



# Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Posgrado en Física Aplicada

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

## **“Simulación de un Sistema de Óptica Adaptativa”**

Tema de tesis que para obtener el grado de  
Doctor en Ciencias Físico Aplicada

Presenta: MC. Marco Antonio Betanzos Torres

Asesor de Tesis: Dr. Juan Castillo Mixcóatl

Puebla, Pue.

Enero 2020

**Titulo:** Simulación de un sistema de Óptica Adaptativa

**Estudiante:** MC. Marco Antonio Betanzos Torres

Comité

---

Dr. Severino Muñoz Aguirre

Presidente

---

Dra. Georgina Beltrán Pérez

Secretario

---

Dr. W. Fermín Guerrero Sánchez

Vocal

## *Agradecimientos*

A CONACYT por la beca otorgada durante el tiempo en el doctorado, permitiéndome así, obtener un grado más en mi formación como estudiante y como persona.

Al Dr. Juan Castillo Mixcóatl, por compartir sus conocimientos y por dirigir este tema de tesis.

Al Cuerpo académico de Optoelectrónica CAOyF por permitirme trabajar dentro del laboratorio y así poder realizar este trabajo de tesis.

Agradezco también a mis amigos, que me acompañaron y me permitieron entrar en sus vidas durante estos años de convivencia dentro y fuera del laboratorio.

A mi madre, hermano y mi sobrino que me acompañaron en esta aventura que significo el mayor de mis esfuerzos, gracias por el apoyo incondicional y que supieron entender mis ausencias al igual que mis malos momentos.

## *Dedicatorias*

Esta tesis es dedicada en especialmente a la mujer que me dio la vida y atreves de su esfuerzo y apoyo incondicional sin límites, he logrado concluir una etapa más en mi vida, a ti madre, gracias, siempre estarás en mi corazón.

---

# Índice

<b>Índice .....</b>	<b>IV</b>
<i>Resumen.....</i>	<i>VI</i>
<i>Abstract.....</i>	<i>VIII</i>
<b>Capítulo 1.....</b>	<b>1</b>
<i>Introducción .....</i>	<i>1</i>
1.1. Introducción .....	2
1.2. Objetivos y Estructura del trabajo.....	4
1.2.1. Objetivo General .....	4
1.2.2. Objetivos Específicos.....	4
1.3. Estructura de la tesis .....	5
1.4. Antecedentes .....	6
1.4.1. Óptica Adaptativa.....	8
1.4.2. Aplicaciones de la Óptica Adaptiva .....	9
1.4.3. Métodos de Control en Sistemas de OA .....	11
1.4.4. Efecto de la óptica ocular en oftalmoscopia .....	13
<b>Capítulo 2.....</b>	<b>18</b>
<i>Sistema de Detección y Reconstrucción del Frente de Onda .....</i>	<i>18</i>
2.1 Clasificación de Sensores para medir la Aberración .....	19
2.2 Sistemas para Medir la aberración del Ojo .....	21
2.2.1. Refractómetro resuelto espacialmente .....	21
2.2.2 Trazado de rayos laser.....	23
2.2.3 Sensor de Shack- Hartmann .....	24
2.3. Polinomios de Zernike .....	25
2.4. Reconstrucción del frente de onda .....	26

2.4.1.	Matriz de Reconstrucción .....	28
<b>Capítulo 3.....</b>		<b>32</b>
	<i>Sistemas de Corrección del Frente de Onda.....</i>	<i>32</i>
3.1	Correctores de aberración .....	33
3.1.1	Actuador discreto .....	33
3.1.2	Espejos segmentados .....	34
3.1.3	Espejos de membrana .....	34
3.1.4	Espejos bimorfos .....	35
3.2	Matriz de control.....	35
<b>Capítulo 4.....</b>		<b>41</b>
	<i>Simulación.....</i>	<i>41</i>
4.1.	Simulador de un sistema de óptica adaptativa .....	42
4.2.	Modelado del Sensor de Frente de Onda SH .....	43
4.3.	Modelado del Espejo Deformable.....	47
4.4.	Matrices de Reconstrucción y de Influencia .....	50
4.5.	Modelado del Sistema en Lazo Cerrado.....	55
<b>Capítulo 5.....</b>		<b>62</b>
	<i>Resultados.....</i>	<i>62</i>
5.1.	Simulador de un Sistema de Óptica Adaptiva, SSOA .....	63
<b>Capítulo 6.....</b>		<b>72</b>
	<i>Conclusiones.....</i>	<i>72</i>
	<i>Apéndices.....</i>	<i>75</i>
	Apéndice A: Artículo Aceptado.....	76
	Apéndice B: Óptica de Fourier.....	77
	B.1 Propagación en el espacio libre .....	77
	B. 2 Función de transferencia de la propagación de luz en el vacío .....	79
	Apéndice C: Código del programa en Matlab de la simulación de Óptica Adaptiva .....	85

# Resumen

---

En este trabajo se presenta un programa desarrollado en Matlab, con la finalidad de simular un sistema de Óptica Adaptiva, el cual permite a las personas que desean incursionar por primera vez en estos sistemas, esclarecer los conceptos básicos mientras que para los ya experimentados puede ser utilizada como herramienta de apoyo para comprender los aspectos específicos del funcionamiento de estos sistemas. El programa permite simular: a) Un frente de onda de entrada o de referencia, b) Un sensor de frente de Onda de tipo Shack Hartmann, c) La Reconstrucción del frente de onda, d) La superficie de un espejo deformable de membrana y e) La visualización grafica de la reconstrucción y corrección del frente de onda.

Como primera etapa, se simula el Sensor de Shack Hartmann modelado como una rejilla formada por un arreglo de microlentes. Con la ayuda de la teoría de la Óptica de Fourier es posible determinar una imagen de las manchas formadas por esta rejilla, la cual puede ser utilizada para determinar las coordenadas de sus centroides y tener así una estimación de las pendientes del frente de onda. Esto se logra a partir de generar en el programa un frente de onda de entrada, modelado como una superficie. Posteriormente a partir de las pendientes, se reconstruye el frente de onda empleando los Polinomios de Zernike. Para ello, el programa implementado, se basa en las ecuaciones generatrices de los polinomios de Zernike. Finalmente, para la parte de la corrección del frente de onda, se modela la superficie del espejo deformable como la suma lineal de Funciones Gaussianas, lo que permite la corrección del frente de onda a partir de la información obtenida del sensor de Shack-

Hartmann. Se modela también la respuesta temporal del sistema a través del formalismo de las Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo.

# Abstract

---

This paper presents a program developed in Matlab, to simulate a system Adaptive Optics, which consists of a deformable mirror membrane controlled from the information obtained by a sensor wavefront type Shack Hartmann, allowing correct the aberrations of the wavefront. The program allows to simulate: a) A wavefront input or reference, b) a sensor Shack Hartmann, c) the reconstruction of the wavefront, d) the surface of the deformable mirror membrane and e) The graphic display of the reconstruction and correction wavefront and the surface of the deformable mirror.

The Shack Hartmann sensor is simulated basically to obtain measures of the slope of the wavefront at coordinates  $(x, y)$ ; this is achieved from generating in the program a wavefront of input, modeled as a surface, and the use of the Fourier optics to simulate the Shack-Hartmann as a diffraction grating. From this it was possible to obtain the centroids and from them the slopes were obtained. Subsequently from the slopes, to build the wavefront the Zernike polynomials were used. Finally, for the correction of wavefront deformable mirror surface as the linear sum of Gaussian functions is modeled, allowing correction wavefront from the information obtained from Hartmann Shack sensor. Transfer function of the system was modelled using the Finite Difference Time Domain.



---

# Capítulo 1

## **Introducción**

---

En este capítulo se presenta la introducción, los antecedentes y los objetivos planteados para el entendimiento y el desarrollo de este tema de tesis. Se mencionan los conceptos generales de un sistema de Óptica Adaptativa que lo conforman. Por otro lado, en la parte de antecedentes se presentan los trabajos relacionados con los sistemas de Óptica Adaptativa, tanto de los arreglos ópticos para la formación de imágenes y sus aplicaciones, así como también los trabajos desarrollados desde el punto de vista de las simulaciones realizadas en los últimos años. Finalmente se presenta el objetivo general, así como los objetivos particulares que nos permite la realización de este tema de investigación de tesis.

## **1.1. Introducción**

Desde hace algunas décadas se han ido desarrollando distintos dispositivos, para la reconstrucción y corrección del frente de onda [1.1]. En el contexto de las aplicaciones oftálmicas, Smirnov a principios de los años sesenta propuso un método para la medida de las aberraciones oculares, y apuntó la posibilidad de su corrección [1.2]. No sería sino hasta los años noventa cuando se realizaron las primeras correcciones estáticas de aberraciones de alto orden en el ojo humano [1.3], [1.4]. Las características dinámicas de las aberraciones oculares exigen, una corrección de las mismas en tiempo real [1.5]. Esto lleva a la creación de nuevos algoritmos de control a la hora de utilizar estos dispositivos. Sin embargo, comúnmente el desarrollo de este tipo de sistemas conlleva el entendimiento de distintos conceptos en diferentes áreas, desde la óptica hasta la electrónica tanto en sus conceptos teóricos como en su instrumentación práctica. Estos sistemas de Óptica Adaptiva OA se pueden dividir en tres diferentes bloques importantes dependientes: a) sistema de detección del frente de onda, b) algoritmo de control y c) sistema de corrección. En [1.6] el método de detección del frente de onda (WF, por sus siglas en inglés) es mediante la utilización de un sensor de tipo Shack Hartmann (SH), con el fin de tener señales de entrada y mediante un algoritmo de control ejecutar los comandos necesarios para posicionar a los actuadores del espejo deformable (DM, por sus siglas en inglés), la cual permite la reconstrucción y la corrección del WF de una imagen. Entre otros dispositivos para medir el WF, en [1.7] se sustituye la matriz de microlentes estáticas en un sensor de SH por una pantalla de cristal líquido. Por otro lado, para la corrección del frente de onda, los dispositivos más usados son: espejos con actuadores discretos, segmentados, membrana, y bimorfo o LCD. Para el bloque de control, el algoritmo más usado es el proporcional, donde el objetivo normalmente en un sistema de OA es encontrar un parámetro que ajusta la serie de

funciones de la matriz de reconstrucción, a los valores conocidos, en este caso a las medidas del sensor de SH, otros algoritmos son: proporcional-integral y control adaptivo[1.8], [1.9].

Con lo antes mencionado, cuando se abordan estos temas por primera vez, no resulta sencillo establecer las relaciones entre el WF y las respuestas del sensor de SH, así como el funcionamiento del DM, sin mencionar lo obscuro que puede resultar entender cómo se obtiene, por ejemplo, la matriz de reconstrucción, la matriz de funciones de influencia y el vector de voltajes. Por todo esto, en este trabajo se propone una simulación de un sistema de OA que proporciona el entendimiento teórico del uso de los dispositivos más importantes de este sistema. Particularmente se hace énfasis en el SH y el DM. Para esto se desarrollaron distintos programas en ambiente de Matlab que permiten visualizar el WF reconstruido, así como la deformación que adopta el DM. Por lo tanto, la simulación proporciona la clarificación de los conceptos de las matrices de reconstrucción y funciones de influencia, así como el uso de los polinomios de Zernike para la representación del WF. Este trabajo se divide en 5 capítulos, los cuales describen los conceptos de un sistema de OA, así como la estrategia utilizada para simular el SH y el DM, se explica también los parámetros que se necesitan en ambos casos. En la sección de resultados se presentan distintas gráficas con los programas desarrollados para la simulación del sistema de OA y finalmente en la parte de conclusiones se resumen los aspectos relevantes del trabajo.

## 1.2. Objetivos y Estructura del trabajo

### 1.2.1. Objetivo General

En este trabajo se espera impactar fundamentalmente en la simulación de un sistema de óptica Adaptiva, con la finalidad de entender el funcionamiento de estos sistemas.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

Para poder alcanzar el Objetivo general son necesarios los siguientes objetivos específicos:

- Entender y comprender los polinomios de Zernike como expresiones matemáticas para representar el WF.
- Realizar un algoritmo que genere los polinomios de Zernike de grado  $n$ .
- Entender y comprender el funcionamiento de un sensor de frente de onda tipo SH.
- Realizar un algoritmo que simule a un sensor de frente de onda
- Entender el funcionamiento de un espejo deformable utilizado como corrector de frente de onda.
- Realizar un algoritmo que simule a un espejo deformable.
- Entender los algoritmos que se utilizan en los sistemas de óptica adaptiva.
- Realizar la simulación del sistema de Óptica Adaptiva.

### **1.3. Estructura de la tesis**

Para el buen entendimiento del lector, este trabajo está estructurado de la siguiente forma:

**Capítulo 1.-** Se presenta la introducción del trabajo de tesis, donde se describe lo más relevante del escrito, así como los antecedentes de los trabajos realizados en la actualidad.

**Capítulo 2.-** En este capítulo se presenta las diferentes técnicas de detección y reconstrucción de los WF en los sistemas de OA.

**Capítulo 3.-** Se describen los diferentes tipos de actuadores, así como la implementación de los algoritmos de control en los sistemas de OA, los cuales hacen posible la corrección del WF.

**Capítulo 4.-** Se presenta una simulación del sistema de OA, el cual es implementado mediante Matlab.

**Capítulo 5.-** Se presentan los Resultados obtenidos de: a) frente de onda de referencia, b) Sensor de frente de onda de tipo S-H, c) Espejo deformable, d) algoritmo de lazo cerrado utilizado.

## **1.4. Antecedentes**

Aunque las bases fundamentales que rigen la óptica adaptiva son conocidas desde hace mucho tiempo, no fue sino hasta 1960 [1.10], que se pudieron unir los elementos necesarios para llevar a cabo esta teoría de manera práctica y automatizada para que pudieran responder en tiempo real a los cambios del ambiente o del sistema óptico. Al principio solo estuvo disponible para el uso militar y para los observatorios de gran presupuesto, debido a los costos que implican tanto la fabricación de los espejos deformables, como de los enormes equipos de cómputo necesario para realizar las operaciones que requiere el sistema de control. Actualmente, gracias a los avances en los procesos de fabricación, es posible adquirir espejos deformables de bajo costo, y el sistema de cómputo puede ser una computadora personal.

Existen muchos trabajos relacionados con: a) Detección y reconstrucción del WF, b) Actuadores y estrategias de control para la corrección de los WF y c) los sistemas de óptica adaptiva en general. Con lo antes mencionado en cuanto a la detección y reconstrucción existen trabajos en la literatura como en [1.13] donde se emplea el análisis de Fourier para determinar la aberración de frente de onda en la pupila de salida de un modelo de ojo humano. El modelo del ojo se monta en un sistema óptico de tipo S-H diseñado específicamente para medir la calidad de visión del ojo humano. Las aberraciones en el modelo de ojo se introducen mediante lentes de contacto que simulan la córnea. La necesidad de medir las aberraciones de ojo para su corrección es muy alta, este hecho ha llevado a la creación de nuevas técnicas para hacer posible las mediciones como en [1.14], donde se presentan tres variaciones de la prueba de Hartmann para optometría y oftalmología, donde se describe el sistema óptico empleado y la geometría para deducir la aberración de WF a partir de las aberraciones de rayo, llegando a la conclusión de cualquiera de estas variaciones para medir el WF siempre generaran un patrón de puntos luminosos que contiene la

información acerca de las distorsiones del WF. Según la literatura existen diferentes métodos para medir las aberraciones del WF en [1.15] hacen una comparación de tres métodos, trazado de rayos laser, refractómetro resuelto espacialmente y el sensor de S-H, llegando a la conclusión de que estos métodos son buenos dependiendo de la aplicación que se requiera, aunque el método de Hartmann es el más utilizado por la facilidad de medir los WF y es el que predomina en la actualidad. Es por ello que en este trabajo de tesis el método a implementar es el basado en el S-H.

Como ya se ha mencionado, el sistema de OA se ha dividido en dos bloques importantes, por un lado un bloque de control y por otro el bloque óptico, en la Figura 1. 1 se puede ver una configuración clásica de un sistema de OA en lazo abierto y cerrado.

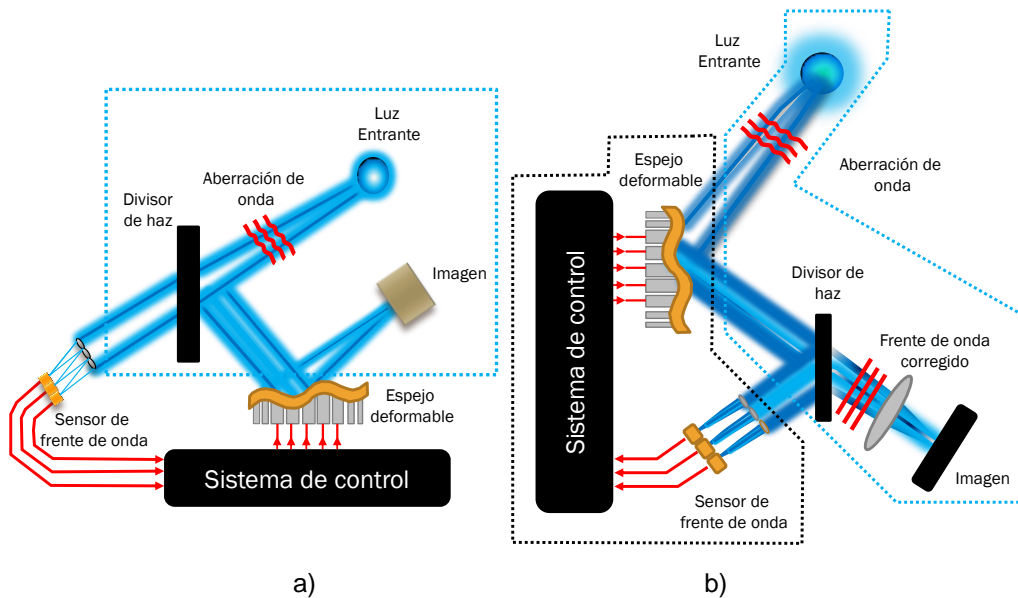


Figura 1. 1. Se muestra en a) Esquema de un Sistema de OA en lazo abierto, b) Esquema de un sistema de OA en lazo cerrado.

En la Figura 1. 1a se presenta un sistema de OA en lazo abierto, donde la ley de control en bucle abierto utiliza la medición directa del sensor de S-H para controlar a los actuadores del DM. En la Figura 1. 1b se muestran un sistema de OA en lazo cerrado, en líneas punteadas de color negro el

bloque de control, el cual consiste de un sensor de S-H como detector de los frentes de onda y un DM como dispositivo a controlar (ejecutando los comandos proveniente del algoritmo), y en líneas punteadas en color azul el bloque óptico, conformado por arreglos ópticos para la formación de imágenes. La ley de control en bucle cerrado retroalimenta la medida para comparar el proceso a la acción deseada con el proceso medido, esta comparación forma una señal de error que luego se utiliza para controlar a los actuadores.

Por ejemplo en [1.12], se presenta un esquema de control adaptativo para la OA, el cual se necesita una compensación adaptativa en muchas aplicaciones de óptica adaptativa porque la velocidad del viento y la fuerza de la turbulencia atmosférica pueden cambiar rápidamente, lo que hace que la reconstrucción de algoritmos clásicos de ganancia fija dejen de ser óptimos. El rendimiento del esquema de control adaptativo se ilustra por las simulaciones de un sistema de energía dirigida con un láser de alta energía que se propaga a través de turbulencia.

#### **1.4.1. Óptica Adaptativa**

La óptica adaptativa es una disciplina científica y de ingeniería mediante la cual se mejora el rendimiento de una señal óptica mediante el uso de la información sobre el medio ambiente a través de la cual pasa. La señal óptica puede ser un rayo láser o un frente de onda que eventualmente formará una imagen. Diversas desviaciones de esta simple definición hacen de la innovación una cualidad deseada y necesaria del campo. La extracción de la información óptica de los haces de luz procedente de galaxias a años luz de distancia es un desafío [1.14], [1.15]. La óptica adaptativa se ha convertido en una tecnología necesaria en los sistemas ópticos que están limitados por las aberraciones dinámicas. No hay un solo inventor de la óptica adaptativa. Cientos de investigadores y tecnólogos han contribuido al desarrollo de la óptica adaptativa, sobre todo durante los últimos treinta y cinco años, con lo cual ha habido grandes



avances y muchos pasos pequeños que conllevan a lo más actual de esta tecnología de la OA. El deseo de propagar un haz de luz sin distorsiones, o para recibir una imagen clara [1.16], ha hecho del campo de la óptica adaptativa una disciplina científica en donde la ingeniería tiene un papel notorio en estos sistemas.

Si todo lo relacionado con el control activo de un haz de luz se considera óptica adaptativa, entonces el campo es de hecho muy amplio. Sin embargo, comúnmente la restricción más usada de esta definición lleva a la definición de que la óptica adaptativa que se encarga del control de la luz en un tiempo real del bucle cerrado del sistema óptico [1.17].

La existencia del sistema visual animal es un ejemplo de la óptica adaptativa, el cual ha estado en uso durante mucho más tiempo que la historia registra. El ojo es capaz de adaptarse a diferentes condiciones ambientales para mejorar su calidad de imagen. El “sistema de foco activo” se da con la combinación ojo-cerebro y es un ejemplo perfecto de la óptica adaptativa. El cerebro interpreta una imagen, determina la corrección, ya sea voluntaria o involuntaria, y se aplica la corrección a través del movimiento biomecánico de las partes del ojo, como el cristalino o córnea. Cuando la lente se comprime, el foco se corrige. El sistema ojo-cerebro también puede seguir la dirección de un objeto. Esta es una forma de un sistema de inclinación en modo de óptica adaptativa. El iris puede abrir o cerrar en respuesta a los niveles de luz, lo que demuestra la óptica adaptativa en un modo de control de intensidad, y los músculos que rodean el ojo puede forzar un "estrabismo" que, como un diafragma de apertura, es un filtro eficaz espacial y de fase como mecanismo de control. Esto es por lo tanto un sistema de corrección de circuito cerrado y de fase única.

#### **1.4.2. Aplicaciones de la Óptica Adaptiva**

Existe un interés en métodos o sistemas de OA de bajo costo. En las aplicaciones desarrolladas con anterioridad, los sistemas experimentales

(especialmente de corrección mediante espejos) presentan un altísimo costo. Por ello, los beneficiados de la OA resultaron ser los grandes telescopios y las aplicaciones militares. En la actualidad, se realiza un gran esfuerzo en el desarrollo de sistemas de corrección de coste moderado, con lo que se podría incluir masivamente en industria y medicina, ampliando las aplicaciones actuales de la OA. Por el tipo de fabricación, los sistemas más prometedores son los basados en moduladores de cristal líquido y micro-espejos. La tecnología de fabricación está desarrollada en ambos casos, fácilmente adaptables a las nuevas necesidades, y su producción masiva es factible. Serían necesario estudios de viabilidad en las posibles implementaciones comerciales.

La aplicación de la OA no se limita a los sistemas de formación de imagen, también tiene un papel importante en concentración luminosa, seguimiento, laser de potencia [1.18]. En general, las técnicas asociadas a la OA son útiles en aquellas aplicaciones en que se tiene o se requiere un sistema óptico variable o dinámico, por ejemplo:

- Astronomía, para remover distorsiones inducidas para la atmosfera.
- Medicina, para el estudio de deformaciones presentes en el ojo, aplicaciones oftálmicas.
- Industrial para el mejoramiento de arreglos ópticos variantes en el tiempo, también puede ser usado en cortadoras laser de alta potencia.
- Microscopia: Para simplificar arreglos de microscopios, reduciendo la cantidad de piezas móviles.
- Micro-tecnología: en pinzas ópticas, donde los espejos deformables y otros moduladores espaciales de luz, permiten la optimización de asimiento óptico, lo cual reduce la necesidad de fuentes ópticas de mayor potencia.
- Sistemas de navegación de misiles.
- Teledetección y seguimiento.

- Fotografía.
- Monitorización en medios turbulentos.
- Cambios en índice de refracción.
- Estudio de fluidos.
- Cavidades laser adaptadas para la corrección de modos.
- Control de la sección del haz laser.
- Corrección de la transmisión del láser.
- Concentración luminosa.
- Iluminación litografía.
- Energía solar.
- Comunicaciones ópticas.

Entre otros.

### 1.4.3. Métodos de Control en Sistemas de OA

El objetivo de un sistema de OA es minimizar el error RMS residual del WF. En el lenguaje de la teoría de control, un sistema de OA es un sistema de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO), cualquiera de los controladores de OA lineales es equivalente a lo que se llama un *observador* en la teoría de control. En la Figura 1. 2 se muestra un diagrama básico de un sistema de OA.

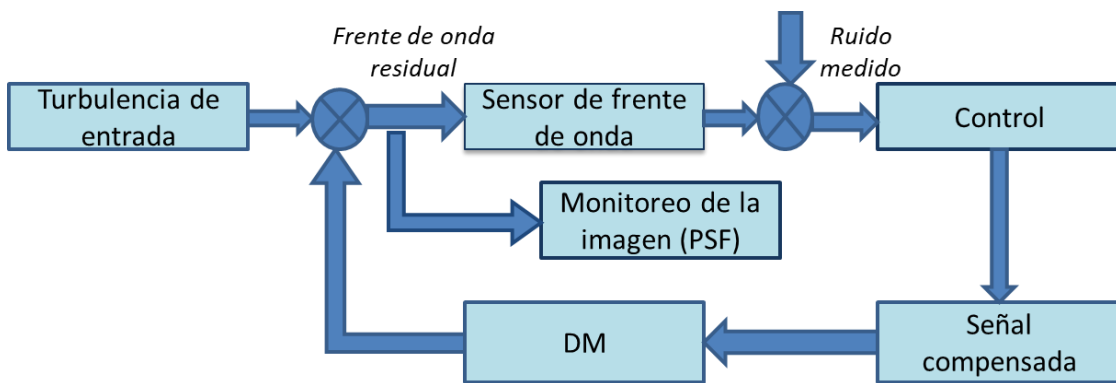


Figura 1. 2. Diagrama esquemático de un modelo de OA en lazo cerrado.

Para lograr imágenes de alta resolución en los sistemas de OA clásicos se utiliza un algoritmo de control estándar como el Proporcional-Integral (PI),

este es un controlador simple pero eficiente, dado que en el control PI es el método más popular en sistemas de OA, como en [1.16] a partir del modelo en espacio de estado está dado por:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + v_k \quad (1.1)$$

$$z_k = Hx_k + w_k \quad (1.2)$$

La ecuación (1.1) es llamada ecuación objeto del sistema y la ecuación (1.2) es la ecuación de medición. Aquí  $x_k$  es el estado del sistema en el instante  $k$  por otro lado  $A, B$  y  $H$  son matrices de dimensiones apropiadas;  $v_k, w_k$  están correlacionados por ruido blanco gaussiano de media cero, con la matriz de covarianza  $Q, R$  respectivamente; y  $z_k$  es la medida en el instante  $k$ . La dinámica de fases turbulentas es:

$$\varphi_{k+1} = A_s \varphi_k + v_k \quad (1.3)$$

donde  $A_s$  es la componente de la matriz  $A$ . Esta suposición se propone por Le Roux y funciona muy bien en el control óptimo de MCAO por lo tanto se descomponen en:

$$x_k = \begin{pmatrix} \varphi_k \\ u_k \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Aquí  $\varphi_k$  es la medida y  $u_k$  es el vector de control, por lo tanto se considera un control integrador sencillo con la ecuación de recurrencia.

$$u_{k+1} = u_k + GS_k \quad (1.5)$$

donde  $G$  es una ganancia integral,  $S_k$  es el ruido en comparación con el ruido real  $v_k$  en la ecuación (1.3). En la ecuación (1.5) es similar a la ecuación (1.3). Por lo tanto se obtiene la mejor predicción  $\varphi_{k+1}$ , el control  $u_{k+1}$  puede ser también dada por:

$$u_{k+1} = P\phi_{k+1/k} \quad (1.6)$$

Y  $P$  se puede calcular por inversa generalizada

$$P = (N^T N)^{-1} N^T \quad (1.7)$$

Ya que  $\phi_{cor}^k = Nu_k$  entonces recordando que el objetivo de este control es conseguir la mejor ganancia  $G$  en la ecuación (1.5) para reducir al mínimo la influencia de  $S_k$  por lo general la mejor  $G$  en la ecuación (1.5) se obtiene por ajuste manual y es por lo general una constante usando nada más que la ganancia  $G$ , esto lleva a un control sub-optimal.

#### 1.4.4. Efecto de la óptica ocular en oftalmoscopia

El ojo humano es un sistema formador de imagen. Los medios transparentes del ojo constituyen un sistema convergente que forman la imagen del entorno físico sobre la retina. La óptica del ojo constituye, por lo tanto, el primer paso en el proceso visual. Si bien el ojo es un sistema óptico adaptado a la función que desempeña, no puede considerarse como un sistema óptico perfecto. La óptica del ojo presenta aberraciones que limitan la resolución en la formación de imágenes. Las aberraciones más importantes que se presentan para la visión son el desenfoque y el astigmatismo, estas aberraciones se corrigen en la mayoría de los casos con lentes oftálmicas (externas o de contacto), la determinación de la lente oftálmica más adecuada es decir la que mejor imagen proporciona, se denomina *refracción* o *prescripción*. Sin embargo, incluso corregidos el desenfoque y el astigmatismo, el ojo presenta más aberraciones que degradan la imagen e influyen en la calidad de la visión.

Las aberraciones en el ojo difieren en amplitud y distribución entre distintos sujetos, y presentan variaciones temporales. La acomodación es el proceso por el cual el ojo cambia su poder refractor en varias dioptrías, aunque también modifica el resto de aberraciones.

Las aberraciones del ojo no solo limita la visión, también influyen en la resolución de las técnicas oftalmoscópicas, en las cuales se realiza una observación del ojo a través de su propia óptica. Esencialmente todas derivan del método oftalmoscópico como se puede ver en la Figura 1. 3, desarrollado por Helmholtz [1.12], el cual consta de dos fases: iluminación del área de interés y observación a través de la óptica ocular.

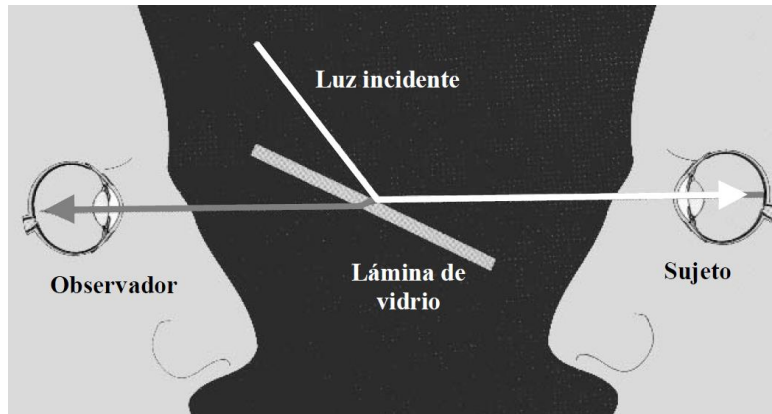


Figura 1. 3. Método oftalmoscópico directo de Helmholtz

Posteriormente se ha modificado este método, mediante la aplicación de diferentes principios de medida y dependiendo del detalle de interés a estudiar, dando lugar a las diferentes técnicas oftalmoscópicas: biomicroscopio ocular, cámara de fondo de ojo, reflectometría de fondo, analizador de disco óptico, tomografía de barrido laser, microscopia confocal [1.13], etc.

La corrección de las aberraciones oculares permitirá acercarse a la resolución teórica de estos aparatos de observación del ojo, a modo de ilustración en la Figura 1. 4 se muestra el caso de la observación oftalmoscopia de un punto de la retina. La resolución de la imagen en el caso de un ojo sin aberraciones (a), está únicamente limitado por la difracción en la pupila del sistema de observación. Si el ojo presenta aberraciones (b), la imagen de un punto de la retina es más borrosa. La aberración se puede corregir introduciendo un desfase contrario de

manera que se consigue un frente de onda casi plano (c), con lo que la imagen mejora respecto al caso aberrado.

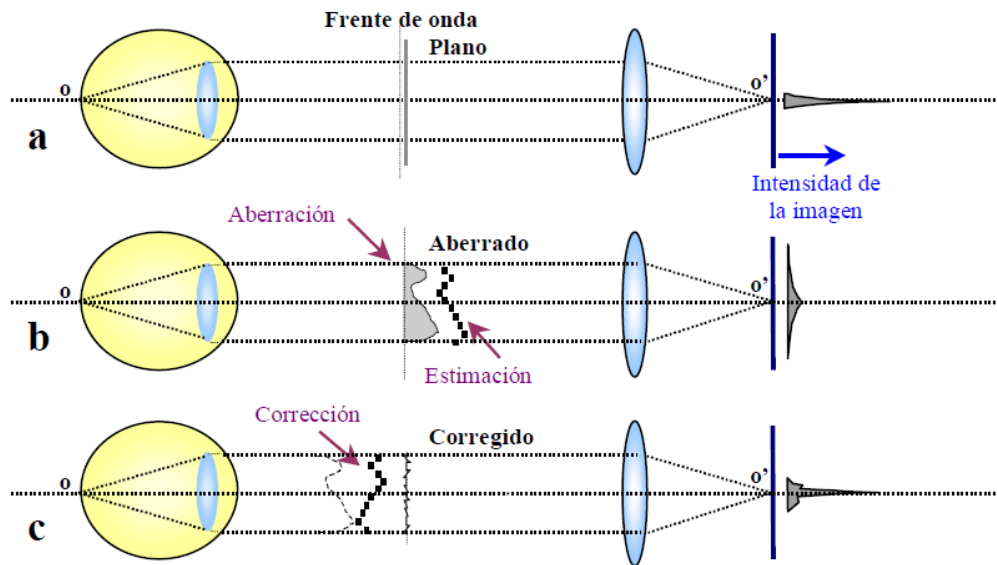


Figura 1. 4. Corrección de la aberración ocular, para la imagen de un punto de la retina

## Bibliografía

- [1.1] Bridges, W. B., Brunner, P. T., Lazzara, S. P. Nussmeier, T. A., O'Meara, T. R., Sanguinet, J. A., & Brown Jr, W. P., "Coherent optical adaptive optics techniques" *App. Opt.* vol. 13, pag. 291, (1974).
- [1.2] Smirnov, M. S., "Measurement of the wave aberration in the human eye", *Biophysics* vol. 6, pag. 776, (1961).
- [1.3] Liang J., Williams D. R. & Miller D. T., "Supernormal vision and high-resolution retinal imaging through adaptive optics", *J. Opt. Soc. Am. A.* vol. 14, pag. 2884, (1997).
- [1.4] Vargas-Martin, F., Prieto, P., & Artal, P., "Correction of the aberrations in the human eye with liquid crystal spatial light modulators: limits to the performance", *J. Opt. Soc. Am. A.* 15 2, (1998).
- [1.5] Hofer, H. J., Artal P., Singer B., Aragón, J. L., & Williams D. R., "Dynamics of the eye's wave aberration", *J. Opt. Soc. Am. A.* vol.18, pag. 497, (2001).
- [1.6] Wenhan Jiang, Huagui Li, "Hartmann-Shack wavefront sensing and wavefront control algorithm", *SPIE* vol. 127, Institute of Optics and Electronics, (1990).
- [1.7] L. Seifert, J. Liesener, H. J. Tiziani, "The adaptive Shack-Hartmann sensor", *Optics Communications* 313-319, (2003).
- [1.8] Yu-Tai Lui, J. Steve Gibson,"Adaptive control in adaptive optics for directed-energy systems", *Optical Engineering*, Univeridad of California, Angeles, 46(4), (2007).
- [1.9] Bjerhammar, Arne, "Application of Calculus of Matrices to Method of Least Squares with Special Reference to Geodetic Calculations, trans. Roy. Inst. Tech. Stockholm, 49, (1951).
- [1.10] Bustillo James M., R. Howe, T. Fellow y R. S. Muller, Life Fellow, 1998, "Surface Micromachining for Microelectromechanical Systems", *Proceedings of the IEEE*, 86 (8):1552-1574
- [1.11] D.A. Atchison, M. J. Collins, C.F Wildsoet et al.,"Measurement of monochromatic ocular aberration of human eyes as a function of accommodation by the Howland aberroscope technique", *Vision Res.* 35, 313-323 (1995).



- [1.12] D.B. Henson, *Optometric Instrumentation* (Butterworth-Heinemann, 1996).
- [1.13] B.R. Masters, "Noninvasive Diagnostic Techniques in Ophthalmology", (Springer-Verlag, 1990).
- [1.14] Babcock, H. W. "Astronomical background for adaptive optics," Proc. Laser Guide Star Adaptive Optics Workshop 1, 1. Albuquerque, NM: U. S. Air Force Phillips Laboratory, 1992.
- [1.15] Merkle, F., and J. M. Beckers. "Application of adaptive optics to astronomy." Proc SPIE 1114 (1989): 36.
- [1.16] Qiang Fu, Jörg-Uwe Pott, Diethard Peter, Feng Shen, Changhui Rao, and Xinyang Li, "Experimental study on modified linear quadratic Gaussian control for adaptive optics," Appl. Opt. 53, 1610-1619 (2014).
- [1.17] Beckers, J. M. "Introduction to the conference." Proc ICO-16 Satellite Conf on Active and Adap Opt, ESO Conf and Workshop Proc 48 (1993).
- [1.18] Roggemann, M. C., and B. Welsh. *Imaging through Turbulence*. FL: CRC Press, 1996.
- [1.19] NAAO'97, "Nonastronomical Adaptive Optics", en Technical Digest (OSA, Washington DC, 1997)

---

# Capítulo 2

## **Sistema de Detección y Reconstrucción del Frente de Onda**

---

En este capítulo se presenta una breve clasificación acerca de los sensores, y métodos para medir el frente de onda más utilizado en las aplicaciones de Óptica Adaptiva, así como una serie de conceptos que se utilizan en este trabajo. Por otro lado se presenta el método utilizado para la estimación de la aberración de onda, en este caso el uso de un sensor de frente de onda de tipo Shack Hartmann, por lo que la descripción del sensor y el método de reconstrucción del frente de onda son más detallados.

## **2.1 Clasificación de Sensores para medir la Aberración**

Como primera clasificación, se suele distinguir entre sensores de plano focal y de plano pupila [2.1], [2.2]. En los primeros se deduce la aberración del sistema a partir de medidas realizadas en las proximidades del plano imagen, mientras que en los segundos la medida se realiza en el plano pupila. Una primera técnica consiste en estimar el frente de onda a partir de la distribución de intensidad en el plano focal, generado por una fuente puntual monocromática. Se denomina *Recuperación de Fase* [2.2] a este problema y no tiene solución única por lo que son necesarias múltiples medidas y restricciones impuestas a priori. En otra técnica relacionada, la *Diversidad de Fase* [2.3], se utiliza la combinación de patrones de intensidad asociados a una aberración conocida, el gran inconveniente en la aplicación de esta técnica es la necesidad de fuentes puntuales cuasi monocromáticas y el tiempo de computación requerido, por lo general, es largo.

Otra técnica es la llamada Oscilación Múltiple [2.4] que consiste en encontrar la fase que hace máxima la intensidad. Se modula la fase correctora a una velocidad muy superior a la frecuencia de fluctuaciones de la aberración.

Otras técnicas, más utilizadas para la medida del frente de onda, son las derivadas del control de elementos ópticos [2.5], de la cual se dividen en dos grupos principales de métodos: los basados en interferometría y los basados en óptica geométrica (asumiendo que los rayos geométricos son perpendiculares el frente de onda).

Los interferómetros de Twyman-Green y Mach-Zender se han utilizado para la medida de aberraciones en espejos y medios transmisores. Se basan en la interferencia entre un haz proveniente del objeto de estudio y otro desde un espejo de referencia. En general en OA, no es posible

obtener este haz de referencia, de manera que se necesita una autocorreferencia del mismo haz a estudiar. Por ejemplo, en el Interferómetro de Smartt de difracción por punto, la referencia se consigue a partir de un filtrado espacial parcial del haz, por transmisión o por reflexión en un punto. Se genera un frente de onda esférico de referencia con el que interfieren el frente de onda a estudiar. El problema, además de necesitar una cierta longitud de coherencia, es el bajo contraste en la interferencia debido a las diferentes intensidades de ambos haces. La principal ventaja de estos métodos interferométricos es que la fase se puede determinar directamente a partir de medidas de intensidad. Otro método interferométrico que usa el concepto de autorreferencia, es el Interferómetro de partición, en este método, el haz se divide por amplitud en dos haces que se vuelven a interferir con un desplazamiento relativo entre ambos. La principal ventaja es que funciona con fuentes parcialmente coherentes, la información ya no es directamente de la fase sino del gradiente. Dependiendo del tipo desplazamiento del haz, se caracteriza en tres clases de interferómetros de partición: radial, rotacional y, el más utilizado, lateral. Los sensores de onda basados en principios geométricos también se han utilizado en el control de elementos ópticos. *El Test de Foucault* [2.5] utiliza un borde recto oclusor cerca del plano focal, que limita la mitad del haz. Cualquier desviación de los rayos se traduce en un cambio de intensidades que parte de este foco. La adaptación de esta técnica a la visualización de fluidos se conoce como Cámara Schlieren. La consecuente pérdida de la mitad de la iluminación y el análisis de las imágenes son los mayores inconvenientes. El Sensor de Hartmann consiste en utilizar pequeñas aberturas en un plano (donde se quiera medir el frente de onda) de manera que se obtiene un conjunto de pequeños haces o rayos luminosos. También puede implementarse con una apertura móvil que recorre el plano. A partir de la inclinación de los

rayos se obtiene un muestreo del gradiente de frente de onda. Shack modifico esta técnica al utilizar microlentes en vez de aperturas. En OA se utilizan matrices de pequeñas lentes con lo que obtiene casi un 100% de eficiencia luminosa, constituyendo los denominados *Sensores de SH* [2.6]. Estos métodos geométricos, y los interferómetros de partición, ofrecen información (parcial) del gradiente del frente de onda.

## **2.2 Sistemas para Medir la aberración del Ojo**

Se distinguen dos tipos principales en los métodos de medida de la aberración: subjetivos y objetivos. En los primeros se utiliza la retina del sujeto estudiado como detector, lo que conlleva una implicación del sujeto en la medida. En general esto hace que estos métodos sean lentos, no totalmente ponderables e inviables para longitudes de onda fuera del espectro visible. A su favor tienen la escasa intensidad luminosa requerida, para el cual se tiene un menor riesgo. En los métodos objetivos (derivados del método oftalmoscópico) se utiliza un detector externo para el riesgo de intensidad. La retina actúa como un difusor en reflexión donde se forma la imagen del patrón del sensor utilizado (métodos en primer paso) generalmente puntual que se utiliza como fuente secundaria. La mayoría de los métodos subjetivos tiene una versión objetiva que a continuación se presentan.

### **2.2.1. Refractómetro resuelto espacialmente**

Estas técnicas se basan en el principio de Sheiner [2.7], si se coloca una máscara formada por dos orificios y se ilumina con un frente de onda plano, en un ojo libre de aberraciones se formaran las imágenes de los orificios en la misma posición, si no es así el sujeto medido distinguirá dos puntos luminosos.

Un esquema de un refractómetro espacialmente resuelto es el que se muestra en la Figura 2. 1. Una imagen de referencia, consiste en una cruz

(CR), se proyecta en la retina por medio de un doblete óptico (L5), un divisor de haz (BS) y un sistema de lentes (L3 y L4). El centro de la cruz coincide con el eje axial del ojo. Por otro lado, un haz laser pasa por un difusor giratorio (DG) y es colimado por la lente (L1), se crea un haz divergente con una bola de acero (BA), colimando por (L2). Un disco giratorio (RP), formado por pequeños orificios, deja pasar luz solamente hacia una posición de la pupila del sujeto. Girando el disco se cambia dicha posición. Debido a la presencia de aberraciones, el sujeto vera la imagen del láser en una posición que no coincide con el centro de la cruz de referencia. Por medio de un joystick, el sujeto debe, subjetivamente, cambiar la pendiente del haz, por medio del espejo giratorio (EG), hasta que su imagen coincida con la cruz. Repitiendo todo el proceso para diferentes posiciones de entrada en la pupila, se obtiene un mapa de pendientes del frente de onda, reconstruyéndose este por medio de un proceso de ajuste, este método proporciona una medida de la AO en unos pocos minutos, aunque tiene los inconvenientes derivados de una técnica subjetiva (dependencia de la sensibilidad del sujeto), por lo cual este método solo se ha implementado en la investigación, y no para fines clínicos.

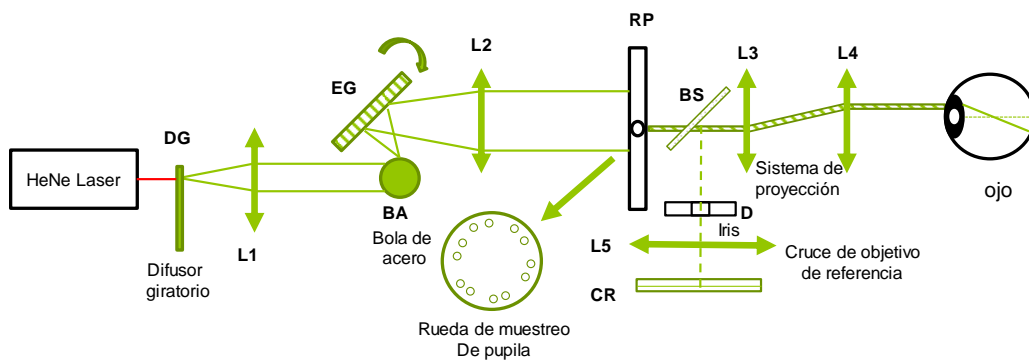


Figura 2. 1. Esquema del sistema utilizando Refractómetro Resuelto Espacialmente

### 2.2.2 Trazado de rayos laser

El trazado de rayos laser es un método objetivo basado en la técnica anterior. El dispositivo experimental básico [2.8],[2.9] se puede observar en la Figura 2. 2.

Un objeto puntual es proyectado en la retina del sujeto por medio del doblete (L1) y el divisor de haz (BS), que producen un haz laser muy estrecho, generalmente en torno a 1mm de diámetro o menos. La posición de entrada del haz en la pupila se controla por medio de la inclinación del espejo (E). Los rayos que inciden fuera del eje impactan en la retina en una posición diferente a la axial. La imagen del objeto en la retina actúa otra vez como fuente puntual, captándose finalmente su imagen con una cámara CCD (por sus siglas en inglés Charge-coupled device). La desviación del centroide de la imagen con respecto a la posición del eje axial nos da una medida de la pendiente del frente de onda en la posición de la pupila de entrada de sujeto.

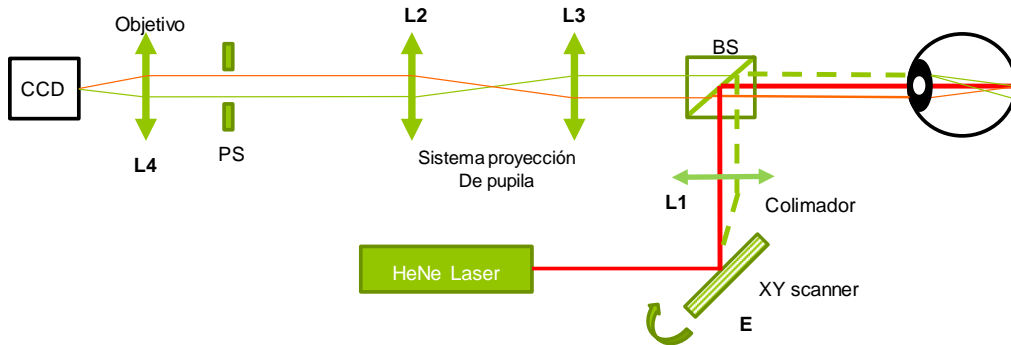


Figura 2. 2. Esquema del sistema utilizando Trazado de Rayos Laser (LTR).

Con este sistema se obtiene información de las aberraciones de hasta el séptimo orden de desarrollo en polinomios de Zernicke, y con una alta repetitividad, demostrando su validez. Actualmente, existe en el mercado un aberrómetro comercial basado en esta técnica.

### 2.2.3 Sensor de Shack-Hartmann

El sensor de Shack-Hartmann se introdujo como detector de la aberración ocular en [2.10]. En la Figura 2. 3 aunque en la actualidad se comienzan a realizar estudios completos y detallados acerca de la viabilidad en el ojo [3.1], es posible el método más prometedor para la estimación de la aberración ocular.

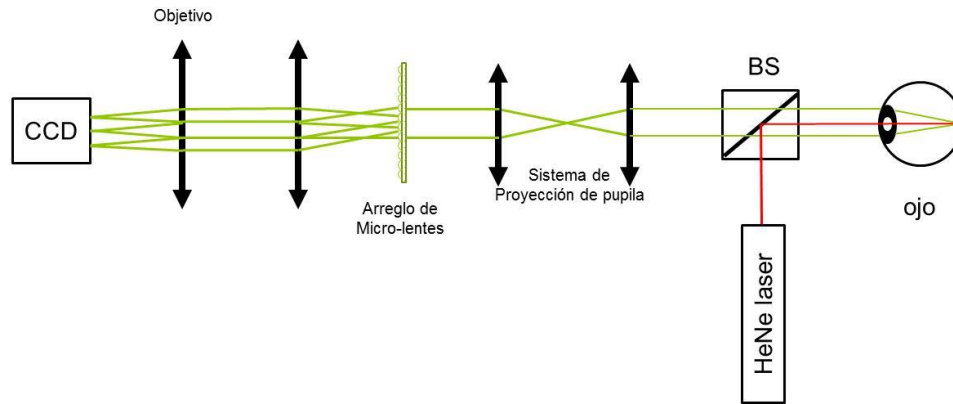


Figura 2. 3. Esquema del sistema utilizado con el sensor de Shack-Hartmann.

En el primer paso se forma la imagen de una fuente puntual en la retina del sujeto, que actúa como fuente puntual del segundo paso. Como el objetivo es conocer la forma del frente de onda en el plano de la pupila, se coloca en el plano conjugado de esta en una matriz de microlentes (mm). La cámara CCD se sitúa en el plano focal imagen de las microlentes.

Si el frente de onda procedente del ojo fuese plano, se formaría una imagen del punto sobre la retina en eje axial de cada microlente. Como esto no es así, hay un desplazamiento respecto al punto ideal en las direcciones  $x$  e  $y$ . De hecho, para un frente de onda plano se formaría para cada microlente la imagen de difracción correspondiente a su reducido tamaño. En el caso real, aparte de la difracción, tanto variaciones locales del frente de onda como la luz difusa proveniente del ojo causan una dispersión de la energía, agrandando la imagen en cada lente.



### 2.3. Polinomios de Zernike

Los polinomios de Zernike son un conjunto de polinomios ortogonales, que han sido ampliamente utilizados para la expansión de frentes de onda y la cuantificación de deformación ópticas en sistemas ópticos con pupilas circulares.

La expresión general para los polinomios es:

$$Z_n^m(\rho, \phi) = \begin{cases} N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \cos m\theta & ; \text{para } m \geq 0 \\ -N_n^m R_n^{|m|}(\rho) \sin m\theta & ; \text{para } m < 0 \end{cases} \quad (2. 1)$$

donde  $N_n^m$  es el factor de normalización donde  $n \geq m \geq 0$ ,  $\phi$  es el ángulo azimutal que va de  $0 \leq 2\pi$  y  $R_n^m(\rho)$  está definido por:

$$R_n^{|m|}(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{(n-|m|)}{2}} \frac{(-1)^s (n-s)! \rho^{n-2s}}{s! \left[ \frac{1}{2}(n+|m|) - s \right]! \left[ \frac{1}{2}(n-|m|) - s \right]!} \quad (2. 2)$$

Esta definición describe únicamente los polinomios de Zernike excepto por la constante de normalización, donde  $\rho$  es la distancia radial  $0 \leq \rho \leq 1$ . En este intervalo de  $\rho$  se cumple la ortogonalidad de los polinomios y la normalización está dada por:

$$N_n^m = \sqrt{\frac{2(n+1)}{1 + \delta_{m0}}} \quad (2. 3)$$

donde  $\delta_{m0}$  es la función delta de Kronecker ( $\delta_{m0} = 1$  para  $m = 0$ , y  $\delta_{m0} = 0$  para  $m \neq 0$ ).

Los primeros polinomios de Zernike, están asociados a deformaciones presentes en sistemas ópticos y se les ha asignado un nombre que está

relacionado con la forma que adquiere la respuesta de la deformación a la función de punto extendido, por ejemplo los polinomios  $Z_1$  y  $Z_2$  se denominan “tip” y “till”, y están asociados a un elemento óptico que está inclinado como se muestra en la Figura 2. 4b-c, y en la Figura 2. 4d el polinomio  $z_4$  se denomina desenfoque y produce un punto extendido, de la misma forma que un sistema óptico que esta desenfocado.

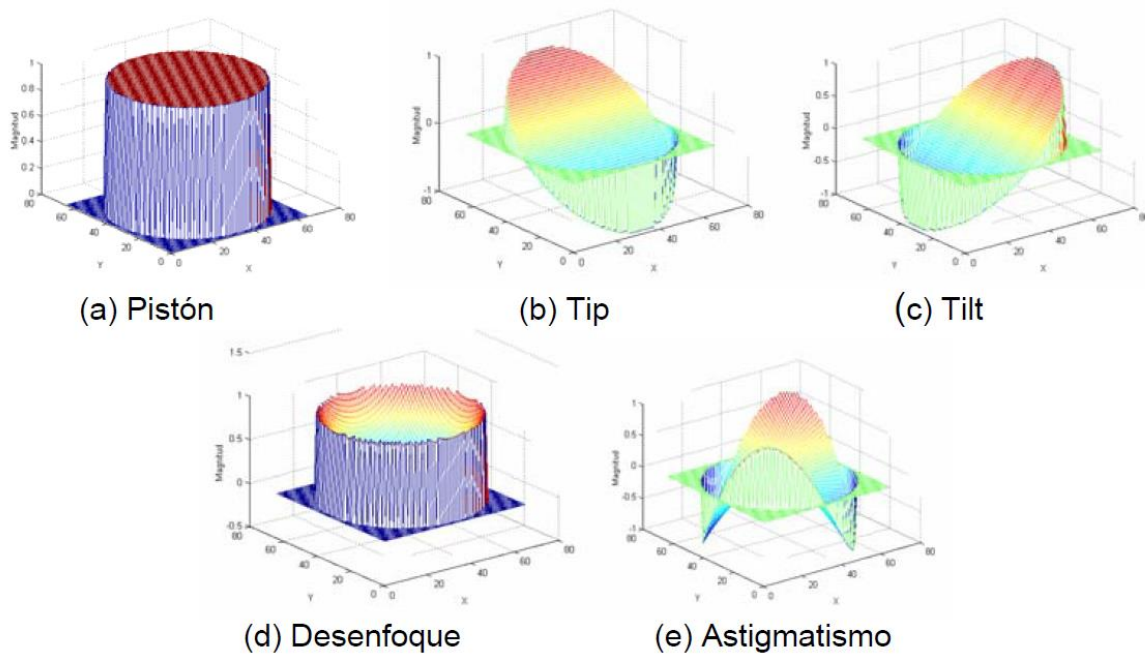


Figura 2. 4. Grafica de los cuatro primeros polinomios de Zernike en: a) Pistón, b) Tip, c) Tilt, d) Desenfoque y e) Astigmatismo.

## 2.4. Reconstrucción del frente de onda

La utilización de un sensor de S-H permite construir sistemas que permiten medir la aberración de los frentes de onda.



Figura 2. 5. Diagrama de flujo de la figura se sintetiza el proceso de reconstrucción de fase para el caso de un sensor de tipo S-H.

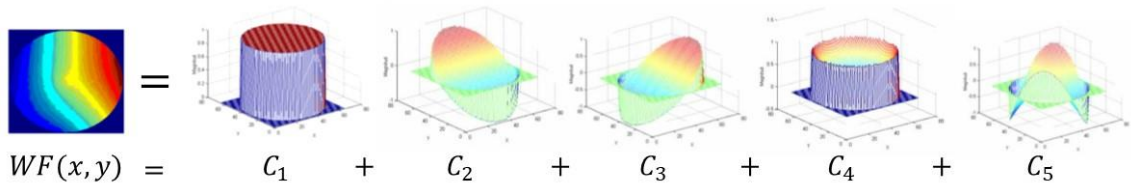
El sensor está formado por dispositivos ópticos y electrónicos capaces de transformar las aberraciones del frente en variaciones de intensidad de la luz y posteriormente en señales eléctricas. Un algoritmo de cálculo de centroides determina las pendientes locales del WF para suministrar al reconstructor la información necesaria para obtener la fase del WF.

Estos tipos de sensores son muy comunes, están ampliamente probados y existe una amplia experiencia en su uso, son muy compactos y estables. De aquí en adelante vamos a restringirnos a la reconstrucción modal, ya que es el método utilizado en el presente trabajo de modo que la fase del frente de onda viene determinada por la siguiente expresión:

$$WF(x, y) = \sum_{i=0}^N C_i Z_i(x, y) \quad (2. 4)$$

donde  $WF$  es la diferencia de fase del frente de onda modificado y el frente de onda plano,  $Z$  es la función que representa los polinomios de Zernike de índice  $i$  y  $C$  es un vector de coeficientes que contiene la información de la amplitud de los polinomios de Zernike. Entonces cualquier variación de fase que se desea introducir a un frente de onda plano puede ser representada por la ecuación (2. 4).

El siguiente paso en la caracterización por medio de los polinomios de Zernike consiste en representar los perfiles del frente de onda de entrada  $WF(x, y)$  como una combinación lineal de los primeros  $N$  polinomios de Zernike, como se mencionó anteriormente y se resumen según la ecuación antes mencionada. Una representación de los polinomios de Zernike de manera gráfica se muestra a continuación, donde cada coeficiente representa un tipo de aberración.



Y su representación de manera de ecuación.

$$WF = C_1Z_1 + C_2Z_2 + C_3Z_3 + C_4Z_4 + C_5Z_5 + \dots + C_nZ_n \quad (2.5)$$

Y de manera matricial.

$$WF(x,y) = [Z_1 \ Z_2 \ Z_3 \ \dots \ Z_n] \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ \vdots \\ C_n \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Se puede expresar de manera compacta.

$$WF(x,y) = Z \cdot C \quad (2.7)$$

### 2.4.1. Matriz de Reconstrucción

Una matriz de lentes formada por  $N$  micro-lentes va a proporcionar  $2N$  medidas en el sensor de SH ya que éste va a medir las pendientes producidas en los ejes  $x$  e  $y$ . Dicha pendiente se obtiene derivando la ecuación (2. 1) obteniendo así:

$$\begin{aligned}
 \alpha_{1,x} &= \left. \frac{\partial WF}{\partial x} \right|_1 = \sum_{k=1}^M C_k \frac{\partial Z_k(x,y)}{\partial x} \\
 \alpha_{1,y} &= \left. \frac{\partial WF}{\partial y} \right|_1 = \sum_{k=1}^M C_k \frac{\partial Z_k(x,y)}{\partial y} \\
 &\vdots \\
 \alpha_{N,x} &= \left. \frac{\partial WF}{\partial x} \right|_N = \sum_{k=1}^M C_k \frac{\partial Z_k(x,y)}{\partial x} \\
 \alpha_{N,y} &= \left. \frac{\partial WF}{\partial y} \right|_N = \sum_{k=1}^M C_k \frac{\partial Z_k(x,y)}{\partial y}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

El índice de la derivada denota la posición del micro-lente ( $x_m, y_m$ ) donde será evaluada la ecuación, y  $M$  es el número de modos utilizados para la reconstrucción. Se puede construir una matriz con todas las derivadas evaluadas en cada coordenada de la matriz de micro-lentes. Dicha matriz se llama matriz de reconstrucción:

$$Z = \begin{bmatrix} S_{11x} & \dots & S_{1jx} & \dots & S_{1Jx} \\ S_{11y} & \dots & S_{1jy} & \dots & S_{1Jy} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1x} & \dots & S_{k jx} & \dots & S_{k Jx} \\ S_{k1y} & \dots & S_{k jy} & \dots & S_{k Jy} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1x} & \dots & S_{K jx} & \dots & S_{K Jx} \\ S_{K1y} & \dots & S_{K jy} & \dots & S_{K Jy} \end{bmatrix} \quad Z = \begin{bmatrix} S_{11x} & \dots & S_{1jx} & \dots & S_{1Jx} \\ S_{21x} & \dots & S_{2jx} & \dots & S_{2Jx} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1x} & \dots & S_{k jx} & \dots & S_{k Jx} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1x} & \dots & S_{K jx} & \dots & S_{K Jx} \\ S_{11y} & \dots & S_{1jy} & \dots & S_{1Jy} \\ S_{21y} & \dots & S_{2jy} & \dots & S_{2Jy} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1y} & \dots & S_{k jy} & \dots & S_{k Jy} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1y} & \dots & S_{K jy} & \dots & S_{K Jy} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Si ahora agrupamos todas las pendientes de cada microlentes en un vector, por la ecuación (2.4).

$$\mathbf{S}_{xy} = [S_{1x}, S_{1y}, S_{2x}, S_{2y}, \dots, S_{kx}, S_{ky}]^T \tag{2.10}$$

$$\mathbf{S}_{xy} \quad \tau$$

La ecuación (2. 5) se puede expresar matricialmente:

$$S_{xy} = ZC \quad (2. 11)$$

donde  $C$  es un vector con todos los coeficientes  $C = (c_1, c_2, c_3 \dots c_m)^T$ , que es precisamente lo que el método de reconstrucción de fase pretende estimar. Entonces se pretende encontrar el parámetro  $C$  que ajusta la serie de funciones de la matriz de reconstrucción a los valores conocidos, de esta manera se obtiene un sistema de  $2N$  ecuaciones con  $M$  incógnitas para que el sistema tenga solución es necesario que  $M \leq 2N$ .

Bibliografía

- [2.1] Rousset, “Wavefront Sensing”, en *Adaptive Optics for Astronomy*, editado por D.M Alloin and J-M. Mariotti (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994), Vol.423, pp.115-138.
- [2.2] J.M Geary, *Introduction to wavefront sensing* (SPIE pres, 1995).
- [2.3] W.H Southwell, “Wave-front analyzer using a maximum likelihood algorithm”, *J.Opt. Soc. Am.* 67,396-399 (1977).
- [2.4] R.A. Gonslves, “Phase retrieval and diversity in adaptive optics”, *Optical Engineering* 21, 829-832 (1982).
- [2.5] R.K. Tyson, “Conversion of Zernike aberration coefficients to Seidel and Higher-order power series aberration coefficients”, *Optics letters* 7(6), 262-264 (1982)
- [2.6] D. Malacara, *Optics Shop Testing* (2nd edition)(J. Wiley, 1992)
- [2.7] Lovasik, J. A Simple Continuously Recording Infrared Optometer. *American Journal of Optometry and Physiological Optics*, Jan, 1983, vol 60, no. 1, pp. 80-87 ISSN 0093-7002; 0093-7002.
- [2.8] Navarro R, Losada MA. Aberrations and Relative Efficiency of Light Pencils in the Living Human Eye. *Optom. Vis. Sci.* 1997; 74: 540–547.
- [2.9] Navarro R, Moreno E, Dorronsoro C. Monochromatic Aberrations and Point-Spread Functions of the Human Eye across the Visual Field. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1998; 15: 2522–2529.
- [2.10] Liang J, Grimm B, Goelz S, Bille J. Objective Measurement of Wave Aberrations of the Human Eye with the Use of a Hartmann–Shack Wave-front Sensor. *J. Opt. Soc. Am. A.* 1994; 11: 1949–1957.

---

# Capítulo 3

## **Sistemas de Corrección del Frente de Onda**

---

En este capítulo se revisa la teoría y características técnicas del fundamento de la etapa de corrección de la aberración del frente de onda.

Se presenta el algoritmo más utilizado en un sistema de óptica adaptiva tradición, el cual involucra el proceso para obtener: a) la matriz de Funciones de influencias, b) Estimar el vector de voltajes que se necesita aplicar en cada electrodo del espejo deformable para este caso (32 actuadores), y c) La implementación de un algoritmo clásico de control para estos sistemas de AO.



### **3.1 Correctores de aberración**

Los primeros órdenes de aberración (inclinación, desenfoque, astigmatismo) en general se pueden corregir por procedimientos sencillos como la introducción de prismas o lentes convencionales. Para la corrección de las aberraciones de alto orden se han utilizado principalmente diferentes familias o tipos de espejos deformables [3.1], se clasifican esencialmente por las características de la superficie del espejo (espejos facetados, continuo y de membrana), por el tipo de corrección que introducen (pistón, inclinación, curvatura) y por el tipo de actuador que se utiliza para deformar la superficie de espejo.

Como inconveniente, los espejos deformables presentan histéresis en el camino óptico introducido respecto al voltaje de control, bordes fijos sin desplazamientos (en el caso de membranas), gran tamaño esto puede ser inconveniente o una ventaja dependiendo de la aplicación y control de alto voltaje. Para una implementación práctica la mayor limitación es el elevado precio, tanto del corrector como del sistema de control.

Dentro de la familia de espejos correctores, aunque sus características de construcción y control son diferentes, se acaban de incorporar los microespejos [3.2]. Estos se construyen como circuitos integrados, consiguiéndose gran número de actuadores, reducido tamaño, control a bajo voltaje y una importante reducción del coste final.

#### **3.1.1 Actuador discreto**

Los espejos de este tipo son superficies continuas, cuyo perfil es controlado por un arreglo de electrodos. Estos pueden ser pistones hidráulicos, magnéticos, piezoeléctricos o electrodos que actúan por atracción electrostática como se puede ver en la Figura 3. 1(a). Activando uno de los electrodos se produce una deflexión que se asemeja a un perfil gaussiano en la superficie del espejo. La principal característica de estos espejos deformables continuos es que presentan un coeficiente de

acoplamiento alto, lo que significa que la deformación producida por un actuador se extiende a los electrodos adyacentes, modificando el perfil del 10% al 15% de la deflexión máxima del electrodo activado.

### 3.1.2 Espejos segmentados

Espejo deformable segmentado es un arreglo de segmentos de espejos planos, controlados de manera independientes. Y existen dos clases de espejos segmentados.

Pistón.- estos espejos solo ofrecen un grado de libertad que corresponde al desplazamiento vertical del pistón.

Pistón con inclinación (tip/til) a diferencia de los anteriores, poseen dos grados más de libertad, lo que permite lograr el mismo factos de fase que los espejos segmentados de “pistón”, pero con menos segmentos, Figura 3. 1(b).

### 3.1.3 Espejos de membrana

Los espejos de este tipo consisten en una membrana flexible, reflectiva que se encuentra anclada o sujeta en su borde exterior por un marco rígido, el cual suspende a la membrana de un arreglo de electrodos en la parte inferior Figura 3. 1(c). Al aplicar un voltaje en los electrodos se introduce atracción electrostática, lo que produce una deformación en el espejo. Debido a que la membrana está sujeta por el borde exterior solo dos terceras parte del área central son útiles. Existen otras variantes de espejos de membrana que utilizan efectos térmicos, magnéticos y electromagnéticos.

Alguna de las ventajas de los espejos deformables es que son: acromáticos, inducen pocas pérdidas en el sistema óptico debido a su naturaleza reflectiva y si la superficie es tratada con películas, puede modificar haces de muy alta potencia a diferencia de los moduladores de trasmisión.

### 3.1.4 Espejos bimorfos

Este dispositivo de corrección modal, consiste en un sándwich de capas, empieza con una o dos capas de material piezoeléctrico. En la capa superior de sándwich se encuentra un electrodo continuo en toda la superficie, mientras que en la parte inferior se coloca un arreglo de electrodos. La magnitud de la deformación depende de la intensidad del campo eléctrico y de las propiedades dieléctricas del material o materiales piezoeléctricos. Estos espejos Figura 3. 1(d), son muy útiles para inducir deformaciones de bajo orden y tiene un rango dinámico.

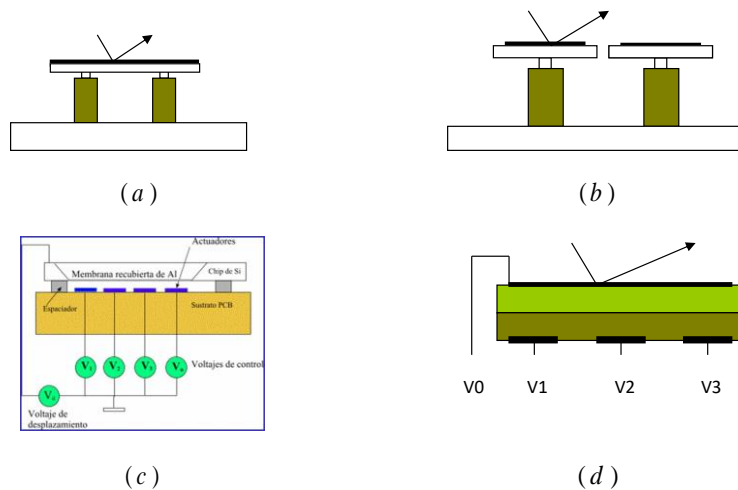


Figura 3. 1. Espejos deformables (a) Espejos continuos con actuadores discretos. (b) Espejos segmentados, con actuador de pistón. (c) Espejo de membrana, en esta configuración la membrana está suspendida sobre un arreglo electrodos, la membrana tiene una película de aluminio que actúa como electrodo común. (d) Espejo bimorfo consiste en un sándwich de materiales piezoeléctrico en la parte inferior se encuentra el arreglo de electrodos.

## 3.2 Matriz de control

En esta sección se presenta el proceso para obtener los voltajes que se necesita aplicar en cada electrodo del espejo deformable para generar un frente de onda con una fase arbitraria, por lo tanto se considera un frente de onda plano, donde la diferencia de fase en todos los puntos es cero. Ahora se genera un nuevo frente de onda debido a que por alguna

razón se introdujo una diferencia de fase es decir un frente de onda aberrado.

Suponiendo que la deformación total del espejo es una superposición lineal de la deformación causada por cada uno de los electrodos del espejo cuando estos son activados individualmente, es posible encontrar una expresión que permita controlar de manera adecuada al DM. A la deformación que causa la activación de un solo electrodo en toda la membrana se le conoce como función de influencia (FI).

Se necesita obtener N funciones de influencia, donde N es el número de electrodos, en este caso para nuestro espejo deformable físico son 32 electrodos ya que en las esquinas no se consideran. Esto se logra enviando una señal de control a cada uno de los 32 electrodos Figura 3. 2. Este espejo deformable de la marca THORLABS consta con las siguientes características principales: un stroke de  $3.8 \mu\text{m}$  -220V, con un tamaño de activación de  $6 \times 6$ , y para cada elemento de  $7.20 \text{ nm RMS}$ . Por lo tanto, se obtiene 32 superficies, que permiten obtener información de cómo la activación de un solo electrodo afecta a toda la membrana.

Con lo antes mencionado para la simulación se consideran 36 funciones de influencia que contienen los coeficientes de los primeros 10 polinomios de Zernike, para cada uno de los electrodos. Todas las columnas que contienen los coeficientes de los polinomios de cada electrodo se agrupan para formar una matriz conocida como matriz de Funciones de Influencia (MFI), en nuestro caso de 36 electrodos x 10 polinomios.

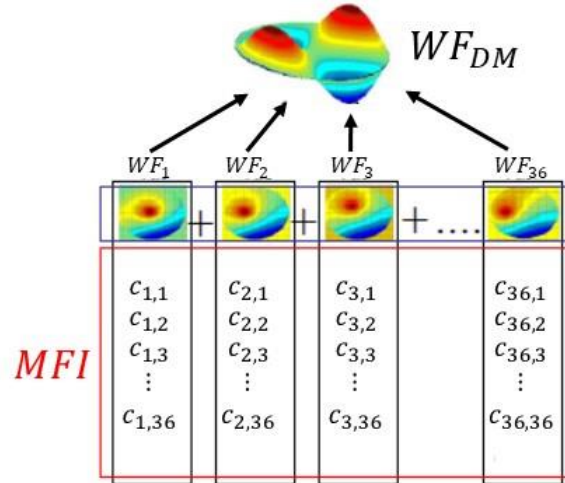


Figura 3. 2. Representación gráfica de la construcción de una MFI en función de los coeficientes de Zernike de cada una de las FI que contribuyen a la deformación de toda la membrana del DM.

Y la distribución de los coeficientes de Zernike en función de los actuadores.

$$A = \begin{bmatrix} S_{11x} & \dots & S_{1mx} & \dots & S_{1Mx} \\ S_{11y} & \dots & S_{1my} & \dots & S_{1My} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1x} & \dots & S_{kmx} & \dots & S_{kMx} \\ S_{k1y} & \dots & S_{kmy} & \dots & S_{kMy} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1x} & \dots & S_{Kmx} & \dots & S_{KMx} \\ S_{K1y} & \dots & S_{Kmy} & \dots & S_{KMy} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} S_{11x} & \dots & S_{1mx} & \dots & S_{1Mx} \\ S_{21x} & \dots & S_{2mx} & \dots & S_{2Mx} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1x} & \dots & S_{kmx} & \dots & S_{kMx} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1x} & \dots & S_{Kmx} & \dots & S_{KMx} \\ S_{11y} & \dots & S_{1my} & \dots & S_{1My} \\ S_{21y} & \dots & S_{2my} & \dots & S_{2My} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{k1y} & \dots & S_{kmy} & \dots & S_{kMy} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{K1y} & \dots & S_{Kmy} & \dots & S_{KMy} \end{bmatrix} \quad (3. 1)$$

Con  $2K \times M$  donde K es el número de microlentes y M es el número de actuadores, esta matriz A es de suma importancia ya que es la que representa virtualmente al espejo, ya que esta nos permitirá conocer la superficie que adoptara el espejo si se introduce un arreglo de voltajes en los electrodos del Espejo deformable.

Si se considera la deformación total del espejo y por lo tanto la fase que introduce como una superposición lineal de la deformación generada por cada actuador se puede escribir como:

$$C = A \cdot V \quad (3. 2)$$

donde  $C$  es el vector de los coeficientes de los polinomios de Zernike de la fase y es el resultado después de aplicar el vector de voltajes  $V$  al espejo deformable.

Ahora para que el espejo adopte una superficie arbitraria, de la ecuación antes mencionada se despeja el vector de voltajes, de tal forma de que la ecuación quede en términos del perfil de fase que se necesita reproducir y la información contenida en  $A$ . Para este despeje es necesario recurrir al método de descomposición de valores singulares, la que dice que cualquier matriz  $A$  puede ser descompuesta en el producto de otras tres matrices, con lo antes descrito se llega a obtener la siguiente expresión  $A = U * W * V^T$  donde  $U$  y  $V$  son matrices ortogonales y  $W$  contiene los valores singulares de la matriz  $A$  y para obtener la inversas de la matriz se utiliza la fórmula de Gene  $H$ , y se obtiene:

$$A^{-1} = V * \left[ \text{diag} \left[ \frac{1}{W_H} \right] \right] * U^T \quad (3. 3)$$

Recordando que esta ecuación solo tienen solución para unos valores singulares.

Aplicando este método a la matriz  $MFI$ :

$$V = A^{-1} Z C \quad (3. 4)$$

Con esta ecuación se obtiene el vector necesario para generar el vector de coeficientes de Zernike, el cual representa el perfil de fase que se requiere.

Una vez encontrado la matriz de control es necesario aplicar un algoritmo el cual te permite controlar esta matriz, para que el WF aberrado detectado pueda compensarse de tal manera que el algoritmo de control proporcione el voltaje necesario para que el espejo deformable pueda compensar el frente de onda aberrado, es por ello que existen una gran diversidad de técnicas de control, en este trabajo se implementa un algoritmo convencional de OA, el cual es básicamente un proporcional.

Con toda la teoría anterior a continuación se presentan los detalles necesarios para la creación de un simulador de un sistema de óptica adaptativa (SSOA), utilizando la teoría de Fourier para la representación del sensor de SH, funciones Gaussianas para modelar las funciones de influencia en el DM y la utilización de la teoría de Diferencias Finitas para la representación del comportamiento en el tiempo del sistema de OA.

## Bibliografía

- [3.1] F. Vargas-Martin, P.M. Prieto, and P. Artal, “Correction of the aberrations in the human eye with a liquid crystal spatial light modulator: Limits to the performance”, *J. Opt. Soc. Am. A*.15 (9), 2552-2562 (1998).
- [3.2] E. N. Ribak, “Deformable mirrors”, en *Adaptive Optics for Astronomy*, editado por D. M. Alloin and J.-M. Mariotti (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1994), Vol 423, pp. 149-162
- [3.3] M.C. Roggeman, V. M. Bright, B. M Welsh et al., Use of micro-electro-mechanical deformable mirrors to control aberrations in optical system: theoretical and experimental result, *Optical engineering* 36 (5), 1326-1338 (1997).



---

# Capítulo 4

## **Simulación**

---

En este capítulo se presentan los resultados numéricos de distintos programas en ambiente de Matlab que simulan el comportamiento de los dispositivos básicos en un Sistema de óptica adaptiva. Estos elementos son: a) sensor de frente de onda tipo SH, b) Espejo deformable, c) Algoritmo en lazo cerrado. Para la representación de los frentes de onda y de la superficie del espejo deformable se utilizan los polinomios de Zernike y perfiles gaussianos en las funciones de influencia, respectivamente. Los programas desarrollados son capaces de evaluar las matrices de reconstrucción y de influencia, así como de estimar los coeficientes de Zernike y el vector de voltajes necesarios para los actuadores del espejo deformable. Como primera aproximación se presenta una interfaz gráfica de usuario, en cual permite que el usuario pueda determinar tanto el número de lentes en el sensor de SH como el número de actuadores en el espejo deformable. Como segunda aproximación se presenta una simulación más avanzada. Este sistema de simulación puede ser utilizado para mejorar la comprensión de los elementos en el sistema de Óptica Adaptiva por aquellas que inician en esta área.

### 4.1. Simulador de un sistema de óptica adaptativa

Los elementos básicos que conforman a un sistema de AO son: un sensor de frente de onda, comúnmente de tipo SH y un espejo deformable DM, estos elementos son utilizados para medir y corregir el frente de onda WF, respectivamente. En la Figura 4. 1 se muestran un sistema de AO clásico y los elementos que lo conforman. En este trabajo los elementos a simular están representados por un círculo punteado como se ve en la Figura 4. 1, estos elementos son: (1) Frente de onda de entrada, básicamente es la representación de una imagen obtenida de algún objeto, (2) Sensor de SH, es un dispositivo que permite obtener y visualizar un WF, (3) Espejo Deformable de membrana DM, se trata de una superficie capaz de deformarse para corregir el WF, (4) Frente de onda aberrado, este es producido al pasar por algún medio.

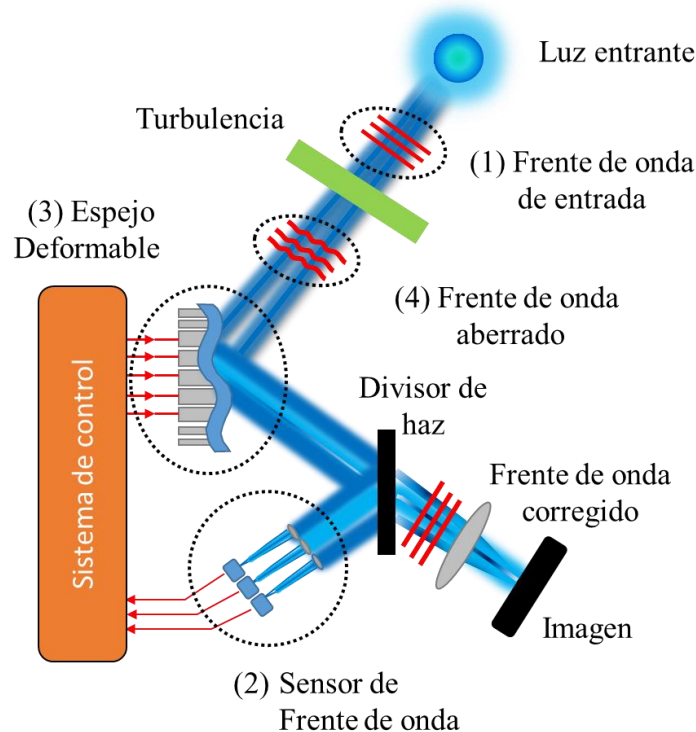


Figura 4. 1. Se muestra un sistema de AO en lazo cerrado y los elementos a simular en: (1) Frente de onda de entrada, (2) Sensor de S-H, (3) Espejo deformable, (4) Frente de onda aberrado.

A lo largo de este trabajo, por sencillez se supondrá que las superficies y los actuadores del DM así como el frente de onda y las lentes en el SH están definidas en superficies y geometrías rectangulares.

#### 4.2. Modelado del Sensor de Frente de Onda SH

El WF se evalúa con el SH, éste sensor como ya ha sido mencionado consta básicamente de un arreglo de microlentes, las cuales forman manchas cuyas posiciones relativas pueden ser asociadas con la pendiente del WF que ilumina cada micro-lente ver Figura 4. 2.

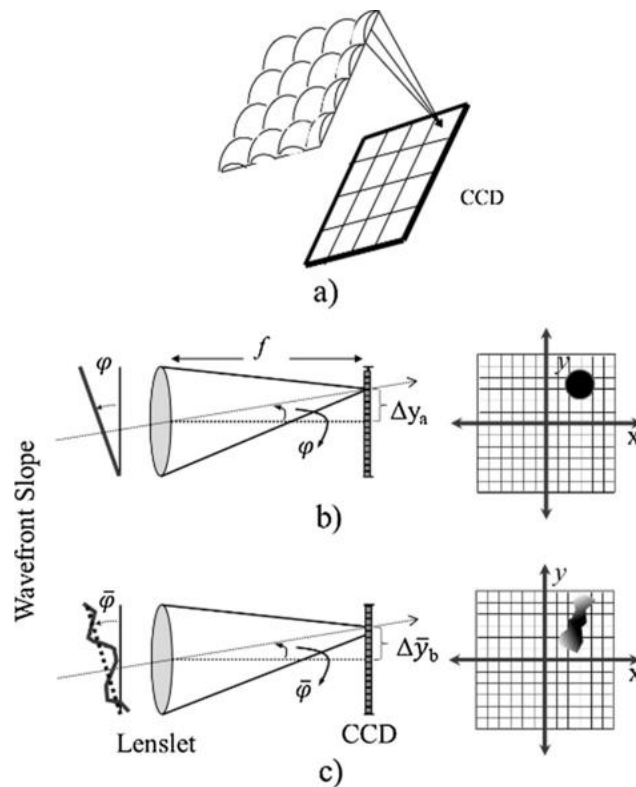


Figura 4. 2. Análisis del frente de onda con un sensor SH. (a) El sensor mide las pendientes del WF con el uso de una matriz de microlentes. (b) Si la porción del WF en un micro-lente seleccionado es plana, se genera un punto perfecto en la cámara CCD, en la posición  $\Delta_{x,y}$  en el sistema de coordenadas cartesianas centrado en el eje óptico del lente. La posición del punto es proporcional a la pendiente del frente de onda. (c) Si la porción de WF no es plana, se genera una mancha irregular.

Los conceptos de óptica geométrica acerca de las lentes son tan conocidos que se acepta rápidamente el funcionamiento de este sensor, casi sin cuestionamiento alguno. Sin embargo en la realidad el comportamiento de este dispositivo es más complejo. Para ver esto, notemos que el arreglo de micro-lente en realidad puede ser visto como una rejilla de difracción, y por lo tanto es posible utilizar una teoría más compleja que la óptica geométrica para estudiar su comportamiento. Particularmente desde la perspectiva de la óptica de Fourier este dispositivo puede ser visto como una rejilla de difracción con una función de transmitancia determinada por [4.1], [4.2]:

$$t_m = t_s * \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \delta(x - x_m) \delta(y - y_m) \quad (4.1)$$

el asterisco denota la operación de convolución y  $t_s$  es la función de transmitancia de una micro-lente y está definida por:

$$t_s = t_l \text{rect} \left( \frac{x}{a} \right) \text{rect} \left( \frac{y}{b} \right) \quad (4.2)$$

$a$  y  $b$  son las dimensiones de las micro-lente ( $a \times b$ ), con  $t_l$  la amplitud compleja de la transmitancia, definida como:

$$t_l = e^{jkn_0 \Delta_0} e^{-j \frac{k}{2f} (x^2 + y^2)} \quad (4.3)$$

De esta forma si pensamos que el frente de onda que incide sobre el sensor de SH es  $E_0(x,y)$  entonces el campo eléctrico inmediatamente después de la rejilla de microlentes es:

$$E_0(x, y)t_m = E_0(x, y) \left[ t_s * \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \delta(x - x_m)\delta(y - y_m) \right] \quad (4. 4)$$

Finalmente si se utiliza la teoría de difracción en la aproximación de Fresnel tenemos que la propagación de éste campo eléctrico hasta la cámara CCD está determinado por [4.3]:

$$E_f(x_f, y_f) = \frac{1}{j\lambda f} e^{j\frac{k}{2f}(x^2+y^2)} FF \left\{ E_0(x, y)t_m e^{[j\frac{k}{2f}(x^2+y^2)]} \right\} \quad (4. 5)$$

en donde  $x_f, y_f$  son las coordenadas en el plano que contiene la cámara CCD,  $FF$  denota la transformada de Fourier bidimensional y  $f$  es la distancia focal de las microlentes. Finalmente dado que lo que registra la cámara CCD es la intensidad de ese campo eléctrico, podemos calcular este parámetro como:

$$I(x_f, y_f) = E_f(x_f, y_f)E_f^*(x_f, y_f) \quad (4. 6)$$

donde  $E_f^*$  denota la versión conjugada del campo eléctrico  $E_f$ .

Con todos estos resultados podemos entonces simular el patrón de manchas característico que se produce en la cámara CCD de un sensor SH. El siguiente paso es calcular las posiciones de cada mancha. Para esto podemos utilizar la definición de centros de masa. En éste caso los desplazamientos de los centroides de cada mancha pueden ser calculados como:

$$\Delta_x = \frac{\iint_s xI(x, y)dxdy}{\iint_s I(x, y)dxdy} \quad (4. 7)$$

$$\Delta_y = \frac{\iint_s yI(x,y)dxdy}{\iint_s I(x,y)dxdy} \quad (4. 8)$$

donde  $\Delta_{x,y}$  son los desplazamientos del centroide de la mancha en cada apertura  $s$ , asignada a cada micro-lente. Una vez obtenidos estos centroides puede finalmente calcularse la pendiente del WF con las siguientes expresiones:

$$S_x = \frac{\partial WF}{\partial x} = \frac{\Delta_x}{f} \quad (4. 9)$$

$$S_y = \frac{\partial WF}{\partial y} = \frac{\Delta_y}{f} \quad (4. 10)$$

De esta forma podemos entonces simular el comportamiento del sensor SH siguiendo los pasos que se muestran en la Tabla 4. 1.

Tabla 4. 1. Seudocódigo para la simulación de un sensor de Shack-Hartmann.

- 
1. Generar la superficie que represente al WF
  2. Multiplicar el WF incidente,  $E_0 = e^{ikWF}$  por la función de transmitancia de la rejilla de microlentes, (4. 1).
  3. Calcular el campo eléctrico en la cámara CCD,  $E_f$ , a través de la transformada de Fourier, (4. 5).
  4. Determinar la intensidad en la cámara CCD, (4. 6).
  5. Obtener las posiciones de los centroides de las manchas producidas por las microlentes utilizando las (4. 7).
  6. Determinar las pendientes del WF utilizando (4. 9) y (4. 10).
-

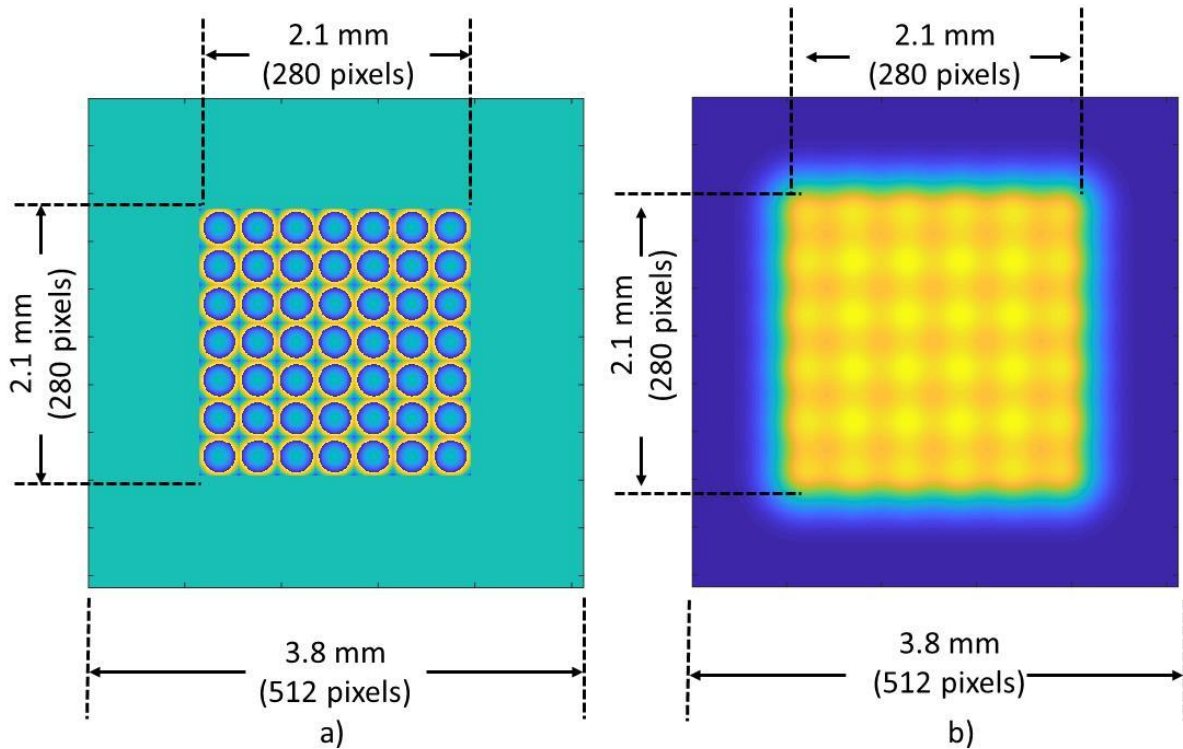


Figura 4. 3. Ilustración del sensor SH simulado y el espejo deformable. a) El conjunto de sensores SH la cual se simuló en una región de  $280 \times 280$  píxeles y  $512 \times 512$  píxeles respectivamente. La forma de las microlentes es cuadrada, mientras que el cambio de fase a través de cada micro-lente es radial. (b) La superficie del DM también se simuló dentro de una región de  $512 \times 512$  píxeles, los actuadores fueron de  $6 \times 6$  los cuales se distribuyeron de forma equidistante en los  $280 \times 280$  píxeles centrales. En esta figura, los 36 actuadores se activaron con la misma amplitud. Claramente, es posible observar que la superficie no es plana, esta situación se conoce como efecto "waffle".

### 4.3. Modelado del Espejo Deformable

Para modelar la respuesta del comportamiento de un DM, fue necesario la simulación del mismo y básicamente es un reflector de superficie, capaz de deformarse para corregir las aberraciones del frente de onda de entrada. Las deformaciones son inducidas por actuadores activados por voltaje. Para caracterizar la superficie de DM, generalmente se usa un concepto de función de influencia en las técnicas de AO vistas ya en el capítulo 3. La deformación causada en la membrana por los

actuadores genera una perturbación que afecta a las regiones cercanas de otros actuadores, de ahí el nombre de la función de influencia. El perfil de deformación para cada actuador depende de las características mecánicas de la membrana. Para simplificar en este documento, suponemos que el perfil de esta función es gaussiano [4.4]. Sin embargo, esta característica se puede cambiar fácilmente si es necesario.

En la Figura 4. 4a-b se muestran las funciones de influencia de dos actuadores en posiciones diferentes y con diferentes alturas. Figura 4. 4c muestra el efecto de dos actuadores activados simultáneamente. La perturbación de uno de los actuadores afecta al otro y viceversa. Este hecho debe tenerse en cuenta al generar la superficie de corrección de frente de onda requerida. Para obtener la forma deseada de la superficie de DM en el sistema de simulación, es necesario determinar los valores del vector de voltaje  $V$  que activa los actuadores. La magnitud de cada función de influencia se establece por la tensión del actuador respectivo, como se discutirá más adelante. La forma de la superficie de DM se representa entonces como una combinación lineal de las funciones de influencia. El pseudocódigo que describe los pasos de la simulación de DM se muestra en la Tabla 4. 2.



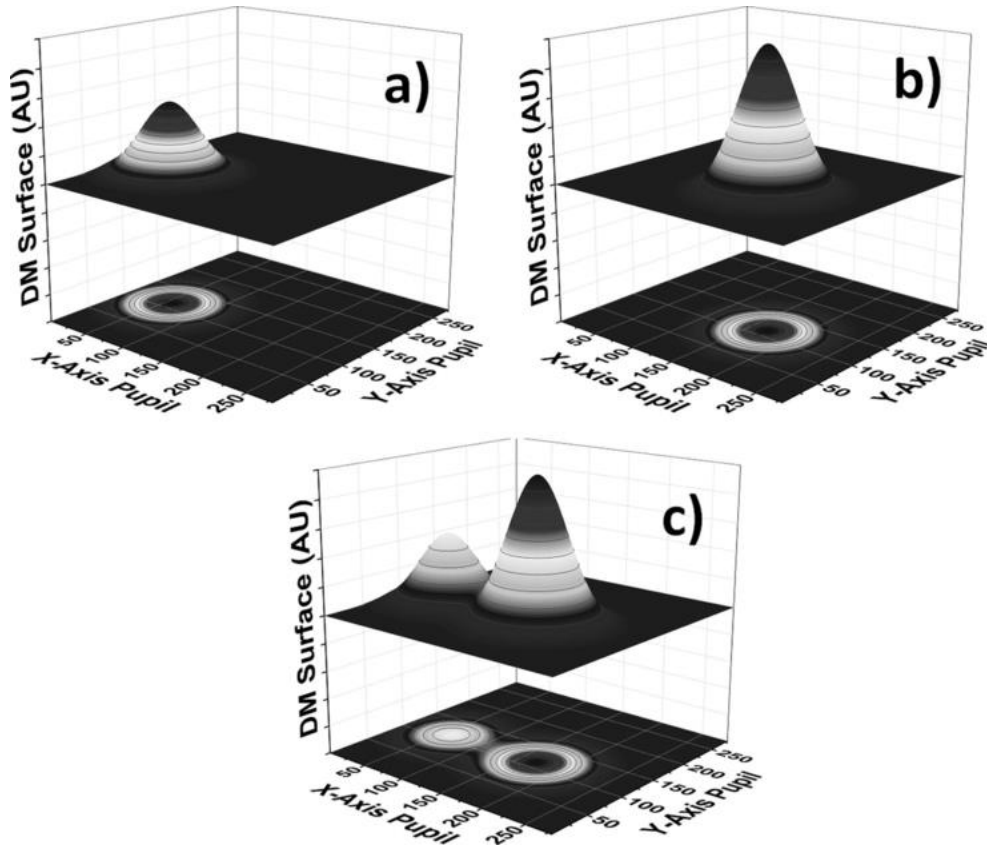


Figura 4. 4. Función de influencia para dos actuadores: (a) y (b) en diferentes posiciones y con diferentes amplitudes. (c) Cuando ambos actuadores se activan simultáneamente, se afectan entre sí, por esta razón, la función que determina el perfil de cada actuador se conoce como función de influencia. En este trabajo, se utilizó un perfil gaussiano como función de influencia.

Tabla 4. 2. Seudocódigo para la simulación del DM

- 
- 
1. Definir el perfil de la FI.
  2. Enviar el número de actuadores y sus posiciones
  3. Definir la relación entre el voltaje y la amplitud de desplazamiento de los actuadores.
  4. Generar la superficie en el DM deseada como una combinación lineal de todas la FI's
-

#### 4.4. Matrices de Reconstrucción y de Influencia

Para representar el WF, se usan típicamente los polinomios de Zernike en las técnicas de AO [4.5], permitiendo así mediante la notación en su forma rectangular o polar el uso para estimar el WF residual y su reconstrucción. En este trabajo se utilizó la ecuación generatriz (2. 2), también se pueden usar para estimar la forma del DM ya que se modela mediante funciones Gaussianas. Los coeficientes  $C$  de los modos de Zernike están relacionados con las medidas de las pendientes de WF realizadas con el sensor SH para así obtener la matriz de reconstrucción  $Z$  [4.6]:

$$S_{xy} = ZC \quad (4. 11)$$

donde  $S_{xy}$  es el vector de las pendientes del WF que contienen  $1 \times 2K$  elementos,  $K$  es el número de microlentes, el factor 2 proviene de los dos ejes a lo largo de los cuales se calculan las pendientes  $(x, y)$ ,  $Z$  es la matriz de reconstrucción con  $2K \times J$  elementos,  $J$  es el número de polinomios de Zernike utilizados para representar el WF y la superficie de DM, y  $C$  es el vector con los coeficientes polinómicos de Zernike con  $1 \times J$  elementos.

El procedimiento utilizado para generar la matriz de reconstrucción en este trabajo de tesis se ilustra en la Figura 4. 5 y se describe como un pseudocódigo en la Tabla 4. 3. Cada columna de la matriz  $Z$  está formada por las pendientes de un modo de Zernike en los ejes  $(x, y)$ , obtenidos en cada microlente del sensor SH. En nuestras simulaciones, hemos utilizado los primeros 10 polinomios de Zernike.

Los coeficientes de Zernike pueden calcularse a partir de las pendientes,  $S_{xy}$  usando la ecuación (4. 5), que requiere el cálculo de la inversa de la matriz  $Z$ . Sin embargo, en general,  $Z$  no es cuadrada, por lo que se utilizó, el método de la matriz pseudoinversa para calcular  $Z^{-1}$  [4.7], [4.8]. Con todo esto, es posible calcular los coeficientes de Zernike como:

$$C = Z^{-1}S_{xy} \quad (4.12)$$

Una vez que se estiman los coeficientes de los polinomios de Zernike, la simulación puede generar el WF reconstruido como:

$$WF(x, y) = \sum_{i=1}^J C_i Z_i(x, y) \quad (4.13)$$

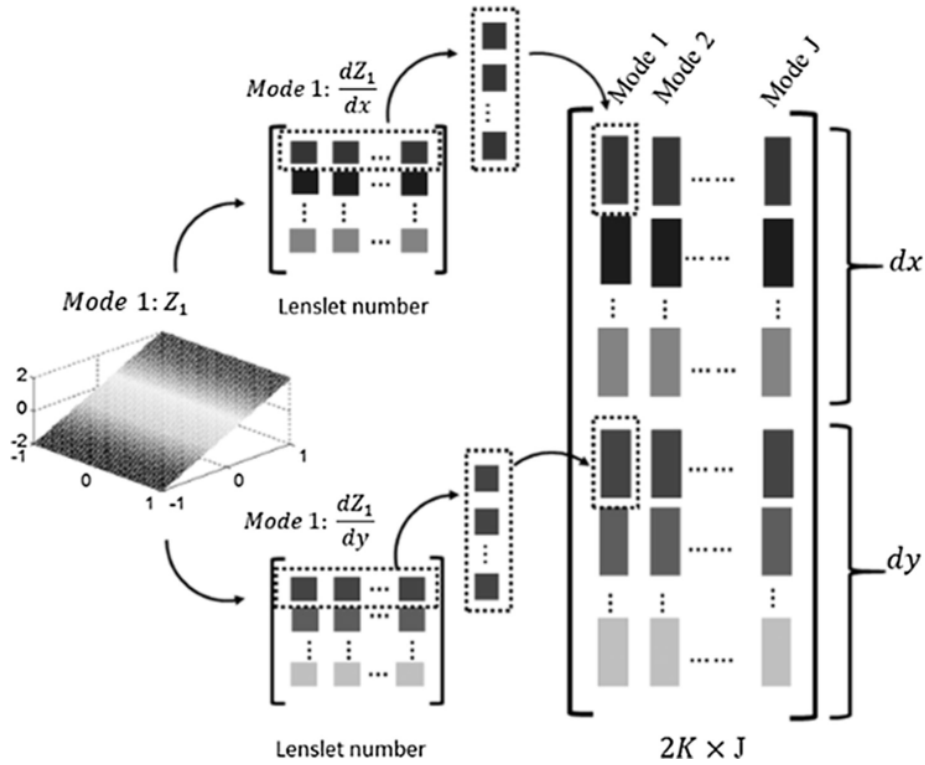


Figura 4. 5. Ilustración del procedimiento utilizado para obtener la matriz de reconstrucción de los modos de Zernike  $J$ ,  $dZ_j/dx$  y  $dZ_j/dy$  son las pendientes del  $j$ -ésimo modo Zernike a lo largo de los ejes  $x$  y  $y$ , en cada uno de las  $K$  microlentes del sensor S-H. Por lo tanto, el tamaño de la matriz de reconstrucción es  $2K \times J$ .

Tabla 4. 3. Seudocódigo para generar la matriz de reconstrucción.

- 
1. Genere la superficie WF utilizando el primer modo de los polinomios de Zernike.
  2. Calcule las pendientes en las direcciones  $x$  y  $y$  para obtener las matrices de pendiente  $x$  y  $y$ .
  3. Para la matriz de pendiente  $x$  obtenida en 2, tome la primera fila, genere su transpuesta y colóquela en un vector auxiliar.
  4. Tome la siguiente fila, genere su transpuesta y concatenarla con el vector auxiliar. Cambiar el nombre del vector obtenido como vector auxiliar
  5. Repite 4 con todas las filas.
  6. Repite 3-5 para la matriz de pendiente  $y$ .
  7. Concatenar los vectores de columna de pendiente obtenidos en 6.
  8. Genere la siguiente superficie WF usando el siguiente modo de los polinomios de Zernike.
  9. Repita los pasos 2 a 8 para el número deseado de polinomios de Zernike.
  10. Combina las columnas obtenidas en una matriz.
  11. El resultado es la matriz de reconstrucción  $Z$ .
- 

Después de la reconstrucción del frente de onda para las pendientes medidas, se debe calcular un vector de voltajes que modifique la forma del DM para corregir el WF de la onda óptica entrante. Para llegar a esto, es necesario calcular la matriz de funciones de Influencia  $A$ , de forma similar para la matriz de reconstrucción  $Z$ . La única diferencia es cambiar cada actuador en lugar de un modo de Zernike. Este procedimiento se describe en la Tabla 4. 4 y se ilustra en la Figura 4. 6.

En el siguiente paso, se crea el vector de tensión  $V$  de los elementos para modificar cada uno de los  $M$ -actuadores del espejo deformable mediante:

$$V = A^{-1}ZC \quad (4. 14)$$

donde  $A^{-1}$  es la matriz pseudoinversa de la matriz  $IF$ . Esta ecuación se llama representación modal de la superficie. También se puede usar la

denominada representación zonal, en la que solo se utiliza la información de la pendiente WF. El vector de voltaje puede calcularse mediante la ecuación como (4. 15):

$$V = A^{-1}S_{xy} \quad (4. 15)$$

donde  $S_{xy}$  es el vector de pendiente de la superficie que se representará en el DM. En el SSOA hemos utilizado la representación modal, ya que se ha demostrado ser más estable en sistemas reales [4.6].

Finalmente, la forma de la superficie del DM se calcula mediante la ecuación (4.16).

$$WF_{DM}(x, y) = \sum_{i=1}^M V_i IF_i(x, y) \quad (4.16)$$

donde  $IF_i$  es la función de influencia del i-ésimo actuador y  $V_i$  es el i-ésimo elemento del vector de tensión.

La implementación de los algoritmos anteriores permite la simulación del funcionamiento del espejo deformable a medida que cambian los datos de entrada del sensor SH.

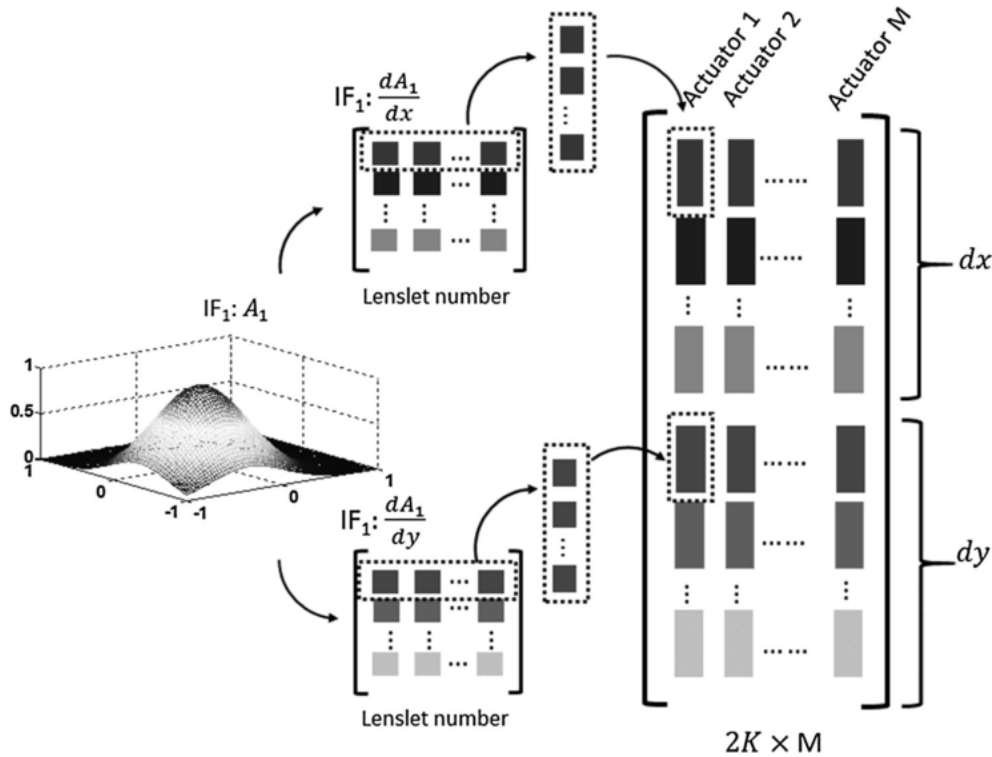


Figura 4. 6. Ilustración del procedimiento para obtener la matriz de función de Influencia utilizando  $M$  actuadores en el DM.  $dA_m/dx$  y  $dA_m/dy$  son las  $m$ -ésima pendientes de la función de influencia a lo largo de los ejes  $x$  y  $y$ . En cada uno de las  $K$  microlentes en el sensor S-H. La matriz tiene un tamaño de  $2K \times M$ .

Tabla 4. 4 Seudocódigo para la obtención de matriz de IF.

1. Active el primer actuador presente en el DM.
2. Calcule las pendientes en las direcciones  $x$  y  $y$  para obtener las matrices de pendiente  $x$  y  $y$  de la Superficie de DM.
3. Para la matriz  $x$  pendiente obtenida en 2, tome la primera fila, genere su transpuesta y colóquela en un vector auxiliar.
4. Tome la siguiente fila, genere su transpuesta y concatenarla con el vector auxiliar. Cambiar el nombre del vector obtenido como vector auxiliar
5. Repite 4 con todas las filas.
6. Repite 3-5 para la matriz de pendiente  $y$ .
7. Concatenar los vectores de columna de pendiente obtenidos en 6.

8. Activar el siguiente actuador.
9. Repita los pasos 2 a 8 para el número de actuador del DM.
10. Genera una matriz con las columnas obtenidas.
11. El resultado es la matriz  $A$  de IF.

#### 4.5. Modelado del Sistema en Lazo Cerrado

Para lograr la simulación del sistema OA, es necesario introducir la retroalimentación entre el sensor SH y DM. En este trabajo se considera que el resultado de la reflexión de WF en la superficie del DM es simplemente la diferencia entre estas dos variables.

En general, esto es más complejo, sin embargo, creemos que los resultados que se pueden obtener con esta idea pueden proporcionar un buen enfoque cualitativo.

La Figura 4. 7 muestra el diagrama de bloques del sistema de control de bucle cerrado utilizado para corregir las aberraciones de la WF. Para determinar la respuesta del sistema, se utilizó la función de transferencia de cada elemento. Para el caso de los bloques correctores de Control, Computadora y frente de Onda, sus funciones de transferencia correspondientes se pueden considerar como 1, ya que su respuesta es bastante rápida en comparación con la del sensor SH.

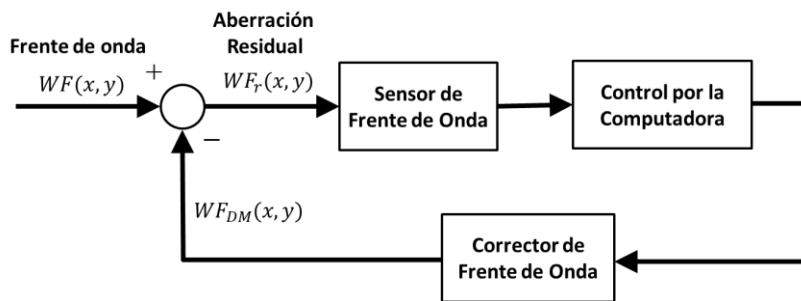


Figura 4. 7 Sistema de control en lazo cerrado para corregir la aberración de la WF.

Por lo tanto, en este trabajo consideramos que la respuesta temporal está determinada por el rendimiento del sensor SH, que suele ser el elemento más lento en el sistema que se está simulando. Para este sensor, el

elemento fotodetector (cámara CCD o matriz de fotodiodos) requiere un proceso de integración en un tiempo  $T$ , de modo que la función de transferencia de este bloque pueda expresarse mediante la ecuación (4.17), [4.6].

$$H_{SH}(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{Ts} \quad (4.17)$$

donde  $T$  es el tiempo característico del bloque y  $s$  es la frecuencia compleja en el dominio de Laplace. Para presentar los efectos de la ecuación (4.17) en (4.11) dentro de la simulación utilizamos el método numérico de las Diferencias Finitas en el Dominio de Tiempo (FDTD por sus siglas en inglés) [4.9] para implementar el equivalente temporal de esta ecuación. En la Figura 4.8 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo, que contiene tres bloques principales, uno para evaluar la matriz de reconstrucción  $Z$ , Figura 4.8a, otro para evaluar la matriz de función de influencia, Figura 4.8b, y el último para implementar el sistema de control de lazo cerrado para corregir las aberraciones Figura 4.8c.

Por otro lado para las ecuaciones de diferencias finitas en la respuesta en el tiempo podemos realizar lo siguiente: si  $\nabla^{SH}$  es un operador que determina las pendientes en  $X$  y  $Y$ , entonces

$$S_{xy}(\vec{r}) = \nabla^{SH} WF(\vec{r}) \quad (4.18)$$

representa el valor de pendientes que finalmente entregara el sensor de S-H. Sin embargo queremos introducir la respuesta no instantánea del sensor, para esto podemos pensar que la respuesta temporal y espacial del sensor S-H puede ser expresada como:

$$S_{xy}(\vec{r}, t) = \nabla^{SH} WF(\vec{r}, t) \otimes h_{SH}(t) \quad (4.19)$$

donde  $S_{xy}(\vec{r}, t)$  es la respuesta del sensor de S-H en el espacio (las pendientes del WF) y el tiempo,  $\nabla^{SH} WF(\vec{r}, t)$  es el valor las pendientes del



frente de onda obtenidas a partir del operador  $\nabla^{SH}$  y el frente de onda mismo,  $h_{SH}(t)$  es la función de respuesta al impulso del sensor S-H que determinar el comportamiento temporal de dicho sensor y  $\otimes$  denota la operación convolucion. Para determinar la forma funcional de  $h_{SH}(t)$  determinemos la Transformada de Laplace de la ecuación la ecuación (4. 19):

$$\tilde{S}_{xy}(\vec{r}, s) = \nabla^{SH} \widetilde{WF}(\vec{r}, s) H_{SH}(s) \quad (4. 20)$$

donde  $\tilde{S}_{xy}(\vec{r}, s)$ ,  $\nabla^{SH} \widetilde{WF}(\vec{r}, s)$  y  $H_{SH}(s)$  son las transformadas de Laplace de  $S_{xy}(\vec{r}, t)$ ,  $\nabla^{SH} WF(\vec{r}, t)$  y  $h_{SH}(t)$ , respectivamente. Si consideramos una respuesta de la forma:

$$H(s) = \frac{1 - e^{-Ts}}{Ts} \quad (4. 21)$$

Entonces la ecuación (4. 20) puede escribirse como:

$$\tilde{S}_{xy}(\vec{r}, s) = \nabla^{SH} \widetilde{WF}(\vec{r}, s) \frac{1 - e^{-Ts}}{Ts} \quad (4. 22)$$

si despejamos el termino  $Ts$  tenemos que:

$$Ts \tilde{S}_{xy}(\vec{r}, s) = \nabla^{SH} \widetilde{WF}(\vec{r}, s) - e^{-Ts} \nabla^{SH} \widetilde{WF}(\vec{r}, s) \quad (4. 23)$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace,  $\mathcal{L}^{-1}$ :

$$T \frac{dS_{xy}(t)}{dt} = \nabla^{SH} WF(\vec{r}, t) - \nabla^{SH} WF(\vec{r}, t - T) U(t - T) \quad (4. 24)$$

Donde  $U(t)$  es la función escalón unitario. Aplicando diferencias finitas y suponiendo que se tiene una versión discretizada de  $S_{xy}(\vec{r}, t) = S_{xy}(m\Delta x, n\Delta y, q\Delta t) = S_{xy}^q[m, n]$

$$T \left( \frac{S_{xy}^{q+1}[m, n] - S_{xy}^{q-1}[m, n]}{2\Delta t} \right) = \nabla^{SH}WF^q[m, n] - \nabla^{SH}WF^{q-Q}[m, n]U(q - Q) \quad (4. 25)$$

donde Q representa el retraso  $T=Q\Delta t$ . Por lo tanto:

$$S_{xy}^{q+1}[m, n] = \frac{2\Delta t}{T} \{ \nabla^{SH}WF^q[m, n] - \nabla^{SH}WF^{q-Q}[m, n]U(q - Q) \} + S_{xy}^{q-1}[m, n] \quad (4. 26)$$

La ecuación (4. 26) es la llamada ecuación de actualización, la cual permite determinar los valores futuros de las pendientes que entrega el sensor de S-H simulado, con una función de transferencia determinada por la ecuación (4. 21).

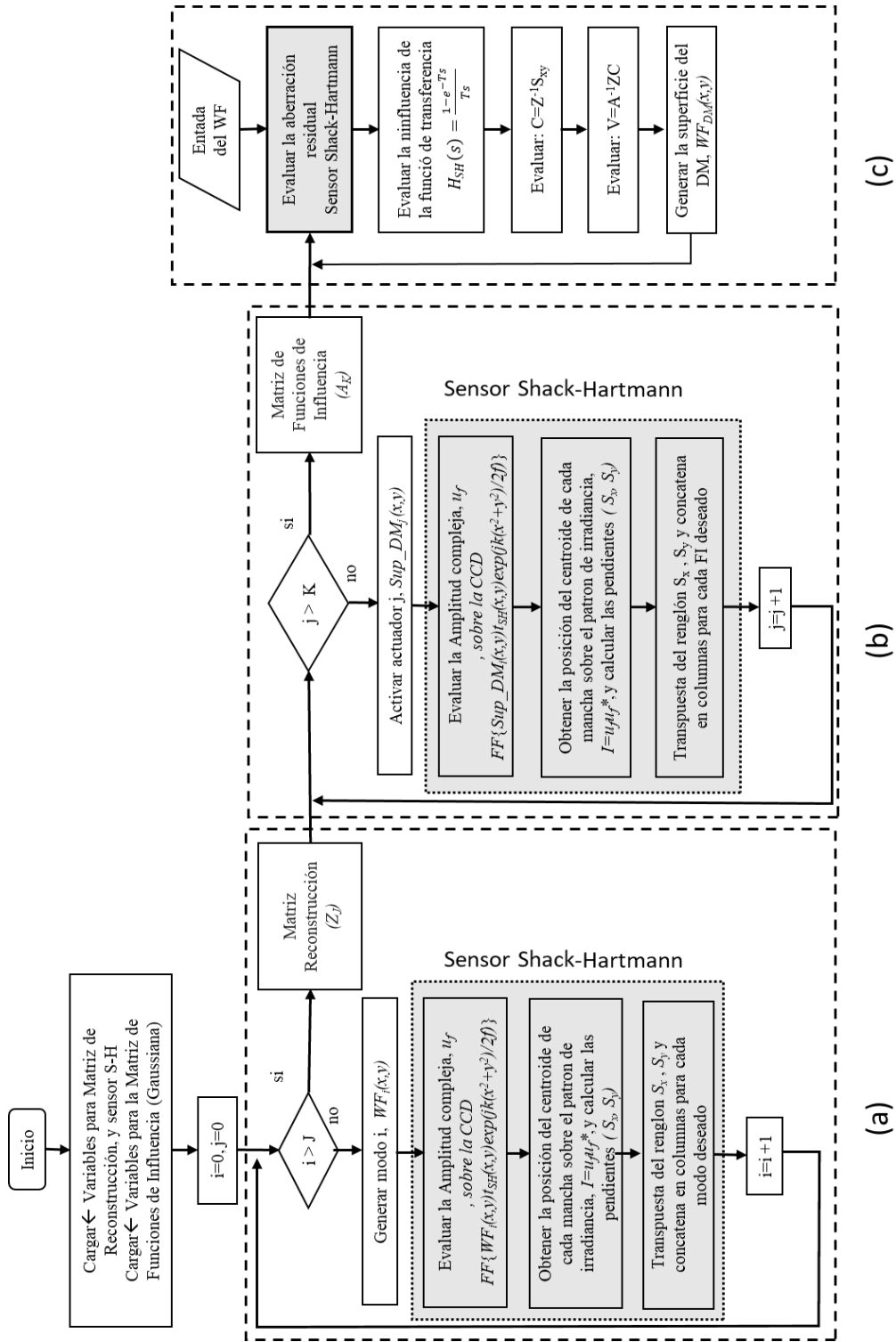


Figura 4. 8 Diagrama de flujo general. Algoritmos para obtener: (a) la matriz de reconstrucción, (b) la matriz de función de influencia, y (c) la simulación del control en lazo cerrado. En (a) y (b), los cuadros grises muestran los pasos necesarios para simular el sensor S-H. En (c) para simplificar, estos pasos no se muestran.

En la Figura 4. 8 se presenta un diagrama a flujo en donde se resumen todo lo antes mencionado en este capítulo. Es importante mencionar que éstos resultados permitieron la publicación de un artículo en la revista indexada *Optics and Laser Technology*, tal y como se puede ver en el *anexo 1*.

A continuación se presentan los resultados de la simulación de un sistema de óptica adaptiva (Adaptive Optic ) mediante una interfaz gráfica de usuario con la idea más básica de lo que es un sistema de AO, es decir el modelo del S-H no es tan robusto como lo antes mencionado y la parte de retroalimentación es solo la comparación entre la señal de frente de onda de entrada y la de la superficie del DM.

Bibliografía

- [4.1] Yang Dai, Faquan Li, Xuewu Cheng, Zhiling Jiang, Shunsheng Gong, Analysis on Shack-Hartmann wavefront sensor with Fourier optics, *Opt. Laser Technol.* 39 (2007) 1374–1379.
- [4.2] Jérôme Primot, Theoretical description of a Shack-Hartmann wave-front sensor, *Opt. Commun.* 222 (2003) 81–92. Brent L. Ellerbroek, Charles Van Loan, Robert J. Plemmons, “Optimizing closed-Load adaptive-optics performance with use of multiple control bandwidths”, Vol.11, No.11, (1994).
- [4.3] Josep W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, third ed., Roberts & Company Publishers, 2005.
- [4.4] F.U. Qiang, et al., Experimental study on modified linear quadratic Gaussian control for adaptive optics, *Appl. Opt.* 53 (8) (2014) 1610–1619.
- [4.5] J. Schwiegerling, Scaling Zernike expansion coefficients to different pupil size, *J. OSA* 19 (10) (2002) 1937–1945.
- [4.6] J. Porter, H.M. Queener, J.E. Lin, K. Thorn, A. Awwal, *Adaptive Optics for Vision Science: Principles, Practices, Design, and Applications*, 2006.
- [4.7] Arne Bjerhammar, Application of calculus of matrices to method of least squares with special reference to geodetic calculations, *Trans. Roy. Inst. Tech. Stockholm* 49 (1951).
- [4.8] Roger Penrose, A generalized inverse for matrices, in: *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 51, 1955, 406–413.
- [4.9] Taflove, S.C. Hagness, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, 2nd ed. Artech House, Norwell, MA, 2000.
- [4.10] Penrose, Roger, “A generalized inverse for matrices”, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 51: 406-413, (1955).

---

# Capítulo 5

## **Resultados**

---

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con el SSOA, el cual abarca los siguientes puntos: a) Simulación de un frente de onda, b) simulación de cambios temporales en las aberraciones en el frente de onda, c) Simulación del sensor SH, d) simulación del comportamiento del espejo deformable para su manipulación y e) el desempeño del control de lazo cerrado mediante la técnica de FDTD.

## 5.1. Simulador de un Sistema de Óptica Adaptativa, SSOA

En esta sección, discutimos los resultados del simulador bajo las siguientes condiciones:

1. La superficie de WF y DM se genera en pupilas cuadradas.
2. Los valores de superficie del DM y el sensor S-H fueron iguales.
3. La región de simulación del conjunto de lentes y la superficie de DM fue  $3800 \times 3800 \mu\text{m}^2$  en una cuadrícula de  $512 \times 512$  píxeles.
4. Se usaron los primeros 10 modos de Zernike ( $J = 10$ ).
5. El número microlentes fueron  $K = 49$  (una matriz cuadrada de  $7 \times 7$ ).
6. El tamaño del lente y la distancia focal fue de  $300 \mu\text{m}$  por lado y de  $25 \text{ mm}$ , respectivamente.
7. La longitud de onda del WF fue de  $632 \text{ nm}$ .
8. El número del actuador fue  $M = 36$  (una matriz cuadrada de  $6 \times 6$ ).
9. Como función de influencia se utilizó una función gaussiana con un ancho de  $300 \mu\text{m}$  al 36% del valor máximo.
10. Las distancias entre las funciones gaussianas fueron de  $420 \mu\text{m}$ .
11. Todos los programas fueron escritos en Matlab, bajo Windows 10 OS, con una PC con 4 GB de RAM, microprocesador i5 de doble núcleo (1.9 y 2.5 GHz).

El patrón de irradiancia generado por el SSOA para un WF, plano inclinado en el eje  $x$ , se muestra en la Figura 5. 1a. En la Figura 5. 1b, se representa gráficamente la intensidad de la fila 256 del patrón de irradiancia. Los lóbulos laterales visibles entre los picos correspondientes a las manchas del patrón de irradiación son causados por la difracción. Estos lóbulos causan errores en los cálculos de los puntos centroides que producen errores superiores al 5% cuando la pendiente WF se calcula utilizando las ecuaciones (4. 9) y (4. 10), como se ilustra en la Figura 5. 1c.

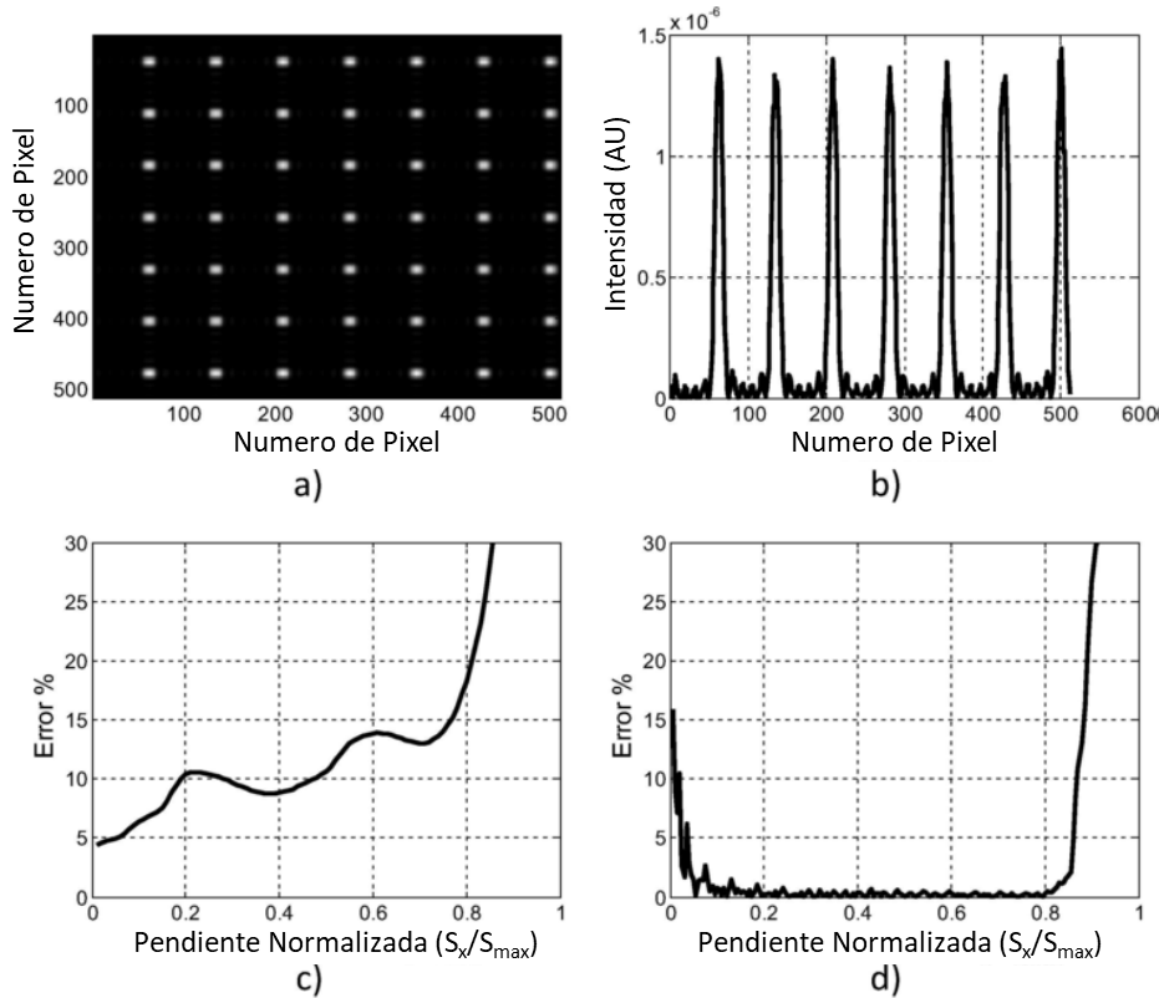


Figura 5. 1. En: (a) Simulación SSOA de un patrón de irradiancia generado por un sensor S-H para una onda plana inclinada. Las manchas se desplazan hacia la derecha debido a la inclinación del frente de onda aberración de tipo “tilt”. (b) El perfil de intensidad de la fila central revela los lóbulos laterales producidos por el conjunto de lentes. (c) Una gráfica de los errores de la pendiente del frente de onda calculada. Los lóbulos laterales generan errores superiores al 5% debido a los errores en el cálculo del centroide. (d) Un gráfico de los errores de pendiente del frente de onda después de aplicar un umbral de intensidad de  $I_{max}/3$ .

Para disminuir estos errores, se puede establecer un valor de intensidad de umbral intencional. Tal valor debe estar relacionado con la relación señal a ruido,  $SNR$ , de la detección del WF. Por ejemplo, para una señal sin ruido, este umbral puede ser tan bajo como  $0.07I_{max}$  ya que esta es la relación entre el lóbulo del lado superior y la intensidad máxima  $I_{max}$ . Sin



embargo, cuando la SNR disminuye, el patrón de manchas contendrá una distribución de intensidad aleatoria, como se puede ver en la Figura 5. 4c. Para aumentar la precisión de la medición de la pendiente, es necesario aumentar el valor umbral. Por supuesto, este aumento no puede continuar indefinidamente, ya que la cantidad de datos que queda para calcular el centroide disminuirá y, en consecuencia, la precisión de la medición de la pendiente WF también disminuirá nuevamente.

En nuestro caso, un umbral de  $I_{max}/3$  puede disminuir drásticamente, el error por debajo del 2% para un WF sin ruido, en el rango entre  $0.1S_{max}$  y  $0.8S_{max}$ , como se puede ver en la Figura 5. 1d. Este umbral permite tener un error inferior al 20% cuando la SNR es 50. De la Figura 5. 1d, es posible estimar que la resolución de la evaluación de la pendiente es alrededor de  $0.1 S_{max}$ , y el rango dinámico es de 0.1 a  $0.8S_{max}$ . Para los valores de distancia focal y dimensiones de la lente que utilizamos, el rango dinámico teórico es  $S_{max} = 300\mu m/2 * 25mm = 0.006$ . Está claro que no es posible alcanzar este valor, principalmente debido al ancho de la mancha producida por los microlentes.

Para una comparación, la Figura 5. 2 muestra datos de un sensor S-H real (WFS150-5C, Thorlabs, NJ, EE. UU.). El tamaño de la cámara CCD era de  $1280 \times 1024$  píxeles. El tamaño del píxel fue de  $4.65 \times 4.65 \mu m$ . El tamaño de la lente fue de  $146 \mu m$ , y la distancia focal fue de  $5.2 mm$ . El patrón de irradiación obtenido y el perfil de intensidad de las manchas son muy similares a los resultados modelados con la aplicación de la teoría de la óptica de Fourier. Esto sugiere que el modelo teórico utilizado proporciona una aproximación suficientemente buena para caracterizar el comportamiento de un sensor de SH real.

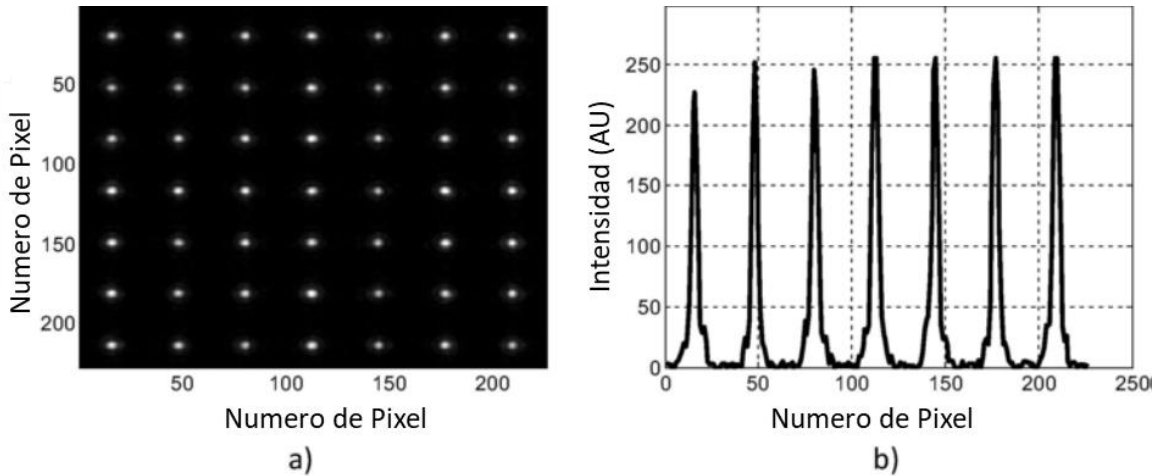


Figura 5. 2. Datos experimentales obtenidos con un sensor de frente de onda real (WFS150-5C, Thorlabs, NJ, EE. UU.). (a) Imagen del patrón de irradiación. (b) Perfil de intensidad de la fila 84.

Para probar más el rendimiento de SSOA, se definió una superficie que simula una entrada de WF como una combinación lineal de 4 polinomios de Zernike arbitrarios Figura 5. 3.

$$WF = -0.15Z_1 + 0.29Z_3 - 0.19Z_5 - 0.27Z_{10} \quad (5. 1)$$

El sensor S-H se simuló usando el algoritmo en la Tabla 4. 1. Los coeficientes  $C$  se calcularon usando la ecuación (4. 12). Las amplitudes de los coeficientes de Zernike calculadas por los programas desarrollados se presentan en la Figura 5. 4d. Sus valores fueron  $-0.1498$ ,  $0.2926$ ,  $-0.1908$  y  $-0.2699$ , lo que representa un cambio porcentual de  $0.14$ ,  $0.88$ ,  $0.44$  y  $0.04\%$ , respectivamente.

Con la idea de observar el rendimiento de una situación más realista, se generó un  $WF$  con ruido,  $WF_n$ . Se agregó una señal de ruido a la  $WF$  descrita en la ecuación (5. 1), es decir,  $WF_n = WF + \Delta WF_n$ , donde  $WF_n$  es el  $WF$  con un  $SNR = WF/\Delta WF_n$ . En la Figura 5. 3a-c, se muestran las superficies  $WF$  sin ruido y con una  $SNR$  de  $50$  y  $25$ . Los patrones de irradiancia para los mismos  $WF$  se muestran en la Figura 5. 3d-f. En la Figura 5. 4a-c, se muestra una mancha de uno de los patrones de irradiancia. Cuando la  $SNR$  está disminuyendo, el patrón de irradiancia se

vuelve borroso, y el cálculo del centroide se ve afectado por una mayor incertidumbre. Los coeficientes obtenidos con los programas desarrollados se muestran en la Figura 5. 4d-f. Para una  $SNR = 25$ , los errores de los coeficientes de Zernike son aproximadamente 11, 15, 13 y 18%, que son bastante altos. Además, se generaron nuevos modos de Zernike, que no estaban presentes en el frente de onda de entrada. A pesar de los grandes errores del cálculo del centroide y la generación de coeficientes inesperados de Zernike, el frente de onda puede estar razonablemente bien construido, como se ilustra en la Figura 5. 5. Las superficies son muy similares al  $WF$  que se muestra en la Figura 5. 3a, aunque sus amplitudes son claramente decreciente a medida que disminuye la  $SNR$ .

Para verificar la repetitividad de los resultados, se generaron cien valores de coeficientes aleatorios de los primeros 10 polinomios de Zernike para crear los datos de entrada para la reconstrucción de  $WF$  (*No se agregó ruido*). El umbral de intensidad se estableció en  $I_{max}/3$ . La Figura 5. 6 muestra un gráfico de los errores del noveno modo en los cien reconstruidos  $WF$ . En el peor de los casos, la amplitud de error porcentual fue  $\sim 1\%$ . Los errores de todos los otros coeficientes de Zernike eran del mismo orden. Esto sugiere que nuestros programas funcionan adecuadamente.

Para observar el rendimiento del bloque de control de circuito cerrado en el AOSS, se generó una entrada  $WF$  estática aleatoria. Luego se evaluó la amplitud de la  $WF$  residual. La relación entre el incremento temporal de la simulación y el tiempo de respuesta del sensor de S-H fue  $\Delta t / T = 0.01$ , lo que significa que la respuesta del sensor de S-H es mayor que la etapa de simulación de tiempo. La ganancia de control proporcional fue  $K = 0.006$ , lo que permitió la estabilización más rápida de la reconstrucción de  $WF$  sin ninguna oscilación. La amplitud  $WF$  residual en diferentes tiempos de simulación se ilustra en la Figura 5. 7a-e. Es evidente que esta amplitud  $WF$  residual está disminuyendo con el tiempo. Para visualizar mejor este efecto, se calculó la amplitud  $RMS$  para cada  $WF$  residual. El resultado se

muestra en la Figura 5. 7f como un gráfico del error  $RMS$  frente al número de iteración. Claramente, la amplitud está disminuyendo con el tiempo. En la Figura 5. 8, se muestra el comportamiento del bloque de control para diferentes ganancias. Como se esperaba, el tiempo de corrección característico disminuye a medida que aumenta la ganancia. La amplitud  $RMS$  puede oscilar si la ganancia  $K$  excede un valor crítico. En este caso, el valor  $K$  fue alrededor de 0.006.

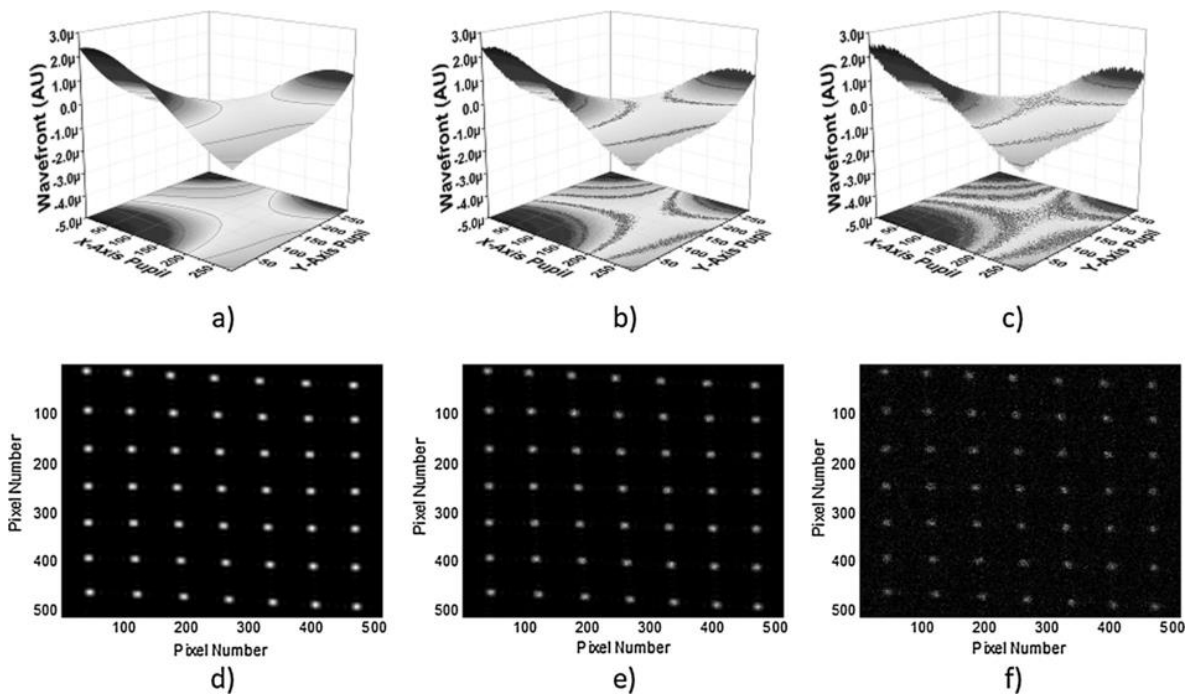


Figura 5. 3. WF de entrada definida por  $-0.15Z_1 + 0.29Z_3 - 0.19Z_5 - 0.27Z_{10}$ . (a) Sin ruido, (b) SNR = 50, (c) SNR = 25. (d-f) Patrones de irradiancia correspondientes a la WF en (a-c). Una disminución dramática de la calidad en el patrón de irradiación, es notable con la reducción de la SNR.

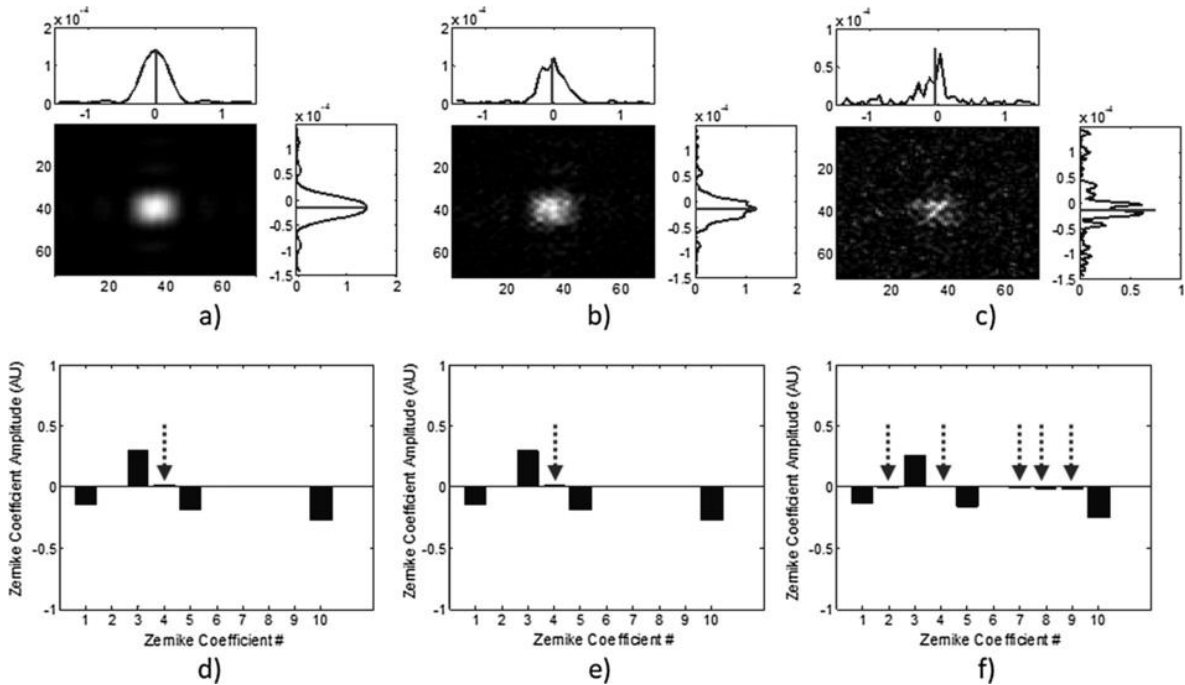


Figura 5. 4. Se muestra una sola mancha del patrón de irradiancia sobre la cámara CCD con: (a) Sin ruido, (b) SNR = 50, y (c) SNR = 25. (d-f) Coeficientes estimados de Zernike para los casos que se muestran en (a-c). Las flechas indican nuevos coeficientes de Zernike generados por el procedimiento WF, que no están presentes en el WF de entrada.

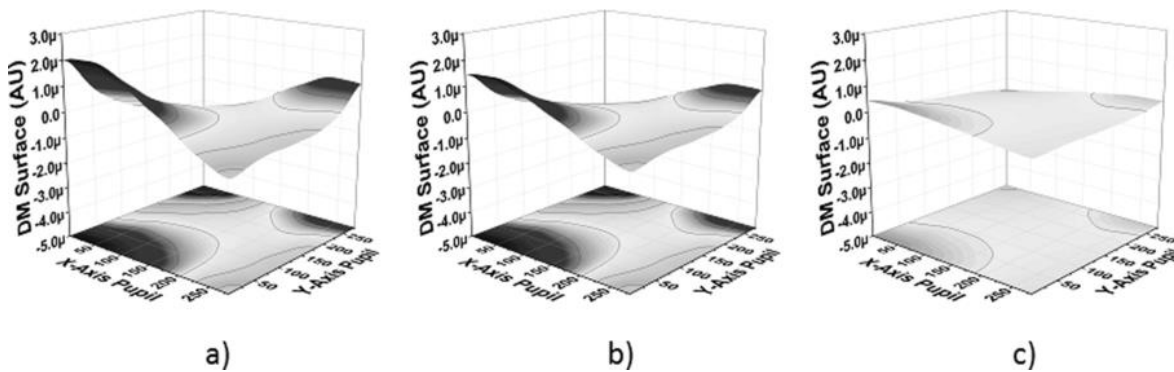


Figura 5. 5. Ilustración de la reconstrucción de la WF de entrada utilizando los coeficientes de Zernike estimados que se muestran en la figura 12. (a) Sin ruido, (b) SNR = 50 y (c) SNR = 25.

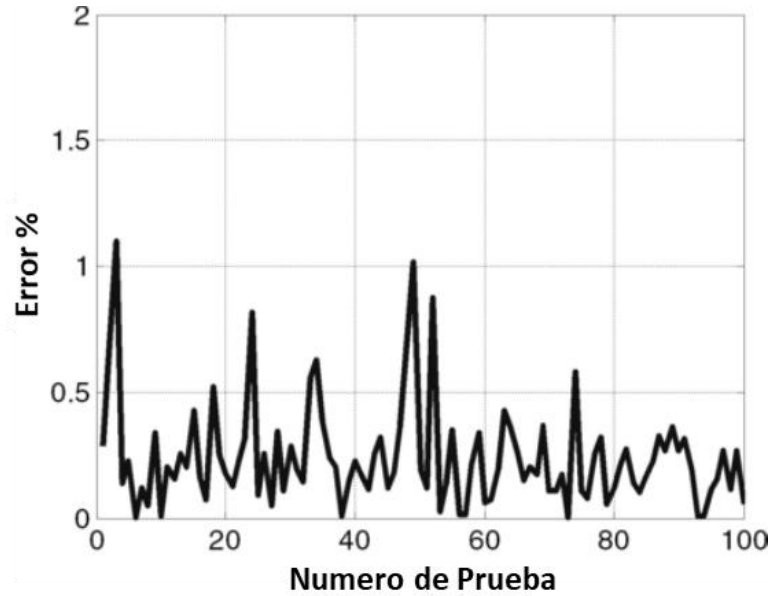


Figura 5. 6. Errores porcentuales del noveno coeficiente del modo Zernike reconstruido para 100 WF aleatorios. No se agregó ruido a la entrada. El umbral de intensidad se estableció en  $I_{\max} / 3$ . Se obtuvo un comportamiento similar para los otros modos de Zernike utilizados en esta simulación.

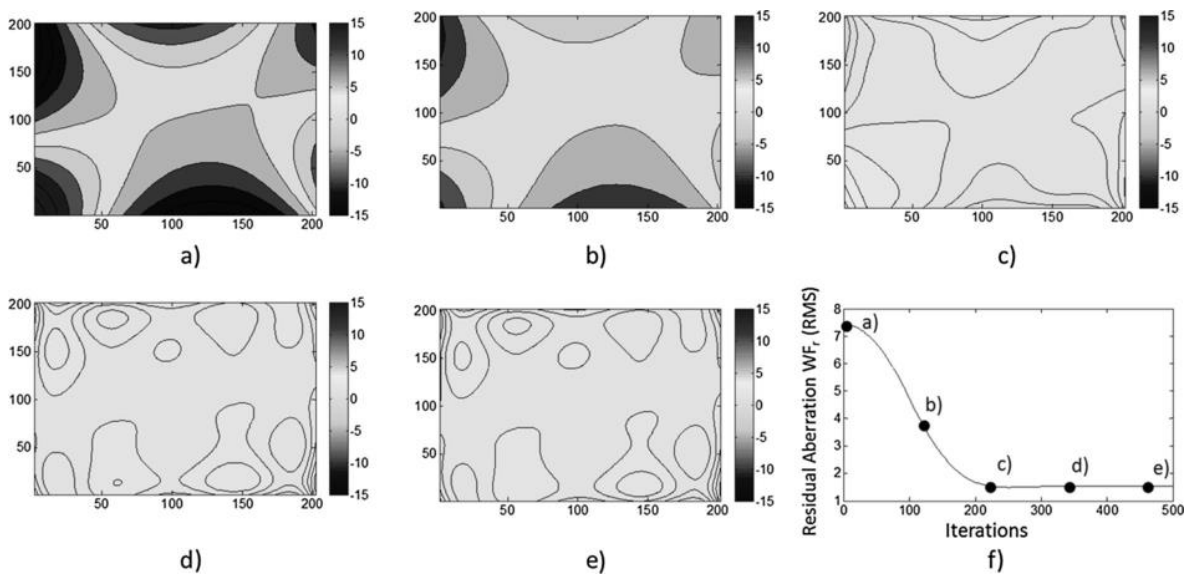


Figura 5. 7. Aberración residual (diferencia entre la entrada WF y la superficie de DM) en un número de iteración diferente: (a) 1, (b) 120, (c) 240, (d) 360 y (e) 480. (f) Amplitud de la aberración residual RMS vs número de iteraciones.

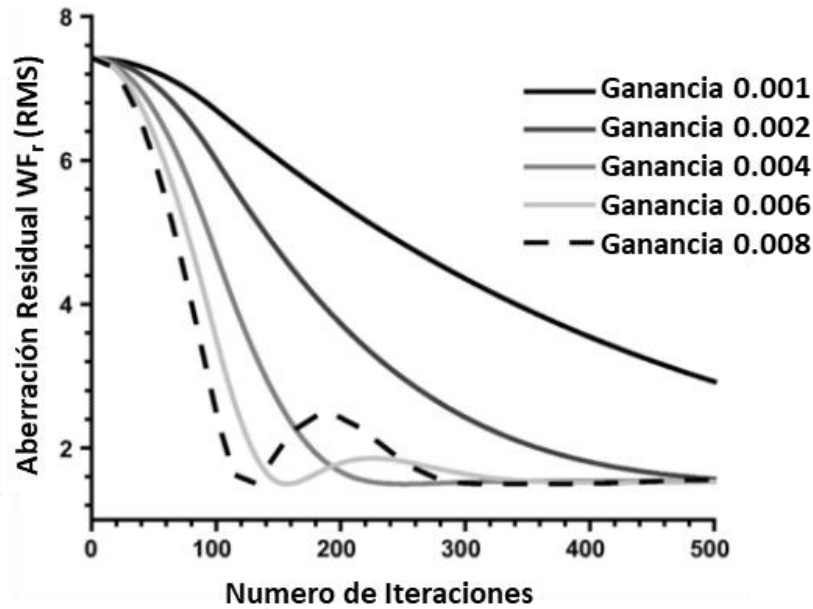


Figura 5. 8. Amplitud del WF residual vs el número de iteraciones,  $\Delta t / T = 0.01$ . El factor proporcional K fue cambiado de 0.001 a 0.008. Todos los gráficos tienen el comportamiento típico de un control proporcional: respuestas lentas a un factor de ganancia bajo, respuesta rápida a una ganancia alta e incluso oscilaciones cuando la ganancia proporcional es demasiado alta. En este caso, la ganancia óptima fue de aproximadamente 0.006.

Finalmente, es importante mencionar que se desarrolló una interfaz gráfica de usuario para el simulador del sistema de óptica adaptativa para permitir cambios fáciles de diferentes parámetros y la observación de los resultados.

---

# Capítulo 6

---

## Conclusiones

---

En el presente trabajo, hemos desarrollado un simulador numérico completo de un sistema AO de lazo cerrado, que consiste en un sensor S-H, un DM y un sistema de control.

El sensor S-H se representó mediante una cuadrícula de matriz de lentes, y el patrón de irradiancia se obtuvo usando la teoría de Óptica de Fourier. Del patrón de irradiancia fue posible estimar las coordenadas del centroide y la influencia de los lóbulos laterales causadas por la difracción en el cálculo del centroide. Los errores que se originaron en los lóbulos laterales se eliminaron con el uso de un umbral de intensidad en el patrón de irradiancia aplicado antes del cálculo de los centroides. En WF de entrada sin ruido, un umbral de  $I_{\max} / 3$  disminuyó los errores de la reconstrucción de la pendiente WF por debajo del 2%. Cuando la SNR fue de 25 este error aumentó hasta un 20% y su efecto sobre la WF reconstruida se manifestó como la atenuación de la amplitud WF reconstruida. En este caso particular, consideramos un sensor S-H con un arreglo de microlentes de 7x7, con un tamaño de  $300 \times 300 \mu\text{m}$  y una distancia focal de 25 mm. Nuestras simulaciones permitieron estimar el rango dinámico del sistema AO de  $0.1 S_{\max}$  a  $0.8 S_{\max}$ , donde  $S_{\max}$  es el rango dinámico ideal que usualmente se presenta en la literatura relacionada con la óptica adaptiva. La superficie de DM se modeló mediante las  $IF$  calculadas a partir de los polinomios de Zernike o los valores de pendiente. La respuesta temporal del DM se asumió como instantánea en comparación con la del sensor S-H. Para el desarrollo de la simulación del sistema de control se aplicó una



ley de control proporcional. Las curvas de error típicas para el sistema se obtuvieron utilizando los algoritmos desarrollados.

La respuesta temporal del sistema de óptica adaptativa simulada se determinó por su función de transferencia y se calculó utilizando el método FDTD. Supusimos que la función de transferencia estaba determinada por el efecto integrador de la cámara CCD del sensor S-H y un retraso temporal en su respuesta.

El simulador del sistema de óptica adaptable desarrollado permite la evaluación cualitativa de los efectos del número de microlentes en el sensor S-H y el número de actuadores en el DM, en la corrección del WF. También puede permitir la observación de los efectos del cambio de la ley de control en la operación del sistema.

Por lo tanto, este simulador se puede utilizar como un software independiente para modelar los sistemas AO, o junto con una configuración experimental como herramienta de asistencia para el análisis del rendimiento del sistema. Se espera que el trabajo futuro incluya partes integrales y derivadas para un control PID completo, así como un modelo estadístico más adecuado de las aberraciones ópticas.

Finalmente la investigación de este trabajo se enfocó en la determinación numérica de las matrices claves para la evaluación de los frentes de onda y la deformación presente en el DM. En base a la simulación presentada se visualizaron aspectos importantes como el uso del método modal para la reconstrucción del frente de onda, el cual parece ser, que no es afectado por grandes niveles de ruido, al menos en nuestras simulaciones.

Se ha propuesto distintos programas en Matlab, los cuales permiten modificar las dimensiones y la resolución del WF simulado, así como la obtención de las derivadas discreta para la simulación del S-H, y la creación de la matrices de reconstrucción y de Funciones de Influencia.

Se ha presentado una simulación de un sistema de óptica adaptativa, este nos permitió comprender su funcionamiento teórico lo cual puede

facilitar el manejo real de este sistema. Actualmente nos encontramos trabajando con la elaboración de un Filtro de Kalman, el cual nos permite estimar de mejor manera los coeficientes de los polinomios de Zernike ante la presencia de niveles de ruido en el sistema.

# Apéndice

---

## Apéndice A: Artículo Aceptado

Optics and Laser Technology xxx (2018) xxx-xxx



Contents lists available at ScienceDirect

Optics and Laser Technology

journal homepage: [www.elsevier.com](http://www.elsevier.com)



Full length article

### Adaptive optics system simulator

M.A. Betanzos-Torres, J. Castillo-Mixcóatl\*, S. Muñoz-Aguirre, G. Beltrán-Pérez

*Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, 18 Sur y Av. San Claudio, Col. San Manuel, CU, C.P. 72570 Puebla, Mexico*

#### ARTICLE INFO

**Keywords:**  
Adaptive optics  
Shack Hartmann  
Sensor  
Deformable mirror

#### ABSTRACT

In this paper we present the development of a computational tool that simulates the behavior of the basic devices in an adaptive optics system. These elements are a deformable mirror, a Shack-Hartmann wavefront sensor and a basic control system. To represent the wavefront and the deformable mirror surface, Zernike polynomials and Gaussian profiles as influence functions, respectively, were used. The Shack-Hartmann sensor was represented by a lenslet array and the irradiance pattern was obtained using the Fourier Optics theory. The developed programs enable calculation of the reconstruction and influence matrices, as well as estimation of the Zernike coefficients and vector voltages required for the actuators of the deformable mirror. In the programs the user can change the number of lenslets in the Shack Hartmann sensor as well as the number of actuators in the deformable mirror. This simulation system can be used as support tool with a real system or alone to improve the understanding of the elements in the Adaptive Optics system when there is no access to an experimental setup.

#### 1. Introduction

Adaptive Optics (AO) systems are used to measure and correct wavefront aberrations in real time. AO has its origins in astronomy [1], however nowadays it is used in a broad range of applications, such as military technologies, large transmission capacity communication systems, ophthalmology [2–5], and others.

These systems can be divided in different blocks dependent on each other: (a) a wavefront (WF) detection system, which contains the optical arrangement that allows evaluating the WF. For this purpose usually a Shack Hartmann (SH) sensor is used [6–8]; (b) a control algorithm, usually implemented and processed in a computer. Such control is based on

proposed. Particular emphasis was performed on the SH sensor and DM. To achieve this, different programs were developed. These programs allow generating a WF, to obtain the reconstruction matrix based on the Zernike polynomials and calculate the coefficients of such polynomials. After that with the Zernike coefficients, the WF is reconstructed. Next, the program obtains the influence function matrix, which allows calculating the voltage vector for the DM actuators and visualize the deformation adopted by the DM using this vector. Finally, the WF corrected by a simple proportional control system is visualized on the PC screen.

#### 2. Materials and methods

## Apéndice B: Óptica de Fourier

### B.1 Propagación en el espacio libre

Es bien conocido que cualquier señal en tiempo puede ser descrita mediante la transformada de Fourier. Esta transformada básicamente expresa cualquier señal en el tiempo como un suma de funciones armónicas tal y como se ilustra en la Fig. B. 1. Por otra parte, en realidad la transformada de Fourier puede ser aplicada a distintas señales, no solo dependientes del tiempo, sino además estas funciones pueden ser dependientes de más de una variable.

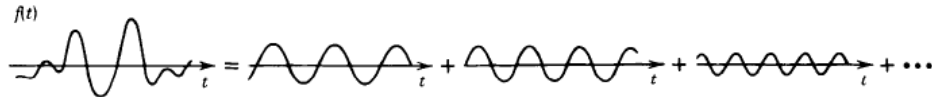


Fig. B. 1. Una función cualquiera  $f(t)$  puede ser expresada como una suma infinita de señales armónicas con distintas frecuencias y amplitudes complejas.

Por ejemplo una imagen no es otra cosa más que una señal de intensidad bidimensional, la cual también puede ser analizada mediante la transformada de Fourier, en este caso bidimensional. La Fig. B. 2 ilustra estas ideas. Incluso los frentes de onda de cualquier señal óptica puede ser descrito como una suma de señales armónicas, con distintas frecuencias y amplitudes complejas, ver Fig. B. 3.

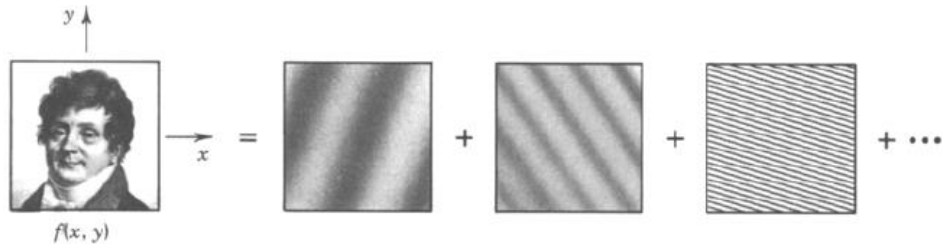


Fig. B. 2. Una función cualquiera en dos dimensiones  $I(x,y)$  puede ser también ser analizada mediante al transformada de Fourier, lo cual básicamente significa que esta función puede ser también vista como la suma infinita de señales armónicas, en este caso bidimensionales, con distintas frecuencias y amplitudes complejas.

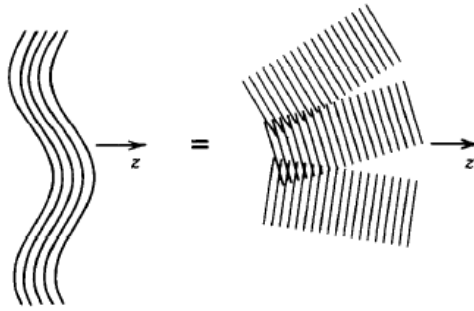


Fig. B. 3. Una onda arbitraria puede ser descrita como una superposición de ondas planas, señales armónicas.

Con todo esto parece natural que pueda usarse la transformada de Fourier como una poderosa herramienta de análisis en distintos problemas de la óptica. En este apartado se muestran las ideas básicas de la llamada Óptica de Fourier, disciplina que en el área de la óptica se encarga de modelar la propagación de ondas en los sistemas ópticos mediante las herramientas de la transformada de Fourier.

Antes de iniciar la descripción de la propagación de ondas dentro de un sistema óptico, es necesario recordar que en un sistema lineal la respuesta de éste,  $g(t)$ , puede relacionarse con la entra,  $f(t)$ , mediante la siguiente relación:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)f(\tau)d\tau \quad (\text{B. 1})$$

donde  $h(t)$  es la llamada función de respuesta al impulso y la integral define la llamada convolución entre las funciones  $f(t)$  y  $h(t)$ , lo cual puede expresarse de manera simple como:

$$g(t) = h(t) \otimes f(t) \quad (\text{B. 2})$$

Esta última expresión puede ser también analizada bajo la transformada de Fourier de manera que:

$$G(\nu) = H(\nu)F(\nu) \quad (\text{B. 3})$$

Donde  $G(v)$ ,  $H(v)$  y  $F(v)$  son las transformadas de Fourier de  $g(t)$ ,  $h(t)$  y  $f(t)$  respectivamente y  $v$  es la frecuencia temporal. Particularmente,  $H(v)$  es conocida como la función de transferencia. Determinemos ahora la función de transferencia de la propagación de una onda en el vacío.

## B. 2 Función de transferencia de la propagación de luz en el vacío

Supongamos que se tiene una onda plana cualquiera con una amplitud  $U(x, y, z) = Ae^{-j\vec{k}\cdot\vec{r}}$ , donde  $A$  es la amplitud compleja de la onda y  $\vec{k}$  y  $\vec{r}$  son los vectores de onda y de posición respectivamente. De manera concreta  $\vec{k} = k_x\hat{i}_x + k_y\hat{i}_y + k_z\hat{i}_z$ , con  $k = 2\pi/\lambda$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda. El vector de onda  $\vec{k}$  hace ángulos  $\theta_x$  y  $\theta_y$  respecto de los planos  $yz$  y  $xz$ , ver Fig. B. 4, dados por:

$$\begin{aligned} \sin(\theta_x) &= \lambda v_x \\ \sin(\theta_y) &= \lambda v_y \end{aligned} \tag{B. 4}$$

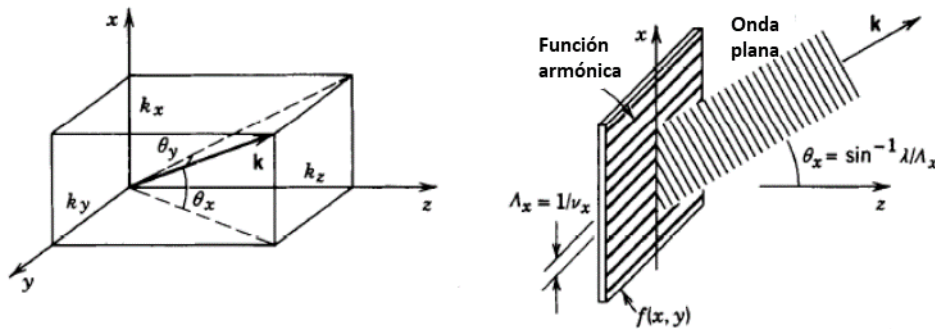


Fig. B. 4. a) Una onda plana con una dirección de propagación determinada por  $\vec{k}$  es consistente con b) una función armónica en el plano  $xy$  y una onda plana que viaja con ángulos  $\theta_x$  y  $\theta_y$ .

Donde  $\Lambda_x = 1/v_x$  y  $\Lambda_y = 1/v_y$  son los periodos espaciales del campo eléctrico de la onda, en las direcciones  $x$  y  $y$ . Por sencillez en la Fig. B. 4b solo se muestran las variaciones en la dirección de  $x$ . Si tomamos el campo

eléctrico en el plano  $z=0$ , podemos decir que la amplitud del campo puede ser expresada como una función bidimensional de manera que:

$$f(x, y) = U(x, y, 0) = Ae^{-j(k_x x + k_y y)} = Ae^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} \quad (\text{B. 5})$$

Donde las frecuencias espaciales  $v_x = k_x/2\pi$  y  $v_y = k_y/2\pi$  determinan el número de oscilaciones espaciales por unidad de longitud.

Y por supuesto que  $U(x, y, z)$  puede determinarse rápidamente como:

$$U(x, y, z) = f(x, y)e^{-jk_z z} = Ae^{-2\pi j(v_x x + v_y y)}e^{-jk_z z} \quad (\text{B. 6})$$

La Fig. B. 4b puede ser vista como la difracción de una onda plana que viaja en la dirección del eje  $z$  y que es difractada por una rejilla en el plano  $xy$ , cuya función de transmitancia esté determinada por la función armónica  $f(x, y)$ .

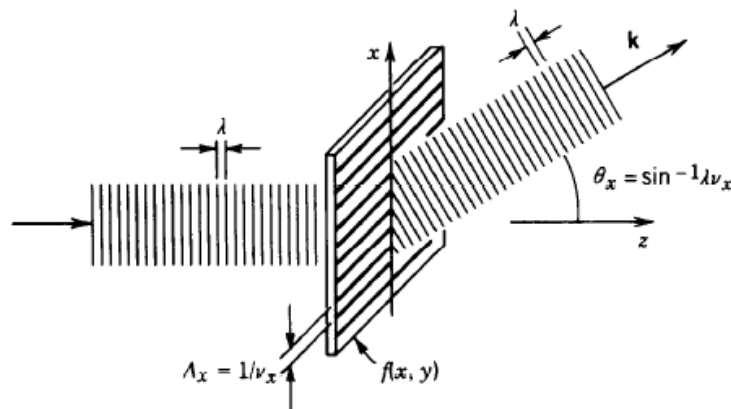


Fig. B. 5. La interacción de una onda plana con un elemento delgado con una función de transmitancia armónica difracta la onda con un ángulo determinado por  $\sin(\theta_x) = \lambda v_x = \lambda/\Lambda_x$ .

Esta última idea tiene consecuencias interesantes, por ejemplo si la rejilla que se coloca en el plano  $xy$  es una función cualquiera, ésta puede ser analizada a través de sus componentes armónicas (vía la transformada de Fourier), en otras palabras, la función  $f(x, y)$  no es otra cosa mas que una suma lineal de funciones armónicas. Esto significa entonces que si se lanza una onda plana, ésta interactuaría con todas las “rejillas” (señales armónicas) presentes en la función  $f(x, y)$ . Los que daría como resultado



que existieran toda una gama de ondas difractadas que viajarían con ángulos específicos y determinados por las frecuencias espaciales de las señales armónicas presentes en la función  $f(x, y)$ , ver Fig. B. 6.

Finalmente podemos entonces expresar el campo eléctrico después de la rejilla como la suma de todas estas ondas difractadas, es decir que podemos expresar una onda cualquiera  $U(x, y, z)$  como:

$$U(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(v_x, v_y) e^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} e^{-jk_z z} dv_x dv_y \quad (\text{B. 7})$$

donde  $F(v_x, v_y)$  es la transformada de Fourier de  $f(x, y)$ , y está determinada por:

$$F(v_x, v_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{2\pi j(v_x x + v_y y)} e^{-jk_z z} dx dy \quad (\text{B. 8})$$

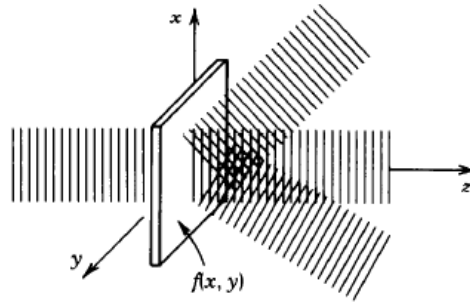


Fig. B. 6. Un elemento delgado con una amplitud de transmitancia  $f(x, y)$  descompone una onda plana en distintas ondas planas con ángulos  $\theta_x, \theta_y$  determinados por las ecuaciones (B. 4).

Finalmente, si utilizamos las ideas de los sistemas lineales podemos calcular la función de transferencia de la propagación de una onda en el espacio libre. Para esto podemos pensar lo siguiente: si queremos que la onda se propague desde el plano en  $f(x, y)$  hasta un plano a una distancia  $d$  en  $z$ , esto significa que el campo dicho plano puede escribirse como  $U(x, y, d) = g(x, y)$ , y por lo tanto este sistema puede verse simplemente como una señal de entrada  $f(x, y)$  que se propaga una distancia  $d$  hasta tener la señal de salida  $g(x, y)$ , tal y como se observa en la Fig. B. 7.

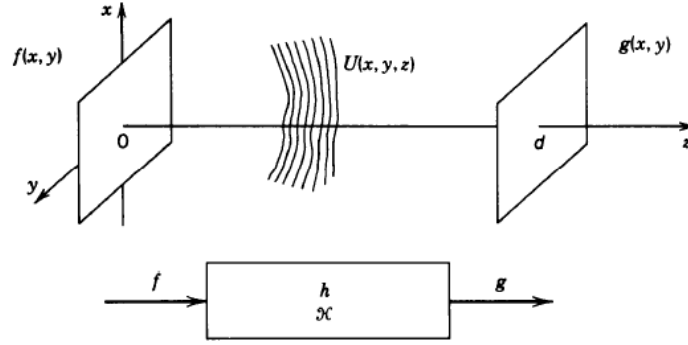


Fig. B. 7. La propagación de una onda de luz entre dos planos puede verse como un sistema lineal, en donde la entrada y la salida son las amplitudes complejas de las ondas en los dos planos.

Por lo tanto, la función de transferencia podría calcularse a partir de  $G(v_x, v_y) = \mathcal{H}(v_x, v_y)F(v_x, v_y)$ , donde  $G(v_x, v_y)$  y  $F(v_x, v_y)$  son las transformadas de Fourier de los campos a la entrada y salida,  $f(x, y)$ ,  $g(x, y)$ , respectivamente y  $\mathcal{H}(v_x, v_y)$  es la función de transferencia.

Con estas ideas, si observamos con detenimiento la ecuación (B. 7) y recordamos que  $U(x, y, d) = g(x, y)$ , entonces podemos decir que:

$$U(x, y, z = d) = g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(v_x, v_y) e^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} e^{-jk_z d} dv_x dv_y.$$

O simplemente:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(v_x, v_y) e^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} e^{-jk_z d} dv_x dv_y \quad (\text{B. 9})$$

Si reagrupamos los términos de la ecuación (B. 9) podemos escribir:

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(v_x, v_y) e^{-jk_z d} e^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} dv_x dv_y \quad (\text{B. 10})$$

Y si recordamos la definición de las transformadas de Fourier en dos dimensiones:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}\{r(x, y)\} &= R(v_x, v_y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} r(x, y) e^{2\pi j(v_x x + v_y y)} dx dy \end{aligned} \quad (\text{B. 11})$$

$$\begin{aligned}\mathcal{F}^{-1}\{R(v_x, v_y)\} &= r(x, y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(v_x, v_y) e^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} dv_x dv_y\end{aligned}$$

Podemos decir entonces que la ecuación (B. 10):

$$g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(v_x, v_y) e^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} dv_x dv_y \quad (\text{B. 12})$$

Con  $R(v_x, v_y) = F(v_x, v_y) e^{-jk_z d}$ , en otras palabras, la ecuación (B. 10) vía la ecuación (B. 12) puede ser escrita como:

$$g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{R(v_x, v_y)\} = \mathcal{F}^{-1}\{F(v_x, v_y) e^{-jk_z d}\} \quad (\text{B. 13})$$

Si aplicamos la transformada de Fourier a ambos términos de la ecuación (B. 13) tenemos entonces:

$$G(v_x, v_y) = F(v_x, v_y) e^{-jk_z d} \quad (\text{B. 14})$$

Por lo tanto

$$\frac{G(v_x, v_y)}{F(v_x, v_y)} = \mathcal{H}(v_x, v_y) = e^{-jk_z d} \quad (\text{B. 15})$$

La ecuación (B. 15) determina entonces la Función de Transferencia en el Espacio libre, y puede ser usada para determinar la propagación de un campo eléctrico desde un plano de entrada hasta otro de salida, colocado a una distancia  $d$ .

Es usual hacer simplificaciones en esta función para distintas situaciones, particularmente si suponemos que la onda viaja desde el plano de entrada hasta el de la salida con un vector de propagación tal que los ángulos  $\theta_x = \sin^{-1}(\lambda v_x)$  y  $\theta_y = \sin^{-1}(\lambda v_y)$  son muy pequeños, entonces podemos escribir:  $\theta_x \approx \lambda v_x$  y  $\theta_y \approx \lambda v_y$ , por lo tanto si definimos  $\theta^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2 = (\lambda v_x)^2 + (\lambda v_y)^2$  y por lo tanto la ecuación (B. 15) puede ser escrita como:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(v_x, v_y) &= e^{-jk_z d} = e^{-j\left(2\pi\left[\frac{1}{\lambda^2} - v_x^2 - v_y^2\right]^{\frac{1}{2}}\right)d} \\ &= e^{-j\left(2\pi\left[\frac{1-\theta^2}{\lambda^2}\right]^{\frac{1}{2}}\right)d} = e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}[1-\theta^2]^{\frac{1}{2}}\right)d}\end{aligned}\quad (\text{B. 16})$$

Si utilizamos la aproximación:  $(1 - \theta^2)^{\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^8}{8} \dots$ , podemos entonces escribir la ecuación (B. 16) como:

$$\begin{aligned}\mathcal{H}(v_x, v_y) &= e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)\right)d} = e^{-j\left(\frac{2\pi}{\lambda}\left(1 - \frac{(\lambda v_x)^2 + (\lambda v_y)^2}{2}\right)\right)d} \\ &= e^{-jkd} e^{-j\pi\lambda d(v_x^2 + v_y^2)}\end{aligned}\quad (\text{B. 17})$$

La ecuación (B. 17) representa entonces la llamada Función de Transferencia de la propagación en el espacio libre en la aproximación de Fresnel. Por lo tanto si uno está interesado en determinar la propagación de una onda desde un plano de entrada hasta otro de salida colocado a una distancia  $d$ , utilizando la aproximación de Fresnel:

$$\begin{aligned}g(x, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{H}(v_x, v_y) F(v_x, v_y) e^{-2\pi j(v_x x + v_y y)} dv_x dv_y\end{aligned}\quad (\text{B. 18})$$

Con  $\mathcal{H}(v_x, v_y)$  la función de transferencia de la propagación en el espacio libre descrita por la ecuación (B. 17), en la aproximación de Fresnel.

## Apendice C: Código del programa en Matlab de la simulación de Óptica Adaptiva

```
% -----UC_Davis----- %
% -----UC_Davis----- %
%           ESPEJO DEFORMABLE (DM) DE 6X6 ACTIADORES
% Programa que permite Simular un Sistema de optica Adaptiva. Su
% principal funcionamiento es controlar al espejo deformable de tal manera
% que este adopte la superficie para cooregir un frente de onda aberrado de
% entrada, esté es logrado al obtener la matriz de control V, la cual es
% obtenida por medio de generar la matriz de construccion Z a traves de los
% polinomios de Zernike y de la matriz de funciones de influencia A
% Obteniendo el vector de voltajes V=(MFI^-1)*a
% -----
% -----
%
% fecha de creacion:09/07/2014
% Ultima Actualizacion:15/08/2014
% Ultima Actualizacion:21/08/2014
% Ultima Actualizacion:20/02/2015
% Ultima Actualizacion:06/04/2015
% version:2.0
% ----- BUAP ----- %
% ----- BUAP ----- %
%clf,clc,clear %Se limpian variables
%-----
% ----- Se definen vaiales para simular -----
%----- la funcion de Influencia para el DM -----
%----- como funcion Gaussiana -----
%----- donde a y b son las coorcenadas, -----
%----- c el nacho de la gaussiana -----
%           Variables para las dimensiones del DM
ancho_gaussiana=25;
xy_offset_DM=12;
xy_step_DM=12;
Num_actuadores=6;
xy_in=-1;
xy_end=1;
Resolucion=72;
%           Variables para el Sensor de S-H
Modos=10;
xy_offset_lente=10;
xy_step_lente=10;
Num_lentes=6;
Radio=5;
Diametro_lente=Radio*2;
% *****
% ***** Se genera los modos de Zernike *****
% ***** Y se construye la matriz de reconstruccion *****
% ***** de zernike Z y su inversa *****
% ***** Matriz_reconstruccion_Zernike(Num_modos, lado)*****
% [Z,Z_inv]= Matriz_reconstruccion_Zernike(Num_modos,Resolucion,...
%           xy_in,xy_end,xy_offset,xy_step,Num_lente)
% keyboard
```

```

[Z,Z_inv]= Matriz_reconstruccion_Zernike(Modos,Resolucion,xy_in,xy_end,...
    xy_offset_lente,xy_step_lente,Num_lentes);
% *****
% ***** Se construye la matriz de -----
% ***** Funciones de influencia A y su inversa A^-1 -----
%[A,A_inv]=Matriz_Influencia_DM(Resolucion,ancho_gaussiana,x_in,...
%   y_end, xy_offset_DM,xy_step_DM,Num_actuadores,xy_step_lente, xy_offset_lente,...
%   Num_lentes,Diametro_lente, Graficar)
% [A,A_inv,M_centros]=Matriz_Influencia_DM(Resolucion,ancho_gaussiana,xy_in,...
%   xy_end, xy_offset_DM,xy_step_DM,Num_actuadores,xy_step_lente, xy_offset_lente,...
%   Num_lentes,Diametro_lente,Radio, 0);
% *****
% ***** Ingresa aqui el frentede onda *****
% ***** en coordenadas cartesianas (x,y) *****
%[WF,x,y]=Frente_de_Onda(c,Modos,Resolucion,xy_in,xy_end)
%for iii=0:20
% [WF,x,y]=Frente_de_Onda([1 0 0 0 0 0 0 0 0],[1 2 3 4 5 6 7 9 9 10],Resolucion,xy_in,...
%   xy_end);
WF=WF+0*randn(72); %ruido
% *****
% ***** Se obtienen las derivadas discreas dx,dy *****
% [dxWF,dyWF,WFr,xx,yy,M_centros]=Gradiente_XY(WF,Resolucion,x,y,...
%   xy_offset_lente,xy_step_lente,Num_lentes, Diametro_lente,Radio);
% *****
% ***** Se convierte la matriz dx, dy en una sola columna *****
[S_xy]=Columna_Frente_Onda(dxWF,dyWF,Num_lentes);
% *****
% Obtenemos los coeficientes de Zernike "a" que influyen para
% la reconstruccion del frente de onda "WF"
    cof=Z_inv*S_xy;
    V=A_inv*S_xy; %Obtencion de la superficien zonal directa
    V1=A_inv*Z*cof; %Obtencion de la superficie modal
%
figure(2);
subplot(2,2,1)
mesh(WF);
title(['Frente de onda de entrada: ']);
xlabel('Eje X')
ylabel('Eye Y')
subplot(2,2,2)
plot(V1)
title(['Vector de Control ']);
xlabel('Eje X')
ylabel('Eye Y')
figure(3);
subplot1=subplot(1,2,1);
bar(cof),set(subplot1,'XTick',0:10);%instruccion para intervalos en la grafica en el eje x
xlim([0,10])
subplot(1,2,2)
bar(V1)
% % *****
% % ***** Reconstruccion de la superficie en el DM *****
% [DM,SP_DM]=Generar_Superficie_DM(xy_in, xy_end,Resolucion,...
%   xy_offset_DM,xy_step_DM,ancho_gaussiana,V1,1);

```

```
[DM,SP_DM]=Generar_Superficie_DM(xy_in, xy_end,Resolucion,...  
    xy_offset_DM,xy_step_DM,ancho_gaussiana,V1,1);  
% % *****
```