



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético  
de leptones cargados

Tesis presentada al

**Posgrado en Física Aplicada**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS**

por

Juan Salvador Sebastián Hurtado Silva

Asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.  
7 de marzo de 2023





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

---

Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético  
de leptones cargados

Tesis presentada al

**Posgrado en Física Aplicada**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**MAESTRO EN CIENCIAS**

por

Juan Salvador Sebastián Hurtado Silva

Asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.  
7 de marzo de 2023



**Título:** Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético de leptones cargados

**Estudiante:** JUAN SALVADOR SEBASTIÁN HURTADO SILVA

COMITÉ

---

Dr. Gilberto Tavares Velasco  
Presidente

---

Dr. Héctor Novales Sánchez  
Secretario

---

Dr. Jaime Hernández Sánchez  
Vocal

---

Dr. J. Jesús Toscano Chávez  
Asesor



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>1</b>
<b>Introducción</b>	<b>3</b>
<b>1. El Modelo Estándar Electro débil</b>	<b>5</b>
1.1. Sector Bosónico . . . . .	7
1.2. Sector fermiónico . . . . .	9
1.2.1. Sector de Yukawa . . . . .	10
1.2.2. Sector de corrientes . . . . .	11
<b>2. La Extensión del Modelo Estándar</b>	<b>13</b>
<b>3. Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético anómalo de leptones</b>	<b>17</b>
3.1. Reglas de Feynman . . . . .	18
3.2. Objetivo . . . . .	19
3.3. Momento Magnético . . . . .	19
3.4. Vértice electromagnético . . . . .	20
3.5. Aporte de la violación de CPT al momento magnético . . . . .	22
3.5.1. Amplitud . . . . .	23
3.5.2. Cinemática . . . . .	25
3.5.3. Extracción del momento magnético de la amplitud . . . . .	25
3.6. Algoritmo de cálculo de la expresión analítica de los Diagramas de Feynman . . . . .	26
3.7. Análisis de resultados . . . . .	26
3.7.1. Resultado del diagrama con vértices con violación de CPT para fotones $\gamma$ . . . . .	27
3.7.2. Resultados de diagramas con vértices con violación de CPT para bosón $Z$ y fotón $\gamma$ . . . . .	27
3.7.3. Resultados de diagramas con vértices con violación de CPT para bosones $W$ . . . . .	29
3.8. Resumen de resultados analíticos de los diagramas . . . . .	31
3.9. Cota experimental y resultado final . . . . .	32
<b>4. Conclusiones</b>	<b>35</b>
<b>A. Expresiones analíticas de las amplitudes de los Diagramas de Feynman</b>	<b>37</b>
A.1. Diagramas con propagadores de fotón y bosón $Z$ . . . . .	37
A.2. Diagramas con propagadores de bosón $W$ . . . . .	38
<b>B. Uso de las funciones de Passarino Veltman en cálculo de la tesis</b>	<b>41</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>49</b>





# Resumen

Se estudia la contribución efectos de violación de CPT sobre los momentos magnéticos anómalos de leptones cargados en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar. Se encuentra que el impacto de dicha contribución es mucho más significativo en el caso de los leptones livianos, ya que la amplitud depende de potencias inversas de la masa de esta partícula. En consecuencia, se usan los resultados experimentales sobre el momento magnético del electrón para obtener cotas sobre los coeficientes de Lorentz responsables de la violación de CPT.



# Introducción

Las transformaciones que observamos en la materia y en el universo pueden ser descritas casi en su totalidad por dos teorías fundamentales: la *teoría de la relatividad general* y el *Modelo Estándar de las Interacciones Fundamentales* (SM de sus siglas en inglés). Las cuales, en esencia, reducen a 4 fuerzas o interacciones fundamentales responsables de la dinámica que observamos en el universo. Además de ser extremadamente preciso, el SM describe 3 de las 4 interacciones conocidas y todas las partículas que postula han sido encontradas.

Sin embargo, el SM no incorpora a la gravedad, ni tampoco puede describir a la materia oscura, por citar algunos ejemplos. Actualmente se busca una teoría que integre a la relatividad general y extienda las limitaciones del ME actual. Modelos como, por ejemplo, Teoría de cuerdas, Gravedad cuántica, intentan unificar las áreas mencionadas, pero la física que describen dichas teorías incorporan escalas de distancia alrededor de la *escala de Planck* o correspondientemente a energías muy superiores a las que nuestros experimentos acceden. Una manera de facilitar la investigación y probar tales teorías, a escalas de energía accesibles a nuestros experimentos actuales, es a través de las denominadas *teorías efectivas*. Entre ellas se encuentra la *Extensión del Modelo Estándar* (SME de sus siglas en inglés) [5], el cual será el sujeto de estudio del presente trabajo.

Una de las predicciones del SME es que a escalas de energía muy alta, o distancias muy pequeñas, se puede violar la simetría de Lorentz [7][8]. Para comprender las implicaciones de dicha predicción debemos comprender el andamiaje teórico utilizado para elaborar las diferentes teorías de partículas.

El marco o lenguaje, por así decirlo, sobre el cual se construyen las teorías de física de partículas como el SM, y sus extensiones, es la *teoría cuántica de campos* (QFT por sus siglas en inglés)[2]. QFT unifica dos grandes teorías la *relatividad especial* y la *mecánica cuántica*. La esencia de la relatividad especial está contenida en las simetrías del *Grupo de Poincaré*, el cual contiene como subgrupos al *grupo de Lorentz*, denotado por  $SO(1, 3)$ , que consta del grupo de las rotaciones en el espacio tridimensional ordinario, las transformaciones puras de Lorentz; y al grupo de las traslaciones en el 4-espacio, el cual es un grupo conmutativo denotado por  $T(1, 3)$ , que consta de las traslaciones a lo largo de los tres ejes espaciales y el eje temporal.

Además de las simetrías continuas mencionadas, el grupo de Lorentz puede extenderse a simetrías discretas, las cuales se conocen como *reversión temporal* (T) y de reflexión espacial o de *paridad* (P). Por otro lado, la construcción de QFT sobre las simetrías del grupo de Poincaré y su unificación con la mecánica cuántica nos entrega otra simetría discreta conocida como *conjugación de carga* (C). El SM contiene también los ingredientes necesarios para que se violen, de manera separada, las simetrías CP y T. La violación de CP ha sido observada en oscilaciones de kaones [3]. La no invariancia bajo reversión del tiempo también ha sido observada en decaimientos de kaones neutros [4]. Debe enfatizarse que la violación separada de CP y T es consistente con la conservación simultánea de las tres simetrías, lo cual se conoce como el *Teorema CPT*.

Todas las teorías de campo convencionales están basadas en el principio de invariancia de Lorentz y de CPT. La simetría CPT implica la igualdad entre la masa de la partícula y la de su antipartícula. Para partículas inestables, esta simetría implica que los tiempos de vida de la partícula y su antipartícula coinciden exactamente. También implica que la carga eléctrica que posee la antipartícula difiere de la que porta la partícula sólo en un signo. Se ha probado recientemente [6] que la violación de la simetría CPT implica la violación de la simetría de Lorentz, lo cual le confiere al teorema CPT un carácter fundamental.

Sin embargo, como se mencionó arriba, teorías como *gravedad cuántica* [7] y *teoría de cuerdas* [8] predicen que a distancias muy cortas, como la escala de Planck, la simetría CPT puede ser violada, pero sus efectos pasan desapercibidos por nuestros instrumentos debido a lo pequeño del efecto. Y que las simetrías exactas que observamos son debido a la escala de energía a la cual accedemos con nuestros experimentos.

Las propiedades electromagnéticas de las partículas fundamentales están caracterizadas por magnitudes físicas, llamadas también *factores de forma*, las cuales cuantifican la *carga eléctrica*, el *momento dipolar magnético* y el *momento dipolar eléctrico*, entre otras. Algunas de estas propiedades se encuentran ya presentes en la *acción* clásica de la teoría, mientras otras surgen por primera vez como una fluctuación cuántica a un lazo o mayores órdenes. La importancia de los factores de forma radica que, al ser magnitudes físicas que se pueden medir, son independientes del modelo matemático que se use, por tanto, permiten poner a prueba modelos de nueva física. En el presente trabajo su relevancia es todavía mayor, pues están vinculados a nuestros objetivos; ya que estos están íntimamente relacionados con las simetrías de paridad, reversión temporal y conjugación de carga. Por ejemplo, la medición de un dipolo eléctrico a cualquiera de las partículas conocidas significaría la violación de la simetría CP o T.

Sintetizando, el presente trabajo estudia el impacto de los efectos de violación de CPT predichos por el SME sobre las propiedades electromagnéticas de partículas de espín 1/2, específicamente sobre el momento magnético anómalo de Leptones cargados.

El contenido de la tesis se ha estructurado de la siguiente manera: en el capítulo 1 se hace un breve resumen de los diferentes sectores del Modelo Estándar Electro débil y del mecanismo de Higgs, ambos necesarios contextualizar a los cálculos realizados en el desarrollo de la tesis; el capítulo 2 es una introducción a la Extensión del Modelo Estándar, sobre el cual se realizó el trabajo de investigación; en el capítulo 3 se plantean los objetivos, se describe el cálculo y se realiza el análisis de los resultados, para luego finalizar el trabajo con las conclusiones, las cuales están plasmadas en el capítulo 4.

# Capítulo 1

## El Modelo Estándar Electrodébil

La física ha llegado a encontrar cuatro fuerzas o interacciones que gobiernan los fenómenos físicos que observamos en la naturaleza, las cuales son el *electromagnetismo*, la *interacción débil*, la *interacción fuerte* y la *gravedad*. El *Modelo Estándar* (SM) contiene a tres de ellas, exceptuando a la gravedad.

Dos componentes principales que describen a las teorías físicas de partículas son: las *variables dinámicas* y sus *simetrías* [13]. Las variables dinámicas se refieren a los campos, embebidos en el espacio-tiempo, y que se asocian a las partículas elementales, las cuales propiamente vienen a ser cuantos de los campos. Por otro lado, las simetrías se definen como transformaciones que dejan invariante a la *acción*.

Existen dos simetrías principales en las teorías de campos, las simetrías espacio-temporales y las simetrías de norma. La primera describe las simetrías del grupo de Poincaré y la segunda a las denominadas simetrías internas [9], asociadas a la estructura matemática de los campos. El SM está basado en las simetrías de norma locales del grupo  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ .

En lo referente a los campos pueden distinguirse dos tipos: los *fermiónicos y bosónicos*. Los fermiones son los que constituyen a la materia y se caracterizan por tener spin  $\frac{1}{2}$  y se dividen en leptones y quarks, dicha clasificación se debe a que los leptones no interactúan fuertemente. En el SM están agrupadas en 3 familias de quarks:  $((u, d), (c, s), (t, b))$ ; y 3 familias de leptones:  $((\nu_e, e), (\nu_\mu, \mu), (\nu_\tau, \tau))$ .

Por otro lado, los campos bosónicos, a través de sus diferentes partículas, actúan como mediadores de las diferentes interacciones (o fuerzas) de los campos fermiónicos. Lo cuál puede visualizarse como partículas fermiónicas, de materia, intercambiando partículas bosónicas. En la tabla 1.1 se muestran las diferentes partículas bosónicas mediadoras de las diferentes fuerzas[14].

Interacción	Mediador	Espín
Electromagnética	Fotón $\gamma$	1
Débil	$W^+, W^-, Z$	1
Fuerte	Gluón $g$	1
Gravitacional	Gravitón $G$	2

Tabla 1.1: Interacciones fundamentales y las partículas mediadoras

Aunque teóricamente se ha propuesto al Gravitón como la partícula mediadora de la gravedad,

Leptón	Masa ( $MeV/c^2$ )	Carga eléctrica
Electrón $e^-$	0.5110	$-e$
Neutrino del electrón $\nu_e$	$<3 \times 10^{-6}$	0
Muon $\mu^-$	105.658	$-e$
Neutrino del muon $\nu_\mu$	$<1.9 \times 10^{-7}$	0
Tau $\tau^-$	1777.0	$-e$
Neutrino del Tau $\nu_\tau$	$<1.82 \times 10^{-5}$	0

Tabla 1.2: Familia de Leptones en el ME

Quark	Masa ( $MeV/c^2$ )	Carga eléctrica
Up $u$	1.5 a 4	$2/3$
Down $d$	4 a 8	$-1/3$
Charm $c$	1.15 a 1.35	$2/3$
Strange $s$	80 a 130	$-1/3$
Top $t$	$1.74 \times 10^5$	$2/3$
Bottom $b$	$4.4 \times 10^3$	$-1/3$

Tabla 1.3: Familia de Quarks en el ME

no se ha logrado detectarla con éxito y el SM no la incluye.

Respecto a los quarks, al poseer carga de color y carga eléctrica, interactúan fuerte, débil y electromagnéticamente. Los leptones cargados ( $e; \mu; \tau$ ) no tienen carga de color por lo que sólo interactúan débil y electromagnéticamente. Los neutrinos ( $\nu_e; \nu_\tau; \nu_\mu$ ), al ser eléctricamente neutros, sólo lo hacen a través de la fuerza débil. En las tablas 1.2, 1.3 se muestran las características de la familia de Leptones y quarks, correspondientemente [15].

Como se observa en la tabla 1.1 los mediadores de la interacción débil son los bosones de norma masivos  $W^{+-}$  y  $Z$ . Los cuales entran en otra clasificación, a los primeros se lo llama *corrientes cargadas* ya que portan carga eléctrica; y a los bosones  $Z$  y el fotón  $\gamma$  de la interacción electromagnética, se los denomina *corrientes neutras*, pues no portan carga eléctrica.

La interacción débil surge de la simetría  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , sin embargo está no describe bosones masivos, contrario a lo que se observa en los experimentos. La ruptura espontánea de simetría, a través del mecanismo de Higgs, es el proceso que permite que estos adquieran masa. El remanente de este mecanismo es lo que se conoce como *bosón de Higgs*, una partícula escalar neutra, la cual fue recientemente verificada experimentalmente. La tabla 1.4 muestra las masas de dichos bosones.

Bosón	Masa ( $GeV$ )
$W^{+-}$	80.385
$Z$	91.187
$Higgs(h)$	125.09

Tabla 1.4: Bosones masivos

El *Modelo Estándar electrodébil*, o *sector electrodébil*, describe solamente a las interacciones débil y electromagnética. Involucra a 4 campos *vectoriales*, 4 *escalares* y 12 campos *espinores de Dirac*. La simetría de norma está definida por  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ . A nivel de densidad Lagrangiana está compuesta por

$$\mathcal{L}_{SM} = \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_S + \mathcal{L}_C + \mathcal{L}_Y \quad (1.1)$$

donde los términos Lagrangianos son llamados, correspondientemente, *sector de Yang Mills*, *sector escalar*, *sector de corrientes* y el *sector de Yukawa*. El *sector de Yang Mills*,  $\mathcal{L}_{YM}$ , contiene a las variables dinámicas de las conexiones, o también llamados *campos de norma*, de los grupos  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$ . El *sector escalar*,  $\mathcal{L}_S$ , contiene a los campos de norma también presentes en el sector de Yang Mills y a dos campos escalares complejos. El *sector de Corrientes*,  $\mathcal{L}_C$ , contiene a los campos de norma y los campos de espinores de Dirac. Por último, el *sector de Yukawa*,  $\mathcal{L}_Y$ , incluye a los campos espinoriales de Dirac y a los 2 campos escalares complejos, también presentes en el sector escalar, organizados en un *doblete* de  $SU(2)_L$ .

## 1.1. Sector Bosónico

A los sectores de Yang Mills y Escalar se los puede agrupar en un solo sector, llamado el *sector Bosónico*, ya que contiene todas las conexiones. El requerimiento de invariancia de norma introduce a los campos de norma, o conexiones, que son 3 campos vectoriales  $W_\mu^j$  con  $j = 1, 2, 3$  para  $SU(2)_L$ ; y el campo vectorial  $B_\mu$  para la simetría  $U(1)_Y$ . Las leyes de transformación con respecto a los grupos de norma son:

$$W_\mu^j(x) \frac{\sigma^j}{2} \rightarrow W_\mu'^j(x) \frac{\sigma^j}{2} = U(x) \left[ W_\mu^j \frac{\sigma^j}{2} + \frac{i}{g_2} \partial_\mu \right] U^\dagger(x) \quad (1.2)$$

$$B_\mu(x) \rightarrow B_\mu' = B_\mu(x) + \frac{1}{g_1} \partial_\mu \alpha(x) \quad (1.3)$$

donde se usa la notación de Einstein para índices repetidos,  $\sigma^j$  son las matrices de Pauli y  $g_1$  y  $g_2$  son las constantes de acoplamiento de los grupos  $U(1)_Y$  y  $SU(2)_L$  respectivamente. En la ecuación 1.2 se tiene a la matriz  $U(x) = \exp(i\alpha^j(x) \frac{\sigma^j}{2})$ , la cual es unitaria, con determinante +1 y contiene a los *generadores* de  $SU(2)_L$ . Por otra parte, las *curvaturas de Yang Mills* están definidas como:

$$W_{\mu\nu}^j = \partial_\mu W_\nu^j - \partial_\nu W_\mu^j + g_2 \epsilon^{jkl} W_\mu^k W_\nu^l \quad (1.4)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (1.5)$$

Los campos de norma,  $W_\mu^j$  y  $B_\mu$ , junto a los campos fermiónicos pueden describir lagrangianas que sean invariantes ante la simetría de norma  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$ . Pero esta no podrá contener términos de masa sin romper las simetrías de norma, por lo que es necesario incorporar al campo escalar complejo, el cuál nos permitirá resolver el problema de la masa, como se verá mas adelante. Se introduce un doblote complejo de  $SU(2)_L$ , con *hipercarga*  $Y_\Phi$ , que se define como:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

y cuyas componentes son campos complejos  $\phi_k$ . Su ley de transformación bajo el grupo de norma es:

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = \exp\left[i\left(\alpha^j(x) \frac{\sigma^j}{2} + \alpha(x) \frac{Y_\Phi}{2}\right)\right] \Phi(x) \quad (1.7)$$

Ahora definimos a la derivada covariante asociada al grupo  $SU(2) \times U(1)_Y$  en la representación fundamental,

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\sigma^j}{2} W_\mu^j, \quad (1.8)$$

esta es necesaria para mantener la invariancia de norma. Una característica muy importante es su ley de transformación, que por ejemplo para un doblote  $\Phi$  está dada por:

$$D_\mu \Phi(x) \rightarrow (D_\mu \Phi)'(x) = e^{i\frac{Y}{2}\alpha(x)} U(x) D_\mu \Phi(x) \quad (1.9)$$

por tanto,  $D_\mu\Phi$  y  $\Phi$  se transforman de la misma manera. Teniendo las condiciones anteriores podemos definir lagrangianas invariantes ante las transformaciones  $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$\mathcal{L}_{YM} = -\frac{1}{4}W^{j\mu\nu}W_{\mu\nu}^j - \frac{1}{4}B^{\mu\nu}B_{\mu\nu} \quad (1.10)$$

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\Phi)^\dagger(D^\mu\Phi) - V(\Phi, \Phi^\dagger) \quad (1.11)$$

que son, respectivamente, las lagrangianas de Yang Mills y escalar. Y  $V(\Phi, \Phi^\dagger)$  es el *potencial de Higgs* dado por:

$$V(\Phi) = -\mu^2\Phi^\dagger\Phi + \lambda(\Phi^\dagger\Phi)^2 \quad (1.12)$$

donde  $\lambda$  es un número adimensional + y  $\mu^2$  es un número positivo con unidades de masa al cuadrado. Analizando el mínimo del potencial, es decir el valor de mínima energía (también llamado *valor de expectación del vacío*), se encuentra que es infinitamente degenerado y que corresponde a una hipersfera:

$$\Phi_0\Phi_0^\dagger = \frac{v^2}{2} \quad , \quad v^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda} \quad (1.13)$$

Todos los puntos sobre la esfera están conectados mediante transformaciones de norma. Escoger un punto de la hipersfera corresponde romper espontáneamente la simetría de  $SU(2)$  al grupo  $U(1)$ . Ya que  $\Phi_0$  mantiene la simetría ante  $U(1)$ , tal que  $U(1)\Phi_0 = \Phi_0$ . Una elección económica que nos facilita los cálculos es:

$$\Phi_0^n = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

Se analiza la teoría alrededor del punto escogido realizando la siguiente traslación:

$$\Phi \rightarrow \Phi + \Phi_0^n = \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{v+h+iG_z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

donde  $G_w^+$ ,  $G_z$  son *pseudo bosones de Golstone* asociados a los campos de norma  $W^\pm$  y  $Z$ . Usando la *norma unitaria*, estos pueden ser eliminados con  $G_w^+ = G_z = 0$ . Dicha norma nos permite apreciar el aspecto físico de la teoría, ya que las partículas asociadas a estos campos no pueden ser medidas en experimentos. Lo que queda es un solo campo físico  $h$  llamado el *campo de Higgs*.

Ahora, reemplazamos el campo  $\Phi_0$ , junto con el corrimiento y en la norma unitaria, en la ecuación (1.12) correspondiente a la lagrangiana del sector escalar  $\mathcal{L}_s$ . Las masas de los bosones surgen de la parte cinética del sector, por lo que no analizaremos los otros términos de la lagrangiana. Entonces

$$(D_\mu\Phi_0)^\dagger(D^\mu\Phi_0) = \frac{g_2^2 v^2}{4} W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{v^2}{8} (W_\mu^3 \quad B_\mu) \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_1 g_2 \\ -g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} \quad (1.16)$$

donde se introdujeron las definiciones

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \quad (1.17)$$

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) \quad (1.18)$$

También es necesario definir los tensores:

$$W_{\mu\nu}^+ = \partial_\mu W_\nu^+ - \partial_\nu W_\mu^+ \quad (1.19)$$

$$W_{\mu\nu}^- = \partial_\mu W_\nu^- - \partial_\nu W_\mu^- \quad (1.20)$$



$$\hat{W}_{\mu\nu}^3 = \partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3 \quad (1.21)$$

En la ecuación 1.16, el primer término del lado derecho nos entrega la masa  $m_W = gv/2$  correspondiente a los campos  $W_\mu^+$  y  $W_\mu^-$ . Para poder interpretar el segundo término como uno de masa debemos cambiar de base, diagonalizando la matriz, pasando de eigenestados de norma a eigenestados de masa. Lo cual es posible, ya que la matriz es hermitiana, entonces existe una matriz  $M$  que diagonaliza a la matriz de interés de forma que:

$$M^T \begin{pmatrix} g_2^2 & -g_1 g_2 \\ -g_1 g_2 & g_1^2 \end{pmatrix} M = \begin{pmatrix} m_Z^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

Parametrizando la matriz  $M$  con un ángulo de rotación tenemos:

$$M = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & \sin\theta_W \\ -\sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

con  $\sin\theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$ ,  $\cos\theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$  y donde  $\theta_W$  que se conoce como el *ángulo de mezcla débil* o *ángulo de Wienberg*. La diagonalización nos entrega

$$\begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

El cambio de base define los siguientes eigencampos de masa como una superposición de los campos de norma

$$Z^\mu = \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W B_\mu \quad (1.25)$$

$$A^\mu = \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W B_\mu \quad (1.26)$$

Por otro lado, sustituyendo (1.24) en (1.16) encontramos que el bosón  $Z$  tiene masa  $m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g_1^2 + g_2^2}$ . En contraste, el campo vectorial  $A_\mu$  no tiene masa y se lo puede asociar con el fotón. Reexpresando la lagrangiana de Yang Mills en la base de eigenestados de masa nos queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM} = & \frac{-1}{2} \hat{W}_{\mu\nu}^+ \hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} \\ & - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - igc_W Z_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} - ie F_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} \\ & + \frac{g_2^2}{4} (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) (W^{-\mu} W^{+\nu} - W^{+\mu} W^{-\nu}), \end{aligned} \quad (1.27)$$

donde

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = D'_\mu W_\nu^+ - D'_\nu W_\mu^+ + ig_2 \cos\theta_W (W_\mu^+ Z_\nu - W_\nu^+ Z_\mu), \quad (1.28)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (1.29)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.30)$$

y con la derivada covariante del grupo  $U(1)$

$$D'_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu \quad , \quad e = g_2 \sin\theta_W \quad (1.31)$$

## 1.2. Sector fermiónico

Los espinores de Dirac son los campos asociados a partículas fermiónicas. Dichos espinores pueden escribirse como la suma de un espinor izquierdo y un espinor derecho. Esta característica es llamada *quiralidad*:

$$\psi = \psi_L + \psi_R, \quad (1.32)$$

donde  $\psi$  es un espinor de Dirac cualquiera. La quiralidad izquierda y derecha se definen como

$$\psi_R = \frac{1 + \gamma_5}{2}, \quad (1.33)$$

$$\psi_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}, \quad (1.34)$$

$\gamma_5$  es el producto de matrices de dirac  $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ . Un aspecto importante a mencionar es que solo partículas izquierdas inteactúan se transforman bajo el grupo  $SU(2)_L$ . En concecuencia, los campos quirales izquierdos se definen como dobletes de  $SU(2)_L$ , con hipercarga  $Y_L$ , y los derechos como siguletes de  $SU(2)_L$  con hipercarga  $Y_R$ . Tomando en cuenta las distincion anterior los dobletes izquierdos son:

$$L_\alpha = \begin{pmatrix} \nu_{\alpha,L} \\ l_{\alpha,L} \end{pmatrix}, \quad Q_\beta = \begin{pmatrix} u_{\beta,L} \\ d_{\beta,L} \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

donde los índices de sabor corren como  $\alpha = e, \mu, \tau$  y  $\beta = u, c, t$ . Para los siguletes tenemos:

$$l_{\alpha,R}, \quad u_{\beta,R}, \quad d_{\beta,R}. \quad (1.36)$$

Es importante mencionar que debido a que en el MED la interacción débil solo ocurre con partículas de quiralidad izquierda, y además los neutrinos solo interactúan débilmente, tiene como concecuencia que los neutrinos derechos no estén contemplados en teoría.

Las leyes de tranformación de los objetos definidos son las siguientes:

$$L_\alpha \rightarrow L'_\alpha = e^{i\frac{Y_L^l}{2}\alpha(x)}U(x)L_\alpha, \quad (1.37)$$

$$Q_\beta \rightarrow Q'_\beta = e^{i\frac{Y_Q^q}{2}\alpha(x)}U(x)Q_\beta \quad (1.38)$$

donde  $U(x)$  se definió en la ecuación (1.2). Respecto a los singuletes, estos quedan invariantes ante  $SU(2)_L$ . Por tanto sus leyes de transformación son

$$l_{\alpha,R} \rightarrow l'_{\alpha,R} == e^{i\frac{Y_R^l}{2}\alpha(x)}l_{\alpha,R} \quad (1.39)$$

$$u_{\alpha,R} \rightarrow u'_{\alpha,R} == e^{i\frac{Y_R^u}{2}\alpha(x)}u_{\alpha,R} \quad (1.40)$$

$$d_{\alpha,R} \rightarrow d'_{\alpha,R} == e^{i\frac{Y_R^d}{2}\alpha(x)}d_{\alpha,R} \quad (1.41)$$

Teniendo las definiciones anteriores podemos ver la estructura de las lagrangianas que componen al sector fermiónico. Estas deben ser simétricas ante transformaciones de norma  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , lo cual ocurre si se satisfacen las siguientes relaciones entre hipercargas:

$$Y_\Phi - Y_L^l + Y_R^l = 0 \quad (1.42)$$

$$Y_\Phi + Y_L^q - Y_R^u = 0 \quad (1.43)$$

$$Y_\Phi - Y_L^q + Y_R^d = 0 \quad (1.44)$$

### 1.2.1. Sector de Yukawa

El sector puede subdividirse en una parte para leptones y otra para quarks  $\mathcal{L}^Y = \mathcal{L}_l^Y + \mathcal{L}_q^Y$ . De acuerdo a esta clasificación, las lagrangianas son:

$$\mathcal{L}_l^Y = -\mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^l \bar{L}_{\alpha,L} \Phi l_{\alpha',R} + h.c. \quad (1.45)$$

$$\mathcal{L}_q^Y = -\mathcal{Y}_{\beta\beta'}^u \bar{Q}_{\beta,L} \tilde{\Phi} u_{\beta',R} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^d \bar{Q}_{\beta,L} \Phi d_{\beta',R} + h.c. \quad (1.46)$$

donde se introdujo

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^* \quad (1.47)$$

que es un doblete de  $SU(2)_L$ , con hipercarga  $-Y_\Phi$  y  $\sigma$  es la matriz de Pauli imaginaria. Además tenemos las *constantes de Yukawa*  $\mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^l$  que son las entradas de las denominadas *matrices de Yukawa* de dimensión  $3 \times 3$ .

Después del rompimiento espontáneo de simetría y en la norma unitaria, la lagrangiana tiene la forma

$$\mathcal{L}_l^Y = \frac{-1}{\sqrt{2}} \mathcal{Y}_{\alpha\alpha'}^l (v+h) \overline{l_{\alpha,L}} l_{\alpha',R} + h.c. \quad (1.48)$$

$$\mathcal{L}_q^Y = -\mathcal{Y}_{\beta\beta'}^u \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}}\right) \overline{u_{\beta,L}} u_{\beta',R} - \mathcal{Y}_{\beta\beta'}^d \left(\frac{v+h}{\sqrt{2}}\right) \overline{d_{\beta,L}} d_{\beta',R} + h.c. \quad (1.49)$$

Las matrices de Yukawa son generales, por lo que no se puede asumir que sean diagonales. Sin embargo, es posible diagonalizarlas mediante *transformaciones biunitarias* [10]; dicha transformación requiere de dos matrices unitarias y, como resultado, entrega una matriz diagonal, real y positiva. Para las matrices de Yukawa estas serán:  $V_L^l$  y  $V_R^l$ ,  $V_L^u$  y  $V_L^d$ ,  $V_R^d$  y  $V_L^d$ . Aplicando la transformación tenemos

$$V_L^{l\dagger} \mathcal{Y}^l V_R^l = \mathcal{Y}_D^l, \quad V_L^{u\dagger} \mathcal{Y}^u V_R^u = \mathcal{Y}_D^u, \quad V_L^{d\dagger} \mathcal{Y}^d V_R^d = \mathcal{Y}_D^d \quad (1.50)$$

Las lagrangianas (1.48), (1.49) pueden expresarse como producto de matrices en vez de componentes. Las matrices columna serán

$$l_L = \begin{pmatrix} l_{e,L} \\ l_{\mu,L} \\ l_{\tau,L} \end{pmatrix}, \quad u_L = \begin{pmatrix} u_{u,L} \\ u_{c,L} \\ u_{t,L} \end{pmatrix}, \quad d_L = \begin{pmatrix} d_{d,L} \\ d_{s,L} \\ d_{b,L} \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

$$l_R = \begin{pmatrix} l_{e,R} \\ l_{\mu,R} \\ l_{\tau,R} \end{pmatrix}, \quad u_R = \begin{pmatrix} u_{u,R} \\ u_{c,R} \\ u_{t,R} \end{pmatrix}, \quad d_R = \begin{pmatrix} d_{d,R} \\ d_{s,R} \\ d_{b,R} \end{pmatrix} \quad (1.52)$$

Aplicando el cambio de base

$$l'_L = V_L^{l\dagger} l_L, \quad u'_L = V_L^{u\dagger} u_L, \quad d'_L = V_L^{d\dagger} d_L \quad (1.53)$$

$$l'_R = V_R^{l\dagger} l_R, \quad u'_R = V_R^{u\dagger} u_R, \quad d'_R = V_R^{d\dagger} d_R \quad (1.54)$$

Usando la propiedad (1.32) podemos agrupar en un solo término a los lados derechos e izquierdos de las matrices columna de espinores. Además, juntando las lagrangianas de leptones y quarks tenemos

$$\mathcal{L}_Y = -\sum_{\alpha} m_{\alpha} \overline{l_{\alpha}} l_{\alpha} - \sum_{\beta} m_{\beta} \overline{u_{\beta}} u_{\beta} - \sum_{\eta} m_{\eta} \overline{d_{\eta}} d_{\eta} \quad (1.55)$$

donde se ha definido

$$m_{\alpha} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^l)_{\alpha\alpha}, \quad m_{\beta} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^u)_{\beta\beta}, \quad m_{\eta} = \frac{v}{\sqrt{2}} (\mathcal{Y}_D^d)_{\eta\eta} \quad (1.56)$$

donde los índices de sabor corren sobre  $\alpha = e, \mu, \tau$ ,  $\beta = u, c, t$ , y  $\eta = d, s, b$ , respectivamente.

### 1.2.2. Sector de corrientes

Utilizando las mismas convenciones y definiciones que se usaron en el sector de Yukawa, escribamos la lagrangiana del sector de corrientes

$$\mathcal{L}_C^l = \sum_{\alpha} (i \overline{L_{\alpha,L}} \gamma^{\mu} D_{\mu} L_{\alpha,L} + i \overline{l_{\alpha,R}} \gamma^{\mu} D_{\mu} l_{\alpha,R}) \quad (1.57)$$

$$\mathcal{L}_C^q = \sum_{\beta} (i\bar{Q}_{\beta,L}\gamma^{\mu}D_{\mu}Q_{\beta,L} + i\bar{u}_{\beta,R}\gamma^{\mu}D_{\mu}u_{\beta,R} + i\bar{d}_{\beta,R}\gamma^{\mu}D_{\mu}d_{\beta,R}) \quad (1.58)$$

donde la derivada covariante  $D$  del grupo se definió en (1.8). De manera análoga al procedimiento en el sector de Yukawa, pasamos a una nueva base a través de las transformaciones biunitarias. Sin embargo, primero requerimos definir un vector columna extra  $\nu_L^T = (\nu_e, \nu_{\mu}, \nu_{\tau})_L$ , en el espacio de sabor y con características similares a las otorgadas a (1.51) y (1.52). El cambio de base para  $\nu_L$  será

$$\nu_L' = V_L^{l\dagger} \nu_L, \quad (1.59)$$

Notar que este último se realiza con la misma matriz biunitaria que se utilizó para el vector de campos de leptones cargados izquierdos en (1.51). Con la definición anterior proseguimos con la lagrangiana del sector en la nueva base

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_C = & i\bar{u}\gamma_{\mu}\partial^{\mu}u + i\bar{d}\gamma_{\mu}\partial^{\mu}d + i\bar{\nu}_L\gamma_{\mu}\partial^{\mu}\nu_L + i\bar{l}\gamma_{\mu}\partial^{\mu}l \\ & + W_{\mu}^{+}J^{+\mu} + W_{\mu}^{-}J^{-\mu} + Z_{\mu}J_Z^{\mu} + A_{\mu}J_A^{\mu} \end{aligned} \quad (1.60)$$

donde se definió

$$J^{+\mu} = \frac{g_2}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_L\gamma^{\mu}l_L + \bar{u}\kappa^{\dagger}\gamma^{\mu}d_L) \quad (1.61)$$

$$J_Z^{\mu} = \frac{g_2}{c_W} \sum_f \bar{f}\gamma^{\mu}(g_v^f - g_a^f\gamma^5)f \quad (1.62)$$

$$J_A^{\mu} = e \sum_f q_f \bar{f}\gamma^{\mu}f \quad (1.63)$$

La ecuación (1.61) contiene a la matriz conocida como *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa* y definida por  $\kappa = V_L^{\mu\dagger}V_L^d$ , la cual es la única de fuente de violación de simetría CP [11][12]. Por ello, es muy relevante en el modelo, ya que permite describir fenómenos como el *cambio de sabor fermiónico*. Por otro lado, incorporamos una convención corta para  $\sin\theta_W = s_W, \cos\theta_W = c_W$ . También se introdujo el subíndice  $f = l, \nu_L, u, d$ . Por último

$$g_v^f = \frac{1}{2}T_{3L(f)} - s_W^2q_f \quad , \quad g_a^f = \frac{1}{2}T_{3L(f)} \quad (1.64)$$

con  $T_{3L(f)}$  y  $q_f$  dados en la tabla 1.5. Donde es necesaria la relación de *Gell Mann-Nishijima* que es

1	$T_3$	Y	q
$(\nu_{\alpha,L}, l_{\alpha,L})^T$	$(1/2, -1/2)^T$	-1	$(0, -1)^T$
$l_{\alpha,R}$	0	-2	-1
$(u_{\alpha,L}, d_{\alpha,L})^T$	$(1/2, -1/2)^T$	1/3	$(2/3, -1/3)^T$
$u_{l,R}$	0	4/3	2/3
$d_{l,R}$	0	-2/3	-1/3

Tabla 1.5: Valores de  $T^3$ , Y y q para fermiones en el SM

la conexión entre los generadores de  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  y  $U(1)_Y$ , dada por  $q = T^3 + \frac{Y}{2}$ , con  $T^3 = \frac{\sigma^3}{2}$ .

## Capítulo 2

# La Extensión del Modelo Estándar

Actualmente, las mejores teorías para describir la naturaleza a nivel fundamental son la Relatividad General (GR por sus siglas en inglés) y el Modelo Estándar. Aunque estas describen bien por separado los fenómenos fundamentales y resultados experimentales, en situaciones en las cuales tanto la gravedad como la cuántica son relevantes, la unificación de estas no es satisfactoria. Principalmente porque son matemáticamente incompatibles en su presente forma [16].

En consecuencia, la comunidad física está en búsqueda de una teoría que unifique gravedad con cuántica. Resultado de esta búsqueda son modelos como Teoría de Cuerdas y Gravedad Cuántica, entre otras.

Sin importar cuál sea la teoría fundamental, se espera que la gravedad y la cuántica estén inextricablemente entrelazadas a la escala de Planck, la cual está alrededor de  $10^{-35}m$  o de  $10^{19}GeV$ . Dichas escalas de energía o distancia están lejos del alcance de nuestra tecnología y experimentos actuales. Por ejemplo, el colisionador más potente de la actualidad puede poner a prueba física del orden de los  $10^{-19}m$ . Por tanto, no solo es difícil construir la teoría, sino que no es práctico ver las predicciones de la física que predice.

Aunque parece fuera de nuestro alcance probar las teorías unificadoras de gravedad y cuántica, se está investigando una posibilidad, puesto que las teorías fundamentales unificadoras predicen la ruptura de una de las simetrías fundamentales a escalas encima de la de Planck [7].

Una de las teorías unificadoras más prometedoras hasta el momento es Teoría de cuerdas, donde se requieren más de 4 dimensiones en su descripción. Por ejemplo: superstring theory requiere de 10 dimensiones, y una teoría bosónica básica requiere 26 dimensiones espacio-temporales para ser consistente. Una dramática metamorfosis tiene que ocurrir para que el universo sea descrito a través de 4 dimensiones planas espacio-temporales, por lo que tiene que haber una ruptura de simetría de muchas de las dimensiones.

El papel de las simetrías en el estudio de la física juega un papel fundamental. Entre ellas, la simetría de Lorentz es central tanto para la GR como para el ME. La simetría de Lorentz implica que la física debe ser la misma para diferentes observadores, o bajo diferentes marcos de referencia, por decirlo de otra manera. Además, debe respetarse el límite de la velocidad de la luz.

En principio, la simetría rota descrita por las teorías unificadoras es la de Lorentz. Esto se debe a que teoría de cuerdas puede desestabilizar el vacío perturbativo [8], lo cual generaría valores de expectación de vacío diferentes de cero de los tensores de Lorentz.

Un mecanismo natural para la tal ruptura es que sea una ruptura espontánea. La ruptura espontánea de una simetría ocurre cuando las leyes físicas subyacentes son simétricas pero el sistema no lo es. Los primeros pasos hacia la búsqueda de esta asimetría se dieron en 1989, cuando Alan Kostelecky y Stuart Samuel [8] demostraron que en teorías de cuerdas la ruptura espontánea de la simetría de Lorentz es natural cuando el vacío perturbativo es inestable. Asimismo, demostraron que la invarianza de Lorentz puede romperse espontáneamente debido a la generación de tensores de Lorentz de masa negativa.

Para entender mejor la violación de la simetría de Lorentz es necesario comprender 2 tipos de transformaciones de Lorentz. Un ejemplo básico de simetría de Lorentz es que tanto un observador viajando en un tren, como un observador fuera del tren, coincidirán en la física de un evento que ambos observan. El cambio del marco de referencia de un observador respecto al otro se denomina como una Transformación de Lorentz de Observador. ¿Pero qué pasa si el pasajero del tren se levanta y camina? esta es una transformación de Lorentz de partícula. En el caso de ausencia de violación de la simetría de Lorentz, la física sigue siendo la misma, pues solo ingresa un tercer marco de referencia y la transformación de Lorentz partícula y observador son básicamente lo mismo. Sin embargo, Kostelecky y sus colegas, mostraron que estas no son lo mismo bajo la LV.

Para dar un mayor contexto a estas transformaciones de Lorentz tomemos el ejemplo de un imán. La invarianza de Lorentz de observador puede entenderse como la irrelevancia de cómo un observador se posicione respecto al sistema conformado por el movimiento de una partícula cargada cerca de un imán. No importa si uno realiza observaciones viendo el imán por encima o al costado de este, la física será la misma. Sin embargo, si la partícula se mueve en diferentes direcciones, ya sea a la izquierda o enfrente de uno, sí importará. Esto se debe a que la fuerza del campo magnético sobre la partícula depende de la dirección de movimiento de esta respecto al campo. En este caso, decimos que la simetría de Lorentz de partícula está rota debido a la presencia del campo magnético de fondo, pero la simetría de Lorentz de Observador se preserva.

La violación de la simetría de Lorentz (LSV de sus siglas en el inglés) espontánea implica que existan pequeñas reliquias de campos de fondo llamados *valores de expectación de vacío de tensores valuados*[17], que permearian el espacio-tiempo en una dirección escogida espontáneamente. Estos campos interaccionarían con las partículas dependiendo de su dirección, velocidad de movimiento y de la orientación de su spin respecto a los campos de fondo mencionados.

La búsqueda de la violación de Lorentz se volvió uno de los principales objetivos en física fenomenológica de gravedad-cuántica. Y si se encuentra sería la primera evidencia de teorías fundamentales y de posible nueva física, pues ni GR o SM permiten la violación de dicha simetría.

Cabe mencionar que la mayoría de los experimentos en su búsqueda están orientados a ser ultra sensibles y realizados a bajas energías, en contraste a utilizar experimentos ultra energéticos, comunes en física de partículas. En caso de existir LSV, ¿cómo estaría relacionada con la física conocida y cómo se manifestaría en experimentos? Para responderlo se necesita un marco teórico general que incluya todos los efectos posibles de LSV y que pueda ser utilizado para analizar experimentos.

Los criterios generales que tal modelo debe tener son: 1. Debe ser independiente de cualquier sistema de coordenadas utilizado para mapear el espacio-tiempo. i.e. invariante ante transformaciones de Lorentz de Observador, pero no respetar Transformaciones de Lorentz de partícula. 2. Ya que GR y el SM han sido muy exitosos, se esperaría que los efectos del LSV y violación de CPT (CPTV) sean muy pequeños. Además, se deben usar las fuerzas y partículas conocidas, modificando de esta manera las ecuaciones conocidas, aumentando parámetros a las mismas. Cada término corresponde a un campo adquiriendo un valor diferente de cero. El resultado de lo anterior es la Extensión del Modelo Estándar o SME (por sus siglas en inglés), creado por

Colladay, Kostelecky y Potting [5].

El SME mínimo es concebido como una teoría de baja energía efectiva que trata los efectos de una ruptura espontánea de simetría de una teoría fundamental. Debido a que la ruptura es espontánea, la simetría de Lorentz sigue siendo una propiedad de la teoría fundamental. Es por ello que se espera que micro causalidad y energías positivas se mantengan. Entre otras propiedades del SME, también se espera la conservación de momento, energía, hermiticidad, invarianza de norma y renormalizabilidad por conteo de potencias. También respeta T. de Lorentz de Observador, pero no de partícula. Un teorema importante aportado por Greenberg [6], mostró que cualquier campo que rompa CPT también rompe Lorentz. Por tanto, experimentos que prueben materia con antimateria también pueden permitir probar Lorentz. Así, el SME también incorpora términos que respetan y violan CPT.

La generalidad del SME lo hace independiente del modelo subyacente, además de ser compatible con el SM y con gravedad. Sin embargo, el SME mínimo no incluye gravedad. Es por ello que la simetría de Lorentz rota es global, razón por la cual se espera que haya modos de Nambu-Goldstone.

La incorporación de los efectos de LSV al SM es mediante la introducción de términos que violan Lorentz a la lagrangiana, de la forma:

$$T^{\mu_1, \dots, \mu_n} \mathcal{O}_{\mu_1, \dots, \mu_n} \quad (2.1)$$

donde  $T^{\mu_1, \dots, \mu_n}$  es un  $n$ -tensor de Lorentz constante que actúa como un coeficiente de acoplamiento y  $\mathcal{O}_{\mu_1, \dots, \mu_n}$  un  $n$ -tensor de Lorentz que está hecho de campos del SM, el cual es invariante bajo el grupo de norma de dicha teoría. A continuación se sintetizan los aspectos mas relevantes de su estructura:

- La parte que actúa como coeficiente de acoplamiento porta índices de Lorentz que reflejan las propiedades bajo T de Lorentz de Observador de los valores de expectación diferentes de cero, valores relevantes de la teoría fundamental. Estos pueden ser complejos, siempre y cuando se cumpla que la Lagrangiana sea Hermitiana. En caso de que los índices de Lorentz del coeficiente sean pares, la componente de traza pura es irrelevante porque mantiene la invarianza de Lorentz. Los coeficientes de este tipo pueden tomarse sin traza.
- La parte que contiene a los campos puede involucrar derivadas. Y si hay fermiones puede contener matrices de Dirac. Invarianza de norma  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  implica que la parte que contiene a los campos debe transformarse como singlete bajo esta.
- El requerimiento de que el SME se origine a partir de una ruptura espontánea de simetría implica que todo el término que viola Lorentz debe transformarse como un singlete ante T de Lorentz de Observador. Por tanto, la parte que contiene a los campos debe portar índices que coincidan con los índices de los coeficientes de acoplamiento. Y para ser renormalizable por conteo de potencias debe tener unidades de masa no mayor a 4.
- Se asume que todos los coeficientes de acoplamiento deben ir acompañados de algún parámetro de supresión, que se espera que sea del orden de la escala de Planck. Este tipo de estructura es como la de teorías efectivas, es por ello que puede verse SME como una teoría efectiva.





## Capítulo 3

# Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético anómalo de leptones

La investigación del presente trabajo de tesis se basa en la parte del sector de Yang-Mills electrodébil del SME, que es impar en CPT [5], y el cual es dado por:

$$\mathcal{L}_{YM}^{CPT-odd} = \frac{1}{2}(k_2)_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} \text{Tr} \left( W_\rho W_{\mu\nu} + \frac{2}{3} i g W_\rho W_\mu W_\nu \right) + \frac{1}{2}(k_1)_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} B_\rho B_{\mu\nu}, \quad (3.1)$$

donde  $W_\mu = \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i$ ,  $W_{\mu\nu} = \frac{\sigma^i}{2} W_{\mu\nu}^i$ ,  $W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k$ ,  $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ , y  $W_\mu^i$  y  $B_\mu$  son los campos de norma de los grupos  $SU_L(2)$  y  $U_Y(1)$ , respectivamente. Los objetos  $k_1$  y  $k_2$  son 4-vectores reales con unidades de masa y cuantifican la violación de CPT.

Dado que el interés se centra en los efectos de las interacciones descritas por la lagrangiana (3.1) sobre los dipolos magnéticos de leptones, debemos buscar los efectos proporcionales a los productos escalares  $k_1^2 = k_{1\mu} k_1^\mu$ ,  $k_2^2 = k_{2\mu} k_2^\mu$  y  $k_1 \cdot k_2 = k_{1\mu} k_2^\mu$ .

La lagrangiana (3.1) es invariante de norma ante  $SU(2) \otimes U(1)$ , por lo que se debe realizar un mapeo canónico donde se pasa de  $(W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu)$  a la base usual de eigenestados de masa  $(W_\mu^-, W_\mu^+, Z_\mu, A_\mu)$ .

El mapeo permite ocultar la simetría  $SU(2) \otimes U(1)$  en el grupo electromagnético  $U(1)$ , como lo requiere el mecanismo de Higgs. El mapeo se realiza bajo el mismo esquema utilizado para el sector Bosónico del ME, descrito en la sección 2.2. La lagrangiana resultante de dicho mapeo, en la norma unitaria, es:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{YM}^{CPT-odd} = & \frac{1}{4}(k_2)_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} \{ W_\rho^+ \hat{W}_{\mu\nu}^- + W_\rho^- \hat{W}_{\mu\nu}^+ + W_\rho^3 \hat{W}_{\mu\nu} - \frac{ig}{3} [W_\rho^3 (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\mu^+ W_\nu^-) \\ & + W_\mu^3 (W_\rho^+ W_\nu^- - W_\rho^- W_\nu^+) + W_\nu^3 (W_\rho^- W_\mu^+ - W_\rho^+ W_\mu^-)] \} \\ & + \frac{1}{2}(k_1)_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} [c_W^2 A_\rho F_{\mu\nu} + s_W^2 Z_\rho Z_{\mu\nu} - s_W c_W (A_\rho Z_{\mu\nu} + Z_\rho F_{\mu\nu})] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Los acoplamientos inducidos por la ecuación (3.2) se pueden dividir en:

■ Cuadráticos

$$\mathcal{L}_{AA}^{CPT-odd} = \frac{1}{4}(k_{AF})_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} A_\rho F_{\mu\nu} \quad (3.3)$$

$$k_{AF} = 2c_W^2 k_1 + s_W^2 k_2$$

$$\mathcal{L}_{ZZ}^{CPT-odd} = \frac{1}{4}(k_{ZZ})_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} Z_\rho Z_{\mu\nu} \quad (3.4)$$

$$k_{ZZ} = 2s_W^2 k_1 + c_W^2 k_2$$

$$\mathcal{L}_{AZ}^{CPT-odd} = \frac{1}{4}(k_{AZ})_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} (A_\rho Z_{\mu\nu} + Z_\rho F_{\mu\nu}) \quad (3.5)$$

$$k_{AZ} = s_W c_W (k_2 - 2k_1) = \frac{s_{2W}}{2c_{2W}} (-k_{AF} + k_{ZZ})^1$$

$$\mathcal{L}_{WW}^{CPT-odd} = \frac{1}{4}(k_2)_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} (W_\rho^+ W_{\mu\nu}^- + W_\rho^- W_{\mu\nu}^+) \quad (3.6)$$

■ Cúbicos

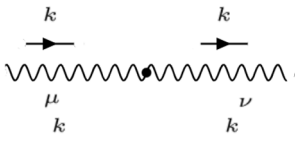
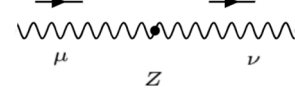

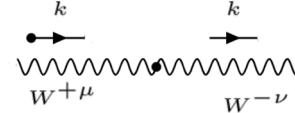
$$\mathcal{L}_{WW\gamma}^{CPT-odd} = \frac{4}{9} i \epsilon (k_2)_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} (A_\rho W_\mu^- W_\nu^+ + A_\mu W_\rho^+ W_\nu^- + A_\nu W_\rho^- W_\mu^-) \quad (3.7)$$

$$\mathcal{L}_{WWZ}^{CPT-odd} = \frac{4}{9} i g c_w (k_2)_\lambda \epsilon^{\lambda\rho\mu\nu} (Z_\rho W_\mu^- W_\nu^+ + Z_\mu W_\rho^+ W_\nu^- + Z_\nu W_\rho^- W_\mu^-) \quad (3.8)$$

### 3.1. Reglas de Feynman

Las reglas de Feynman obtenidas para los acoplamientos descritos en la sección anterior están dadas por:

**Acoplamientos Cuadráticos**

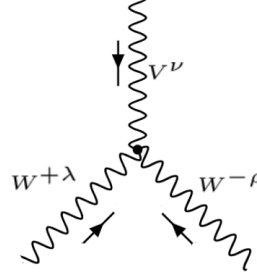
- $-\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho} k_{AF}^\lambda k^\rho =$  
- $-\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho} k_{ZZ}^\lambda k^\rho =$  
- $-\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho} k_{AZ}^\lambda k^\rho =$  
- $-\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho} k_2^\lambda k^\rho =$  

---

<sup>1</sup>En esta última expresión definimos  $s_{2W} \equiv 2s_W c_W$  y  $c_{2W} \equiv c_W^2 - s_W^2$

### Acoplamientos Cúbicos

$$\bullet \frac{4}{3}g_v\epsilon^{\lambda\mu\nu\rho}k_2^\lambda k^\rho =$$



donde:

$$g_v = \begin{cases} e & , v = \gamma \\ gc_W & , v = Z \end{cases}$$

### 3.2. Objetivo

El objetivo central del cálculo es derivar cotas sobre los productos escalares siguientes:

$$\begin{aligned} k_{AF}^2 &= k_{AF\mu}k_{AF}^\mu \\ k_{ZZ}^2 &= k_{ZZ\mu}k_{ZZ}^\mu \\ k_{AF} \cdot k_{ZZ} &= k_{AF\mu}k_{ZZ}^\mu \end{aligned} \tag{3.9}$$

Para ello se usarán los resultados experimentales del dipolo magnético de los leptones cargados ( $l = e, \mu, \tau$ ). De acuerdo con el Data Particle Group (PDG), las medidas de precisión sobre los dipolos magnéticos anómalos<sup>2</sup> son:

electrón	$a_e = (1159.65218091 \pm 0.00000028) \times 10^{-6}$
muón	$a_\mu = (11659206.1 \pm 4.1) \times 10^{-10}$
tau	$-0.52 < a_\tau < 0.013$

Tabla 3.1: Valores del PDG para el momento magnético anómalo de leptones cargados.

### 3.3. Momento Magnético

El experimento de Stern-Gerlach, en 1922, dio paso al descubrimiento del momento magnético del electrón, atribuyéndole una nueva propiedad llamada espín. El primer análisis, con el conocimiento de la época, llevó a pensar que existía una corriente circulando en la estructura del electrón, la cual le concedía un campo magnético. Sin embargo, dicho análisis conlleva a un resultado equivocado.

Dado el desconocimiento de la naturaleza de esta estructura, los investigadores introdujeron una constante  $g$ , llamada la *razón giromagnética* o *factor-g de Landé*, la cual debía ser determinada

<sup>2</sup>Las cantidades  $a_e$ ,  $a_\mu$  y  $a_\tau$  están dadas por  $a = \frac{g-2}{2}$ , donde  $g$  es *factor-g de Landé*, también conocido como la *razón giromagnética*.

experimentalmente, llegando a un valor de  $g = 2.00232$ . En su forma más general, el momento magnético está dado por

$$\mu = g \frac{e}{4m} \quad [\text{en unidades naturales}]$$

El primer paso hacia un sustento teórico del valor de  $g$  fue dado por Paul Dirac, quien a través de su formulación matemática pudo llegar a un valor más cercano, de exactamente  $g = 2$ .

No fue hasta 1948, cuando J. Schwinger, a través de la formulación de QED (Quantum Electro Dynamics), logró hacer coincidir el valor teórico con el experimental con una asombrosa exactitud.

A la fecha, esta predicción de QED logra calzar con el valor experimental con una precisión de una parte en mil millones, siendo la predicción teórica más exacta que se ha verificado en la historia de la física[24]. Lo interesante es que esta corrección del valor de  $g$  se da a segundo orden en la serie perturbativa, haciéndola una corrección puramente radiativa. Es por ello que a esta corrección se le dio el nombre de *momento magnético anómalo*.

### 3.4. Vértice electromagnético

Dentro de la teoría de QFT, los momentos dipolares están definidos por el vértice electromagnético:

$$\bar{f} f \gamma \quad \text{con } f = e, \mu, \tau, u, d$$

La forma general del vértice [2] puede expresarse a partir de considerar los requerimientos de simetría, los cuales limitan considerablemente su estructura.

En el orden más bajo, el vértice es proporcional, únicamente, a los momentos de espinores  $p_1$ ,  $p_2$  y  $\gamma_\mu$ . Si se apela a la invariancia de Lorentz se restringe considerablemente su forma, dado que  $\gamma_\mu$  se transforma como vector. Entonces, el vértice puede conformarse por una combinación lineal de  $\gamma_\mu$ ,  $p_1$  y  $p_2$ , dada por:

$$ie\Gamma^\mu = ie[\gamma^\mu \cdot A + (p_1^\mu + p_2^\mu) \cdot B + (p_1^\mu - p_2^\mu) \cdot C]$$

donde los coeficientes involucran productos de matrices de Dirac con los vectores de momento, esto es  $\not{p}$ . Y de la ecuación de Dirac se obtienen las relaciones  $\not{p}_1 u(p_1) = m_f u(p_1)$  y  $\bar{u}(p_2) \not{p}_2 = \bar{u}(p_2) m_f$  que simplificarán todavía más la expresión. Por otro lado, a partir de la condición cinemática del vértice se obtiene:  $q^2 = -2p_1 \cdot p_2 + 2m_f^2$ . Con esto último se tienen todos los posibles coeficientes y se observa que los mismos serán proporcionales a  $m_f$  y  $q^2$  (cantidades escalares).

Por último, aplicando la identidad de Ward,  $q_\mu \Gamma^\mu = 0$ , se eliminan el primer y segundo término, obligando que  $C$  sea igual a cero.

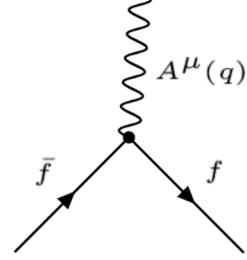
Además, el vértice se puede expresar en términos de la *identidad de Gordon*:

$$p_{1\mu} = m_f \gamma_\mu + \frac{i\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{2} \tag{3.10}$$

esto permite introducir términos proporcionales a  $\sigma_{\mu\nu} q^\nu$ , donde  $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$  que, a su vez, es el operador de espín para los siguientes casos:  $\sigma_{12} = 2\Sigma_3$ ,  $\sigma_{13} = 2\Sigma_2$ ,  $\sigma_{23} = 2\Sigma_1$ ; donde  $\Sigma_1$ ,  $\Sigma_2$ ,  $\Sigma_3$  son los operadores de espín para las 3 direcciones espaciales. La relevancia del operador de espín radica en que es el vínculo con el momento magnético.

El resultado del análisis anterior se expresa a continuación:

$$ie[F_1(q^2)\gamma_\mu + F_2(q^2)\frac{i\sigma_{\mu\nu}q^\nu}{2m_f} - F_3(q^2)\sigma_{\mu\nu}q^\nu\gamma_5] =$$



donde se introdujo un tercer término proporcional a  $\gamma_5$  y cual se obtuvo tras considerar las condiciones de quiralidad de los espinores. La derivación de este tercer término no fue incluida en el análisis, dado que no es de interés para los objetivos marcados en el presente trabajo. Sin embargo, se incluyó por completitud.

Las funciones  $F_1(q^2)$ ,  $F_2(q^2)$  y  $F_3(q^2)$  se conocen como *factores de forma*. A primer orden  $F_1(q^2) = 1$ ,  $F_2(q^2) = 0$  y  $F_3(q^2) = 0$ ; sin embargo, a través de correcciones radiativas, es decir considerando contribuciones a más altos órdenes de la serie perturbativa,  $F_2(q^2)$  y  $F_3(q^2)$  serán diferentes a cero.

La interpretación física de los factores de forma  $F_i(q^2)$ , a  $q^2 = 0$ , es la siguiente:

- $F_1(0) = Q_f$  Contenido de carga del fermión  $f$ .
- $F_2(0) = a_f$  Momento magnético anómalo del fermión  $f$ .
- $F_3(0) = \frac{d_f}{Q_f}$   $d_f$  el dipolo eléctrico del fermión  $f$ .

### 3.5. Aporte de la violación de CPT al momento magnético

Se debe calcular la contribución de los vértices que violan CPT al vértice electromagnético  $\bar{l}l\gamma$  para leptones, y luego extraer el aporte al momento magnético. Dicha contribución se da a orden de un lazo. Para los vértices con violación de CPT para bosones  $Z$  y fotones se tienen:

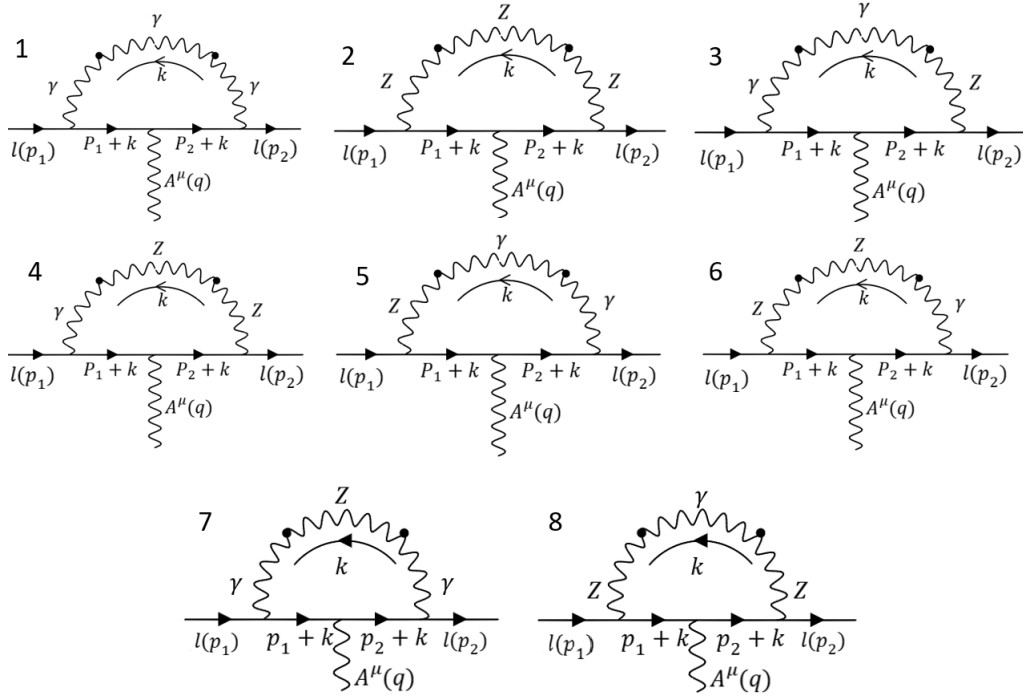


Figura 3.1: Diagramas con vértices que violan CPT para bosones  $Z$  y fotones  $\gamma$

**Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético anómalo de leptones**  
**3.5 Aporte de la violación de CPT al momento magnético**

---

Y la figura (3.2) contiene 5 diagramas más, conformados por propagadores de bosones  $W$  y neutrinos.

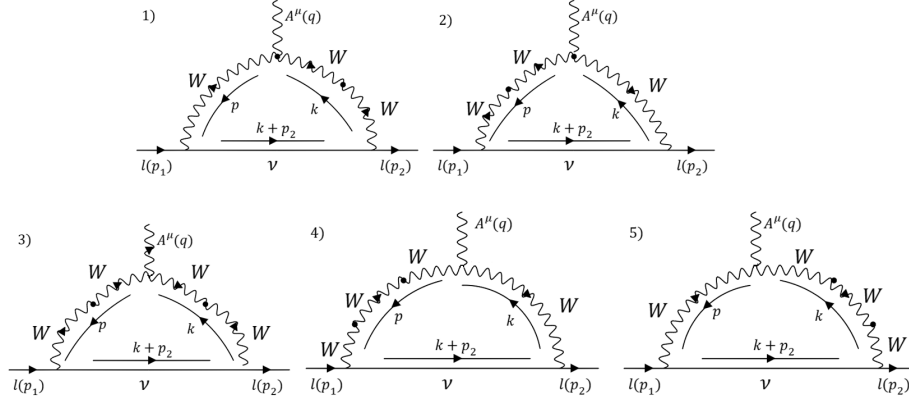


Figura 3.2: Diagramas con vértices que violan CPT para bosones  $W$

En las figuras (3.1) y (3.2) se aprecia que los vértices marcados con un punto son los que violan CPT. También se observa, en ambas figuras, que el número de vértices corresponde a un segundo orden en los coeficientes que violan CPT, condición necesaria para obtener el aporte al momento magnético anómalo.

### 3.5.1. Amplitud

Como se observa en las figuras (3.1) y (3.2), las partículas externas serán las mismas en todos los diagramas. En este sentido, la amplitud invariante general para todos los diagramas está dada por:

$$\mathcal{M} = \bar{u}(p_2, s_2) \Gamma_\mu u(p_1, s_1) \epsilon^\mu(q, \lambda) \quad (3.11)$$

donde  $u$  es el espinor de Dirac que describe al lepton;  $\bar{u}$ , el espinor adjunto de Dirac;  $\epsilon^\mu$ , el vector de polarización del fotón; y  $\Gamma_\mu$ , la función vértice. Esta última será la que varíe en cada diagrama dependiendo de los propagadores y vértices que contenga el loop. Por esta razón solo hace falta definir las funciones vértice de cada diagrama. En el apéndice A se detallan las expresiones analíticas completas de las amplitudes de todos los diagramas.

En el caso de los diagramas conformados por propagadores de  $Z$ , fotones  $\gamma$ , y combinaciones de los anteriores, se observa que tienen una forma esquemática similar, como se aprecia en la figura (3.1). Como consecuencia, es posible plasmar el vértice electromagnético a través de una expresión general. El siguiente diagrama sintetiza las diferentes combinaciones:

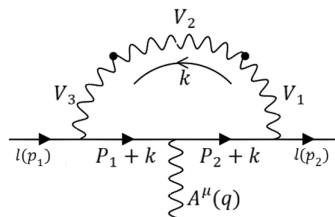
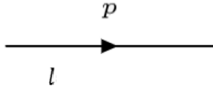
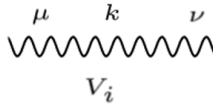


Figura 3.3: Diagrama genérico con vértices que violan CPT para bosones  $Z$  y fotones  $\gamma$

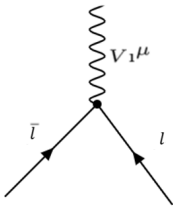
**Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético anómalo de leptones**  
**3.5 Aporte de la violación de CPT al momento magnético**

---

donde los vértices con violación de CPT se encuentran en el lazo que recorre el momento  $k$ . Los demás vértices y propagadores son del SM y se describen a continuación:

- $\frac{i(\not{p}+m_l)}{p^2-m_l^2} =$  
- $\frac{-i}{k^2-m_{v_i}^2} [g^{\mu\nu} - \delta_{v_i} \frac{k^\mu k^\nu}{m_{v_i}^2}] =$  

$$\delta_{v_i} = \begin{cases} 1 & , v_i = Z \\ 0 & , v_i = \gamma \end{cases} \quad m_{v_i} = \begin{cases} m_Z & , v_i = Z \\ 0 & , v_i = \gamma \end{cases}$$

- $i g_{v_i} \gamma_\mu (v_i - a_i \gamma_5) =$  

$$g_{v_i} = \begin{cases} e Q_l & , v_i = \gamma \\ \frac{g}{2c_W} & , v_i = Z \end{cases} \quad v_i = \begin{cases} 1 & , v_i = \gamma \\ g_V^l & , v_i = Z \end{cases} \quad a_i = \begin{cases} 0 & , v_i = \gamma \\ g_A^l & , v_i = Z \end{cases}$$



El vértice que viola CPT es:

$$\bullet -\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho} k_{v_i}^\lambda k_{v_j}^\rho = \Gamma_{\mu\nu} = \begin{array}{c} \mu \qquad \qquad \qquad \nu \\ \text{~~~~~} \xrightarrow{k} \text{~~~~~} \\ V_i \qquad \qquad \qquad V_j \end{array}$$

La función vértice  $\Gamma_\mu$  está dada por:

$$\Gamma_\mu = (ie)(iQ_l g_{v_1} g_{v_2}) \int \frac{d^4 k}{(2\pi^4)} \frac{T_\mu}{\Delta} \quad (3.12)$$

donde

$$T_\mu = (\not{p}_2 + \not{k} + m_l) \gamma_\mu (\not{p}_1 + \not{k} + m_l) P^{\alpha\lambda} \Gamma_{\lambda\rho}^{V_1 V_2} P^{\rho\nu} \Gamma_{\nu\sigma}^{V_2 V_3} P^{\sigma\beta} \quad (3.13)$$

con

$$\begin{aligned} P^{\alpha\lambda} &= g^{\alpha\lambda} - \delta_{v_1} \frac{k^\alpha k^\lambda}{m_{v_1}^2} \\ P^{\rho\nu} &= g^{\rho\nu} - \delta_{v_2} \frac{k^\rho k^\nu}{m_{v_2}^2} \\ P^{\nu\sigma} &= g^{\nu\sigma} - \delta_{v_3} \frac{k^\nu k^\sigma}{m_{v_3}^2} \\ \Delta &= [k^2 - m_{v_1}^2][k^2 - m_{v_2}^2][k^2 - m_{v_3}^2][(k + p_1)^2 - m_l^2][(k + p_2)^2 - m_l^2] \end{aligned}$$

Para obtener la amplitud del diagrama que se desee calcular basta con hacer las sustituciones correspondientes descritas arriba.

Las funciones vértice de los diagramas conformados por propagadores de  $W$  no pueden llevarse a una sola expresión genérica, como ocurrió con el caso anterior. Estos están detallados en el apéndice A para su consulta.

### 3.5.2. Cinemática

Tomando en consideración la conservación de 4-momento, la cinemática del proceso es la siguiente:

$$p_1 = p_2 + q \quad (3.14)$$

Y aplicando las condiciones de *capa de masa* y *transversalidad* se obtienen las relaciones que se exponen a continuación:

$$p_1^2 = p_2^2 = m_l^2 \quad p_{1\mu} = p_{2\mu} \quad p_1 \cdot p_2 = m_l^2$$

### 3.5.3. Extracción del momento magnético de la amplitud

Como se vio anteriormente, los dipolos magnéticos son proporcionales a la estructura:

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

Sin embargo, la amplitud arrojará resultados proporcionales a  $\gamma_\mu$  y  $p_{1\mu}$ . En el caso de interés dependerá también de  $(k_{v_i v_j})_\mu$ . La conexión entre  $\gamma_\mu$  y  $p_{1\mu}$  está dada por la *Identidad de Gordon*:

$$p_{1\mu} = m_l \gamma_\mu + \frac{i\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{2}$$

El factor de forma asociado al momento magnético es  $\sigma_{\mu\nu} q^\nu$ . Entonces, el coeficiente objetivo es el que acompaña al factor  $(k_{v_i} \cdot k_{v_j}) p_{1\mu}$ .

### 3.6. Algoritmo de cálculo de la expresión analítica de los Diagramas de Feynman

En esta sección se describirá el procedimiento general realizado para la obtención de los resultados. También se resumirán algunas consideraciones generales que se describieron con mayor detalle en las secciones anteriores.

Los cálculos se realizaron en FeynCalc [18][19] y Package-X[25], ambas paqueterías de cálculo de Wolfram Mathematica. Además, se implementó la descomposición de Passarino-Veltman [21][20][22] y la regularización dimensional [2].

Los propagadores y demás expresiones utilizados para hacer el cálculo se hallan en la norma unitaria. La cinemática empleada se muestra en la sección 3.5.2.

A continuación se procede con la descripción del cálculo:

- Para cada diagrama se escribió la forma analítica de la amplitud de acuerdo a la sección 3.5.1, cuyo detalle puede consultarse en el Apéndice A.
- Las expresiones obtenidas en el paso previo se introdujeron en FeynCalc, donde además de realizar las simplificaciones correspondientes, se extrajeron los términos proporcionales al momento magnético de acuerdo a la identidad de Gordon, como se describe en la sección 3.5.3.
- Para evaluar el loop se implementaron la *Regularización Dimensional*[2] y el método de descomposición de Passarino-Veltman. Este último entrega el loop en términos de funciones escalares, las cuales fueron extensamente estudiadas[21][20][22] y pueden evaluarse con mayor facilidad. En el Apéndice B se describen tales funciones y se detalla cómo fueron utilizadas en el presente cálculo.
- Puesto que el momento magnético anómalo en el SM, a orden de un lazo, está libre de divergencias ultravioletas, se espera que la SME también cumpla con esta característica. Por ello, y para garantizar la integridad del cálculo, se debe verificar la ausencia de estas divergencias en el desarrollo del cómputo.
- Una vez obtenidos los resultados analíticos, se procede a evaluar los límites para estudiar su comportamiento.

### 3.7. Análisis de resultados

El aporte al momento magnético para leptones, incorporando el SM y violación de CPT, está dado por:

$$a_l^{SME} = a_l^{SM} + a_l^{\gamma\gamma\gamma} + a_l^{\gamma\gamma Z} + a_l^{\gamma ZZ} + a_l^{ZZZ} + a_l^{WWW} \quad (3.15)$$

donde del lado derecho de la ecuación, el superíndice  $SM$  indica el aporte del SM, y el resto de superíndices señalan los propagadores del lazo de los diagramas calculados, los cuales se muestran esquemáticamente en las figuras (3.1) y (3.2). La estructura general de los resultados obtenidos es la siguiente:

$$a_l^{f(\text{propagadores})} = \alpha \cdot A \cdot \frac{k_j^2}{m_i^2} \cdot F(m_l, m_i) \quad (3.16)$$

donde las unidades están dadas por la constante de estructura fina  $\alpha$  (con  $a_l$  en unidades naturales); por  $A$ , un factor adimensional propio de cada diagrama;  $k_j^2$ , que representa el producto escalar de los tensores constantes descritos en (3.9); y  $F(m_l, m_i)$ , una función adimensional propia de cada diagrama y dependiente de la masa de los leptones  $m_l$ , y, según corresponda, de la masa del bosón de norma  $Z$  o  $W$ , representada por  $m_i$  (donde  $i = Z$  o  $W$ ).

Puesto que  $F(m_l, m_i)$  es adimensional, puede expresarse a través de una nueva variable  $x_i = \frac{m_l}{m_i}$ , por lo que  $F(m_l, m_i) = F(x_i)$ . Lo interesante de este cambio de variable es que permite analizar la sensibilidad de los resultados obtenidos respecto a la razón entre las masas de las partículas que participan en la interacción.

Los resultados obtenidos, de acuerdo al esquema de cálculo y análisis, pueden dividirse en 3 grupos:

- El aporte dado por 3 fotones.
- El aporte dado por los bosones  $Z$  y las combinaciones de  $Z$  con fotones.
- El aporte dado por los bosones  $W$ .

### 3.7.1. Resultado del diagrama con vértices con violación de CPT para fotones $\gamma$

El aporte del diagrama 1 de la figura (3.1), conformado por propagadores de fotones en el lazo, es:

$$a_l^{\gamma\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{K_{af}^2}{m_l^2} \left[ 23 + 8 \log \left( \frac{m_\gamma^2}{m_l^2} \right) \right] \quad (3.17)$$

donde se observa la presencia de una divergencia infrarroja.<sup>3</sup>

### 3.7.2. Resultados de diagramas con vértices con violación de CPT para bosón $Z$ y fotón $\gamma$

Según la estructura de los resultados, y como se verá a continuación, el caso más relevante se da cuando la masa del leptón es igual a la masa del electrón. Esto se debe a que la contribución al momento magnético es proporcional a potencias inversas de la masa del leptón. En este sentido, el resultado es más sensible a la masa del electrón, lo cual es beneficioso, pues permite obtener mejores cotas debido a la gran precisión que se tiene en la medida de su momento magnético.

Por otra parte, se observa que la relación entre las masas del electrón ( $m_e$ ) y del  $Z$  ( $m_Z$ ) es de alrededor de 5 órdenes de magnitud ( $\approx 10^{-5}$ ), por lo que es conveniente analizar el límite cuando la masa del leptón (la masa del electrón) tiende a cero, o cuando  $x_Z \rightarrow 0$ . Se encontró que en todos

---

<sup>3</sup>Esta misma divergencia se reportó en publicaciones previas:  
 J. Montaña, H. Novales Sánchez, M. Salinas, J. Toscano, *Lorentz violation in nucleon electromagnetic moments*, Phys. Rev. D. 105 (2022).  
 J. A. Ahuatzí-Avendaño, J. Montaña, H. Novales, M. Salinas, J. J. Toscano, *Bounds on Lorentz-violating Yukawa couplings via lepton electromagnetic moments*, Phys. Rev. D. 103 (2021).

los diagramas con propagadores  $Z$  y combinaciones de  $Z$  y  $\gamma$  (diagramas: del 2 al 8 de la figura (3.1)), las funciones  $F(x_Z)$  presentan el siguiente límite:

$$\lim_{x_Z \rightarrow 0} F_n(x_Z) = \infty$$

donde el subíndice  $n$  va de  $n = 2, \dots, 8$  y enumera la función correspondiente al número de diagrama. El límite confirma que, efectivamente, las soluciones encontradas son muy sensibles cuando se considera la masa del electrón. En consecuencia, para facilitar la lectura y análisis, se decidió estructurar los resultados de la siguiente forma:

$$a_l^{(propagadores)} = g(x_Z) \cdot f(x_Z) \tag{3.18}$$

Las funciones de  $x_Z$  están construidas de tal manera que en el límite  $\lim_{x_Z \rightarrow 0} f(x_Z) = 0$  y  $\lim_{x_Z \rightarrow 0} g(x_Z) = \infty$ ; por lo que  $g$  contiene la divergencia en este límite, es decir, es muy significativa para masas leptónicas pequeñas.

A continuación se muestran los resultados con vértices con violación de CPT para  $Z$  y fotón  $\gamma$ :

$$a_l^{ZZZ} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{(g_V^2 + g_A^2)}{(s_{2W})^2} \frac{k_{ZZ}^2}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{ZZZ}(x_Z) \quad (3.19)$$

$$f_{ZZZ}(x_Z) = \frac{1}{(1-4x_Z^2)^3} \left( 48x_Z^3 + 505x_Z^5 + 1596x_Z^7 - 1008x_Z^9 - 1472x_Z^{11} + (48x_Z - 576x_Z^3 + 2288x_Z^5 - 2880x_Z^7 - 768x_Z^9 + 1024x_Z^{11}) \text{Log}(x_Z) + (48x_Z - 480x_Z^3 + 1424x_Z^5 - 800x_Z^7 - 960x_Z^9) \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right)$$

$$a_l^{\gamma\gamma Z} = a_l^{Z\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{g_V}{s_{2W}} \frac{k_{AZ} \cdot k_{AF}}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{\gamma\gamma Z}(x_Z) \quad (3.20)$$

$$f_{\gamma\gamma Z}(x_Z) = \frac{1}{(1-4x_Z^2)} \left( 8x_Z^3 + 11x_Z^5 - 172x_Z^7 + (8x_Z - 176x_Z^5 + 192x_Z^7) \text{Log}(x_Z) + (8x_Z + 16x_Z^3 - 128x_Z^5) \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right)$$

$$a_l^{\gamma ZZ} = a_l^{ZZ\gamma} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{g_V}{s_{2W}} \frac{k_{AZ} \cdot k_{ZZ}}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{\gamma ZZ}(x_Z) \quad (3.21)$$

$$f_{\gamma ZZ}(x_Z) = \frac{1}{(1-4x_Z^2)^2} \left( 24x_Z^3 - 93x_Z^5 - 280x_Z^7 + 1072x_Z^9 + (24x_Z - 128x_Z^3 - 176x_Z^5 + 1408x_Z^7 - 768x_Z^9) \text{Log}(x_Z) + (24x_Z - 80x_Z^3 - 288x_Z^5 + 768x_Z^7) \times \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right)$$

$$a_l^{\gamma Z\gamma} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{k_{AZ}^2}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{\gamma Z\gamma}(x_Z) \quad (3.22)$$

$$f_{\gamma Z\gamma}(x_Z) = \frac{1}{(1-4x_Z^2)} \left( 8x_Z^3 - 21x_Z^5 - 44x_Z^7 + (8x_Z - 32x_Z^3 - 16x_Z^5 + 64x_Z^7) \text{Log}(x_Z) + (8x_Z - 16x_Z^3 - 32x_Z^5) \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right)$$

$$a_l^{Z\gamma Z} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{(g_V^2 + g_A^2)}{(s_{2W})^2} \frac{k_{AZ}^2}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{Z\gamma Z}(x_Z) \quad (3.23)$$

$$f_{Z\gamma Z}(x_Z) = \frac{1}{(1-4x_Z^2)^2} \left( 2x_Z^3 + 7x_Z^5 - 88x_Z^7 + 112x_Z^9 + (13x_Z - 88x_Z^3 + 76x_Z^5 + 288x_Z^7 - 64x_Z^9) \text{Log}(x_Z) + (13x_Z - 62x_Z^3 + 96x_Z^7) \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right)$$

### 3.7.3. Resultados de diagramas con vértices con violacion de CPT para bosones W

A diferencia de los diagramas con  $Z$  y  $\gamma$  de la sección previa, no es posible expresar los resultados finales individuales de los 5 diagramas conformados por propagadores W (ver figura 3.2). Esto se debe a que en los resultados de cada diagrama se obtienen términos proporcionales a  $\gamma^5$ , lo cual

no es compatible con la estructura del momento magnético, como se señala en la sección 3.4. Además, no es posible llevar a capa de masa el fotón sin obtener una singularidad. Esta dificultad se sobrelleva realizando el siguiente algoritmo de cálculo:

- Emplear la ecuación de Dirac despues del cálculo de loop.
- Sumar los conjuntos de diagramas 1,2 y 3,4,5 para posteriormente aplicar la condición de capa de masa para el fotón  $q^2 = 0$ .

El resultado de la suma de todos los diagramas con bosones  $W$  es:

$$a_l^{WWW} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{1}{(s_W)^2} \frac{k_2^2}{m_l^2} \cdot f_{WWW}(x_W) \tag{3.24}$$

$$f_{WWW}(x_W) = \frac{1}{(1-x_W^2)} \left[ \frac{29}{4} + \frac{12}{x_W^2} - \frac{155}{36}x_W^2 - \frac{125}{18}x_W^4 \right. \\ \left. + \left( 8 - \frac{12}{x_W^4} - \frac{2}{3x_W^2} + \frac{26}{3}x_W^2 - 4x_W^4 \right) \text{Log}\left(\frac{1}{1-x_W^2}\right) \right]$$

Analizando el límite  $\lim_{x_W \rightarrow 0} f_{WWW}(x_W) = 7/12$  se aprecia que no presenta sensibilidad hacia a una masa pequeña del leptón, como es el caso para los diagramas con  $Z$  y  $\gamma$  de la sección previa.

### 3.8. Resumen de resultados analíticos de los diagramas

A continuación se presenta un resumen de todos los resultados para facilitar su análisis y lectura:

$$\begin{aligned}
 a_l^{\gamma\gamma\gamma} &= \frac{\alpha}{32\pi} \frac{k_{AF}^2}{m_l^2} \left[ 23 + 8 \log \left( \frac{m_\gamma^2}{m_l^2} \right) \right] \\
 a_l^{ZZZ} &= \frac{\alpha}{32\pi} \frac{(g_V^2 + g_A^2)}{(s_{2W})^2} \frac{k_{ZZ}^2}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{ZZZ}(x_Z) \\
 f_{ZZZ}(x_Z) &= \frac{1}{(1-4x_Z^2)^3} \left( 48x_Z^3 + 505x_Z^5 + 1596x_Z^7 - 1008x_Z^9 - 1472x_Z^{11} + (48x_Z - 576x_Z^3 \right. \\
 &\quad \left. + 2288x_Z^5 - 2880x_Z^7 - 768x_Z^9 + 1024x_Z^{11}) \text{Log}(x_Z) + (48x_Z - 480x_Z^3 + 1424x_Z^5 - 800x_Z^7 \right. \\
 &\quad \left. - 960x_Z^9) \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right) \\
 a_l^{\gamma\gamma Z} &= a_l^{Z\gamma\gamma} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{g_V}{s_{2W}} \frac{k_{AZ} \cdot k_{AF}}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{\gamma\gamma Z}(x_Z) \\
 f_{\gamma\gamma Z}(x_Z) &= \frac{1}{(1-4x_Z^2)} \left( 8x_Z^3 + 11x_Z^5 - 172x_Z^7 + (8x_Z - 176x_Z^5 + 192x_Z^7) \text{Log}(x_Z) \right. \\
 &\quad \left. + (8x_Z + 16x_Z^3 - 128x_Z^5) \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right) \\
 a_l^{\gamma ZZ} &= a_l^{ZZ\gamma} = \frac{\alpha}{32\pi} \frac{g_V}{s_{2W}} \frac{k_{AZ} \cdot k_{ZZ}}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{\gamma ZZ}(x_Z) \\
 f_{\gamma ZZ}(x_Z) &= \frac{1}{(1-4x_Z^2)^2} \left( 24x_Z^3 - 93x_Z^5 - 280x_Z^7 + 1072x_Z^9 + (24x_Z - 128x_Z^3 - 176x_Z^5 \right. \\
 &\quad \left. + 1408x_Z^7 - 768x_Z^9) \text{Log}(x_Z) + (24x_Z - 80x_Z^3 - 288x_Z^5 + 768x_Z^7) \right. \\
 &\quad \left. \times \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right) \\
 a_l^{Z\gamma Z} &= \frac{\alpha}{32\pi} \frac{k_{AZ}^2}{m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{\gamma Z\gamma}(x_Z) \\
 f_{\gamma Z\gamma}(x_Z) &= \frac{1}{(1-4x_Z^2)} \left( 8x_Z^3 - 21x_Z^5 - 44x_Z^7 + (8x_Z - 32x_Z^3 - 16x_Z^5 + 64x_Z^7) \text{Log}(x_Z) \right. \\
 &\quad \left. + (8x_Z - 16x_Z^3 - 32x_Z^5) \sqrt{1-4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1-2x_Z} + \sqrt{1+2x_Z}}{\sqrt{1+2x_Z} - \sqrt{1-2x_Z}} \right) \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_l^{Z\gamma Z} &= \frac{\alpha}{32\pi} \frac{(g_V^2 + g_A^2) k_{AZ}^2}{(s_{2W})^2 m_l^2} \left( \frac{m_Z^5}{m_l^5} \right) \cdot f_{Z\gamma Z}(x_Z) \\
 f_{Z\gamma Z}(x_Z) &= \frac{1}{(1 - 4x_Z^2)^2} \left( 2x_Z^3 + 7x_Z^5 - 88x_Z^7 + 112x_Z^9 + (13x_Z - 88x_Z^3 + 76x_Z^5 + 288x_Z^7 \right. \\
 &\quad \left. - 64x_Z^9) \text{Log}(x_Z) + (13x_Z - 62x_Z^3 + 96x_Z^7) \sqrt{1 - 4x_Z^2} \text{Log} \left( \frac{\sqrt{1 - 2x_Z} + \sqrt{1 + 2x_Z}}{\sqrt{1 + 2x_Z} - \sqrt{1 - 2x_Z}} \right) \right) \\
 a_l^{WWW} &= \frac{\alpha}{32\pi} \frac{1}{(s_W)^2} \frac{k_2^2}{m_l^2} \cdot f_{WWW}(x_W) \tag{3.25} \\
 f_{WWW}(x_W) &= \frac{1}{(1 - x_W^2)} \left[ \frac{29}{4} + \frac{12}{x_W^2} - \frac{155}{36} x_W^2 - \frac{125}{18} x_W^4 \right. \\
 &\quad \left. + \left( 8 - \frac{12}{x_W^4} - \frac{2}{3x_W^2} + \frac{26}{3} x_W^2 - 4x_W^4 \right) \text{Log} \left( \frac{1}{1 - x_W^2} \right) \right]
 \end{aligned}$$

### 3.9. Cota experimental y resultado final

En concordancia con (3.15), el aporte al momento magnético de todos los diagramas con violación de CPT está dado por:

$$a_l^{CPT\text{impar}} = a_l^{\gamma\gamma\gamma} + a_l^{\gamma\gamma Z} + a_l^{\gamma ZZ} + a_l^{ZZZ} + a_l^{WWW} \tag{3.26}$$

Evaluando los aportes individuales de los diagramas<sup>4</sup> a (3.26) en función de  $k_i^2/m_e^2$  y respecto a la masa del electrón  $m_e$ <sup>5</sup>, se tiene:

$$\begin{aligned}
 a_l^{\gamma\gamma\gamma} &= 1.6695 \times 10^{-3} \left( \frac{k_{AF}^2}{m_e^2} \right) \\
 a_l^{ZZZ} &= 1.25139 \times 10^7 \left( \frac{k_{ZZ}^2}{m_e^2} \right) \\
 a_l^{\gamma\gamma Z} = a_l^{Z\gamma\gamma} &= 2.64082 \times 10^5 \left( \frac{k_{AZ} \cdot k_{AF}}{m_e^2} \right) \\
 a_l^{\gamma ZZ} = a_l^{ZZ\gamma} &= 7.92464 \times 10^5 \left( \frac{k_{AZ} \cdot k_{ZZ}}{m_e^2} \right) \\
 a_l^{\gamma Z\gamma} &= 5.87472 \times 10^6 \left( \frac{k_{AZ}^2}{m_e^2} \right) \\
 a_l^{Z\gamma Z} &= 5.63463 \times 10^6 \left( \frac{k_{AZ}^2}{m_e^2} \right) \\
 a_l^{WWW} &= 84.9045 \left( \frac{k_2^2}{m_e^2} \right)
 \end{aligned}$$

donde se observa que el aporte de  $a_l^{ZZZ}$  es el de mayor peso en la expresión (3.26), siendo 6 ordenes de magnitud mayor que la contribución de  $a_l^{WWW}$  y 10 ordenes de magnitud mayor que la contribución de  $a_l^{\gamma\gamma\gamma}$ .

Como se estableció, el objetivo es hallar cotas sobre los productos escalares  $k_{AF}^2$ ,  $k_{ZZ}^2$  y  $k_{AF} \cdot k_{AZ}$  (ver (3.9)). Estos, a su vez, en (3.5), (3.3) y (3.4), se han definido a partir de los

<sup>4</sup>En la presente sección, al evaluar las diferentes expresiones, no se considera el término que porta la divergencia infrarroja que se obtuvo en el aporte del diagrama con 3 fotones (ecuación 3.17).

<sup>5</sup>Los valores de las constantes  $\alpha$ ,  $g_A$ ,  $g_V$ , las masas  $m_e$ ,  $m_Z$ ,  $m_W$  y el ángulo de mezcla  $s_W^2$  utilizados en la presente sección, fueron obtenidos del Particle Data Group (PDG).



**Efectos de violación de CPT sobre el momento magnético anómalo de leptones**  
**3.9 Cota experimental y resultado final**

---

tensores constantes  $k_1$  y  $k_2$ , que son los que cuantifican la violación de CPT. En este sentido, es conveniente expresar el resultado  $a_l^{CPTimpar}$  en función de estos últimos.

Reemplazando los resultados analíticos de todos los diagramas (ver sección 3.8) en (3.26) y factorizando  $k_1^2$ ,  $k_1 \cdot k_2$  y  $k_2^2$ , se obtiene la expresión analítica del aporte al momento magnético, la cual se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}
 a^{CPTimpar} = & \frac{\alpha}{32\pi x_Z^3 m_e^2} \left[ k_1^2 \left( -4g_V(c_W^2 f_{\gamma\gamma Z} + s_W^2 f_{\gamma ZZ}) + (g_A^2 + g_V^2) \left( \frac{s_W^2}{c_W^2} f_{ZZZ} + f_{Z\gamma Z} \right) + 92c_W^4 x_Z^3 \right. \right. \\
 & + s_{2W}^2 f_{\gamma Z\gamma} \left. \right) + k_1 \cdot k_2 \left( 2c_{2W} g_V (f_{\gamma\gamma Z} - f_{\gamma ZZ}) + (g_A^2 + g_V^2) (f_{ZZZ} - f_{Z\gamma Z}) + 23s_{2W}^2 x_Z^3 - s_{2W}^2 f_{\gamma Z\gamma} \right) + \\
 & \left. k_2^2 \left( g_V (s_W^2 f_{\gamma\gamma Z} + c_W^2 f_{\gamma ZZ}) + \frac{1}{4} (g_A^2 + g_V^2) \left( \frac{c_W^2}{s_W^2} f_{ZZZ} + f_{Z\gamma Z} \right) + 23s_W^4 x_Z^3 + \frac{s_{2W}^2}{4} f_{\gamma Z\gamma} + \frac{x_Z^3}{x_W^3 s_W^2} f_{WWW} \right) \right] \quad (3.27)
 \end{aligned}$$

De acuerdo al análisis realizado en las secciones previas, se ha visto que la contribución más relevante se produce cuando se evalúa el resultado respecto a la masa del electrón  $m_e$ . A continuación se expresa (3.27) evaluada respecto a  $m_e$ :

$$a^{CPTimpar} = \frac{\alpha}{\pi m_e^2} \left( 4.0911 \times 10^9 k_1^2 + 9.9588 \times 10^7 k_1 \cdot k_2 + 4.3148 \times 10^9 k_2^2 \right) \quad (3.28)$$

A continuación se define el intervalo en el que se encuentra la contribución de la SME sobre el momento magnético anómalo del electrón:

$$\left| \frac{4.3148 \times 10^9 \alpha}{\pi m_e^2} \left( 0.9481 k_1^2 + 2.308 \times 10^{-2} k_1 \cdot k_2 + k_2^2 \right) \right| < 2.8 \times 10^{-13} \quad (3.29)$$

donde el valor de  $2.8 \times 10^{-13}$  es la incertidumbre experimental para el momento magnético anómalo del electrón reportado por el PDG (ver tabla 3.1). Introduciendo los valores numéricos de  $\alpha$  y la masa del electrón obtenemos la siguiente cota:

$$\left| 0.9481 k_1^2 + 2.308 \times 10^{-2} k_1 \cdot k_2 + k_2^2 \right| < 7.2945 \times 10^{-27} \quad [GeV^2] \quad (3.30)$$



## Capítulo 4

# Conclusiones

En el presente trabajo se calcularon las contribuciones de la violación de CPT al momento magnético de leptones cargados a orden de un lazo, dentro del contexto del SME. Se encontró que el leptón más liviano, el electrón, es el más sensible a la violación de CPT.

Cabe resaltar que la contribución al momento magnético es proporcional a potencias inversas de la masa del leptón. Esto contrasta con teorías de campo convencionales, en las que dicha contribución es más importante para los leptones más masivos. Esta sensibilidad, ante una masa pequeña del leptón, se debe a las propiedades de los tensores  $k_1$  y  $k_2$ . Hay que recordar que dichos tensores tienen unidades de masa, siendo esta una característica asociada únicamente a los coeficientes con violación de CPT dentro del SME; esta propiedad tiene un fuerte impacto sobre observables físicas. La cota para los parámetros obtenida es

$$\left| 0.9481k_1^2 + 2.308 \times 10^{-2}k_1 \cdot k_2 + k_2^2 \right| < 7.2945 \times 10^{-27} \quad [GeV^2]$$

Otro aspecto destacable es que en el desarrollo del cálculo no se encontraron divergencias ultravioletas, por lo que es consistente con el cálculo del momento magnético anómalo en el SM a orden de un lazo. Lo que sí se encontró fue una divergencia infrarroja en el diagrama conformado por 3 fotones; sin embargo, ese resultado está en concordancia con publicaciones previas (ver pie de página 3 en la página 27).

De todos los diagramas de Feynman analizados, la contribución de mayor peso es  $a_l^{ZZZ}$ , el conformado por 3 bosones  $Z$ , siendo este 10 órdenes de magnitud mayor que la contribución  $a_l^{\gamma\gamma\gamma}$ , el diagrama con 3 fotones (sin considerar la divergencia infrarroja).

También se observa una diferencia significativa entre la contribución de  $a_l^{ZZZ}$  y la contribución de  $a_l^{WWW}$  (los diagramas con 3 bosones  $W$ ), siendo esta última 6 órdenes de magnitud menor que la primera.



## Apéndice A

# Expresiones analíticas de las amplitudes de los Diagramas de Feynman

En esta sección se muestran las amplitudes de los diagramas calculados en el presente trabajo. La amplitud general para todos los diagramas está dada por:

$$\mathcal{M} = ie\bar{u}(p_2, s_2)\Gamma_\mu u(p_1, s_1)\epsilon^\mu(q, \lambda) \quad (\text{A.1})$$

Para facilitar la lectura se detallarán las funciones vértice de cada diagrama para cada amplitud dada.

### A.1. Diagramas con propagadores de fotón y bosón $Z$

La función vértice  $\Gamma_\mu$  de los diagramas conformados por propagadores de fotón,  $Z$  y fermión, ilustrados en la figura (3.1), se muestran a continuación:

#### Diagrama 1

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu = ie^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\beta \frac{\not{k} + \not{p}_2 + m_l}{(k + p_2)^2 - m_l^2} \gamma^\mu \frac{\not{k} + \not{p}_1 + m_l}{(k + p_1)^2 - m_l^2} \gamma^\alpha \frac{g^{\beta\tau}}{k^2 - m_\gamma^2} \\ \times \epsilon_{kAF\sigma\tau k} \frac{g^{\tau\rho}}{k^2 - m_\gamma^2} \cdot \epsilon_{kAF\rho\lambda k} \cdot \frac{g^{\lambda\alpha}}{k^2 - m_\gamma^2} \end{aligned}$$

#### Diagrama 2

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu = \left( \frac{g^2 i}{4c_W^2} \right) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\beta (g_V - g_A \gamma^5) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_l)}{(k + p_2)^2 - m_l^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_l)}{(k + p_1)^2 - m_l^2} \gamma^\alpha \\ \times (g_V - g_A \gamma^5) \left( g^{\beta\sigma} - \frac{k^\beta k^\sigma}{m_Z^2} \right) \epsilon_{kZZ\sigma\tau k} \left( g^{\tau\rho} - \frac{k^\tau k^\rho}{m_Z^2} \right) \epsilon_{kZZ\rho\lambda k} \left( g^{\lambda\alpha} - \frac{k^\lambda k^\alpha}{m_Z^2} \right) \frac{1}{(k^2 - m_Z^2)^3} \end{aligned}$$

### Diagrama 3

$$\Gamma_\mu = \frac{ig}{2c_W} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\beta (g_V - g_A \gamma^5) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_l)}{(k+p_2)^2 - m_l^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_l)}{(k+p_1)^2 - m_l^2} \gamma^\alpha \frac{1}{k^2 - m_Z^2} \left[ g^{\beta\sigma} - \frac{k^\beta k^\sigma}{m_Z^2} \right] \epsilon_{kAZ\tau\sigma k} \left( \frac{g^{\tau\rho}}{k^2 - m_\gamma^2} \right) \epsilon_{kAF\lambda\rho k} \left( \frac{g^{\lambda\alpha}}{k^2 - m_\gamma^2} \right)$$

### Diagrama 4

$$\Gamma_\mu = \frac{ige}{2c_W} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\beta (g_V - g_A \gamma^5) \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_l)}{(k+p_2)^2 - m_l^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_l)}{(k+p_1)^2 - m_l^2} \gamma^\alpha \left[ g^{\beta\sigma} - \frac{k^\beta k^\sigma}{m_Z^2} \right] \epsilon_{kZZ\tau\sigma k} \left[ g^{\tau\rho} - \frac{k^\tau k^\rho}{m_Z^2} \right] \cdot \epsilon_{kAZ\rho\lambda k} g^{\lambda\alpha} \cdot \frac{1}{(k^2 - m_Z^2)^2} \cdot \frac{1}{k^2 - m_\gamma^2}$$

### Diagrama 5 ( $Z\gamma\gamma$ )

Es el mismo resultado que el diagrama 3 ( $\gamma\gamma Z$ ).

### Diagrama 6 ( $ZZ\gamma$ )

Es el mismo resultado que el diagrama 4 ( $\gamma ZZ$ ).

### Diagrama 7

$$\Gamma_\mu = ie^2 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\beta \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_l)}{(k+p_2)^2 - m_l^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_l)}{(k+p_1)^2 - m_l^2} \gamma^\alpha g^{\beta\sigma} \epsilon_{kAZ\tau\sigma k} \times \left[ g^{\tau\rho} - \frac{k^\tau k^\rho}{m_Z^2} \right] \epsilon_{kAZ\rho\lambda k} g^{\lambda\alpha} \cdot \frac{1}{(k^2 - m_\gamma^2)^2 (k^2 - m_Z^2)}$$

### Diagrama 8

$$\Gamma_\mu = \frac{-ig^2}{4c_W^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} [g_V - g_A \gamma^5] \frac{(\not{k} + \not{p}_2 + m_l)}{(k+p_2)^2 - m_l^2} \gamma^\mu \frac{(\not{k} + \not{p}_1 + m_l)}{(k+p_1)^2 - m_l^2} \gamma^\alpha [g_V - g_A \gamma^5] \times \left[ g^{\beta\tau} - \frac{k^\beta k^\tau}{m_Z^2} \right] \epsilon_{kAZ\sigma\tau k} \cdot g^{\tau\rho} \cdot \epsilon_{kAZ\rho\lambda k} \left[ g^{\lambda\alpha} - \frac{k^\lambda k^\alpha}{m_Z^2} \right] \frac{1}{(k^2 - m_Z^2)^2 (k^2 - m_\gamma^2)}$$

## A.2. Diagramas con propagadores de bosón $W$

A continuación se muestra la función vértice  $\Gamma_\mu$  de cada uno de los diagramas conformados por propagadores de  $W$  y  $\nu$ , ilustrados en la figura (3.2).

### Diagrama 1

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu &= \frac{i2g^2}{3} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \gamma^\beta P_L \frac{(\not{k} + \not{p}_2)}{(k + p_2)^2} \gamma^\alpha P_L \left[ g^{\beta\sigma} - \frac{k^\beta k^\sigma}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\sigma\tau k} \cdot \left[ g^{\tau\rho} - \frac{k^\tau k^\rho}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\mu\rho\lambda} \\ &\quad \times \left[ g^{\lambda\alpha} - \frac{(p_2 - p_1 + k)^\lambda (p_2 - p_1 + k)^\alpha}{m_W^2} \right] \frac{1}{(k^2 - m_W^2)^2} \cdot \frac{1}{(p_2 - p_1 + k)^2 - m_W^2} \end{aligned}$$

### Diagrama 2

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left( \frac{2ig^2}{3} \right) \gamma^\beta P_L \frac{(\not{k} + \not{p}_2)}{(k + p_2)^2} \gamma^\alpha P_L \left[ g^{\beta\rho} - \frac{k^\beta k^\rho}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\mu\rho\lambda} \\ &\quad \times \left[ g^{\lambda\tau} - \frac{(p_2 + k - p_1)^\lambda (p_2 + k - p_1)^\tau}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\sigma\tau(p_2+k-p_1)} \left[ g^{\tau\alpha} - \frac{(p_2 + k - p_1)^\tau (p_2 + k - p_1)^\alpha}{m_W^2} \right] \\ &\quad \times \frac{1}{k^2 - m_W^2} \cdot \frac{1}{((p_2 + k - p_1)^2 - m_W^2)^2} \end{aligned}$$

### Diagrama 3

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{-ig^2}{2} \gamma^\beta P_L \frac{(\not{k} + \not{p}_2)}{(k + p_2)^2} \gamma^\alpha P_L \left[ g^{\beta\sigma} - \frac{k^\beta k^\sigma}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\sigma\tau k} \\ &\quad \times \left[ g^{\tau\rho} - \frac{k^\tau k^\rho}{m_W^2} \right] [2k^\mu g^{\rho\lambda} - (p_1 - p_2 + k)^\lambda g^{\mu\rho} - (2p_2 - 2p_1 + k)^\rho g^{\mu\lambda}] \\ &\quad \times \left[ g^{\lambda\theta} - \frac{(p_2 - p_1 + k)^\lambda (p_2 - p_1 + k)^\theta}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\theta\eta k} \left[ g^{\eta\alpha} - \frac{(p_2 - p_1 + k)^\eta (p_2 - p_1 + k)^\alpha}{m_W^2} \right] \\ &\quad \times \frac{1}{(k^2 - m_W^2)^2 ((p_2 - p_1 + k)^2 - m_W^2)^2} \end{aligned}$$

### Diagrama 4

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu &= \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left( \frac{-ig^2}{2} \right) \gamma^\beta P_L \frac{(\not{k} + \not{p}_2)}{(k + p_2)^2} \gamma^\alpha P_L \left[ g^{\beta\tau} - \frac{k^\beta k^\tau}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\sigma\tau k} \left[ g^{\tau\theta} - \frac{k^\tau k^\theta}{m_W^2} \right] \\ &\quad \times \epsilon_{k_2\theta\eta k} \left[ g^{\eta\rho} - \frac{k^\eta k^\rho}{m_W^2} \right] [2k^\mu g^{\rho\lambda} - (p_1 - p_2 + k)^\lambda g^{\mu\rho} - (2p_2 - 2p_1 + k)^\rho g^{\mu\lambda}] \\ &\quad \times \left[ g^{\lambda\alpha} - \frac{(p_2 - p_1 + k)^\lambda (p_2 - p_1 + k)^\alpha}{m_W^2} \right] \frac{1}{(k^2 - m_W^2)^3} \cdot \frac{1}{(p_2 - p_1 + k)^2 - m_W^2} \end{aligned}$$

### Diagrama 5

$$\begin{aligned}
 \Gamma_\mu = & \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left( \frac{-ig^2}{2} \right) \gamma^\beta P_L \frac{(k+p_2)}{(k+p_2)^2} \gamma^\alpha P_L \left[ g^{\beta\rho} - \frac{k^\beta k^\rho}{m_W^2} \right] \\
 & \times \left[ 2k^\mu g^{\rho\lambda} - (p_1 - p_2 + k)^\lambda g^{\mu\rho} - (2p_2 - 2p_1 + k)^\rho g^{\mu\lambda} \right] \left[ g^{\lambda\sigma} - \frac{(p_2 - p_1 + k)^\lambda (p_2 - p_1 + k)^\sigma}{m_W^2} \right] \\
 & \times \epsilon_{k_2\sigma\tau(p_2-p_1+k)} \left[ g^{\tau\theta} - \frac{(p_2 - p_1 + k)^\tau (p_2 - p_1 + k)^\theta}{m_W^2} \right] \epsilon_{k_2\theta\eta(p_2-p_1+k)} \\
 & \times \left[ g^{\eta\alpha} - \frac{(p_2 - p_1 + k)^\eta (p_2 - p_1 + k)^\alpha}{m_W^2} \right] \frac{1}{k^2 - m_W^2} \cdot \frac{1}{((p_2 - p_1 + k)^2 - m_W^2)^3}
 \end{aligned}$$



## Apéndice B

# Uso de las funciones de Passarino Veltman en cálculo de la tesis

En esta sección se detallan los cálculos y técnicas empleadas con las funciones de Passarino Veltman. Puesto que el procedimiento es similar en todos los diagramas, se utilizará como ejemplo el procedimiento llevado a cabo en el diagrama 2 de la figura 3.1.

### Diagrama 2 (ZZZ)

Luego de realizar el cálculo del loop y llevar a capa de masa el fotón externo del diagrama conformado por 3 propagadores de bosones Z en el lazo, obtuvimos el siguiente resultado entregado por Feyncalc:

$$\begin{aligned}
a_l^{ZZZ} = & \frac{\alpha}{32\pi} \frac{1}{(\sin(2\theta_W))^2} \frac{k_Z^2}{m_l^2} [g_V^2 (\frac{3}{m_l^2} (A_0(1) - A_0(2)) - (5 + \frac{15}{2} \frac{m_Z^2}{m_l^2}) B_0(1) - (4 + 6 \frac{m_Z^2}{m_l^2}) B_0(2) \\
& + (6 + \frac{33}{2} \frac{m_Z^2}{m_l^2}) B_0(3) + (8m_l^2 - 15 \frac{m_Z^4}{m_l^2}) C_0(1) + (12m_Z^2 + \frac{33}{2} \frac{m_Z^4}{m_l^2}) C_0(2) - (4m_Z^2 + 3 \frac{m_Z^4}{m_l^2}) C_0(3) \\
& + (16m_l^2 m_Z^2 - 10 \frac{m_Z^6}{m_l^2}) D_0(1) + (6m_l^4 + \frac{11}{2} \frac{m_Z^6}{m_l^2}) D_0(2) + (8m_l^2 m_Z^4 - \frac{5}{2} \frac{m_Z^8}{m_l^2}) E_0(1)) \\
& g_A^2 (\frac{3}{m_l^2} (A_0(1) - A_0(2)) + (3 - \frac{15}{2} \frac{m_Z^2}{m_l^2}) B_0(1) + (\frac{4}{3} - 6 \frac{m_Z^2}{m_l^2}) B_0(2) - (\frac{22}{3} - \frac{33}{2} \frac{m_Z^2}{m_l^2}) B_0(3) \\
& (56m_l^2 + 24m_Z^2 - 15 \frac{m_Z^4}{m_l^2}) C_0(1) - (\frac{44}{3} m_Z^2 + \frac{176}{3} m_l^2 - \frac{33}{2} \frac{m_Z^4}{m_l^2}) C_0(2) + (\frac{4}{3} m_Z^2 - 3 \frac{m_Z^4}{m_l^2}) C_0(3) \\
& + (-64m_l^4 + 112m_l^2 m_Z^2 + 24m_l^4 - 10 \frac{m_Z^6}{m_l^2}) D_0(1) - (\frac{22}{3} m_l^4 + \frac{176}{3} m_l^2 m_Z^2 - \frac{11}{2} \frac{m_Z^6}{m_l^2}) D_0(2) \\
& + (56m_l^2 m_Z^4 - 64m_l^4 m_Z^2 + 8m_l^6 - \frac{5}{2} \frac{m_Z^8}{m_l^2}) E_0(1)] \tag{B.1}
\end{aligned}$$

Las funciones de Passarino-Veltman expresadas en el resultado anterior están definidas como:

$$\begin{aligned}
 A_0(1) &= A_0(m_l^2) \\
 A_0(2) &= A_0(m_Z^2) \\
 B_0(1) &= B_0(0, m_l^2, m_l^2) \\
 B_0(2) &= B_0(0, m_Z^2, m_Z^2) \\
 B_0(3) &= B_0(m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\
 C_0(1) &= C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\
 C_0(2) &= C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2) \\
 C_0(3) &= C_0(0, 0, 0, m_Z^2, m_Z^2, m_Z^2) \\
 D_0(1) &= D_0(m_l^2, m_l^2, m_l^2, m_l^2, 0, 0, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\
 D_0(2) &= D_0(m_l^2, m_l^2, 0, 0, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2, m_Z^2) \\
 E_0(1) &= E_0(0, 0, m_l^2, 0, m_l^2, 0, m_l^2, m_l^2, m_l^2, m_l^2, m_Z^2, m_Z^2, m_l^2, m_l^2)
 \end{aligned}$$

A continuación se muestran las soluciones de las funciones de Passarino-Veltman para cada caso.

### Solución de Funciones $A_0$

La solución para las funciones  $A_0$  está dada por:

$$A_0(m^2) = m^2(\Delta_m + 1) \tag{B.2}$$

con

$$\Delta_m = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E - \log\left(\frac{m^2}{4\pi\mu^2}\right) \tag{B.3}$$

donde  $\epsilon \rightarrow 0$ ,  $\gamma_E$  es la constante de Euler-Mascheroni y  $\mu$  es la escala de regularización dimensional, claramente este término contiene la divergencia.

De acuerdo a nuestras definiciones las soluciones correspondientes serán:

$$A_0(1) = A_0(m_l^2) = m_l^2\Delta + m_l^2 - m_l^2 \log\left(\frac{m_l^2}{\mu^2}\right) \tag{B.4}$$

$$A_0(2) = A_0(m_Z^2) = m_Z^2\Delta + m_Z^2 - m_Z^2 \log\left(\frac{m_Z^2}{\mu^2}\right) \tag{B.5}$$

y

$$\Delta = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \log(4\pi) \tag{B.6}$$

### Solución de Funciones $B_0$

La función  $B_0$  general se define como

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_1^2][(q+p)^2 - m_2^2]} \tag{B.7}$$

La forma de la solución depende de la relación entre los parámetros  $p^2$ ,  $m_1^2$  y  $m_2^2$ . En nuestro caso de particular interés es la solución cuando  $p^2 = 0$  y  $m_1 = m_2$ , entonces la solución está dada por

$$B_0(0, m^2, m^2) = \Delta - \log\left(\frac{m^2}{\mu^2}\right) \tag{B.8}$$

Aplicando a nuestras definiciones tenemos

$$B_0(1) = B_0(0, m_l^2, m_l^2) = \Delta - \log\left(\frac{m_l^2}{\mu^2}\right) \quad (\text{B.9})$$

$$B_0(2) = B_0(0, m_Z^2, m_Z^2) = \Delta - \log\left(\frac{m_Z^2}{\mu^2}\right) \quad (\text{B.10})$$

La solución general para la función restante es

$$B_0(p^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{1}{2}\Delta_{m_1} + \frac{1}{2}\Delta_{m_2} + 1 - \frac{m_1^2 + m_2^2}{m_1^2 - m_2^2} \log\left(\frac{m_1}{m_2}\right) + F(p^2, m_1^2, m_2^2) \quad (\text{B.11})$$

En nuestro caso  $B_0(3) = B_0(m_l^2, m_Z^2, m_l^2)$  y la función  $F(p^2, m_1^2, m_2^2)$  está dada de acuerdo a la relación entre los parametros del argumento, existen tres casos:

$$\begin{aligned} p^2 &< (m_1 - m_2)^2 \\ (m_1 - m_2)^2 &< p^2 < (m_1 + m_2)^2 \\ p^2 &> (m_1 + m_2)^2 \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

donde observamos que para  $B_0(3)$  tenemos  $p^2 = m_l^2$ ,  $m_1 = m_Z$  y  $m_2 = m_l$ . Reemplazando para  $B_0(3)$  y realizando algunas simplificaciones nos queda:

$$B_0(3) = B_0(m_l^2, m_Z^2, m_l^2) = \Delta + 1 - \frac{1}{2} \log\left(\frac{m_Z^2}{\mu^2}\right) - \frac{1}{2} \log\left(\frac{m_l^2}{\mu^2}\right) - \left(\frac{m_Z^2 + m_l^2}{m_Z^2 - m_l^2}\right) \log\left(\frac{m_Z}{m_l}\right) + F(p^2, m_Z^2, m_l^2) \quad (\text{B.13})$$

## Solución de Funciones $C_0$

Las funciones  $C_0$  están definidas como

$$C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2, m_0^2, m_1^2, m_2^2) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_0^2][(q + p_1)^2 - m_1^2][(q + p_2)^2 - m_2^2]} \quad (\text{B.14})$$

En el caso de  $C_0(1) = C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2)$ , esta se puede expresar en término de funciones  $B_0$  usando la siguiente relación:

$$C_0(m_a^2, m_a^2, 0, m_a^2, m_b^2, m_a^2) = \frac{B_0(m_a^2, m_a^2, m_b^2) + B_0(0, m_a^2, m_a^2) - 2B_0(0, m_b^2, m_b^2) - 2}{4m_a^2 - m_b^2} \quad (\text{B.15})$$

Por tanto  $C_0(1)$  estará expresada en términos de las funciones  $B_0$  ya definidas:

$$C_0(1) = \frac{B_0(3) + B_0(1) - 2B_0(2) - 2}{4m_f^2 - m_Z^2} \quad (\text{B.16})$$

Por otra parte  $C_0(2) = C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2)$  de acuerdo la definición dada en (B.14) queda expresada como

$$\begin{aligned} C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2][(q + p_1)^2 - m_l^2][(q^2 - m_Z^2)]} \\ C_0(2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2]^2[(q + p_1)^2 - m_l^2]} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Esta anterior puede expresarse como una derivada parcial

$$\begin{aligned} C_0(2) &= \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2][(q+p_1)^2 - m_f^2]} = \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} B_0(m_l^2, m_l^2, m_z^2) \\ &= \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} B_0(3) \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

Por último  $C_0(3) = C_0(0, 0, 0, m_Z^2, m_Z^2, m_Z^2)$  está dada por

$$C_0(3) = \frac{(2\pi\mu)^{4-D}}{i\pi^2} \int d^D q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2]^3} \quad (\text{B.19})$$

La solución de este tipo de integral está dada por

$$\frac{1}{i\pi^2} \int d^4 q \frac{1}{[q^2 - \Delta_f^2]^N} = \frac{(-1)^N \Gamma(N-2)}{\Gamma(N)} (\Delta_f^2)^{-(N-2)} \quad (\text{B.20})$$

Donde  $\Gamma$  es la función Gamma y  $\Delta_f$  es un parametro genérico, no vinculado a las definiciones dadas en (B.3) y (B.6). Para  $C_0(3)$  tenemos:

$$\begin{aligned} C_0(3) &= -\frac{\Gamma(1)}{\Gamma(3)} (m_Z^2)^{-1} \\ &= -\frac{1}{2m_Z^2} \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

## Solución de Funciones $D_0$

De acuerdo a nuestra definición la función  $D_0(1)$  está dada por

$$\begin{aligned} D_0(1) &= D_0(m_l^2, m_l^2, m_l^2, m_l^2, 0, 0, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\ &= \frac{1}{i\pi^2} \int d^4 q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2]^2 [(q+p_1)^2 - m_l^2] [(q+p_2)^2 - m_l^2]} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Similar al procedimiento realizado para  $C_0(2)$  podemos expresar  $D_0(1)$  como una derivada de una función  $C_0$

$$\begin{aligned} D_0(1) &= \frac{1}{i\pi^2} \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} \int d^4 q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2][(q+p_1)^2 - m_l^2][(q+p_2)^2 - m_l^2]} \\ &= \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} C_0(p_1^2, (p_1 - p_2)^2, p_2^2, m_Z^2, m_l^2, m_l^2) = \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} C_0(m_l^2, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2, m_l^2) \\ &= \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\ &= \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} C_0(1) \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Para  $D_0(2)$  tenemos

$$\begin{aligned} D_0(2) &= D_0(m_l^2, m_l^2, 0, 0, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2, m_Z^2) \\ &= \frac{1}{i\pi^2} \int d^4 q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2]^3 [(q+p_1)^2 - m_l^2]} \end{aligned} \quad (\text{B.24})$$

De manera análoga  $D_0(2)$  puede plasmarse como una doble derivada de una función  $B_0$ :

$$\begin{aligned} D_0(2) &= \frac{1}{2} \frac{1}{i\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} \int d^4 q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2][(q+p_1)^2 - m_l^2]} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} B_0(m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} B_0(3) \end{aligned} \quad (\text{B.25})$$

### Solución de Función $E_0$

Al igual que en la sección anterior, seguimos un procedimiento similar para  $E_0(1)$ :

$$\begin{aligned}
 E_0(1) &= E_0(0, 0, m_i^2, 0, m_l^2, 0, m_i^2, m_l^2, m_i^2, m_l^2, m_Z^2, m_Z^2, m_Z^2, m_l^2, m_l^2) \\
 &= \frac{1}{i\pi^2} \int d^4q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2]^3 [(q + p_1)^2 - m_l^2] [(q + p_2)^2 - m_l^2]} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{1}{i\pi^2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} \int d^4q \frac{1}{[q^2 - m_Z^2] [(q + p_1)^2 - m_l^2] [(q + p_2)^2 - m_l^2]} \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} C_0(m_i^2, m_l^2, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} C_0(1)
 \end{aligned} \tag{B.26}$$

### Resumen de las Soluciones de las funciones de Passarino-Veltman y Resultado

Las soluciones obtenidas fueron desarrolladas en Mathematica y reemplazadas en (B.1).

$$\begin{aligned}
 A_0(1) &= A_0(m_l^2) = m_f^2 \Delta + m_f^2 - m_l^2 \log\left(\frac{m_l^2}{\mu^2}\right) \\
 A_0(2) &= A_0(m_Z^2) = m_z^2 \Delta + m_z^2 - m_Z^2 \log\left(\frac{m_Z^2}{\mu^2}\right) \\
 B_0(1) &= B_0(0, m_l^2, m_l^2) = \Delta - \log\left(\frac{m_l^2}{\mu^2}\right) \\
 B_0(2) &= B_0(0, m_Z^2, m_Z^2) = \Delta - \log\left(\frac{m_Z^2}{\mu^2}\right) \\
 B_0(3) &= B_0(m_l^2, m_Z^2, m_l^2) = \Delta + 1 - \frac{1}{2} \log\left(\frac{m_Z^2}{\mu^2}\right) - \frac{1}{2} \log\left(\frac{m_l^2}{\mu^2}\right) - \left(\frac{m_Z^2 + m_l^2}{m_Z^2 - m_l^2}\right) \log\left(\frac{m_Z}{m_l}\right) + F(m_l^2, m_Z^2, m_l^2) \\
 C_0(1) &= C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2) = \frac{B_0(3) + B_0(1) - 2B_0(2) - 2}{4m_l^2 - m_Z^2} \\
 C_0(2) &= C_0(m_l^2, m_l^2, 0, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2) = \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} B_0(3) \\
 C_0(3) &= C_0(0, 0, 0, m_Z^2, m_Z^2, m_Z^2) = -\frac{1}{2m_Z^2} \\
 D_0(1) &= D_0(m_l^2, m_l^2, m_l^2, m_l^2, 0, 0, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2, m_l^2) = \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} C_0(1) \\
 D_0(2) &= D_0(m_l^2, m_l^2, 0, 0, 0, m_l^2, m_Z^2, m_l^2, m_Z^2, m_Z^2) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} B_0(3) \\
 E_0(1) &= E_0(0, 0, m_l^2, 0, m_l^2, 0, m_l^2, m_l^2, m_l^2, m_l^2, m_Z^2, m_Z^2, m_Z^2, m_l^2, m_l^2) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} C_0(1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_i^{ZZZ} = & \frac{\alpha}{32\pi} \frac{1}{(\sin(2\theta_W))^2} \frac{k_{ZZ}^2}{m_l^2} \left( \frac{m_l^{12}}{(4m_l^4 - 5m_l^2 m_Z^2 + m_Z^4)^3} \right) \left[ g_V^2 \left( 960 - 1296 \frac{m_Z^2}{m_l^2} - 316 \frac{m_Z^4}{m_l^4} \right. \right. \\
 & + 1109 \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 531 \frac{m_Z^8}{m_l^8} + 79 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - 5 \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + \left( 512 + 2304 \frac{m_Z^2}{m_l^2} - 2496 \frac{m_Z^4}{m_l^4} - 1392 \frac{m_Z^6}{m_l^6} \right. \\
 & + 3096 \frac{m_Z^8}{m_l^8} - 1608 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} + 328 \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} - 24 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) \log\left(\frac{m_Z}{m_l}\right) + \left( 256 - 768 \frac{m_Z^2}{m_l^2} + 384 \frac{m_Z^4}{m_l^4} \right. \\
 & + 1024 \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 1548 \frac{m_Z^8}{m_l^8} + 804 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - 164 \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + 12 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) \log\left(\frac{m_Z^2}{m_l^2}\right) + \left( 512 - 768 \frac{m_Z^2}{m_l^2} \right. \\
 & + 1728 \frac{m_Z^4}{m_l^4} + 4944 \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 4488 \frac{m_Z^8}{m_l^8} + 1848 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - 344 \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + 24 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) F(m_l^2, m_l^2, m_Z^2) \\
 & + \left( 1424 - 2688 \frac{m_Z^2}{m_l^2} + 1120 \frac{m_Z^4}{m_l^4} + 2784 \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 3576 \frac{m_Z^8}{m_l^8} + 1640 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - 328 \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} \right. \\
 & + 24 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) m_Z^2 \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} F(m_l^2, m_l^2, m_Z^2) + \left( 256 - 768 \frac{m_Z^2}{m_l^2} + 656 \frac{m_Z^4}{m_l^4} + 120 \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 460 \frac{m_Z^8}{m_l^8} \right. \\
 & \left. \left. + 244 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - 52 \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + 4 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \right) m_Z^4 \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} F(m_l^2, m_l^2, m_Z^2) \right) \\
 & + g_A^2 \left( -2368 - 1024 \frac{m_l^2}{m_Z^2} + 7728 \frac{m_Z^2}{m_l^2} - 6252 \frac{m_Z^4}{m_l^4} + 2325 \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 483 \frac{m_Z^8}{m_l^8} + 79 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} \right. \\
 & - 5 \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + \left( -\frac{28160}{3} + 9472 \frac{m_Z^2}{m_l^2} - 1984 \frac{m_Z^4}{m_l^4} - \frac{14288}{3} \frac{m_Z^6}{m_l^6} + 4952 \frac{m_Z^8}{m_l^8} - 1928 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} \right. \\
 & + \frac{1048}{3} \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} - 24 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) \log\left(\frac{m_Z}{m_l}\right) + \left( \frac{3328}{3} - 2816 \frac{m_Z^2}{m_l^2} + 1280 \frac{m_Z^4}{m_l^4} + \frac{6304}{3} \frac{m_Z^6}{m_l^6} \right. \\
 & - 2476 \frac{m_Z^8}{m_l^8} + 964 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - \frac{524}{3} \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + 12 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) \log\left(\frac{m_Z^2}{m_l^2}\right) + \left( \frac{512}{3} - 1280 \frac{m_Z^2}{m_l^2} \right. \\
 & - 6080 \frac{m_Z^4}{m_l^4} + \frac{27440}{3} \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 6344 \frac{m_Z^8}{m_l^8} + 2168 \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - \frac{1096}{3} \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + 24 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) F(m_l^2, m_l^2, m_Z^2) \\
 & + \left( \frac{54784}{3} - \frac{14336}{3} \frac{m_l^2}{m_Z^2} - 25344 \frac{m_Z^2}{m_l^2} + \frac{39232}{3} \frac{m_Z^4}{m_l^4} + \frac{6592}{3} \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 5208 \frac{m_Z^8}{m_l^8} \right. \\
 & + \frac{6424}{3} \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - \frac{1112}{3} \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + 24 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \Big) m_Z^2 \frac{\partial}{\partial(m_Z^2)} F(m_l^2, m_l^2, m_Z^2) \\
 & + \left( \frac{27136}{3} - \frac{7168}{3} \frac{m_l^2}{m_Z^2} - 12992 \frac{m_Z^2}{m_l^2} + \frac{25280}{3} \frac{m_Z^4}{m_l^4} - \frac{5672}{3} \frac{m_Z^6}{m_l^6} - 476 \frac{m_Z^8}{m_l^8} \right. \\
 & \left. \left. + \frac{1004}{3} \frac{m_Z^{10}}{m_l^{10}} - \frac{188}{3} \frac{m_Z^{12}}{m_l^{12}} + 4 \frac{m_Z^{14}}{m_l^{14}} \right) m_Z^4 \frac{\partial^2}{\partial(m_Z^2)^2} F(m_l^2, m_l^2, m_Z^2) \right) \Big]
 \end{aligned}$$

En el análisis de la sección 3.7 se concluyó que el resultado más relevante será cuando la masa del leptón sea la masa del electrón. Por lo que debemos definir la función  $F(m_l^2, m_Z^2, m_l^2)$ , y en (B.12) vemos que se cumple el primer caso donde tenemos  $m_l^2 < (m_Z - m_l)^2$ , siendo  $m_l = m_e$ . Entonces,  $F(p^2, m_l^2, m_Z^2)$  está dada por:

$$\begin{aligned}
 F(m_l^2, m_Z^2, m_l^2) = & 1 + \left( \frac{m_Z^2 - m_l^2}{m_l^2} - \frac{m_Z^2 + m_l^2}{m_Z^2 - m_l^2} \right) \log\left(\frac{m_l}{m_Z}\right) + \frac{1}{m_l^2} \sqrt{(m_Z + m_l)^2 - p^2} \\
 & \times \sqrt{(m_Z - m_l)^2 - m_l^2} \log\left(\frac{\sqrt{(m_Z + m_l)^2 - m_l^2} + \sqrt{(m_Z - m_l)^2 - p^2}}{\sqrt{(m_Z + m_l)^2 - m_l^2} - \sqrt{(m_Z - m_l)^2 - m_l^2}}\right) \quad (\text{B.27})
 \end{aligned}$$

Finalmente, reemplazando la función  $F(m_t^2, m_Z^2, m_t^2)$  en el resultado y realizando el cambio de variable a  $x_Z = \frac{m_t}{m_Z}$  obtenemos la expresión 3.20.





# Bibliografía

- [1] RAY D'INVERNO, *Introducing Einstein's Relativity*, Clarendon Press-Orford, 1998.
- [2] M. E. PESKIN AND D. V. SCHROEDER, *An introduction to Quantum Field Theory*, (Perseus Books, Reading, 1995).
- [3] J. H. CHRISTENSON, J. W. CRONIN, V. L. FITCH AND R. TURLAY *Evidence for the  $2\pi$  Decay of the  $K_2^0$  Meson System*, Physical Rev. Lett. **13**, 138 (1964).
- [4] A. Angelopoulos et al. (CPLEAR Collaboration), *First direct observation of time-reversal non-invariance in the neutral-kaon system*, Phys. Lett. **B444**, 43 (1998).
- [5] D. Colladay and V. A. Kostelecky, *Lorentz-violating extension of the standard model*, Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998).
- [6] O. W. Greenberg, *CPT Violation Implies Violation of Lorentz Invariance*, Phys. Rev. Lett. **89**, 231602 (2002).
- [7] Ver, por ejemplo, D. Hooper, D. Morgan, and E. Winstanley, Phys. Rev. D **72**, 065009 (2005).
- [8] V. A. Kostelecky and S. Samuel, Phys. Rev. D **39**, 683 (1989); **40**, 1886 (1989).
- [9] JAKOB SCHWICHTENBERG, *Physics from Symmetry* Springer (2018).
- [10] T. P. CHENG AND L. F. LI, *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford University Press, Oxford (1988).
- [11] N CABIBBO, *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, Phy. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).
- [12] M. KOBAYASHI AND T. MASKAWA, *CP-Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction*, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [13] H. NOVALES SÁNCHEZ, *El Modelo Estándar Ellectrodébil*, Documento Buap.
- [14] DAVID GRIFFITHS, *Introduction to elementary particles*, Ed. Wiley, Canadian 1987.
- [15] [HTTPS://PDG.LBL.GOV/](https://pdg.lbl.gov/)
- [16] KOSTELECKY, *The search for relativity violation*, Scientific American, 2004.
- [17] BLUHM, *Breaking Lorentz Symmetry*, Scientific American, 2004.
- [18] V. SHTABOVENKO, R. MERTIG AND F. ORELLANA, *New Developments in FeynCalc 9.0*, TUM-EFT 71/15, arXiv:1601.01167.
- [19] R. MERTIG, M. BOHM, AND A. DENNER, *Feyn Calc-Computer-algebraic calculation of Feynman Amplitudes*, Comput. Phys. Commun., **64**, 345-359, 1991.

- [20] G. 'T HOOFT, M. VELTMAN, *Scalar One Loop Integrals*, Nuclear Physics B153 365-401, 1979.
- [21] G. PASSARINO, M. VELTMAN, *One loop corrections for  $e^+e^-$  annihilation into  $\mu^+\mu^-$  in the Weinberg model*, Nuclear Physics B160 151-207, 1979.
- [22] LEO WALLIN SONESSON, *The Systematics of radiative corrections and A proposed approximative evaluation scheme*, Department of Astronomy and Theoretical Physics, Lund University, 2004.
- [23] EDUARDO MARTÍNEZ VÁSQUEZ, *Efectos extradimensionales en decaimientos de leptones con cambio de sabor*, Tesis de maestría BUAP, 2020.
- [24] ROBERT D. KLAUBER, *S.F. Quatum Field Theory*, Sandtrove Press, 2015.
- [25] HIREN H. PATEL, *Package-X: A Mathematica package for the analytic calculation of one-loop integrals*, Science Direct, 2015.