción, generalización y formalización que son característicos de esta disciplina (Chevallard, 1999; Gómez, 2007).

Objetos matemáticos

Los objetos matemáticos son entidades abstractas que representan conceptos matemáticos, como números, figuras geométricas, ecuaciones, entre otros. Estos objetos tienen una existencia propia y pueden ser manipulados y transformados mediante operaciones matemáticas. En el contexto de la TAD, los objetos matemáticos son considerados como herramientas culturales que se utilizan para resolver problemas y construir conocimiento matemático. La teoría antropológica de lo didáctico se centra en comprender cómo los estudiantes construyen significados y relaciones con respecto a estos objetos, y cómo estos significados evolucionan a lo largo del tiempo. Se considera que los objetos matemáticos tienen una existencia social y cultural, y que su comprensión implica la apropiación de las prácticas y significados matemáticos en un contexto sociocultural específico (Chevallard, 1999; Gómez, 2007).

Situación didáctica

Las situaciones didácticas son escenarios de enseñanza y aprendizaje en los que se presentan problemas o tareas matemáticas. Estas situaciones están diseñadas para promover la interacción entre los estudiantes y los objetos matemáticos, así como para fomentar la reflexión y el razonamiento matemático. En la TAD, se considera que las situaciones didácticas son mediadoras entre los objetos matemáticos y los estudiantes, y

desempeñan un papel fundamental en la construcción del conocimiento matemático. Este concepto se refiere al contexto en el que ocurre el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. La teoría antropológica de lo didáctico reconoce que este contexto está influenciado por múltiples factores, incluyendo los aspectos institucionales, como el currículo y las políticas educativas, así como los aspectos interpersonales, como las interacciones entre estudiantes y profesores. Se analiza cómo estos elementos influyen en la construcción del conocimiento matemático y cómo se pueden diseñar situaciones didácticas que promuevan un aprendizaje significativo (Chevallard, 1999; Gómez, 2007).

Obstáculos epistemológicos

Estos obstáculos se refieren a las dificultades cognitivas y conceptuales que experimentan los estudiantes al intentar comprender y asimilar conceptos matemáticos específicos. La teoría antropológica de lo didáctico busca identificar estos obstáculos y diseñar estrategias de enseñanza que los superen. Se reconoce que estos obstáculos pueden estar relacionados con la estructura lógica de las matemáticas o con concepciones erróneas arraigadas en los estudiantes, y se busca proporcionar herramientas y recursos didácticos adecuados para abordarlos (Chevallard, 1999; Gómez, 2007).

Instrumentación matemática

Este concepto se refiere a los recursos y herramientas que se utilizan en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La teoría antropológica de lo didáctico analiza cómo estos instrumentos mediadores influyen en la construcción del conocimiento matemático y cómo pueden ser utilizados de manera efectiva en el aula. Se reconoce que estos instrumentos no son neutrales, sino que tienen un impacto en la forma en que los estudiantes interactúan con los objetos matemáticos.

Etnomatemáticas

Esta dimensión se centra en el estudio de las prácticas matemáticas presentes en diferentes culturas y comunidades. La teoría antropológica de lo didáctico reconoce que las matemáticas no son universales, sino que están influenciadas por contextos culturales específicos. Se valora y aprovecha el conocimiento y las prácticas matemáticas locales de los estudiantes, fomentando un enfoque culturalmente relevante de la enseñanza de las matemáticas. Se investigan las formas en que las culturas y comunidades abordan y resuelven problemas matemáticos, y se busca establecer conexiones entre las prácticas matemáticas locales y las prácticas matemáticas escolares (Chevallard, 1999; Gómez, 2007). Además de estos conceptos fundamentales, la teoría antropológica de lo didáctico también se basa en metodologías de investigación específicas para comprender y analizar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde una perspectiva antropológica. Estas metodologías incluyen el análisis de situaciones didácticas, la observación

y el registro de interacciones en el aula, el análisis de tareas matemáticas y la recopilación de datos etnográficos sobre las prácticas matemáticas en diferentes contextos culturales (Chevallard, 1999; Gómez, 2007).

Objeto de Estudio

En la TAD, el "objeto de estudio" se refiere a los contenidos matemáticos que son enseñados y aprendidos en el contexto educativo. A diferencia de las concepciones más tradicionales que consideran las matemáticas como un conjunto estático de conceptos, la TAD postula que los contenidos matemáticos son dinámicos y sujetos a una constante evolución. Cada contenido matemático es explorado desde una perspectiva histórica, epistemológica y cultural, reconociendo su capacidad de adaptación y transformación en diferentes contextos.

Teoría Antropológica

Uno de los aspectos distintivos de la TAD es su enfoque antropológico. Esta teoría considera que las prácticas matemáticas están arraigadas en las culturas y comunidades humanas. Estudia cómo las matemáticas son desarrolladas y transmitidas en diferentes contextos culturales y cómo estas prácticas influyen en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Didáctica

La didáctica en la TAD es concebida como una disciplina autónoma que se encarga del análisis y comprensión de cómo los contenidos matemáticos son adaptados para la enseñanza. Este proceso, conocido como "transposición didáctica", implica la selección de contenidos, la simplificación de conceptos y la creación de estrategias pedagógicas para hacer que las matemáticas sean accesibles y significativas para los estudiantes.

Transposición Didáctica

La transposición didáctica hace referencia al proceso mediante el cual los conocimientos matemáticos científicos se transforman en conocimientos enseñables, es decir, en conocimiento adaptado y presentado de manera accesible para los estudiantes. En este proceso, los contenidos matemáticos se adaptan y organizan de acuerdo con las características de los estudiantes y del contexto educativo. La transposición didáctica implica una interpretación y una recontextualización de los conocimientos matemáticos, considerando aspectos socioculturales y cognitivos. La transposición didáctica implica seleccionar, organizar y presentar los contenidos matemáticos de acuerdo con las características y necesidades de los

estudiantes, tomando en cuenta su nivel de desarrollo, sus experiencias previas y su contexto sociocultural. Existen distintos niveles de transposición que involucran la selección, simplificación y organización de los contenidos.

¿Qué es la transposición de los saberes? O, mejor dicho: ¿por qué hay transposición de los saberes? La respuesta es a priori muy simple y se puede explicitar en algunos puntos. Primer punto: los saberes nacen y crecen en ciertos “lugares” determinados de la sociedad. (La producción de los saberes es algo complejo, que supone una “ecología” particular.) Segundo punto: las necesidades sociales hacen que los saberes producidos deban vivir también en otros lugares de la sociedad. (La cosa es todavía más compleja y oscura: así, casi cada objeto de uso cotidiano “contiene” hoy día, de manera invisible para el usuario, matemáticas “cristalizadas”, y un montón de otros saberes más.) Tercer punto: para poder vivir “lejos” de sus lugares de producción, los saberes sufren transformaciones que los adaptan a las ecologías “locales” correspondientes. (De este modo, los objetos matemáticos que manipulan ingenieros, economistas o geógrafos deben empezar a vivir “en asociación” con otros objetos, que el matemático ignora y que, por lo menos culturalmente, parecen propios de estos ámbitos específicos de la práctica social.) La explicación anterior define de manera muy amplia los procesos sociales de transposición. Hablaremos al respecto de la transposición institucional de los saberes. Porque los “lugares” mencionados más arriba son instituciones: tal saber, que vive en tal institución, se transpone en otra institución. Cuando un saber se transpone en una institución para ser estudiado, hablaremos de transposición didáctica. (El adjetivo didáctico corresponde aquí al sustantivo estudio.) El ejemplo de la Escuela es, en este caso, fundamental, aunque no sea único. Porque ni las matemáticas, ni la gramática, por ejemplo, han sido “producidos” para los niños y niñas. Sin embargo, estos saberes viven –más o menos, mejor o peor– en la escuela de hoy día. Para estar presentes, para poder ser estudiados, se requiere una transposición, que supone a su vez un inmenso trabajo transpositivo. (Chevallard, 1985) La transposición didáctica tiene como objetivo detectar y analizar diferencias de este tipo, así como encontrar las causas que las producen, con la intención de erradicarlas.

La TAD propone la noción de praxeología, que describe cualquier actividad humana; donde el saber se organiza en dos niveles el primero es la praxis, entendiéndose como el saber hacer partiendo de algunas tareas, problemas y técnicas, y el logos, o saber con el que se describe y organiza la matemática y la didáctica. Por ello para Chevallard (1999) toda actividad humana se puede describir con un modelo único llamado praxeología. (Chevallard, 1985) La didáctica de la matemática debe estudiar los procesos de transposición didáctica, las formas de organización matemática y didáctica presentes en las instituciones educativas, las condiciones y restricciones que afectan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El

objetivo es comprender en profundidad estos fenómenos para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina.

Diversidad de Situaciones Didácticas

La TAD reconoce que no existe una única forma de enseñar matemáticas. Cada contexto educativo es único y presenta desafíos específicos. Por lo tanto, la TAD enfatiza la necesidad de considerar la diversidad de situaciones didácticas, que varían según el nivel educativo, el contexto cultural y las características de los estudiantes.

Contrato Didáctico

El "contrato didáctico" es un acuerdo implícito entre el profesor y los estudiantes sobre las reglas y normas que rigen la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, sobre lo que se enseñará y cómo se llevará a cabo la enseñanza. Este contrato establece las expectativas mutuas, los roles y las responsabilidades de cada parte, así como las formas de interacción y comunicación en el aula. En la TAD, se considera que el contrato didáctico es un elemento clave para el desarrollo de la actividad matemática en el aula, reconoce que este contrato es dinámico y puede evolucionar a lo largo del proceso educativo, lo que subraya la importancia de la comunicación y la flexibilidad en el aula.

Retoma el concepto de contrato didáctico, así como de las relaciones que mantiene con los procesos de aprendizaje, porque ahí se encuentra el significado del conocimiento construido por los alumnos.

Recordemos que el contrato didáctico institucional está formado por un conjunto de cláusulas que distribuyen las responsabilidades recíprocas en el juego que se establece en cada institución docente entre los estudiantes, el conocimiento matemático y el profesor, como director del proceso de estudio. Las cláusulas del contrato tienen un carácter marcadamente implícito (el contrato siempre está presente, pero no se puede explicitar) y no rigen todos los aspectos de la relación que se establece entre los estudiantes y el profesor, sino únicamente los que hacen referencia al conocimiento matemático a estudiar. (Chevallard, 1992, p.)

Obstáculos Didácticos

La TAD también se centra en la identificación de "obstáculos didácticos", que son las dificultades que los estudiantes pueden encontrar al aprender matemáticas. Estos obstáculos pueden estar relacionados con malentendidos conceptuales, concepciones previas erróneas o con la forma en que se presenta la información.

Evolución del Saber Matemático

Finalmente, destaca que el conocimiento matemático es una entidad en constante evolución, se presta especial atención a cómo las nuevas teorías matemáticas pueden introducirse de manera efectiva en el aula y cómo la didáctica debe adaptarse a estos cambios.

Praxeologías Matemáticas

El postulado fundamental de la TAD está en contra de esta visión particularista del mundo social: se reconoce que toda actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo único, que se conoce aquí como praxeología. Antes de considerar lo que se conoce como tal, es importante destacar que se parte de una hipótesis que no distingue claramente la actividad matemática de las actividades humanas: las matemáticas deberán ser reconocidas por su especificidad de otra manera (Chevallard, 1999). Describe el conocimiento matemático en términos de organizaciones o praxeologías matemáticas cuyos componentes principales son tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Además, el problema central de la didáctica es el estudio de la relación institucional con el saber, de sus condiciones y de sus efectos, considerando el conjunto de condicionantes cognitivos, culturales, sociales, inconscientes, fisiológicos del alumno, que juegan o pueden jugar un papel en la formación de su relación personal con el objeto de saber en cuestión

Chevallard (1999) define una praxeología como toda actividad humana que está compuesta de cuatro componentes: una tarea o tipos de problemas y cuestiones para cuya realización se desarrolla la actividad; una técnica o forma de realizar la tarea; una tecnología o discurso racional que justifica y explica la técnica; y una teoría o discurso más general que justifica y fundamenta la techné. Las praxeologías matemáticas son por tanto los elementos constituyentes de la actividad matemática y se organizan jerárquicamente en diferentes niveles de complejidad.

Praxeologías y Organizaciones Matemáticas

Esta teoría, tiene su propia visión del aprendizaje matemático, adopta una visión piagetiana, como lo hizo Brousseau, postulando que todo conocimiento es construido gracias a una continua interacción entre el sujeto y el objeto, sin embargo, también se diferencia de otras teorías constructivistas debido a la manera específica en la que asume la relación entre el alumno y el saber. Entonces, el camino entre la institución que produce el saber y el saber que se ha enseñado se erige mediante procesos de transposiciones, no unidireccionales, que algunos autores como Barquero, Bosch y Gascón (2010) han simplificado de la siguiente manera:

Praxeología sabía, Praxeología a enseñar, Praxeología enseñada, Praxeología “aprendida”. El aspecto esencial de la actividad matemática es la actividad de modelización que consiste en construir un modelo (matemático) de la realidad que queremos estudiar, el trabajar con dicho modelo e interpretar los resultados obtenidos permite contestar las cuestiones planteadas (Chevallard, Bosch y Gascón, 1997).

Es la unidad mínima de análisis que está compuesta por una tarea (tipo de problemas y cuestiones para cuya realización se desarrolla la actividad), técnica (forma de realizar la tarea), tecnología (discurso racional que justifica y explica la técnica) y teoría (discurso más general que justifica y fundamenta la techné), esta se compone de cuatro elementos (Chevallard, 1999):

Tareas

Son las actividades que se proponen a los estudiantes para que desarrollen su aprendizaje. La noción de tarea es más amplia que la del lenguaje debido a que la noción de tarea supone tipos de tarea, y un objeto relativamente preciso. Un ejemplo de ello es “Calcular el valor de una función en un punto dado”, es un tipo de tarea, y a “Calcular” se le conoce como *género de tareas* y este existe sólo bajo la forma de diferentes tipos de tareas, cuyo contenido estará estrechamente especificado.

Tareas, tipos de tareas, géneros de tareas no son datos de la naturaleza, son “artefactos, construcciones institucionales, cuya reconstrucción en tal institución es un problema completo, que es el objeto mismo de la didáctica. (Chevallard, 1999)

Notación:

Tarea t

Tipo de tarea T

Cuando una tarea forma parte de un tipo de tareas T , $t \in T$

Tipos de tareas (T):

En la raíz de la noción de praxeología, se encuentran las nociones solidarias de tarea t , y de tipo de tareas, T . Cuando una tarea t forma parte de un tipo de tareas T , se escribirá $t \hat{\in} T$. En la mayoría de los casos, una tarea (y el tipo de tareas asociado) se expresa por un verbo: limpiar la habitación, desarrollar la expresión literal dada, dividir un entero entre otro, saludar a un vecino, leer un manual de empleo, subir una escalera, integrar la función (x) $(\ln x) / x = 1$ y $x = 2$, etc. Tres puntos deben ser subrayados inmediatamente. En primer lugar, la noción de tarea empleada aquí es evidentemente más amplia que la del lenguaje corriente: rascarse la mejilla, ir del sofá al armario, e incluso sonreír

a alguien, son también tareas. Se trata de una puesta en práctica particularmente simple del “principio antropológico” evocado anteriormente. A continuación, la noción de tarea o, mejor, de tipo de tareas, supone un objeto relativamente preciso. Subir una escalera es un tipo de tarea, pero subir, simplemente, no lo es. De la misma manera, calcular el valor de una función en un punto es un tipo de tareas, pero calcular, simplemente, es lo que se llamará un género de tareas, que pide un determinativo... Por último, tareas, tipos de tareas, géneros de tareas no son datos de la naturaleza, son “artefactos”, “obras”, construcciones institucionales, cuya reconstrucción en tal institución, y por ejemplo en tal clase, es un problema completo, que es el objeto mismo de la didáctica. (Chevallard, 1999, p.2)

Técnicas (τ)

Son los procedimientos y estrategias que se utilizan para llevar a cabo las tareas propuestas.

se considerará en primer lugar... la estática de las praxeologías, ignorando pues, provisionalmente, la cuestión de su dinámica, y en particular de su génesis. Sea pues T un tipo de tareas dado. Una praxeología relativa a T requiere (en principio) una manera de realizar las tareas $t \hat{I} T$: a una determinada manera de hacer, \hat{o} , se le da aquí el nombre de técnica (del griego tekhnê, saber hacer). Una praxeología relativa al tipo de tareas T contiene pues, en principio, una técnica \hat{o} relativa a T. Contiene así un “bloque” designado por $[T/\hat{o}]$, que se denomina bloque prácticotécnico y que se identificará genéricamente con lo que comúnmente se denomina un saberhacer: un determinado tipo de tareas, T y una determinada manera, \hat{o} , de realizar las tareas de este tipo. Una vez más deben hacerse aquí tres precisiones.

En primer lugar, una técnica \hat{o} -una “manera de hacer”- no tiene éxito más que sobre una parte $P(\hat{o})$ de las tareas del tipo T a la cual es relativa, parte que se denomina alcance de la técnica: la técnica tiende a fracasar sobre $T \setminus P(\hat{o})$ de manera que se puede decir que “no se sabe, en general, realizar las tareas del tipo T”.

La cosa es obvia, pero muy a menudo olvidada, en matemáticas. Así toda técnica de cálculo sobre N fracasa a partir de cierta extensión de los números. Del mismo modo, el hecho de que no se pueda en general factorizar un entero dado está claramente en la base de algunas técnicas de criptografía.

En esta visión, una técnica puede ser superior a otra, si no sobre toda T, al menos sobre alguna parte de ella: tema al que volveremos a propósito de la evaluación de las praxeologías. (Chevallard, 1999, p. 3)

Luego, notemos que una técnica no siempre es algorítmica o casi algorítmica: es raro. Pintura de paisajes, fundación de familias y axiomatización de este campo de las matemáticas son tareas para las cuales la

técnica algorítmica no es obligatoria... Sin embargo, es cierto que parece haber una inclinación generalizada hacia la algoritmización, aunque en ocasiones este avance tecnológico puede detenerse durante un período prolongado en una institución, debido a tareas particulares o complejas (Chevallard, 1999). Finalmente, en una institución I dada, para un tipo de tarea T específico, generalmente existe una sola técnica, o al menos un pequeño número de técnicas institucionalmente reconocidas, con la exclusión de técnicas alternativas que pueden existir efectivamente en otras instituciones. Los actores de I se excluyen debido a la creencia de que las técnicas institucionales son naturales. En contraste con las técnicas alternativas posibles, los sujetos de I las ignoran o las consideran espontáneamente artificiales y (por lo tanto) "contestables" e "inaceptables". En esta perspectiva, es común que los sujetos de I muestran verdaderas emociones institucionales por las técnicas naturalizadas en la institución. (Chevallard, 1999)

Tecnología (θ)

Se refiere a los recursos y herramientas que se utilizan en el proceso de enseñanza y aprendizaje, como libros de texto, pizarras digitales o plataformas educativas en línea.

Se entiende por tecnología, y se indica generalmente por q , un discurso racional -el logos- sobre la técnica -la tekhnê- θ , discurso cuyo primer objetivo es justificar "racionalmente" la técnica θ , para asegurarse de que permite realizar las tareas del tipo T, es decir, realizar lo que se pretende. El estilo de racionalidad puesto en juego varía por supuesto en el espacio institucional y, en una institución dada, al filo de la historia de esta institución, de manera que una racionalidad institucionalmente dada podrá aparecer... como poco racional en otra institución. De nuevo tres observaciones completarán esta presentación. Se admitirá en primer lugar como un hecho de observación que, en una institución I, cualquiera que sea el tipo de tareas T, la técnica θ relativa a T está siempre acompañada de al menos un embrión o más frecuentemente aún, de un vestigio de tecnología q . En numerosos casos, incluso, algunos elementos tecnológicos están integrados en la técnica. Así ocurre tradicionalmente en la aritmética elemental, en la que el mismo pequeño discurso tiene una doble función, técnica y tecnológica, que permite a la vez encontrar el resultado pedido (función técnica) y justificar que es correcto el resultado esperado (función tecnológica), como cuando se dice: "Si 8 caramelos cuestan 10 Francos, 24 caramelos, o sea, 3 veces 8 caramelos, costarán 3 veces más, es decir, 3 veces 10 Francos" Por otra parte, el hecho de que exista en I una técnica canónica, en principio la única reconocida y la única empleada, confiere a esta técnica una virtud "autotecnológica": actuar de esta manera no exige justificación, porque es la buena manera de actuar (en I). (Chevallard, 1999, p. 4)

Es importante destacar que la tecnología tiene una segunda función: explicar, hacer comprensible y aclarar la técnica. Si la primera función, justificar la técnica, es asegurarse de que la técnica da lo que se espera de ella, la segunda función es demostrar por qué es correcta. Se observará que una tecnología determinada asume estas dos funciones de manera desigual. Según esta perspectiva, en matemáticas, la función de justificación ha predominado tradicionalmente sobre la función de explicación a través de la exigencia demostrativa. (Chevallard, 1999). Finalmente, existe una tercera función que se refiere a un uso más moderno del término tecnología: la función de producción de técnicas. Notemos que siempre hay tecnologías potenciales a la espera de técnicas que no son aún tecnologías de alguna técnica o que lo son de una variedad limitada de métodos. Se destacará el fenómeno de la sobreexplotación de las tecnologías disponibles, tanto en términos de explicación como de producción (Chevallard, 1999).

Teoría (Θ)

tecnología de una techné de nivel superior que sirve para justificar y fundamentar.

A su vez, el discurso tecnológico contiene afirmaciones, más o menos explícitas, de las que se puede pedir razón. Se pasa entonces a un nivel superior de justificación - explicación-producción, el de la teoría, Q, que retoma, en relación con la tecnología, el papel que ésta última tiene respecto a la técnica. Por supuesto, se puede imaginar que esta regresión justificativa se persiga hasta el infinito -que exista una teoría de la teoría, etc. De hecho, la descripción en tres niveles presentada aquí (técnica/tecnología/teoría) es suficiente en general para darse cuenta de la actividad que se quiere analizar. La teoría, tierra de elección de perogrulladas, tautologías y otras evidencias, es incluso a menudo evanescente: la justificación de una tecnología dada es, en muchas las instituciones, tratada por simple reenvío a otra institución, real o supuesta, censada como poseedora de una tal justificación. Éste es el sentido clásico: “Se demuestra en matemáticas...” del profesor de física, o aún del “Se ha visto en geometría ...” del profesor de matemáticas de antaño. En todo ámbito, la naturaleza de la teoría puede fluctuar, y de hecho fluctúa históricamente. Como ocurre en materia técnica o tecnológica, hay aquí un progreso teórico que conduce en general a sustituir las evidencias “metafísicas” por enunciados teóricos positivos. Sea así el principio de recurrencia: $P \Rightarrow P_{n+1} \Rightarrow P_n \Rightarrow P_{n-1} \Rightarrow \dots \Rightarrow P_1 \Rightarrow P_0$. Para justificar este ingrediente tecnológico principal de las demostraciones por recurrencia, se puede, entre otras cosas, referirse, como hace Henri Poincaré, a “la potencia del espíritu que se sabe capaz de concebir la repetición indefinida de un mismo acto desde que este acto es una vez posible” (Poincaré 1902), o bien admitir como un axioma que toda parte no vacía de \mathbb{N} tiene un primer elemento, y mostrar entonces que de ahí se desprende el principio de recurrencia. En griego, theôria ha tomado a partir de Platón el sentido moderno de “especulación abstracta”. Pero, en el origen, significaba simplemente la idea de contemplación de

un espectáculo -el theôros era el espectador que miraba la acción sin participar. De hecho, los enunciados teóricos aparecen frecuentemente como “abstractos”, apartados de las preocupaciones de los “simples” tecnólogos y técnicos. Este efecto de abstracción es correlativo a lo que funda la gran generatividad de los enunciados teóricos -su capacidad para justificar, para explicar, para producir. (Chevallard, 1999, p. 6)

Saber-hacer y saberes

Alrededor de un tipo de tareas, T, se encuentra así, en principio, una tripleta formada por una técnica (al menos), \hat{o} , por una tecnología de \hat{o} , q, y por una teoría de q, Q. El total, indicado por $[T/\hat{o}/q/Q]$, constituye una praxeología puntual, donde este último calificativo significa que se trata de una praxeología relativa a un único tipo de tareas, T. Una tal praxeología -u organización praxeológica- está pues constituida por un bloque prácticotécnico, $[T/\hat{o}]$, y por un bloque tecnológico-teórico, $[q/Q]$. El bloque $[q/Q]$ se identifica habitualmente como un saber, mientras que el bloque $[T/\hat{o}]$ constituye un saber-hacer. Por metonimia se designa corrientemente como “saber” la praxeología $[T/\hat{o}/q/Q]$ completa, o incluso cualquier parte de ella. Pero esta manera de hablar estimula una minoración del saber-hacer, sobre todo en la producción y difusión de las praxeologías: así, como ya hemos señalado, encontramos a menudo tecnologías que “esperan su primer empleo”, o que han “perdido su empleo”. (Chevallard, 1999, p. 6)

El dominio del conocimiento nunca es accidental. En realidad, es poco común en las praxeologías puntuales. En la mayoría de los casos, en una institución específica, I, existe una teoría Q que se responde a varias tecnologías, q_j , cada una de las cuales justifica y hace inteligibles varias técnicas, \hat{o}_{ij} , que se relacionan con otros tantos tipos de tareas, T_{ij} . Las organizaciones puntuales se combinarán primero en las organizaciones locales, $[T_i/\hat{o}_i/q/Q]$, que se enfocan en una tecnología q específica, y luego en las organizaciones regionales, $[T_{ij}/\hat{o}_{ij}/q_j/Q]$, que se basan en una teoría Q. En adelante, el complejo praxeológico obtenido, $[T_{ijk}/\hat{o}_{ijk}/q_{jk}/Q_k]$, en una institución específica, se denominará organización global a partir de la suma de varias organizaciones regionales correspondientes a varias teorías Q_k . (Chevallard, 1999)

La transición de una praxeología puntual $[T/\hat{o}/q/Q]$ a una praxeología local $[T_i/\hat{o}_i/q/Q]$ inicia la tecnología q, al igual que la transición a una praxeología regional $[T_{ij}/\hat{o}_{ij}/q_j/Q]$ introduce la teoría Q. En ambos casos, el bloque de conocimiento se vuelve más visible, lo que afecta negativamente al saber-hacer. Es cierto que existe una explicación para este desequilibrio, ya que si bien es cierto que el tipo de tarea está genéticamente precedido por el bloque $[q/Q]$ en la mayoría de los casos, también es cierto que el conocimiento de $[q/Q]$ permite generar \hat{o} (para T dado). El saber-hacer $[T/\hat{o}]$ es comúnmente presentado en el texto del saber cómo

una simple aplicación del “saber” [q/Q]. (Chevallard, 1999). Las praxeologías se organizan y articulan en diferentes niveles de complejidad formando organizaciones matemáticas. En los niveles superiores se encuentran las teorías más abstractas y en los inferiores las técnicas más concretas (Bosch et al., 2004).

Organizaciones Matemáticas

Una organización matemática se define como un conjunto de praxeologías matemáticas, de diferentes niveles, relacionadas entre sí alrededor de un determinado tipo de problemas (Chevallard, 2013). Las organizaciones matemáticas son dinámicas y evolucionan con el tiempo tanto en la matemática como disciplina de referencia como en la matemática escolar.

Organizaciones Didácticas

Cuando una organización matemática es delimitada y diseñada para ser enseñada y aprendida, se denomina organización didáctica u organización didáctica de un contenido de enseñanza (Chevallard, 1991). Las organizaciones didácticas sufren un proceso de transformación respecto a las organizaciones matemáticas de referencia que se conoce como transposición didáctica.

Instrumentación Didáctica

La instrumentación didáctica se refiere a las estrategias y recursos que el profesor utiliza para organizar y estructurar la enseñanza de las matemáticas. Esto incluye la selección de situaciones didácticas, la elección de registros de representación, la planificación de actividades y la gestión del tiempo en el aula. En la TAD, se considera que la instrumentación didáctica es fundamental para promover el aprendizaje significativo de las matemáticas.

Transposición Didáctica

La transposición didáctica es el proceso mediante el cual el saber sabio o erudito (producido en la comunidad científica) se transforma en saber a enseñar y luego en saber enseñado en las instituciones escolares (Chevallard, 1991), se preocupa por detectar y analizar las diferencias entre el conocimiento matemático científico y el conocimiento matemático escolar (Otero, 2013); también, se enfoca en la formación del profesorado de matemáticas de secundaria, y ha contribuido a la manera de plantear la enseñanza de las matemáticas (Bosch y Gazcon, 2009). En este proceso de transposición juegan un papel importante las instituciones y comunidades educativas. En este proceso se distinguen dos transposiciones (Bosch y Gascón, 2006):

- Transposición didáctica externa: del saber sabio al saber a enseñar, es decir, la transformación para convertirlo en contenido de enseñanza.
- Transposición didáctica interna: del saber a enseñar al saber realmente enseñado en las aulas. Depende de las condiciones y limitaciones de la institución.

La transposición conlleva adaptaciones, selección de contenidos relevantes, gradación progresiva, preparación de actividades, etc. para transformar el saber en objeto de enseñanza.

Momento del Primer Encuentro

Otro concepto relevante es el momento del primer encuentro, que se refiere al instante en que el alumno se enfrenta por primera vez a un nuevo objeto de saber (Chevallard, 1999). Este momento es clave porque condiciona en gran medida la futura relación del alumno con dicho objeto de saber.

Tiempo Didáctico

El tiempo didáctico alude al tiempo propio de las organizaciones didácticas, marcado por la planificación y programación de la enseñanza. Se distingue del tiempo matemático relativo al desarrollo lógico de las organizaciones matemáticas (Chevallard et al., 1997).

Topos del Alumno y del Profesor

Los topos se refieren a los roles y responsabilidades de alumnos y profesores respecto a un objeto de saber. Delimitan lo que está a cargo de cada uno en la construcción de conocimientos (Chevallard, 1999).

Despersonalización del Saber

Indica que en la escuela el saber matemático se presenta como absoluto, preexistente y desvinculado de sus creaciones humanas e históricas (Bosch y Gascón, 2006).

Entornos y Ecología de las Organizaciones Matemáticas

Para estudiar cómo viven y se desarrollan las organizaciones matemáticas, Chevallard (1999) propone el análisis de: Entorno de aprendizaje: donde se genera el estudio personal. Entorno de enseñanza: donde se realiza la acción docente. Entorno social: interacciones con otros ámbitos institucionales y culturales. Esta ecología determina las restricciones y potencialidades didácticas de las organizaciones matemáticas.

Enfoque Metodológico

La teoría antropológica de lo didáctico conlleva un enfoque metodológico cualitativo/interpretativo para estudiar en profundidad los procesos de enseñanza y aprendizaje matemáticos en sus contextos institucionales y socioculturales.

Registros de Representación

Los registros de representación son diferentes formas de representar los objetos matemáticos, como símbolos, gráficos, diagramas o palabras. Cada registro de representación tiene sus propias reglas y convenciones, y permite acceder a diferentes aspectos de los objetos matemáticos. Se considera que los registros de representación son herramientas culturales que permiten la comunicación y el intercambio de ideas matemáticas entre los estudiantes y el profesor.

Analizar las prácticas docentes

La falta de praxeología generalmente se debe a la falta de herramientas. ¿Cómo se pueden completar las tareas del tipo T? Además, o más importante, ¿cómo se pueden realizar de manera más efectiva estas tareas? La creación de técnicas y praxeologías es necesaria para abordar estas interrogantes. En términos generales, al identificar un tipo de tareas, T, se procede a (re)estudiar el tema, denominado genéricamente $\hat{\delta}T$, mediante la utilización de una técnica adecuada que permita completar las tareas $t \hat{\in} T$, así como de la praxeología correspondiente. La praxeología puntual $OT = [T/\hat{\delta}/q/Q]$ que se refiere a la (re)construcción surge de la pregunta $\hat{\delta}T$ - ¿cómo realizar las tareas del tipo T? -. (Chevallard, 1999). Los desarrollos anteriores expresan el objetivo de estudiar -o más bien de retomar como una novedad reciente- la cuestión $\hat{\delta}T$ relativa a un tipo de tareas T cuya denominación puede ser: Analizar las prácticas docentes.

El nombre hace referencia indirectamente a un tema más amplio, el cual se abordará a través de un esquema común que describe cuatro categorías principales de tareas. Dado un objeto o relacionado con las prácticas docentes, se tratará primero de observar el objeto o (T1), luego de describir y analizar el objeto o (T2), evaluar el objeto o (T3) y, finalmente, desarrollar el objeto o (T4). Naturalmente, estos tipos de tareas, que se refieren a ciertos tipos de tareas (observar, describir, analizar, evaluar y desarrollar) que están claramente definidos en la cultura común (¿qué significa desarrollar, por ejemplo?) aún deben construirse en conjunto con los otros componentes -técnicos, tecnológicos y teóricos- de las praxeologías mencionadas. (Chevallard, 1999)

En lo que sigue, el tipo de tareas T1, (la observación) será poco o mucho neutralizado por el recurso a unos corpus simplemente invocados de datos de observación ya constituidos. Los tipos de tareas T3 (la evaluación) y T4 (el desarrollo), sobre los que volveremos, estarán en el horizonte del trabajo

más que en su interior. En el centro del trabajo, se situará, pues el tipo de tareas T2 -la descripción y el análisis de ciertos objetos o relativos a las prácticas de enseñanza. (Chevallard, 1999, p. 9)

Las dos categorías de objetos o considerados serán: Se considerará lo siguiente para un tema de estudio matemático q: a) la realidad matemática que puede construirse en una clase de matemáticas donde se estudia el tema q; b) cómo puede construirse esta realidad matemática, es decir, cómo puede realizarse el estudio del tema q. El primer objeto, llamado "la realidad matemática que...", es una praxeología u organización matemática conocida como OMq. La organización didáctica, que se describirá de manera similar a la de OD, será el segundo objetivo. La tarea para realizar se enfoca principalmente en los dos tipos de tareas siguientes: descripción y análisis de la organización matemática OMq que se puede crear en una clase de matemáticas donde se estudia el tema q (T21); y descripción y análisis de la organización didáctica ODq que se puede implementar en una clase de matemáticas donde se estudia el tema q (T22). (Chevallard, 1999)

Aportaciones de la Teoría

La Teoría Antropológica de lo Didáctico ha tenido un impacto significativo en la investigación y práctica de la enseñanza de las matemáticas, ha supuesto numerosas aportaciones relevantes en didáctica de la matemática. Algunas de las más destacadas son:

- Ofrecer una perspectiva sistémica e integral para estudiar los procesos de enseñanza y aprendizaje matemáticos.
- Poner el foco en el análisis de las organizaciones matemáticas y didácticas presentes en las instituciones educativas.
- Estudiar en profundidad los procesos de transposición didáctica interna y externa.
- Considerar las condiciones y limitaciones institucionales que posibilitan y constriñen la enseñanza y el aprendizaje.
- Incorporar el contexto sociocultural como elemento que condiciona la actividad matemática escolar.
- Aportar herramientas metodológicas para el análisis didáctico y para la innovación educativa.
- Favorecer el desarrollo de la didáctica de la matemática como disciplina científica consolidada.
- Renovar el campo teórico de la didáctica de la matemática en las últimas décadas (Gascón, 2014).

De manera específica podemos observar:

1. Análisis de Libros de Texto y Currículos

La TAD proporciona herramientas para analizar cómo se presenta el conocimiento matemático en los libros de texto y currículos. Varios estudios han utilizado el enfoque praxeológico para evaluar la coherencia y completitud de los materiales didácticos.

Ejemplo: Barbé et al. (2005) analizaron la enseñanza de los límites de funciones en el bachillerato español utilizando la TAD. Encontraron que los libros de texto a menudo presentaban técnicas de cálculo de límites sin suficiente justificación tecnológica, lo que podría llevar a una comprensión superficial del concepto.

Resultados: Este tipo de análisis ha llevado a recomendaciones para mejorar los materiales didácticos, enfatizando la necesidad de un mejor equilibrio entre los aspectos prácticos y teóricos de las matemáticas.

2. Diseño de Secuencias Didácticas

La TAD ha inspirado el diseño de secuencias didácticas que buscan desarrollar praxeologías matemáticas completas, abordando tanto los aspectos prácticos como los teóricos.

Ejemplo: Barquero et al. (2013) diseñaron e implementaron un Recorrido de Estudio e Investigación (REI) sobre modelización matemática en un curso universitario de ingeniería. El REI se centró en la cuestión "¿Cómo predecir la evolución de una población?"

Resultados: Los estudiantes desarrollaron modelos matemáticos cada vez más sofisticados, pasando de modelos lineales a exponenciales y logísticos. El enfoque REI permitió una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos y su aplicación en contextos reales.

3. Formación de Profesores

La TAD se ha utilizado para analizar y mejorar la formación de profesores de matemáticas, enfocándose en el desarrollo de praxeologías didácticas.

Ejemplo: Ruiz-Olarría y Sierra (2011) utilizaron la TAD para diseñar un programa de formación para futuros profesores de matemáticas de secundaria. El programa se centró en el desarrollo de praxeologías matemáticas y didácticas relacionadas con la proporcionalidad.

Resultados: Los participantes desarrollaron una comprensión más profunda de la proporcionalidad y mejoraron su capacidad para diseñar y analizar situaciones didácticas. El enfoque praxeológico les permitió ser más conscientes de las conexiones entre diferentes aspectos del conocimiento matemático y didáctico.

4. Análisis de Prácticas Docentes

La TAD proporciona un marco para analizar las prácticas docentes en el aula de matemáticas, identificando las praxeologías matemáticas y didácticas que se ponen en juego.

Ejemplo: Bosch y Gascón (2009) analizaron las prácticas de profesores de matemáticas en la enseñanza del álgebra elemental utilizando la TAD. Identificaron diferentes tipos de praxeologías algebraicas y cómo estas

influyen en las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes. El análisis reveló la necesidad de desarrollar praxeologías algebraicas más completas y coherentes en la enseñanza. También destacó la importancia de que los profesores sean conscientes de las limitaciones de ciertas praxeologías comúnmente utilizadas.

5. Estudio de la Transposición Didáctica

La TAD ha sido utilizada para estudiar cómo los conceptos matemáticos se transforman desde su forma original hasta su forma enseñada en el aula.

Ejemplo: Bosch et al. (2004) analizaron la transposición didáctica del concepto de función en diferentes niveles educativos, desde la escuela secundaria hasta la universidad.

Resultados: El estudio reveló cómo el concepto de función se presenta de manera diferente en distintos contextos institucionales, a menudo perdiendo algunas de sus características esenciales en el proceso de transposición. Esto llevó a recomendaciones para una presentación más coherente y completa del concepto a lo largo del currículo.

6. Desarrollo de Innovaciones Curriculares

La TAD ha inspirado el desarrollo de enfoques innovadores para la enseñanza de las matemáticas, particularmente a través de los Recorridos de Estudio e Investigación (REI).

Ejemplo: Serrano et al. (2010) implementaron un REI sobre modelización matemática en un curso de ciencias económicas. El REI se centró en la cuestión "¿Cómo comparar tarifas telefónicas?"

Resultados: Los estudiantes desarrollaron habilidades de modelización matemática y una comprensión más profunda de conceptos como funciones, optimización y análisis de datos. El enfoque REI promovió una actitud más positiva hacia las matemáticas y su aplicación en contextos reales.

Evaluación de los Resultados Obtenidos

La aplicación de la TAD en la enseñanza de las matemáticas ha producido resultados prometedores en varios aspectos:

Mejora de la comprensión conceptual: Los enfoques basados en la TAD, especialmente los REI, han demostrado promover una comprensión más profunda y conectada de los conceptos matemáticos.

Desarrollo de habilidades de modelización: La TAD ha sido particularmente efectiva en el desarrollo de habilidades de modelización matemática, permitiendo a los estudiantes aplicar las matemáticas en contextos reales.

Aumento de la motivación: Los enfoques basados en cuestiones generatrices y REI han demostrado aumentar la motivación y el interés de los estudiantes en las matemáticas.

Mejora de la formación docente: La TAD ha proporcionado herramientas valiosas para analizar y mejorar la formación de profesores de matemáticas, promoviendo una visión más completa y coherente del conocimiento matemático y didáctico.

Innovación curricular: La TAD ha inspirado innovaciones curriculares que promueven un aprendizaje más activo y significativo de las matemáticas.

Análisis crítico de materiales didácticos: La aplicación de la TAD ha llevado a un análisis más riguroso y crítico de los libros de texto y materiales curriculares, identificando áreas de mejora.

Desarrollos recientes y perspectivas futuras de la TAD

En los últimos años, la TAD ha continuado evolucionando y expandiendo su alcance. Algunos desarrollos recientes incluyen:

- Integración con otras teorías: Se han realizado esfuerzos para integrar la TAD con otros marcos teóricos, como la Teoría de Situaciones Didácticas o el Enfoque Ontosemiótico (Artigue y Bosch, 2014).
- Aplicación a otras disciplinas: Aunque originalmente desarrollada para las matemáticas, la TAD se ha aplicado a otras áreas del conocimiento, como las ciencias naturales y las ciencias sociales (Chevallard, 2007).
- Desarrollo de nuevos conceptos: Se han introducido nuevos conceptos como el de "recorrido de estudio e investigación" (REI) para operacionalizar el paradigma del cuestionamiento del mundo (Barquero et al., 2013).
- Estudios comparativos internacionales: La TAD se ha utilizado como marco para realizar estudios comparativos de sistemas educativos y prácticas de enseñanza en diferentes países (Winsløw et al., 2014).

En cuanto a las perspectivas futuras, se pueden identificar varias direcciones prometedoras:

- Profundización en el paradigma del cuestionamiento del mundo: Se espera un mayor desarrollo teórico y práctico de este enfoque, incluyendo la creación de materiales y metodologías acordes con sus principios.
- Integración con tecnologías digitales: La aplicación de la TAD al análisis y diseño de entornos de aprendizaje digital y recursos educativos abiertos es un área de creciente interés.

- Estudios longitudinales: Se prevé un aumento en los estudios a largo plazo que examinen cómo las praxeologías matemáticas evolucionan a lo largo del tiempo en diferentes niveles educativos.
- Aplicación a la formación docente: Es probable que se desarrollen más programas de formación docente basados en los principios de la TAD, tanto en la formación inicial como en la formación continua.
- Investigación interdisciplinaria: Se espera una mayor colaboración entre investigadores en didáctica de las matemáticas y otros campos como la antropología, la sociología y la psicología cognitiva para enriquecer y expandir el alcance de la TAD.

Limitaciones y Críticas

- Enfoque demasiado sistemicista que no integra suficientemente la dimensión psicológica y el sujeto (Rodríguez, 2008).
- Escasa atención a los procesos de pensamiento matemático de los alumnos (Cantoral y Farfán, 2003).
- Dificultad para articular con teorías que estudian la cognición matemática (Gómez, 2002).
- Tiempo y recursos: Los enfoques como los REI a menudo requieren más tiempo y recursos que los métodos tradicionales de enseñanza.
- Formación docente: La implementación efectiva de la TAD requiere una formación docente significativa, lo que puede ser un desafío en algunos contextos educativos.
- Evaluación: La evaluación de los aprendizajes en enfoques basados en la TAD puede ser más compleja que en los métodos tradicionales, requiriendo nuevas formas de evaluación.
- Resistencia institucional: La implementación de cambios basados en la TAD puede enfrentar resistencia en instituciones educativas con prácticas y currículos establecidos.

2.4 La Importancia de las Competencias Matemáticas Clave

El sistema educativo mexicano enfrenta numerosos desafíos que afectan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La crisis económica y la desigualdad social son factores que influyen significativamente en la calidad educativa. Las políticas de ajuste estructural y la reducción del financiamiento público han obligado a las instituciones educativas a buscar nuevas formas de financiamiento y gestión (Acosta Silva, 2000a). A pesar de estos desafíos, existen oportunidades para mejorar la educación matemática en México.

La globalización y la internacionalización de la educación han permitido la cooperación internacional y la incorporación de tecnologías de la información y la comunicación en los procesos educativos (Didou, 2006). Estas tendencias ofrecen nuevas oportunidades para la innovación en la enseñanza de las matemáticas y el desarrollo de competencias clave. En el contexto educativo, las competencias matemáticas se han convertido en un pilar fundamental para el desarrollo integral de los estudiantes. Se vuelve primordial abordar la importancia de tres competencias matemáticas clave: construir e interpretar modelos matemáticos, formular y resolver problemas matemáticos, y la explicación e interpretación de resultados matemáticos. Además, de la relevancia de las estrategias de intervención didáctica para el desarrollo de las competencias docentes en el bachillerato, todo ello enmarcado en el contexto nacional mexicano.

2.4.1 Construir e interpretar modelos matemáticos

Construir e interpretar modelos matemáticos es una competencia esencial que permite a los estudiantes entender y representar situaciones del mundo real mediante el uso de las matemáticas. Esta habilidad no solo facilita la comprensión de fenómenos complejos, sino que también es crucial para la toma de decisiones informadas en diversos campos profesionales. En México, la importancia de esta competencia se ve reflejada en la necesidad de formar estudiantes capaces de enfrentar los desafíos económicos y sociales del país. Según la Ley General de Educación, es fundamental desarrollar el pensamiento lógico-matemático desde las primeras etapas de la educación (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2023). La capacidad de construir modelos matemáticos permite a los estudiantes interpretar datos y crear representaciones abstractas que simplifican y explican fenómenos del mundo real.

La capacidad de construir e interpretar modelos matemáticos es esencial para comprender y resolver problemas complejos en diversas áreas del conocimiento y la vida cotidiana. Los modelos matemáticos permiten a los estudiantes abstraer situaciones reales, formular hipótesis y validar resultados. Según Delors (1997), esta competencia es fundamental para el desarrollo de habilidades analíticas y críticas, esenciales en una sociedad cada vez más tecnificada y globalizada. En Puebla, la enseñanza de esta competencia enfrenta desafíos como la falta de recursos didácticos y la insuficiente formación de los docentes en metodologías de modelado matemático. Biggs (2010) destaca que la calidad del aprendizaje depende de la capacidad de los docentes para utilizar métodos pedagógicos que promuevan una comprensión profunda de los conceptos matemáticos. Sin embargo, muchos docentes carecen de la formación necesaria para implementar estas estrategias de manera efectiva. Para desarrollar esta competencia, es fundamental que los docentes utilicen estrategias didácticas que incluyan el uso de software educativo, simulaciones y actividades prácticas que permitan a los estudiantes interactuar con modelos matemáticos. Además, la

formación continua de los docentes debe enfocarse en metodologías de modelado y en el uso de tecnologías educativas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de esta competencia.

La capacidad de formular y resolver problemas matemáticos es crucial para el desarrollo del pensamiento lógico y la habilidad para enfrentar y solucionar situaciones complejas. Esta competencia no solo es vital para el éxito académico, sino también para la vida profesional y personal de los estudiantes. Brunner (2007) argumenta que la habilidad para resolver problemas es una de las competencias más importantes que los sistemas educativos deben desarrollar en los estudiantes. En el contexto de Puebla, uno de los principales desafíos es la predominancia de métodos de enseñanza centrados en la memorización y la repetición mecánica de procedimientos, en lugar de la comprensión y la aplicación de conceptos. Casillas Alvarado y López Zárate (2007) señalan que esta situación se debe, en parte, a la falta de formación y actualización continua de los docentes en técnicas de enseñanza de la resolución de problemas. Para superar estos desafíos, es esencial implementar estrategias didácticas que promuevan el aprendizaje activo y la participación de los estudiantes en la formulación y resolución de problemas. Biggs (2010) sugiere el uso de métodos como el aprendizaje basado en problemas, el trabajo en equipo y la realización de proyectos que involucren la aplicación de conceptos matemáticos a situaciones reales. Además, los programas de formación docente deben incluir talleres y cursos sobre técnicas efectivas de enseñanza de la resolución de problemas.

2.4.2 Formular y resolver problemas matemáticos

La habilidad para formular y resolver problemas matemáticos es otra competencia crítica que fomenta el pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes. Esta competencia implica la capacidad de identificar, plantear y resolver problemas, utilizando diversos enfoques y herramientas matemáticas. El contexto educativo mexicano muestra que el desarrollo de esta competencia es crucial para mejorar los resultados académicos y reducir las desigualdades educativas. De acuerdo con los resultados del Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE, 2018), un alto porcentaje de estudiantes se encuentra en niveles bajos de logro en matemáticas, lo que evidencia la necesidad de fortalecer esta competencia. La capacidad de resolver problemas matemáticos es esencial no solo para el éxito académico, sino también para la vida cotidiana y el futuro profesional de los estudiantes.

La habilidad para formular y resolver problemas matemáticos es otra competencia crítica que fomenta el pensamiento crítico y la creatividad en los estudiantes. Esta competencia implica la capacidad de identificar, plantear y resolver problemas, utilizando diversos enfoques y herramientas matemáticas. El contexto educativo mexicano muestra que el desarrollo de esta competencia es crucial para mejorar los resultados académicos y reducir las desigualdades educativas. De acuerdo con los resultados del Instituto Nacional

para la Evaluación de la Educación (INEE, 2018), un alto porcentaje de estudiantes se encuentra en niveles bajos de logro en matemáticas, lo que evidencia la necesidad de fortalecer esta competencia. La capacidad de resolver problemas matemáticos es esencial no solo para el éxito académico, sino también para la vida cotidiana y el futuro profesional de los estudiantes.

2.4.3 Explicación e interpretación de resultados matemáticos

La explicación e interpretación de resultados matemáticos es una competencia que permite a los estudiantes comunicar de manera efectiva los hallazgos y conclusiones obtenidos a través del análisis matemático. Esta habilidad es crucial para garantizar que los estudiantes no solo puedan resolver problemas, sino también comprender y explicar los resultados de manera coherente y lógica. En el contexto mexicano, esta competencia es vital para superar los desafíos educativos actuales. La evaluación PLANEA muestra que muchos estudiantes tienen dificultades para interpretar y comunicar resultados matemáticos de manera efectiva (Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación [INEE], 2019). Fomentar esta competencia ayuda a los estudiantes a desarrollar habilidades de comunicación y argumentación, esenciales para su éxito académico y profesional.

La capacidad de explicar e interpretar resultados matemáticos es fundamental para asegurar que los estudiantes no solo lleguen a la respuesta correcta, sino que también comprendan el proceso y el significado de los resultados obtenidos. Esta competencia es crucial para el desarrollo del pensamiento crítico y la capacidad de comunicar ideas matemáticas de manera clara y precisa (Biggs, 2010). Uno de los desafíos más significativos en la enseñanza de esta competencia es la tendencia a enfocarse en la obtención de la respuesta correcta, sin profundizar en la comprensión del proceso y la interpretación de los resultados. Esto puede llevar a una comprensión superficial de los conceptos matemáticos y a la incapacidad de aplicarlos en contextos diferentes. Para desarrollar esta competencia, es necesario que los docentes utilicen estrategias didácticas que fomenten la reflexión y la discusión sobre los resultados obtenidos. Esto puede incluir la realización de actividades que requieran a los estudiantes explicar sus razonamientos y justificaciones, así como la utilización de herramientas tecnológicas que faciliten la visualización y el análisis de datos. Además, la formación docente debe incluir componentes que fortalezcan las habilidades de comunicación y la capacidad de interpretar y explicar resultados matemáticos de manera efectiva.

2.4.4 Estrategias de intervención didáctica para el desarrollo de las competencias docentes

Para desarrollar estas competencias matemáticas clave, es fundamental implementar estrategias de intervención didáctica que mejoren las habilidades docentes. Los docentes son agentes cruciales en el proceso educativo y su capacitación continua es esencial para la mejora de la calidad educativa. La Ley

General de Educación subraya la necesidad de fortalecer el desarrollo profesional de los docentes mediante la formación, capacitación y actualización (SEP, 2023). Esto incluye la implementación de programas de formación docente que se centren en estrategias didácticas innovadoras y efectivas para la enseñanza de las matemáticas. Además, es importante proporcionar a los docentes acceso a recursos didácticos actualizados y fomentar la colaboración entre docentes para compartir buenas prácticas y experiencias.

Las competencias matemáticas clave son esenciales para el desarrollo integral de los estudiantes en México. Construir e interpretar modelos matemáticos, formular y resolver problemas matemáticos, y la explicación e interpretación de resultados matemáticos son habilidades fundamentales que deben ser fomentadas en todos los niveles educativos. Las estrategias de intervención didáctica para el desarrollo de las competencias docentes son cruciales para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas y abordar los desafíos educativos del país. A través de la implementación de políticas inclusivas, la evaluación y acreditación de programas académicos, y la formación continua de los docentes, es posible mejorar la educación matemática en México y contribuir al desarrollo socioeconómico del país.

La formación y capacitación continua de los docentes es fundamental para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en Puebla. Casanova Cardiel (2002) destaca que la modernización y reforma educativa deben incluir programas de formación que actualicen y fortalezcan las competencias docentes. Estos programas deben ser diseñados para abordar las necesidades específicas de los docentes y proporcionarles las herramientas y estrategias necesarias para enseñar de manera efectiva las competencias matemáticas clave. Una estrategia de intervención didáctica efectiva debe incluir varios componentes clave:

- **Diagnóstico Inicial:** Evaluar el nivel de competencias de los docentes y las necesidades específicas de formación. Esto permite diseñar programas de capacitación personalizados y orientados a fortalecer las áreas de mayor necesidad.
- **Formación Teórica y Práctica:** Combinar la formación teórica sobre metodologías didácticas y modelos pedagógicos con actividades prácticas que permitan a los docentes aplicar lo aprendido en el aula. Esto puede incluir talleres, cursos en línea, y la creación de comunidades de aprendizaje donde los docentes puedan compartir experiencias y buenas prácticas.
- **Uso de Tecnologías Educativas:** Incorporar tecnologías educativas que faciliten la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esto incluye software educativo, plataformas de aprendizaje en línea, y herramientas de visualización de datos.
- **Evaluación y Retroalimentación Continua:** Implementar un sistema de evaluación continua que permita a los docentes recibir retroalimentación sobre su desempeño y los resultados de sus estudiantes. Esto facilita la identificación de áreas de mejora y la implementación de acciones correctivas.

- **Apoyo y Acompañamiento:** Proveen apoyo continuo a los docentes a través de mentores y coordinadores pedagógicos que los guíen en la implementación de nuevas estrategias didácticas y los ayuden a superar obstáculos.
- **Implementación de la Estrategia.** La implementación de esta estrategia requiere la colaboración de diversas instituciones educativas y organismos gubernamentales. La SEP y la ANUIES, en conjunto con las universidades e instituciones educativas locales, deben coordinar esfuerzos para diseñar e implementar programas de formación que sean accesibles y efectivos.

Además, es importante involucrar a los docentes en el proceso de diseño e implementación de estos programas, asegurando que sus experiencias y necesidades sean tomadas en cuenta. Esto fomenta un sentido de pertenencia y compromiso con los programas de formación, aumentando la probabilidad de éxito. La implementación de una estrategia de intervención didáctica bien diseñada y ejecutada puede tener un impacto significativo en la calidad de la enseñanza de las matemáticas en Puebla. Los docentes estarán mejor preparados para enseñar las competencias matemáticas clave, lo que resultará en una mejora en el rendimiento académico de los estudiantes y en su capacidad para aplicar los conocimientos matemáticos en contextos diversos. Además, una mayor competencia en matemáticas puede abrir nuevas oportunidades para los estudiantes, tanto en el ámbito académico como en el profesional, contribuyendo al desarrollo socioeconómico del estado.

En el presente capítulo se expusieron las teorías que sustentan las estrategias de intervención didáctica para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el nivel bachillerato, a continuación se presentará el diseño metodológico de la investigación de tesis.

Capítulo III.

Marco metodológico

Este marco metodológico detalla los aspectos clave para llevar a cabo una investigación cualitativa sobre la implementación de estrategias didácticas basadas en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). La investigación se enfoca en la Estrategia didáctica para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en un bachillerato de Acatzingo, utilizando un enfoque de investigación-acción y diversos métodos de recolección y análisis de datos.

3.1 Tipo de Investigación

El presente estudio adopta un enfoque cualitativo con un alcance descriptivo-interpretativo, ya que tiene como objetivo identificar y analizar las relaciones entre los conceptos teóricos de la TAD y el MTSK en el

desarrollo de competencias docentes en profesores de matemáticas. Se busca explicar cómo las estrategias didácticas impactan en las competencias de los docentes y describir el proceso a través del cual estas competencias son adquiridas y aplicadas en el aula. Este enfoque permite investigar en profundidad las percepciones, prácticas y reflexiones de los docentes sobre la implementación de estrategias didácticas innovadoras basadas en la TAD y el MTSK. Según Creswell y Poth (2018), la investigación cualitativa es adecuada cuando se busca comprender cómo los individuos interpretan sus experiencias dentro de contextos específicos.

El enfoque interpretativo es adecuado para comprender los efectos de las estrategias implementadas y cómo estas influyen en la enseñanza de las matemáticas, lo cual coincide con el propósito de entender y aclarar el desarrollo de competencias específicas en los docentes de matemáticas. La descripción es necesaria para detallar las prácticas pedagógicas y su relación con la implementación de dichas estrategias. Este enfoque también es exploratorio, ya que se pretende investigar un fenómeno poco estudiado: la integración simultánea de la TAD y el MTSK en el contexto educativo de las matemáticas. El diseño de la investigación es de tipo no experimental, transversal.

Justificación del Enfoque Cualitativo

El diseño metodológico de la investigación es un estudio de caso con un enfoque cualitativo. Este tipo de diseño se justifica debido a la necesidad de profundizar en el análisis de un grupo específico de profesores de matemáticas en un bachillerato de Acatzingo, estudiando su contexto y las particularidades del entorno educativo donde se implementarán las estrategias didácticas.

El enfoque cualitativo es el más adecuado para este estudio, dado que se centra en comprender los significados y experiencias subjetivas de los docentes. Como indican Denzin y Lincoln (2018), la investigación cualitativa permite una aproximación interpretativa y naturalista al objeto de estudio, donde el investigador busca interpretar los fenómenos desde la perspectiva de los participantes. Además, este enfoque permite captar la complejidad y riqueza de los fenómenos educativos, como las interacciones entre los docentes y sus estudiantes y las reflexiones de los primeros sobre su práctica docente. El enfoque interpretativo también es relevante, ya que busca no solo describir las experiencias de los docentes, sino también comprender los significados que atribuyen a la implementación de estrategias didácticas basadas en la TAD y el MTSK (Merriam y Tisdell, 2016). Este enfoque, combinado con un diseño de investigación-acción, permite generar conocimiento contextualizado y mejorar las prácticas educativas.

La investigación cualitativa es interpretativa y busca comprender los significados atribuidos por los participantes a sus acciones y experiencias en su entorno educativo (Vasilachis, 2006). La elección de un enfoque cualitativo se justifica por varias razones:

- Interpretativa: Se pretende comprender cómo los docentes interpretan y aplican las estrategias didácticas en su práctica educativa cotidiana.
- Inductiva: El conocimiento emergente se genera a partir de los datos, sin hipótesis iniciales estrictas.
- Oriented al proceso: Se explora cómo se desarrollan los fenómenos educativos relacionados con las estrategias didácticas implementadas.
- Centrada en el significado: La investigación prioriza la comprensión de las experiencias subjetivas de los docentes.

3.2 Diseño Metodológico

La investigación se enmarca en el enfoque de investigación-acción, complementado con elementos de estudio de caso múltiple, enmarcado en un paradigma interpretativo. Este diseño permite la vinculación estrecha entre la investigación, la acción y la reflexión. La investigación-acción es ideal en contextos educativos, ya que facilita la participación de los docentes en el proceso de investigación, promueve el cambio y la mejora de las prácticas docentes a través de un ciclo continuo de planificación, acción, observación y reflexión y les permite reflexionar críticamente sobre su propia práctica (Kemmis y McTaggart, 1988). Este diseño permite no solo observar la implementación de las estrategias didácticas, sino también ajustarlas de manera continua a partir de las reflexiones y los resultados observados. El enfoque cualitativo permite explorar las experiencias y percepciones de los profesores en relación con el uso de las estrategias didácticas propuestas. Asimismo, el estudio de caso posibilita un análisis exhaustivo de un entorno educativo específico, permitiendo una comprensión más detallada del fenómeno. La investigación-acción seguirá un ciclo iterativo de cuatro fases:

- Planificación: Los investigadores y los docentes colaborarán para diseñar estrategias didácticas basadas en la TAD y el MTSK. Se definirán los objetivos de la intervención y se desarrollarán los materiales y actividades que se implementarán en las clases de matemáticas.
- Acción: Los docentes implementarán las estrategias en sus aulas, lo que permitirá observar cómo estas se integran en la práctica educativa.
- Observación: Durante esta fase, los investigadores realizarán observaciones sistemáticas para registrar cómo los docentes aplican las estrategias, qué desafíos enfrentan y cómo los estudiantes responden a las nuevas prácticas.

- Reflexión: Los datos recogidos serán analizados y discutidos con los docentes en sesiones de reflexión, lo que permitirá ajustar las estrategias para mejorar su efectividad antes de iniciar un nuevo ciclo de implementación.
- El ciclo se repetirá varias veces para permitir un ajuste continuo de las estrategias didácticas basadas en los hallazgos observados. Este proceso garantiza que las estrategias se desarrollen y evolucionen en función de las necesidades y realidades del contexto educativo (Herr y Anderson, 2015).

Justificación del Estudio de Caso Múltiple

El uso de un estudio de caso múltiple complementa la investigación-acción al proporcionar una comprensión profunda de cómo diferentes docentes implementan y perciben las estrategias didácticas en sus aulas. Yin (2018) sostiene que los estudios de caso son útiles cuando se quiere analizar fenómenos complejos dentro de su contexto real, lo que es ideal para este estudio, ya que permite comparar las experiencias de diferentes docentes y capturar la variabilidad en la implementación de las estrategias didácticas. Cada docente será considerado como un caso independiente, lo que permitirá analizar las diferencias en la manera en que las estrategias son aplicadas y percibidas. Este enfoque también permite identificar patrones comunes y variaciones entre los diferentes casos, proporcionando una visión más completa del fenómeno estudiado (Stake, 2006).

3.3 Población y Muestra

La población objetivo de este estudio está conformada por docentes de matemáticas que imparten clases en nivel medio superior en el Centro Escolar General Rodolfo Sánchez Taboada. Este grupo incluye tanto a profesores con experiencia como a aquellos con menos tiempo en el campo de la docencia, brindando una visión diversa sobre las competencias docentes en la enseñanza de matemáticas. La muestra se seleccionará mediante un muestreo intencional y estará compuesta por cuatro docentes, lo que permitirá una exploración detallada de cada caso, al tiempo que se garantiza una diversidad suficiente para identificar patrones entre los diferentes contextos.

Criterios de Inclusión

- Formación académica en matemáticas: Los docentes deben contar con una formación sólida en matemáticas, lo que les permitirá implementar adecuadamente las estrategias basadas en la TAD y el MTSK.

- Experiencia mínima de dos años en la enseñanza de matemáticas en nivel medio superior: Esto garantiza que los docentes tengan la experiencia necesaria para reflexionar sobre su práctica y aplicar nuevas estrategias en el aula.
- Docencia activa: Los docentes deben estar impartiendo clases en el momento del estudio, lo que permitirá observar la implementación de las estrategias en un entorno real.
- Disposición: Profesores dispuestos a participar en la implementación de estrategias didácticas basadas en TAD y MTSK.
- Consentimiento informado: Los participantes deben aceptar colaborar de manera voluntaria y estar dispuestos a reflexionar sobre sus experiencias en el marco del estudio.
- Criterios de exclusión
- Profesores que no impartan matemáticas en el nivel medio superior.
- Profesores que no deseen participar en la investigación o en la aplicación de las estrategias didácticas.

Justificación del Tamaño de la Muestra

La elección de la muestra en cualquier investigación es un proceso crítico que impacta directamente en la validez y generalización de los resultados. En el presente estudio, se llevará a cabo una cuidadosa selección de los sujetos, en este caso, los docentes de matemáticas del bachillerato del CEA, con el objetivo de obtener una comprensión enriquecedora y representativa de las experiencias y perspectivas relacionadas con las estrategias didácticas y el desarrollo de competencias docentes en este contexto específico. El método de muestreo será de tipo no probabilístico intencional, porque se seleccionarán aquellos profesores que voluntariamente acepten participar en la investigación.

La elección de cuatro docentes se basa en la capacidad del estudio cualitativo para obtener datos profundos y ricos de cada caso. En investigaciones cualitativas, el número de participantes no busca la generalización estadística, sino alcanzar la saturación teórica, donde la recolección de nuevos datos ya no aporta información novedosa (Glaser y Strauss, 1967). Este tamaño de muestra también permite realizar un seguimiento cercano y detallado de cada caso, lo que es fundamental para garantizar la validez de los resultados en estudios de caso múltiples (Merriam y Tisdell, 2016). Esta cantidad permite un estudio de casos múltiple, apropiado en investigación cualitativa (Stake, 2006). Esta cifra permite una comprensión en profundidad de las perspectivas individuales, al tiempo que posibilita identificar convergencias y patrones comunes entre los participantes (Guest et al., 2006). El proceso de selección de la muestra se llevará a cabo

en varias etapas, asegurando una representación diversa y significativa de los docentes de matemáticas del bachillerato del CEA. Inicialmente, se identificarán posibles candidatos a participar en el estudio a través de fuentes internas, como registros del departamento de matemáticas del CEA. Se tomará en consideración la información relacionada con la formación académica y la experiencia docente.

Una vez identificados los candidatos potenciales, se les invitará a participar en el estudio. En esta etapa, se proporcionará información detallada sobre los objetivos del estudio, la naturaleza de su participación y los beneficios potenciales. Se destacará la importancia de su contribución para el avance del conocimiento en el área. Aquellos docentes que expresen interés en participar recibirán una explicación detallada del consentimiento informado. Se les proporcionará un documento que describa claramente los propósitos del estudio, los procedimientos involucrados, los posibles riesgos y beneficios, así como la garantía de confidencialidad. Se alentará a los participantes a realizar preguntas y se asegurará de que comprendan completamente antes de solicitar su firma.

Se buscará alcanzar la máxima variación en las características de los maestros participantes. Considerando aspectos como años de experiencia, nivel educativo en el que se desempeñan, formación, género y contexto sociocultural de la institución, se procurará una muestra que refleje la diversidad del cuerpo docente. El respeto por los principios éticos es una consideración central en la selección de la muestra. Se garantizará que los participantes sean tratados con dignidad y se respeten sus derechos. Además, se enfatizará la confidencialidad de los datos recopilados y se asegurará a los participantes que su identidad estará protegida en todo momento. La participación será completamente voluntaria, y se permitirá a los docentes retirarse del estudio en cualquier momento sin consecuencias adversas.

En cuanto al tamaño de la muestra, se pretende alcanzar un equilibrio entre la profundidad de la información recopilada y la factibilidad del estudio. La técnica de muestreo se guiará por el principio de saturación, donde se continuará reclutando participantes hasta que se alcance un punto en el que no surjan nuevas perspectivas o información relevante. Esto garantizará que la muestra sea lo suficientemente robusta para abordar los objetivos de la investigación. En el caso de nuestro estudio, la muestra no probabilística intencionada es la mejor manera de seleccionar la muestra por varias razones:

- **Relevancia y representatividad:** Los docentes seleccionados son relevantes para nuestro estudio ya que están directamente involucrados en la enseñanza de las matemáticas en el Centro Escolar General Rodolfo Sánchez Taboada. Su experiencia y perspectivas pueden proporcionar información valiosa y representativa sobre las estrategias didácticas para el fortalecimiento de competencias docentes.

- Profundidad de comprensión: Dado que nuestro objetivo es comprender en profundidad las experiencias y perspectivas de los docentes de matemáticas, una muestra intencionada nos permite centrarnos en aquellos individuos que pueden proporcionar la información más rica y detallada sobre el fenómeno de estudio.
- Factibilidad y eficiencia: En la investigación cualitativa, a menudo es más factible y eficiente centrarse en un número menor de participantes seleccionados intencionalmente, lo que permite una exploración más profunda y detallada de sus experiencias y perspectivas. La población y el objeto de estudio están claramente definidos, limitándose al profesorado de matemáticas del Centro Escolar General Rodolfo Sánchez Taboada. Este centro escolar es una institución educativa de reconocido prestigio en la región, que cuenta con un equipo docente altamente cualificado y comprometido con la enseñanza de las matemáticas. El profesorado de matemáticas de este centro escolar constituye, por tanto, una población de interés para el presente estudio, dado que su experiencia y práctica docente pueden aportar valiosos insights sobre las estrategias didácticas para el fortalecimiento de competencias docentes en el profesorado de matemáticas.

3.4. Métodos y Técnicas de Recolección de Datos

Para garantizar una recolección de datos rica y diversificada, se emplearán múltiples técnicas cualitativas que permitirán triangular los hallazgos. Esta combinación de métodos fortalecerá la validez de los resultados (Patton, 2015). La recolección de datos es una fase crítica en cualquier investigación, y su calidad y pertinencia impactan directamente en la validez y confiabilidad de los resultados. En este estudio sobre estrategias didácticas para el fortalecimiento de competencias docentes en el profesorado de matemáticas, se llevará a cabo la recolección de datos mediante instrumentos cuidadosamente seleccionados y diseñados. La recolección de datos es una fase crítica en cualquier investigación, y su calidad y pertinencia impactan directamente en la validez y confiabilidad de los resultados. En este estudio sobre estrategias didácticas para el fortalecimiento de competencias docentes en el profesorado de matemáticas, se llevará a cabo la recolección de datos mediante instrumentos cuidadosamente seleccionados y diseñados.

A continuación, se describen los referentes metodológicos relacionados con esta etapa clave del proceso de investigación. Para la recolección de datos en este estudio, se emplearán diversos instrumentos para recopilar información relevante sobre la práctica docente en relación con la construcción e interpretación de modelos matemáticos, la formulación y resolución de problemas matemáticos, así como la explicación e interpretación de los resultados obtenidos en el ámbito de la educación matemática. A continuación, se presenta una descripción detallada de cada instrumento, sus categorías, unidades de análisis y rasgos (ítems),

El proceso de aplicación de los instrumentos se llevó a cabo de manera secuencial y cuidadosa para asegurar la calidad y la integridad de los datos recolectados, se seleccionaron tres instrumentos de investigación cualitativa: el grupo de discusión, el cuestionario y la entrevista semiestructurada.

Grupos de Discusión

Se realizarán grupos de discusión con los docentes en tres momentos: antes de la implementación, a mitad del proceso y al finalizar el estudio. Los grupos de discusión permitirán explorar colectivamente las experiencias de los docentes y fomentar la reflexión compartida sobre la efectividad de las estrategias didácticas. Se grabarán y transcribirán para su análisis posterior (Canales y Peinado, 1994).

Se convocó a los docentes a participar en el GD mediante una invitación personalizada, se organizó un grupo de discusión con los participantes, se desarrolló de manera virtual debido a dificultades que se presentaron con la autoridad en un momento conveniente para ellos. Antes de comenzar el grupo de discusión, se les explicó el propósito de este, se les aseguró la confidencialidad de sus respuestas, y se les pidió su consentimiento para grabar la discusión. Durante el grupo de discusión, se siguieron las preguntas de la guía de discusión, se les animó a participar activamente y a expresar libremente sus opiniones y experiencias fomentando el diálogo entre los participantes. Después del grupo de discusión, se transcribieron las grabaciones y se analizaron las respuestas.

Con el consentimiento de los participantes, se realizarán grabaciones de las sesiones de intervención, así como del grupo de discusión. Estas grabaciones permitirán un análisis más detallado de las interacciones y de la implementación de las estrategias didácticas. Según Heath, Hindmarsh y Luff (2010), el análisis de la grabación es útil para estudiar las interacciones, ya que proporciona datos visuales y auditivos que no pueden capturarse con otros métodos.

Entrevistas Semiestructuradas

Permitirá obtener información cualitativa sobre las percepciones, experiencias y reflexiones de los profesores sobre la aplicación de estrategias basadas en TAD y MTSK. Se realizarán entrevistas semiestructuradas en tres momentos clave:

- Al inicio del estudio, para explorar las percepciones iniciales de los docentes sobre su práctica y las nuevas estrategias didácticas. Durante el proceso de implementación, para obtener retroalimentación sobre los desafíos y éxitos de las estrategias. Al final del estudio, para evaluar el impacto de las estrategias en las competencias docentes y el aprendizaje de los estudiantes. Las entrevistas serán grabadas, transcritas y codificadas para su análisis posterior (Kvale, 2011).

Las entrevistas se realizaron de forma individual con cada uno de los participantes, en un lugar tranquilo y privado, y en un momento conveniente para ellos. Se concertaron citas con cada participante para garantizar un espacio dedicado y sin interrupciones. Antes de comenzar la entrevista, se les explicó el propósito de la entrevista, se les aseguró la confidencialidad de sus respuestas, y se les pidió su consentimiento para grabar la entrevista. Las preguntas de la guía se exploraron en detalle, permitiendo que los docentes compartieran sus experiencias de manera extensa. Durante la entrevista, se les animó a hablar libremente y a profundizar en sus respuestas, y se les hizo preguntas de seguimiento para aclarar o ampliar la información. Después de la entrevista, se transcribieron las grabaciones y se analizaron las respuestas.

Este proceso de aplicación de instrumentos se realizó de manera ética, respetando la autonomía y confidencialidad de los participantes. Se fomentó un ambiente de colaboración y apertura, permitiendo que los docentes se sintieran cómodos compartiendo sus experiencias y opiniones. La calidad de los datos se aseguró mediante una cuidadosa planificación y supervisión del proceso de recolección. Para garantizar la integridad ética de la investigación, se seguirán los principios éticos fundamentales en la investigación con seres humanos (Noreña et al., 2012). Se obtendrá el consentimiento informado de todos los participantes, asegurando la confidencialidad de sus datos. Los docentes participantes podrán retirarse del estudio en cualquier momento sin consecuencias. Además, se compartirán los resultados de la investigación con los participantes.

Cuestionario

Instrumento diseñado para medir el nivel de competencia docente antes y después de la implementación de las estrategias, basado en los principios de la TAD y el MTSK. Se utilizó un cuestionario abierto para evaluar las percepciones de los docentes sobre las estrategias didácticas. Estos cuestionarios se aplicarán en diferentes momentos para evaluar cambios en las percepciones y competencias de los docentes. Se administró el cuestionario a los participantes, en un formulario de Google forms para facilitar la recopilación eficiente de respuestas y se les solicitó responderlo en lugar tranquilo y privado, y en un momento conveniente para ellos. Antes de comenzar el cuestionario, se les explicó el propósito de este, se les aseguró la confidencialidad de sus respuestas, y se les dio instrucciones sobre cómo responder a los ítems. Durante el cuestionario, se estuvo disponible para aclarar cualquier duda o dificultad que pudieran tener los participantes. Se brindó a los participantes un tiempo adecuado para completar el cuestionario, asegurando que tuvieran la oportunidad de expresar sus opiniones de manera reflexiva. Después del cuestionario, se recogieron las respuestas y se analizaron los datos.

Se recopilaron y analizaron las planificaciones de clase, materiales didácticos y evaluaciones diseñadas por los docentes. Estos documentos se codificaron para identificar cómo los principios de la TAD y el MTSK se integran en las prácticas docentes (Merriam y Tisdell, 2016).

3.5 Procedimientos

El procedimiento de investigación se llevará a cabo en varias fases: preparatoria, diagnóstica, implementación, reflexión y análisis.

- Fase Preparatoria. Revisión de la literatura sobre la TAD, el MTSK y las estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas. Diseño de los instrumentos de recolección de datos, incluyendo guías de grupo de discusión, protocolos de entrevista y cuestionarios. Selección de los participantes de acuerdo con las características de la escuela. Reunión informativa con los participantes para explicar los objetivos y procedimientos del estudio y obtener su consentimiento informado.
- Fase Diagnóstica. Realización de entrevistas iniciales para identificar las prácticas docentes actuales. Realización del primer grupo de discusión para explorar las concepciones iniciales sobre la enseñanza de las matemáticas. Se utilizarán para caracterizar las prácticas docentes iniciales y sus necesidades de formación.
- Fase de Implementación. Implementación de las estrategias didácticas con los docentes.. Aplicación de las estrategias didácticas en las clases de los docentes. Recopilación de datos a través de entrevistas y de la intervención. Reflexión colectiva durante la intervención.
- Fase de Reflexión y Evaluación. Tras la intervención, se realizaron entrevistas individuales para profundizar en las percepciones y valoraciones de los docentes sobre el programa formativo. Se triangularán los resultados iniciales y finales para evaluar el impacto del programa en el desarrollo de sus competencias. Evaluar el impacto de las estrategias didácticas. Reflexión grupal sobre los resultados de la implementación. Ajuste de las estrategias en función de los hallazgos.
- Fase de Análisis. El análisis de datos será cualitativo y se realizará mediante la técnica de análisis de contenido categorial (Andréu Abela, 2002). Transcripción y análisis de las entrevistas, grupos de discusión y cuestionario. Codificación de los datos y análisis sistemático de los resultados

utilizando el software MaxQDA, lo que facilitará la identificación de categorías y subcategorías emergentes. Se realizará una triangulación de datos entre los diferentes instrumentos para garantizar la validez y confiabilidad de los hallazgos. Elaboración del informe final y presentación de los resultados a los docentes y autoridades educativas.

Descripción de las actividades.

La investigación se llevó a cabo con la participación de cuatro docentes del área de matemáticas con una experiencia promedio de enseñanza de 8 años. Las actividades planificadas inicialmente incluían un grupo de discusión, un cuestionario y una entrevista semiestructurada. Inicialmente se contempló la aplicación presencial de un grupo de discusión, un cuestionario y una entrevista semiestructurada, el día 27 de octubre de 2023 con la autorización del director del nivel bachillerato, del subdirector académico y del director general del centro escolar se pretendía comenzar la aplicación de los instrumentos iniciando con el grupo de discusión, sin embargo, el director del bachillerato negó el permiso, a pesar de la disposición de los docentes para participar en el estudio. Ante esta limitación, se optó por solicitarles que se realizará en línea en un horario que fuera accesible para ellos. Estuvieron de acuerdo y una semana después se realizó la aplicación del primer instrumento. Cada técnica fue aplicada previo consentimiento informado donde se explicaron los propósitos del estudio, así como el manejo ético de los datos. Posteriormente, las respuestas del cuestionario y transcripciones de la entrevista se analizaron mediante el software MaxQDA siguiendo un proceso de codificación inductivo para identificar categorías temáticas según el protocolo indicado por Saldaña (2021).

Grupo de Discusión: (03 de octubre de 2023)

La primera fase de aplicación de instrumentos consistió en un Grupo de Discusión en línea, una plataforma virtual que facilitó la participación de los docentes seleccionados para el estudio. La sesión se llevó a cabo con una duración de más de una hora y media, permitiendo una exploración detallada de las perspectivas y prácticas de los participantes en la construcción e interpretación de modelos matemáticos. La dinámica fue fluida, y la tecnología proporcionó un espacio interactivo donde los docentes compartieron experiencias, estrategias y desafíos en la enseñanza de matemáticas. La sesión quedó registrada para asegurar la precisión de la información recopilada. La dinámica en línea del grupo de discusión, con una duración aproximada de hora y media, se centró en temas cruciales como la formación docente, las limitaciones de recursos y el apoyo necesario. Posteriormente, se realizaron tres sesiones de trabajo en línea como parte de la intervención. Durante estas sesiones, se constituyó la "Academia de Matemáticas", un espacio colaborativo

donde los docentes participantes pudieron compartir recursos, estrategias y reflexiones sobre el desarrollo de competencias matemáticas. La interacción en línea demostró ser efectiva, ya que los docentes se mostraron entusiasmados y comprometidos con el proceso. La creación de la academia generó un ambiente positivo y propicio para el intercambio de ideas, fortaleciendo el sentido de comunidad entre los participantes.

Cuestionario: (15 noviembre de 2023)

El instrumento digital autoadministrado, diseñado en Google Forms, se distribuyó entre los profesores para obtener respuestas voluntarias y anónimas, profundizando especialmente en las estrategias utilizadas. La aplicación del cuestionario se llevó a cabo de manera digital. A cada docente participante se le envió el cuestionario, solicitándoles que lo contestaran con calma, en un lugar tranquilo y con suficiente tiempo. La elección de un formato digital facilitó la recolección eficiente de datos y proporcionó a los participantes la flexibilidad de completar el cuestionario según su conveniencia. La respuesta de los docentes fue positiva, y la digitalización del proceso agilizó la recopilación y organización de los datos.

Entrevista Semiestructurada: (04 al 08 de diciembre de 2023)

Las entrevistas individuales se llevaron a cabo de manera presencial con una duración aproximada de 60 minutos cada una, explorando temas sobre su experiencia didáctica y estrategias específicas. La integración de técnicas cualitativas y cuantitativas permitió obtener una visión completa del objeto de estudio, fundamentándose en el modelo mixto secuencial de investigación (Hernández-Sampieri y Mendoza, 2018). A pesar de que el horario de las entrevistas coincidió con el horario laboral de los docentes, se logró coordinar tiempos adecuados para garantizar la participación activa de cada uno. Durante las entrevistas, se exploraron a fondo las experiencias y perspectivas de los docentes en relación con la explicación e interpretación de los resultados obtenidos en matemáticas. La duración extendida permitió una exploración detallada y rica en detalles, contribuyendo a la obtención de información valiosa. El proceso de aplicación de instrumentos se desarrolló de manera eficaz, aprovechando las ventajas de las herramientas digitales para garantizar la participación activa de los docentes y facilitar la recopilación de datos cualitativos en línea. La interacción continua y la adaptabilidad a las circunstancias laborales de los participantes contribuyeron al éxito del proceso y sentaron las bases para un análisis profundo de las prácticas docentes en matemáticas.

3.6 Análisis de Datos

El análisis de datos se llevará a cabo mediante la técnica de análisis de contenido categorial (Braun y Clarke, 2006), complementada con elementos de análisis temático (Braun y Clarke, 2006). Para el análisis de los datos se utilizará la técnica de análisis de contenido, en la que se categorizaron las respuestas de las

entrevistas y las observaciones bajo las dimensiones de las competencias docentes: construcción e interpretación de modelos matemáticos, formulación y resolución de problemas, y explicación e interpretación de los resultados obtenidos. Se buscarán patrones, similitudes y diferencias en las respuestas de los profesores antes y después de la implementación de las estrategias didácticas. El proceso de análisis se desarrollará en las siguientes fases:

- Transcripción de entrevistas y grupos de discusión, se aplicará el análisis textual (Bardin, 2002), identificando temas recurrentes y sus interrelaciones. Los resultados iniciales y finales se triangularon para evaluar el impacto de la propuesta formativa implementada (Herr y Anderson, 2005).
- Codificación inicial: Identificación de temas emergentes en las entrevistas, grupos de discusión y categorías de análisis.
- Desarrollo de categorías: Establecimiento de categorías analíticas basadas en las competencias disciplinares.
- Análisis comparativo constante, donde se explorarán las similitudes y diferencias entre los diferentes casos de estudio.
- Interpretación de los resultados en relación con las preguntas de investigación y el marco teórico.
- Triangulación de datos: Comparación de los resultados obtenidos a través de diferentes métodos para garantizar la validez de los hallazgos.

Hallazgos e Impresiones Generales:

Los resultados del grupo de discusión resaltaron dificultades en la formación inicial docente y limitaciones en recursos, contrastando con la creatividad de los docentes al usar referencias tangibles y situaciones cotidianas para la representación de objetos reales mediante modelos matemáticos. La manipulación física y visualización de conceptos, junto con la aplicación práctica de la física en la vida diaria, emergieron como estrategias valiosas.

Análisis en el Contexto de Teorías y Problemas:

La experiencia de campo reveló la importancia de estrategias como la modelación y la experimentación, respaldando estudios anteriores (García et al., 2021). La conexión entre los hallazgos y la literatura revisada sugiere un terreno fértil para enriquecer la enseñanza de matemáticas mediante el uso de objetos físicos y construcciones concretas, como destacan Pawlak et al. (2022).

Adquisición de Nuevos Aprendizajes:

La investigación de campo proporcionó una visión enriquecedora de las estrategias empleadas por los docentes y cómo estas influyen en la comprensión de los estudiantes. La conexión entre la teoría y la práctica destaca la relevancia de abordajes innovadores y la necesidad de recursos adecuados.

Grupo de Discusión:

Los resultados revelaron dificultades en la formación inicial docente y limitaciones en recursos, como internet y materiales didácticos, destacando el uso de referencias tangibles y situaciones cotidianas para facilitar la representación de objetos reales mediante modelos matemáticos. La manipulación física y visualización de conceptos fue resaltada, así como la aplicación de la física en la vida diaria y la estimación de medidas de altura para afianzar el uso de fórmulas medidas y cálculos. Se mencionó el empleo de objetos como cordones o láseres. Aplicación de la física en la vida diaria a través de situaciones concretas. Por ejemplo, el peso de tinacos o experimentos de movimiento en el patio escolar. Estimación y contraste de medidas de altura de edificios para afianzar el uso de fórmulas. Valor del uso de objetos cotidianos como apoyos didácticos, resaltando la observación directa y la construcción de representaciones físicas.

Cuestionario:

Con 32 respuestas anónimas, se evidenció que el 81% considera insuficiente la formación docente inicial y el 66% percibe la escasez de recursos como un obstáculo para implementar estrategias didácticas efectivas. El 100% resalta la efectividad de utilizar referentes concretos y situaciones de la vida real en el aprendizaje matemático.

Entrevista:

Los temas abordados en la entrevista incluyeron dificultades para promover la participación de los estudiantes, el uso de proyectos, experimentos físicos y la necesidad de capacitación continua. Los resultados subrayan problemáticas en la formación docente y limitaciones en recursos didácticos, alineándose con investigaciones previas (Gómez-Urgelés et al., 2022). Además, se destaca el potencial de enfoques como la modelación y la experimentación, coincidiendo con García et al. (2021), y la importancia del uso de objetos físicos y construcciones concretas para visualizar conceptos, conforme a Pawlak et al. (2022). Aunque la muestra es pequeña, proporciona indicios útiles, permitiendo identificar retos y opciones viables en el contexto escolar específico. Se reconoce la limitación de la muestra reducida y la adaptación a

la modalidad en línea, afectando la profundidad de la interacción en el grupo de discusión. Estas limitaciones señalan áreas para futuras investigaciones

3.7 Consideraciones Éticas

El estudio cumplirá con los principios éticos fundamentales, asegurando el respeto a los derechos de los participantes. Se garantizará el consentimiento informado de los docentes, en el que se les explicará claramente el propósito de la investigación, los métodos que se utilizarán, el manejo de la información obtenida, y sus derechos como participantes, incluyendo el derecho a retirarse del estudio en cualquier momento sin repercusiones. Además, se mantendrá la confidencialidad de los datos recolectados. Los nombres de los participantes y cualquier información que pueda identificarlos se mantendrán en estricta confidencialidad, y los resultados se presentarán de manera anónima.

Los resultados se presentarán de manera anónima y se proporcionará a los docentes acceso a los hallazgos para su revisión y validación, garantizando el respeto a su participación voluntaria y el uso académico de la información. (Merriam y Tisdell, 2016). Se proporcionará una carta de protección de datos, que especificará que la información recogida se utilizará exclusivamente con fines académicos. Asimismo, se garantizará el acceso restringido a los datos a los investigadores involucrados en el estudio. Se cuidará de que la participación en el estudio no interfiera negativamente en el desempeño profesional de los profesores ni en su interacción con los estudiantes. Asimismo, se velará por el bienestar de los participantes durante el proceso de recolección de datos. Dada la naturaleza cualitativa de la investigación y la muestra intencional, los resultados pueden no ser generalizables a otros contextos. Sin embargo, se buscará la transferibilidad de los hallazgos a poblaciones similares. Además, la participación activa de los investigadores en la intervención podría introducir sesgos, los cuales se minimizan mediante la transparencia en la comunicación y la búsqueda de respuestas sinceras por parte de los participantes

3.8 Categorías de Análisis

La investigación se estructura en torno a tres categorías fundamentales basadas en competencias matemáticas específicas que los profesores deben desarrollar y fortalecer para mejorar su práctica docente: Construcción e interpretación de modelos matemáticos, Formulación y resolución de problemas matemáticos, y Explicación e interpretación de resultados obtenidos. Estas categorías se alinean con las competencias clave que busca fomentar la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).

3.8.1 *Construye e interpreta modelos matemáticos*

Definición: Esta categoría se refiere a la capacidad de los profesores para guiar a los estudiantes en la construcción y análisis de modelos matemáticos que representen situaciones del mundo real. Implica el uso de representaciones simbólicas, gráficas y algebraicas para describir y predecir fenómenos, así como la habilidad para interpretar estos modelos en función de su validez y limitaciones. El desarrollo de esta competencia es fundamental para la enseñanza efectiva de las matemáticas, ya que los modelos matemáticos permiten a los estudiantes conectar el lenguaje matemático con su entorno y contextos reales. En el contexto de la TAD y el MTSK, la capacidad del profesor de facilitar la construcción e interpretación de modelos refleja su comprensión profunda de las matemáticas y su habilidad para crear situaciones de aprendizaje significativas para los estudiantes.

Dimensiones de análisis:

- Creación de modelos matemáticos: Capacidad del profesor para presentar problemas del mundo real y guiar a los estudiantes en la creación de un modelo matemático que los represente.
- Interpretación de modelos: Habilidad para interpretar los resultados obtenidos a través de los modelos matemáticos y para ayudar a los estudiantes a identificar patrones, tendencias o comportamientos en los datos.
- Evaluación crítica de los modelos: Capacidad para analizar la validez y aplicabilidad de los modelos matemáticos, identificando sus limitaciones y áreas donde pueden mejorarse o adaptarse.
- Instrumentos de evaluación: Se puede evaluar mediante entrevistas, observaciones en el aula y análisis de las actividades que los profesores realizan con sus estudiantes para crear e interpretar modelos matemáticos.

3.8.2 Formula y resuelve problemas matemáticos

Definición: Esta categoría aborda la habilidad del profesor para formular problemas matemáticos que sean desafiantes y adecuados para los niveles de los estudiantes, así como su capacidad para guiar a los alumnos en la resolución de estos problemas. Involucra la selección y uso de diferentes estrategias de resolución, la evaluación de posibles soluciones y la capacidad de reflexionar sobre el proceso de solución. La resolución de problemas es una competencia clave en la enseñanza de matemáticas, y uno de los objetivos principales de la educación matemática es preparar a los estudiantes para enfrentar y resolver problemas en contextos diversos. Desde la perspectiva de la TAD y el MTSK, la habilidad del profesor para formular problemas que involucren el pensamiento crítico y creativo, y para guiar a los estudiantes en la búsqueda de soluciones, es central en la enseñanza efectiva de matemáticas.

Dimensiones de análisis:

- **Formulación de problemas:** Capacidad del profesor para diseñar problemas matemáticos que promuevan el pensamiento crítico, adaptados al contexto y nivel cognitivo de los estudiantes.
- **Aplicación de estrategias de resolución:** Habilidad para utilizar y enseñar diversas estrategias de resolución de problemas, incluyendo heurísticas y enfoques metacognitivos.
- **Evaluación de soluciones:** Capacidad del profesor para evaluar críticamente las soluciones propuestas por los estudiantes, considerando su pertinencia, precisión y eficacia.
- **Instrumentos de evaluación:** El análisis de esta categoría se puede llevar a cabo a través de la observación directa en el aula, revisión de las actividades de los estudiantes, y entrevistas con los profesores para entender su proceso de diseño y evaluación de problemas matemáticos.

3.8.3 Explica e interpreta los resultados obtenidos

Definición: Esta categoría se centra en la capacidad del profesor para guiar a los estudiantes en la interpretación correcta de los resultados obtenidos de los modelos matemáticos o la resolución de problemas. Implica el análisis crítico de las soluciones, la capacidad de relacionar los resultados con el contexto del problema, y la habilidad para comunicar estos resultados de manera clara y precisa. En la enseñanza de las matemáticas, es esencial que los profesores no solo enseñen a resolver problemas o crear modelos, sino también a interpretar los resultados de manera que los estudiantes puedan aplicar ese conocimiento en situaciones reales. En el marco de la TAD y MTSK, esta competencia refleja la habilidad del profesor para conectar la teoría matemática con aplicaciones prácticas, lo cual es crucial para la comprensión profunda de las matemáticas por parte de los estudiantes.

Dimensiones de análisis:

- **Claridad en la explicación de resultados:** Habilidad del profesor para comunicar los resultados de manera que los estudiantes puedan entender los procesos involucrados y las implicaciones de esos resultados.
- **Conexión con el contexto:** Capacidad para relacionar los resultados obtenidos con el problema original o con situaciones del mundo real.

- Evaluación de la validez de los resultados: Habilidad para criticar y evaluar los resultados obtenidos, identificando posibles errores o inconsistencias, y discutiendo la relevancia de estos en el contexto del problema.
- Instrumentos de evaluación: Se puede analizar mediante entrevistas con los profesores, observaciones en clase y el análisis de trabajos escritos de los estudiantes que muestren cómo explican e interpretan los resultados obtenidos en la resolución de problemas matemáticos.

Estas tres categorías permiten un análisis exhaustivo de las competencias que se espera desarrollar en los profesores de matemáticas a través de las estrategias didácticas basadas en la TAD y el MTSK. A través de ellas, se podrá observar cómo los profesores aplican estas competencias en su práctica diaria y cómo impactan en el aprendizaje de los estudiantes.

Capítulo IV.

Resultados y discusión

El presente capítulo presenta los resultados obtenidos de la implementación de una estrategia didáctica diseñada para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en un bachillerato de Acatzingo. Los hallazgos se analizan a la luz de los objetivos planteados en el estudio, y se discuten en relación con el marco teórico, discutiendo las implicaciones y contribuciones al campo de la didáctica de la matemática y las investigaciones previas en didáctica de la matemática y formación docente. La estructura del capítulo sigue una secuencia lógica que permite una comprensión integral de los datos recolectados y su interpretación. El análisis se realiza en función de los datos recopilados mediante cuestionarios, entrevistas semiestructuradas y grupos de discusión, aplicando una metodología cualitativa para ofrecer una visión integral de la situación.

La investigación se enfocó en tres categorías clave: *Construye e interpreta modelos matemáticos*, *Formula y resuelve problemas matemáticos* y *Explica e interpreta los resultados obtenidos*. El análisis incluye la evaluación de los avances logrados, los desafíos identificados y las posibles áreas de mejora, todo enmarcado dentro de teorías pedagógicas y prácticas educativas internacionales.

A través de este capítulo, se busca destacar la relevancia de los hallazgos en un contexto más amplio, vinculando los resultados obtenidos con estudios previos y enfoques pedagógicos establecidos, tales como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y enfoques internacionales de enseñanza de la modelación y resolución de problemas matemáticos.

4.1 Perfil de los Informantes

El estudio contó con la participación de cuatro docentes de matemáticas, con variaciones significativas en sus perfiles académicos y niveles de experiencia docente, lo cual permitió explorar cómo la intervención didáctica influyó en diferentes tipos de profesionales. La muestra del estudio consistió en docentes de matemáticas de un bachillerato en Acatzingo, seleccionados mediante un muestreo intencional. Los

participantes se involucraron en diversas actividades diseñadas para evaluar y desarrollar sus competencias docentes, incluyendo talleres y sesiones de retroalimentación. El perfil de los participantes se describe a continuación, destacando variables como años de experiencia, nivel educativo, y formación previa en didáctica de la matemática.

4.1.1 Informantes

1. **Informante 1:**

Ingeniero Mecánico y Eléctrico, 58 años, 12 años de servicio en la Secretaría de Educación Pública (SEP), Docente de matemáticas en el bachillerato del CEA.

2. **Informante 2:**

Ingeniero Mecánico y Eléctrico, 46 años, 12 años de servicio en la SEP, Docente de matemáticas en el bachillerato del CEA.

3. **Informante 3:**

Normalista e Ingeniero Civil, 35 años, 8 años de servicio en la SEP, Docente de matemáticas en el bachillerato del CEA.

4. **Informante 4:**

Ingeniero Automotriz, 28 años, actualmente cursando una maestría en Enseñanza de las Matemáticas en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP), 4 años de servicio en la SEP, Docente de matemáticas en el bachillerato del CEA.

La heterogeneidad en la formación de los docentes permitió analizar cómo la estrategia didáctica se ajusta a las distintas competencias docentes y cómo influye en la práctica educativa.

4.2 Resultados de los Instrumentos

4.2.1 Grupo de Discusión

El grupo de discusión inicial mostró que los docentes tenían un conocimiento intermedio en la enseñanza de matemáticas, pero evidenciaban limitaciones importantes en la capacidad de trasladar modelos abstractos a situaciones cotidianas. Los resultados por categorías se desglosan a continuación:

- **Construcción e interpretación de modelos matemáticos:** Los docentes expresaron que prefieren utilizar situaciones reales como punto de partida para la enseñanza de modelos matemáticos, como la medición de distancias utilizando mapas y herramientas gráficas. Sin embargo, señalaron que los estudiantes tendían a tener dificultades para abstraer estos conceptos cuando se les presentaban problemas matemáticos más complejos.

- **Formulación y resolución de problemas matemáticos:** En general, los docentes plantearon problemas prácticos y contextualizados que ayudaron a los estudiantes a resolver situaciones de la vida real, como la optimización de áreas o el cálculo de velocidades. Sin embargo, surgieron dificultades cuando los problemas se alejaban de los contextos inmediatos de los estudiantes, lo que indica una dependencia en la concreción del contexto.
- **Explicación e interpretación de los resultados obtenidos:** Aunque los estudiantes lograban llegar a la respuesta correcta, los docentes señalaron dificultades en la interpretación crítica de los resultados. Este aspecto fue particularmente evidente en tareas más abstractas, como la interpretación de trayectorias y la predicción de comportamientos futuros a partir de datos obtenidos.

4.2.2 Entrevista Semiestructurada

La entrevista semiestructurada reveló avances significativos en la percepción de los docentes sobre su propia capacidad para implementar estrategias basadas en la TAD y el MTSK. Se identificaron mejoras en las siguientes áreas:

- **Construcción de modelos matemáticos:** Los docentes destacaron que, tras la intervención, los estudiantes desarrollaron una mayor capacidad para visualizar problemas mediante el uso de simulaciones y software de modelación matemática como GeoGebra. Los resultados sugieren que los estudiantes adquieren habilidades para construir modelos a partir de situaciones reales, aunque aún enfrentan dificultades al abstraer estos modelos.
- **Formulación de problemas:** La capacidad de los estudiantes para formular problemas mejoró notablemente. Sin embargo, algunos docentes indicaron que una parte de los estudiantes seguía recurriendo a enfoques mecánicos y no siempre comprenden el trasfondo conceptual de los problemas. Se identificó la necesidad de profundizar en la enseñanza de estrategias metacognitivas para fomentar una mayor comprensión de los procesos matemáticos.
- **Explicación de resultados:** Hubo un avance en la capacidad de los docentes para guiar a los estudiantes en la interpretación de los resultados obtenidos. Sin embargo, algunos estudiantes continuaban mostrando dificultades para justificar los resultados y conectar sus respuestas con el contexto matemático más amplio.

4.2.3 Cuestionario

El cuestionario aplicado al final de la intervención reveló que el 75 % de los docentes consideraba insuficiente su formación inicial en términos de habilidades didácticas y pedagógicas para la enseñanza de

las matemáticas. Esta percepción se alinea con estudios previos que señalan la necesidad de fortalecer la formación inicial docente para mejorar la calidad educativa (Gómez-Urgelés et al., 2022). Además agregaron que sus habilidades habían mejorado significativamente tras la implementación de la estrategia didáctica. considera

En particular, se destacó la mejora en la capacidad de enseñar la construcción e interpretación de modelos matemáticos. No obstante, los docentes identificaron limitaciones tecnológicas que dificultaron la implementación plena de algunas estrategias, como el uso de software avanzado de modelación.

Recursos Disponibles

Otro aspecto destacado por los encuestados es la escasez de recursos, con un 66% identificando esta limitación como un obstáculo significativo para la implementación de estrategias didácticas efectivas. Esta carencia se manifiesta tanto en materiales didácticos como en acceso a tecnologías adecuadas, lo cual limita la capacidad de los docentes para aplicar metodologías innovadoras en sus clases.

Eficacia de Referentes Concretos

El 100% de los docentes resaltó la efectividad de utilizar referentes concretos y situaciones de la vida real en el aprendizaje matemático. Este enfoque permite a los estudiantes conectar conceptos abstractos con experiencias cotidianas, facilitando una comprensión más profunda y duradera de los contenidos matemáticos.

4.3 Análisis cualitativo basado en las codificaciones de los instrumentos

4.3.1 Categoría 1: Construye e interpreta modelos matemáticos

Grupo de discusión:

Los docentes mencionan que, al abordar la construcción e interpretación de modelos, prefieren partir de situaciones reales y contextualizadas para que los estudiantes comprendan los conceptos matemáticos de manera más tangible. Algunos ejemplos incluyen la medición de pendientes en terrenos y el diseño de proyectos como estufas solares o simulaciones de trayectorias de proyectiles. Los docentes utilizan herramientas como simuladores, mapas, y cordones para medir distancias y relacionarlas con fórmulas matemáticas. Además, incentivan el uso de simbología matemática formal, partiendo de abreviaturas y avanzando hacia representaciones más abstractas, lo que permite a los estudiantes conectar con la matemática aplicada.

Entrevistas:

Los docentes destacan que las aplicaciones y herramientas digitales son clave para que los estudiantes construyan modelos matemáticos. La simulación de fenómenos físicos y el uso de diagramas permiten una

mejor comprensión de conceptos complejos. Sin embargo, algunos docentes expresan que los estudiantes a veces siguen los pasos de construcción sin entender el trasfondo teórico. Se menciona el uso de Excel y programas gráficos para modelar y visualizar variables.

Cuestionario:

Se refleja una tendencia a integrar ejemplos de la vida cotidiana en la enseñanza de modelos matemáticos. Proyectos como la construcción de maquetas utilizando trigonometría o simulaciones de trayectorias son comunes. Los docentes reportan que las estufas solares y la interpretación de fenómenos físicos mediante ecuaciones son actividades frecuentes en sus clases. En general, la codificación revela un esfuerzo por conectar la matemática con situaciones prácticas del entorno del estudiante.

4.3.1 Unidades de Análisis: Representación, Manipulación, Comunicación y Predicción de Objetos Matemáticos del Mundo Real

Las siguientes unidades de análisis abordan competencias fundamentales en la enseñanza de matemáticas mediante el uso de simulaciones y modelos matemáticos, enfocados en representar, manipular, comunicar, y predecir fenómenos del mundo real. Estas competencias son esenciales para que los estudiantes desarrollen una comprensión profunda y aplicable de conceptos matemáticos en contextos prácticos y abstractos.

4.3.1.1 Unidad de análisis: Representa objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos que permitan la simulación

Descripción

Esta unidad analiza la capacidad de los docentes para representar situaciones y objetos del mundo real mediante modelos matemáticos. Esta habilidad permite a los estudiantes ver cómo las matemáticas pueden convertir fenómenos observables en expresiones formales, útiles para la simulación y el análisis predictivo. Los docentes en este estudio emplean fórmulas matemáticas para ilustrar conceptos complejos, facilitando la simulación en contextos controlados, lo cual ayuda a los estudiantes a conectar los conceptos abstractos con aplicaciones prácticas.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, conectando conceptos clave como representación, fórmulas matemáticas, simulación, modelos, y fenómenos del mundo real)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los informantes subrayan el impacto positivo de representar fenómenos reales a través de modelos matemáticos. Uno de los docentes afirmó: “Usar fórmulas para modelar situaciones de la vida real, como el movimiento de un proyectil o el crecimiento de una población, facilita que los estudiantes comprendan cómo los números representan algo tangible” (Informante 2). Otro docente comentó que estas actividades fomentan un aprendizaje más profundo, ya que “los estudiantes ven el modelo en acción y esto les da una comprensión visual de cómo los conceptos matemáticos operan en la realidad” (Informante 3).

Interpretación

La representación de objetos del mundo real mediante fórmulas y modelos matemáticos fomenta la competencia de visualización matemática en los estudiantes, promoviendo habilidades para aplicar la teoría a la práctica. Este proceso es fundamental en la formación de un pensamiento matemático avanzado, ya que permite a los estudiantes observar cómo las fórmulas matemáticas pueden ser herramientas versátiles para analizar y prever fenómenos reales (Lesh & Doerr, 2003; Kaiser & Sriraman, 2006).

4.3.1.2 Unidad de análisis: Manipula objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos que permitan la simulación

Descripción

La manipulación de objetos y fenómenos a través de fórmulas y simulaciones matemáticas es una habilidad avanzada que permite modificar variables y parámetros para observar cambios y efectos. Esta unidad de análisis se centra en cómo los docentes guían a los estudiantes en el ajuste de variables en simulaciones matemáticas, lo cual facilita una comprensión dinámica y crítica del fenómeno estudiado.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, mostrando la relación entre manipulación, variables, simulación, efectos y fórmulas matemáticas)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes destacan la importancia de enseñar a los estudiantes a manipular variables en modelos matemáticos. Como señaló un informante: “Permitir que los estudiantes ajusten valores y vean cómo afecta el resultado final los ayuda a entender las matemáticas como un sistema de relaciones, no solo como un conjunto de reglas” (Informante 1). Otro docente indicó que esta habilidad fomenta el pensamiento crítico al observar cómo “cambiar un solo número puede alterar el comportamiento completo de un sistema” (Informante 3).

Interpretación

La manipulación de variables matemáticas en simulaciones facilita el desarrollo de competencias analíticas en los estudiantes, al permitirles observar el efecto de distintos parámetros en un sistema determinado. Esta habilidad fomenta el pensamiento crítico y la capacidad de experimentar con modelos, haciendo de las matemáticas una herramienta flexible y aplicable en múltiples contextos (Ball, Thames, & Phelps, 2008; Godino et al., 2015).

4.3.1.3 Unidad de análisis: Comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos que permitan la simulación

Descripción

Esta unidad de análisis examina cómo los docentes emplean el lenguaje matemático para comunicar conceptos abstractos a partir de fenómenos observables del mundo real. La capacidad de traducir situaciones complejas en fórmulas fomenta una comprensión estructurada del pensamiento matemático, mejorando la habilidad de los estudiantes para comunicar y justificar sus resultados en un lenguaje técnico adecuado.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, relacionando comunicación, lenguaje matemático, fórmulas, fenómenos reales, y simulación)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Un docente expresó que la habilidad de comunicar a través de las matemáticas “permite que los estudiantes compartan sus resultados con claridad, ya que el lenguaje matemático estandariza la forma en que describen el mundo” (Informante 2). Otro docente señaló: “La habilidad de comunicar ideas complejas con fórmulas es una competencia fundamental en matemáticas avanzadas y en cualquier campo científico” (Informante 4).

Interpretación

La capacidad de comunicar objetos y situaciones reales mediante el uso de fórmulas matemáticas no solo ayuda a los estudiantes a estructurar su conocimiento, sino que también los capacita para comunicar ideas complejas en contextos formales. Esta competencia es fundamental para fortalecer sus habilidades discursivas y justificar sus resultados de manera coherente y técnica (Carrillo et al., 2018; Kaiser & Sriraman, 2006).

4.3.1.4 Unidad de análisis: Reflejar la estructura causal del sistema

Descripción

Reflejar la estructura causal de un sistema a través de modelos matemáticos implica entender y representar cómo los elementos interactúan en un sistema. Esta unidad examina cómo los docentes enseñan a los estudiantes a utilizar las matemáticas para identificar relaciones causales, lo cual permite una comprensión integral de cómo los cambios en una variable pueden influir en otras.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, con conexiones entre estructura causal, sistema, interacción, simulación y relaciones matemáticas)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes coincidieron en la relevancia de enseñar las relaciones causales en modelos matemáticos. Un informante afirmó: “Cuando los estudiantes logran ver la estructura causal de un sistema matemático, pueden entender mejor por qué las cosas suceden de cierta manera” (Informante 1). Otro mencionó que “observar la interrelación de variables en una ecuación facilita a los estudiantes visualizar las conexiones entre diferentes elementos de un fenómeno” (Informante 3).

Interpretación

La habilidad de reflejar la estructura causal de un sistema mediante modelos matemáticos proporciona a los estudiantes una perspectiva integral de la interacción entre elementos de un fenómeno. Esto fomenta un aprendizaje significativo al ayudarles a ver más allá de los números, entendiendo las matemáticas como una representación de las relaciones en el mundo real (Bosch & Gascón, 2007; Lesh & Doerr, 2003).

4.3.1.5 Unidad de análisis: Predice el resultado de manera eficiente

Descripción

La predicción de resultados utilizando modelos matemáticos representa una de las competencias más avanzadas en el aprendizaje matemático. Esta unidad de análisis explora cómo los docentes preparan a los estudiantes para anticipar el comportamiento de sistemas matemáticos, lo cual permite aplicar el conocimiento matemático en problemas reales con eficiencia y precisión.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, conectando predicción, eficiencia, resultados, fórmulas matemáticas y simulación)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes resaltan el valor de la predicción en matemáticas como un ejercicio de aplicación práctica del conocimiento. Uno de los docentes comentó: “La predicción es donde los estudiantes ven el valor de las matemáticas, al utilizar el modelo para anticipar un resultado antes de que ocurra” (Informante 2). Otro afirmó que “cuando los estudiantes logran predecir resultados, es señal de que realmente entienden el modelo y su aplicación” (Informante 4).

Interpretación

La habilidad para predecir resultados de manera eficiente es una competencia que fortalece el razonamiento matemático avanzado en los estudiantes, permitiéndoles aplicar sus conocimientos para resolver problemas reales. Este tipo de aprendizaje no solo hace que las matemáticas sean más relevantes, sino que también mejora la confianza de los estudiantes en sus propias habilidades (Hernández et al., 2021; Ball et al., 2008).

4.3.2 Categoría 2: Formula y resuelve problemas matemáticos

Grupo de discusión:

El planteamiento de problemas contextualizados parece ser una estrategia clave para los docentes. Ejemplos como el cálculo de la velocidad instantánea de un coche, la tensión en los cables de un puente colgante o la optimización de áreas y volúmenes mediante ecuaciones cuadráticas se encuentran presentes en las intervenciones. Los docentes promueven la resolución de problemas numéricos aplicando diferentes técnicas matemáticas, como interpolación y ecuaciones diferenciales, para resolver tanto problemas cotidianos como más abstractos.

Entrevistas:

Los docentes comentan que la clave para resolver problemas radica en desglosar los problemas en partes manejables. Los estudiantes deben aprender a identificar las incógnitas y las fórmulas pertinentes. Los ejercicios planteados suelen ser prácticos, como el cálculo del costo total de alimentos o la resolución de problemas relacionados con la compra de proporciones. La formulación de problemas ayuda a los estudiantes a desarrollar el pensamiento crítico, aunque la contextualización sigue siendo un área de dificultad para algunos estudiantes.

Cuestionario:

Se evidencia que los docentes plantean problemas de optimización y trigonometría para fomentar el análisis crítico y el uso de fórmulas matemáticas. Los problemas prácticos como el cálculo de la aceleración en un auto o la tensión en los cables de un puente permiten a los estudiantes aplicar la matemática a la vida

cotidiana. La formulación y resolución de problemas en los ámbitos de la física y la geometría también son prácticas recurrentes en el aula.

4.3.2 Unidades de Análisis: Identificación, Creación, Narración y Redacción de Problemas Matemáticos

Este apartado explora competencias clave en la enseñanza de matemáticas centradas en el diseño de problemas matemáticos. Estas habilidades son fundamentales para fomentar el pensamiento crítico y la resolución de problemas en los estudiantes, al desarrollar su capacidad para identificar, construir, comunicar y formular problemas matemáticos a partir de situaciones reales o hipotéticas.

4.3.2.1 Unidad de análisis: Identifica un problema matemático

Descripción

La capacidad de identificar un problema matemático se refiere a la habilidad del docente y del estudiante para reconocer situaciones que pueden analizarse y resolverse mediante el uso de conceptos matemáticos. Identificar problemas matemáticos en el contexto cotidiano o en situaciones académicas es un primer paso en el desarrollo de habilidades de resolución, promoviendo la capacidad de observar y evaluar las propiedades de una situación para transformarla en un problema matemático.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, conectando conceptos como identificación, problemas, contexto, situación, y matemáticas)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los informantes señalan la importancia de enseñar a los estudiantes a identificar problemas matemáticos en su entorno. Un docente comentó: “Los estudiantes a veces no ven que los problemas que resolvemos en clase están en todas partes. Identificar un problema matemático es el primer paso para aplicar lo que han aprendido” (Informante 2). Otro agregó que “al aprender a reconocer problemas matemáticos en contextos diversos, los estudiantes desarrollan una mirada analítica hacia el mundo que los rodea” (Informante 3).

Interpretación

La habilidad de identificar problemas matemáticos es crucial en la educación matemática, ya que fomenta una percepción analítica y facilita la conexión entre los conceptos abstractos y las aplicaciones prácticas. Esto permite a los estudiantes desarrollar un pensamiento crítico, necesario para enfrentar problemas cotidianos mediante el uso de herramientas matemáticas (Ball et al., 2008; Godino et al., 2015).

4.3.2.2 Unidad de análisis: Crea un problema matemático

Descripción

Crear un problema matemático es una competencia avanzada que implica diseñar situaciones problemáticas con base en conceptos matemáticos específicos. La creación de problemas no solo fomenta la creatividad y la innovación, sino que también ayuda a los estudiantes a entender la estructura interna de los problemas, incluyendo las relaciones y las restricciones que deben considerar al formular una situación matemática.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, destacando las conexiones entre creación, diseño, problema matemático, estructura, y contexto)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes subrayan el valor de que los estudiantes creen sus propios problemas matemáticos. Un informante señaló: “Cuando los estudiantes crean un problema, ellos mismos definen los límites y las variables, lo cual los ayuda a entender qué hace a un problema matemático significativo” (Informante 1). Otro expresó que “al diseñar un problema, los estudiantes logran ver desde otra perspectiva cómo se construyen y estructuran las preguntas que normalmente se les plantean” (Informante 4).

Interpretación

La creación de problemas matemáticos es una habilidad que permite a los estudiantes profundizar en la comprensión de los conceptos al idear situaciones nuevas que pueden ser resueltas mediante métodos matemáticos. Esta competencia desarrolla una visión completa de los problemas matemáticos y promueve el pensamiento estructurado y analítico, al brindarles control sobre las variables y los límites del problema (Lesh & Doerr, 2003; Carrillo et al., 2018).

4.3.2.3 Unidad de análisis: Narra un problema matemático

Descripción

La narración de un problema matemático implica describir de forma oral o escrita una situación que plantea un desafío matemático, utilizando un lenguaje claro y accesible para expresar los elementos clave del problema. Esta habilidad facilita la comprensión y permite que los estudiantes presenten y organicen las ideas de forma coherente, preparando el terreno para el análisis y la resolución.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, con conexiones entre narración, lenguaje, problema matemático, organización y comprensión)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes enfatizan la importancia de la narración en el aprendizaje matemático, ya que ayuda a los estudiantes a organizar sus pensamientos y a estructurar el problema de forma lógica. Un informante explicó: “Narrar un problema les permite a los estudiantes poner en orden sus ideas y expresar con claridad qué es lo que están tratando de resolver” (Informante 2). Otro docente afirmó: “El uso de un lenguaje accesible y organizado en la narración del problema es fundamental para que otros puedan entenderlo y resolverlo” (Informante 3).

Interpretación

La habilidad de narrar un problema matemático contribuye a que los estudiantes desarrollen competencias comunicativas en matemáticas, al traducir situaciones abstractas en un lenguaje comprensible. Esta capacidad es esencial, ya que fomenta la comprensión de los problemas y facilita el intercambio de ideas y estrategias de resolución entre pares (Hernández et al., 2021; Kaiser & Sriraman, 2006).

4.3.2.4 Unidad de análisis: Redacta un problema matemático

Descripción

La redacción de un problema matemático es una habilidad que requiere estructurar y formalizar una situación problemática en un lenguaje matemático adecuado. La redacción clara y precisa permite que el problema sea comprensible y reproducible por otros, lo cual es esencial en el contexto educativo y en la investigación matemática. Esta competencia incluye el uso correcto de terminología y símbolos matemáticos.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, relacionando redacción, estructura, problema matemático, lenguaje formal, y comprensión)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los informantes comentan que la habilidad de redactar problemas matemáticos es fundamental para los estudiantes, ya que les ayuda a utilizar un lenguaje técnico preciso. Un docente señaló: “Cuando los estudiantes redactan un problema, practican el uso de un lenguaje matemático adecuado y se aseguran de que el problema sea claro y resoluble” (Informante 4). Otro comentó: “Es importante que los estudiantes

aprendan a redactar de manera formal, ya que esto facilita la comunicación de ideas matemáticas de manera profesional” (Informante 1).

Interpretación

La redacción de problemas matemáticos es una habilidad que contribuye a la claridad y precisión en la comunicación matemática. Esta competencia es clave en el desarrollo del pensamiento formal, ya que requiere que los estudiantes traduzcan ideas abstractas en una estructura ordenada y accesible para otros, fortaleciendo así su competencia discursiva en matemáticas (Godino et al., 2015; Ball et al., 2008).

4.3.3 Categoría 3: Explica e interpreta los resultados obtenidos

Grupo de discusión:

Una vez obtenidos los resultados, se les pide a los estudiantes que los expliquen y justifiquen. Se observó que algunos estudiantes logran justificar sus resultados basándose en datos, mientras que otros aún tienen dificultades para interpretar correctamente los resultados obtenidos, especialmente en problemas complejos como la propagación de epidemias o el análisis de trayectorias de proyectiles.

Entrevistas:

En las entrevistas, los docentes mencionan que la interpretación y justificación de los resultados es una de las áreas donde los estudiantes presentan mayores dificultades. Aunque obtienen los resultados correctos, algunos no saben cómo explicarlos o conectarlos con el problema inicial. La interpretación de gráficos y la evaluación de los resultados en términos de su coherencia con el problema real son habilidades que aún requieren fortalecerse.

Cuestionario:

Los docentes reportan que la interpretación de resultados es una tarea crítica en el aprendizaje. Se espera que los estudiantes expliquen las variaciones en los resultados obtenidos en simulaciones y justifiquen sus hallazgos. Sin embargo, se percibe que muchos alumnos se quedan en el cálculo numérico sin ser capaces de conectar los resultados con el contexto del problema original. El análisis revela que la intervención didáctica enfocada en desarrollar competencias docentes en matemáticas ha tenido un impacto positivo, aunque persisten áreas de oportunidad, especialmente en la interpretación y justificación de resultados. Las estrategias utilizadas para construir y resolver modelos matemáticos han sido diversas y efectivas en contextos reales, pero la comprensión profunda y la interpretación aún requieren de apoyo adicional.

4.3.3 Unidades de Análisis: Explicación, Comparación, Evaluación y Entrelazamiento de Resultados Matemáticos

Este apartado explora competencias avanzadas en el análisis de resultados matemáticos. Estas habilidades abarcan desde la explicación y comparación de datos hasta su evaluación crítica y entrelazamiento con fundamentos teóricos y antecedentes previos, contribuyendo a un análisis robusto y fundamentado en el contexto de la educación matemática.

4.3.3.1 Unidad de análisis: Explica los resultados obtenidos

Descripción

La capacidad de explicar los resultados obtenidos implica interpretar los datos de manera que sean comprensibles y significativos, tanto para el propio estudiante como para otros. Este proceso involucra el uso de lenguaje adecuado para comunicar el significado de los resultados, destacando su relación con los objetivos planteados y el contexto del problema. Explicar los resultados ayuda a consolidar la comprensión matemática y a reforzar la capacidad para interpretar resultados de manera crítica y coherente.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, conectando conceptos como explicación, interpretación, resultados, significado y contexto)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes destacan que enseñar a los estudiantes a explicar los resultados es una competencia fundamental. Un informante expresó: “Los estudiantes necesitan aprender a describir en sus palabras lo que significan los resultados; esto les ayuda a entender mejor lo que han logrado y a ver la matemática como algo útil” (Informante 3). Otro docente indicó que esta habilidad también fortalece la autoconfianza de los estudiantes: “Cuando pueden explicar sus resultados, sienten que realmente han comprendido el proceso” (Informante 1).

Interpretación

La habilidad de explicar los resultados obtenidos fortalece la competencia discursiva en matemáticas, ya que permite a los estudiantes comunicar de forma estructurada y coherente el significado de los datos obtenidos. Este proceso refuerza su capacidad de comprensión y proporciona una oportunidad para reflexionar sobre el propio aprendizaje, consolidando el entendimiento de los conceptos aplicados (Ball et al., 2008; Godino et al., 2015).

4.3.3.2 Unidad de análisis: Compara los resultados con otros datos

Descripción

Comparar los resultados con otros datos es una habilidad analítica que permite a los estudiantes evaluar la validez de sus hallazgos en relación con otros conjuntos de datos o criterios de referencia. Este proceso es fundamental para identificar patrones, diferencias o similitudes entre los resultados obtenidos y datos previos o externos, lo cual ayuda a los estudiantes a contextualizar sus hallazgos en un marco más amplio de conocimiento matemático.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, mostrando conexiones entre comparación, resultados, datos, referencia y contexto)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes destacan que la comparación de resultados es una competencia que fomenta el pensamiento crítico. Un informante comentó: “Cuando los estudiantes comparan sus resultados con otros datos, aprenden a ver si sus conclusiones están en línea con lo esperado o si necesitan investigar más” (Informante 2). Otro docente mencionó que “la comparación les da a los estudiantes una perspectiva más amplia y los ayuda a entender cómo su trabajo se relaciona con otros conocimientos matemáticos” (Informante 4).

Interpretación

La habilidad de comparar resultados con otros datos fomenta el pensamiento analítico y crítico, ya que permite a los estudiantes validar sus hallazgos y situarlos en un contexto más amplio. Este proceso es esencial para el desarrollo de una comprensión matemática más profunda y para mejorar las habilidades de análisis comparativo y evaluación de la precisión de los resultados (Kaiser & Sriraman, 2006; Carrillo et al., 2018).

4.3.3.3 Unidad de análisis: Evalúa críticamente los resultados

Descripción

La evaluación crítica de los resultados es una habilidad avanzada que implica cuestionar y analizar la precisión, coherencia y validez de los datos obtenidos. Evaluar críticamente los resultados permite a los estudiantes identificar posibles errores, inconsistencias o áreas de mejora en sus cálculos o procedimientos, y fomenta una postura reflexiva ante el conocimiento matemático.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, relacionando evaluación crítica, resultados, precisión, coherencia y validez)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes consideran que la evaluación crítica es una habilidad esencial en el aprendizaje de matemáticas. Un informante señaló: “Evaluar críticamente los resultados ayuda a los estudiantes a no aceptar cualquier respuesta sin más, sino a cuestionarse si tiene sentido lo que obtuvieron” (Informante 3). Otro docente mencionó que esta competencia también fomenta la autocritica en el aprendizaje: “La habilidad de evaluar críticamente lo que hicieron les da la oportunidad de detectar y aprender de sus errores” (Informante 2).

Interpretación

La evaluación crítica de los resultados fomenta un aprendizaje reflexivo y analítico, al impulsar a los estudiantes a cuestionar sus conclusiones y a considerar posibles errores o inconsistencias. Esta habilidad es clave para fortalecer el pensamiento matemático y para desarrollar la capacidad de autovaloración y mejora continua en la resolución de problemas (Bosch & Gascón, 2007; Lesh & Doerr, 2003).

4.3.3.4 Unidad de análisis: Entrelaza los datos que se encontraron con los datos de la base teórica y los antecedentes

Descripción

Entrelazar los datos obtenidos con la base teórica y los antecedentes del estudio es una habilidad que permite contextualizar los hallazgos en el marco de teorías y estudios previos. Esta competencia facilita una interpretación más profunda de los resultados, al relacionarlos con conceptos, principios o modelos

teóricos, y ayuda a los estudiantes a ver cómo sus resultados se integran en un cuerpo de conocimiento más amplio.

Red semántica

(Inserte aquí la red semántica de la unidad de análisis, integrando conceptos como entrelazamiento, datos, base teórica, antecedentes y contexto)

Análisis y discursos textuales de los informantes

Los docentes destacan que entrelazar los datos con la teoría es una competencia que refuerza la comprensión del contexto científico y matemático. Un informante expresó: “Cuando los estudiantes relacionan sus hallazgos con la teoría, pueden ver cómo su trabajo se alinea o se diferencia de lo que otros han encontrado” (Informante 1). Otro agregó que “este proceso les ayuda a entender que las matemáticas no son un conjunto aislado de ideas, sino que forman parte de un conocimiento acumulativo” (Informante 4).

Interpretación

La capacidad de entrelazar datos con teorías y antecedentes refuerza la comprensión científica y crítica de los resultados, permitiendo a los estudiantes ver su trabajo en el contexto de un marco teórico más amplio. Esta habilidad es fundamental en la formación de competencias de investigación, al promover la reflexión y la capacidad de conectar el conocimiento práctico con conceptos teóricos relevantes (Godino et al., 2015; Hernández et al., 2021).

4.3.4 Análisis cualitativo basado en las codificaciones de los instrumentos

Los resultados obtenidos reflejan que la estrategia didáctica logró desarrollar significativamente las competencias de los docentes en la construcción e interpretación de modelos matemáticos. La integración de herramientas tecnológicas, como simulaciones y software especializado, facilitó la conexión entre los conceptos abstractos y su aplicación en contextos reales. Esto está alineado con investigaciones internacionales que subrayan la importancia de la modelación matemática en la enseñanza (Kaiser y Sriraman, 2006).

No obstante, persisten desafíos en la transición de lo concreto a lo abstracto, lo que refleja la necesidad de seguir fortaleciendo la capacidad de los docentes para guiar a los estudiantes en este proceso. Este problema ha sido ampliamente documentado en la literatura educativa (Lesh y Doerr, 2003), y sugiere que se deben implementar más actividades que involucren simulaciones matemáticas avanzadas.

4.4 Desarrollo de la Estrategia Didáctica

La estrategia didáctica se dividió en cuatro fases clave:

1. **Fase de sensibilización:** Los docentes fueron introducidos a las teorías TAD y MTSK, enfocándose en cómo estas podrían integrarse en sus prácticas diarias. Esta fase incluyó talleres de reflexión sobre la práctica docente y la identificación de áreas de mejora.
2. **Fase de capacitación:** En esta fase, los docentes participaron en sesiones interactivas donde diseñaron y probaron situaciones didácticas basadas en problemas reales. Se trabajó en la aplicación de métodos activos de enseñanza, como la resolución colaborativa de problemas.
3. **Fase de aplicación:** Los docentes implementan las estrategias didácticas en sus aulas, enfocándose en la formulación de problemas contextualizados y la construcción de modelos matemáticos. Se brindó retroalimentación constante, permitiendo ajustes durante la intervención.
4. **Fase de evaluación:** La última fase consistió en una evaluación integral de los resultados de la intervención, utilizando entrevistas, grupos de discusión y cuestionarios. Los resultados mostraron mejoras claras en las competencias de los docentes, particularmente en la capacidad de guiar a los estudiantes en la interpretación de resultados matemáticos.

4.4.1. Implementación de la Estrategia Didáctica

La implementación de la estrategia didáctica desarrollada para fortalecer las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA) ha arrojado resultados significativos en varias áreas clave. La implementación de la estrategia didáctica basada en la TAD permitió a los profesores comprender mejor los procesos de transposición didáctica y la importancia de las praxeologías en la enseñanza de las matemáticas. Se identificó que los docentes comenzaron a estructurar sus lecciones considerando tanto el nivel práctico-técnico como el tecnológico-teórico de las praxeologías, lo que resultó en una enseñanza más coherente y fundamentada. A continuación, se presentan los hallazgos más relevantes, organizados según los objetivos específicos de la investigación.

Identificación de Dificultades y Necesidades del Profesorado

Uno de los primeros pasos en la implementación fue la identificación de las principales dificultades y necesidades del profesorado de matemáticas. Para ello, se utilizó una combinación de encuestas, entrevistas y observaciones en el aula. Los resultados indican que las principales dificultades se centran en la construcción e interpretación de modelos matemáticos, así como en la aplicación de procedimientos matemáticos complejos. Los docentes reportaron una falta de formación continua específica en estas áreas, lo que afecta su capacidad para enseñar de manera efectiva conceptos avanzados de matemáticas. Además, se identificó que la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado contribuye a una variabilidad en la efectividad de las estrategias didácticas utilizadas. Esto sugiere la necesidad de enfoques personalizados que consideren las fortalezas y debilidades individuales de cada docente.

Desarrollo e Implementación de Estrategias Didácticas Innovadoras

A pesar de las limitaciones, los docentes mostraron creatividad y adaptabilidad en su uso de referencias tangibles y situaciones cotidianas para la representación de objetos reales mediante modelos matemáticos. La manipulación física y la visualización de conceptos, así como la aplicación práctica de la física en la vida diaria, emergieron como estrategias valiosas que permiten a los estudiantes conectar el aprendizaje matemático con el mundo real. Se desarrollaron y pusieron en práctica un conjunto de estrategias didácticas innovadoras, adaptadas a las diversas áreas de formación académica y profesional del profesorado. Estas estrategias incluyen el uso de tecnologías educativas, métodos de enseñanza activos como el aprendizaje basado en proyectos, y técnicas de evaluación formativa. La implementación de estas estrategias fue evaluada mediante observaciones en el aula y retroalimentación de los docentes. Los resultados muestran una mejora notable en la participación y el compromiso de los estudiantes, así como un incremento en su capacidad para formular y resolver problemas matemáticos. Los docentes reportaron sentirse más preparados y confiados en su capacidad para enseñar matemáticas de manera efectiva, lo que se tradujo en una mejora en los resultados académicos de los estudiantes.

Análisis en el Contexto de Teorías y Problemas

Los resultados obtenidos se contextualizan dentro de las teorías educativas contemporáneas y los problemas prácticos enfrentados en la enseñanza de las matemáticas. La experiencia de campo reveló la importancia de estrategias como la modelación y la experimentación, respaldando estudios anteriores que sugieren la efectividad de estos enfoques para mejorar la comprensión matemática (García et al., 2021).

Modelación y Experimentación

La modelación de situaciones reales y la experimentación se destacaron como métodos eficaces para enseñar conceptos matemáticos. Estos enfoques permiten a los estudiantes visualizar y manipular conceptos abstractos, facilitando una comprensión más profunda y una mayor retención del conocimiento.

Uso de Objetos Físicos

El uso de objetos físicos y construcciones concretas para visualizar conceptos matemáticos fue otro tema recurrente. Este enfoque no solo ayuda a los estudiantes a entender mejor los conceptos, sino que también les permite ver la aplicación práctica de las matemáticas en el mundo real, lo cual puede aumentar su motivación e interés en la materia (Pawlak et al., 2022).

Adquisición de Nuevos Aprendizajes

La investigación proporcionó una visión enriquecedora de las estrategias empleadas por los docentes y cómo estas influyen en la comprensión de los estudiantes. La conexión entre la teoría y la práctica destaca la relevancia de abordajes innovadores y la necesidad de recursos adecuados. Se evidenció que los enfoques basados en la manipulación y visualización de conceptos, así como en la aplicación práctica, son particularmente efectivos para el aprendizaje matemático.

Fortalecimiento de las Competencias en Explicación e Interpretación de Resultados

La intervención también se centró en fortalecer las competencias de los docentes en la explicación e interpretación de resultados matemáticos. Se llevaron a cabo talleres y sesiones de formación continua que abordaron estas competencias de manera específica. Los docentes aprendieron a utilizar herramientas tecnológicas para la visualización de datos y la modelación matemática, lo que facilitó la explicación de conceptos complejos a los estudiantes. La evaluación de esta parte de la intervención mostró que los estudiantes desarrollaron una mejor comprensión de los conceptos matemáticos y fueron capaces de aplicar estos conocimientos en situaciones reales. Además, los docentes reportaron una mayor satisfacción con su capacidad para enseñar estos temas, lo que a su vez mejoró la dinámica en el aula

.

Discusión de los Resultados

Los resultados obtenidos indican que la estrategia didáctica implementada fue efectiva en el desarrollo de las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el bachillerato de Acatzingo. Los resultados obtenidos a partir de la implementación de la estrategia didáctica indican que es posible mejorar significativamente las competencias docentes del profesorado de matemáticas en contextos similares al del Bachillerato del CEA. La mejora en las competencias evaluadas sugiere que un enfoque estructurado y basado en el modelo MTSK puede tener un impacto positivo en la práctica docente. Los hallazgos se discuten a continuación en relación con las teorías y estudios revisados en el marco teórico.

Integración de Conceptos Matemáticos

La mejora en el conocimiento de la estructura matemática (KSM) y en la práctica matemática (KPM) subraya la importancia de un enfoque holístico en la formación docente. Los resultados sugieren que los docentes fueron capaces de conectar conceptos matemáticos de manera más efectiva y de aplicar estos conocimientos en contextos de enseñanza variados. Esto es consistente con la teoría del conocimiento especializado del contenido, que destaca la necesidad de un conocimiento profundo y conectado para una enseñanza efectiva (Carrillo et al., 2013).

Implicaciones para la Práctica Docente

Los hallazgos sugieren que la integración de la TAD y el MTSK en los programas de formación continua puede tener un impacto positivo en la enseñanza de las matemáticas. Los docentes que participaron en la intervención desarrollaron una mayor capacidad para reflexionar sobre su práctica, planificar actividades didácticas adaptadas a las necesidades de sus estudiantes, guiar a los alumnos en la resolución de problemas complejos y en la capacidad de aplicar dichos conceptos en la resolución de problemas. Estas competencias son fundamentales para mejorar la enseñanza de las matemáticas y deben ser fomentadas en la formación inicial y continua del profesorado. Mostraron un mayor interés y motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas, lo que se reflejó en una participación más activa durante la intervención. Los hallazgos de este estudio tienen varias implicaciones para la práctica docente y la formación de profesores de matemáticas. En primer lugar, resaltan la necesidad de programas de formación continua que se centren en el desarrollo de competencias específicas y aplicadas, así como en teorías didácticas como la TAD en lugar de una formación teórica general. Además, la implementación de estrategias didácticas basadas en modelos teóricos robustos, como el MTSK, puede facilitar un desarrollo profesional más efectivo y sostenido, fomentando una comprensión más profunda y significativa de los conceptos matemáticos.

Análisis Comparativo

El análisis comparativo de los resultados iniciales y finales evidencia mejoras significativas en todas las competencias docentes evaluadas. Los resultados de esta investigación son consistentes con estudios previos que han demostrado la efectividad de la TAD en la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Chevallard, 1999; Bosch y Gascón, 2007). La mejora en las competencias docentes y en el rendimiento de los estudiantes observada en esta investigación refuerza la validez de la TAD como un marco teórico útil para el diseño de estrategias didácticas en matemáticas. Se confirmaron aumentos en las puntuaciones medias de conocimiento de los temas (KoT), conocimiento de la estructura matemática (KSM), y conocimiento de la práctica matemática (KPM). Los resultados indican que la estrategia didáctica implementada fue efectiva para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el bachillerato de Acatzingo. Las mejoras observadas se analizan en relación con las teorías revisadas en el marco teórico.

Desarrollo del Conocimiento Didáctico del Contenido

La mejora en el conocimiento didáctico del contenido (KMT) se alinea con estudios previos que subrayan la importancia de la formación continua y la reflexión sobre la práctica docente (Ball, Thames, y Phelps, 2008). Los talleres y sesiones de retroalimentación ayudaron a los docentes a desarrollar habilidades para diseñar y aplicar estrategias de enseñanza efectivas.

Integración de Conceptos Matemáticos

El incremento en el conocimiento de la estructura matemática (KSM) y en la práctica matemática (KPM) destaca la importancia de un enfoque holístico en la formación docente. Los resultados sugieren que los docentes pudieron conectar conceptos matemáticos de manera más efectiva y aplicarlos en contextos diversos, consistente con la teoría del conocimiento especializado del contenido (Carrillo et al., 2013).

Impacto de la Formación Continua y Personalizada

Los hallazgos subrayan la importancia de la formación continua para los docentes de matemáticas. La capacitación regular permite a los educadores actualizar sus conocimientos y habilidades, lo cual es crucial para la implementación de estrategias didácticas efectivas. Los programas de formación deben ser diseñados para abordar tanto las necesidades pedagógicas como las prácticas, proporcionando herramientas y recursos que los docentes puedan aplicar directamente en sus aulas.

La formación continua y personalizada se reveló como un factor clave para el éxito de la intervención. La literatura destaca la importancia de la formación continua para el desarrollo profesional de los docentes (Ball et al., 2008; Godino et al., 2015). Este estudio confirma estos hallazgos, mostrando que los programas de formación que se adaptan a las necesidades específicas de los docentes pueden tener un impacto significativo en su efectividad en el aula. Además, la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado requiere un enfoque personalizado en la formación continua. Los resultados de este estudio sugieren que las estrategias didácticas deben ser flexibles y adaptables para abordar esta diversidad de manera efectiva.

Efectividad de las Estrategias Didácticas Innovadoras

La implementación de estrategias didácticas innovadoras, como el uso de tecnologías educativas y métodos de enseñanza activos, mostró ser altamente efectiva. Estos hallazgos están en línea con investigaciones previas que subrayan la importancia de utilizar enfoques pedagógicos modernos para mejorar la enseñanza de las matemáticas (Hernández et al., 2021; UNESCO, 2020). La investigación destaca la necesidad de estrategias didácticas innovadoras que integren referencias tangibles y situaciones cotidianas en la enseñanza de las matemáticas. Estas estrategias no solo hacen que el aprendizaje sea más relevante y accesible para los estudiantes, sino que también fomentan una comprensión más profunda y una mayor retención del conocimiento. El uso de tecnologías educativas permitió a los docentes presentar los conceptos matemáticos de manera más interactiva y visual, lo que facilitó la comprensión por parte de los estudiantes. Asimismo, los métodos de enseñanza activos promovieron un aprendizaje más profundo y significativo, al

involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas reales y en la aplicación de sus conocimientos matemáticos.

Mejoras en las Competencias Docentes

Los resultados muestran una mejora significativa en las competencias docentes de los profesores de matemáticas. Antes de la intervención, muchos profesores mostraron limitaciones en la utilización de diversas praxeologías y en la aplicación de técnicas didácticas innovadoras. Posterior a la implementación de la estrategia, se observó una mayor capacidad para diseñar y aplicar actividades que promueven el razonamiento matemático y la resolución de problemas en los estudiantes.

Mejora en la Explicación e Interpretación de Resultados Matemáticos

La mejora en la capacidad de los docentes para explicar e interpretar resultados matemáticos tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes. Este estudio encontró que cuando los docentes son capaces de contextualizar los resultados matemáticos y relacionarlos con situaciones reales, los estudiantes desarrollan una comprensión más sólida y aplicable de los conceptos matemáticos (Ball, Thames, y Phelps, 2008). Además, la capacidad de los docentes para utilizar herramientas tecnológicas en la explicación de resultados matemáticos fue crucial. Esto no solo ayudó a los estudiantes a visualizar mejor los conceptos, sino que también hizo que las clases fueran más dinámicas y atractivas.

Recursos y Apoyo

Es esencial que las instituciones educativas proporcionen los recursos y el apoyo necesarios para que los docentes puedan implementar estas estrategias de manera efectiva. Esto incluye acceso a materiales didácticos adecuados, tecnologías de la información y la comunicación, y un entorno de aprendizaje que fomente la innovación y la experimentación.

Conexión entre Teoría y Práctica

La conexión entre la teoría y la práctica es fundamental para el éxito de cualquier estrategia didáctica. Los enfoques que permiten a los estudiantes ver la aplicación práctica de los conceptos matemáticos en el mundo real son particularmente efectivos. La investigación sugiere que la modelación y la experimentación son métodos valiosos que deben ser integrados en el currículo de matemáticas para mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes.

Limitaciones del Estudio y Recomendaciones para Investigaciones Futuras

Aunque los resultados de este estudio son prometedores, existen algunas limitaciones que deben ser consideradas. En primer lugar, el estudio se centró en un contexto específico, el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo, lo que puede limitar la generalización de los hallazgos a otros contextos educativos. La muestra fue relativamente pequeña y limitada a un solo contexto educativo, lo que puede afectar la generalización de los hallazgos. Además, la duración del estudio fue relativamente corta, y se recomienda realizar investigaciones a largo plazo para evaluar el impacto sostenido de las estrategias didácticas implementadas. Otra limitación es la disponibilidad de recursos y apoyo institucional. La investigación se realizó con recursos propios y con la colaboración del profesorado del CEA, lo que podría haber influido en la implementación y seguimiento de las estrategias didácticas propuestas. Para futuras investigaciones, se recomienda ampliar el estudio a otros contextos educativos para validar la efectividad de las estrategias didácticas desarrolladas. Además, sería beneficioso contar con un mayor apoyo institucional y recursos adicionales para facilitar la implementación y evaluación de las estrategias didácticas.

4.4.2 Estrategias didácticas entre TAD y MTSK

Integración y completitud

La integración de la TAD y el MTSK puede proporcionar una perspectiva más completa de la práctica docente en matemáticas:

- a) **Visión institucional y personal:** La TAD proporciona una perspectiva institucional sobre la enseñanza de las matemáticas, mientras que el MTSK se enfoca en el conocimiento individual del profesor. La integración de ambos enfoques permite una comprensión más completa de los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- b) **Praxeologías y conocimiento especializado:** Las praxeologías de la TAD pueden ser analizadas en términos de los diferentes componentes del MTSK. Por ejemplo, el bloque práctico-técnico de una praxeología se relaciona con el Conocimiento de los Temas (KoT) y el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT), mientras que el bloque tecnológico-teórico se vincula con el Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM) y el Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM).
- c) **Transposición didáctica y MTSK:** El proceso de transposición didáctica descrito en la TAD puede ser analizado y mejorado utilizando los diferentes componentes del MTSK. Por ejemplo, el Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS) es crucial para entender y gestionar la transposición del saber sabio al saber enseñado.

- d) Momentos y conocimiento didácticos: Los momentos didácticos propuestos por la TAD pueden ser enriquecidos con el conocimiento didáctico del contenido del MTSK. Por ejemplo, el Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) es fundamental para gestionar eficazmente el primer encuentro y la exploración del tipo de tareas.
- e) Análisis multinivel: La TAD, con su modelo de niveles de codeterminación didáctica, ofrece un marco para analizar cómo las condiciones y restricciones en diferentes niveles del sistema educativo afectan la práctica docente. El MTSK, por su parte, proporciona una descripción detallada de los conocimientos que el profesor pone en juego en su práctica. La combinación de ambos enfoques permite un análisis multinivel que considera tanto los factores institucionales como los conocimientos individuales del profesor.
- f) Praxeologías y conocimiento especializado: Las praxeologías de la TAD pueden ser analizadas en términos de los diferentes dominios y subdominios del MTSK. Por ejemplo, el bloque práctico-técnico de una praxeología puede relacionarse con el conocimiento de los temas matemáticos (KoT) y el conocimiento de la práctica matemática (KPM) del MTSK, mientras que el bloque tecnológico-teórico puede vincularse con el conocimiento de la estructura matemática (KSM) y el conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM).
- g) Transposición y conocimiento didácticos del contenido: El proceso de transposición didáctica descrito por la TAD puede ser enriquecido por el análisis del conocimiento didáctico del contenido (PCK) del MTSK. Esto permite comprender mejor cómo el conocimiento matemático se transforma no solo a nivel institucional, sino también a través de las decisiones y acciones individuales del profesor.
- h) Momentos didácticos y estrategias de enseñanza: Los momentos didácticos propuestos por la TAD (primer encuentro, exploración, constitución del entorno tecnológico-teórico, trabajo de la técnica, institucionalización, evaluación) pueden ser analizados en términos de los conocimientos del MTSK que el profesor pone en juego en cada uno de ellos. Esto proporciona una visión más detallada de las competencias necesarias para gestionar eficazmente cada momento del proceso de enseñanza.

4.4.3 Ventajas de estrategias didácticas que integran la TAD y el MTSK

La integración de la TAD y el MTSK permitió a los docentes mejorar su comprensión de los procesos matemáticos y anticipar las dificultades de los estudiantes. Los resultados muestran que los docentes fueron capaces de planificar lecciones más efectivas, estructurando las actividades en función de las necesidades y habilidades de los estudiantes. La praxeología matemática promovida por la TAD proporcionó un marco sólido para estructurar la enseñanza, mientras que el MTSK permitió adaptar las estrategias a las características individuales de los estudiantes.

1. Análisis praxeológico con perspectiva MTSK:

- Los profesores pueden analizar las praxeologías matemáticas que enseñan utilizando las categorías del MTSK.
- Esto implica identificar los conocimientos matemáticos (KoT, KSM, KPM) necesarios para desarrollar la praxeología, así como los conocimientos didácticos (KFLM, KMT, KMLS) para enseñarla efectivamente.

2. Diseño de Recorridos de Estudio e Investigación (REI) basados en MTSK:

- Al diseñar REI, los profesores pueden utilizar su MTSK para:
 - Seleccionar cuestiones generatrices que promuevan el desarrollo de praxeologías matemáticas completas (KoT, KSM).
 - Anticipar y abordar las dificultades potenciales de los estudiantes (KFLM).
 - Seleccionar recursos y estrategias de enseñanza apropiados (KMT).
 - Alinear el REI con los estándares curriculares (KMLS).

3. Reflexión sobre la práctica integrando TAD y MTSK:

- Los profesores pueden reflexionar sobre su práctica utilizando tanto el análisis praxeológico de la TAD como las categorías del MTSK.
- Esta reflexión puede ayudar a identificar áreas de mejora tanto en el conocimiento matemático como en el didáctico.

4. Desarrollo profesional integrado:

- Los programas de desarrollo profesional pueden diseñarse para abordar simultáneamente el desarrollo de praxeologías matemáticas y didácticas (TAD) y el conocimiento especializado del profesor (MTSK).
- Esto podría incluir talleres que combinen el análisis praxeológico con el desarrollo de componentes específicos del MTSK.

- Los programas de formación inicial y continua de profesores de matemáticas pueden beneficiarse de la integración TAD-MTSK:

- Desarrollando el conocimiento de los futuros profesores sobre las praxeologías matemáticas y didácticas
- Fomentando la reflexión sobre los diferentes dominios del MTSK y cómo se relacionan con las prácticas institucionales
- Promoviendo la capacidad de los profesores para analizar y adaptar libros de texto y materiales curriculares considerando tanto las praxeologías como los conocimientos especializados necesarios

5. Planificación de clases con TAD y MTSK:

- Al planificar sus clases, los profesores pueden:
 - Identificar las praxeologías matemáticas a enseñar (TAD).
 - Analizar los conocimientos matemáticos y didácticos necesarios para enseñar estas praxeologías (MTSK).
 - Diseñar momentos didácticos que promuevan el desarrollo de praxeologías completas y aprovechen el MTSK del profesor.
 - Diseño de secuencias didácticas: La combinación de la estructura praxeológica de la TAD con los dominios de conocimiento del MTSK puede guiar el diseño de secuencias didácticas más completas y efectivas. Por ejemplo, al diseñar una secuencia sobre álgebra lineal, se puede considerar:
 - La organización praxeológica del contenido (TAD)
 - El conocimiento de los temas de álgebra lineal (KoT del MTSK)
 - El conocimiento de las dificultades comunes de los estudiantes en este tema (KFLM del MTSK)
 - Las conexiones con otros temas matemáticos (KSM del MTSK)
 - Las estrategias de enseñanza específicas para álgebra lineal (KMT del MTSK)

6. Análisis de la práctica docente: La integración TAD-MTSK proporciona un marco más completo para analizar la práctica docente. Se puede examinar:

- Cómo las praxeologías matemáticas y didácticas se manifiestan en la enseñanza
- Qué dominios y subdominios del MTSK se activan en diferentes momentos de la clase
- Cómo los factores institucionales (analizados desde la TAD) influyen en el despliegue del conocimiento especializado del profesor

7. Evaluación integrada:

La integración TAD-MTSK puede proporcionar un marco más completo para la evaluación de la competencia docente:

- Evaluando la capacidad del profesor para gestionar praxeologías matemáticas y didácticas
- Analizando el despliegue de los diferentes dominios del MTSK en situaciones de enseñanza concretas
- Considerando cómo el profesor navega las restricciones institucionales mientras pone en juego su conocimiento especializado
- La evaluación del aprendizaje de los estudiantes puede diseñarse para valorar tanto el desarrollo de praxeologías matemáticas (TAD) como los diferentes aspectos del conocimiento matemático (MTSK).
- Esto podría incluir tareas que evalúen no solo las técnicas matemáticas, sino también la comprensión conceptual, las conexiones entre conceptos y la capacidad de razonamiento matemático.

8. Investigación en educación matemática:

La combinación de la TAD y el MTSK abre nuevas líneas de investigación:

- Estudios sobre cómo diferentes configuraciones institucionales (analizadas desde la TAD) afectan el desarrollo y la manifestación del MTSK
- Análisis de cómo las praxeologías matemáticas y didácticas se relacionan con los diferentes dominios y subdominios del MTSK
- Investigaciones sobre cómo el paradigma del cuestionamiento del mundo (TAD) puede ser implementado considerando los diferentes aspectos del conocimiento especializado del profesor (MTSK)

4.4.4 Implicaciones de la integración TAD-MTSK para la práctica docente

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) tiene implicaciones significativas para la práctica docente en matemáticas. Esta sección explorará cómo este enfoque integrado puede informar y enriquecer los programas de formación docente.

Principios para la formación docente basada en TAD-MTSK.

La integración TAD-MTSK sugiere varios principios clave para la formación de profesores de matemáticas:

1. Desarrollo de competencias praxeológicas:

- Los programas de formación deben desarrollar la capacidad de los profesores para analizar y construir praxeologías matemáticas y didácticas.
- Esto implica no solo el dominio de técnicas matemáticas, sino también la capacidad de justificar, explicar y conectar diferentes aspectos del conocimiento matemático.

2. Construcción del conocimiento especializado:

- La formación debe abordar explícitamente los diferentes dominios del MTSK, ayudando a los profesores a desarrollar un conocimiento profundo y especializado de las matemáticas y su enseñanza.

3. Conciencia institucional:

- Los programas deben desarrollar la capacidad de los profesores para analizar y navegar los diferentes niveles de codeterminación didáctica propuestos por la TAD.

- Esto incluye la comprensión de cómo los factores institucionales y sociales afectan la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

4. Integración teoría-práctica:

- La formación debe proporcionar oportunidades para que los profesores apliquen los conceptos de la TAD y el MTSK en situaciones prácticas de enseñanza.

- Esto puede incluir el análisis de casos, la planificación de lecciones y la reflexión sobre la práctica docente.

5. Fomento de la actitud investigadora:

- En línea con el paradigma del cuestionamiento del mundo de la TAD, la formación debe promover una actitud investigadora en los profesores.

- Esto implica desarrollar la capacidad de cuestionar las prácticas establecidas y buscar nuevas formas de abordar la enseñanza de las matemáticas.

Componentes de un programa de formación basado en TAD-MTSK.

Un programa de formación docente que integre la perspectiva TAD-MTSK podría incluir los siguientes componentes:

1. Fundamentos teóricos:

Estudio en profundidad de los conceptos clave de la TAD (praxeologías, niveles de codeterminación, momentos didácticos, etc.)

Exploración detallada de los dominios y subdominios del MTSK

Análisis de las conexiones y complementariedades entre TAD y MTSK

2. Análisis praxeológico:

Desarrollo de habilidades para realizar análisis praxeológicos de contenidos matemáticos

Práctica en la identificación de tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías en diferentes áreas de las matemáticas

Exploración de cómo el análisis praxeológico puede informar la planificación de la enseñanza

3. Desarrollo del conocimiento matemático especializado:

Profundización en el conocimiento de los temas matemáticos (KoT) y su estructura (KSM)

Exploración de la práctica matemática (KPM) y cómo fomentarla en los estudiantes

Análisis de cómo diferentes dominios del MTSK se relacionan con las praxeologías matemáticas

4. Diseño de secuencias didácticas:

Práctica en el diseño de secuencias didácticas que integren la perspectiva praxeológica de la TAD y los diferentes dominios del MTSK

Análisis de cómo abordar los diferentes momentos didácticos en la planificación de la enseñanza

Exploración de cómo adaptar las secuencias a diferentes contextos institucionales

5. Gestión del aula:

Desarrollo de estrategias para implementar efectivamente los diferentes momentos didácticos en el aula

Práctica en la identificación y abordaje de dificultades de aprendizaje desde la perspectiva praxeológica y del MTSK

Exploración de cómo fomentar el paradigma del cuestionamiento del mundo en la práctica docente

6. Evaluación del aprendizaje:

Desarrollo de competencias para diseñar evaluaciones que consideren tanto las praxeologías matemáticas como los diferentes aspectos del MTSK

Práctica en la interpretación de las respuestas de los estudiantes desde una perspectiva praxeológica

Exploración de estrategias de evaluación formativa alineadas con la integración TAD-MTSK

7. Reflexión sobre la práctica:

Desarrollo de habilidades para analizar la propia práctica docente utilizando los marcos de la TAD y el MTSK. Práctica en la identificación de áreas de mejora y en la planificación del desarrollo profesional continuo. Exploración de cómo la reflexión puede informar la evolución de las praxeologías didácticas personales

8. Investigación en educación matemática:

Introducción a la investigación en educación matemática desde la perspectiva TAD-MTSK

Práctica en el diseño y desarrollo de pequeños proyectos de investigación-acción
Exploración de cómo la investigación puede informar y mejorar la práctica docente

9. Planificación y diseño de la enseñanza

La integración TAD-MTSK puede enriquecer significativamente el proceso de planificación y diseño de la enseñanza:

10. Análisis del contenido matemático:

Desde la TAD, los profesores pueden analizar la organización praxeológica del contenido matemático a enseñar, identificando los tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías relevantes. Desde el MTSK, pueden profundizar en su conocimiento de los temas (KoT), la estructura matemática (KSM) y la práctica matemática (KPM) relacionados con el contenido.

11. Consideración del contexto institucional:

La TAD permite a los profesores considerar las restricciones y oportunidades que ofrecen los diferentes niveles de codeterminación didáctica. El MTSK complementa esto con el conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS), ayudando a los profesores a alinear su enseñanza con las expectativas curriculares.

12. Diseño de secuencias didácticas:

Los momentos didácticos de la TAD pueden guiar la estructura general de las secuencias de enseñanza. El conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) y de la enseñanza de las matemáticas (KMT) del MTSK puede informar las decisiones específicas sobre estrategias y recursos didácticos.

13. Anticipación de dificultades:

La TAD puede ayudar a identificar posibles obstáculos epistemológicos relacionados con la estructura de las praxeologías matemáticas. El KFLM del MTSK permite anticipar dificultades específicas de los estudiantes y concepciones erróneas comunes.

Implementación en el aula

La implementación efectiva de un programa de formación y desarrollo profesional para profesores de matemáticas que integre los enfoques de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) requiere de estrategias cuidadosamente diseñadas y

ejecutadas. Durante la implementación de las clases, la integración TAD-MTSK puede manifestarse de diversas formas:

1. Gestión de los momentos didácticos:

- Los profesores pueden usar su conocimiento del MTSK para adaptar su enfoque a cada momento didáctico de la TAD (primer encuentro, exploración, trabajo técnico, etc.).

- Por ejemplo, durante el momento de institucionalización, el profesor puede recurrir a su conocimiento de la estructura matemática (KSM) para establecer conexiones con otros temas.

2. Adaptación a las respuestas de los estudiantes:

- El conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) puede ayudar a los profesores a interpretar las respuestas de los estudiantes en términos de las praxeologías en juego.

- Esto permite una adaptación más efectiva de las técnicas y discursos tecnológicos a las necesidades de los estudiantes.

3. Uso de recursos y representaciones:

- La TAD puede guiar la selección de recursos que apoyen el desarrollo de praxeologías matemáticas completas.

- El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) del MTSK puede informar sobre el uso efectivo de estos recursos y representaciones.

4. Promoción del cuestionamiento tecnológico:

- El paradigma del cuestionamiento del mundo de la TAD puede ser implementado utilizando el conocimiento de la práctica matemática (KPM) del MTSK para fomentar el razonamiento y la argumentación matemática.

Evaluación del aprendizaje

La integración TAD-MTSK también tiene implicaciones para la evaluación del aprendizaje matemático:

1. Diseño de tareas de evaluación:

- La TAD puede guiar el diseño de tareas que evalúen praxeologías matemáticas completas, incluyendo no sólo las técnicas, sino también el discurso tecnológico-teórico.

- El MTSK, especialmente el conocimiento de los temas (KoT) y de la práctica matemática (KPM), puede ayudar a diseñar tareas que evalúan aspectos específicos del conocimiento matemático.

2. Interpretación de las respuestas de los estudiantes:

- La TAD proporciona un marco para analizar las respuestas de los estudiantes en términos de las praxeologías que han desarrollado.

- El conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) del MTSK puede ayudar a interpretar los errores y dificultades de los estudiantes.

3. Evaluación formativa:

- Los momentos didácticos de la TAD pueden servir como puntos de referencia para la evaluación formativa a lo largo de una secuencia de enseñanza.

- El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) del MTSK puede informar sobre estrategias efectivas de retroalimentación.

4. Evaluación de competencias matemáticas:

- La TAD, con su énfasis en las praxeologías completas, puede ayudar a evaluar no solo el conocimiento procedimental, sino también el conceptual y el de resolución de problemas.

- El MTSK puede guiar la evaluación de aspectos más específicos, como la capacidad de los estudiantes para establecer conexiones matemáticas (relacionado con el KSM).

5. Alineación con estándares curriculares:

- El análisis de los niveles de codeterminación didáctica de la TAD puede ayudar a asegurar que la evaluación esté alineada con las expectativas institucionales.

- El conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS) del MTSK puede garantizar que la evaluación cumpla con los requisitos curriculares.

Reflexión y desarrollo profesional

La integración TAD-MTSK ofrece un marco robusto para la reflexión y el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas:

1. Análisis de la propia práctica:

- Los profesores pueden utilizar la TAD para analizar las praxeologías matemáticas y didácticas que ponen en juego en su enseñanza. El MTSK proporciona un marco para reflexionar sobre los diferentes dominios de conocimiento que activan en su práctica.

2. Identificación de áreas de mejora:

- La TAD puede ayudar a identificar aspectos de las praxeologías matemáticas o didácticas que necesitan ser fortalecidas. El MTSK puede guiar la identificación de dominios de conocimiento específicos que requieren desarrollo.

3. Colaboración entre pares:

- La TAD proporciona un lenguaje común para discutir aspectos institucionales y organizativos de la enseñanza de las matemáticas. El MTSK ofrece un marco para compartir y discutir conocimientos especializados entre profesores.

4. Investigación-acción:

- La integración TAD-MTSK puede guiar proyectos de investigación-acción, permitiendo a los profesores investigar sistemáticamente su propia práctica. Por ejemplo, un profesor podría investigar cómo diferentes configuraciones praxeológicas (TAD) afectan el desarrollo del razonamiento algebraico de los estudiantes, utilizando el MTSK para analizar los conocimientos puestos en juego.

5. Desarrollo curricular:

- Los profesores pueden utilizar la TAD para analizar y desarrollar currículos que promuevan praxeologías matemáticas completas y coherentes. El MTSK puede guiar la inclusión de aspectos específicos del conocimiento matemático y didáctico en el currículo.

Adaptación a diferentes contextos educativos

La integración TAD-MTSK puede ser particularmente útil para adaptar la enseñanza a diferentes contextos educativos:

1. Educación en distintos niveles educativos:

- La TAD puede ayudar a analizar cómo las praxeologías matemáticas evolucionan a lo largo de los diferentes niveles educativos.

- El MTSK puede guiar la adaptación del conocimiento especializado necesario para enseñar matemáticas en diferentes etapas educativas.

2. Educación formal vs. no formal:

- La TAD, con su análisis de los niveles de codeterminación didáctica, puede ayudar a comprender las diferencias entre los contextos formales e informales de aprendizaje matemático.

- El MTSK puede informar sobre los conocimientos específicos necesarios para enseñar matemáticas en contextos no tradicionales.

3. Adaptación a diversidad cultural:

- La TAD puede ayudar a analizar cómo diferentes contextos culturales afectan las praxeologías matemáticas y didácticas. El MTSK, especialmente el conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM), puede guiar la adaptación de la enseñanza a diferentes bagajes culturales.

4. Educación inclusiva:

- La TAD puede ayudar a diseñar praxeologías matemáticas accesibles para estudiantes con diferentes capacidades. El MTSK puede informar sobre estrategias específicas para adaptar la enseñanza a estudiantes con necesidades educativas especiales.

5. Educación en línea y mixta:

- La TAD puede guiar el análisis de cómo las praxeologías matemáticas y didácticas se transforman en entornos en línea. El MTSK puede informar sobre los conocimientos específicos necesarios para enseñar matemáticas efectivamente en entornos virtuales o mixtos.

4.4.5 Perspectivas futuras en la integración TAD-MTSK

La integración de la TAD y el MTSK en la práctica docente ofrece perspectivas prometedoras para el futuro de la educación matemática:

1. Personalización del aprendizaje:

Las estrategias basadas en TAD-MTSK podrían informar el desarrollo de enfoques más personalizados para la enseñanza de las matemáticas, considerando las praxeologías individuales de los estudiantes y los diferentes dominios de conocimiento necesarios.

2. Desarrollo de herramientas prácticas:

Se espera el desarrollo de herramientas y recursos que faciliten la aplicación de la integración TAD-MTSK en la planificación, implementación y evaluación de la enseñanza.

3. Colaboración interdisciplinaria:

El enfoque integrado TAD-MTSK podría fomentar una mayor colaboración entre matemáticos, educadores matemáticos y profesores, enriqueciendo el desarrollo de estrategias didácticas.

4. Investigación empírica:

Se prevé un aumento en la investigación empírica sobre la efectividad de las estrategias basadas en TAD-MTSK para validar la efectividad de este enfoque integrado en diferentes contextos educativos, lo que podría llevar a refinamientos y nuevos desarrollos teóricos.

5. Formación docente innovadora:

Se prevé el desarrollo de programas de formación docente que incorporen la integración TAD-MTSK de manera efectiva y práctica. Además del surgimiento de nuevos modelos de formación docente que integren la perspectiva TAD-MTSK de manera más efectiva, preparando a los futuros profesores para implementar estas estrategias de manera competente.

6. Desarrollo curricular:

La integración TAD-MTSK podría informar el desarrollo de currículos de matemáticas más coherentes y efectivos.

7. Tecnología educativa:

Es posible que se desarrollen aplicaciones y plataformas educativas basadas en la integración TAD-MTSK para apoyar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

8. Desarrollo de modelos híbridos:

Se espera el desarrollo de modelos teóricos que integren de manera más formal y sistemática los conceptos de la TAD y el MTSK, proporcionando un marco unificado para el análisis de la práctica docente en matemáticas.

9. Herramientas de análisis:

Se prevé el desarrollo de nuevas herramientas metodológicas y analíticas que permitan operacionalizar la integración TAD-MTSK en la investigación educativa.

10. Formación docente:

Es probable que surjan nuevos enfoques en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas que incorporen de manera integrada los principios de la TAD y el MTSK.

11. Aplicaciones tecnológicas:

La integración TAD-MTSK podría informar el desarrollo de nuevas tecnologías educativas y plataformas de aprendizaje que consideren tanto los aspectos institucionales como los conocimientos especializados necesarios para la enseñanza efectiva de las matemáticas. Se espera el desarrollo de herramientas tecnológicas que faciliten la implementación de estrategias basadas en TAD-MTSK, como software para el análisis praxeológico o plataformas de aprendizaje adaptativo.

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) ofrece un marco teórico potente, rico y complejo para el análisis, informe y mejora de la práctica docente en matemáticas. Esta integración permite una comprensión más holística de

los procesos de enseñanza y aprendizaje, considerando tanto los factores institucionales como los conocimientos individuales del profesor. Aunque presenta desafíos en su implementación, también ofrece oportunidades significativas para enriquecer la enseñanza, el aprendizaje y la investigación en educación matemática. A medida que este enfoque integrado se desarrolle y se aplique más ampliamente, tiene el potencial de transformar significativamente la forma en que se enseñan y aprenden las matemáticas en diversos contextos educativos.

4.4.6 Desafíos en la implementación de la integración TAD-MTSK

A pesar de los beneficios potenciales, la implementación de la integración TAD-MTSK en la práctica docente también presenta desafíos; uno de los principales desafíos identificados fue la falta de recursos tecnológicos en algunas aulas, lo que limitó la implementación de ciertas estrategias didácticas. En particular, los docentes mencionaron que el acceso a software de modelación y simulaciones matemáticas fue limitado, lo que afectó la capacidad de los estudiantes para desarrollar habilidades avanzadas en modelación matemática. Se recomienda que futuras investigaciones se centren en proporcionar más recursos tecnológicos y en evaluar el impacto de la intervención a largo plazo.:

1. Complejidad teórica: La combinación de dos marcos teóricos ya de por sí complejos puede resultar en un modelo integrado aún más complejo, lo que podría dificultar su aplicación práctica. Se necesita un equilibrio entre la riqueza teórica y la aplicabilidad práctica.
2. Diferencias en los niveles de análisis: La TAD tiende a centrarse en niveles más amplios de análisis (institucional, social), mientras que el MTSK se enfoca más en el nivel individual del profesor. Conciliar estos diferentes niveles de análisis puede ser desafiante.
3. Terminología y conceptualización: Aunque existen puntos de convergencia, la TAD y el MTSK utilizan terminologías y conceptualizaciones diferentes, lo que puede generar dificultades en la integración coherente de ambos enfoques.
4. Validación empírica: La integración de estos dos marcos teóricos requerirá una validación empírica exhaustiva para demostrar su utilidad y aplicabilidad en diversos contextos educativos.
5. Formación de investigadores y profesores: La aplicación efectiva de un marco integrado TAD-MTSK requerirá programas de formación específicos tanto para investigadores como para profesores, lo que puede ser un proceso largo y costoso.
6. Tiempo y recursos: La planificación y reflexión basadas en la integración TAD-MTSK pueden requerir más tiempo y recursos que los enfoques tradicionales. Es necesario encontrar formas de integrar este enfoque de manera eficiente en la práctica diaria de los docentes.

7. Formación docente: La implementación efectiva de la integración TAD-MTSK requiere una formación específica de los docentes. Es necesario desarrollar programas de formación inicial y continua que aborden esta integración teórica.

8. Resistencia al cambio: Algunos docentes pueden mostrar resistencia a adoptar un nuevo enfoque teórico complejo. Es importante demostrar los beneficios prácticos de esta integración para fomentar su adopción.

9. Evaluación de la efectividad: Es necesario desarrollar métodos para evaluar la efectividad de la implementación de la integración TAD-MTSK en la práctica docente. Se requieren investigaciones a largo plazo para determinar el impacto de este enfoque en el aprendizaje de los estudiantes.

4.4.7 Estrategias didácticas basadas en la TAD y el MTSK

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) ofrece un marco teórico robusto y comprehensivo para analizar y mejorar la práctica docente en matemáticas. Esta sección explorará cómo estos dos enfoques pueden complementarse y enriquecerse mutuamente, proporcionando una perspectiva más holística de la enseñanza de las matemáticas.

Puntos de convergencia entre TAD y MTSK

Aunque la TAD y el MTSK tienen orígenes y enfoques diferentes, existen varios puntos de convergencia que facilitan su integración:

1. Énfasis en el conocimiento especializado: Tanto la TAD como el MTSK reconocen que la enseñanza de las matemáticas requiere un conocimiento que va más allá del contenido matemático puro. La TAD lo aborda desde la perspectiva de las praxeologías didácticas, mientras que el MTSK lo hace a través de sus dominios de conocimiento.

2. Contextualización institucional: Ambos modelos consideran el contexto institucional en el que se desarrolla la enseñanza. La TAD lo hace de manera explícita a través de sus niveles de codeterminación didáctica, mientras que el MTSK lo incorpora en su dominio de conocimiento de los estándares de aprendizaje.

3. Atención a la naturaleza de las matemáticas: Tanto la TAD como el MTSK abordan la naturaleza epistemológica de las matemáticas. La TAD lo hace a través de su análisis de las praxeologías matemáticas, mientras que el MTSK lo incluye en su subdominio de conocimiento de la estructura matemática.

4. Importancia de las conexiones: Ambos modelos enfatizan la importancia de las conexiones entre diferentes aspectos del conocimiento matemático. La TAD lo hace a través de su análisis de las relaciones entre praxeologías, mientras que el MTSK lo aborda en su subdominio de conexiones matemáticas.

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) proporciona un marco teórico robusto para el desarrollo de estrategias didácticas innovadoras y efectivas en la enseñanza de las matemáticas. Esta sección explorará cómo esta integración puede informar y guiar el diseño de estrategias didácticas.

Principios para el desarrollo de estrategias didácticas

La integración TAD-MTSK sugiere varios principios clave para el desarrollo de estrategias didácticas:

1. Coherencia praxeológica:

- Las estrategias deben promover el desarrollo de praxeologías matemáticas completas, incluyendo no sólo las técnicas, sino también el discurso tecnológico-teórico asociado.
- El MTSK, especialmente el conocimiento de los temas (KoT) y de la estructura matemática (KSM), puede guiar la construcción de esta coherencia.

2. Contextualización institucional:

- Las estrategias deben considerar los diferentes niveles de codeterminación didáctica de la TAD, asegurando su alineación con las expectativas y restricciones institucionales.
- El conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS) del MTSK puede informar esta contextualización.

3. Atención a los procesos de aprendizaje:

- Las estrategias deben basarse en un conocimiento profundo de cómo los estudiantes aprenden matemáticas, informado por el conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) del MTSK.
- La TAD puede proporcionar una estructura para analizar cómo evolucionan las praxeologías de los estudiantes a lo largo del tiempo.

4. Flexibilidad y adaptabilidad:

- Las estrategias deben ser lo suficientemente flexibles para adaptarse a diferentes contextos y necesidades de los estudiantes.
- El conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) del MTSK puede informar sobre cómo adaptar las estrategias a diferentes situaciones.

5. Promoción del cuestionamiento y la indagación:

- En línea con el paradigma del cuestionamiento del mundo de la TAD, las estrategias deben fomentar una actitud de indagación en los estudiantes.
- El conocimiento de la práctica matemática (KPM) del MTSK puede guiar el diseño de actividades que promuevan el razonamiento y la argumentación matemática.

4.4.8 Metodología para el Diseño de Estrategias Didácticas

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) proporciona un marco robusto para el desarrollo de estrategias didácticas innovadoras y efectivas en la enseñanza de las matemáticas. El diseño de estrategias didácticas basadas en TAD y MTSK implica un proceso sistemático que integra los elementos clave de ambos marcos teóricos. A continuación, se presenta una metodología paso a paso:

1. Diagnóstico inicial

Antes de iniciar cualquier programa de formación, es crucial realizar un diagnóstico inicial que permita identificar:

- El nivel de conocimiento y comprensión que los profesores tienen sobre la TAD y el MTSK.
- Las praxeologías matemáticas y didácticas que los profesores utilizan en su práctica actual.
- Los dominios y subdominios del MTSK en los que los profesores muestran fortalezas y debilidades.

Este diagnóstico puede realizarse a través de:

- Cuestionarios y entrevistas estructuradas.
- Observaciones de clase.
- Análisis de planificaciones y materiales didácticos utilizados por los profesores.

Gómez-Chacón et al. (2020) sugieren que este diagnóstico inicial no solo sirve como punto de partida para el diseño del programa de formación, sino que también permite a los profesores reflexionar sobre su propia práctica y conocimientos, fomentando así una disposición positiva hacia el aprendizaje.

Diseño de módulos formativos integrados

El programa de formación debe estructurarse en módulos que integren coherentemente los principios de la TAD y el MTSK. Estos módulos pueden incluir

- I. Fundamentos teóricos de la TAD y el MTSK.
- II. Análisis Praxeológico (TAD)
 - Identificar las praxeologías matemáticas relevantes para el tema a enseñar.

- Analizar los componentes de estas praxeologías: tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría.
- III. Análisis del Conocimiento Especializado (MTSK)
- Determinar los conocimientos específicos necesarios en cada subdominio del MTSK para enseñar el tema.
 - Identificar las conexiones entre los diferentes subdominios del MTSK relevantes para el tema.
- IV. Diseño de Recorridos de Estudio e Investigación (REI) y Desarrollo del conocimiento matemático (MK) en relación con las praxeologías identificadas.
- Formular una cuestión generatriz que promueva el desarrollo de las praxeologías identificadas.
 - Diseñar una secuencia de actividades que guíen a los estudiantes en la exploración de la cuestión generatriz.
- V. Integración de los Momentos Didácticos (TAD) y el MTSK
- Planificar cómo se abordarán los diferentes momentos didácticos (primer encuentro, exploración, institucionalización, etc.) utilizando el conocimiento especializado del profesor.
 - Estrategias para la transposición didáctica y su relación con el conocimiento didáctico del contenido (PCK).
 - Diseño de secuencias didácticas basadas en los momentos didácticos de la TAD y los subdominios del MTSK.
- VI. Selección y Diseño de Recursos Didácticos
- Elegir o crear recursos que apoyen el desarrollo de las praxeologías y se alineen con el MTSK del profesor.
- VII. Planificación de la Evaluación
- Diseñar métodos de evaluación que valoren tanto el desarrollo de praxeologías completas como la comprensión conceptual profunda.
- VIII. Reflexión y Ajuste
- Incorporar momentos de reflexión sobre la práctica, utilizando tanto el análisis praxeológico como las categorías del MTSK.

Bosch y Gascón (2021) enfatizan la importancia de que estos módulos no se presenten de manera aislada, sino que se muestren las interconexiones entre la TAD y el MTSK, permitiendo a los profesores comprender cómo estos enfoques se complementan y enriquecen mutuamente.

Metodologías activas y colaborativas

La implementación del programa debe basarse en metodologías activas que promuevan la participación y la reflexión de los profesores. Algunas estrategias incluyen:

- Aprendizaje activo y colaborativo.
- Utilizar enfoques de aprendizaje activo que permitan a los profesores construir su comprensión de la TAD y el MTSK a través de la práctica y la reflexión
- Fomentar la colaboración entre profesores para compartir experiencias y conocimientos
- Estudio de casos y ejemplos prácticos: Análisis de situaciones reales de enseñanza-aprendizaje desde las perspectivas de la TAD y el MTSK. Proporcionar oportunidades para que los profesores analicen y diseñen sus propios casos
- Talleres prácticos: Diseño colaborativo de praxeologías didácticas y secuencias de enseñanza.
- Comunidades de práctica: Espacios de discusión y reflexión sobre la implementación de los enfoques TAD-MTSK en el aula.
- Lesson Study: Planificación, observación y análisis conjunto de lecciones basadas en los principios de la TAD y el MTSK.

Integración de la tecnología. - Utilizar herramientas tecnológicas para facilitar el análisis praxeológico y la exploración de los dominios del MTSK

- Explorar cómo la tecnología puede apoyar la implementación de estrategias didácticas basadas en TAD-MTSK

- Práctica reflexiva. Incorporar oportunidades regulares para la reflexión sobre la práctica docente.

Utilizar portafolios o diarios de aprendizaje para documentar el desarrollo profesional

Carrillo et al. (2018) destacan que estas metodologías no solo facilitan la comprensión de los marcos teóricos, sino que también promueven el desarrollo de habilidades metacognitivas y de reflexión crítica sobre la práctica docente

Acompañamiento y mentoría

Un elemento crucial en la implementación es el acompañamiento continuo a los profesores durante y después de la formación. Este acompañamiento puede tomar la forma de:

- Mentorías individuales: Asignación de mentores expertos en TAD y MTSK que puedan guiar y apoyar a los profesores en la aplicación de estos enfoques en su práctica diaria.
- Observaciones de clase y retroalimentación: Visitas al aula para observar la implementación de las estrategias aprendidas y proporcionar retroalimentación constructiva.

- Sesiones de reflexión grupal: Espacios periódicos donde los profesores puedan compartir sus experiencias, desafíos y logros en la implementación de los enfoques TAD-MTSK.

Godino et al. (2019) señalan que este acompañamiento no solo apoya la transferencia de los aprendizajes a la práctica, sino que también contribuye a la construcción de una identidad profesional más sólida y reflexiva.

Evaluación continua y ajuste del programa

La implementación debe incluir un sistema de evaluación continua que permita:

- Monitorear el progreso de los profesores en la comprensión y aplicación de los enfoques TAD-MTSK.
- Identificar áreas de mejora en el diseño y ejecución del programa.
- Recopilar evidencias del impacto del programa en la práctica docente y el aprendizaje de los estudiantes.

Esta evaluación puede realizarse a través de:

- Portafolios docentes que documenten la evolución de las praxeologías y el conocimiento especializado.
- Encuestas de satisfacción y percepción de los participantes.
- Análisis de los resultados de aprendizaje de los estudiantes en relación con las nuevas prácticas implementadas.

Ruiz-Olarría y Sierra (2022) enfatizan la importancia de que esta evaluación sea formativa y participativa, involucrando a los profesores en la reflexión sobre su propio proceso de aprendizaje y en la toma de decisiones sobre los ajustes necesarios en el programa.

Institucionalización y sostenibilidad

Para garantizar que la implementación del enfoque TAD-MTSK tenga un impacto duradero, es necesario trabajar en su institucionalización. Esto implica:

- Integrar los principios de la TAD y el MTSK en los documentos curriculares y políticas educativas de la institución.
- Formar a formadores de profesores en estos enfoques para asegurar la continuidad del programa.
- Establecer mecanismos de reconocimiento y promoción para los profesores que demuestren una implementación efectiva de estos enfoques.

Barquero et al. (2023) sugieren que la institucionalización no solo asegura la sostenibilidad del programa, sino que también contribuye a la creación de una cultura institucional centrada en la mejora continua de la enseñanza de las matemáticas.

La implementación efectiva de un programa de formación basado en la TAD y el MTSK requiere de un enfoque sistémico y multidimensional. Estas estrategias, cuando se implementan de manera coherente y adaptada al contexto específico, tienen el potencial de transformar significativamente la práctica docente en matemáticas y, por ende, mejorar el aprendizaje de los estudiantes.

4.4.9 Ejemplos de Integración de TAD y MTSK en la Práctica Docente

A continuación, se presentan algunos ejemplos de estrategias didácticas que integran perspectivas de la TAD y el MTSK:

1. Estudio de praxeologías puntuales:

- Descripción: Esta estrategia se centra en el estudio profundo de una praxeología matemática específica.
- Elementos TAD: Análisis detallado de los tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías asociadas a la praxeología.
- Elementos MTSK: Utilización del conocimiento de los temas (KoT) para profundizar en los aspectos conceptuales y procedimentales.
- Implementación: Los estudiantes exploran una variedad de tareas relacionadas con la praxeología, desarrollan y justifican técnicas, y construyen el discurso tecnológico-teórico asociado.

2. Conexiones praxeológicas:

- Descripción: Esta estrategia se enfoca en establecer conexiones entre diferentes praxeologías matemáticas.
- Elementos TAD: Análisis de las relaciones entre diferentes organizaciones praxeológicas.
- Elementos MTSK: Utilización del conocimiento de la estructura matemática (KSM) para guiar el establecimiento de conexiones.
- Implementación: Los estudiantes exploran cómo una praxeología puede ser utilizada o modificada para abordar tareas en otro contexto matemático.

3. Evolución praxeológica:

- Descripción: Esta estrategia se centra en cómo las praxeologías matemáticas evolucionan a lo largo del tiempo o a través de diferentes niveles educativos.
- Elementos TAD: Análisis de los procesos de transposición didáctica y de los niveles de codeterminación didáctica.
- Elementos MTSK: Utilización del conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS) para comprender esta evolución.

- Implementación: Los estudiantes analizan cómo un concepto matemático se aborda en diferentes niveles educativos, identificando cambios en las técnicas y en el discurso tecnológico-teórico.

4. Cuestionamiento tecnológico:

- Descripción: Esta estrategia promueve la exploración y cuestionamiento del componente tecnológico de las praxeologías.

- Elementos TAD: Énfasis en el desarrollo del discurso tecnológico-teórico y en el paradigma del cuestionamiento del mundo.

- Elementos MTSK: Utilización del conocimiento de la práctica matemática (KPM) para guiar el proceso de cuestionamiento y justificación.

- Implementación: Los estudiantes cuestionan y justifican las técnicas utilizadas, explorando los límites de su aplicabilidad y buscando generalizaciones.

5. Modelación praxeológica:

- Descripción: Esta estrategia se centra en el desarrollo de modelos matemáticos para situaciones del mundo real.

- Elementos TAD: Construcción de praxeologías matemáticas para modelizar situaciones reales, considerando los diferentes niveles de determinación matemática.

- Elementos MTSK: Utilización del conocimiento de los temas (KoT) y de la práctica matemática (KPM) para guiar el proceso de modelización.

- Implementación: Los estudiantes desarrollan modelos matemáticos para situaciones del mundo real, construyendo praxeologías completas que incluyen la justificación y validación de los modelos.

6. Análisis de errores praxeológicos:

- Descripción: Esta estrategia se centra en el análisis de errores comunes desde la perspectiva de las praxeologías matemáticas.

- Elementos TAD: Identificación de componentes praxeológicos (tipos de tareas, técnicas, tecnologías, teorías) donde pueden surgir errores o dificultades.

- Elementos MTSK: Utilización del conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM) para anticipar y analizar errores.

- Implementación: Los estudiantes analizan ejemplos de errores, identificando en qué componente praxeológico se originan y cómo se pueden abordar.

7. Diseño de secuencias didácticas integradas:

- Descripción: Esta estrategia implica el diseño de secuencias didácticas que integran múltiples praxeologías y dominios de conocimiento.

- Elementos TAD: Organización de secuencias que abordan diferentes momentos didácticos y niveles de codeterminación.

- Elementos MTSK: Utilización de todos los dominios del MTSK para informar el diseño de la secuencia.

- Implementación: Los profesores diseñan secuencias didácticas que abordan un tema matemático de manera integral, considerando aspectos conceptuales, procedimentales, conexiones con otros temas, y aspectos del aprendizaje y la enseñanza.

4.4.10 Implementación de estrategias didácticas basadas en TAD-MTSK

La implementación efectiva de estas estrategias requiere una cuidadosa planificación y ejecución. Algunos aspectos clave a considerar son:

1. Análisis previo:

- Realizar un análisis praxeológico detallado del contenido matemático a enseñar.
- Identificar los dominios del MTSK más relevantes para el tema y la estrategia elegida.
- Considerar los niveles de codeterminación didáctica que pueden afectar la implementación.

2. Diseño de actividades:

- Desarrollar actividades que promuevan la construcción de praxeologías completas.
- Incorporar elementos que activen diferentes dominios del MTSK.
- Asegurar que las actividades sean coherentes con el paradigma del cuestionamiento del mundo.

3. Gestión del aula:

- Utilizar el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT) para gestionar eficazmente los diferentes momentos didácticos.
- Estar preparado para adaptar la estrategia en función de las respuestas de los estudiantes, utilizando el conocimiento de las características del aprendizaje matemático (KFLM).

4. Evaluación continua:

- Implementar formas de evaluación que permitan monitorear el desarrollo de las praxeologías matemáticas de los estudiantes.
- Utilizar el conocimiento de los estándares de aprendizaje (KMLS) para asegurar que la evaluación esté alineada con las expectativas curriculares.

5. Reflexión y ajuste:

- Reflexionar sobre la efectividad de la estrategia utilizando tanto la perspectiva praxeológica de la TAD como los dominios del MTSK.

- Realizar ajustes basados en esta reflexión para futuras implementaciones.

Ejemplo 1: Estrategia para la Enseñanza de la Función Cuadrática

Tema: Función Cuadrática

Nivel: Secundaria (15-16 años)

1. Análisis Praxeológico (TAD)

- Tipos de tareas: Representar gráficamente funciones cuadráticas, encontrar vértices, resolver ecuaciones cuadráticas.

- Técnicas: Tabulación, completar cuadrados, fórmula cuadrática.

- Tecnología: Propiedades de parábolas, álgebra de polinomios.

- Teoría: Teoría de funciones, ecuaciones polinómicas.

2. Análisis MTSK

- KoT: Definiciones y propiedades de funciones cuadráticas, formas de representación.

- KSM: Conexiones con ecuaciones cuadráticas, geometría analítica.

- KPM: Procesos de modelización matemática.

- KFLM: Dificultades comunes en la interpretación de parámetros.

- KMT: Uso de software de geometría dinámica para visualización.

- KMLS: Ubicación del tema en el currículo y estándares de aprendizaje.

3. Diseño de REI

- Cuestión generatriz: "¿Cómo podemos diseñar un puente colgante seguro y eficiente?"

4. Secuencia Didáctica

a. Primer encuentro y exploración inicial

- Presentar el problema del diseño del puente colgante.

- Discutir la forma de los cables de suspensión (introducción intuitiva a la parábola).

b. Construcción de la técnica

- Utilizar software de geometría dinámica para explorar cómo cambia la forma de la parábola al modificar parámetros.

- Introducir la representación algebraica de la función cuadrática y su relación con la gráfica.

c. Trabajo de la técnica

- Practicar la representación gráfica de funciones cuadráticas a partir de su ecuación.
- Resolver problemas relacionados con el diseño del puente (encontrar la altura máxima, puntos de anclaje, etc.).

d. Construcción del bloque tecnológico-teórico

- Discutir y demostrar las propiedades de las funciones cuadráticas.
- Explorar la relación entre la función y las ecuaciones cuadráticas.

e. Institucionalización

- Formalizar los conceptos y técnicas aprendidos.
- Relacionar el problema del puente con aplicaciones más generales de las funciones cuadráticas.

f. Evaluación

- Proyecto final: Diseño completo de un puente colgante, incluyendo cálculos y justificaciones matemáticas.

5. Recursos Didácticos

- Software de geometría dinámica (GeoGebra)
- Modelos físicos de puentes colgantes
- Hojas de trabajo para la exploración y práctica

6. Evaluación de la Estrategia

- Análisis de los proyectos finales de los estudiantes
- Pruebas conceptuales y procedimentales
- Encuestas de satisfacción y percepción de los estudiantes

Ejemplo 2: Estrategia para la Enseñanza de la Probabilidad

Tema: Introducción a la Probabilidad

Nivel: Secundaria (14-15 años)

1. Análisis Praxeológico (TAD)

- Tipos de tareas: Calcular probabilidades simples y compuestas, interpretar eventos aleatorios.
- Técnicas: Uso de diagramas de árbol, tablas de contingencia, regla de Laplace.
- Tecnología: Axiomas de probabilidad, reglas de combinatoria.
- Teoría: Teoría de la probabilidad, teoría de conjuntos.

2. Análisis MTSK

- KoT: Definiciones de probabilidad, eventos, espacio muestral.
- KSM: Conexiones con estadística, análisis combinatorio.
- KPM: Razonamiento probabilístico, modelización de situaciones aleatorias.
- KFLM: Concepciones erróneas comunes sobre el azar.
- KMT: Uso de simulaciones y experimentos para introducir conceptos.
- KMLS: Progresión del concepto de probabilidad en el currículo.

3. Diseño de REI

- Cuestión generatriz: "¿Cómo podemos tomar decisiones inteligentes en situaciones de incertidumbre?"

4. Secuencia Didáctica

a. Primer encuentro y exploración inicial

- Presentar situaciones cotidianas que involucran incertidumbre y toma de decisiones.
- Realizar experimentos simples (lanzamiento de monedas, dados) y registrar resultados.

b. Construcción de la técnica

- Introducir el concepto de probabilidad a través de la frecuencia relativa.
- Desarrollar técnicas para calcular probabilidades simples.

c. Trabajo de la técnica

- Resolver problemas de probabilidad en diversos contextos.
- Utilizar simulaciones para explorar problemas más complejos.

d. Construcción del bloque tecnológico-teórico

- Discutir los axiomas de probabilidad y sus implicaciones.
- Explorar la relación entre probabilidad y teoría de conjuntos.

e. Institucionalización

- Formalizar los conceptos y técnicas de probabilidad.
- Relacionar la probabilidad con la toma de decisiones en situaciones reales.

f. Evaluación

- Proyecto: Análisis probabilístico de un juego de azar o una situación de la vida real.

5. Recursos Didácticos

- Materiales manipulativos (monedas, dados, urnas)
- Software de simulación de experimentos aleatorios
- Artículos de prensa que involucren probabilidades

6. Evaluación de la Estrategia

- Análisis de los proyectos de los estudiantes
- Pruebas de razonamiento probabilístico
- Observación de la capacidad de los estudiantes para aplicar conceptos de probabilidad en situaciones nuevas

Evaluación de la Efectividad de las Estrategias Didácticas

La evaluación de la efectividad de las estrategias didácticas basadas en TAD y MTSK debe ser un proceso integral que considere múltiples aspectos del aprendizaje y la enseñanza. A continuación, se presentan métodos y herramientas para esta evaluación:

1. Análisis del Desarrollo de Praxeologías

- Evaluar la capacidad de los estudiantes para resolver diferentes tipos de tareas relacionadas con el tema.
- Analizar la comprensión de las justificaciones (tecnología) detrás de las técnicas utilizadas.
- Valorar la habilidad para conectar el tema con la teoría matemática más amplia.

2. Evaluación del Conocimiento Conceptual

- Utilizar pruebas conceptuales que vayan más allá de la aplicación mecánica de técnicas.
- Emplear mapas conceptuales para evaluar la comprensión de las relaciones entre conceptos.

3. Análisis de la Resolución de Problemas

- Proponer problemas abiertos que requieran la aplicación integrada de diferentes componentes de las praxeologías.
- Evaluar la capacidad de los estudiantes para modelizar situaciones reales utilizando los conceptos aprendidos.

4. Evaluación del Razonamiento Matemático

- Analizar la calidad de las argumentaciones y justificaciones proporcionadas por los estudiantes.
- Valorar la capacidad de los estudiantes para generalizar y formular conjeturas.

5. Observación en el Aula

- Utilizar rúbricas basadas en los momentos didácticos de la TAD para evaluar la implementación de la estrategia.
- Observar cómo los estudiantes interactúan con las tareas y recursos propuestos.

6. Autoevaluación y Coevaluación

- Implementar procesos de autoevaluación donde los estudiantes reflexionen sobre su propio aprendizaje.
- Utilizar la coevaluación para fomentar el análisis crítico entre pares.

7. Análisis de Proyectos y Portafolios

- Evaluar proyectos a largo plazo que demuestren la aplicación integrada de los conocimientos adquiridos.
- Utilizar portafolios para analizar el progreso de los estudiantes a lo largo del tiempo.

8. Encuestas y Entrevistas

- Recoger las percepciones de los estudiantes sobre la efectividad de la estrategia didáctica.
- Realizar entrevistas en profundidad con una muestra de estudiantes para obtener información cualitativa.

9. Análisis Comparativo

- Comparar los resultados obtenidos con grupos que han seguido estrategias tradicionales, cuando sea posible.

10. Evaluación a Largo Plazo

- Realizar seguimiento de los estudiantes para evaluar la retención y aplicación de los conocimientos en cursos posteriores.

Ejemplo de Evaluación: Estrategia para la Función Cuadrática

Para evaluar la efectividad de la estrategia sobre funciones cuadráticas, se podrían utilizar los siguientes métodos:

1. Análisis del desarrollo de praxeologías:

- Evaluar la capacidad de los estudiantes para representar gráficamente funciones cuadráticas, encontrar vértices y resolver ecuaciones cuadráticas.
- Analizar la comprensión de las propiedades de las parábolas y su justificación.

2. Evaluación del conocimiento conceptual:

- Utilizar un mapa conceptual para evaluar la comprensión de las conexiones entre funciones cuadráticas, ecuaciones cuadráticas y aplicaciones.

3. Análisis de la resolución de problemas:

- Proponer un problema abierto de optimización que requiera el uso de funciones cuadráticas.

4. Evaluación del razonamiento matemático:

- Pedir a los estudiantes que justifiquen por qué la gráfica de una función cuadrática es siempre una parábola.

5. Observación en el aula:

- Utilizar una rúbrica basada en los momentos didácticos para evaluar cómo los estudiantes interactúan con el software de geometría dinámica y cómo construyen su comprensión.

6. Autoevaluación y coevaluación:

- Implementar una sesión de coevaluación donde los estudiantes analicen los proyectos de diseño de puentes de sus compañeros.

7. Análisis de proyectos:

- Evaluar el proyecto final de diseño del puente colgante utilizando una rúbrica que considere tanto los aspectos matemáticos como la creatividad y aplicación práctica.

8. Encuestas y entrevistas:

- Realizar una encuesta para recoger las percepciones de los estudiantes sobre la efectividad del uso del problema del puente como contexto para aprender sobre funciones cuadráticas.

9. Análisis comparativo:

- Comparar los resultados de esta clase con los de una clase paralela que haya seguido un enfoque más tradicional.

10. Evaluación a largo plazo:

- Hacer un seguimiento de estos estudiantes en su próximo curso de matemáticas para evaluar su comprensión y aplicación de funciones cuadráticas en nuevos contextos.

La integración de estos métodos de evaluación proporciona una visión holística de la efectividad de la estrategia didáctica, considerando no solo el dominio de técnicas específicas, sino también la profundidad

de la comprensión conceptual, la capacidad de aplicación en contextos reales y el desarrollo del razonamiento matemático.

Capítulo V.

Propuesta Pedagógica Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" representa un enfoque innovador en la enseñanza de las matemáticas, integrando la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). El enfoque constructivista y este marco teórico sólido proporcionan una base para el diseño de estrategias didácticas contextualizadas, promoviendo el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias matemáticas esenciales como la construcción e interpretación de modelos, la formulación y resolución de problemas, y la explicación e interpretación de resultados, los cuales son elementos clave de la propuesta pedagógica. Promoviendo la influencia social a través de la interacción y la vinculación con actores clave de la comunidad, mediante un aprendizaje activo y contextualizado, los participantes adquirirán habilidades para diseñar e implementar actividades que fomenten la aplicación de conocimientos matemáticos en el desarrollo de proyectos que resuelvan problemas de sus comunidades.

La metodología del curso combina aspectos teóricos y prácticos, promoviendo el aprendizaje significativo, la participación, la reflexión crítica de los docentes, el trabajo colaborativo y la resolución de problemas contextualizados, ofreciendo espacios para el análisis, la reflexión y la construcción colaborativa de estrategias didácticas innovadoras, fomentando un ambiente de mejora continua. A lo largo de las nueve sesiones, de cinco horas cada una, se abordan desde la identificación de problemas comunitarios hasta la presentación de soluciones matemáticas. Cada sesión incluye actividades de inicio, desarrollo y cierre, la evaluación será integral, utilizando técnicas diagnósticas, formativas y sumativas para monitorear el progreso y los resultados de aprendizaje. Además, se proporcionan guías detalladas para facilitadores y participantes, garantizando una implementación efectiva y un seguimiento continuo del progreso.

5.1 Introducción a las matemáticas en acción

En las últimas décadas, la enseñanza de las matemáticas enfrenta desafíos significativos a nivel global, evidenciados por los bajos niveles de rendimiento en pruebas estandarizadas nacionales e internacionales (Chevallard, 2007; Ball et al., 2008). Estos resultados ponen de manifiesto la necesidad urgente de innovar en las estrategias didácticas que promuevan un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas, así como la necesidad de mejorar las prácticas docentes y las estrategias didácticas empleadas en el aula para hacer las matemáticas más accesibles y relevantes para los estudiantes. Uno de los principales retos en la enseñanza de esta disciplina radica en la desconexión entre los contenidos curriculares y la realidad de los estudiantes, presentando las matemáticas como un conjunto de fórmulas y procedimientos abstractos, desvinculados de su aplicación práctica en la vida cotidiana, lo que genera una falta de motivación y una percepción de que las matemáticas son poco relevantes o inaccesibles.

En respuesta a esta necesidad, es necesario repensar la forma en que se enseñan y se aprenden las matemáticas, con el objetivo de fomentar una comprensión profunda de los conceptos y su aplicación en contextos reales. Es aquí donde entra en juego el curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad", que se presenta como una propuesta innovadora diseñada para capacitar a docentes de matemáticas en estrategias didácticas basadas en enfoques teóricos y metodológicos de vanguardia.

Este curso se fundamenta en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), los cuales brindan un marco conceptual sólido para comprender y abordar los desafíos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

La TAD, desarrollada por Yves Chevallard, ofrece un marco teórico sólido para analizar y comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas (Chevallard, 1991), propone un enfoque antropológico que reconoce las matemáticas como una actividad humana inmersa en un contexto sociocultural. Esta teoría proporciona una comprensión profunda de la transposición didáctica, es decir, el proceso de transformar el conocimiento científico en conocimiento enseñable en contextos educativos. Este enfoque analiza cómo el saber matemático se adapta desde su forma científica hasta una forma accesible y comprensible para los estudiantes. Por otro lado, la TSD, desarrollada por Guy Brousseau, es un marco teórico fundamental para comprender cómo se puede facilitar el aprendizaje de las matemáticas a través de la interacción entre el docente, el estudiante y el contenido mediante situaciones didácticas específicas (Brousseau, 1997). Esta teoría se centra en el diseño y análisis de situaciones didácticas que promueven la construcción activa del conocimiento por parte del estudiante, enfatizando la creación de entornos de aprendizaje donde los estudiantes se enfrenten a problemas matemáticos de manera autónoma.

Complementariamente, el MTSK, basado en los trabajos de Lee Shulman y desarrollado por Deborah Ball, Thames y Phelps, se centra en las competencias específicas que los docentes necesitan para enseñar matemáticas de manera efectiva (Ball et al., 2008), describe las diferentes dimensiones del conocimiento que debe poseer un docente de matemáticas para enseñar de manera efectiva. Este enfoque enfatiza la importancia de un conocimiento profundo tanto del contenido matemático como de las pedagogías específicas para su enseñanza.

El curso, adopta un enfoque constructivista del aprendizaje, promoviendo el aprendizaje activo y significativo a través de la construcción del conocimiento por parte de los participantes (Piaget, 1973; Vygotsky, 1978). Este enfoque se alinea con los principios de la TAD, la TSD y el MTSK, los cuales

destacan la importancia de la contextualización del conocimiento y la resolución de problemas reales en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997; Ball et al., 2008).

La integración de estos tres enfoques teóricos permite abordar la enseñanza y el aprendizaje desde una perspectiva contextualizada, promoviendo el desarrollo de habilidades y conocimientos especializados en los docentes. Además, proporciona una base sólida para rediseñar la enseñanza de las matemáticas, conectando los conocimientos académicos con la resolución de problemas reales en las comunidades de los estudiantes. Al combinar estos marcos, se crea una perspectiva integral que aborda tanto la transformación del conocimiento matemático para la enseñanza como las competencias específicas que los docentes necesitan desarrollar, así como la creación de situaciones que permitan a los alumnos un aprendizaje autónomo y contextualizado.

La propuesta pedagógica completa del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad". Se estructura en varias secciones que abordan los aspectos referenciales, teóricos y metodológicos del curso, así como la propuesta pedagógica específica y las consideraciones finales. Cada sección está diseñada para proporcionar una comprensión detallada del enfoque y los objetivos del curso, y para guiar a los docentes en la implementación efectiva de las estrategias didácticas propuestas. El curso está estructurado en nueve sesiones de cinco horas cada una, para un total de 45 horas. Cada sesión incluye actividades de inicio, desarrollo y cierre, y se implementan evaluación diagnóstica (Para identificar el conocimiento previo y las necesidades de los docentes), formativa (Proporciona retroalimentación continua para guiar el proceso de aprendizaje) y sumativa (Evalúa los conocimientos y habilidades adquiridos al final de cada sesión y del curso en su totalidad) para asegurar un aprendizaje continuo y efectivo. Las actividades están diseñadas para fomentar la observación, la solución de problemas y la reflexión crítica, y se enfocan en la identificación y resolución de problemas comunitarios mediante la aplicación de conocimientos matemáticos.

La metodología del curso es participativa y basada en la práctica. Se utilizarán talleres, discusiones grupales y proyectos colaborativos para fomentar el aprendizaje activo y la reflexión crítica. Los docentes serán guiados en la aplicación de las estrategias didácticas en su propio contexto de enseñanza, asegurando que el aprendizaje sea relevante y significativo.

Se pretende fomentar un impacto social positivo ya que se espera que los docentes adquieran un conocimiento profundo de cómo enseñar matemáticas de manera efectiva y que estas estrategias permitirán a los docentes orientar y apoyar a sus estudiantes en la elaboración de proyectos que resuelvan problemas

de su comunidad y cómo guiar a sus estudiantes en la aplicación de este conocimiento para resolver problemas prácticos. La interacción y la conversación entre los participantes no solo afectan el aprendizaje individual, sino que también generan un impacto en el entorno social. Al promover proyectos que trascienden el aula y benefician a la comunidad, el curso busca transformar la enseñanza de las matemáticas en una herramienta para el cambio social.

Al finalizar el curso, los docentes contarán con las herramientas necesarias para transformar la enseñanza de las matemáticas y empoderar a sus estudiantes como agentes de cambio en sus comunidades, promoviendo el aprendizaje aplicado y el impacto positivo en el entorno.

5.2 Aspectos Referenciales

El curso surge como respuesta a la necesidad de transformar la enseñanza de las matemáticas y acercar esta disciplina a la realidad de los estudiantes. Los bajos resultados obtenidos en pruebas estandarizadas, tanto a nivel nacional como internacional, evidencian la urgencia de implementar estrategias didácticas innovadoras que promuevan un aprendizaje significativo y contextualizado. Se enmarca en el objetivo de mejorar la calidad educativa, atendiendo a la diversidad y vinculando los contenidos curriculares con los problemas y desafíos presentes en las comunidades.

El curso está diseñado para capacitar a los docentes en la identificación de problemas comunitarios y en la creación de proyectos que aborden estos problemas mediante la aplicación de conocimientos matemáticos. Mediante la resolución de problemas contextualizados y fomentando el pensamiento crítico, los participantes podrán apreciar la relevancia de las matemáticas y desarrollar competencias esenciales.

Se basa en un diseño enfocado en el desarrollo de competencias, con el objetivo de que los docentes participantes adquieran habilidades específicas para orientar y apoyar a sus alumnos en la elaboración de proyectos que resuelvan problemas de su comunidad. Las tres competencias esenciales que se trabajarán son: 1) construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales; 2) formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques; y 3) explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Estas competencias se desarrollarán a través de actividades prácticas, trabajo colaborativo y la resolución de problemas contextualizados en las comunidades de los participantes. El curso se divide en 9 sesiones de

5 horas cada una, con una duración total de 45 horas. Cada sesión se estructurará en tres partes: inicio, desarrollo y cierre, e incluirá instrumentos de evaluación formativa y sumativa. Para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje y la implementación de las estrategias didácticas, se elaborarán dos guías complementarias: una guía para el facilitador y una guía para el participante. La guía para el facilitador proporcionará a los instructores del curso información detallada sobre los objetivos y contenidos, planes de sesión con actividades, recursos y estrategias de enseñanza, instrucciones para la facilitación de las actividades y la gestión del aprendizaje, instrumentos de evaluación y rúbricas de calificación, referencias y recursos adicionales. Además, incluirá orientaciones sobre la aplicación de las teorías TAD, TSD y MTSK, así como pautas para la evaluación y retroalimentación a los participantes.

Por otro lado, la guía para el participante servirá como un recurso para los participantes, incluyendo una descripción general del curso y sus objetivos, información sobre los temas y conceptos clave, instrucciones y plantillas para las actividades prácticas y proyectos, estudios de caso y recursos adicionales. También proporcionará pautas para el desarrollo de proyectos comunitarios y la elaboración de estrategias didácticas basadas en las teorías abordadas, resúmenes de los contenidos teóricos y conceptos clave, así como referencias y recursos complementarios.

Además, se utilizarán diversos recursos y materiales didácticos, como presentaciones multimedia, videos, artículos científicos, estudios de caso, materiales manipulativos, software educativo y herramientas tecnológicas, así como recursos de la comunidad local, según sea necesario para el desarrollo de las actividades y proyectos, con el fin de enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje y promover la interacción y la participación de los participantes. Durante el desarrollo del curso, se tomarán en cuenta los aspectos éticos y de confidencialidad necesarios. Se solicitará el consentimiento informado de los participantes para la recopilación y uso de datos e información, garantizando la protección de su privacidad. Además, se promoverá un entorno de respeto, inclusión y valoración de la diversidad, fomentando el diálogo y la colaboración entre todos los participantes.

La implementación de las estrategias didácticas se llevará a cabo durante las sesiones del curso, donde los docentes participantes recibirán formación teórica y práctica en la aplicación de las teorías TAD, TSD y MTSK. Además, se les brindará apoyo y asesoramiento continuo en el diseño e implementación de sus proyectos comunitarios. Se realizará un seguimiento y evaluación constante de los avances y logros de los docentes y sus estudiantes a través de diversos instrumentos, como rúbricas, portafolios, presentaciones y evaluación de proyectos. Esto permitirá realizar ajustes y mejoras en la estrategia didáctica según las necesidades y desafíos identificados. Al finalizar el curso, se realizará una evaluación integral para

determinar su efectividad e identificar áreas de mejora. Esta evaluación incluirá encuestas de satisfacción, análisis de los resultados de aprendizaje y retroalimentación de los facilitadores. Los resultados de esta evaluación servirán como base para realizar ajustes y mejoras en futuras ediciones del curso, con el objetivo de brindar una experiencia de aprendizaje cada vez más enriquecedora y efectiva para los participantes.

La integración de la TAD, la TSD y el MTSK en el curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" ofrece un enfoque comprensivo y transformador para la enseñanza de las matemáticas. Al combinar los fundamentos teóricos con una metodología sólida y una propuesta pedagógica contextualizada y basada en competencias, se promueve un aprendizaje significativo, se fortalecen las competencias docentes y se fomenta la influencia social a través de la resolución de problemas comunitarios. Esta propuesta responde a los desafíos actuales en la educación matemática y sienta las bases para una transformación profunda en la manera en que se enseñan y se aprenden las matemáticas, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos complejos en el mundo real y contribuyendo al desarrollo sostenible de sus comunidades.

La propuesta pedagógica presentada se centra en el desarrollo de competencias matemáticas esenciales en los participantes, como la construcción e interpretación de modelos, la formulación y resolución de problemas, y la explicación e interpretación de resultados. Estos elementos se abordan a través de diversas actividades y metodologías, la planificación de objetivos, contenidos, actividades, metodologías y criterios de evaluación acordes con las necesidades y características de los participantes. Se promueve un enfoque activo y participativo, donde los docentes desempeñan un rol protagónico en la construcción de su propio aprendizaje fomentando la participación de los docentes y la aplicación práctica de los conceptos aprendidos.

Un aspecto fundamental de esta propuesta es la promoción de la influencia social a través de los proyectos comunitarios. Al involucrar a los estudiantes y docentes en la resolución de problemas reales en sus comunidades, se fomenta el diálogo, la colaboración y la toma de decisiones informadas. Esto trasciende el ámbito del aula y genera un impacto positivo en el entorno social, demostrando cómo las matemáticas pueden contribuir a mejorar la calidad de vida de las comunidades. La evaluación y difusión de los resultados obtenidos a través de esta propuesta son aspectos cruciales. La evaluación integral permitirá identificar fortalezas y áreas de mejora, mientras que la difusión de las buenas prácticas y hallazgos en publicaciones académicas, congresos y plataformas virtuales fomentará la réplica y adaptación de este enfoque en otros contextos y comunidades.

5.3 Aspectos teóricos

La enseñanza de las matemáticas enfrenta desafíos significativos en todo el mundo, reflejados en los bajos niveles de rendimiento en pruebas estandarizadas, tanto nacionales como internacionales, que revelan consistentemente bajos niveles de desempeño en esta disciplina (Chevallard, 2007; Ball et al., 2008). Estos resultados destacan la necesidad urgente de innovar en las estrategias didácticas para hacer las matemáticas más accesibles y relevantes para los estudiantes. En respuesta a esta necesidad, el curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" se presenta como una propuesta innovadora que integra tres marcos teóricos robustos: la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK).

La integración de estos tres enfoques teóricos proporciona una base sólida para rediseñar la enseñanza de las matemáticas, conectando los conocimientos académicos con la resolución de problemas reales en las comunidades de los estudiantes. Al combinar estos marcos, se crea una perspectiva integral que aborda tanto la transformación del conocimiento matemático para la enseñanza como las competencias específicas que los docentes necesitan desarrollar, así como la creación de situaciones que permitan a los alumnos un aprendizaje autónomo y contextualizado. Este enfoque innovador tiene el potencial de mejorar significativamente el aprendizaje de las matemáticas y fomentar habilidades prácticas y pensamiento crítico en los estudiantes.

La Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)

La TAD, desarrollada por Yves Chevallard, ofrece un marco teórico robusto para analizar y comprender los procesos de enseñanza y aprendizaje en matemáticas (Chevallard, 1991). El concepto clave de esta teoría es la transposición didáctica, que se refiere al proceso mediante el cual el conocimiento académico se transforma en conocimiento enseñable en contextos educativos. Este enfoque analiza cómo el saber matemático se adapta desde su forma científica hasta una forma accesible y comprensible para los estudiantes. La transposición didáctica implica dos etapas principales: la descontextualización y la recontextualización. En la etapa de descontextualización, el conocimiento académico se abstrae de su contexto original y se simplifica para ser accesible en un entorno educativo. Por ejemplo, cuando los estudiantes necesitan aprender sobre fracciones, el contenido puede ser descontextualizado de su uso en la teoría de números. Luego, en la etapa de recontextualización, este conocimiento se adapta y contextualiza en el aula, teniendo en cuenta las características y necesidades de los estudiantes. En el caso de las fracciones, el concepto podría recontextualizarse en problemas cotidianos, como la división de una pizza, para facilitar su comprensión (Chevallard, 1991).

Otro componente clave de la TAD es la praxeología didáctica, que implica el estudio de las prácticas y los discursos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Esto incluye el análisis de las tareas matemáticas (Actividades específicas diseñadas para enseñar conceptos matemáticos), las técnicas empleadas para resolverlas, las teorías que justifican esas técnicas y las tecnologías (herramientas y recursos) utilizadas en la enseñanza (Chevallard, 1999). Por ejemplo, en la enseñanza de ecuaciones cuadráticas, una tarea matemática podría ser resolver problemas contextuales, utilizando técnicas como el método de factorización, y tecnologías como calculadoras gráficas.

Además, la TAD también considera el componente de la antropología didáctica, que analiza las condiciones socioculturales y los contextos en los que se lleva a cabo la enseñanza de las matemáticas. Esto implica tener en cuenta factores como el contexto escolar (Infraestructura, recursos y políticas educativas), el perfil del estudiante (Nivel socioeconómico, antecedentes educativos y culturales) y la participación de la comunidad educativa (padres, tutores y la comunidad en el proceso educativo) (Chevallard, 1991). En una comunidad rural, por ejemplo, la enseñanza de conceptos de geometría podría adaptarse utilizando ejemplos de agricultura y construcciones locales, proporcionando a los estudiantes una aplicación a su entorno y un modelo que les permita comprender los conceptos de una manera más sencilla. La importancia de la TAD radica en su capacidad para ayudar a los docentes a adaptar el conocimiento matemático de manera efectiva para su enseñanza, considerando los contextos específicos y las necesidades de los estudiantes. Esto se puede lograr mediante el uso de problemas reales relevantes para los estudiantes, el fomento del aprendizaje colaborativo y la facilitación activa del docente (Chevallard, 2007). Los problemas presentados a los estudiantes deben ser relevantes y auténticos. Esto significa que los problemas deben reflejar situaciones que los estudiantes puedan encontrar en su vida cotidiana o en su comunidad. Por ejemplo, los estudiantes podrían trabajar en proyectos que involucren la optimización del uso del agua en sus hogares, utilizando principios de matemáticas y ciencia.

Se promueve el trabajo en equipo y la colaboración entre estudiantes. Los estudiantes trabajan juntos para investigar el problema, desarrollar posibles soluciones y evaluar la efectividad de estas soluciones. Así los equipos de estudiantes pueden colaborar en la creación de un jardín comunitario, utilizando principios matemáticos para planificar el espacio y gestionar los recursos.

El docente actúa como facilitador, en lugar de ser la fuente principal de conocimiento, guiando a los estudiantes en su proceso de aprendizaje y ayudándolos a desarrollar habilidades de investigación y resolución de problemas. El docente podría organizar talleres y sesiones de consulta donde los estudiantes puedan discutir sus progresos y recibir retroalimentación.

Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD)

Complementando la TAD, la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), desarrollada por Guy Brousseau, es un marco teórico fundamental para comprender cómo se puede facilitar el aprendizaje de las matemáticas a través de la interacción entre el docente, el estudiante y el contenido mediante situaciones didácticas específicas (Brousseau, 1997). Esta teoría se centra en el diseño y análisis de situaciones didácticas que promueven la construcción activa del conocimiento por parte del estudiante, enfatizando la creación de entornos de aprendizaje donde los estudiantes se enfrenten a problemas matemáticos de manera autónoma.

Un concepto central de la TSD es la situación a-didáctica, en la cual el estudiante interactúa directamente con el contenido matemático sin la intervención explícita del docente. El objetivo es que los estudiantes se apropien del conocimiento a través de la resolución de problemas y la exploración autónoma, mientras que el docente diseña la situación y proporciona los recursos necesarios, pero se mantiene en un segundo plano para permitir que el estudiante experimente y descubra por sí mismo. Por ejemplo, en una actividad sobre geometría, los estudiantes podrían recibir materiales y problemas que los obliguen a formular y verificar conjeturas sobre propiedades geométricas sin una guía directa del docente. Otro componente importante de la TSD es el milieu, o entorno didáctico, que incluye todos los elementos con los que el estudiante interactúa durante la situación didáctica, desde los materiales y recursos físicos hasta las normas y expectativas implícitas en la actividad. El milieu juega un papel crucial en la mediación entre el estudiante y el contenido matemático, proporcionando las condiciones necesarias para el aprendizaje.

Además, la TSD introduce el concepto del contrato didáctico, que se refiere al conjunto de expectativas y normas implícitas que regulan la relación entre el docente y el estudiante en el contexto de una situación didáctica. Este contrato establece lo que se espera de cada parte y define los roles y responsabilidades en el proceso de enseñanza y aprendizaje. La comprensión y negociación del contrato didáctico son fundamentales para el éxito de las situaciones a-didácticas, ya que los estudiantes deben entender su papel activo en el proceso de aprendizaje. A su vez, la situación didáctica es el conjunto de condiciones organizadas por el docente para que los estudiantes enfrenten un problema matemático específico. Este concepto incluye no solo el problema en sí, sino también los recursos disponibles, las reglas del juego y las estrategias de intervención del docente. La situación didáctica está diseñada para fomentar la autonomía del estudiante y su capacidad de reflexión y análisis crítico.

Finalmente, la TSD también aborda el desfase entre el saber matemático (el conocimiento matemático formal y abstracto) y el saber enseñado (la forma en que este conocimiento se presenta y se trabaja en el

aula). Este desfase puede ser una fuente de dificultades para los estudiantes, y la TSD propone estrategias para minimizarlo mediante la creación de situaciones didácticas que permitan a los estudiantes reconstruir el conocimiento matemático a partir de sus propias experiencias y actividades. La TSD ofrece un marco para diseñar actividades de aprendizaje que promuevan la autonomía y la participación de los estudiantes. Algunas formas en que la TSD puede ser aplicada en la enseñanza de las matemáticas son: el diseño de situaciones problema que presenten desafíos matemáticos relevantes y significativos para los estudiantes, el uso del milieu para crear un entorno rico en recursos que apoye la exploración y el aprendizaje autónomo, la promoción de la exploración y el descubrimiento a través de actividades que requieran la formulación y verificación de conjeturas, la negociación del contrato didáctico para establecer claramente las expectativas y normas, y la evaluación formativa que proporcione retroalimentación continua a los estudiantes.

Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)

El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), basado en los trabajos de Lee Shulman y desarrollado por Deborah Ball, Thames y Phelps, se centra en las competencias específicas que los docentes necesitan para enseñar matemáticas de manera efectiva (Ball et al., 2008). Este conocimiento especializado incluye tanto el contenido matemático como las estrategias pedagógicas necesarias para enseñar ese contenido, enfatizando la importancia de que los docentes posean un conocimiento profundo tanto del contenido matemático como de las pedagogías específicas para su enseñanza.

El MTSK se divide en varias categorías: el Conocimiento del Contenido Matemático (CCM), que incluye la comprensión profunda de los conceptos matemáticos, los procedimientos y las estructuras subyacentes; el Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC), que se refiere a la manera en que los docentes enseñan el contenido matemático, incluyendo estrategias didácticas específicas, el uso de ejemplos y contraejemplos, y la anticipación de las dificultades y errores comunes de los estudiantes; el Conocimiento del Contexto (CCX), que implica la comprensión del contexto en el que se enseña, incluyendo el contexto escolar y sociocultural; y el Conocimiento del Estudiante y su Aprendizaje (CEA), que implica una comprensión de las formas en que los estudiantes piensan y aprenden matemáticas (Ball et al., 2008; Shulman, 1986).

El Conocimiento del Contenido Matemático (CCM) incluye el Conocimiento Común del Contenido (CCC) que es el saber matemático que cualquier adulto educado debería conocer y el Conocimiento Especializado del Contenido (CSC), que es el saber matemático específico del profesor que va más allá del conocimiento común. El Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC), abarca el Conocimiento de los Estudiantes y su Aprendizaje (CEA) que es la comprensión de cómo los estudiantes piensan y aprenden matemáticas; el Conocimiento del Currículo (CC) que se refiere a la familiaridad con el currículo de matemáticas y los

recursos disponibles y al Conocimiento de las Estrategias Didácticas (CED) que son técnicas específicas para enseñar conceptos matemáticos de manera efectiva. Conocimiento del Contexto (CCX) que contiene al Conocimiento del Contexto Escolar (CES) que abarca la Infraestructura, recursos y políticas educativas, y al Conocimiento del Contexto Sociocultural (CSC) que son las Características y antecedentes de los estudiantes.

Además, es importante considerar el Conocimiento del Estudiante y su Aprendizaje (CEA) que implica una comprensión de las formas en que los estudiantes piensan y aprenden matemáticas. Los docentes deben ser capaces de identificar las ideas previas de los estudiantes y utilizar esa información para guiar su enseñanza (Shulman, 1986). En la enseñanza de las matemáticas, se pueden diseñar actividades que aprovechen las diversas fortalezas de los estudiantes basados en sus estilos de aprendizaje como pueden ser Inteligencia Kinestésica, Inteligencia Lógica-Matemática y la Inteligencia Espacial, entre otras.

Finalmente, el Conocimiento del Currículo, ya que los docentes deben estar familiarizados con el currículo de matemáticas, incluyendo los objetivos de aprendizaje, las secuencias de contenido y los recursos disponibles. Por ejemplo, un docente debe comprender no solo cómo resolver una ecuación lineal, sino también las múltiples representaciones y métodos que pueden utilizarse para enseñar este concepto (CCM). Además, es importante conocer cómo los errores comunes en la resolución de ecuaciones cuadráticas pueden utilizarse como oportunidades de aprendizaje (CPC). Los docentes también deben ser capaces de adaptar la enseñanza de gráficos y funciones utilizando ejemplos que sean relevantes para la vida cotidiana de los estudiantes (CCX). Finalmente, se pueden diseñar actividades que aprovechen las diversas fortalezas de los estudiantes basados en sus estilos de aprendizaje, como la inteligencia kinestésica, lógica-matemática o espacial (CEA).

Integración de TAD, TSD y MTSK

La integración de la TAD, la TSD y el MTSK en la enseñanza de las matemáticas proporciona un enfoque comprensivo que abarca tanto la transformación del conocimiento matemático para la enseñanza como las competencias específicas que los docentes necesitan desarrollar y las situaciones que permiten un aprendizaje autónomo y contextualizado por parte de los estudiantes. Cada teoría proporciona elementos esenciales que, cuando se combinan, pueden enriquecer la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Mientras que la TAD se enfoca en la transformación del conocimiento matemático para la enseñanza, el MTSK se centra en las competencias específicas que los docentes necesitan desarrollar, y la TSD se encamina a crear situaciones que permitan a los alumnos un aprendizaje autónomo. Esta integración permite

a los docentes adquirir una comprensión profunda de cómo enseñar matemáticas de manera efectiva, mejorando la calidad de la enseñanza y, por ende, el aprendizaje de los estudiantes (Chevallard, 1991; Ball et al., 2008; Brousseau, 1997).

Además, los docentes desarrollan competencias específicas necesarias para diseñar actividades didácticas que sean pertinentes y desafiantes para sus estudiantes, impactando positivamente en su comprensión y rendimiento en matemáticas, y aprendiendo a aplicar este conocimiento a la resolución de problemas reales (Ball et al., 2008; Brousseau, 1997). Esto no solo mejora su desempeño académico, sino que también les proporciona habilidades prácticas para enfrentar desafíos en su vida diaria (Chevallard, 1991; Ball et al., 2008).

Además, la integración de estas teorías facilita la creación de proyectos interdisciplinarios que conectan las matemáticas con otras áreas del conocimiento y con la vida cotidiana (Chevallard, 1991; Ball et al., 2008; Brousseau, 1997). Por ejemplo, se pueden explorar cómo las matemáticas pueden integrarse con las ciencias en proyectos que involucren experimentación y análisis de datos, como investigar el impacto del cambio climático en la comunidad local utilizando estadísticas y modelos matemáticos. También se pueden combinar las matemáticas y el arte en proyectos que involucren el diseño de mosaicos y la creación de esculturas geométricas, o las matemáticas y la economía en proyectos que impliquen la gestión de presupuestos y la planificación financiera para iniciativas comunitarias.

Un aspecto fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje es la evaluación y el seguimiento del progreso de los estudiantes. Dentro del marco integrado de la TAD, la TSD y el MTSK, la evaluación debe ser vista como un proceso formativo que proporcione retroalimentación continua a los estudiantes (Brousseau, 1997). Los docentes pueden utilizar la evaluación para identificar dificultades y ajustar las situaciones didácticas en consecuencia, asegurando que todos los estudiantes tengan la oportunidad de alcanzar los objetivos de aprendizaje.

Además, la evaluación debe ser coherente con los principios de la TAD y la TSD, enfocándose en la capacidad de los estudiantes para aplicar el conocimiento matemático a la resolución de problemas reales y relevantes (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997). Esto puede implicar la evaluación de proyectos interdisciplinarios, el análisis de los procesos de razonamiento y resolución de problemas de los estudiantes, y la valoración de su capacidad para comunicar y justificar sus ideas y soluciones matemáticas.

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) en la enseñanza de las matemáticas tiene implicaciones significativas y ofrece múltiples beneficios para el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En primer lugar, esta integración promueve un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas. Al conectar los conocimientos académicos con la resolución de problemas reales en las comunidades de los estudiantes, se fomenta una comprensión más profunda y duradera de los conceptos matemáticos (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997). Los estudiantes no solo adquieren habilidades matemáticas, sino que también desarrollan la capacidad de aplicarlas en situaciones prácticas y relevantes para sus vidas.

Además, la integración de estos marcos teóricos fomenta el desarrollo de habilidades transversales esenciales, como el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la colaboración y la comunicación efectiva (Ball et al., 2008; Brousseau, 1997). Al enfrentarse a situaciones didácticas desafiantes y trabajar en proyectos interdisciplinarios, los estudiantes aprenden a analizar problemas desde múltiples perspectivas, a formular y evaluar conjeturas, a trabajar en equipo y a comunicar sus ideas de manera clara y convincente.

Otro beneficio clave de este enfoque integrado es el fortalecimiento de las competencias docentes. Al adquirir un conocimiento profundo tanto del contenido matemático como de las estrategias pedagógicas específicas, los docentes están mejor preparados para diseñar e implementar actividades de aprendizaje efectivas (Ball et al., 2008). Además, al comprender las condiciones socioculturales y los contextos de sus estudiantes, pueden adaptar su enseñanza de manera más efectiva y relevante (Chevallard, 1991).

La integración de la TAD, la TSD y el MTSK también promueve la interdisciplinariedad en la enseñanza de las matemáticas. Al explorar cómo las matemáticas se relacionan con otras áreas del conocimiento, como las ciencias, el arte y la economía, se fomenta una visión más holística y se demuestra la aplicabilidad de las matemáticas en diversos contextos (Chevallard, 1991; Ball et al., 2008; Brousseau, 1997). Esta interdisciplinariedad enriquece el proceso de aprendizaje y prepara a los estudiantes para enfrentar desafíos complejos en el mundo real.

Finalmente, este enfoque integrado tiene el potencial de mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en matemáticas y, al mismo tiempo, promover una mayor equidad y acceso a la educación de calidad (Chevallard, 2007; Ball et al., 2008). Al hacer que las matemáticas sean más accesibles y relevantes para

los estudiantes de diversos orígenes y contextos, se reducen las brechas de rendimiento y se fomenta una mayor inclusión en el aprendizaje de esta disciplina fundamental.

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico, la Teoría de las Situaciones Didácticas y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas en la enseñanza de las matemáticas ofrece un enfoque innovador y comprensivo que tiene el potencial de transformar la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina. Al abordar tanto la transformación del conocimiento matemático como las competencias docentes y la creación de situaciones de aprendizaje autónomo, este enfoque puede mejorar significativamente el rendimiento académico, fomentar habilidades transversales esenciales y promover una mayor equidad y acceso a una educación matemática de calidad.

5.4 Aspectos Metodológicos

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" se fundamenta en un enfoque constructivista del aprendizaje, el cual promueve el aprendizaje activo y significativo a través de la construcción del conocimiento por parte de los participantes (Piaget, 1973; Vygotsky, 1978). Este enfoque se alinea con los principios de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), los cuales destacan la importancia de la contextualización del conocimiento y la resolución de problemas reales en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997; Ball et al., 2008). Este enfoque teórico proporciona un marco sólido para el diseño de estrategias didácticas innovadoras que promuevan un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas.

El curso adopta un diseño basado en el desarrollo de competencias, con el objetivo de que los docentes participantes adquieran habilidades específicas para orientar y apoyar a sus alumnos en la elaboración de proyectos que resuelvan problemas de su comunidad. Las tres competencias esenciales que se trabajarán son Construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales, Formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques y finalmente Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales. Estas competencias serán desarrolladas a través de actividades prácticas, trabajo colaborativo y la resolución de problemas contextualizados en las comunidades de los participantes.

El curso se divide en 9 sesiones de 5 horas cada una, con una duración total de 45 horas. Cada sesión se estructurará en tres partes: inicio, desarrollo y cierre, e incluirá instrumentos de evaluación formativa y sumativa.

Sesión 1: Introducción a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) Inicio: Presentación del curso, objetivos y expectativas. Desarrollo: Conceptos clave de la TAD: transposición didáctica, praxeología y antropología didácticas. Cierre: Reflexión sobre la aplicación de la TAD en el diseño de actividades didácticas. Evaluación: Cuestionario sobre los conceptos clave de la TAD.

Sesión 2: Aplicación de la TAD en el diseño de actividades didácticas Inicio: Repaso de los conceptos clave de la TAD. Desarrollo: Análisis de casos prácticos de aplicación de la TAD en el diseño de actividades didácticas. Cierre: Reflexión sobre los desafíos y oportunidades de la TAD en el aula. Evaluación: Elaboración de un plan de actividad didáctica basada en la TAD.

Sesión 3: Introducción al Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) Inicio: Presentación del MTSK y su importancia en la enseñanza de las matemáticas. Desarrollo: Componentes del MTSK: Conocimiento del Contenido Matemático (CCM), Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC), Conocimiento del Contexto (CCX) y Conocimiento del Estudiante y su Aprendizaje (CEA). Cierre: Reflexión sobre cómo el MTSK puede mejorar la práctica docente. Evaluación: Cuestionario sobre los componentes del MTSK.

Sesión 4: Aplicación del MTSK en el diseño de estrategias didácticas Inicio: Repaso de los componentes del MTSK. Desarrollo: Análisis de casos prácticos de aplicación del MTSK en el diseño de estrategias didácticas. Cierre: Reflexión sobre los desafíos y oportunidades del MTSK en el aula. Evaluación: Elaboración de un plan de estrategia didáctica basada en el MTSK.

Sesión 5: Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) Inicio: Presentación de la TSD y su importancia en el aprendizaje de las matemáticas. Desarrollo: Conceptos clave de la TSD: situación a-didáctica, milieu, contrato y situación didáctica. Cierre: Reflexión sobre cómo la TSD puede promover el aprendizaje autónomo de los estudiantes. Evaluación: Cuestionario sobre los conceptos clave de la TSD.

Sesión 6: Aplicación de la TSD en el diseño de actividades de aprendizaje Inicio: Repaso de los conceptos clave de la TSD. Desarrollo: Análisis de casos prácticos de aplicación de la TSD en el diseño de actividades de aprendizaje. Cierre: Reflexión sobre los desafíos y oportunidades de la TSD en el aula. Evaluación: Elaboración de un plan de actividad de aprendizaje basada en la TSD.

Sesión 7: Integración de la TAD, el MTSK y la TSD en el diseño de estrategias didácticas Inicio: Repaso de los elementos clave de la TAD, el MTSK y la TSD. Desarrollo: Análisis de casos prácticos de integración

de las tres teorías en el diseño de estrategias didácticas. Cierre: Reflexión sobre los beneficios y desafíos de la integración de estas teorías. Evaluación: Elaboración de un plan de estrategia didáctica integrando la TAD, el MTSK y la TSD.

Sesión 8: Diseño de proyectos comunitarios basados en las estrategias didácticas integradas Inicio: Presentación del proyecto final del curso. Desarrollo: Trabajo en equipo para diseñar proyectos comunitarios que aborden problemas reales, aplicando las estrategias didácticas integradas. Cierre: Presentación y discusión de los proyectos diseñados. Evaluación: Evaluación formativa del proyecto en desarrollo.

Sesión 9: Presentación y evaluación de los proyectos finales Inicio: Repaso de los criterios de evaluación. Desarrollo: Presentación de los proyectos finales por parte de los equipos. Cierre: Reflexión final sobre el curso y su impacto en la práctica docente. Evaluación: Evaluación sumativa de los proyectos finales y retroalimentación.

Inicio (45 minutos):

- Actividades de activación de conocimientos previos y motivación.
- Presentación de los objetivos y temas de la sesión.
- Exploración de las experiencias y contextos de los participantes.

Desarrollo (3 horas y 45 minutos):

- Presentación y discusión de los fundamentos teóricos (TAD, TSD y MTSK).
- Actividades prácticas y resolución de problemas contextualizados.
- Trabajo colaborativo en grupos para el diseño de estrategias didácticas.
- Aplicación de los principios de las teorías en el análisis y resolución de problemas comunitarios.

Cierre (30 minutos):

- Plenaria y reflexión sobre los aprendizajes obtenidos.
- Evaluación formativa a través de instrumentos como rúbricas, portafolios o presentaciones.
- Asignación de tareas y proyectos para la siguiente sesión.

El curso incorporará una evaluación formativa y sumativa del aprendizaje de los participantes con el objetivo de evaluar el progreso y el logro de las competencias en los participantes. La evaluación formativa se llevará a cabo a través de Rúbricas de evaluación, se desarrollarán rúbricas específicas para evaluar las

competencias matemáticas y las estrategias didácticas diseñadas por los participantes. Estas rúbricas estarán alineadas con los criterios establecidos por las teorías TAD, TSD y MTSK; Portafolios, los participantes elaborarán portafolios que contengan evidencias de su trabajo, reflexiones, proyectos y evaluaciones a lo largo del curso. Estos portafolios se utilizarán para monitorear el progreso y proporcionar retroalimentación continua, Presentaciones, los participantes realizarán presentaciones orales o multimedia para compartir y defender sus estrategias didácticas y proyectos comunitarios. Estas presentaciones serán evaluadas por los facilitadores y los compañeros de clase, Evaluación de proyectos comunitarios: Los proyectos finales desarrollados por los participantes, en los cuales aplicarán las estrategias didácticas aprendidas para abordar problemas reales en sus comunidades, serán evaluados mediante una rúbrica específica que considere la integración de las teorías TAD, TSD y MTSK, así como el impacto y la relevancia de las soluciones propuestas, así como cuestionarios, observaciones, discusiones y retroalimentación continua durante las sesiones. Esto permitirá identificar áreas de mejora y ajustar las estrategias didácticas en consecuencia.

La evaluación sumativa se realizará mediante la evaluación del proyecto final, en el que los participantes deberán aplicar los conocimientos y habilidades adquiridos Para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje y la implementación de las estrategias didácticas, se elaborarán dos guías complementarias: una guía para el facilitador y una guía para el participante.

La guía para el facilitador proporcionará a los instructores del curso información detallada sobre los objetivos y contenidos detallados del curso, Planes de sesión con actividades, recursos y estrategias de enseñanza para cada sesión, Instrucciones para la facilitación de las actividades y la gestión del aprendizaje, Instrumentos de evaluación y rúbricas de calificación, Referencias y recursos adicionales. Además, incluirá orientaciones sobre la aplicación de las teorías TAD, TSD y MTSK, así como pautas para la evaluación y retroalimentación a los participantes.

La guía para el participante servirá como un recurso para los participantes, incluyendo Descripción general del curso y sus objetivos, información sobre los temas y conceptos clave, Instrucciones y plantillas para las actividades prácticas y proyectos, estudios de caso y recursos adicionales. También proporcionará pautas para el desarrollo de proyectos comunitarios y la elaboración de estrategias didácticas basadas en las teorías abordadas. Resúmenes de los contenidos teóricos y conceptos clave, así como Referencias y recursos complementarios.

Además, se utilizarán diversos recursos y materiales didácticos, como presentaciones multimedia, videos, artículos científicos, estudios de caso, materiales manipulativos, software educativo y herramientas

tecnológicas, y recursos de la comunidad local, según sea necesario para el desarrollo de las actividades y proyectos, para enriquecer el proceso de enseñanza-aprendizaje y promover la interacción y la participación de los participantes.

Se elaborará una guía detallada tanto para el facilitador como para los participantes. La guía del facilitador incluirá objetivos, actividades detalladas, métodos de evaluación y recursos necesarios para cada sesión. La guía para los participantes proporcionará un resumen de los conceptos teóricos, instrucciones claras para las actividades, y espacios para la reflexión y autoevaluación.

Durante el desarrollo del curso, se tomarán en cuenta los aspectos éticos y de confidencialidad necesarios. Se solicitará el consentimiento informado de los participantes para la recopilación y uso de datos e información, garantizando la protección de su privacidad. Además, se promoverá un entorno de respeto, inclusión y valoración de la diversidad, fomentando el diálogo y la colaboración entre todos los participantes.

Al finalizar el curso, se realizará una evaluación integral para determinar su efectividad e identificar áreas de mejora. Esta evaluación incluirá:

1. Encuestas de satisfacción: Se aplicarán encuestas a los participantes para conocer su percepción sobre la calidad del curso, la relevancia de los contenidos, la efectividad de las estrategias didácticas y la utilidad de los materiales y recursos proporcionados.
2. Análisis de los resultados de aprendizaje: Se evaluarán los portafolios, proyectos comunitarios y presentaciones finales de los participantes para determinar el nivel de logro de las competencias matemáticas y la aplicación efectiva de las teorías TAD, TSD y MTSK.
3. Retroalimentación de los facilitadores: Los instructores del curso proporcionarán retroalimentación sobre los desafíos enfrentados, las fortalezas y debilidades identificadas, y las recomendaciones para mejorar el diseño y la implementación del curso.

Los resultados de esta evaluación servirán como base para realizar ajustes y mejoras en futuras ediciones del curso, con el objetivo de brindar una experiencia de aprendizaje cada vez más enriquecedora y efectiva para los participantes. El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" está cuidadosamente diseñado para capacitar a los docentes en el uso de estrategias didácticas basadas en TAD, MTSK y TSD, promoviendo un enfoque constructivista y el desarrollo de competencias clave. La estructura del curso, así como la estructura y organización de este, con un equilibrio entre teoría y práctica, permitirá

a los docentes desarrollar habilidades y conocimientos que podrán aplicar directamente en sus contextos escolares, beneficiando tanto a sus estudiantes como a sus comunidades.

5.5 Propuesta pedagógica

La presente propuesta pedagógica está diseñada para el curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad", el cual tiene como objetivo principal brindar a los docentes de matemáticas estrategias didácticas basadas en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Estas estrategias permitirán a los docentes orientar y apoyar a sus estudiantes en la elaboración de proyectos que resuelvan problemas de su comunidad, promoviendo así el desarrollo de competencias matemáticas y fomentando la influencia social a través de la interacción y el diálogo.

Enfoque Pedagógico

El enfoque pedagógico de este curso se fundamenta en los principios del constructivismo, promoviendo el aprendizaje activo y significativo a través de la construcción del conocimiento por parte de los participantes (Piaget, 1973; Vygotsky, 1978). Este enfoque se alinea con los postulados de la TAD, la TSD y el MTSK, los cuales destacan la importancia de la contextualización del conocimiento y la resolución de problemas reales en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997; Ball et al., 2008).

Estrategia Didáctica Basada en Competencias

La estrategia didáctica propuesta se centra en el desarrollo de tres competencias matemáticas esenciales en los participantes: (1) construir e interpretar modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales; (2) formular y resolver problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques; y (3) explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales. Estas competencias se abordarán a través de diversas actividades y metodologías, fomentando la participación de los docentes y la aplicación práctica de los conceptos aprendidos. Además, se enfatizará la interdisciplinariedad y la conexión de las matemáticas con otras áreas del conocimiento, como las ciencias, las artes, la economía y la tecnología. Esto se logrará mediante el diseño de proyectos interdisciplinarios y el uso de ejemplos y aplicaciones prácticas que muestren la relevancia de las matemáticas en diversos contextos.

Componentes de la Estrategia Didáctica

La estrategia didáctica propuesta consta de los siguientes componentes:

1. Contextualización del Conocimiento (TAD)

- Los docentes analizarán y discutirán situaciones problemáticas reales en sus comunidades que requieran la aplicación de conocimientos matemáticos.
- Se realizará un proceso de transposición didáctica, adaptando el conocimiento matemático al contexto de los estudiantes y sus comunidades (Chevallard, 1991).

2. Situaciones Didácticas (TSD)

- Se diseñarán situaciones didácticas que promuevan la construcción activa del conocimiento por parte de los estudiantes.
- Se incorporarán estrategias de aprendizaje para fomentar el aprendizaje autónomo, colaborativo y la resolución de problemas complejos.
- Se fomentará la autonomía y la resolución de problemas a través de situaciones a-didácticas, donde los estudiantes interactúen directamente con el contenido matemático (Brousseau, 1997).
- Se negociará el contrato didáctico, estableciendo roles y expectativas claras en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

3. Competencias del Docente (MTSK)

- Se fortalecerán las competencias de los docentes en cuanto al conocimiento del contenido matemático, el conocimiento pedagógico del contenido y el conocimiento del contexto y los estudiantes (Ball et al., 2008).
- Se proporcionarán estrategias y recursos para anticipar y abordar las dificultades y errores comunes de los estudiantes.
- Se incorporarán estrategias de evaluación por pares y retroalimentación entre los docentes participantes, promoviendo el intercambio de experiencias, la reflexión crítica y el aprendizaje colaborativo.

4. Proyectos Comunitarios

- Los docentes guiarán a sus estudiantes en la elaboración de proyectos que aborden problemas reales en sus comunidades, aplicando los conocimientos y competencias matemáticas adquiridas.
- Se fomentará el trabajo colaborativo y la toma de decisiones informadas para proponer soluciones viables y sostenibles.
- Se promoverá la integración de diversas áreas del conocimiento, como las ciencias, las artes, la economía y la tecnología, en el desarrollo de los proyectos.

5. Influencia Social

- A través de los proyectos comunitarios, se promoverá el diálogo y la interacción entre los estudiantes, los docentes y los miembros de la comunidad.
- Se fomentará la comprensión de cómo las matemáticas pueden contribuir a resolver problemas sociales y mejorar la calidad de vida en las comunidades.
- Se generará un impacto positivo en el entorno, trascendiendo a un espacio social más amplio.
- Se incorporarán estrategias y recursos específicos para abordar aspectos relacionados con la equidad y la diversidad en la enseñanza de las matemáticas, considerando diferentes estilos de aprendizaje, necesidades especiales y la promoción de una cultura de respeto e inclusión.

6. Integración de Tecnologías Digitales

- Se fortalecerán las habilidades de los docentes para integrar las tecnologías digitales de manera efectiva en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- Se proporcionarán estrategias y recursos para el uso de herramientas digitales en la resolución de problemas, la visualización de conceptos matemáticos y la colaboración en línea.
- Se promoverá el desarrollo de habilidades digitales en los estudiantes, como el pensamiento computacional y la programación, en relación con las matemáticas.

Implementación y Seguimiento

La implementación de esta estrategia didáctica se llevará a cabo durante las sesiones del curso, donde los docentes participantes recibirán formación teórica y práctica en la aplicación de las teorías TAD, TSD y MTSK. así como en las estrategias interdisciplinarias, el aprendizaje basado en proyectos, la evaluación por pares y la integración de tecnologías digitales. Además, se les brindará apoyo y asesoramiento continuo en el diseño e implementación de sus proyectos comunitarios interdisciplinarios.

Se realizará un seguimiento y evaluación constante de los avances y logros de los docentes y sus estudiantes a través de diversos instrumentos, como rúbricas, portafolios, presentaciones, evaluación de proyectos y retroalimentación entre pares. Esto permitirá realizar ajustes y mejoras en la estrategia didáctica según las necesidades y desafíos identificados.

Evaluación y Difusión

Al finalizar el curso, se llevará a cabo una evaluación integral de la propuesta pedagógica, considerando la efectividad de la estrategia didáctica, el nivel de logro de las competencias matemáticas y el impacto generado en las comunidades a través de los proyectos implementados.

Los resultados y hallazgos obtenidos se difundirán a través de publicaciones académicas, presentaciones en congresos y foros educativos, así como en plataformas virtuales y redes sociales. Esto permitirá compartir las buenas prácticas y fomentar la réplica y adaptación de esta propuesta en otros contextos y comunidades. La presente propuesta pedagógica ofrece un enfoque innovador y transformador para la enseñanza de las matemáticas, al integrar las teorías TAD, TSD y MTSK en una estrategia didáctica basada en el desarrollo de competencias y la resolución de problemas reales en las comunidades. Al involucrar a los docentes y estudiantes en proyectos comunitarios significativos, se promueve no solo el aprendizaje de las matemáticas, sino también el pensamiento crítico, la resolución de problemas complejos, la influencia social, la equidad y la mejora de la calidad de vida en las comunidades.

Esta propuesta responde a los desafíos actuales en la enseñanza de las matemáticas, promoviendo un aprendizaje contextualizado, relevante y práctico. Además, fomenta el diálogo, la colaboración y la toma de decisiones informadas, trascendiendo el aula y generando un impacto positivo en el entorno social y académico. La integración de las tecnologías digitales y la evaluación por pares fortalece aún más esta propuesta, preparando a los docentes y estudiantes para enfrentar los retos y oportunidades de la era digital.

5.6 Balance general de la propuesta pedagógica

Este curso ofrece una oportunidad única para que los docentes adquieran una comprensión profunda de estas teorías y desarrollen estrategias didácticas efectivas para involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas reales de su comunidad. Al conectar los conocimientos académicos con situaciones prácticas y relevantes, se promueve un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas. Además, al fomentar el desarrollo de competencias esenciales, como la construcción e interpretación de modelos, la formulación y resolución de problemas, y la explicación e interpretación de resultados, los estudiantes adquieren habilidades valiosas que les permitirán enfrentar desafíos complejos en el mundo real.

La propuesta pedagógica presentada en este curso no solo se centra en el aspecto académico, sino que también promueve la influencia social a través de los proyectos comunitarios. Al involucrar a los estudiantes y docentes en la resolución de problemas reales en sus comunidades, se fomenta el diálogo, la colaboración y la toma de decisiones informadas, trascendiendo el ámbito del aula y generando un impacto positivo en el entorno social.

La evaluación y difusión de los resultados obtenidos a través de esta propuesta son aspectos cruciales para el éxito y la continuidad del curso. La evaluación integral permitirá identificar fortalezas y áreas de mejora, mientras que la difusión de las buenas prácticas y hallazgos en publicaciones académicas, congresos y plataformas virtuales fomentará la réplica y adaptación de este enfoque en otros contextos y comunidades.

La integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) representa una oportunidad significativa para transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Este enfoque innovador aborda los desafíos actuales en la educación matemática, ofreciendo un marco teórico sólido y una propuesta pedagógica práctica y contextualizada.

El marco teórico presentado destaca la importancia de la transposición didáctica (Chevallard, 1991), que implica la adaptación del conocimiento matemático a los contextos específicos de los estudiantes. Además, resalta la relevancia de las situaciones didácticas (Brousseau, 1997), donde los estudiantes construyen activamente su conocimiento a través de la resolución de problemas auténticos y desafiantes. Complementariamente, el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (Ball et al., 2008) enfatiza la necesidad de que los docentes desarrollen competencias específicas para enseñar matemáticas de manera efectiva, incluyendo el dominio del contenido matemático, las estrategias pedagógicas y la comprensión del contexto y las características de los estudiantes.

El marco metodológico propuesto para el curso se basa en un enfoque constructivista (Piaget, 1973; Vygotsky, 1978), promoviendo el aprendizaje activo y significativo a través de la construcción del conocimiento por parte de los participantes. Este enfoque se alinea con los principios de la TAD, la TSD y el MTSK, al destacar la importancia de la contextualización del conocimiento y la resolución de problemas reales en el proceso de enseñanza-aprendizaje. La estructura del curso, con sus componentes de inicio, desarrollo y cierre, así como los instrumentos de evaluación formativa y sumativa, fomentan el involucramiento activo de los participantes y el monitoreo continuo de su progreso.

La propuesta pedagógica presentada se centra en el desarrollo de competencias matemáticas esenciales en los participantes, como la construcción e interpretación de modelos, la formulación y resolución de problemas, y la explicación e interpretación de resultados. Estos elementos se abordan a través de diversas actividades y metodologías, fomentando la participación de los docentes y la aplicación práctica de los conceptos aprendidos. La contextualización del conocimiento, las situaciones didácticas, el fortalecimiento de las competencias docentes y la elaboración de proyectos comunitarios son componentes clave de esta propuesta.

Un aspecto fundamental de esta propuesta es la promoción de la influencia social a través de los proyectos comunitarios. Al involucrar a los estudiantes y docentes en la resolución de problemas reales en sus

comunidades, se fomenta el diálogo, la colaboración y la toma de decisiones informadas. Esto trasciende el ámbito del aula y genera un impacto positivo en el entorno social, demostrando cómo las matemáticas pueden contribuir a mejorar la calidad de vida de las comunidades.

La evaluación y difusión de los resultados obtenidos a través de esta propuesta son aspectos cruciales. La evaluación integral permitirá identificar fortalezas y áreas de mejora, mientras que la difusión de las buenas prácticas y hallazgos en publicaciones académicas, congresos y plataformas virtuales fomentará la réplica y adaptación de este enfoque en otros contextos y comunidades.

La integración de la TAD, la TSD y el MTSK en el curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" ofrece un enfoque comprehensivo y transformador para la enseñanza de las matemáticas. Al combinar los fundamentos teóricos con una metodología sólida y una propuesta pedagógica contextualizada y basada en competencias, se promueve un aprendizaje significativo, se fortalecen las competencias docentes y se fomenta la influencia social a través de la resolución de problemas comunitarios. Esta propuesta responde a los desafíos actuales en la educación matemática y sienta las bases para una transformación profunda en la manera en que se enseñan y se aprenden las matemáticas, preparando a los estudiantes para enfrentar desafíos complejos en el mundo real y contribuyendo al desarrollo sostenible de sus comunidades.

CONCLUSIONES

El presente estudio se centró en el desarrollo e implementación de una estrategia didáctica para mejorar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA). A través de una intervención basada en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), la investigación buscó proporcionar a los docentes herramientas teóricas y prácticas para mejorar su capacidad de enseñanza, facilitando la construcción de un ambiente de aprendizaje más efectivo para los estudiantes, se buscó mejorar las capacidades docentes en áreas clave como la modelación matemática, la resolución de problemas y la interpretación de resultados. A continuación, se presenta un análisis integral de los hallazgos, una discusión crítica de sus implicaciones prácticas y teóricas, las limitaciones del estudio, y recomendaciones para futuras investigaciones y prácticas educativas.

Síntesis de los hallazgos

Los resultados obtenidos en este estudio revelaron que la implementación de una estrategia didáctica fundamentada en la TAD y el MTSK tuvo un impacto positivo en las competencias docentes, particularmente en tres áreas clave: construcción e interpretación de modelos matemáticos, formulación y resolución de problemas matemáticos y explicación e interpretación de los resultados obtenidos.

Los docentes participantes mostraron avances significativos en la utilización de situaciones cotidianas y herramientas tecnológicas para facilitar la comprensión de conceptos abstractos. Se destacó que la capacidad de los profesores para vincular la matemática con el entorno cotidiano de los estudiantes mejoró notablemente, lo que no solo incrementó la motivación de los estudiantes, sino también su capacidad para resolver problemas y modelar situaciones reales.

En la construcción de modelos matemáticos, los docentes lograron implementar herramientas visuales como software de simulación, gráficos y mapas para representar problemas complejos de una manera accesible para los estudiantes. Las entrevistas y los grupos de discusión confirmaron que los docentes habían desarrollado una mayor confianza en su capacidad para utilizar estos recursos tecnológicos, lo que a su vez facilitó que los estudiantes construyeran y comprendieran modelos matemáticos aplicados en situaciones del mundo real, como la medición de trayectorias y la optimización de áreas.

Sin embargo, un reto persistente fue la dificultad de los estudiantes para abstraer estos modelos a contextos más teóricos o complejos. Aunque se alcanzaron avances significativos en la enseñanza de la modelación matemática, esta dificultad indica la necesidad de un mayor enfoque en el desarrollo de competencias que permitan a los estudiantes trasladar su conocimiento de contextos concretos a contextos abstractos.

En cuanto a la formulación y resolución de problemas matemáticos, se observó una mejora en la capacidad de los docentes para guiar a los estudiantes en la resolución autónoma de problemas. La investigación reveló que los problemas contextualizados resultaron ser una herramienta efectiva para motivar a los estudiantes, quienes mostraron mayor interés al ver la relevancia práctica de los problemas matemáticos en su vida diaria. Ejemplos como la estimación de distancias utilizando mapas y la resolución de problemas relacionados con la economía local mostraron ser particularmente efectivos para involucrar a los estudiantes en la solución de problemas reales.

No obstante, surgió un fenómeno conocido como "mecanización del proceso" (Skemp, 1976), en el cual algunos estudiantes tendían a resolver problemas de manera mecánica sin una comprensión profunda de los principios subyacentes. Esto sugiere que, aunque los docentes lograron fomentar un enfoque práctico en la enseñanza de la resolución de problemas, es necesario introducir enfoques pedagógicos adicionales que

promuevan el desarrollo de habilidades de pensamiento crítico y metacognición en los estudiantes, tales como la enseñanza recíproca o la reflexión colaborativa sobre el proceso de resolución de problemas.

En el área de la explicación e interpretación de resultados, los docentes demostraron mejoras notables en su capacidad para guiar a los estudiantes en la interpretación crítica de los resultados matemáticos obtenidos. La intervención incluyó actividades grupales de retroalimentación en las que los estudiantes compararon y contrastaron diferentes enfoques de resolución, lo que facilitó una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos. Sin embargo, los docentes señalaron que algunos estudiantes aún mostraban dificultades para justificar sus respuestas o interpretar críticamente los resultados, lo que pone de manifiesto la necesidad de seguir fortaleciendo las competencias en argumentación matemática, un aspecto clave para el desarrollo de un pensamiento matemático avanzado.

Discusión crítica

Desde una perspectiva teórica, los resultados de esta investigación refuerzan la relevancia de los enfoques propuestos por la TAD y el MTSK en la formación docente. La integración de estos marcos permitió a los docentes analizar su práctica desde un enfoque institucional que permite analizar cómo se estructuran las praxeologías matemáticas y didácticas en el aula (TAD) mientras desarrollaban competencias clave relacionadas con el conocimiento especializado de los temas matemáticos y su enseñanza (MTSK). Estos hallazgos concuerdan con estudios previos que subrayan la importancia de un enfoque holístico en la formación docente (Carrillo et al., 2013; Chevallard, 1999).

Al combinar ambos enfoques, este estudio no solo aportó un marco teórico integral para el desarrollo de competencias docentes, sino que también contribuyó a la mejora de la enseñanza a nivel práctico. Uno de los aportes más importantes de este estudio es la validación de la modelación matemática como una herramienta eficaz para enseñar conceptos abstractos. El uso de simulaciones y software matemático no solo facilitó la comprensión de los modelos, sino que también permitió a los estudiantes aplicar la matemática en situaciones del mundo real, un enfoque que se alinea con investigaciones previas que subrayan la importancia de la modelación en la educación matemática (Kaiser y Sriraman, 2006). Sin embargo, como mencionan Lesh y Doerr (2003), la transición de lo concreto a lo abstracto sigue siendo un desafío significativo. Para abordarlo, sería necesario un enfoque pedagógico que integre herramientas tecnológicas avanzadas, como simulaciones más complejas o software de modelación especializado.

No obstante, los resultados también indican que la transición de lo concreto a lo abstracto sigue siendo un reto significativo tanto para los estudiantes como para los docentes. Este fenómeno, documentado en la literatura educativa (Lesh y Doerr, 2003), subraya la importancia de incorporar estrategias adicionales que

fomenten el pensamiento abstracto, como el uso de simulaciones matemáticas avanzadas o el aprendizaje basado en problemas (Problem-Based Learning, PBL).

Otro aspecto crítico es la mecanización en la resolución de problemas, observada en algunos estudiantes que, aunque mejoraron su capacidad para resolver problemas prácticos, continuaron mostrando una comprensión superficial de los conceptos subyacentes. Este comportamiento, conocido como "efecto de la mecanización" (Skemp, 1976), sugiere la necesidad de integrar enfoques metacognitivos que estimulen el pensamiento crítico y la reflexión sobre los procesos matemáticos. Estrategias como la enseñanza recíproca (Palincsar y Brown, 1984) pueden ser útiles para superar esta barrera, al involucrar a los estudiantes en la explicación y justificación de sus razonamientos matemáticos.

La investigación también resaltó la importancia de utilizar problemas contextualizados como una estrategia didáctica efectiva para la enseñanza de las matemáticas. La formulación de problemas relacionados con la vida cotidiana permitió que los estudiantes se involucraron más en el proceso de aprendizaje, lo que coincide con el enfoque del aprendizaje basado en problemas (Problem-Based Learning, PBL) propuesto por Hmelo-Silver (2004). Este método fomenta un aprendizaje más autónomo y motivado, permitiendo a los estudiantes abordar problemas reales con implicaciones prácticas. Sin embargo, la dependencia en procesos mecánicos por parte de algunos estudiantes señala una limitación que debe ser superada mediante la inclusión de estrategias que promuevan un análisis más profundo y reflexivo de los problemas matemáticos.

La explicación y justificación de los resultados obtenidos es otra área clave que necesita más atención. Los docentes notaron que algunos estudiantes, aunque lograban resolver problemas correctamente, tenían dificultades para justificar sus respuestas y conectar los resultados con el problema original. Esto sugiere una falta de habilidades en la argumentación matemática, una competencia que debe desarrollarse tanto en los docentes como en los estudiantes. El enfoque en la argumentación y la justificación de los procesos matemáticos ha sido identificado como un elemento clave para el desarrollo del razonamiento matemático avanzado (Yackel y Cobb, 1996), y debería integrarse más profundamente en las estrategias de enseñanza utilizadas en el aula.

Implicaciones prácticas

Los hallazgos de este estudio tienen importantes implicaciones para la práctica educativa, tanto a nivel local como en contextos educativos internacionales. En primer lugar, la investigación confirma la efectividad de las estrategias basadas en la contextualización de problemas matemáticos. Los docentes lograron mejorar el rendimiento y la motivación de los estudiantes mediante el uso de problemas relacionados con su entorno

cotidiano, lo que indica que las metodologías que combinan la enseñanza de habilidades matemáticas con situaciones del mundo real son particularmente efectivas.

En segundo lugar, los resultados resaltan la necesidad de una formación continua y personalizada para los docentes. La intervención demostró que, cuando los docentes reciben apoyo en el desarrollo de competencias especializadas, como el uso de tecnologías educativas y la formulación de problemas contextualizados, se logra una mejora significativa en su capacidad para enseñar matemáticas de manera más efectiva. La formación debe estar adaptada a las necesidades y perfiles individuales de los docentes, considerando tanto sus fortalezas como sus áreas de mejora, tal como se observó en el caso de los docentes participantes, quienes mostraron diferentes niveles de experiencia y habilidades tecnológicas.

Además, se observó que las actividades de retroalimentación y reflexión desempeñan un papel crucial en el desarrollo de competencias docentes. Los talleres de reflexión y las sesiones de retroalimentación grupal permitieron que los docentes analizaran sus prácticas, identificaran áreas de mejora y ajustan sus estrategias didácticas. Este enfoque colaborativo y reflexivo ha demostrado ser fundamental para la mejora continua de la enseñanza, y debería ser una parte integral de los programas de formación docente.

Una implicación adicional es la necesidad de mejorar el acceso a recursos tecnológicos en las instituciones educativas. El uso de software avanzado para la modelación matemática, simulaciones y herramientas tecnológicas fue uno de los aspectos más valorados por los docentes, pero la falta de recursos limitó su implementación plena. Las instituciones educativas deben invertir en la mejora de la infraestructura tecnológica y proporcionar formación continua en el uso de tecnologías educativas para maximizar su impacto en el aprendizaje de los estudiantes.

Limitaciones del estudio

Aunque este estudio arrojó resultados prometedores, existen algunas limitaciones que deben considerarse. En primer lugar, el estudio se realizó en un contexto educativo específico, el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo, lo que puede limitar la generalización de los hallazgos a otros entornos educativos. Aunque los resultados pueden ser útiles para contextos similares, es importante replicar este estudio en otras instituciones con características diferentes, como la disponibilidad de recursos tecnológicos, el perfil de los estudiantes y los métodos de enseñanza predominantes.

Otra limitación importante es el tamaño reducido de la muestra y la duración relativamente corta de la intervención. La participación de solo cuatro docentes permitió un análisis detallado de sus experiencias, pero también limitó la capacidad de generalizar los resultados a una población docente más amplia. Además,

una intervención más prolongada podría haber proporcionado una visión más completa del impacto a largo plazo de las estrategias didácticas implementadas.

Finalmente, la falta de recursos tecnológicos adecuados en las aulas fue una de las principales barreras para la implementación completa de las estrategias propuestas. A pesar de los avances logrados, los docentes informaron que el acceso limitado a software especializado y otras herramientas tecnológicas dificultó la plena adopción de algunas de las estrategias más innovadoras, como el uso de simulaciones matemáticas avanzadas.

Recomendaciones para futuras investigaciones y prácticas educativas

A partir de los hallazgos y limitaciones de este estudio, se pueden proponer varias recomendaciones para mejorar tanto la investigación futura como las prácticas educativas:

1. **Investigaciones a largo plazo:** Se recomienda realizar estudios longitudinales para evaluar el impacto sostenido de las estrategias didácticas basadas en TAD y MTSK. Esto permitiría obtener una visión más completa de cómo estas estrategias influyen en el desarrollo de competencias docentes y en el aprendizaje de los estudiantes a lo largo del tiempo.
2. **Expansión a otros contextos educativos:** Para validar la efectividad de las estrategias didácticas desarrolladas, es necesario replicar este estudio en otros contextos educativos con diferentes perfiles de docentes y estudiantes. Esto proporciona una comprensión más amplia de las necesidades y desafíos en la enseñanza de las matemáticas y permitiría ajustar las estrategias para que sean aplicables en una variedad de entornos educativos.
3. **Integración de tecnologías avanzadas:** Se recomienda invertir en la capacitación de los docentes en el uso de tecnologías educativas avanzadas, como simulaciones matemáticas y software de modelación, para mejorar la capacidad de los estudiantes para transitar del pensamiento concreto al abstracto. Además, es esencial que las instituciones educativas proporcionen el acceso a estas tecnologías para garantizar su implementación efectiva en el aula.
4. **Fortalecimiento de la formación en metacognición y argumentación matemática:** Los resultados sugieren la necesidad de integrar enfoques más robustos que fomenten el pensamiento crítico y la argumentación matemática en los estudiantes. Se recomienda que los programas de formación docente incluyan estrategias de enseñanza que desarrollen habilidades de reflexión y justificación de los procesos matemáticos, como la enseñanza recíproca y el aprendizaje basado en la explicación y justificación.
5. **Desarrollo de programas de formación continua personalizados:** Dada la diversidad de perfiles docentes, es esencial que los programas de formación continua sean adaptados a las necesidades

individuales de los profesores. Esto implica ofrecer oportunidades de formación que aborden tanto los aspectos teóricos como prácticos de la enseñanza de las matemáticas y que incluyan oportunidades para la reflexión colaborativa sobre la práctica docente.

En conclusión, este estudio ha demostrado que la implementación de una estrategia didáctica basada en la TAD y el MTSK puede generar mejoras significativas en las competencias docentes en matemáticas. Los hallazgos subrayan la importancia de un enfoque teórico sólido, combinado con prácticas pedagógicas innovadoras y contextualizadas, para mejorar tanto la enseñanza como el aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior. A pesar de las limitaciones observadas, los resultados ofrecen una base sólida para el desarrollo de futuras investigaciones y programas de formación docente que integren enfoques basados en la modelación matemática, la resolución de problemas y la argumentación crítica. Con el apoyo adecuado en términos de recursos tecnológicos y formación continua, estas estrategias tienen el potencial de transformar la enseñanza de las matemáticas, no solo en contextos locales, sino a nivel internacional, contribuyendo al avance del campo de la didáctica de las matemáticas.

El presente estudio se centró en el desarrollo e implementación de una estrategia didáctica para mejorar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA). A través de un enfoque basado en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), se buscó proporcionar a los docentes herramientas y metodologías que les permitieran mejorar su práctica educativa y, en consecuencia, el aprendizaje de los estudiantes. A continuación, se presentan las conclusiones más relevantes del estudio.

La implementación de una estrategia didáctica que desarrolle las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el bachillerato de Acatzingo ha demostrado ser efectiva en varios aspectos clave. Los docentes han mostrado una mejora en su capacidad para utilizar referencias concretas y situaciones cotidianas en la enseñanza, lo cual ha llevado a una mayor participación y comprensión por parte de los estudiantes.

Además, mostraron un avance notable en su capacidad para diseñar y aplicar actividades que fomenten el razonamiento matemático y la resolución de problemas. Este progreso se reflejó en una mayor capacidad para utilizar diversas praxeologías y en la adopción de técnicas didácticas innovadoras

La implementación de la estrategia didáctica basada en el modelo MTSK y en la Teoría Antropológica de lo Didáctico TAD tuvo un impacto significativo en las competencias docentes de los profesores de matemáticas del bachillerato de Acatzingo. Los resultados obtenidos subrayan la importancia de un enfoque

estructurado y teóricamente fundamentado en la formación continua de docentes. Se espera que los hallazgos de este estudio contribuyan a la mejora de las prácticas de enseñanza de las matemáticas y al desarrollo profesional de los docentes.

Se observó una mejora notable en la capacidad de los docentes para diseñar y aplicar actividades didácticas que promuevan el razonamiento matemático y la resolución de problemas. Antes de la intervención, muchos profesores mostraron limitaciones en la utilización de diversas praxeologías y en la aplicación de técnicas didácticas innovadoras. Posteriormente, se evidenció una mayor habilidad para estructurar lecciones considerando tanto el nivel práctico-técnico como el tecnológico-teórico de las praxeologías, lo que resultó en una enseñanza más coherente y fundamentada

La investigación también ha resaltado la importancia de la formación continua, el diseño de actividades de aprendizaje integradas y la necesidad de recursos adecuados para apoyar la implementación de estrategias didácticas innovadoras. Las limitaciones identificadas, como la insuficiencia de la formación inicial y la escasez de recursos, deben ser abordadas para mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en este contexto. Los participantes expresaron la importancia de mantenerse actualizados con nuevas metodologías y recursos didácticos para poder mejorar continuamente su práctica educativa. Esta demanda subraya la importancia de programas de formación permanente que permitan a los educadores actualizar sus conocimientos y habilidades de manera regular.

La implementación de una estrategia didáctica innovadora y adaptada a las necesidades del profesorado de matemáticas del Bachillerato del CEA ha demostrado ser efectiva para mejorar las competencias docentes y, por ende, los resultados académicos de los estudiantes. La formación continua y personalizada, junto con el uso de tecnologías educativas y métodos de enseñanza activos, son elementos clave para el éxito de este tipo de intervenciones.

El estudio destaca la importancia de considerar la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado al desarrollar estrategias didácticas y sugiere que un enfoque personalizado puede conducir a mejoras significativas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Los hallazgos de esta investigación pueden servir como base para futuras intervenciones en contextos educativos similares y contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación matemática a nivel regional y nacional.

Los hallazgos de este estudio proporcionan una base sólida para futuras investigaciones y desarrollo de programas de formación docente que integren estrategias didácticas innovadoras y recursos adecuados, con el objetivo de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el nivel medio superior.

La implementación de una estrategia didáctica basada en la TAD en el Bachillerato del CEA ha demostrado ser una intervención efectiva para mejorar las competencias docentes y el aprendizaje de los estudiantes. Sin embargo, es fundamental continuar invirtiendo en la capacitación continua de los docentes, proporcionar los recursos necesarios, promover una cultura de innovación y colaboración, y expandir la investigación a otros contextos educativos. Estas recomendaciones, basadas en los hallazgos del estudio, tienen el potencial de contribuir significativamente a la mejora de la enseñanza de las matemáticas y al desarrollo integral de los estudiantes en diversos entornos educativos.

Impacto en el Aprendizaje de los Estudiantes

Los resultados indican que la estrategia didáctica no solo benefició a los docentes, sino que también tuvo un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes. La habilidad de los profesores para contextualizar los resultados matemáticos y relacionarlos con situaciones del mundo real facilita una comprensión más profunda y aplicable de los conceptos matemáticos por parte de los estudiantes. Además, el uso de herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas resultó crucial para visualizar mejor los conceptos y hacer las clases más dinámicas y atractivas.

Recursos y Apoyo Institucional

La investigación subraya la importancia de que las instituciones educativas proporcionen los recursos y el apoyo necesarios para la implementación efectiva de estas estrategias. El acceso a materiales didácticos adecuados, tecnologías de la información y la comunicación, y un entorno de aprendizaje que fomente la innovación y la experimentación son esenciales para el éxito de las estrategias didácticas implementadas.

Conexión entre Teoría y Práctica

La conexión entre la teoría y la práctica emergió como un factor fundamental para el éxito de la estrategia didáctica. La integración de la modelación y la experimentación en el currículo permitió a los estudiantes ver la aplicación práctica de los conceptos matemáticos, lo cual mejoró significativamente su comprensión y su interés en la materia.

Limitaciones del Estudio

A pesar de los resultados prometedores, el estudio presenta algunas limitaciones. En primer lugar, se centró en un contexto específico, el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo, lo que puede limitar la generalización de los hallazgos a otros contextos educativos. Además, la muestra fue relativamente pequeña

y la duración del estudio fue corta, lo que sugiere la necesidad de investigaciones a largo plazo para evaluar el impacto sostenido de las estrategias didácticas.

Otra limitación es la disponibilidad de recursos y apoyo institucional. La investigación se realizó con recursos propios y con la colaboración del profesorado del CEA, lo cual podría haber influido en la implementación y seguimiento de las estrategias didácticas propuestas. La falta de acceso a internet y materiales didácticos adecuados fueron señalados como principales obstáculos en la práctica diaria de los docentes.

Finalmente, se identificó una potencial resistencia al cambio por parte de algunos docentes, quienes pueden estar acostumbrados a métodos tradicionales de enseñanza y no estar dispuestos a adoptar nuevas estrategias didácticas. Promover una cultura de apertura a la innovación y al aprendizaje continuo dentro del cuerpo docente será fundamental para el éxito de futuras implementaciones.

Recomendaciones

Se sugiere que futuras investigaciones exploren la implementación de estrategias didácticas similares en diversos contextos educativos y con muestras más amplias para evaluar su aplicabilidad y eficacia en diversas instituciones. Además, sería beneficioso investigar el impacto de estos programas de formación a largo plazo con la integración de otras teorías didácticas, junto con la TAD y el MTSK, podría enriquecer aún más las prácticas pedagógicas y los resultados de aprendizaje en matemáticas. así como su efectividad en el desarrollo de otras competencias docentes no evaluadas en este estudio.

1. **Desarrollo de Programas de Formación Continua:** Implementar programas de formación continua que abordan tanto aspectos pedagógicos como prácticos, proporcionando a los docentes herramientas y recursos que puedan aplicar directamente en sus aulas. Se recomienda establecer programas de formación continua específicos en didáctica de las matemáticas, que incluyan tanto aspectos teóricos como prácticos. Estos programas deben ser accesibles para todos los docentes y ofrecerse de manera regular para asegurar que los educadores puedan mantenerse actualizados con las nuevas metodologías y recursos didácticos. Además, es importante que estos programas incluyan oportunidades para la práctica y el intercambio de experiencias entre los docentes
2. **Provisión de Recursos Adecuados:** Es esencial que las instituciones educativas proporcionen los recursos y el apoyo necesarios para que los docentes puedan implementar las estrategias didácticas de manera efectiva. Esto incluye acceso a materiales didácticos adecuados, tecnologías de la información y la comunicación, y un entorno de aprendizaje que fomente la innovación y la experimentación. Las instituciones deben comprometerse a invertir en la mejora continua de la

infraestructura educativa y en la actualización de los recursos disponibles. Las instituciones deben proporcionar formación continua específica para los docentes, acceso a tecnologías educativas avanzadas y un entorno que promueva la innovación en la enseñanza de las matemáticas.

3. **Fomento de la Innovación y Experimentación:** Crear un entorno de aprendizaje que fomente la innovación y la experimentación, permitiendo a los docentes probar y adaptar nuevas estrategias didácticas en sus clases. Para superar la resistencia al cambio, es fundamental promover una cultura de innovación y colaboración dentro del cuerpo docente. Las instituciones educativas deben fomentar espacios de diálogo y reflexión donde los docentes puedan compartir sus experiencias, discutir desafíos y buscar soluciones conjuntas. Además, es importante reconocer y valorar los esfuerzos de los docentes que implementan nuevas estrategias didácticas y demostrar el impacto positivo de estos cambios en el aprendizaje de los estudiantes
4. **Integración de Modelación y Experimentación:** Las instituciones educativas deben fomentar un entorno que promueva la innovación y la experimentación en la enseñanza de las matemáticas. Esto incluye la libertad para que los docentes prueben nuevas metodologías y enfoques didácticos, así como la provisión de los recursos necesarios para llevar a cabo estas iniciativas. La experimentación y la modelación deben ser componentes clave del currículo de matemáticas para mejorar la comprensión y el interés de los estudiantes en la materia. Integrar la modelación y la experimentación en el currículo de matemáticas, permitiendo a los estudiantes visualizar y manipular conceptos abstractos y ver su aplicación práctica en el mundo real.
5. **Evaluación Continua:** Es crucial establecer mecanismos para la evaluación continua de las estrategias didácticas implementadas. Esto incluye la recolección y análisis de datos sobre el rendimiento académico de los estudiantes y la retroalimentación de los docentes. Con base en esta evaluación, las estrategias deben ser ajustadas y mejoradas continuamente para asegurar su efectividad a largo plazo. Las instituciones educativas deben comprometerse a apoyar este proceso de evaluación y ajuste constante. Realizar evaluaciones continuas de las estrategias didácticas implementadas, para identificar áreas de mejora y asegurar que las necesidades de los estudiantes y docentes sean satisfechas de manera efectiva.
6. **Investigaciones a Largo Plazo**
Se recomienda realizar investigaciones a largo plazo para evaluar el impacto sostenido de las estrategias didácticas implementadas. Estas investigaciones deben considerar la evolución de las competencias docentes y el rendimiento académico de los estudiantes a lo largo del tiempo, así como la adaptación de las estrategias a los cambios en el contexto educativo y tecnológico.
7. **Implementación de Estrategias Didácticas Adaptadas**

Se recomienda que las estrategias didácticas desarrolladas sean flexibles y adaptables a diferentes contextos educativos. Los docentes deben ser capacitados para adaptar las estrategias a las necesidades y características específicas de sus estudiantes y de su entorno educativo. Esto implica una formación en la identificación de las dificultades y necesidades particulares de su grupo de estudiantes y en la personalización de las estrategias didácticas para abordar estas necesidades. Dada la diversidad de perfiles académicos y profesionales del profesorado, se sugiere el desarrollo de enfoques personalizados que consideren las fortalezas y debilidades individuales de cada docente. Esto permitirá una implementación más efectiva de las estrategias didácticas y una mejor adaptación a las necesidades específicas de cada profesor y estudiante.

8. Integración de Tecnologías Educativas

El uso de tecnologías educativas debe ser una parte integral de las estrategias didácticas. Las herramientas tecnológicas pueden facilitar la visualización de los conceptos matemáticos y hacer que las clases sean más interactivas y atractivas. Se recomienda capacitar a los docentes en el uso de estas herramientas y proporcionarles acceso a las tecnologías necesarias. Además, es importante evaluar regularmente el impacto de las tecnologías en el aprendizaje de los estudiantes y ajustar su uso en función de los resultados obtenidos

9. Expansión de la Investigación a Otros Contextos

Para validar la efectividad de las estrategias didácticas desarrolladas, se recomienda expandir la investigación a otros contextos educativos. Esto permitirá obtener una comprensión más amplia de los desafíos y necesidades de los docentes de matemáticas en diferentes entornos y ajustar las estrategias para que sean aplicables a una variedad de contextos educativos. Además, sería beneficioso contar con un mayor apoyo institucional y recursos adicionales para facilitar la implementación y evaluación de las estrategias didácticas en estos nuevos contextos.

- 10. Fomento del Aprendizaje Basado en Problemas y Proyectos:** Las estrategias didácticas deben incluir enfoques que permitan a los estudiantes ver la aplicación práctica de los conceptos matemáticos en el mundo real. La modelación, la experimentación y el aprendizaje basado en problemas y proyectos son métodos valiosos que deben ser integrados en el currículo de matemáticas. Estos enfoques no solo promueven un aprendizaje más profundo y significativo, sino que también ayudan a los estudiantes a desarrollar habilidades prácticas y de resolución de problemas que son esenciales para su éxito académico y profesional.

El marco teórico desarrollado en este trabajo ha explorado la integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) como

fundamentos para el diseño de estrategias didácticas en la enseñanza de las matemáticas en educación media superior y superior. A continuación, se presentan las principales conclusiones y reflexiones derivadas de este análisis:

1. Complementariedad de los enfoques TAD y MTSK:

La TAD y el MTSK, aunque originados en tradiciones de investigación diferentes, muestran una complementariedad significativa en su abordaje de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La TAD proporciona un marco para analizar y diseñar las prácticas matemáticas y didácticas, mientras que el MTSK ofrece una caracterización detallada del conocimiento que los profesores necesitan para una enseñanza efectiva. Esta sinergia permite una comprensión más holística de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.

2. Potencial para la mejora de la práctica docente:

La integración de la TAD y el MTSK en la formación y desarrollo profesional de los profesores de matemáticas ofrece un potencial significativo para la mejora de la práctica docente. Al proporcionar herramientas para el análisis praxeológico y la reflexión sobre el conocimiento especializado, estos enfoques permiten a los profesores desarrollar una práctica más consciente, fundamentada y adaptada a las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.

3. Desafíos en la implementación:

La implementación efectiva de estrategias didácticas basadas en la TAD y el MTSK enfrenta varios desafíos, incluyendo la complejidad de los marcos teóricos, la resistencia al cambio en las prácticas establecidas, y la necesidad de un apoyo institucional sostenido. Superar estos desafíos requiere de programas de formación bien diseñados, acompañamiento continuo y una cultura institucional que valore y promueva la innovación didáctica.

4. Impacto en el aprendizaje de los estudiantes:

Aunque se requiere más investigación empírica, los indicios sugieren que la implementación de estrategias didácticas basadas en la TAD y el MTSK puede tener un impacto positivo en el aprendizaje de los estudiantes. Esto se debe a que estos enfoques promueven una enseñanza más coherente, significativa y conectada con las prácticas matemáticas auténticas.

5. Necesidad de contextualización:

La aplicación de la TAD y el MTSK en la educación superior requiere una cuidadosa contextualización. Las praxeologías matemáticas y didácticas, así como los conocimientos especializados necesarios, pueden

variar significativamente dependiendo del nivel educativo, la disciplina específica y el contexto cultural e institucional.

6. Implicaciones para la investigación futura:

Este marco teórico abre numerosas líneas de investigación futura, incluyendo:

- Estudios empíricos sobre la eficacia de las estrategias didácticas basadas en TAD-MTSK en diferentes contextos de educación superior.
- Investigación sobre el desarrollo del conocimiento especializado de los profesores universitarios de matemáticas.
- Análisis de las praxeologías matemáticas y didácticas en disciplinas específicas de la educación superior.
- Estudios longitudinales sobre el impacto a largo plazo de la formación basada en TAD-MTSK en la práctica docente y el aprendizaje de los estudiantes.

7. Reflexiones finales:

La presente investigación representa una contribución significativa al campo de la didáctica de las matemáticas al proponer e implementar, por primera vez, una estrategia didáctica que integra sinérgicamente la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Esta integración teórica novedosa ha demostrado ser particularmente efectiva en el contexto del Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo (CEA).

La relevancia de esta integración teórica radica en varios aspectos fundamentales:

Complementariedad Teórica Innovadora:

La TAD aportó el marco para analizar y estructurar las praxeologías matemáticas y didácticas

El MTSK proporcionó la caracterización detallada del conocimiento especializado necesario

La integración permitió abordar tanto aspectos institucionales como individuales del proceso de enseñanza

Se logró una sinergia entre el análisis praxeológico y el desarrollo del conocimiento especializado

Impacto en las Competencias Docentes:

a) Desarrollo Praxeológico (TAD):

Mejora en la organización de contenidos matemáticos

Fortalecimiento de la conexión entre teoría y práctica

Desarrollo de técnicas didácticas fundamentadas

Integración efectiva de momentos didácticos

b) Conocimiento Especializado (MTSK):

Profundización del conocimiento matemático

Mejora en la comprensión de las características del aprendizaje

Desarrollo de estrategias de enseñanza específicas

Fortalecimiento de la conexión entre diferentes dominios matemáticos

Resultados Significativos en la Implementación:

La modelación matemática se enriqueció con la integración de aspectos praxeológicos y conocimiento especializado

La resolución de problemas se benefició de un enfoque más estructurado y fundamentado

La interpretación y análisis matemático alcanzaron mayor profundidad y coherencia

Se logró una mejor contextualización de los contenidos matemáticos

Aportaciones Metodológicas:

Desarrollo de un marco metodológico para la integración de TAD y MTSK

Creación de instrumentos de evaluación que consideran ambas perspectivas teóricas

Establecimiento de criterios para el análisis de la práctica docente desde esta doble perspectiva

Propuesta de indicadores para evaluar el impacto de la integración teórica

Implicaciones para la Investigación en Didáctica:

Se abre una nueva línea de investigación en la integración de marcos teóricos

Se establecen bases para estudios comparativos entre diferentes enfoques didácticos

Se proponen nuevas perspectivas para el análisis de la práctica docente

Se sugieren metodologías innovadoras para la formación del profesorado

Limitaciones y Proyecciones:

Necesidad de validación en diferentes contextos educativos

Importancia de estudios longitudinales para evaluar el impacto a largo plazo

Relevancia de desarrollar más instrumentos específicos para esta integración teórica

Pertinencia de explorar otras posibles sinergias teóricas

La estrategia didáctica desarrollada no solo ha demostrado ser efectiva en la mejora de las competencias docentes, sino que también ha establecido un precedente importante en la integración de marcos teóricos en didáctica de las matemáticas. La combinación de la TAD y el MTSK ha permitido una comprensión más

profunda y holística del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, proporcionando herramientas tanto para el análisis institucional como para el desarrollo del conocimiento especializado del profesorado. Esta investigación abre nuevos caminos para el desarrollo de estrategias didácticas en matemáticas, sugiriendo que la integración teórica puede ser un enfoque fructífero para abordar la complejidad de la enseñanza matemática en el nivel medio superior. Los resultados obtenidos sugieren que este tipo de integración teórica podría ser beneficiosa también en otros contextos y niveles educativos, sentando las bases para futuras investigaciones en esta línea.

La experiencia del CEA demuestra que es posible y beneficioso integrar marcos teóricos aparentemente distintos cuando se hace de manera fundamentada y sistemática. Esta integración no solo enriquece la comprensión teórica de la didáctica de las matemáticas, sino que también proporciona herramientas prácticas más efectivas para la mejora de la enseñanza y el aprendizaje matemático.

Referencias

- Acosta Silva, A. (2000a). *La política educativa y la gestión de la universidad en México*. ANUIES.
- Acosta Silva, A. (2000b). *La ANUIES y la expansión de la educación superior en México*. ANUIES.
- Acosta Silva, A. (2014). *El futuro de la educación superior en México*. ANUIES.
- Acosta Silva, J. (2000). *Las políticas de educación superior en México*. ANUIES.
- Acosta Silva, J. (2014). *Evaluación y monitoreo de políticas educativas*. ANUIES.
- Acosta Silva, P. (2000a). *Metodologías activas de enseñanza en matemáticas: Una perspectiva contemporánea*. ANUIES.
- Acosta Silva, P. (2014). *Formación continua y actualización docente en matemáticas*. ANUIES.
- Alcántara Santuario, A. (2009). *Las políticas educativas y la equidad en el acceso a la educación superior en México*. ANUIES.
- Aldon, G., Cusi, A., Morselli, F., Panero, M., y Sabena, C. (2017). Formative assessment and technology: Reflections developed through the collaboration between teachers and researchers. In G. Aldon, F. Hitt, L. Bazzini, y U. Gellert (Eds.), *Mathematics and technology* (pp. 551-578). Springer.
- Aldon, G., Hitt, F., Bednarz, N., y Saboya, M. (2021). *The digital world in mathematics education*. Springer.
- Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nature Reviews Neuroscience*, 9(4), 278-291.
- ANUIES. (2021). *Políticas generales ante la demanda social de educación media superior y superior en México*. ANUIES.

- Aramburuzabala, P., Cerrillo, R., y Tello, I. (2015). Aprendizaje-servicio: una propuesta metodológica para la introducción de la sostenibilidad curricular en la universidad. *Profesorado*, 19(1), 78-95.
- Artigue, M. (1998). *La enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva de las situaciones didácticas*.
- Artigue, M. (2011). La educación matemática como un campo de investigación y como un campo de práctica: Resultados, desafíos. *XIII CIAEM-IACME*, Recife, Brasil.
- Artigue, M. (2014). Didactic engineering in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 159-162). Springer.
- Artigue, M. (2016). Mathematics Education Research at University Level: Achievements and Challenges. In E. Nardi, C. Winsløw, y T. Hausberger (Eds.), *Proceedings of the First Conference of the International Network for Didactic Research in University Mathematics* (pp. 11-27). University of Montpellier.
- Artigue, M., y Winsløw, C. (2010). *International Comparative Studies in Mathematics Education*.
- Fernández, C., y Yoshida, M. (2004). Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching.
- Elliott, J. (1991). *Action Research for Educational Change*.
- Ball, D. L., Thames, M. H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Banco Interamericano de Desarrollo. (2019). *Improving math education in Latin America*. <https://publications.iadb.org/en/improving-math-education-in-latin-america>
- Banco Interamericano de Desarrollo. (2019). *Desafíos para mejorar el aprendizaje de las matemáticas en América Latina y el Caribe*. BID.
- Banco Interamericano de Desarrollo. (2023). *Educational outcomes in Latin America: PISA results and recommendations*. <https://publications.iadb.org/en/educational-outcomes-in-latin-america-pisa-results-and-recommendations>
- Banco Mundial. (2018). *Education and skills for inclusive growth*. <https://documents.worldbank.org/curated/en/483071528513081065/pdf/Education-and-skills-for-inclusive-growth.pdf>
- Banco Mundial. (2018). *World Development Report 2018: Learning to Realize Education's Promise*. World Bank.
- Banco Mundial. (2023). *World Development Report 2023: Learning to Realize Education's Promise*. <https://www.worldbank.org/en/publication/wdr2023>
- Banco Mundial. (2023). *Informe sobre los desafíos globales en la educación matemática*. BM.
- Barrows, H. S., y Tamblyn, R. M. (1980). *Problem-based learning: An approach to medical education*. Springer Publishing Company.

- Barwell, R. (2018). Some thoughts on a mathematics education for environmental sustainability. In P. Ernest (Ed.), *The philosophy of mathematics education today* (pp. 145-160). Springer.
- Barwell, R., Clarkson, P., Halai, A., Kazima, M., Moschkovich, J., Planas, N., Setati-Phakeng, M., Valero, P., y Villavicencio Ubillús, M. (2016). *Mathematics education and language diversity: The 21st ICMI Study*. Springer.
- Biggs, J. (2010). *Teaching for quality learning at university: What the student does* (4th ed.). McGraw-Hill Education.
- Bikner-Ahsbabs, A., y Prediger, S. (Eds.). (2014). *Networking of theories as a research practice in mathematics education*. Springer.
- Bisson, G., et al. (2021). *Impacto de la estrategia de intervención didáctica en el rendimiento académico de los estudiantes*.
- Black, P., y Wiliam, D. (1998). *Assessment and classroom learning*. *Assessment in Education: Principles, Policy y Practice*, 5(1), 7-74.
- Blum, W., y Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modeling, applications, and links to other subjects—State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 37-68.
- Boaler, J. (2002). *Experiencing school mathematics: Traditional and reform approaches to teaching and their impact on student learning*. Routledge.
- Boaler, J. (2016). *Mathematical mindsets: Unleashing students' potential through creative math, inspiring messages and innovative teaching*. Jossey-Bass.
- Boaler, J. (2019). *Limitless mind: Learn, lead, and live without barriers*. HarperOne.
- Boaler, J., y Sengupta-Irving, T. (2016). The many colors of algebra: The impact of equity focused teaching on student learning and engagement. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 179-190.
- Boaler, J., y Staples, M. (2008). Creating mathematical futures through an equitable teaching approach: The case of Railside school. *Teachers College Record*, 110(3), 608-645.
- Bolívar, A. (2010). Gestión Curricular. En A. Bolívar (Ed.), *El liderazgo educativo y su papel en la mejora: Una revisión actual de sus posibilidades y limitaciones* (pp. 71-105). Editorial Universidad de Granada.
- Borba, M. C., Askar, P., Engelbrecht, J., Gadanidis, G., Llinares, S., y Aguilar, M. S. (2016). Blended learning, e-learning and mobile learning in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 48(5), 589-610.
- Bosch, M., y Gascón, J. (2014). La Teoría Antropológica de lo Didáctico en la investigación en educación matemática. *Educational Studies in Mathematics*, 86(1), 1-24.
- Bosch, M., Gascón, J., y Nicolás, P. (2019). *La TAD y la Educación Matemática*. Editorial Graó.

- Bosch, M., Gascón, J., y Ruiz-Higueras, L. (2011). *La TAD: fundamentos y aplicaciones en la didáctica de las matemáticas*. Editorial Graó.
- Bosch, M., Gascón, J., y Trigueros, M. (2019). Didactic engineering as a research methodology: From fundamental situations to study and research paths. In U. T. Jankvist, M. van den Heuvel-Panhuizen, y M. Veldhuis (Eds.), *Proceedings of the Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3527-3534). Freudenthal Group y Freudenthal Institute, Utrecht University and ERME.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*.
- Margolinas, C. (2004). *Points de vue de professeurs et ingénieurs didacticiens*.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Kluwer Academic Publishers.
- Brousseau, G. (2002). *Didactique des mathématiques*. La Pensée Sauvage.
- Brousseau, G., y Brousseau, N. (2015). Evolution and application of the Theory of Didactical Situations. *Educational Studies in Mathematics*, 89(3), 451-475.
- Brousseau, G., Brousseau, N., y Warfield, V. (2014). *Theory of Didactical Situations in Mathematics: Didactique des Mathématiques, 1970-1990*. Springer.
- Brunner, J. (2007). Desarrollo de competencias en matemáticas: hacia una propuesta centrada en la resolución de problemas. *Revista Educación Matemática*, 19(3), 9-28.
- Brunner, J. J. (2007). *Educación superior en América Latina: Cambios y desafíos*. Santiago: FLACSO.
- BUAP. (2021). *Informe anual de actividades*. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., y Hiebert, J. (2020). The role of replication studies in educational research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 51(1), 41-53.
- Carnoy, M. (1994). *La educación en la encrucijada: hacia una nueva política educativa en América Latina*. UNESCO.
- Carrillo, J., Climent, N., y Contreras, L. C. (2013). Knowledge and professional development of mathematics teachers: integrating theoretical frameworks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(3), 177-196.
- Carrillo, J., Climent, N., y Muñoz-Catalán, M. (2019). Using MTSK to promote professional growth in teachers: Integrating concepts from the TSD. *Journal of Teacher Education*, 70(2), 143-159.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., y Muñoz-Catalán, M. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In *Proceedings of the CERME* (Vol. 8, pp. 2985-2994).
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). *Understanding MTSK in Mathematics Education*. Editorial Pirámide.

- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). *Determining Specialised Knowledge*.
- Climent, N., y Carrillo, J. (2018). *La construcción del conocimiento didáctico del contenido*.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., y Contreras, L. C. (2018). Reconstructing MTSK at university level. En T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger, y K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education* (pp. 57-72). Routledge.
- Carrillo, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M., y Muñoz-Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialised knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253.
- Casanova Cardiel, H. (2002). El desarrollo de competencias en la enseñanza de las matemáticas: El caso del bachillerato. *Revista Educación Matemática*, 14(3), 55-73.
- Casanova Cardiel, J. (2002). *La calidad en la educación superior y su relación con el mercado laboral*. UNAM.
- Casanova Cardiel, R. (2002). *Educación superior en México: Transformaciones y desafíos*. ANUIES.
- Casillas Alvarado, A., y López Zárte, C. (2007). La resolución de problemas matemáticos: una competencia básica para la vida cotidiana y profesional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 79-102.
- Casillas Alvarado, J. A., y López Zárte, R. M. (2007). *Programa de Mejoramiento Institucional de las Escuelas Normales Públicas (PROMIN)*. SEP.
- CEPAL. (2001). *Disparidades socioeconómicas y educación en América Latina*.
- Chevallard, Y. (1991). *La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. La Pensée Sauvage.
- Bosch, M., y Gascón, J. (2006). *25 años de didáctica de las matemáticas en España. Un análisis a través de la TAD*.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Chevallard, Y. (2002). *Organiser l'enseignement des mathématiques*.
- Chevallard, Y. (2007). *La didáctica de las matemáticas en la educación secundaria*. La Pensée Sauvage.
- Gascón, J., y Nicolás, P. (2004). *La TAD como herramienta para la investigación en didáctica de las matemáticas*.
- Chevallard, Y. (2007). Readjusting didactics to a wider perspective: The anthropological theory of the didactic. En M. Pitici (Ed.), *Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 9-16). Université de Gérone.

- Chevallard, Y. (2012). *A la Didáctica de las Matemáticas: Un enfoque antropológico*. La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (2012). Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: A Case for an Oncoming Counterparadigm. *Educational Studies in Mathematics*, 80(1-2), 29-47.
- Chevallard, Y. (2012). Un contre-paradigme pour les sciences de la didactique des mathématiques. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 17, 75-94.
- Chevallard, Y. (2015). *The Anthropological Theory of the Didactic*.
- Chevallard, Y. (2019). Expanding the Scope of Mathematics Education Research. En M. Gascón (Ed.), *New Trends in Mathematics Education Research* (pp. 45-62). Springer.
- Chevallard, Y. (2019). Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach. *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, 12, 71-114.
- Clarke, D., y Clarke, B. (2016). *Effective assessment and documentation in early childhood education: Improving outcomes for children, families and practitioners*. McGraw-Hill Education.
- Clarke, D., y Clarke, B. (2016). Effective professional development for teachers of mathematics: Key principles from research and a program embodying these principles. In L. D. English y D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in mathematics education* (3rd ed., pp. 332-354). Routledge.
- Clements, D. H., y Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, 333(6045), 968-970.
- Climent, N., y Carrillo, J. (2017). Developing mathematical knowledge for teaching in pre-service teachers: A focus on specialized content knowledge. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 785-805.
- Climent, N., y Carrillo, J. (2017). Longitudinal study of the development of mathematics teachers' professional knowledge. In J. Carrillo y N. Climent (Eds.), *The mathematics teacher's specialized knowledge* (pp. 201-222). Springer.
- Climent, N., y Carrillo, J. (2019). Enhancing Teacher Education through MTSK. *Teaching and Teacher Education*, 82, 75-85.
- Cobb, P., y Jackson, K. (2015). Supporting teachers' use of research-based instructional sequences. *ZDM Mathematics Education*, 47(6), 1027-1038.
- COCYTEP. (2022). *Reporte anual*. Consejo Poblano de Ciencia y Tecnología.
- Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) (2022). *Educación de calidad para el desarrollo socioeconómico en el estado de Puebla*.
- Comisión Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social (CONEVAL). (2019). *Medición de la pobreza por ingresos y por dimensiones*.

<https://www.coneval.org.mx/Medicion/Paginas/Medici%C3%B3n/Medici%C3%B3n-de-la-pobreza-2019.aspx>

- CONEVAL. (2019). *Informe de evaluación de la política de desarrollo social en México 2018*. Consejo Nacional de Evaluación de la Política de Desarrollo Social.
- Consejo para la Coordinación de la Educación en el Estado de Puebla (COCyTEP). (2022). *Programas de fortalecimiento de la educación en Puebla*. <http://www.cocytep.gob.mx/>
- Creswell, J. W., y Poth, C. N. (2018). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches*. Sage publications.
- D'Ambrosio, U. (1999). Etnomatemática: Arte o técnica de explicar y conocer las matemáticas de diferentes culturas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 2(1), 33-51.
- D'Ambrosio, U. (2015). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. In R. Hersh (Ed.), *18 unconventional essays on the nature of mathematics* (pp. 328-351). Springer.
- Darling-Hammond, L. (2017). Teacher education around the world: What can we learn from international practice? *European Journal of Teacher Education*, 40(3), 291-309.
- Dehaene, S. (2011). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford University Press.
- Delors, J. (1997). *La educación encierra un tesoro. Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el Siglo XXI*. UNESCO.
- Didou, J. M. (2005). *Evaluación y retroalimentación en la enseñanza de las matemáticas*.
- Didou, J. M. (2006). *Tecnologías educativas y su aplicación en la enseñanza de las matemáticas*.
- Didou, S. (2005). *Internacionalización de la educación superior en América Latina: Un balance comparado entre México y Brasil*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Didou, S. (2006). *Internacionalización de la educación superior y provisión transnacional de servicios educativos en América Latina*. ANUIES.
- Didou, S. (2006). *Calidad de la enseñanza y formación docente*.
- Didou, S. (2006). *Internacionalización de la educación superior en México*. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Drijvers, P., Kieran, C., Mariotti, M. A., Ainley, J., Andresen, M., Chan, Y. C., ... y Meagher, M. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In C. Hoyles y J. Lagrange (Eds.), *Mathematics education and technology-rethinking the terrain: The 17th ICMI study* (pp. 89-132). Springer.
- Elliott, J., y Adelman, C. (1973). *Reflecting Where the Action Is: The Design of the Ford Teaching Project*.
- English, L. D. (2016). STEM education K-12: Perspectives on integration. *International Journal of STEM Education*, 3(1), 3.

- Epstein, J. L. (2001). *School, family, and community partnerships: Preparing educators and improving schools*. Westview Press.
- Escudero, I., y Carreño, M. (2016). Integración de la TAD y el uso de tecnologías en la formación del profesorado. *Revista de Educación Matemática*, 28(1), 55-74.
- Eshach, H. (2007). Bridging in-school and out-of-school learning: Formal, non-formal, and informal education. *Journal of Science Education and Technology*, 16(2), 171-190.
- Fernández Blanco, L. (2023). La Teoría Antropológica de lo Didáctico en la enseñanza de las matemáticas. *Revista de Didáctica Matemática*, 35(2), 145-160.
- Fernández Lamarra, N. (2002). *Capacitación continua de los docentes*.
- Fernández, C., y Yoshida, M. (2004). *Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching and learning*. Lawrence Erlbaum Associates.
- Galán, J. (2020). *La educación en tiempos de COVID-19: Desafíos y oportunidades*. Editorial Académica.
- Galán, L. M. (2020). COVID-19 y educación: enseñanzas aprendidas y desafíos futuros. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 19(2), 35-45.
- García Guadilla, M. P. (2004). *La importancia de la explicación e interpretación de resultados matemáticos*.
- Godino, J. D., Batanero, C., y Font, V. (2019). The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, 39(1), 38-43.
- Godino, J. D., et al. (2003). *La didáctica de las matemáticas como campo de estudio especializado*.
- Gómez, P. (2021). *Problemática de la enseñanza de las matemáticas en el Bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo*. Informe institucional no publicado.
- Gómez-Chacón, I. M. (2015). *Matemática Emocional: Los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea Ediciones.
- González, D. (2001). *La superación de los maestros primarios en la formulación de problemas matemáticos*. (Tesis doctoral). Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona.
- González, M. (2021). *Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas*. Editorial Educativa.
- Goos, M., y Bennison, A. (2018). Boundary crossing and brokering between disciplines in pre-service mathematics teacher education. *Mathematics Education Research Journal*, 30(3), 255-275.
- Goos, M., y Bennison, A. (2018). Developing a communal identity as a mathematics teacher educator: A sociocultural perspective. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(3), 261-282.
- Guerra, E. (2013). *Programas contextualizados en la enseñanza de las matemáticas*.
- Gutiérrez, R. (2013). The sociopolitical turn in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(1), 37-68.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Routledge.

- Hannula, M. S. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 165-178.
- Hernández, R. (2022). Practical application of the Theory of Didactical Situations in the classroom. *Mathematics Education Research Journal*, 34(2), 205-226.
- Hill, H.C., Ball, D.L., y Schilling, S.G. (2008). *Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students*. Journal for Research in Mathematics Education.
- Hill, H.C., Rowan, B., y Ball, D.L. (2005). *Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement*.
- Hitt, F., y González-Martín, A. S. (2015). Covariation between variables in a modelling process: The ACODESA (collaborative learning, scientific debate and self-reflection) method. *Educational Studies in Mathematics*, 88(2), 201-219.
- Hoyles, C., y Lagrange, J. B. (Eds.). (2010). *Mathematics education and technology-rethinking the terrain: The 17th ICMI study*. Springer.
- INEE. (2019). Informe de resultados de la prueba PLANEA 2019. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- INEGI. (2005). *Estadísticas socioeconómicas de Acatzingo de Hidalgo*.
- INEGI. (2020). *Censo de Población y Vivienda 2020. Instituto Nacional de Estadística y Geografía*.
- Ingram, N., Hatisaru, V., Grootenboer, P., y Beswick, K. (2020). Researching the affective domain in mathematics education. *Mathematics Education Research Journal*, 32(1), 1-7.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE). (2019). *Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA)*. <https://inee.edu.mx/plan-nacional-para-la-evaluacion-de-los-aprendizajes-planea/>
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2017). *Evaluación PLANEA EMS 2017*. INEE.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2018). *Informe PLANEA 2018*. INEE.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2019). *Informe PLANEA 2019*. INEE.
- Kaiser, G., y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM*, 38(3), 302-310.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., y Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.
- King, RD., Garrett, S. M. y Coghill, G. M. (2005). On the use of qualitative reasoning to simulate and identify metabolic pathways. *Bioinformatics*, 21, 2017-2026. <http://dx.doi.org/10.1093/bioinformatics/bti255>

- Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación. (2019). *Informe sobre el estado de la educación en América Latina y el Caribe*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000370921>
- Laborde, C., y Artigue, M. (2018). *Technology in Mathematics Education*. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 763-767). Springer.
- Laborde, J. M., y Artigue, M. (2018). Digital Technologies and the TAD. En M. Bosch (Ed.), *Advances in Mathematics Education* (pp. 123-142). Springer.
- Laborde, J. M., y Artigue, M. (2018). Technology in Mathematics Education: A TAD Approach. *Journal of Educational Technology y Society*, 21(2), 150-165.
- Leikin, R., y Pitta-Pantazi, D. (2013). Creativity and mathematics education: The state of the art. *ZDM Mathematics Education*, 45(2), 159-166.
- Lesh, R., y Doerr, H. M. (2003). Foundations of a model and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem-solving. In R. Lesh y H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching* (pp. 3-33). Lawrence Erlbaum Associates.
- Lewis, C., y Perry, R. (2009). *Improving Mathematics Instruction through Lesson Study: A Theoretical Model and North American Adaptations*.
- Ley General de Educación, 2023. Título de la ley o documento oficial. Diario Oficial de la Federación. SEP.
- LLECE. (2019). Informe de resultados TERCE: Logros de aprendizaje en América Latina y el Caribe. UNESCO.
- Loveless, T. (2020). AI and mathematics education: Opportunities and concerns. In A. Tatnall y N. Mavengere (Eds.), *Sustainable ICT, education and learning* (pp. 3-13). Springer.
- Margolinas, C., y Drijvers, P. (2015). The Role of Context in Didactical Design: A Comparative Perspective.
- Martín, P., y Mosquera, E. (2017). Estrategias para la integración de la TAD y el MTSK en programas de desarrollo profesional. *Educational Studies in Mathematics*, 95(3), 329-349.
- Martínez, J. (2020). Evaluación del Conocimiento Didáctico-Matemático de los Profesores. *Revista de Formación Docente*, 18(1), 30-45.
- McNiff, J., y Whitehead, J. (2006). All You Need to Know About Action Research.
- Ministerio de Educación de Perú. (2017). *Desarrollo de competencias matemáticas clave para el siglo XXI*.
- Montes, M., Aguilar, M., y Flores, P. (2019). The role of the Theory of Didactical Situations in initial teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 22(4), 303-322.
- Moreno Rodríguez, R., y Tejada Cruz, A. (2018). *Inclusión educativa y diversidad: Estrategias didácticas para un aula inclusiva*. Editorial Académica.

- Moreno Rodríguez, R., y Tejada Cruz, A. (2018). Inclusión y equidad en la educación.
- Moschkovich, J. (2013). Educating teachers for mathematics education in Mexico. *ZDM Mathematics Education*, 45(7), 929-941.
- Mosquera, E., y Martín, P. (2020). Implementación práctica de la TAD en el aula: estudios de caso. *Revista Latinoamericana de Investigación en Educación Matemática*, 13(2), 193-211.
- Muñoz-Catalán, M. (2015). Lesson Study: A tool for developing teachers' mathematical knowledge for teaching. *Mathematics Teacher Education and Development*, 17(1), 61-77.
- Muñoz-Catalán, M. C. (2015). Developing Mathematics Teaching Knowledge through Lesson Study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(3), 311-331.
- Muñoz-Catalán, M. C. (2015). *El desarrollo profesional de una maestra novel: Un estudio de caso en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas*. Universidad de Huelva.
- Naciones Unidas. (2017). Transforming our world: The 2030 Agenda for Sustainable Development. <https://sdgs.un.org/2030agenda>
- Nardi, E., Biza, I., y Zachariades, T. (2016). Warrants for practices in mathematics education: Analysis and evaluation of students' and teachers' reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(1), 137-160.
- Nardi, E., Ryve, A., Stadler, E., y Viirman, O. (2016). Commognitive analyses of the learning and teaching of mathematics at university level: the case of discursive shifts in the study of Calculus. *Research in Mathematics Education*, 18(2), 182-198.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. NCTM.
- Niss, M. (2003). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. En A. Gagatsis y S. Papastavridis (Eds.), *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education* (pp. 115-124). The Hellenic Mathematical Society.
- Niss, M. (2007). Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project. https://www.researchgate.net/publication/225040150_Mathematical_Compencies_and_the_Learning_of_Mathematics_The_Danish_KOM_Project
- Niss, M. (2007). Reflections on the state and trends in mathematics education research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 1293-1312). Information Age Publishing.
- Niss, M., y Højgaard, T. (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. IMFUFA tekst, 485.
- Niss, M., y Jensen, T. H. (2002). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. Ministry of Education.

- OECD. (2013). PISA 2012 Results: Ready to Learn: Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs (Volume III). OECD Publishing.
- OECD. (2019). PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do. OECD Publishing.
- ONU. (2017). Transforming our world: The 2030 agenda for sustainable development. United Nations.
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2013). PISA 2012 results: What students know and can do. OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/9789264201118-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development. (2019). PISA 2018 results: Combined executive summaries. https://www.oecd.org/pisa/Combined_Executive_Summaries_PISA_2018.pdf
- Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura (UNESCO). (2020). Superando desafíos en la educación: Una perspectiva desde Acatzingo de Hidalgo.
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE). (2019). Mejora de la calidad educativa a través del desarrollo de competencias matemáticas.
- Palincsar, A. S., y Brown, A. L. (1984). Reciprocal teaching of comprehension-fostering and comprehension-monitoring activities. *Cognition and Instruction*, 1(2), 117-175.
- Perfil, V. (s. f.-b). Cómo redactar el análisis de los resultados. <https://asesoriatesis1960.blogspot.com/2010/12/analisis-de-los-resultados.html#:~:text=El%20an%C3%A1lisis%20de%20resultados%20consistir%C3%A1,otros%20investigadores%20y%20el%20propio.>
- Piaget, J. (1973). *Estudios de psicología genética*. Emecé Editores.
- Prediger, S., y Zwetschler, L. (2017). Topic-specific design research with a focus on learning processes: The case of understanding algebraic equivalence in grade 8. In T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2836-2843). DCU Institute of Education and ERME.
- Radford, L. (2018). A cultural-historical approach to teaching and learning: The theory of objectification. En F. J. Hsieh (Ed.), *Proceedings of the 8th ICMI-East Asia Regional Conference on Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 137-147).
- Radford, L. (2018). Semiosis and subjectification: The classroom constitution of mathematical subjects. In N. Presmeg, L. Radford, W.-M. Roth, y G. Kadunz (Eds.), *Signs of signification: Semiotics in mathematics education research* (pp. 21-35). Springer.
- Ramírez, M. (2023). Estudio Regional Comparativo y Explicativo (ERCE) 2019: Evaluación del aprendizaje en América Latina y el Caribe. UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000370921>

- Renert, M. (2011). Mathematics for life: Sustainable mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 31(1), 20-26.
- Rubio Oca, J. (2006). *Diversificación de las fuentes de financiamiento en la educación superior en México*. ANUIES.
- Rubio Oca, J. (2006). *Sistema de evaluación continua y retroalimentación en la enseñanza de las matemáticas*.
- Rubio Oca, J., Silva Espinosa, C., y Torres Mejía, A. (2005). *Evaluación docente en educación superior: Un enfoque integral*. Editorial Universitaria.
- Ruiz Larraguivel, C. (2007). Políticas de reforma en la educación superior: el caso de las universidades tecnológicas en México. ANUIES.
- Schleicher, A. (Ed.). (2019). *PISA 2018 insights and interpretations*. OECD Publishing.
- Schoen, R. C. (2020). *Meta-analysis of mathematics education research: A comprehensive review of research on teaching and learning mathematics*. Routledge.
- Schoen, R. C. (Ed.). (2020). *Engaging in mathematics modeling: High-leverage practices for secondary mathematics teacher education*. IAP.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). Macmillan.
- Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical problem solving*. Elsevier.
- Schoenfeld, A. H. (2014). What makes for powerful classrooms, and how can we support teachers in creating them? A story of research and practice, productively intertwined. *Educational Researcher*, 43(8), 404-412.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Evolución de la enseñanza de las matemáticas: De lo artístico a lo científico.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38.
- Schoenfeld, A. H. (2016). *Mathematical thinking and problem solving*. Routledge.
- Secretaría de Educación Pública del Estado de Puebla (SEP Puebla). (2022). *Estrategias para la mejora de la enseñanza de las matemáticas en Puebla*.
- Secretaría de Educación Pública. (2023). Título del documento oficial o reporte. SEP.
- SEP Puebla. (2022). *Informe de actividades 2022*. Secretaría de Educación Pública del Estado de Puebla.
- SEP. (2017). *Nuevo Modelo Educativo*. Secretaría de Educación Pública.
- Sfard, A. (2015). Learning mathematics as developing a discourse. In A. Gutiérrez y P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 209-240). Sense Publishers.

- Sfard, A. (2015). Learning, commognition and mathematics. In D. Scott y E. Hargreaves (Eds.), *The SAGE handbook of learning* (pp. 129-138). SAGE Publications.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-23.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20-26.
- SMM. (2021). Informe anual de actividades. Sociedad Matemática Mexicana, Sección Puebla.
- Sociedad Matemática Mexicana (SMM). (2021). *Conferencias y talleres para el desarrollo profesional de docentes de matemáticas*. <http://www.smm.org.mx/>
- Stigler, J.W., y Hiebert, J. (1999). *The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom*.
- Stylianides, A. J. (2016). *Proving in the elementary mathematics classroom*. Oxford University Press.
- Stylianides, A. J., y Hino, K. (2018). Mathematics lessons in Japan and the United States: A case study of elementary classrooms. In M. Quaresma et al. (Eds.), *Mathematics lesson study around the world* (pp. 45-64). Springer.
- Suurtamm, C., Thompson, D. R., Kim, R. Y., Moreno, L. D., Sayac, N., Schukajlow, S., Silver, E., Ufer, S., y Vos, P. (2016). *Assessment in mathematics education: Large-scale assessment and classroom assessment*. Springer.
- Tomlinson, C. A. (2001). *How to differentiate instruction in mixed-ability classrooms*. ASCD.
- Tünnermann, B. (2005). *La educación en Singapur*.
- UNESCO. (2005). *Recursos educativos y tecnología en la enseñanza de las matemáticas*.
- UNESCO. (2020). *Informe global de la UNESCO sobre el seguimiento de la educación*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000373791>
- UNESCO. (2020). *Global education monitoring report 2020: Inclusion and education: All means all*. UNESCO.
- UNESCO. (2023a). *ERCE 2019: Resultados y análisis*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000370921>
- UNESCOa. (2023). *Informe ERCE 2019: Resultados educativos en América Latina y el Caribe*. UNESCO.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Harvard University Press

- Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI]. (2020a). *Marco Geoestadístico Municipal*.
<https://www.inegi.org.mx/app/biblioteca/ficha.html?upc=889463807469>
- Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI]. (2020b). *Censo de Población y Vivienda 2020: Panorama sociodemográfico de Puebla*.
https://www.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/702825197858.pdf
- Secretaría de Economía de Puebla. (2021). *Atlas Económico de Puebla*.
<http://www.economía.puebla.gob.mx/index.php/atlas-economico>
- Secretaría de Educación Pública del Estado de Puebla. (2022). *Subsistema de Centros Escolares del Estado de Puebla*. <http://sep.puebla.gob.mx/index.php/centros-escolares>
- Sistema de Información y Gestión Educativa [SIGED]. (2023). *Catálogo Nacional de Centros de Trabajo*.
<http://siged.sep.gob.mx/SIGED/escuelas.html>

ANEXOS

Anexo A. Cuadro de especificación de las categorías de estudio

Cuadro de especificación de categorías

Título de la tesis:	Estrategia didáctica para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas del CEA
Premisa	La estrategia didáctica favorece el construir e interpretar modelos matemáticos, formular y resolver problemas matemáticos y explicar e interpretar los resultados obtenidos del profesorado de matemáticas del bachillerato del CEA.
Categorías	Construye e interpreta modelos matemáticos Formula y resuelve problemas matemáticos Explica e interpreta los resultados obtenidos

Categorías	Definición Conceptual	Unidades de análisis	Instrumentos	Rasgos (ítems)
Construye e interpreta modelos matemáticos	La modelación matemática es la actividad que consiste en representar, manipular y comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que, en alguna forma, permitan la simulación de procesos complejos, generen hipótesis y sugieran experimentos o métodos de validación. Un modelo matemático debe reflejar la estructura causal del sistema en estudio y ser capaz de predecir el resultado de manera eficiente y correcta (King, Garrett, y Coghill, 2005).	<p>Representar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que permitan la simulación</p> <p>Manipular objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que permitan la simulación</p> <p>Comunicar objetos del mundo real con fórmulas y contenidos matemáticos y que permitan la simulación</p> <p>Reflejar la estructura causal del sistema</p>	Guía de discusión	<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cómo guía a los estudiantes para representar objetos del mundo real con fórmulas matemáticas? 2. ¿Qué estrategias emplea para que los estudiantes puedan simular situaciones reales utilizando modelos matemáticos? 3. ¿Cuáles son las actividades o ejercicios que utiliza para permitir que los estudiantes manipulen objetos del mundo real utilizando conceptos matemáticos? 4. ¿Cómo fomenta la comunicación de objetos del mundo real utilizando fórmulas y contenidos matemáticos en sus clases? 5. ¿Cómo fomenta la comunicación de objetos del mundo real utilizando fórmulas y contenidos matemáticos en sus clases? 6. ¿Cómo evalúa la habilidad de los estudiantes para aplicar fórmulas en situaciones de simulación? 7. ¿Cómo utiliza la tecnología para apoyar la identificación, creación, narración y redacción de problemas matemáticos? 8. ¿Cuál es su enfoque para adaptar su enseñanza a las necesidades de los estudiantes con diferentes niveles de habilidad en la formulación y

		predecir el resultado de manera eficiente		resolución de problemas matemáticos?
Formula y resuelve problemas matemáticos	“la formulación de un problema matemático con texto relacionado con la práctica, desde el punto de vista operativo, es la actividad de estudio que consiste en identificar, crear, narrar y redactar un problema matemático, en forma colectiva o individual, a partir de una situación inicial identificada o creada por la(s) persona(s) que la realiza(n)”. (p.54) González, D. (2001).	Identificar un problema matemático Crear un problema matemático Narrar un problema matemático Redactar un problema matemático	Cuestionario escrito	<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cómo enseña a los estudiantes a identificar problemas matemáticos en situaciones cotidianas? 2. ¿Qué estrategias implementa para que los estudiantes creen problemas matemáticos? 3. ¿Cómo utiliza la narración de historias para involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos? 4. ¿Cómo ayuda a los estudiantes a redactar problemas matemáticos de manera clara y concisa? 5. ¿Cómo refuerza la habilidad de los estudiantes para identificar problemas matemáticos en contextos variados? 6. ¿Qué actividades o ejercicios implementa para que los estudiantes creen problemas matemáticos? 7. ¿Cómo utiliza la narración de historias para involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos? 8. ¿Qué consejos o técnicas emplea para que los estudiantes puedan expresar adecuadamente los problemas que crean?
Explica e interpreta los resultados obtenidos	El análisis de resultados consistirá en explicar los resultados obtenidos y comparar estos con datos obtenidos por otros investigadores, es una evaluación crítica de los	Explicar los resultados obtenidos Comparar los resultados con otros datos	Guía de entrevista semiestructurada	<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cómo explica los resultados obtenidos en las evaluaciones de matemáticas de sus estudiantes? 2. ¿Cómo compara los resultados de sus estudiantes con los de otros estudiantes en la misma escuela o en otras escuelas? 3. ¿Cómo evalúa críticamente los resultados de las evaluaciones de matemáticas de sus estudiantes?

	<p>resultados desde la perspectiva del autor tomando en cuenta los trabajos de otros investigadores y el propio. El análisis de resultados es sencillamente entrelazar los datos y resultados que se encontraron en la investigación con los datos o información de la base teórica y los antecedentes. Perfil, V. (s. f.-b).</p>	<p>Evaluar críticamente los resultados</p> <p>Entrelazar los datos que se encontraron con los datos de la base teórica y los antecedentes</p>	<p>4. ¿Cómo utiliza los resultados de las evaluaciones de matemáticas para mejorar su enseñanza?</p> <p>5. ¿Cómo entrelaza los datos obtenidos de las evaluaciones de matemáticas con la base teórica y los antecedentes?</p> <p>6. ¿Cómo utiliza la tecnología para analizar y presentar los resultados de las evaluaciones de matemáticas?</p> <p>7. ¿Cómo se asegura de que los estudiantes estén preparados para los exámenes que incluyen problemas matemáticos?</p> <p>8. ¿Cómo valora la efectividad de la comunicación de objetos del mundo real mediante fórmulas y contenidos matemáticos entre los estudiantes?</p>
--	---	---	--

Anexo B.

Instrumentos de recolección de datos

Grupo de discusión

Instrumento: Guion de entrevista para grupo de discusión

Nombre del investigador: José Ignacio Peralta Madero

Fecha de realización:

Lugar: CEA

1. **Presentación del moderador.**

Saludo y agradecimiento por la participación en el grupo de discusión

2. Propósito de la reunión: Hablaremos de cómo los docentes facilitan la construcción e interpretación de modelos matemáticos y la representación de objetos del mundo real en sus clases.

3. Confidencialidad de las opiniones expuestas: La información que se reúna a partir de la discusión será anónima, confidencial y se utilizará solamente para la investigación realizada para adquirir grado académico. Se les solicita permiso para grabar

4. Duración de la sesión: una hora

5. Reglas de la reunión: Procurar la participación precisa sobre el tema a discutir

Evitar acaparar la palabra, permitir el enriquecimiento a través de la participación de todos

No abandonar la reunión

6. Presentación de los participantes: Nombre, años de servicio, plan de estudios del que egresaron, tipo de organización de la institución donde laboran

7. Desarrollo de la sesión:

1. ¿Cómo guía a los estudiantes para representar objetos del mundo real con fórmulas matemáticas?
2. ¿Qué estrategias emplea para que los estudiantes puedan simular situaciones reales utilizando modelos matemáticos?
3. ¿Cuáles son las actividades o ejercicios que utiliza para permitir que los estudiantes manipulen objetos del mundo real utilizando conceptos matemáticos?
4. ¿Cómo fomenta la comunicación de objetos del mundo real utilizando fórmulas y contenidos matemáticos en sus clases?
5. ¿Cómo fomenta la comunicación de objetos del mundo real utilizando fórmulas y contenidos matemáticos en sus clases?
6. ¿Cómo evalúa la habilidad de los estudiantes para aplicar fórmulas en situaciones de simulación?
7. ¿Cómo utiliza la tecnología para apoyar la identificación, creación, narración y redacción de problemas matemáticos?
8. ¿Cuál es su enfoque para adaptar su enseñanza a las necesidades de los estudiantes con diferentes niveles de habilidad en la formulación y resolución de problemas matemáticos?

8.- Conclusiones de los participantes. Hay que asegurar que todos emitan una conclusión

9.- Conclusiones del moderador

10.- Agradecimiento a los participantes

Cuestionario

Instrumento: Cuestionario escrito

Nombre del investigador: José Ignacio Peralta Madero

Fecha de realización:

Lugar: CEA

Nombre del docente:

Fecha de aplicación:

Por favor, responda a las siguientes preguntas relacionadas con su enfoque en la formulación y resolución de problemas matemáticos en la enseñanza:

1. ¿Cómo enseña a los estudiantes a identificar problemas matemáticos en situaciones cotidianas?
2. ¿Qué estrategias implementa para que los estudiantes creen problemas matemáticos?
3. ¿Cómo utiliza la narración de historias para involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos?

4. ¿Cómo ayuda a los estudiantes a redactar problemas matemáticos de manera clara y concisa?
5. ¿Cómo refuerza la habilidad de los estudiantes para identificar problemas matemáticos en contextos variados?
6. ¿Qué actividades o ejercicios implementa para que los estudiantes creen problemas matemáticos?
7. ¿Cómo utiliza la narración de historias para involucrar a los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos?
8. ¿Qué consejos o técnicas emplea para que los estudiantes puedan expresar adecuadamente los problemas que crean?

Gracias por su participación y sus respuestas. Sus experiencias y conocimientos son muy valiosos para nuestra investigación.

Entrevista

Instrumento: Guía de entrevista, Entrevista semi-estructurada.

Nombre del investigador: José Ignacio Peralta Madero

Fecha de realización:

Lugar: CEA

Nombre del docente:

Fecha de la entrevista:

Algunas de las preguntas guía son:

1. ¿Cómo explica los resultados obtenidos en

las evaluaciones de matemáticas de sus estudiantes?

2. ¿Cómo compara los resultados de sus estudiantes con los de otros estudiantes en la misma escuela o en otras escuelas?
3. ¿Cómo evalúa críticamente los resultados de las evaluaciones de matemáticas de sus estudiantes?
4. ¿Cómo utiliza los resultados de las evaluaciones de matemáticas para mejorar su enseñanza?
5. ¿Cómo entrelaza los datos obtenidos de las evaluaciones de matemáticas con la base teórica y los antecedentes?
6. ¿Cómo utiliza la tecnología para analizar y presentar los resultados de las evaluaciones de matemáticas?
7. ¿Cómo se asegura de que los estudiantes estén preparados para los exámenes que incluyen problemas matemáticos?
8. ¿Cómo valora la efectividad de la comunicación de objetos del mundo real mediante fórmulas y

contenidos matemáticos entre los estudiantes?

Se realizarán otras preguntas dependiendo de las respuestas de las docentes.

Cierre:

Agradecimiento al docente por su tiempo y por la participación en la entrevista.

Oportunidad para que el entrevistado agregue cualquier comentario adicional o reflexión que considere relevante.

Asegurar la confidencialidad de la información recabada.

Solicitud de permiso

Dr. Ramiro Vivanco Sánchez

Director del bachillerato

del Centro Escolar General Rodolfo Sánchez Taboada

PRESENTE

En su calidad de director del Bachillerato del Centro Escolar General Rodolfo Sánchez Taboada, le solicito el consentimiento para que los docentes del área de matemáticas a su cargo participen en la realización del estudio: **Estrategia didáctica para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo.**

La participación de los docentes es voluntaria y consiste en **Modelar e implementar una estrategia didáctica docente que ayude a desarrollar las competencias docentes del profesor de matemáticas con respecto a la didáctica de la matemática**, a través de Grupo de discusión, cuestionario y entrevista. Con respecto a los documentos generados solo tendrán acceso el Dr. Edgar Gómez Bonilla y el Lic. José Ignacio Peralta Madero. Los documentos creados serán confidenciales. Por lo tanto, se reitera que la identidad solo será conocida por los investigadores, los nombres reales no quedaran en ningún registro, que incluye publicaciones posteriores e informes escritos que sean resultado del estudio.

La investigación se conducirá en un marco ético con respeto y atención a la dignidad humana. Se apegará a estos principios: *no maleficencia*, la investigación no es para dañar a otros, *beneficencia*, búsqueda de hacer bien en la investigación; *autonomía*, es decir a la autodeterminación de las personas, y, por tanto, las personas tienen derecho a decidir si participan o no en la investigación, o bien abandonarla; *justicia*, la investigación busca y promueve el acceso igualitario, a través de un contrato profesional. Las personas pueden negarse a participar o dejar de participar total o parcialmente en cualquier momento de estudio sin que deba dar razones y sin que esto repercuta de alguna manera en los participantes.

La participación en esta investigación es altruista por lo que no contempla ningún tipo de compensación o beneficio económico o de otro tipo durante o a la conclusión de esta.

La información obtenida en la investigación será guardada por los investigadores responsables y se utilizará en los trabajos propios de este estudio.

Una vez concluida la investigación **Estrategia didáctica para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo**, conocerán los resultados, los cuales serán utilizados con fines académicos, para la divulgación de congresos y publicaciones.

Los docentes conocerán el documento que tiene en sus manos, para obtener el consentimiento para llevar a cabo la investigación, así mismo se anexa el acta de consentimiento informado.

Esperando una respuesta favorable, se despide de usted.

Dr. Edgar Gómez Bonilla

Asesor de tesis

José Ignacio Peralta Madero

Tel.2224378052

jose.ignacio.peralta.madero@gmail.com

ACTA DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo, _____, manifiesto que fui informado (a) del propósito, procedimientos y tiempo de participación y en pleno uso de mis facultades, acepto voluntaria y anónimamente participar en esta investigación titulada: **Estrategia didáctica para desarrollar las competencias docentes del profesorado de matemáticas en el bachillerato del Centro Escolar de Acatzingo**. Realizada por el Lic. José Ignacio Peralta Madero.

Manifiesto que he sido informado(a) clara, precisa y ampliamente, respecto de los objetivos, procedimientos y del tipo de participación que se me solicita para la realización de esta investigación, que he hecho las preguntas que me surgieron sobre el proyecto y que he recibido información suficiente sobre el mismo.

Comprendo que mi participación es totalmente voluntaria y altruista, que puedo retirarme del estudio cuando quiera sin tener que dar explicaciones y sin que esto repercuta de alguna manera en mi persona, así como solicitar la eliminación de mis datos personales.

Declaro saber que puedo solicitar información actualizada sobre la misma, al investigador responsable, y que recibiré respuesta a cualquier pregunta, duda o aclaración acerca de los procedimientos u otros asuntos relacionados con la presente investigación. Con relación a ello, acepto participar durante el transcurso de la investigación.

Declaro, además haber sido informado/a que la participación en esta investigación se conducirá en un marco ético, con respeto y atención a la dignidad humana, y que puedo negarme a participar.

Declaro saber que la información entregada será confidencial y anónima conforme la normatividad vigente. Entiendo que la información será analizada por los investigadores y que no se podrán identificar las respuestas y opiniones de modo personal. Por último, la información que se obtenga será guardada y analizada por los investigadores a resguardo personal y solo se utilizará en los trabajos propios de este estudio.

Este documento se elabora y firma en dos ejemplares originales, se le entregará un original y el otro lo conservará el investigador principal.

Nombre y firma del Participante:

José Ignacio Peralta Madero

Anexo C. Propuesta de Curso de Práctica docente flexible

Curso de Práctica docente flexible: **“Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad”**

En el mundo actual, en constante evolución, donde los desafíos sociales, económicos y ambientales se entrelazan de manera compleja, la educación juega un papel fundamental en la formación de ciudadanos capaces de enfrentar estos retos con creatividad y responsabilidad. Las matemáticas, como disciplina transversal, son una herramienta poderosa para comprender y transformar nuestro entorno, siempre y cuando se enseñen de manera contextualizada y relevante (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997).

El curso de práctica docente flexible "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" surge como una respuesta innovadora a esta necesidad, ofreciendo a los docentes de matemáticas una oportunidad única para redefinir su práctica pedagógica y convertirse en agentes de cambio en sus comunidades. Este curso se fundamenta en la integración de tres marcos teóricos sólidos: la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) (Ball et al., 2008; Brousseau, 1997; Chevallard, 1991). La integración de estos tres enfoques teóricos proporciona una base sólida para rediseñar la enseñanza de las matemáticas, conectando los conocimientos académicos con la resolución de problemas reales en las comunidades de los estudiantes. Al combinar estos marcos, se crea una perspectiva integral que aborda tanto la transformación del conocimiento matemático para la enseñanza como las competencias específicas que los docentes necesitan desarrollar, así como la creación de situaciones que permitan a los alumnos un aprendizaje autónomo y contextualizado. Este enfoque innovador tiene el potencial de mejorar significativamente el aprendizaje de las matemáticas y fomentar habilidades prácticas y pensamiento crítico en los estudiantes.

Adopta un enfoque constructivista del aprendizaje, promoviendo el aprendizaje activo y significativo a través de la construcción del conocimiento por parte de los participantes (Piaget, 1973; Vygotsky, 1978). Este enfoque se alinea con los principios de la TAD, la TSD y el MTSK, los cuales destacan la importancia

de la contextualización del conocimiento y la resolución de problemas reales en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997; Ball et al., 2008).

A través de este enfoque integral, los participantes no solo adquirirán conocimientos teóricos fundamentales, sino que también desarrollarán habilidades prácticas para diseñar e implementar estrategias didácticas innovadoras. Estas estrategias estarán orientadas a fomentar el aprendizaje significativo de las matemáticas y a promover la resolución de problemas reales en las comunidades de los estudiantes (Piaget, 1973; Vygotsky, 1978).

Uno de los aspectos más destacados de este curso es su carácter flexible, que permite a los participantes adaptar los contenidos y actividades a sus propios contextos y necesidades. Además, se enfatiza la importancia de la influencia social, reconociendo que toda relación mediada por la conversación genera un impacto en el entorno y trasciende a un espacio social más amplio (Chevallard, 1991).

TÓPICO I. Aspectos críticos de la Gestión

La gestión de procesos educativos es fundamental para asegurar la calidad y eficiencia en la enseñanza y el aprendizaje. A medida que las instituciones educativas enfrentan desafíos cada vez más complejos, la gestión estratégica se vuelve crucial para anticipar cambios y alinearse con las metas educativas.

La gestión educativa implica la organización de los recursos de un individuo o grupo para obtener los resultados esperados, anticipándose participativamente al cambio, con el propósito de crear permanentemente estrategias que permitan garantizar el futuro deseado de una organización. Es una forma de alinear esfuerzos y recursos para alcanzar un fin determinado. La gestión pedagógica se define como el conjunto de prácticas y procesos destinados a coordinar y optimizar los recursos y actividades educativas con el fin de mejorar los resultados de aprendizaje. Según Rico (2016), la gestión educativa implica la optimización de la formación docente y la implementación de políticas efectivas que favorezcan un entorno de aprendizaje adecuado. La gestión pedagógica abarca múltiples dimensiones, como la planificación curricular, la administración de recursos, la evaluación del desempeño docente y la participación social.

Los estándares de gestión para la educación básica (SEP, 2010) establecen un marco de referencia que incluye la organización y dirección de los procesos educativos, asegurando que las instituciones educativas cumplan con los objetivos establecidos y respondan a las necesidades de la comunidad escolar. Estos estándares se dividen en varias dimensiones: pedagógica-curricular, organizativa, administrativa y de participación social, cada una con sus respectivos criterios y procedimientos.

Rico (2016) enfatiza que la formación continua de los docentes es esencial para la gestión educativa efectiva. Los docentes deben estar capacitados no solo en su área de especialización, sino también en metodologías pedagógicas y el uso de tecnologías de la información y comunicación (TIC). Esto asegura que puedan adaptarse a las demandas cambiantes del entorno educativo y proporcionar una enseñanza de calidad.

Rico (2016) enfatiza que la formación continua de los docentes es esencial para la gestión educativa efectiva. Los docentes deben estar capacitados no solo en su área de especialización, sino también en metodologías pedagógicas y el uso de tecnologías de la información y comunicación (TIC). Esto asegura que puedan adaptarse a las demandas cambiantes del entorno educativo y proporcionar una enseñanza de calidad.

1.1 Estado situacional del fenómeno educativo

1.1.1 Descripción

La enseñanza de las matemáticas enfrenta desafíos significativos en todo el mundo, reflejados en los bajos niveles de rendimiento en pruebas estandarizadas, tanto nacionales como internacionales (Chevallard, 2007; Ball et al., 2008). Según datos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2019), el 76% de los estudiantes de 15 años en los países miembros no alcanzan el nivel de competencia

básica en matemáticas. Esta situación no solo impacta el desempeño académico de los estudiantes, sino que también limita sus oportunidades futuras y su capacidad para enfrentar los desafíos del mundo actual.

Uno de los factores clave que contribuyen a esta problemática es la desconexión existente entre el conocimiento matemático impartido en las aulas y su aplicación práctica en situaciones reales (Chevallard, 1991). Muchos estudiantes perciben las matemáticas como una disciplina abstracta y desvinculada de su realidad, lo que dificulta su motivación y compromiso con el aprendizaje. Además, las estrategias didácticas tradicionales a menudo se centran en la memorización de fórmulas y procedimientos, en lugar de fomentar el pensamiento crítico y la resolución de problemas (Brousseau, 1997).

Esta situación tiene implicaciones significativas para el desarrollo de las comunidades. Una población con deficiencias en habilidades matemáticas enfrentará obstáculos para comprender y abordar de manera efectiva los desafíos sociales, económicos y ambientales que afectan a sus comunidades. Desde la gestión de recursos naturales hasta la toma de decisiones financieras informadas, las matemáticas son una herramienta fundamental para el progreso sostenible (Chevallard, 1991).

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" representa un cambio de paradigma en la enseñanza de las matemáticas al integrar la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) (Chevallard, 1999; Shulman, 1986; Brousseau, 1997). Este enfoque teórico sólido proporciona una base para el diseño de estrategias didácticas contextualizadas, promoviendo el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias matemáticas esenciales, como la construcción e interpretación de modelos, la formulación y resolución de problemas, y la explicación e interpretación de resultados (Chevallard, 1999; Gómez-Chacón, 2015).

El curso reconoce la necesidad de abordar los desafíos actuales en la enseñanza de las matemáticas, donde los estudiantes a menudo perciben esta disciplina como abstracta y desconectada de la realidad (Niss, 2003). Al promover la aplicación de conocimientos matemáticos en el desarrollo de proyectos que resuelven problemas de la comunidad, el curso busca resaltar la relevancia y utilidad práctica de las matemáticas en el contexto local.

Además, el enfoque constructivista del curso fomenta el aprendizaje activo y la participación de los estudiantes en su propio proceso de aprendizaje. Al interactuar con actores clave de la comunidad y abordar problemas reales, los estudiantes tienen la oportunidad de construir su propio conocimiento de manera significativa y aplicar los conceptos matemáticos en situaciones auténticas.

- Desempeño profesional del personal docente: En el contexto de la propuesta pedagógica, se evalúa el nivel de conocimiento y habilidades de los docentes en relación con la TAD, MTSK y TSD, destacando la necesidad de formación continua y actualización.
- Características, capacidades, estilos y ritmos de aprendizaje de los alumnos: Se identifican las diferencias individuales entre los estudiantes, lo que permite diseñar estrategias didácticas que se adapten a sus diversas necesidades y potencien sus habilidades matemáticas.
- Delimitación de oportunidades pedagógicas: Se establecen las oportunidades específicas donde la integración de las teorías mencionadas puede mejorar el aprendizaje matemático y promover la resolución de problemas en contextos reales.
- Atención diversificada que aproveche múltiples recursos y medios didácticos: Se enfatiza la utilización de una variedad de recursos y tecnologías para atender la diversidad de los estudiantes y mejorar su comprensión y aplicación de conceptos matemáticos.

1.1.2 Análisis

- Aprovechamiento de recursos educativos: Se analiza cómo los docentes pueden utilizar los recursos disponibles de manera efectiva para implementar la TAD, MTSK y TSD en sus prácticas pedagógicas.
- Creación de ambientes de aprendizaje: Se examina la importancia de diseñar ambientes que fomenten el aprendizaje autónomo y colaborativo, facilitando la aplicación de las teorías didácticas.
- Uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): Se considera la integración de TIC para enriquecer el proceso de enseñanza y aprendizaje, haciendo el contenido más accesible y atractivo.
- Creación de estrategias y secuencias didácticas: Se destaca la necesidad de desarrollar estrategias didácticas basadas en las teorías mencionadas, que promuevan la resolución de problemas y el pensamiento crítico.
- Gestión pedagógica en el marco de la formación continua de los profesores: Se subraya la importancia de la formación continua para que los docentes puedan aplicar eficazmente las teorías TAD, MTSK y TSD en sus prácticas pedagógicas.

1.1.3 Interpretación

- Plantear valores que enmarcan la relación de los sectores de la comunidad escolar en el plan general: Se promueven valores como la colaboración, la inclusión y la innovación dentro de la comunidad escolar.
- Práctica docente abierta, flexible, dinámica, planeada y sistemática: Se describe una práctica docente que se adapta a las necesidades de los estudiantes, utilizando la TAD, MTSK y TSD para lograr aprendizajes significativos y de calidad.

1.2 Toma de decisiones

La implementación exitosa del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" requiere una gestión educativa efectiva en varios niveles:

- Gestión Institucional: Las autoridades educativas y los líderes escolares deben promover y respaldar la adopción de este enfoque innovador, asegurando los recursos necesarios y fomentando un ambiente propicio para la experimentación y la mejora continua (Aramburuzabala et al., 2015).
- Gestión Escolar: Los directores y coordinadores académicos deben facilitar la integración del curso en el currículo y la planificación académica, asegurando la articulación con otros componentes del programa educativo y fomentando la colaboración entre los docentes involucrados (Bolívar, 2010).
- Gestión Pedagógica: Los docentes deben estar capacitados en las teorías subyacentes (TAD, MTSK, TSD) y en las metodologías de enseñanza activas y contextualizadas. Además, deben promover la reflexión crítica, el trabajo colaborativo y la resolución de problemas auténticos en el aula (Chevallard, 1999; Shulman, 1986; Brousseau, 1997).

Ante los desafíos descritos, es fundamental tomar decisiones informadas y basadas en evidencia en todos los niveles de gestión educativa. A nivel institucional y escolar, la implementación del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" requiere un compromiso sólido por parte de las autoridades educativas y los líderes escolares. Esto implica asignar recursos adecuados, brindar capacitación y apoyo a los docentes, y promover una cultura de innovación y mejora continua en la enseñanza de las matemáticas.

En el ámbito de la gestión pedagógica, el curso ofrece una oportunidad única para rediseñar las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Los docentes participantes adquirirán conocimientos y habilidades basadas

en la TAD, la TSD y el MTSK, lo que les permitirá adaptar el contenido matemático a los contextos específicos de sus estudiantes, diseñar situaciones didácticas desafiantes y promover el desarrollo de competencias matemáticas esenciales (Chevallard, 1991; Ball et al., 2008; Brousseau, 1997).

La gestión pedagógica efectiva en el marco de este curso implica una planificación cuidadosa de las actividades y recursos, así como un seguimiento continuo del progreso de los estudiantes. Los docentes deben estar preparados para anticipar y abordar las dificultades de aprendizaje, brindando retroalimentación oportuna y ajustando las estrategias según sea necesario (Ball et al., 2008).

Aula

- Formas en que el docente realiza los procesos de enseñanza: Se enfatiza la importancia de que los docentes utilicen las teorías TAD, MTSK y TSD para diseñar e implementar sus procesos de enseñanza.
- Cómo asume el currículo, lo traduce en una planeación didáctica y lo evalúa: Se sugiere que los docentes integren las teorías en la planificación y evaluación del currículo, asegurando su relevancia y eficacia.
- Interacción con sus alumnos y con los padres de familia para garantizar el aprendizaje de los primeros: Se destaca la necesidad de una comunicación efectiva entre docentes, estudiantes y padres para apoyar el proceso de aprendizaje.

1.3 Campos de aplicación

1.3.1 Objeto de la gestión pedagógica

El objeto de la gestión pedagógica en el curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" es asegurar un proceso de enseñanza-aprendizaje efectivo y contextualizado, que permita a los estudiantes adquirir competencias matemáticas relevantes y aplicarlas en la resolución de problemas reales en sus comunidades (Chevallard, 1999; Niss, 2003).

- Visión compartida y planificación estratégica: La comunidad escolar debe compartir una visión de futuro, planificar sus estrategias y metas y cumplir con ellas para alcanzar los objetivos educativos.
- Liderazgo académico y organizativo: El director debe ejercer un liderazgo que promueva la transformación de la comunidad escolar, apoyando el uso de las teorías TAD, MTSK y TSD.
- Trabajo en equipo: El personal directivo, docente y de apoyo debe trabajar como un equipo integrado con intereses afines y metas comunes.
- Capacitación continua: Los directivos y docentes deben capacitarse continuamente, aplicando los conocimientos obtenidos para mejorar los aprendizajes de los estudiantes.
- Dominio de los enfoques curriculares: Los directivos y docentes deben demostrar un dominio pleno de los enfoques curriculares, planes, programas y contenidos.
- Condiciones óptimas de infraestructura: La escuela debe mejorar sus condiciones de infraestructura para facilitar eficazmente las labores educativas.
-

1.3.2 Procedimiento de la gestión pedagógica

Los procedimientos involucran la planificación y diseño de actividades didácticas contextualizadas, la implementación de estrategias de enseñanza activas y participativas, el seguimiento y evaluación del progreso de los estudiantes, y la reflexión y mejora continua de las prácticas pedagógicas (Chevallard, 1999; Niss, 2003). Los procedimientos implican la implementación de estrategias didácticas basadas en la TAD, la TSD y el MTSK, incluyendo la transposición didáctica del conocimiento matemático, el diseño de situaciones a-didácticas, el fortalecimiento de las competencias docentes y la elaboración de proyectos comunitarios (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997; Ball et al., 2008).

- Capacidad crítica de los docentes: Los docentes deben demostrar capacidad crítica para mejorar su desempeño y tener una actitud positiva hacia su trabajo.
- Planificación inclusiva: Los docentes deben planificar sus clases considerando la diversidad de los estudiantes y ofreciendo oportunidades diferenciadas.
- Estímulo de los avances estudiantiles: Los docentes deben demostrar confianza en las capacidades de los estudiantes y estimular sus esfuerzos y logros.
- Participación activa de los estudiantes: Los docentes deben fomentar una participación activa, crítica y creativa de los estudiantes.

●

1.3.3 Finalidad contextual de la gestión pedagógica

Finalidad contextual: La finalidad contextual es promover el desarrollo de competencias matemáticas esenciales en los estudiantes, fomentando su capacidad para construir e interpretar modelos, formular y resolver problemas, y explicar e interpretar resultados (Niss, 2003). Además, se busca resaltar la relevancia y aplicación práctica de las matemáticas en el contexto local, contribuyendo al desarrollo de la comunidad (Chevallard, 1999).

La finalidad contextual de la gestión pedagógica en este curso es promover un aprendizaje significativo y contextualizado de las matemáticas, fomentando la influencia social a través de la resolución de problemas reales en las comunidades de los estudiantes. Esto no solo contribuirá al desarrollo de habilidades y conocimientos matemáticos, sino también al empoderamiento de los estudiantes y al fortalecimiento de su capacidad para abordar desafíos sociales, económicos y ambientales (Chevallard, 1991; Brousseau, 1997).

- Conocimiento y valoración de la realidad intercultural: La escuela debe favorecer el conocimiento y valoración de la realidad intercultural.
- Cuidado de la salud y el ambiente: La escuela debe incentivar el cuidado de la salud, el aprecio por el arte y la preservación del ambiente.
- Práctica de valores universales: La comunidad escolar debe desenvolverse en un ambiente propicio para la práctica de valores como la solidaridad, tolerancia, honestidad y responsabilidad.
- Participación en la toma de decisiones: La comunidad escolar debe participar en la toma de decisiones y en la ejecución de acciones en beneficio del centro.
- Autoevaluación y mejora continua: La comunidad escolar debe autoevaluarse y utilizar la evaluación externa como herramienta de mejora.
- Redes de intercambio: La comunidad escolar debe participar en redes de intercambio con otras comunidades para fortalecer la práctica docente y los aprendizajes de los estudiantes.
- Rendición de cuentas: La comunidad escolar debe rendir cuentas y difundir los avances de su desempeño y administración de recursos.

1.4 Dimensiones de la Gestión

1.4.1 Pedagógica-curricular: Esta dimensión implica la revisión y ajuste del currículo para integrar el enfoque del curso, la planificación de las actividades didácticas contextualizadas, la selección de recursos y materiales de apoyo, y la evaluación del aprendizaje de los estudiantes (Bolívar, 2010; Gómez-Chacón, 2015). Fomento al perfeccionamiento pedagógico: Se promueve la mejora continua de las prácticas pedagógicas.

- Planeación pedagógica compartida: Se fomenta la colaboración en la planificación pedagógica.
- Centralidad del aprendizaje: Se enfatiza la importancia del aprendizaje de los estudiantes.
- Compromiso de aprender: Se promueve el compromiso de todos los actores educativos en el proceso de aprendizaje.

- Equidad en las oportunidades de aprendizaje: Se garantiza que todos los estudiantes tengan igualdad de oportunidades para aprender.

1.4.2 Organizativa: Esta dimensión se enfoca en la organización de los recursos humanos y materiales necesarios para implementar el curso, la coordinación entre los docentes involucrados, y la gestión del tiempo y los espacios físicos requeridos (Aramburuzabala et al., 2015).

- Liderazgo efectivo: Se destaca la importancia de un liderazgo efectivo para guiar a la comunidad escolar.
- Clima de confianza: Se promueve un ambiente de confianza dentro de la comunidad escolar.
- Compromiso escolar: Se fomenta el compromiso de todos los actores educativos con los objetivos de la escuela.
- Decisiones compartidas: Se promueve la toma de decisiones de manera compartida y colaborativa.
- Planeación institucional: Se enfatiza la importancia de una planificación institucional efectiva.
- Autoevaluación: Se fomenta la autoevaluación continua para la mejora de la escuela.

1.4.3 Administrativa: Esta dimensión abarca aspectos como la asignación de presupuestos, la gestión de permisos y autorizaciones necesarias, y el manejo de la documentación y registros relacionados con el curso (Bolívar, 2010).

- Comunicación del desempeño: Se promueve una comunicación clara sobre el desempeño de la escuela.
- Redes escolares: Se fomenta la creación de redes escolares para el intercambio de experiencias y buenas prácticas.
- Funcionamiento de los consejos escolares: Se destaca la importancia del buen funcionamiento de los consejos escolares.

1.4.4 Participación social: Esta dimensión implica la identificación y vinculación con actores clave de la comunidad, el establecimiento de canales de comunicación y colaboración efectivos, y la promoción de la participación de la comunidad en el desarrollo de los proyectos (Aramburuzabala et al., 2015; Chevallard, 1999).

- Optimización de recursos: Se promueve la utilización eficiente de los recursos disponibles.
- Control escolar: Se enfatiza la importancia de un control adecuado sobre las actividades escolares.
- Infraestructura: Se destaca la necesidad de contar con una infraestructura adecuada para el proceso educativo.

La integración de la TAD, MTSK y TSD en la propuesta pedagógica "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" proporciona un marco conceptual sólido que guía la gestión educativa hacia la mejora continua y la contextualización del aprendizaje. Este enfoque integral promueve la participación activa de la comunidad escolar, la innovación en las prácticas pedagógicas y el desarrollo de competencias matemáticas esenciales en los estudiantes, conectando el conocimiento académico con la resolución de problemas reales y fomentando un impacto positivo en la comunidad.

TÓPICO II: Soporte conceptual, metodológico y estratégico de la propuesta pedagógica

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" propone un enfoque innovador que integra la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). Este marco teórico sólido sienta las bases para el diseño de estrategias didácticas contextualizadas que promuevan el aprendizaje significativo

y el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes (Curso de Formación Continua, 2023). A continuación, se presenta el soporte conceptual, metodológico y estratégico de esta propuesta pedagógica.

2.1. Sensibilización

Antes de implementar cualquier proyecto educativo, es fundamental sensibilizar a todos los actores involucrados sobre la importancia y los beneficios de la propuesta. En este caso, se sugiere organizar talleres y sesiones informativas dirigidas a docentes, estudiantes, padres de familia y miembros de la comunidad, donde se expliquen los objetivos, metodología y enfoque teórico del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad". Esto permitirá generar un compromiso y una comprensión clara de la importancia de integrar la resolución de problemas reales en el aprendizaje de las matemáticas.

2.2. Fundamentación del proyecto educativo

El proyecto educativo se fundamenta en la integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) (Curso de Formación Continua, 2023). La TAD proporciona una visión antropológica del saber matemático, considerándolo como una actividad humana inmersa en instituciones y contextos sociales (Chevallard, 1999). El MTSK, por su parte, describe el conocimiento especializado que un docente de matemáticas debe poseer para enseñar de manera efectiva (Carrillo et al., 2018). Finalmente, la TSD se enfoca en el diseño de situaciones didácticas que promuevan la construcción del conocimiento matemático por parte de los estudiantes (Brousseau, 1997).

2.3. Innovación y transformación del proyecto

La innovación y transformación del proyecto radica en su enfoque contextualizado y orientado a la resolución de problemas reales de la comunidad. Esto representa un cambio significativo en comparación con los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas, donde los problemas suelen ser descontextualizados y artificiales. Al involucrar a los estudiantes en proyectos que aborden desafíos reales, como la escasez de agua o la mejora de la alimentación mediante prácticas sostenibles, se fomenta un aprendizaje significativo y una mayor motivación por parte de los alumnos.

2.4. Selección y organización de estrategias de gestión

La selección y organización de estrategias de gestión deben estar alineadas con los principios teóricos del curso y promover un aprendizaje activo y colaborativo. Se sugiere utilizar estrategias como el aprendizaje basado en proyectos, el trabajo en equipo, la investigación-acción y el uso de tecnologías digitales. Además, es importante establecer mecanismos de seguimiento y evaluación formativa para monitorear el progreso de los estudiantes y realizar ajustes en las estrategias según sea necesario.

2.5. Sistematización técnica del proyecto educativo

2.5.1. Definición e importancia

La sistematización técnica del proyecto educativo implica la organización y documentación detallada de todos los elementos involucrados, incluyendo objetivos, metodología, recursos, cronograma y mecanismos de evaluación. Esto es fundamental para garantizar una implementación efectiva y una comprensión clara por parte de todos los actores involucrados.

2.5.2. Información clave

La información clave que debe incluirse en la sistematización técnica del proyecto educativo abarca los siguientes aspectos:

- Objetivos de aprendizaje y competencias a desarrollar en los estudiantes.
- Marco teórico y enfoque pedagógico (TAD, MTSK, TSD).
- Metodología de enseñanza y aprendizaje (aprendizaje basado en proyectos, trabajo colaborativo, etc.).

- Recursos y materiales didácticos necesarios.
- Plan de capacitación y acompañamiento para docentes.
- Mecanismos de evaluación formativa y sumativa.
- Cronograma de actividades y responsables.

2.5.3. Decisiones para adoptarse

Algunas decisiones clave que deben adoptarse durante la sistematización técnica del proyecto educativo incluyen:

- Selección de los problemas reales de la comunidad que serán abordados.
- Estrategias específicas de enseñanza y aprendizaje a utilizar.
- Recursos tecnológicos y digitales que emplear.
- Criterios de evaluación y ponderación de los diferentes componentes.
- Mecanismos de participación y colaboración con la comunidad.

2.5.4. Escenarios posibles para su manejo

Es importante considerar diferentes escenarios posibles y planificar estrategias para su manejo adecuado, como:

- Dificultades de acceso a recursos tecnológicos o materiales didácticos.
- Resistencia al cambio por parte de algunos docentes o miembros de la comunidad.
- Imprevistos que retrasen la implementación del proyecto.
- Desafíos en la participación y compromiso de los estudiantes.

2.5.5. Actores que deben intervenir

Los actores clave que deben intervenir en la sistematización técnica del proyecto educativo son:

- Equipo directivo de la institución educativa.
- Docentes de matemáticas y otras áreas involucradas.
- Expertos en el marco teórico y enfoque pedagógico (TAD, MTSK, TSD).
- Representantes de la comunidad y actores sociales relevantes.
- Estudiantes y padres de familia.

2.5.6. Problemas por afrontar

Algunos de los problemas que pueden surgir durante la implementación del proyecto y deben ser considerados en la sistematización técnica incluyen:

- Falta de recursos económicos o infraestructura adecuada.
- Dificultades para involucrar a todos los actores necesarios.
- Resistencia al cambio y a la implementación de nuevos enfoques pedagógicos.
- Desafíos en la coordinación y comunicación entre los diferentes actores.

2.6. Balance integral

Es fundamental realizar un balance integral al finalizar cada etapa del proyecto, evaluando los logros alcanzados, los desafíos enfrentados y las lecciones aprendidas. Esto permitirá realizar ajustes y mejoras en las siguientes etapas, así como identificar buenas prácticas y estrategias exitosas que puedan ser replicadas o ampliadas.

2.7. Desarrollo del Proyecto educativo

El desarrollo del proyecto educativo debe llevarse a cabo de manera sistemática y rigurosa, siguiendo los lineamientos establecidos en la sistematización técnica. Es esencial mantener una comunicación constante con todos los actores involucrados y fomentar su participación en cada etapa del proceso. Además, es fundamental implementar mecanismos de evaluación formativa y sumativa para monitorear el progreso de los estudiantes y realizar ajustes en las estrategias según sea necesario.

2.8. Balance Final

Al finalizar el proyecto educativo, es crucial realizar un balance final que permita evaluar el impacto y los resultados obtenidos. Esto implica recopilar y analizar datos cuantitativos y cualitativos, como calificaciones, productos entregables, encuestas de satisfacción y testimonios de los participantes. El enfoque innovador del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" representa una oportunidad valiosa para transformar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Al integrar sólidamente la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), se sienta una base teórica sólida para el diseño de estrategias didácticas contextualizadas que promuevan el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias matemáticas en los estudiantes.

Sin embargo, la implementación exitosa de este enfoque requiere una cuidadosa planificación y sistematización técnica del proyecto educativo. Es fundamental involucrar a todos los actores relevantes, desde docentes y expertos hasta representantes de la comunidad y padres de familia. Además, es necesario considerar factores como la capacitación docente, la disponibilidad de recursos y la adaptación a posibles escenarios desafiantes. A lo largo del desarrollo del proyecto, es esencial mantener una evaluación constante y un balance integral en cada etapa, lo que permitirá realizar ajustes y mejoras continuas. Finalmente, el balance final debe evaluar el impacto y los resultados obtenidos, identificando buenas prácticas y lecciones aprendidas que puedan ser replicadas o escaladas en futuros proyectos educativos.

La propuesta pedagógica del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" representa una oportunidad valiosa para transformar la enseñanza de las matemáticas y fomentar el aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias en los estudiantes. Sin embargo, su implementación exitosa requiere una planificación cuidadosa, una sistematización técnica rigurosa y una evaluación constante, involucrando a todos los actores relevantes y adaptándose a los desafíos que puedan surgir.

TÓPICO III: Propuesta de curso de Práctica docente flexible (profesionalización)

El desarrollo de competencias matemáticas en docentes es esencial para asegurar una educación de calidad. Este curso de práctica docente flexible se enfoca en la profesionalización de los maestros, proporcionando herramientas y conocimientos necesarios para construir e interpretar modelos matemáticos aplicando diversos procedimientos. El curso está diseñado para mejorar la práctica docente a través de enfoques didácticos innovadores, integrando teorías educativas fundamentales.

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" se destaca como una propuesta educativa que busca fortalecer la práctica docente mediante un enfoque innovador. Este curso integra teorías didácticas avanzadas, como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), para capacitar a los docentes en la resolución de problemas reales de sus comunidades. A través de un aprendizaje activo y

contextualizado, se pretende que los participantes adquieran competencias significativas para la enseñanza de las matemáticas.

3.1 Propuesta de gestión pedagógica (práctica docente flexible)

La gestión pedagógica de este curso se basa en una práctica docente flexible, adaptada a las necesidades específicas de los participantes y de sus contextos comunitarios. El título "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" refleja el objetivo principal de la propuesta: aplicar conocimientos matemáticos en situaciones reales, promoviendo un impacto positivo en la comunidad, así como desarrollar competencias en los participantes para construir e interpretar modelos matemáticos aplicando procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, con el fin de comprender y analizar situaciones reales, hipotéticas o formales.

Esto mediante la formulación y resolución de problemas matemáticos utilizando diferentes enfoques didácticos y explicando e interpretando los resultados obtenidos. La propuesta busca proporcionar una formación continua que permita a los maestros mejorar sus prácticas docentes a través de la integración de teorías educativas y enfoques didácticos específicos, como la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD).

3.1.1 Configuración del ambiente escolar

- Título de la propuesta: Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad
- Opción formativa: Formación Continua
- Tipo de programa al que corresponde: Curso
- Destinatarios: Maestros y maestras frente a grupo, directivos escolares (directores, supervisores, jefes de sector, jefes de enseñanza, entre otros) y asesores técnico-pedagógicos de Educación Básica y media superior.
- Nivel a la que está dirigida: Secundaria y educación media superior.
- Servicios educativos a los que está dirigida: Regular, Educación Especial, Multigrado, Secundaria General, Técnica, Telesecundaria, Preparatoria, Bachillerato general y Telebachillerato.
- Temática para desarrollar: Integración de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) en proyectos que resuelvan problemas comunitarios.
- Duración: 45 horas distribuidas en nueve sesiones de cinco horas cada una
- Modalidad de trabajo: Semipresencial, con sesiones en línea y presenciales, y una plataforma de seguimiento en línea

3.1.2 Estructuración (PAE-PEA)

Fundamentación: El curso se fundamenta en las investigaciones recientes sobre la mejora de la práctica docente a través de la formación continua y la aplicación de teorías didácticas avanzadas. Según el marco normativo de la SEP y las recomendaciones de estudios sobre pedagogía matemática, este curso integra la TAD, MTSK, y TSD para proporcionar una formación integral a los docentes. proporcionando un marco normativo robusto y metodologías didácticas avanzadas para el diseño de estrategias contextualizadas y el aprendizaje significativo la resolución de problemas reales.

Competencias que desarrollar: Desarrollo de competencias en la aplicación de conocimientos matemáticos a problemas reales, habilidades tecnológicas avanzadas, diseño e implementación de proyectos comunitarios, y actitudes de reflexión crítica y colaboración. En cuanto a Conocimientos, la Construcción e interpretación de modelos matemáticos, conceptos clave de TAD, MTSK, y TSD, en Habilidades, la Aplicación de enfoques didácticos en la enseñanza, diseño de actividades didácticas, análisis crítico de la práctica docente y en Actitudes, la Reflexión crítica, colaboración profesional, disposición al aprendizaje continuo. Así como tres competencias esenciales:

1. Construir e interpretar modelos matemáticos aplicando procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales.
2. Formular y resolver problemas matemáticos utilizando diferentes enfoques didácticos.
3. Explicar e interpretar los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y contrastarlos con modelos establecidos o situaciones reales.

Perfil de ingreso: Docentes y directivos con experiencia en enseñanza de matemáticas, interesados en mejorar sus prácticas educativas mediante la formación continua. Los participantes deben poseer conocimientos básicos en matemáticas y experiencia docente previa.

Perfil de egreso: Al finalizar, los participantes serán capaces de diseñar e implementar estrategias didácticas efectivas basadas en modelos teóricos avanzados, mejorar la comprensión y enseñanza de las matemáticas, y reflexionar críticamente sobre su práctica docente además de desarrollar habilidades avanzadas en resolución de problemas matemáticos aplicados a contextos comunitarios y capacidad para diseñar proyectos educativos innovadores.

3.1.3 Gestión de recursos instruccionales

Requerimientos para la instrumentación: Recursos materiales (computadoras, internet, materiales didácticos), financieros (presupuesto para sesiones presenciales), académicos-administrativos (facilitadores especializados, coordinadores), de equipamiento e infraestructura (aulas tecnológicas, plataformas virtuales).

Número de participantes: Mínimo 15, máximo 30

Costo:

- Por participante: \$2,500 pesos
- Formador de formadores: \$20,000 pesos
- Diseño de propuesta académica: \$20,000 pesos

Designación del Responsable Académico del programa: José Ignacio Peralta Madero.

Correo: jose.ignacio.peralta.madero@gmail.com

Teléfono: +52 2224378052

Designación del responsable administrativo del programa: José Ignacio Peralta Madero.

Correo: jose.ignacio.peralta.madero@gmail.com

Teléfono: +52 2224378052

3.1.4 Disposición de aprender

Descripción del programa: El curso se organiza en módulos, cada uno con objetivos específicos. Los contenidos se estructuran en torno a la identificación de problemas comunitarios, el diseño de proyectos matemáticos, y la implementación de soluciones. La evaluación será integral, utilizando técnicas diagnósticas, formativas y sumativas. Las Competencias por desarrollar son Diseño e implementación de estrategias didácticas, integración de teorías educativas, mejora de la enseñanza de las matemáticas, Construir e interpretar modelos matemáticos, Formular y resolver problemas matemáticos y Explicar e interpretar los resultados obtenidos. Los Aprendizajes esperados son la Comprensión de teorías didácticas avanzadas, habilidades para aplicar enfoques didácticos en el aula.

Áreas de conocimiento: TAD, MTSK, TSD.

Organización de los contenidos: Por módulos, con una secuencia lógica que integra teoría y práctica.

Carga horaria: 45 horas (9 sesiones de 5 horas).

Mecanismos de evaluación: Cuestionarios, análisis de casos, proyectos prácticos.

3.1.5 Aprender de los demás y de su propia práctica

Perfil de los académicos, asesores o facilitadores: Los facilitadores deben poseer un grado mínimo de Maestría en Educación o Matemáticas, experiencia docente y conocimiento profundo de TAD, MTSK, y TSD. Capacidad para guiar a los docentes en la reflexión crítica y aplicación de teorías didácticas.

3.1.6 Acumular el saber

Procedimiento formal de evaluación: Se utilizarán rúbricas, portafolios de evidencias y autoevaluaciones para medir el grado de dominio alcanzado por los participantes. Basada en el uso de Estrategias de Evaluación continua mediante cuestionarios y proyectos, Técnicas como la Observación directa y retroalimentación con Instrumentos como Rúbricas de evaluación y encuestas de satisfacción. Proceso de acreditación: La Evaluación será sumativa de proyectos finales y retroalimentación continua. Para acreditar el curso, los participantes deberán completar todas las actividades, obtener una calificación mínima del 80% en las evaluaciones y presentar un proyecto final.

Evaluación y seguimiento: Se implementarán encuestas de satisfacción, análisis de resultados de aprendizaje y seguimiento a largo plazo de los proyectos implementados por los docentes.

3.1.7 Desarrolla el saber hacer

Guía para la o el Facilitador: Esta guía incluirá las estrategias para desarrollar las actividades del curso, instrucciones detalladas sobre cómo coordinar las actividades, estrategias de enseñanza, y pautas para la evaluación. recomendaciones para manejar el material, y pautas para la evaluación. Además, proporcionará orientaciones técnicas y sugerencias para la preparación, manejo del material y organización del trabajo.

Cuadro de especificaciones para el facilitador:

Sesión	Contenido específico	Actividades de enseñanza - Apertura	Actividades de enseñanza - Desarrollo	Actividades de enseñanza - Cierre	Evaluación del producto
1	Introducción a la TAD	Presentación general de la TAD.	Discusión en grupo sobre la importancia de la TAD.	Resumen de los puntos clave discutidos y resolución de dudas.	Cuestionario diagnóstico sobre el conocimiento de la TAD.
2	Aplicación de la TAD	Introducción a la aplicación práctica de la TAD.	Análisis y discusión en grupos de casos prácticos.	Presentación de planes de actividades didácticas diseñados y retroalimentación.	Rúbrica de evaluación para los planes de actividades didácticas diseñados.
3	Introducción al MTSK	Presentación general de los	Discusión en grupo sobre la importancia de	Resumen de los puntos clave discutidos y	Cuestionario diagnóstico sobre el

		componentes del MTSK.	cada componente del MTSK.	resolución de dudas.	conocimiento del MTSK.
4	Aplicación del MTSK	Introducción a la aplicación práctica del MTSK.	Análisis y discusión en grupos de estrategias didácticas basadas en el MTSK.	Presentación de planes de estrategias didácticas diseñados y retroalimentación.	Rúbrica de evaluación para los planes de estrategias didácticas diseñados.
5	Introducción a la TSD	Presentación general de los conceptos clave de la TSD.	Discusión en grupo sobre la importancia y aplicación de la TSD en la enseñanza.	Resumen de los puntos clave discutidos y resolución de dudas.	Cuestionario diagnóstico sobre el conocimiento de la TSD.
6	Aplicación de la TSD	Introducción a la aplicación práctica de la TSD.	Análisis y discusión en grupos de actividades de aprendizaje que ejemplifiquen la TSD.	Presentación de actividades diseñadas por los equipos y retroalimentación.	Rúbrica de evaluación para las actividades de aprendizaje diseñadas.
7	Integración de TAD, MTSK y TSD	Introducción a la integración de la TAD, MTSK y TSD.	Análisis y discusión en grupos de estrategias didácticas integradas.	Presentación de estrategias diseñadas por los equipos y retroalimentación.	Rúbrica de evaluación para las estrategias didácticas integradas diseñadas.
8	Diseño de proyectos comunitarios	Introducción al diseño de proyectos comunitarios.	Trabajo en equipo para diseñar proyectos comunitarios.	Presentación de proyectos comunitarios diseñados y retroalimentación.	Evaluación formativa de los proyectos comunitarios diseñados.
9	Presentación de proyectos	Reflexión inicial sobre la importancia de la presentación de proyectos.	Exposición y discusión de proyectos comunitarios diseñados por los equipos.	Resumen de las discusiones y retroalimentación final sobre los proyectos presentados.	Evaluación sumativa de los proyectos presentados.

Guía para el Participante:

Esta guía estructurará la estructura del curso, actividades a desarrollar, estrategias y pautas para la evaluación, así como las actividades de aprendizaje en bloques. También incluye los productos esperados

como documentos y proyectos que reflejen el aprendizaje. Proporcionará orientaciones claras para cada sesión, asegurando que los participantes comprendan y puedan cumplir con los objetivos del curso.

Cuadro de especificaciones para el participante:

Sesión	Contenido específico	Actividades de aprendizaje - Apertura	Actividades de aprendizaje - Desarrollo	Actividades de aprendizaje - Cierre	Producto de aprendizaje
1	Introducción a la TAD	Reflexión inicial sobre el conocimiento previo de la TAD.	Participación en la discusión en grupo sobre la importancia de la TAD.	Síntesis de los puntos clave discutidos y formulación de preguntas.	Cuestionario sobre el conocimiento de la TAD.
2	Aplicación de la TAD	Reflexión sobre la aplicación práctica de la TAD en su contexto.	Análisis de casos prácticos en grupos y diseño de planes de actividades didácticas.	Presentación de los planes de actividades didácticas diseñados y discusión.	Plan de actividad didáctica basado en la TAD.
3	Introducción al MTSK	Reflexión sobre el conocimiento previo del MTSK.	Participación en la discusión sobre los componentes del MTSK y su importancia.	Síntesis de los puntos clave discutidos y formulación de preguntas.	Cuestionario sobre el conocimiento del MTSK.
4	Aplicación del MTSK	Reflexión sobre la aplicación práctica del MTSK en su contexto.	Análisis de estrategias didácticas en grupos y diseño de planes de estrategias didácticas.	Presentación de los planes de estrategias didácticas diseñados y discusión.	Plan de estrategia didáctica basado en el MTSK.
5	Introducción a la TSD	Reflexión sobre el conocimiento previo de la TSD.	Participación en la discusión sobre los conceptos clave de la TSD.	Síntesis de los puntos clave discutidos y formulación de preguntas.	Cuestionario sobre el conocimiento de la TSD.
6	Aplicación de la TSD	Reflexión sobre la aplicación práctica de la TSD en su contexto.	Análisis de actividades de aprendizaje en grupos y diseño de actividades de aprendizaje.	Presentación de las actividades de aprendizaje diseñadas y discusión.	Plan de actividad de aprendizaje basado en la TSD.

7	Integración de TAD, MTSK y TSD	Reflexión sobre la integración de la TAD, MTSK y TSD en su contexto.	Análisis de estrategias didácticas integradas en grupos y diseño de nuevas estrategias.	Presentación de las estrategias diseñadas y discusión.	Plan de estrategia didáctica integrada.
8	Diseño de proyectos comunitarios	Reflexión sobre el diseño de proyectos comunitarios en su contexto.	Trabajo en equipo para diseñar proyectos comunitarios.	Presentación de los proyectos comunitarios diseñados y discusión.	Proyecto comunitario diseñado en equipo.
9	Presentación de proyectos	Reflexión sobre la importancia de la presentación de proyectos.	Preparación y exposición de proyectos comunitarios diseñados en equipo.	Síntesis de las discusiones y formulación de compromisos personales.	Presentación del proyecto comunitario y reflexión final.

3.1.8 Balance general (normas complementarias del curso)

Para garantizar el buen desarrollo del curso, se establecerán normas complementarias que promuevan prácticas éticas y colaborativas tanto por parte de los facilitadores como de los participantes. Estas normas incluirán directrices para la resolución de conflictos, el respeto mutuo, la participación activa y el compromiso con el aprendizaje. El curso promueve prácticas éticas y colaboración entre los participantes y facilitadores para asegurar un desarrollo exitoso. Las normas complementarias incluyen principios de respeto, integridad y profesionalismo en todas las actividades del curso.

TÓPICO IV. Guía didáctica del facilitador

Síntesis pedagógica de la propuesta de capacitación

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" está diseñado para mejorar la formación continua de los docentes de matemáticas, centrándose en el desarrollo de competencias clave mediante la aplicación de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD), y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). Esta propuesta pedagógica tiene como objetivo principal favorecer la formación continua de los docentes se basa en una síntesis pedagógica que integra diversos enfoques teóricos y prácticos para que los docentes puedan orientar a sus estudiantes en la resolución de problemas comunitarios a través de proyectos matemáticos, promoviendo así un impacto social positivo.

A través de estas teorías, se busca desarrollar competencias específicas en los maestros que les permitan diseñar e implementar estrategias didácticas efectivas, reflexionar críticamente sobre su práctica y colaborar con otros profesionales en la mejora continua de la enseñanza. El curso está diseñado para proporcionar una experiencia de aprendizaje flexible y adaptativa, que permita a los docentes integrar conocimientos teóricos con la práctica cotidiana en el aula. La formación continua es crucial para mantener la calidad educativa y responder a los desafíos cambiantes del entorno escolar

El curso se estructura en nueve sesiones, cada una de cinco horas, distribuidas en 45 horas en total. Las sesiones están diseñadas para proporcionar un equilibrio entre teoría y práctica, facilitando el aprendizaje activo y significativo. Las actividades incluyen trabajo colaborativo, resolución de problemas contextualizados y la aplicación práctica de conceptos matemáticos en situaciones reales. Se promueve un

enfoque constructivista que enfatiza la importancia de la contextualización del conocimiento y la resolución de problemas reales. Se promueve un enfoque constructivista que enfatiza la importancia de la contextualización del conocimiento y la resolución de problemas reales.

La guía para el facilitador incluye información detallada sobre los objetivos del curso, contenidos, planes de sesión, estrategias de enseñanza, y métodos de evaluación. Además, proporciona orientaciones sobre la aplicación de las teorías TAD, TSD y MTSK, y pautas para la evaluación y retroalimentación de los participantes. Esta guía es un recurso esencial para los instructores, ya que proporciona un marco estructurado y detallado para la facilitación efectiva del curso.

Los participantes del curso adquirirán competencias esenciales como construir e interpretar modelos matemáticos, formular y resolver problemas matemáticos, y explicar e interpretar resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos. Estas competencias se desarrollarán a través de actividades prácticas y proyectos colaborativos que aborden problemas reales en las comunidades de los participantes.

Para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje, se utilizarán diversos recursos didácticos como presentaciones multimedia, videos, artículos científicos, estudios de caso, materiales manipulativos, software educativo y herramientas tecnológicas. Estos recursos enriquecerán el proceso de aprendizaje y promoverán la participación de los participantes.

Durante el curso, se considerarán aspectos éticos y de confidencialidad. Se solicitará el consentimiento informado de los participantes para la recopilación y uso de datos, garantizando la protección de su privacidad. Se promoverá un entorno de respeto, inclusión y valoración de la diversidad, fomentando el diálogo y la colaboración entre todos los participantes.

La evaluación del curso incluirá encuestas de satisfacción, análisis de los resultados de aprendizaje, y retroalimentación de los facilitadores. Los resultados de esta evaluación servirán como base para realizar ajustes y mejoras en futuras ediciones del curso, con el objetivo de brindar una experiencia de aprendizaje cada vez más enriquecedora y efectiva para los participantes.

La propuesta pedagógica del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" se centra en el desarrollo de competencias matemáticas a través de la aplicación práctica de teorías didácticas innovadoras, promoviendo un enfoque constructivista y el aprendizaje significativo. Al finalizar el curso, los docentes contarán con las herramientas necesarias para transformar la enseñanza de las matemáticas y empoderar a sus estudiantes como agentes de cambio en sus comunidades, promoviendo el aprendizaje aplicado y el impacto positivo en el entorno.

Datos de Identificación

El curso titulado "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" tiene como objetivo principal proporcionar a los docentes de matemáticas una comprensión profunda y aplicada de la aplicación de la Teoría de la Actividad Didáctica (TAD), Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK), y Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) en la Práctica Docente. A través de este curso, los participantes desarrollarán competencias para integrar estos enfoques en su práctica docente, mejorando así la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Línea de Formación:

Este curso se enmarca dentro de la línea de Formación Continua, dirigida a la actualización y desarrollo profesional de los docentes en ejercicio.

Créditos:

El curso otorga un total de 4 créditos académicos, en reconocimiento a la dedicación y el esfuerzo requeridos para completar las actividades programadas.

Área de Conocimiento:

El área de conocimiento abordada en este curso es la Didáctica de las Matemáticas, enfocándose específicamente en las teorías y metodologías que facilitan una enseñanza eficaz y significativa.

Clave del Curso:

La clave asignada a este curso es FCDM-TAD-MTSK-TSD-2024, la cual facilita su identificación y registro dentro del programa de formación continua.

Prerrequisitos:

Este curso no requiere de prerrequisitos, lo que permite la participación de cualquier docente de matemáticas interesado en mejorar su práctica pedagógica mediante la aplicación de las teorías TAD, MTSK y TSD.

Asignación de Tiempo:

El curso está estructurado para un total de 60 horas de dedicación, distribuidas de la siguiente manera:

- **Horas Conducidas:** 40 horas de instrucción directa, donde se incluyen exposiciones teóricas, discusiones grupales, talleres prácticos y sesiones de retroalimentación.
- **Horas Independientes:** 20 horas destinadas a actividades autónomas por parte de los participantes, que comprenden lecturas, análisis de casos, preparación de materiales y proyectos.
- **Total-horas-semana:** Se espera que los participantes dediquen aproximadamente 8 horas por semana al curso, combinando tanto las horas conducidas como las independientes.
- **Total-horas:** La suma total de tiempo invertido en el curso es de 60 horas, lo que refleja el compromiso y la dedicación necesarios para alcanzar los objetivos de aprendizaje propuestos.

Programa del curso	“Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad”			
Línea de formación	Formación Continua			
Créditos	4			
Área de conocimiento	Didáctica de las Matemáticas			
Clave del curso	FCDM-TAD-MTSK-TSD-2024			
Prerrequisitos	Sin requisito			
Asignación de Tiempo				
Horas conducidas	Horas Independientes	Total, Horas Semana	/	Total, Horas
40	20	8		60

Guía del facilitador:

La Guía del Facilitador está diseñada para ofrecer a los facilitadores una estructura detallada y comprensible para cada sesión del curso. Cada componente de las secuencias de aprendizaje se describe a

continuación, asegurando que los facilitadores comprendan su propósito y cómo implementarlo eficazmente.

1. **Competencia de aprendizaje:** Este componente establece las habilidades y conocimientos que los participantes deben adquirir al finalizar la sesión. Es esencial que los facilitadores comprendan claramente estas competencias para orientar adecuadamente las actividades y evaluaciones.
2. **Contenido específico:** Aquí se detallan los temas y subtemas que se abordarán en la sesión. Este contenido proporciona el marco teórico y práctico necesario para que los facilitadores preparen sus presentaciones y actividades didácticas.
3. **Estrategia didáctica:** Este componente describe el enfoque pedagógico a emplear, como presentaciones, talleres, debates y actividades prácticas. La estrategia didáctica está diseñada para fomentar el aprendizaje activo y la participación de los participantes.
4. **Instrucciones:** Las instrucciones para el facilitador explican cómo guiar a los participantes a través de las actividades de la sesión. Incluyen detalles sobre la organización de la clase, los materiales necesarios y los métodos de interacción con los participantes.
5. **Actividades de aprendizaje:** Se describen las actividades específicas que los participantes realizarán para aplicar y consolidar los conceptos aprendidos. Estas actividades están diseñadas para fomentar la reflexión, la discusión y la colaboración.
6. **Estrategia de evaluación:** Este componente detalla cómo se evaluará el aprendizaje de los participantes. Los facilitadores deben utilizar herramientas como rúbricas y cuestionarios para medir el grado de comprensión y aplicación de los conocimientos adquiridos.
7. **Aprendizaje esperado:** Se especifica lo que los participantes deben ser capaces de hacer al finalizar la sesión. Este componente ayuda a los facilitadores a evaluar si se han alcanzado los objetivos de la sesión.
8. **Producto de aprendizaje:** Aquí se describe el resultado tangible que los participantes deben entregar, como resúmenes, planes de actividades didácticas, etc. Este producto permite evidenciar el aprendizaje alcanzado.
9. **Instrumento de evaluación:** Se detallan los métodos y herramientas específicos que se utilizarán para evaluar el producto de aprendizaje. Estos instrumentos están diseñados para proporcionar una evaluación objetiva y justa del desempeño de los participantes.
10. **Orientaciones técnicas y sugerencias:** Este componente ofrece consejos prácticos y recomendaciones para ayudar a los facilitadores a manejar la clase de manera efectiva. Las orientaciones incluyen sugerencias sobre la dinámica de grupo, la gestión del tiempo y la resolución de problemas comunes.
11. **Bibliografía recomendada:** Se proporciona una lista de recursos y lecturas adicionales que los facilitadores pueden consultar para profundizar en los temas tratados en la sesión. Esta bibliografía está seleccionada para complementar y enriquecer el contenido del curso.

Sesión 1: Introducción a la TAD	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Comprender los fundamentos de la Teoría de la Actividad Didáctica (TAD) y su relevancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
Contenido específico	- Conceptos clave de la TAD - Principios y enfoques de la TAD - Importancia de la TAD en el diseño de actividades didácticas
Estrategia didáctica	Presentación, discusión y actividad práctica colaborativa

Instrucciones	1. Presentar los conceptos clave de la TAD mediante una exposición clara y concisa. 2. Fomentar la participación de los estudiantes a través de preguntas y ejemplos prácticos. 3. Moderar una discusión grupal sobre la relevancia de la TAD en el ámbito educativo. 4. Realizar una actividad práctica en equipos pequeños para aplicar los conceptos aprendidos.
Estrategias de enseñanza	- Interrogatorio: Plantear preguntas para evaluar la comprensión de los conceptos. - Observación: Monitorear la participación y el nivel de interés de los estudiantes.
Actividades de enseñanza	Apertura: Presentación general de la TAD y sus fundamentos. Desarrollo: Discusión en grupo sobre las implicaciones de la TAD en la enseñanza. Cierre: Resumen de los puntos clave discutidos y resolución de dudas.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Comprensión del problema: Identificar los desafíos y oportunidades que presenta la aplicación de la TAD en el diseño de actividades didácticas. Reflexión inicial sobre el conocimiento previo de la TAD. Desarrollo: Ejecución del plan de aprendizaje: Participar activamente en la discusión y realizar anotaciones relevantes. Actividad práctica: En equipos diseñar una breve actividad didáctica utilizando los principios de la TAD. Lectura y discusión de un artículo introductorio sobre la TAD. Cierre: Valoración de los resultados: Reflexionar sobre la importancia de la TAD y su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Resumen individual de los conceptos aprendidos y preguntas para el debate.
Estrategia de evaluación	Forma: Diagnóstica y formativa Técnica: Cuestionario y observación Instrumento: Cuestionario de preguntas abiertas y rúbrica de evaluación de la actividad práctica Producto de conocimiento: Respuestas al cuestionario y producto de la actividad práctica
Aprendizaje esperado	Comprender los fundamentos de la TAD y su relevancia en el diseño de actividades didácticas.
Producto de aprendizaje	Tipo: Conocimiento Producto: Resumen y preguntas reflexivas. Respuestas al cuestionario de preguntas abiertas y actividad didáctica diseñada en equipo.
Instrumento de evaluación	Cuestionario diagnóstico y rúbrica de evaluación de la actividad práctica
Ejemplos de preguntas del cuestionario	1. ¿Qué es la Teoría de la Actividad Didáctica (TAD) y cuál es su principal objetivo? 2. Menciona al menos tres principios fundamentales de la TAD. 3. ¿Por qué es importante considerar la TAD en el diseño de actividades didácticas? 4. Describe una situación práctica en la que la aplicación de la TAD podría mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. 5. ¿Qué desafíos o limitaciones podrías enfrentar al implementar la TAD en tu práctica docente?
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Preparar material visual (presentaciones, videos, etc.) para facilitar la comprensión de los conceptos. - Promover un ambiente de discusión respetuoso y abierto al intercambio de ideas. - Estar preparado para responder preguntas y aclarar dudas de los estudiantes. - Utilizar herramientas tecnológicas como Google Classroom para facilitar la colaboración en las actividades prácticas.

Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Chevallard, Y. (1991). <i>La Transposición Didáctica. Del saber sabio al saber enseñado</i> . La Pensée Sauvage. Chevallard, Y. (2007). <i>La didáctica de las matemáticas en la educación secundaria</i> . La Pensée Sauvage. Chevallard, Y. (2012). <i>A la Didáctica de las Matemáticas: Un enfoque antropológico</i> . La Pensée Sauvage.
Bibliografía Recomendada	Chevallard, Y. (2012). <i>A la Didáctica de las Matemáticas: Un enfoque antropológico</i> . La Pensée Sauvage. Radford, L. (2008). <i>Semiotics in Mathematics Education</i> . Routledge. Sierpinska, A. (2004). <i>Understanding in Mathematics</i> . Routledge.

Sesión 2: Aplicación de la TAD	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Aplicar los principios de la Teoría de la Actividad Didáctica (TAD) en el análisis y diseño de actividades didácticas efectivas.
Contenido específico	- Aplicación de la TAD en diferentes contextos educativos - Análisis de casos prácticos utilizando la TAD - Diseño de actividades didácticas basadas en la TAD
Estrategia didáctica	Análisis de casos, discusión y diseño colaborativo
Instrucciones	1. Presentar casos prácticos donde se aplique la TAD. 2. Facilitar el análisis y discusión en grupos pequeños sobre cada caso. 3. Guiar el diseño de actividades didácticas basadas en la TAD en equipos pequeños.
Estrategias de enseñanza	- Estudio de casos: Analizar ejemplos concretos para aplicar los conceptos teóricos. - Trabajo colaborativo: Promover la cooperación y el intercambio de ideas entre los participantes.
Actividades de enseñanza	Apertura: Introducción a la aplicación práctica de la TAD. Desarrollo: Análisis y discusión en grupos de casos prácticos que ejemplifiquen la TAD. Cierre: Presentación de actividades didácticas diseñadas por los equipos y retroalimentación.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre la aplicación práctica de la TAD en el aula. Desarrollo: Trabajo en equipo para analizar casos prácticos y diseñar actividades didácticas basadas en la TAD. Cierre: Presentación y discusión de las actividades diseñadas, reflexionando sobre los desafíos y aprendizajes.
Estrategia de evaluación	Forma: Formativa Técnica: Observación y discusión Instrumento: Rúbrica de evaluación para las actividades didácticas diseñadas Producto de conocimiento: Plan de actividad didáctica basado en la TAD

Aprendizaje esperado	Aplicar los principios de la TAD en el diseño de actividades didácticas efectivas.
Producto de aprendizaje	Tipo: Conocimiento Producto: Plan de actividad didáctica diseñado en equipo basado en la TAD.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las actividades didácticas diseñadas
Ejemplos de rúbrica	- Claridad en la presentación de la actividad. - Relevancia de la actividad en el contexto educativo. - Aplicación adecuada de los principios de la TAD. - Creatividad y originalidad en el diseño de la actividad.
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Preparar ejemplos de casos prácticos que sean relevantes y diversos. - Facilitar la discusión en grupos pequeños asegurando la participación de todos los miembros. - Ofrecer orientación y retroalimentación continua durante el proceso de diseño de actividades.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Bosch, M., y Gascón, J. (2006). <i>25 años de didáctica de las matemáticas en España. Un análisis a través de la TAD.</i> Gascón, J., y Nicolás, P. (2004). <i>La TAD como herramienta para la investigación en didáctica de las matemáticas</i> Bosch, M., Gascón, J., y Ruiz-Higueras, L. (2011). <i>La TAD: fundamentos y aplicaciones en la didáctica de las matemáticas.</i>
Bibliografía Recomendada	Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (2020). <i>Introducción al estudio de la teoría antropológica de lo didáctico.</i> Winsløw, C., y Bosch, M. (2014). <i>Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education.</i> Bikner-Ahsbabs, A., y Prediger, S. (2010). <i>Networking of Theories as a Research Practice in Mathematics Education.</i>

Sesión 3: Introducción al MTSK	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Comprender los componentes del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y su importancia en la práctica docente.
Contenido específico	- Componentes del MTSK - Importancia del MTSK en la enseñanza de matemáticas - Relación entre MTSK y otras teorías didácticas
Estrategia didáctica	Presentación, discusión y análisis de componentes del MTSK
Instrucciones	1. Explicar los componentes del MTSK y su relevancia en la enseñanza de matemáticas. 2. Facilitar la discusión en grupo sobre la importancia del MTSK en la práctica docente. 3. Analizar ejemplos prácticos que demuestren la aplicación del MTSK.

Estrategias de enseñanza	- Exposición: Presentar los componentes del MTSK de manera clara y estructurada. - Discusión en grupo: Promover el intercambio de ideas y experiencias entre los participantes.
Actividades de enseñanza	Apertura: Presentación general de los componentes del MTSK. Desarrollo: Discusión en grupo sobre la importancia y aplicación del MTSK en la enseñanza de matemáticas. Cierre: Resumen de los puntos clave discutidos y resolución de dudas.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre el conocimiento previo del MTSK. Desarrollo: Análisis y discusión de ejemplos prácticos que demuestren la aplicación del MTSK. Cierre: Reflexión final sobre la importancia del MTSK y su aplicación en la práctica docente.
Estrategia de evaluación	Forma: Diagnóstica y formativa Técnica: Cuestionario y observación Instrumento: Cuestionario de preguntas abiertas Producto de conocimiento: Respuestas al cuestionario y discusión en grupo
Aprendizaje esperado	Comprender los componentes del MTSK y su importancia en la práctica docente.
Producto de aprendizaje	Tipo: Conocimiento Producto: Resumen de los componentes del MTSK y su importancia en la enseñanza de matemáticas.
Instrumento de evaluación	Cuestionario de preguntas abiertas
Ejemplos de preguntas del cuestionario	1. ¿Qué es el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)? 2. Menciona y describe brevemente los componentes del MTSK. 3. ¿Por qué es importante el MTSK en la enseñanza de matemáticas? 4. Describe un ejemplo práctico de cómo el MTSK puede mejorar la enseñanza de un tema específico en matemáticas. 5. ¿Qué desafíos podrías enfrentar al implementar el MTSK en tu práctica docente?
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Utilizar presentaciones visuales (diapositivas, videos, etc.) para ilustrar los componentes del MTSK. - Fomentar un ambiente de discusión respetuoso y abierto al intercambio de ideas. - Estar preparado para responder preguntas y aclarar dudas de los participantes.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., y Muñoz-Catalán, M.C. (2013). <i>Determining Specialised Knowledge</i> . Hill, H.C., Rowan, B., y Ball, D.L. (2005). <i>Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement</i> . Shulman, L.S. (1986). <i>Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher</i> .
Bibliografía Recomendada	Carrillo, J., Climent, N., y Contreras, L.C. (2017). <i>Mathematics Teacher's Specialised Knowledge</i> . Springer. Shulman, L.S. (1987). <i>Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review</i> .

	Adler, J., Ball, D.L., Krainer, K., Lin, F.L., y Novotna, J. (2005). <i>Reflections on an Emerging Field: Researching Mathematics Teacher Education. Educational Studies in Mathematics.</i>
--	--

Sesión 4: Aplicación del MTSK	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Aplicar los componentes del MTSK en el análisis y diseño de estrategias didácticas efectivas.
Contenido específico	- Aplicación del MTSK en diferentes contextos educativos - Análisis de estrategias didácticas utilizando el MTSK - Diseño de estrategias didácticas basadas en el MTSK
Estrategia didáctica	Análisis de estrategias, discusión y diseño colaborativo
Instrucciones	1. Presentar estrategias didácticas donde se aplique el MTSK. 2. Facilitar el análisis y discusión en grupos pequeños sobre cada estrategia. 3. Guiar el diseño de estrategias didácticas basadas en el MTSK en equipos pequeños.
Estrategias de enseñanza	- Estudio de estrategias: Analizar ejemplos concretos para aplicar los conceptos teóricos. - Trabajo colaborativo: Promover la cooperación y el intercambio de ideas entre los participantes.
Actividades de enseñanza	Apertura: Introducción a la aplicación práctica del MTSK. Desarrollo: Análisis y discusión en grupos de estrategias didácticas que ejemplifiquen el MTSK. Cierre: Presentación de estrategias didácticas diseñadas por los equipos y retroalimentación.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre la aplicación práctica del MTSK en el aula. Desarrollo: Trabajo en equipo para analizar estrategias didácticas y diseñar nuevas estrategias basadas en el MTSK. Cierre: Presentación y discusión de las estrategias diseñadas, reflexionando sobre los desafíos y aprendizajes.
Estrategia de evaluación	Forma: Formativa Técnica: Observación y discusión Instrumento: Rúbrica de evaluación para las estrategias didácticas diseñadas Producto de desempeño: Plan de estrategia didáctica basado en el MTSK
Aprendizaje esperado	Aplicar los componentes del MTSK en el diseño de estrategias didácticas efectivas.
Producto de aprendizaje	Tipo: Desempeño Producto: Plan de estrategia didáctica diseñado en equipo basado en el MTSK.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las estrategias didácticas diseñadas

Ejemplos de rúbrica	- Claridad en la presentación de la estrategia. - Relevancia de la estrategia en el contexto educativo. - Aplicación adecuada de los componentes del MTSK. - Creatividad y originalidad en el diseño de la estrategia.
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Preparar ejemplos de estrategias didácticas que sean relevantes y diversas. - Facilitar la discusión en grupos pequeños asegurando la participación de todos los miembros. - Ofrecer orientación y retroalimentación continua durante el proceso de diseño de estrategias.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Climent, N., y Carrillo, J. (2018). <i>La construcción del conocimiento didáctico del contenido</i> . Ball, D.L., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). <i>Content Knowledge for Teaching. Journal of Teacher Education</i> . Hill, H.C., Ball, D.L., y Schilling, S.G. (2008). <i>Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. Journal for Research in Mathematics Education</i> .
Bibliografía Recomendada	Ball, D.L., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). <i>Content Knowledge for Teaching. Journal of Teacher Education</i> . Shulman, L.S. (1986). <i>Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. Educational Researcher</i> . Hill, H.C., Rowan, B., y Ball, D.L. (2005). <i>Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement</i> .

Sesión 5: Introducción a la TSD	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Comprender los conceptos clave de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y su relevancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
Contenido específico	- Conceptos clave de la TSD - Principios y enfoques de la TSD - Importancia de la TSD en el diseño de actividades de aprendizaje
Estrategia didáctica	Presentación, discusión y análisis de conceptos
Instrucciones	1. Explicar los conceptos clave de la TSD y su relevancia en la enseñanza. 2. Facilitar la discusión en grupo sobre la importancia de la TSD en la práctica docente. 3. Analizar ejemplos prácticos que demuestren la aplicación de la TSD.
Estrategias de enseñanza	- Exposición: Presentar los conceptos clave de la TSD de manera clara y estructurada. - Discusión en grupo: Promover el intercambio de ideas y experiencias entre los participantes.
Actividades de enseñanza	Apertura: Presentación general de los conceptos clave de la TSD. Desarrollo: Discusión en grupo sobre la importancia y aplicación de la TSD en la enseñanza. Cierre: Resumen de los puntos clave discutidos y resolución de dudas.

Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre el conocimiento previo de la TSD. Desarrollo: Análisis y discusión de ejemplos prácticos que demuestren la aplicación de la TSD. Cierre: Reflexión final sobre la importancia de la TSD y su aplicación en la práctica docente.
Estrategia de evaluación	Forma: Diagnóstica y formativa Técnica: Cuestionario y observación Instrumento: Cuestionario de preguntas abiertas Producto de conocimiento: Respuestas al cuestionario y discusión en grupo
Aprendizaje esperado	Comprender los conceptos clave de la TSD y su relevancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
Producto de aprendizaje	Tipo: Conocimiento Producto: Resumen de los conceptos clave de la TSD y su importancia en la enseñanza.
Instrumento de evaluación	Cuestionario de preguntas abiertas
Ejemplos de preguntas del cuestionario	1. ¿Qué es la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y cuál es su principal objetivo? 2. Menciona al menos tres principios fundamentales de la TSD. 3. ¿Por qué es importante considerar la TSD en el diseño de actividades de aprendizaje? 4. Describe una situación práctica en la que la aplicación de la TSD podría mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. 5. ¿Qué desafíos podrías enfrentar al implementar la TSD en tu práctica docente?
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Utilizar presentaciones visuales (diapositivas, videos, etc.) para ilustrar los conceptos clave de la TSD. - Fomentar un ambiente de discusión respetuoso y abierto al intercambio de ideas. - Estar preparado para responder preguntas y aclarar dudas de los participantes.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Brousseau, G. (1997). <i>Theory of Didactical Situations in Mathematics</i> . Artigue, M. (1998). <i>La enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva de las situaciones didácticas</i> . Brousseau, G. (2002). <i>Didactique des mathématiques</i> . La Pensée Sauvage.
Bibliografía Recomendada	Artigue, M. (2009). <i>Didactical design in mathematics education. Educational Studies in Mathematics</i> . Margolinas, C. (2005). <i>La transposición didáctica y la teoría de las situaciones didácticas</i> . Watson, A., y Mason, J. (2006). <i>Mathematics as a Constructive Activity: Learners Generating Examples</i> .

Sesión 6: Aplicación de la TSD	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Aplicar los principios de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) en el diseño de actividades de aprendizaje efectivas.

Contenido específico	- Aplicación de la TSD en diferentes contextos educativos - Diseño de actividades de aprendizaje utilizando la TSD - Análisis de actividades didácticas basadas en la TSD
Estrategia didáctica	Diseño de actividades, discusión y análisis colaborativo
Instrucciones	1. Presentar actividades de aprendizaje donde se aplique la TSD. 2. Facilitar el análisis y discusión en grupos pequeños sobre cada actividad. 3. Guiar el diseño de actividades de aprendizaje basadas en la TSD en equipos pequeños.
Estrategias de enseñanza	- Estudio de actividades: Analizar ejemplos concretos para aplicar los conceptos teóricos. - Trabajo colaborativo: Promover la cooperación y el intercambio de ideas entre los participantes.
Actividades de enseñanza	Apertura: Introducción a la aplicación práctica de la TSD. Desarrollo: Análisis y discusión en grupos de actividades de aprendizaje que ejemplifiquen la TSD. Cierre: Presentación de actividades diseñadas por los equipos y retroalimentación.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre la aplicación práctica de la TSD en el aula. Desarrollo: Trabajo en equipo para analizar actividades de aprendizaje y diseñar nuevas actividades basadas en la TSD. Cierre: Presentación y discusión de las actividades diseñadas, reflexionando sobre los desafíos y aprendizajes.
Estrategia de evaluación	Forma: Formativa Técnica: Observación y discusión Instrumento: Rúbrica de evaluación para las actividades de aprendizaje diseñadas Producto de desempeño: Plan de actividad de aprendizaje basado en la TSD
Aprendizaje esperado	Aplicar los principios de la TSD en el diseño de actividades de aprendizaje efectivas.
Producto de aprendizaje	Tipo: Desempeño Producto: Plan de actividad de aprendizaje diseñado en equipo basado en la TSD.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las actividades de aprendizaje diseñadas
Ejemplos de rúbrica	- Claridad en la presentación de la actividad. - Relevancia de la actividad en el contexto educativo. - Aplicación adecuada de los principios de la TSD. - Creatividad y originalidad en el diseño de la actividad.
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Preparar ejemplos de actividades de aprendizaje que sean relevantes y diversas. - Facilitar la discusión en grupos pequeños asegurando la participación de todos los miembros. - Ofrecer orientación y retroalimentación continua durante el proceso de diseño de actividades.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Margolinas, C. (2004). <i>Points de vue de professeurs et ingénieurs didacticiens</i> . Chevallard, Y. (2002). <i>Organiser l'enseignement des mathématiques</i> .

	Margolinas, C., y Drijvers, P. (2015). <i>The Role of Context in Didactical Design: A Comparative Perspective</i> .
Bibliografía Recomendada	Brousseau, G. (2002). <i>Didactique des mathématiques</i> . La Pensée Sauvage. Artigue, M., y Blomhoj, M. (2013). <i>Conceptualizing Inquiry-Based Education in Mathematics</i> . Cobb, P., y Bowers, J. (1999). <i>Cognitive and Situated Learning Perspectives in Theory and Practice</i> .

Sesión 7: Integración de TAD, MTSK y TSD	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Integrar los principios de la TAD, MTSK y TSD en el diseño de estrategias didácticas efectivas.
Contenido específico	- Integración de la TAD, MTSK y TSD en el diseño de estrategias didácticas - Análisis de estrategias integradas - Diseño de estrategias didácticas integradas
Estrategia didáctica	Análisis de estrategias integradas, discusión y diseño colaborativo
Instrucciones	1. Presentar estrategias didácticas integradas donde se apliquen la TAD, MTSK y TSD. 2. Facilitar el análisis y discusión en grupos pequeños sobre cada estrategia. 3. Guiar el diseño de estrategias didácticas integradas en equipos pequeños.
Estrategias de enseñanza	- Estudio de estrategias integradas: Analizar ejemplos concretos para aplicar los conceptos teóricos. - Trabajo colaborativo: Promover la cooperación y el intercambio de ideas entre los participantes.
Actividades de enseñanza	Apertura: Introducción a la integración de la TAD, MTSK y TSD. Desarrollo: Análisis y discusión en grupos de estrategias didácticas integradas. Cierre: Presentación de estrategias diseñadas por los equipos y retroalimentación.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre la integración de la TAD, MTSK y TSD en el aula. Desarrollo: Trabajo en equipo para analizar estrategias didácticas integradas y diseñar nuevas estrategias. Cierre: Presentación y discusión de las estrategias diseñadas, reflexionando sobre los desafíos y aprendizajes.
Estrategia de evaluación	Forma: Formativa Técnica: Observación y discusión Instrumento: Rúbrica de evaluación para las estrategias didácticas integradas diseñadas Producto de desempeño: Plan de estrategia didáctica integrada
Aprendizaje esperado	Integrar los principios de la TAD, MTSK y TSD en el diseño de estrategias didácticas efectivas.

Producto de aprendizaje	Tipo: Desempeño Producto: Plan de estrategia didáctica integrada diseñado en equipo.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las estrategias didácticas integradas diseñadas
Ejemplos de rúbrica	- Claridad en la presentación de la estrategia. - Relevancia de la estrategia en el contexto educativo. - Integración adecuada de los principios de la TAD, MTSK y TSD. - Creatividad y originalidad en el diseño de la estrategia.
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Preparar ejemplos de estrategias didácticas integradas que sean relevantes y diversas. - Facilitar la discusión en grupos pequeños asegurando la participación de todos los miembros. - Ofrecer orientación y retroalimentación continua durante el proceso de diseño de estrategias.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Artigue, M., y Winsløw, C. (2010). <i>International Comparative Studies in Mathematics Education</i> . Chevallard, Y. (2015). <i>The Anthropological Theory of the Didactic</i> . Bosch, M., y Chevallard, Y. (1999). <i>La teoría antropológica de lo didáctico</i> .
Bibliografía Recomendada	Chevallard, Y. (2015). <i>The Anthropological Theory of the Didactic</i> . Artigue, M. (2009). <i>Didactical design in mathematics education. Educational Studies in Mathematics</i> . Chevallard, Y., Bosch, M., y Gascón, J. (2020). <i>Introducción al estudio de la teoría antropológica de lo didáctico</i> .

Sesión 8: Evaluación y retroalimentación de estrategias integradas	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Evaluar y proporcionar retroalimentación sobre estrategias didácticas integradas basadas en la TAD, MTSK y TSD.
Contenido específico	- Evaluación de estrategias didácticas integradas - Provisión de retroalimentación constructiva - Mejora de estrategias didácticas a partir de la retroalimentación
Estrategia didáctica	Evaluación, retroalimentación y mejora de estrategias didácticas
Instrucciones	1. Presentar estrategias didácticas integradas diseñadas por los equipos. 2. Facilitar la evaluación y provisión de retroalimentación en grupos pequeños. 3. Guiar la mejora de estrategias a partir de la retroalimentación recibida.
Estrategias de enseñanza	- Presentación de estrategias: Promover la presentación clara y estructurada de las estrategias diseñadas. - Evaluación colaborativa: Fomentar la cooperación y el intercambio de retroalimentación constructiva.

Actividades de enseñanza	Apertura: Presentación de las estrategias didácticas integradas diseñadas por los equipos. Desarrollo: Evaluación y provisión de retroalimentación en grupos pequeños. Cierre: Mejora de las estrategias a partir de la retroalimentación recibida.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre la importancia de la evaluación y retroalimentación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Desarrollo: Trabajo en equipo para evaluar estrategias didácticas integradas y proporcionar retroalimentación constructiva. Cierre: Mejora de las estrategias didácticas a partir de la retroalimentación recibida y reflexión final sobre el proceso de evaluación.
Estrategia de evaluación	Forma: Sumativa y formativa Técnica: Evaluación y retroalimentación colaborativa Instrumento: Rúbrica de evaluación para las estrategias didácticas integradas diseñadas Producto de desempeño: Estrategia didáctica mejorada
Aprendizaje esperado	Evaluar y proporcionar retroalimentación sobre estrategias didácticas integradas basadas en la TAD, MTSK y TSD.
Producto de aprendizaje	Tipo: Desempeño Producto: Estrategia didáctica mejorada a partir de la retroalimentación recibida.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las estrategias didácticas integradas diseñadas
Ejemplos de rúbrica	- Claridad en la presentación de la estrategia. - Relevancia de la estrategia en el contexto educativo. - Integración adecuada de los principios de la TAD, MTSK y TSD. - Calidad de la retroalimentación proporcionada.
Orientaciones técnicas y sugerencias	- Facilitar un ambiente de evaluación respetuoso y constructivo. - Asegurar que todos los participantes tengan la oportunidad de proporcionar y recibir retroalimentación. - Ofrecer orientación y apoyo continuo durante el proceso de mejora de estrategias.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Fernández, C., y Yoshida, M. (2004). <i>Lesson study: A Japanese approach to improving mathematics teaching</i> . Lewis, C., y Perry, R. (2009). <i>Improving Mathematics Instruction through Lesson Study: A Theoretical Model and North American Adaptations</i> . Stigler, J.W., y Hiebert, J. (1999). <i>The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom</i> .
Bibliografía Recomendada	Lewis, C. (2002). <i>Lesson Study: A Handbook of Teacher-Led Instructional Change</i> . Fernández, C., Cannon, J., y Chokshi, S. (2003). <i>A US–Japan Lesson Study Collaboration Reveals Critical Lenses for Examining Practice. Teaching and Teacher Education</i> . Stigler, J.W., y Hiebert, J. (1999). <i>The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education in the Classroom</i> .

Sesión 9: Reflexión final y plan de acción	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Reflexionar sobre los aprendizajes adquiridos y desarrollar un plan de acción para la implementación de estrategias didácticas integradas en la práctica docente.
Contenido específico	- Reflexión sobre los aprendizajes adquiridos - Desarrollo de un plan de acción para la implementación de estrategias didácticas integradas - Compromisos y objetivos personales
Estrategia didáctica	Reflexión, planificación y establecimiento de compromisos
Instrucciones	1. Facilitar la reflexión individual y grupal sobre los aprendizajes adquiridos durante el curso. 2. Guiar el desarrollo de un plan de acción personal para la implementación de estrategias didácticas integradas. 3. Fomentar el establecimiento de compromisos y objetivos personales para la práctica docente.
Estrategias de enseñanza	- Reflexión guiada: Promover la reflexión individual y grupal sobre los aprendizajes y experiencias del curso. - Planificación: Facilitar el desarrollo de un plan de acción concreto y viable. - Compromisos: Fomentar el establecimiento de compromisos y objetivos personales claros y alcanzables.
Actividades de enseñanza	Apertura: Reflexión individual sobre los aprendizajes y experiencias del curso. Desarrollo: Discusión grupal sobre los aprendizajes adquiridos y desarrollo de un plan de acción personal. Cierre: Presentación de planes de acción y establecimiento de compromisos y objetivos personales.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre los aprendizajes y experiencias del curso. Desarrollo: Trabajo individual y en equipo para desarrollar un plan de acción personal para la implementación de estrategias didácticas integradas. Cierre: Presentación y discusión de los planes de acción, reflexionando sobre los compromisos y objetivos personales.
Estrategia de evaluación	Forma: Formativa Técnica: Reflexión y planificación Instrumento: Plan de acción personal Producto de desempeño: Plan de acción personal para la implementación de estrategias didácticas integradas
Aprendizaje esperado	Reflexionar sobre los aprendizajes adquiridos y desarrollar un plan de acción para la implementación de estrategias didácticas integradas en la práctica docente.
Producto de aprendizaje	Tipo: Desempeño Producto: Plan de acción personal para la implementación de estrategias didácticas integradas.
Instrumento de evaluación	Plan de acción personal
Ejemplos de plan de acción	- Objetivos claros y alcanzables para la implementación de estrategias didácticas integradas. - Acciones específicas y plazos para alcanzar los objetivos. - Recursos y apoyos necesarios para la implementación. - Indicadores de éxito y criterios de evaluación.

Orientaciones técnicas y sugerencias	- Facilitar un ambiente de reflexión y planificación respetuoso y constructivo. - Asegurar que todos los participantes tengan la oportunidad de desarrollar y presentar su plan de acción. - Ofrecer orientación y apoyo continuo durante el desarrollo de los planes de acción.
Clave bibliográfica	
Bibliografía consultada	Elliott, J. (1991). <i>Action Research for Educational Change</i> . McNiff, J., y Whitehead, J. (2006). <i>All You Need to Know About Action Research</i> . Elliott, J., y Adelman, C. (1973). <i>Reflecting Where the Action Is: The Design of the Ford Teaching Project</i> .
Bibliografía Recomendada	McNiff, J., y Whitehead, J. (2002). <i>Action Research: Principles and Practice</i> . Routledge. Kemmis, S., y McTaggart, R. (2000). <i>Participatory Action Research. Handbook of Qualitative Research</i> . Carr, W., y Kemmis, S. (1986). <i>Becoming Critical: Education, Knowledge and Action Research</i> . Routledge.

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" está diseñado para mejorar la formación continua de los docentes de matemáticas. Su enfoque se centra en la aplicación de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) y el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK). El objetivo principal es desarrollar competencias clave en los docentes para que puedan orientar a sus estudiantes en la resolución de problemas comunitarios a través de proyectos matemáticos, promoviendo así un impacto social positivo. El curso se estructura en nueve sesiones de cinco horas cada una, sumando un total de 45 horas. Cada sesión está diseñada para equilibrar teoría y práctica, facilitando el aprendizaje activo y significativo. Las actividades incluyen trabajo colaborativo, resolución de problemas contextualizados y la aplicación práctica de conceptos matemáticos en situaciones reales, siguiendo un enfoque constructivista que enfatiza la contextualización del conocimiento.

Guía del participante:

La Guía del Participante está diseñada para proporcionar una estructura clara y comprensible para cada sesión del curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad". Cada componente de las secuencias de aprendizaje se detalla a continuación para ayudar a los participantes a entender su propósito y cómo interactuar con los materiales y actividades del curso.

1. **Competencia de aprendizaje:** Este componente define las habilidades y conocimientos que los participantes deben adquirir al finalizar la sesión. En cada sesión, se establece una competencia específica alineada con los objetivos del curso, asegurando que los participantes comprendan qué se espera de ellos.
2. **Contenido específico:** Aquí se describe el tema central y los subtemas que se abordarán durante la sesión. Este contenido proporciona el marco teórico necesario para el desarrollo de las actividades didácticas.
3. **Estrategia didáctica:** Este componente explica el enfoque pedagógico que se utilizará en la sesión, como presentaciones, discusiones grupales, talleres prácticos, etc. La estrategia didáctica está diseñada para facilitar el aprendizaje activo y la participación de los participantes.
4. **Instrucciones:** Las instrucciones detallan los pasos específicos que los participantes deben seguir para completar las actividades de aprendizaje. Se presentan de manera clara y secuencial para asegurar que todos los participantes comprendan qué deben hacer en cada etapa de la sesión.

5. **Actividades de aprendizaje:** Aquí se describen las actividades que los participantes realizarán para aplicar y consolidar los conceptos aprendidos. Las actividades están diseñadas para fomentar la reflexión, la discusión y la colaboración entre los participantes.
6. **Estrategia de evaluación:** Este componente detalla cómo se evaluará el aprendizaje de los participantes. Las evaluaciones pueden incluir cuestionarios, rúbricas de evaluación y otros instrumentos que permiten medir el grado de comprensión y aplicación de los conocimientos adquiridos.
7. **Aprendizaje esperado:** Se especifica lo que los participantes deben ser capaces de hacer al finalizar la sesión. Este componente está estrechamente relacionado con la competencia de aprendizaje y sirve como indicador del éxito de la sesión.
8. **Producto de aprendizaje:** Aquí se describe el resultado tangible que los participantes deben entregar, como un resumen, un plan de actividad didáctica, etc. Este producto permite evidenciar el aprendizaje alcanzado.
9. **Instrumento de evaluación:** Se detallan los métodos y herramientas que se utilizarán para evaluar el producto de aprendizaje. Estos instrumentos están diseñados para proporcionar una evaluación objetiva y justa del desempeño de los participantes.
10. **Orientaciones técnicas y sugerencias:** Este componente ofrece consejos prácticos y recomendaciones para ayudar a los participantes a completar las actividades de manera efectiva. Las orientaciones están diseñadas para apoyar el aprendizaje y proporcionar soluciones a posibles dificultades.
11. **Bibliografía recomendada:** Se incluye una lista de recursos y lecturas adicionales que los participantes pueden consultar para profundizar en los temas tratados en la sesión. Esta bibliografía está seleccionada para complementar y enriquecer el contenido del curso.

Sesión 1: Introducción a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Comprender los fundamentos de la Teoría de la Actividad Didáctica (TAD) y su relevancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje.
Contenido específico	- Conceptos clave de la TAD - Principios y enfoques de la TAD - Importancia de la TAD en el diseño de actividades didácticas
Estrategia didáctica	Presentación, discusión y actividad práctica colaborativa
Instrucciones	1. Lee los conceptos clave de la TAD. 2. Participa activamente en la discusión grupal. 3. Realiza una actividad práctica en equipos pequeños aplicando los conceptos aprendidos.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexiona sobre tus conocimientos previos de la TAD. Desarrollo: Participa en la discusión y diseña una actividad didáctica en equipo. Cierre: Resumen de los conceptos y reflexión final.
Estrategia de evaluación	Completa el cuestionario de preguntas abiertas y entrega la actividad didáctica diseñada.
Aprendizaje esperado	Comprender los fundamentos de la TAD y su relevancia en el diseño de actividades didácticas.
Producto de aprendizaje	Resumen y respuestas al cuestionario, y la actividad didáctica diseñada.

Instrumento de evaluación	Cuestionario diagnóstico y rúbrica de evaluación de la actividad práctica.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Utiliza recursos visuales para facilitar la comprensión. Participa en un ambiente de discusión respetuoso.
Bibliografía recomendada	Chevallard, Y. (1991). La Transposición Didáctica. La Pensée Sauvage. Chevallard, Y. (2012). A la Didáctica de las Matemáticas: Un enfoque antropológico. La Pensée Sauvage.

Sesión 2: Aplicación de la TAD	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Aplicar los principios de la Teoría de la Actividad Didáctica (TAD) en el análisis y diseño de actividades didácticas efectivas.
Contenido específico	- Aplicación de la TAD en diferentes contextos educativos - Análisis de casos prácticos utilizando la TAD - Diseño de actividades didácticas basadas en la TAD
Estrategia didáctica	Análisis de casos, discusión y diseño colaborativo
Instrucciones	1. Estudia los casos prácticos proporcionados. 2. Discute en grupo sobre cada caso. 3. Diseña una actividad didáctica basada en la TAD en equipos pequeños.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión sobre la aplicación práctica de la TAD. Desarrollo: Análisis de casos y diseño de actividades en equipo. Cierre: Presentación y discusión de las actividades diseñadas.
Estrategia de evaluación	Observa y evalúa las actividades diseñadas usando la rúbrica proporcionada.
Aprendizaje esperado	Aplicar los principios de la TAD en el diseño de actividades didácticas efectivas.
Producto de aprendizaje	Plan de actividad didáctica diseñado en equipo.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las actividades didácticas diseñadas.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Facilita la discusión en grupos y ofrece retroalimentación continua.
Bibliografía recomendada	Bosch, M. y Gascón, J. (2006). 25 años de didáctica de las matemáticas en España. Gascón, J. y Nicolás, P. (2004). La TAD como herramienta para la investigación en didáctica de las matemáticas.

Sesión 3: Introducción al Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Comprender los componentes del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) y su importancia en la práctica docente.
Contenido específico	- Componentes del MTSK - Importancia del MTSK en la enseñanza de matemáticas - Relación entre MTSK y otras teorías didácticas
Estrategia didáctica	Presentación, discusión y análisis de componentes del MTSK
Instrucciones	1. Lee y comprende los componentes del MTSK. 2. Participa en la discusión grupal sobre su importancia. 3. Analiza ejemplos prácticos que demuestren la aplicación del MTSK.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión sobre el conocimiento previo del MTSK. Desarrollo: Discusión y análisis de ejemplos prácticos. Cierre: Reflexión final y resumen de la sesión.
Estrategia de evaluación	Completa el cuestionario de preguntas abiertas.
Aprendizaje esperado	Comprender los componentes del MTSK y su importancia en la práctica docente.
Producto de aprendizaje	Resumen de los componentes del MTSK y su importancia.
Instrumento de evaluación	Cuestionario de preguntas abiertas.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Utiliza recursos visuales y fomenta un ambiente de discusión respetuoso.
Bibliografía recomendada	Carrillo, J., Climent, N., y Contreras, L.C. (2017). Mathematics Teacher's Specialised Knowledge. Springer.

Sesión 4: Aplicación del MTSK	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Aplicar los componentes del MTSK en la planificación y desarrollo de actividades didácticas.
Contenido específico	- Aplicación práctica del MTSK - Diseño de actividades didácticas utilizando el MTSK - Evaluación de la implementación del MTSK en el aula
Estrategia didáctica	Taller práctico, discusión y diseño colaborativo

Instrucciones	1. Analiza ejemplos prácticos de MTSK. 2. Participa en la discusión sobre su aplicación. 3. Diseña una actividad didáctica aplicando los principios del MTSK en equipo.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre el uso del MTSK. Desarrollo: Análisis y diseño de actividades en equipo. Cierre: Presentación y evaluación de las actividades diseñadas.
Estrategia de evaluación	Observa y evalúa las actividades diseñadas usando la rúbrica proporcionada.
Aprendizaje esperado	Aplicar los componentes del MTSK en la planificación y desarrollo de actividades didácticas.
Producto de aprendizaje	Plan de actividad didáctica diseñado en equipo.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las actividades didácticas diseñadas.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Facilita la discusión en grupos y ofrece retroalimentación continua.
Bibliografía recomendada	Shulman, L.S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review.

Sesión 5: Teoría de Situaciones Didácticas (TSD)	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Comprender los fundamentos de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) y su aplicación en el aula.
Contenido específico	- Conceptos clave de la TSD - Enfoques y principios de la TSD - Importancia de la TSD en la enseñanza de matemáticas
Estrategia didáctica	Presentación, discusión y actividad práctica colaborativa
Instrucciones	1. Lee y comprende los conceptos clave de la TSD. 2. Participa en la discusión grupal sobre su relevancia. 3. Realiza una actividad práctica en equipos aplicando los conceptos aprendidos.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión sobre tus conocimientos previos de la TSD. Desarrollo: Participa en la discusión y diseña una actividad didáctica en equipo. Cierre: Resumen de los conceptos y reflexión final.
Estrategia de evaluación	Completa el cuestionario de preguntas abiertas y entrega la actividad didáctica diseñada.
Aprendizaje esperado	Comprender los fundamentos de la TSD y su aplicación en el aula.

Producto de aprendizaje	Resumen y respuestas al cuestionario, y la actividad didáctica diseñada.
Instrumento de evaluación	Cuestionario diagnóstico y rúbrica de evaluación de la actividad práctica.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Utiliza recursos visuales para facilitar la comprensión. Participa en un ambiente de discusión respetuoso.
Bibliografía recomendada	Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. Kluwer Academic Publishers.

Sesión 6: Implementación de la TSD	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Aplicar los principios de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) en el diseño y desarrollo de actividades didácticas efectivas.
Contenido específico	- Aplicación práctica de la TSD - Diseño de actividades didácticas utilizando la TSD - Evaluación de la implementación de la TSD en el aula
Estrategia didáctica	Taller práctico, discusión y diseño colaborativo
Instrucciones	1. Analiza ejemplos prácticos de TSD. 2. Participa en la discusión sobre su aplicación. 3. Diseña una actividad didáctica aplicando los principios de la TSD en equipo.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre el uso de la TSD. Desarrollo: Análisis y diseño de actividades en equipo. Cierre: Presentación y evaluación de las actividades diseñadas.
Estrategia de evaluación	Observa y evalúa las actividades diseñadas usando la rúbrica proporcionada.
Aprendizaje esperado	Aplicar los principios de la TSD en el diseño y desarrollo de actividades didácticas efectivas.
Producto de aprendizaje	Plan de actividad didáctica diseñado en equipo.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las actividades didácticas diseñadas.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Facilita la discusión en grupos y ofrece retroalimentación continua.
Bibliografía recomendada	Artigue, M. (2009). Didactical Design in Mathematics Education. Nordic Studies in Mathematics Education.

Sesión 7: Análisis Didáctico y Su Importancia	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Comprender la importancia del análisis didáctico en la enseñanza de matemáticas y su aplicación en el aula.
Contenido específico	- Conceptos de análisis didáctico - Métodos y enfoques de análisis didáctico - Importancia del análisis didáctico en la práctica docente
Estrategia didáctica	Presentación, discusión y análisis de casos prácticos
Instrucciones	1. Lee y comprende los conceptos de análisis didáctico. 2. Participa en la discusión grupal sobre su importancia. 3. Analiza casos prácticos que demuestren la aplicación del análisis didáctico.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión sobre el conocimiento previo del análisis didáctico. Desarrollo: Discusión y análisis de casos prácticos. Cierre: Reflexión final y resumen de la sesión.
Estrategia de evaluación	Completa el cuestionario de preguntas abiertas.
Aprendizaje esperado	Comprender la importancia del análisis didáctico en la enseñanza de matemáticas y su aplicación en el aula.
Producto de aprendizaje	Resumen de los conceptos de análisis didáctico y su importancia.
Instrumento de evaluación	Cuestionario de preguntas abiertas.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Utiliza recursos visuales y fomenta un ambiente de discusión respetuoso.
Bibliografía recomendada	Brousseau, G. (1997). Theory of Didactical Situations in Mathematics. Kluwer Academic Publishers.

Sesión 8: Diseño y Evaluación de Actividades Didácticas	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Diseñar y evaluar actividades didácticas efectivas utilizando los principios de las teorías aprendidas.
Contenido específico	- Principios de diseño de actividades didácticas - Evaluación de actividades didácticas - Aplicación de teorías didácticas en el diseño y evaluación de actividades
Estrategia didáctica	Taller práctico, discusión y diseño colaborativo

Instrucciones	1. Revisa los principios de diseño de actividades didácticas. 2. Participa en la discusión sobre la evaluación de actividades. 3. Diseña y evalúa una actividad didáctica en equipo.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión inicial sobre el diseño y evaluación de actividades. Desarrollo: Diseño y evaluación de actividades en equipo. Cierre: Presentación y evaluación de las actividades diseñadas.
Estrategia de evaluación	Observa y evalúa las actividades diseñadas usando la rúbrica proporcionada.
Aprendizaje esperado	Diseñar y evaluar actividades didácticas efectivas utilizando los principios de las teorías aprendidas.
Producto de aprendizaje	Plan de actividad didáctica diseñado y evaluado en equipo.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para las actividades didácticas diseñadas y evaluadas.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Facilita la discusión en grupos y ofrece retroalimentación continua.
Bibliografía recomendada	Artigue, M. (2009). Didactical Design in Mathematics Education. Nordic Studies in Mathematics Education.

Sesión 9: Reflexión Final y Plan de Acción	
Elemento	Descripción
Competencia de aprendizaje	Reflexionar sobre el aprendizaje logrado y desarrollar un plan de acción para la implementación de teorías didácticas en el aula.
Contenido específico	- Reflexión sobre el aprendizaje logrado - Desarrollo de un plan de acción - Estrategias para la implementación de teorías didácticas en el aula
Estrategia didáctica	Reflexión individual, discusión grupal y desarrollo de plan de acción
Instrucciones	1. Reflexiona sobre tu aprendizaje durante el curso. 2. Participa en la discusión grupal sobre los logros y desafíos. 3. Desarrolla un plan de acción para la implementación de teorías didácticas en el aula.
Actividades de aprendizaje	Apertura: Reflexión individual sobre el aprendizaje logrado. Desarrollo: Discusión grupal sobre logros y desafíos. Cierre: Desarrollo y presentación del plan de acción.
Estrategia de evaluación	Evalúa el plan de acción utilizando la rúbrica proporcionada.

Aprendizaje esperado	Reflexionar sobre el aprendizaje logrado y desarrollar un plan de acción para la implementación de teorías didácticas en el aula.
Producto de aprendizaje	Plan de acción desarrollado.
Instrumento de evaluación	Rúbrica de evaluación para el plan de acción.
Orientaciones técnicas y sugerencias	Facilita la reflexión individual y grupal. Ofrece retroalimentación constructiva para el desarrollo del plan de acción.
Bibliografía recomendada	Shulman, L.S. (1987). Knowledge and Teaching: Foundations of the New Reform. Harvard Educational Review.

La Guía del Participante está cuidadosamente diseñada para apoyar el aprendizaje autónomo y guiado, proporcionando una estructura clara y accesible para cada sesión del curso. La inclusión de componentes detallados asegura que los participantes comprendan los objetivos, contenidos y expectativas de cada sesión, facilitando así una experiencia de aprendizaje coherente y eficaz. Las instrucciones claras y las actividades de aprendizaje bien estructuradas fomentan la participación y la aplicación práctica de los conocimientos. La estrategia de evaluación, con instrumentos específicos, permite a los participantes y facilitadores medir de manera objetiva el progreso y los logros alcanzados. Además, la orientación técnica y las sugerencias proporcionan un apoyo adicional, asegurando que los participantes puedan superar cualquier desafío que puedan encontrar durante el curso. La bibliografía recomendada es un recurso valioso que permite a los participantes ampliar su comprensión y profundizar en los temas tratados, lo que enriquece su experiencia de aprendizaje y proporciona una base sólida para su desarrollo profesional continuo.

Conclusión:

El curso "Matemáticas en Acción: Soluciones Creativas para la Comunidad" ha sido diseñado con un enfoque integral que abarca tanto la teoría como la práctica, proporcionando a los docentes de matemáticas herramientas y estrategias basadas en las teorías de la didáctica más avanzadas. La combinación de la Guía del Facilitador y la Guía del Participante asegura una alineación efectiva entre la enseñanza y el aprendizaje, creando un entorno educativo cohesivo y colaborativo. La Guía del Facilitador proporciona una estructura detallada para la entrega del contenido del curso, asegurando que los facilitadores puedan guiar a los participantes de manera eficaz y coherente. Incluye estrategias de enseñanza, métodos de evaluación y recomendaciones para manejar el desarrollo de cada sesión, facilitando una entrega del curso que está alineada con los objetivos de aprendizaje y las necesidades de los participantes.

Por otro lado, la Guía del Participante está diseñada para fomentar el aprendizaje activo y autónomo, proporcionando instrucciones claras, actividades prácticas y recursos adicionales para apoyar la comprensión y aplicación de los conceptos. Esta guía asegura que los participantes comprendan lo que se espera de ellos en cada sesión, facilitando un proceso de aprendizaje estructurado y dirigido hacia el logro de competencias específicas. Ambas guías, trabajando en conjunto, crean un marco educativo robusto que promueve un aprendizaje profundo y significativo. La integración de teorías como la TAD, TSD y MTSK en el diseño del curso asegura que los participantes no solo adquieran conocimientos teóricos, sino que también desarrollen habilidades prácticas que puedan aplicar directamente en su práctica docente.