



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

---

Transiciones electromagnéticas y fuertes con cambio de sabor  
mediadas por el bosón de Higgs en teorías efectivas.

Tesis presentada como requisito parcial para la obtención del grado

**Maestro en Ciencias (Física Aplicada)**

por

Lic. Felipe de Jesús Tlachino Macuitl

asesorado por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez  
Dr. Fernando I. Ramírez Zavaleta

Puebla Puebla  
Agosto de 2009



**Título:** Transiciones electromagnéticas y fuertes con cambio de sabor mediadas por el bosón de Higgs en teorías efectivas.

**Estudiante:** Lic. Felipe de Jesús Tlachino Macuitl

COMITÉ

---

Dr. -  
Presidente

---

Dr. -  
Secretario

---

Dr. -  
Vocal

---

Dr. -  
Suplente

---

Dr. J. Jesús Toscano Chávez  
Dr. Fernando I. Ramírez Zavaleta  
Asesores



# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. El Modelo Estándar</b>	<b>3</b>
2.1. Introducción . . . . .	3
2.2. El Modelo Estándar de las interacciones electrodébiles . . . . .	3
2.2.1. Introducción . . . . .	3
2.2.2. Sector de Higgs . . . . .	5
2.2.3. Sector de Yang-Mills . . . . .	7
2.2.4. Sector de Yukawa . . . . .	8
2.2.5. Sector de corrientes . . . . .	11
2.3. El lagrangiano de QCD . . . . .	12
<b>3. Lagrangiano efectivo para el sector de Yukawa</b>	<b>13</b>
<b>4. Cálculo de los acoplamientos <math>tcg</math> y <math>tcg^*</math></b>	<b>17</b>
4.1. Cálculo de las amplitudes a un lazo para el acoplamiento $tcg^*$ . . . . .	17
4.2. Cálculo de las amplitudes a un lazo para el acoplamiento $tcg$ . . . . .	18
<b>5. Cálculo de los decaimientos <math>\mu \rightarrow e\gamma\gamma</math> y <math>\mu \rightarrow e\gamma</math></b>	<b>25</b>
5.1. Cálculo de las amplitudes a un lazo para el decaimiento $f_i \rightarrow f_j\gamma\gamma$ . . . . .	25
5.2. Cálculo de las amplitudes a un lazo para el decaimiento $f_i \rightarrow f_j\gamma$ . . . . .	27
5.3. Restricción experimental para $\mu \rightarrow e\gamma$ . . . . .	28
5.4. El decaimiento $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ . . . . .	29
<b>6. Conclusiones</b>	<b>31</b>
<b>A. Factores de forma para el vértice <math>\gamma\gamma f_i f_j</math></b>	<b>33</b>



# Capítulo 1

## Introducción

La única fuente de transiciones con cambio de sabor dentro del modelo estándar (ME) [?, ?] es la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [?]. Este tipo de transiciones están presentes únicamente en el sector de quarks y se manifiestan a través de corrientes cargadas. Al contrario de lo que ocurre en el sector de corrientes, los términos de Yukawa violan explícitamente el sabor en la representación de eigenestados de norma, pero cuando ambos sectores se expresan en términos de los eigenestados de masa, la situación se invierte, pues mientras el sector de Yukawa es invariante de sabor, las corrientes cargadas dan lugar a acoplamientos entre miembros de diferentes familias, lo que conduce a la presencia de corrientes neutras con cambio de sabor a nivel de un lazo. En el caso de los leptones, debido a que en el ME no se consideran los neutrinos derechos, ambos sectores son invariantes de sabor a todo orden de la serie perturbativa. Las corrientes neutras con cambio de sabor (CNCS) son, sin duda, interesantes por constituir predicciones puramente cuánticas.

Por otra parte, la enorme masa del quark top comparada con la masa de todos los fermiones conocidos, sugiere que esta partícula podría ser muy sensible a efectos de física más allá de la escala de Fermi, puesto que la escala de nueva física sería más cercana a la masa del quark top en comparación con las masas de cualquier otro quark. En el ámbito experimental, esta partícula estará bajo intenso escrutinio en los próximos años debido a que estará operando el colisionador hadrónico LHC (Large Hadron Collider), el cual se estima producirá alrededor de  $10^7$  pares de eventos  $t\bar{t}$  en su primera fase operativa, hasta alcanzar 18 millones de eventos  $t\bar{t}$  en una etapa posterior, lo cual sería suficiente para alcanzar un alto nivel estadístico que permitiría la detección de decaimientos muy raros. Aun en la primera etapa del LHC, se espera que muchos procesos raros del quark top sean accesibles. Resulta por lo tanto interesante estudiar todos los procesos raros del quark top que son predichos por varias teorías que extienden al ME. En el ME, el principal modo de decaimiento del quark top es  $t \rightarrow bW$ , el cual tiene una fracción de decaimiento cercana a 1. Le siguen los modos no diagonales  $t \rightarrow dW$  y  $t \rightarrow sW$ , con fracciones de decaimiento pequeñas del orden de  $10^{-3}$ . Los decaimientos a tres cuerpos  $t \rightarrow d_i W Z$  y  $t \rightarrow u_i W Z$  con  $d_i = b, s, d$  y  $u_i = u, c$  están severamente suprimidos [?, ?]. A nivel de un lazo, aparecen decaimientos con CNCS:  $t \rightarrow u_i V$  ( $V = g, \gamma, Z$ ) y  $t \rightarrow u_i H$  (mediados por el bosón  $W$ ), los cuales están severamente suprimidos por el mecanismo de GIM, con fracciones de decaimiento que van desde  $10^{-10}$  a  $10^{-13}$  [?, ?, ?]. Motivado por el hecho de que cualquier proceso que esté prohibido o fuertemente suprimido en el ME constituye un laboratorio natural para buscar efectos de nueva física, los decaimientos del quark top con CNCS han sido objeto de considerable interés en la literatura [?, ?, ?, ?], pues en varios modelos de extensión resulta que estos decaimientos pueden tener fracciones de decaimiento mucho más grandes que las que predice el ME.

En el sector de quarks del ME las CNCS constituyen un fenómeno que está altamente suprimido, y más aun, en el sector de leptones este tipo de transiciones están completamente ausentes. Sin embargo, los datos experimentales han mostrado evidencia de oscilaciones de neutrinos [?], que sugieren que la conservación de sabor leptónico no este garantizada. A pesar de que las CNCS

pueden ser mediadas por los bosones de Higgs y  $Z$  a nivel de acción clásica, aquellos efectos de violación de sabor provocados por los fotones constituyen un efecto puramente cuántico, ya que sólo se pueden generar a nivel de un lazo u órdenes superiores. A nivel de un lazo, las transiciones electromagnéticas que involucran violación de sabor leptónico (VSL) son inducidas por la presencia de neutrinos masivos [?, ?]. También la VSL puede ser inducida por acoplamientos del bosón de Higgs con leptones que surgen de manera natural en sectores de Yukawa extendidos [?, ?, ?, ?, ?, ?, ?]. Las transiciones con VSL podrían ser producidas en el colisionador lineal internacional ILC (International Linear Collider) a través del modo de operación  $\gamma\gamma$ . El ILC es un programa ambicioso de colisiones electrón-positrón a la escala de TeV, que en principio, proporcionará un ambiente de estudio con capacidades más allá del LHC. Además de complementar y agregar precisión para descubrimientos del LHC, se espera que el ILC arroje información importante a nuestro conocimiento sobre el ME y permita el acceso a la nueva física que podría presentarse eventualmente a la escala de TeV.

Acoplamientos con CNCS se pueden obtener en sectores de Yukawa extendidos. Sin embargo, como se ha visto en la referencia [?], las características esenciales de sectores de Yukawa extendidos se pueden recrear mediante un sector de Yukawa efectivo, constituido únicamente por los campos del ME, pero que incluye invariantes electrodébiles de hasta dimensión seis. La formulación de teorías efectivas [?], es un esquema apropiado para estudiar aquellos procesos que están muy suprimidos o incluso prohibidos dentro del ME, además tiene la ventaja de ser independiente de modelo. Al introducir invariantes de hasta dimensión seis se obtienen los acoplamientos más generales del bosón de Higgs con los fermiones, de esta forma obtenemos el acoplamiento no diagonal  $Hf_i f_j$ .

En este trabajo de tesis estudiaremos los acoplamientos  $tcg$  y  $tcg^*$  (con  $t$  el quark top,  $c$  el quark charm y  $g$  el gluon) mediados por el bosón de Higgs. El decaimiento  $t \rightarrow cgg$ , el cual ocurre en el ME a nivel de un lazo mediado por corrientes cargadas, fue recientemente calculado [?]. Se encontró que la fracción de decaimiento para el decaimiento a tres cuerpos excede a la fracción de decaimiento a dos cuerpos  $t \rightarrow cg$  por alrededor de dos órdenes de magnitud. Un resultado similar fue encontrado en [?] para el decaimiento a tres cuerpos  $t \rightarrow c\bar{c}c$  dentro del ME el cual es del mismo orden de magnitud que el decaimiento a dos cuerpos  $t \rightarrow cg$ . El origen físico de tan sorprendentes resultados son ampliamente explicados en las referencias [?, ?]. Aunque, como ya se ha mencionado, los procesos con VSL están ausentes a cualquier orden de la serie perturbativa dentro de la teoría de ME, pueden ser inducidos en muchas de sus extensiones. Analizaremos el decaimiento  $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$  y  $\mu \rightarrow e\gamma$  [?], ya que se pueden obtener como casos particulares de los acoplamientos  $tcg$  y  $tcg^*$ , respectivamente. Y de la misma manera se puede obtener el decaimiento  $t \rightarrow c\gamma\gamma$  [?], pero no mostraremos resultados sobre este estudio, debido a que aún está en proceso de finalización.

El contenido de la tesis ha sido organizado de la siguiente manera: en el capítulo 2 se discute de manera breve la estructura básica del ME, con énfasis especial sobre el sector de Yukawa. Con el fin de ilustrar cómo es que los sectores de Yukawa extendidos generan acoplamientos generales que cambian el sabor y violan CP mediante bosones de Higgs neutros, en el capítulo 3 se discute un sector de Yukawa extendido no con más grados de libertad, sino con un lagrangiano efectivo que incluye invariantes de hasta dimensión seis, el cual genera el acoplamiento  $Hf_i f_j$  pero en forma independiente de modelo. Dicha descripción será la que se usará a lo largo del trabajo. En el capítulo 4 analizaremos los acoplamientos  $tcg$  y  $tcg^*$  mediadas por el vértice no diagonal  $Hf_i f_j$ . En el capítulo 5 analizaremos como caso particular a este problema el decaimiento  $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$  [?], este proceso es más simple debido a que el fotón no interactúa con sigo mismo como en el caso del gluon. Finalmente, en el capítulo 6 se presentan las conclusiones y perspectivas de este trabajo de tesis.



# Capítulo 2

## El Modelo Estándar

### 2.1. Introducción

El ME es la teoría cuántica-relativista de las interacciones fuerte, débil y electromagnética que está basado en el grupo de norma  $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ . El grupo  $SU_C(3)$  caracteriza las interacciones fuertes, mientras que el grupo  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  define las interacciones electrodébiles. Esto indica que el conjunto de campos de norma asociados al grupo  $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$  se puede dividir en tres conjuntos: 8 asociados a  $SU_C(3)$ , y luego 3 para  $SU_L(2)$ , y finalmente uno para  $U_Y(1)$ . La interacción fuerte es mediada por los gluones, los cuales se acoplan exclusivamente a las partículas de materia conocidas como quarks. La interacción débil resulta del intercambio de los bosones de norma masivos  $W^\pm$  y  $Z$ , mientras que la interacción electromagnética es mediada por el fotón.

El grupo electrodébil  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  es roto espontáneamente a la escala de Fermi  $v = 246$  GeV, a el grupo electromagnético  $U_{em}(1)$  por medio de un sector de campos escalares dados en una representación no trivial del grupo. Tres de los cuatro campos de norma obtienen una masa. El único campo superviviente sin masa es el fotón. El grupo  $SU_C(3)$  no se ve afectado por el mecanismo de Higgs. Los fermiones en el modelo estándar son agrupados en tres “familias”. En cada familia, se aprecia el mismo patrón: los fermiones de helicidad izquierda son agrupados en una representación de dobletes en virtud del grupo  $SU_L(2)$ , mientras que los fermiones de helicidad derecha se agrupan en una representación de singuletes de  $SU_L(2)$ .

El campo escalar complejo  $\Phi$ , constituye un doblete en virtud de  $SU(2)$  con hipercarga igual a +1, el cual después de realizar el mecanismo de Higgs pierde tres de sus componentes, dejando sólo un campo escalar neutro real, conocido como partícula física de Higgs.

### 2.2. El Modelo Estándar de las interacciones electrodébiles

#### 2.2.1. Introducción

Una interesante peculiaridad de la interacción débil es que distingue entre los estados de helicidad de los fermiones, es decir, los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z$  se acoplan con diferentes intensidades a dichos estados, lo cual debe reflejarse en sus representaciones bajo el grupo  $SU_L(2)$ . Para este propósito, los quarks y leptones son agrupados en dobletes izquierdos de  $SU_L(2)$ , de la siguiente manera:

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L, \quad L_{iL} = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L, \quad (2.1)$$

donde  $u_i = u, c, t$ ,  $d_i = d, s, b$ , son quarks de tipo up y down, respectivamente. Por otra parte,  $l_i = e, \mu, \tau$ , son los leptones cargados y  $\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ , sus respectivos neutrinos. En nuestra

notación  $i$  representa un índice de sabor. Por otra parte, los estados de helicidad derecha son introducidos como singletes de  $SU_L(2)$ ;  $l_{iR}$ ,  $u_{iR}$  y  $d_{iR}$ . Los estados de helicidad izquierda y derecha de un fermión  $\Psi$  son definidos por:

$$\Psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\Psi \equiv P_{L,R}\Psi. \quad (2.2)$$

En la teoría no se introducen los estados de helicidad derecha de los neutrinos debido a que experimentalmente no se han detectado. Hoy en día se sabe que esto sólo podría ser una aproximación, pues todo indica que los neutrinos deben poseer masas distintas de cero aunque muy pequeñas [?].

Además, debido a que el grupo electrodébil es covariante bajo transformaciones de norma locales, la invarianza de la teoría electrodébil ante dichas transformaciones se logra al introducir una derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\sigma^i}{2} W_\mu^i, \quad (2.3)$$

donde  $B_\mu$  y  $Y/2$  representan el campo de norma y el generador asociado con el grupo abeliano  $U_Y(1)$ . Similarmente,  $W_\mu^i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) y  $\sigma^i/2$  son los campos de norma y los generadores, en la representación de dobletes, asociados con el grupo  $SU_L(2)$ . Los campos de norma ( $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3, B_\mu$ ) definen, mediante combinaciones lineales, a los campos de masa ( $W_\mu^-, W_\mu^+, Z_\mu, A_\mu$ ). También, la derivada covariante se introduce en los términos cinéticos fermiónicos, que a su vez inducen la presencia de acoplamientos entre fermiones y bosones de norma. Este tipo de interacciones conforman el llamado sector de corrientes.

Una característica importante de la interacción débil consiste en que los correspondientes bosones de norma son masivos. Sin embargo, es importante mencionar que no es posible introducir los términos de masa directamente sin romper explícitamente la invarianza de norma de la teoría. Las masas de los mismos son introducidos en la teoría no mediante un rompimiento explícito de la simetría de norma, sino por medio de un rompimiento espontáneo de la simetría (RES). Como es sabido, el rompimiento espontáneo de una simetría global conduce a la presencia de campos escalares de masa cero, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. El rompimiento espontáneo de una simetría de norma da lugar a la absorción de los bosones de Goldstone por algunos de los bosones de norma del grupo, fenómeno conocido con el nombre de “mecanismo de Higgs”. El grupo electrodébil  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  es roto espontáneamente a la escala de Fermi  $v = 246$  GeV, a el grupo electromagnético  $U_{em}(1)$  a través de un sector de campos escalares dados en una representación no trivial del grupo. Para generar las masas de los tres bosones de norma asociados con la interacción débil se requiere por lo menos de tres campos escalares, pero el número mínimo de tales campos que se pueden introducir de manera consistente son los cuatro contenidos en un doblete complejo de  $SU_L(2)$ . El doblete que contiene a tales campos escalares es llamado doblete de Higgs. Esto se traduce, después de un rompimiento apropiado de la simetría, en la presencia de tres campos no masivos o pseudobosones de Goldstone y un campo escalar real físico, conocido con el nombre de escalar de Higgs. Los pseudobosones de Goldstone no representan grados de libertad verdaderos, por lo cual estos son eliminados en la norma unitaria. Asignando número de hipercarga igual a +1 al doblete escalar de Higgs, el grupo electrodébil es roto espontáneamente al grupo electromagnético  $U_{em}(1)$ , cuyo generador queda expresado como una combinación lineal del generador  $Y/2$  del grupo  $U_Y(1)$ , y del generador  $T^3 = \sigma^3/2$  del grupo  $SU_L(2)$ , de acuerdo con

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.4)$$

El mecanismo de Higgs permite dotar de masa a todas las partículas del ME. En el sector de Higgs, el cual está formado por el sector cinético y el potencial de Higgs, se generan las masas de los bosones débiles, estas surgen del término cinético; también se genera la masa del bosón de Higgs, justamente del término de potencial. Por otra parte, las masas de los fermiones de la teoría son generados cuando se forman invariantes con combinaciones entre el doblete de Higgs y los dobletes izquierdos y singletes derechos de los fermiones, todos estos invariantes son agrupados

en el sector de Yukawa. El modelo contiene, además, el llamado sector de Yang-Mills, el cual representa la esencia de la estructura de norma de la teoría.

El lagrangiano para la teoría electrodébil (TED) se divide en dos partes, una que contiene solamente a los campos bosónicos y otra que contiene campos fermiónicos y bosónicos (ver capítulo 11 de [?]). La parte bosónica se divide a su vez en los sectores de Higgs y de Yang-Mills. El sector bosónico-fermiónico se divide también en los sectores de corrientes y de Yukawa. De este modo, el lagrangiano se puede escribir como:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}^F + \mathcal{L}^B, \quad (2.5)$$

donde

$$\mathcal{L}^F = \mathcal{L}^C + \mathcal{L}^Y, \quad (2.6)$$

$$\mathcal{L}^B = \mathcal{L}^H + \mathcal{L}^{YM}, \quad (2.7)$$

con  $\mathcal{L}^C, \mathcal{L}^Y, \mathcal{L}^H$  y  $\mathcal{L}^{YM}$  representando los sectores de corrientes, Yukawa, Higgs y Yang-Mills, respectivamente. En los siguientes apartados se presentará una breve descripción de cada uno de estos sectores, con énfasis particular en el sector de Yukawa.

### 2.2.2. Sector de Higgs

Como ya se mencionó anteriormente, es en este sector donde se implementa el mecanismo de Higgs que permite dar masa a los bosones de norma débiles  $W^\pm$  y  $Z$ , y también al bosón de Higgs. Este sector también determina las interacciones entre estas partículas. El lagrangiano está dado por:

$$\mathcal{L}^H = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (2.8)$$

donde  $D_\mu$  es la derivada covariante en la representación de dobletes, dada por la ecuación (??) y  $V(\Phi^\dagger, \Phi)$  es el llamado potencial de Higgs, cuya estructura renormalizable tiene la forma

$$V(\Phi^\dagger, \Phi) = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.9)$$

donde

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_{1,1} + i\phi_{1,2} \\ \phi_{2,1} + i\phi_{2,2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

es el doblete de Higgs, al cual se le asigna un número de hipercarga  $Y = +1$ . En la expresión para el potencial, el coeficiente  $\lambda$  representa un número real positivo y  $\mu$  es un parámetro con dimensiones de masa, mediante el cual se establece la condición esencial para realizar un RES en la teoría. En efecto, si  $\mu^2 > 0$ , el vacío  $\Phi_0$  es único y no es posible realizar un RES, pero si  $\mu^2 < 0$ , entonces se tiene el caso de un vacío degenerado, que además satisface la condición

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = |\phi_1^0|^2 + |\phi_2^0|^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}, \quad (2.11)$$

donde  $\Phi_0 = \langle |\Phi| \rangle$  es el valor esperado en el vacío del doblete de Higgs, el cual rompe espontáneamente la simetría electrodébil a el grupo electromagnético. Esto significa que  $\Phi_0$  debe ser invariante bajo el grupo electromagnético (esto es necesario para garantizar la conservación de la carga eléctrica), es decir, si  $U \in U_{em}(1)$ , entonces  $U\Phi_0 = \Phi_0$ , lo que implica que el generador de este grupo dado por la ecuación (??) lo aniquila:  $Q\Phi_0 = 0$ . Sin pérdida de generalidad se puede elegir la siguiente dirección

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (2.12)$$

con

$$v^2 = \frac{-\mu^2}{2\lambda}, \quad (2.13)$$

ya que cualquier otra elección de  $\Phi_0$  esta relacionada con la ecuación (??) mediante una transformación global del grupo electrodébil.

El RES aparece como consecuencia de elegir a uno sólo de los vacíos. Como ya se mencionó, cuando las simetrías involucradas son globales, el resultado es la presencia de campos escalares sin masa, conocidos con el nombre de bosones de Goldstone. Sin embargo, cuando la simetría es de norma (el caso que nos interesa), el resultado es la presencia de bosones de norma masivos, uno por cada generador roto de la simetría. A este fenómeno, donde los bosones de Goldstone son absorbidos por los campos de norma asociados con los generadores rotos, se le conoce con el nombre de mecanismo de Higgs.

La teoría debe ser considerada en el entorno de este estado de mínima energía. Así que se introduce el desplazamiento

$$\Phi \rightarrow \Phi_0 + \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} G_W^+ \\ (H + iG_Z)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (2.14)$$

donde  $G_W^+$  y  $G_Z$  son los pseudobosones de Goldstone asociados a los bosones de norma débiles  $W^\pm$  y  $Z^0$ , respectivamente, en tanto que  $H$  representa al escalar de Higgs. En términos de la expresión anterior, el potencial de Higgs toma la forma

$$\begin{aligned} V(\Phi^\dagger, \Phi) &= \mu^2(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi) + \lambda[(\Phi_0 + \Phi)^\dagger(\Phi_0 + \Phi)]^2 \\ &= \frac{\lambda v^4}{4} - \frac{m_H^2}{2} H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4} H^4 \\ &\quad - 2\lambda v H(G_Z^2 + 2G_W^+ G_W^-) - \frac{\lambda}{2} G_Z^2 H^2 \\ &\quad - \lambda(H^2 + G_Z^2)G_W^+ G_W^- - \frac{\lambda}{4} G_Z^4 - \lambda(G_W^+ G_W^-)^2, \end{aligned} \quad (2.15)$$

de donde se puede apreciar que sólo el campo de Higgs,  $H$ , tiene masa distinta de cero dada por  $m_H^2 = 2\lambda v^2$ . Es en esta parte donde se dan los autoacoplamientos del bosón de Higgs.

En lo que respecta a la parte cinética del sector Higgs, ésta se puede escribir de la siguiente manera

$$\begin{aligned} [D_\mu(\Phi_0 + \Phi)]^\dagger [D^\mu(\Phi_0 + \Phi)] &= (D_\mu \Phi_0)^\dagger (D^\mu \Phi_0) + (D_\mu \Phi_0)^\dagger (D^\mu \Phi) \\ &\quad + (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi_0) + (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi), \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde  $\Phi_0$  y  $\Phi$  son las expresiones dadas en la ecuación (??). De esta expresión se pueden identificar los términos de masa para los bosones débiles, dados por

$$(D_\mu \Phi_0)^\dagger (D^\mu \Phi_0) = m_W^2 W_\mu^- W_\mu^+ + (W_\mu^3, B_\mu) M \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

donde  $m_W = g_2 v/2$  es la masa asociada al bosón de norma débil cargado, definido por

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (2.18)$$

además

$$M = \frac{1}{2} m_W^2 \begin{pmatrix} 1 & -g_1/g_2 \\ -g_1/g_2 & g_1^2/g_2^2 \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

es la matriz de masa asociada con los campos  $W_\mu^3$  y  $B_\mu$ , la cual debe ser diagonalizada para eliminar el término bilineal  $W_\mu^3 B^\mu$ . Resolviendo el problema de eigenvalores y definiendo  $c_W = g_2/\sqrt{g_1^2 + g_2^2}$  y  $s_W = g_1/\sqrt{g_1^2 + g_2^2}$ , con  $c_W = \cos \theta_W$  y  $s_W = \sin \theta_W$ , se encuentra que la siguiente matriz

$$S = \begin{pmatrix} c_W & s_W \\ -s_W & c_W \end{pmatrix}, \quad (2.20)$$

diagonaliza a  $M$ , en efecto

$$S^\dagger M S = \frac{1}{2} m_W^2 \begin{pmatrix} 1 + g_1^2/g_2^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

además

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix}. \quad (2.22)$$

Por lo tanto,

$$(D_\mu \Phi_0)^\dagger (D^\mu \Phi_0) = m_W^2 W_\mu^- W_\mu^+ + \frac{m_Z^2}{2} Z_\mu Z^\mu, \quad (2.23)$$

donde  $m_Z = m_W/c_W$  es la masa del bosón débil neutro  $Z_\mu$ . El bosón  $A_\mu$  permanece sin masa, por lo que es identificado como el fotón. De los dos términos de la parte cinética que involucran la mezcla de  $\Phi_0$  y  $\Phi$  resultan los acoplamientos trilineales  $HHV$ , mientras que el último término genera los términos cuárticos  $HHVV$  ( $V = W, Z$ ).

### 2.2.3. Sector de Yang-Mills

La estructura de este sector está completamente definida por el carácter no abeliano del grupo electrodébil. Los invariantes correspondientes no pueden ser construidos con los campos de norma directamente, sino por medio de las estructuras covariantes dadas por el tensor de campo  $W_{\mu\nu} = T^i W_{\mu\nu}^i$ , asociado con el grupo no abeliano  $SU_L(2)$  y el correspondiente tensor  $B_{\mu\nu}$  del grupo abeliano  $U_Y(1)$ , los cuales transforman como

$$W'_{\mu\nu} = U W_{\mu\nu} U^\dagger, \quad U \in SU_L(2), \quad (2.24)$$

y

$$B'_{\mu\nu} = B_{\mu\nu}. \quad (2.25)$$

De manera explícita, los tensores de campo están dados por

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g_2 \epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k, \quad (2.26)$$

y

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (2.27)$$

Con estos objetos, se puede construir el siguiente lagrangiano renormalizable

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{2} \text{Tr}[W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu}] - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (2.28)$$

el cual, después de utilizar la normalización  $\text{Tr}[T^i T^j] = \delta^{ij}/2$  para los generadores del grupo  $SU_L(2)$ , el lagrangiano se puede reescribir como

$$\mathcal{L}^{YM} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}. \quad (2.29)$$

Con los campos de masa  $W_\mu^\pm$  (definidos en la ecuación (??)),  $Z_\mu$  y  $A_\mu$  (los cuales surgen directamente de la ecuación (??)) dados por

$$W_\mu^\pm = c_W Z_\mu \mp s_W A_\mu, \quad (2.30)$$

$$B_\mu = -s_W Z_\mu + c_W A_\mu, \quad (2.31)$$

e introduciendo, además, los siguientes tensores:

$$\widehat{W}_{\mu\nu}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_{\mu\nu}^1 \mp i W_{\mu\nu}^2), \quad (2.32)$$

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad (2.33)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (2.34)$$

el lagrangiano de Yang-Mills adquiere la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{YM} = & -\frac{1}{2}\widehat{W}_{\mu\nu}^-\widehat{W}_+^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu}Z^{\mu\nu} \\ & - ig_2(s_W F_{\mu\nu} + c_W Z_{\mu\nu})W^{-\mu}W^{+\nu} \\ & + g_2^2(W_\mu^-W_\nu^+ - W_\mu^+W_\nu^-)(W^{-\mu}W^{+\nu} - W^{+\mu}W^{-\nu}). \end{aligned} \quad (2.35)$$

Este lagrangiano contiene las partes cinéticas de los cuatro bosones de norma, así como sus autointeracciones.

### 2.2.4. Sector de Yukawa

Como ya se mencionó con antelación, el ME contiene dos sectores de fermiones con estructura de norma y de Lorentz completamente diferentes. Uno de estos es el sector de Yukawa, cuya estructura de Lorentz es de tipo escalar y pseudoescalar. Este sector tiene el propósito de generar las masas de los fermiones vía el rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, ya que, del hecho de que los estados de helicidad se definen en diferentes representaciones del grupo, no es posible definir sus masas en forma invariante de norma. Además, dicho sector contiene invariantes que se construyen como productos de campos de norma que vinculan fermiones de diferente helicidad acoplados al doblete de Higgs. Puesto que en la TED no se definen los estados de helicidad derecha de los neutrinos, éstos no tienen ninguna manifestación física en este sector.

Para campos de norma, al contrario de lo que ocurre en el sector de corrientes, como se verá en la siguiente sección, los términos de Yukawa violan explícitamente el sabor. Cuando ambos sectores se expresan en términos de campos de masa, la situación se invierte en el sector de quarks, pues mientras el sector de Yukawa de quarks es invariante de sabor (un sólo doblete de Higgs), las corrientes cargadas dan lugar a acoplamientos entre miembros de diferentes familias, lo que conduce a la presencia de corrientes neutras con cambio de sabor a orden de un lazo. Las corrientes neutras son, sin duda, interesantes por constituir predicciones puramente cuánticas. Sin embargo, respecto a los leptones ambos sectores son invariantes de sabor, esto se debe a la ausencia de neutrinos con helicidad derecha.

El lagrangiano renormalizable más general se puede descomponer en dos partes independientes como sigue

$$\mathcal{L}^Y = \mathcal{L}_q^Y + \mathcal{L}_l^Y, \quad (2.36)$$

donde  $\mathcal{L}_q^Y$  y  $\mathcal{L}_l^Y$  son los lagrangianos de los sectores de quarks y de leptones, respectivamente. A continuación se estudian con cierto grado de detalle cada uno de estos sectores.

#### Sector de Yukawa para quarks

Dado que en el caso de los quarks existen estados derechos para los dos miembros del doblete izquierdo, es necesario considerar otro objeto que transforme covariantemente bajo el grupo  $SU_L(2)$ , el cual está dado por

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2\Phi^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^- \\ \phi^{0*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}, \quad (2.37)$$

done  $\sigma^2$  es una de las matrices de Pauli.  $\tilde{\Phi}$  también tiene valor de hipercarga  $Y = +1$ . Con la ayuda de este objeto podemos escribir el lagrangiano del sector de Yukawa para los quarks de la siguiente manera

$$\mathcal{L}_q^Y = -Y_{ij}^u \bar{Q}'_{iL} \tilde{\Phi} u'_{jR} - Y_{ij}^d \bar{Q}'_{iL} \Phi d'_{jR} + h.c., \quad (2.38)$$

donde  $Y_{ij}^u, Y_{ij}^d$  son constantes arbitrarias, llamadas constantes de Yukawa. Aquí las primas denotan los estados de norma. Observe que este lagrangiano no conserva el sabor, ya que las matrices  $Y^{u,d}$  no están sujetas a ningún tipo de restricción, en particular no son diagonales.

En términos de los vectores en el espacio de sabor definidos por

$$U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

y de las matrices de masa

$$M_{ij}^u = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^u, \quad M_{ij}^d = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^d, \quad (2.40)$$

el lagrangiano del sector de Yukawa para los quarks se puede escribir como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y &= - \left( 1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U}'_L M^u U'_R + \bar{D}'_L M^d D'_R) \\ &\quad + \frac{i}{v} G_Z (\bar{U}'_L M^u U'_R - \bar{D}'_L M^d D'_R) \\ &\quad - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^- \bar{D}'_L M^u U'_R + \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{U}'_L M^d D'_R + h.c. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Las masas de los quarks se definen diagonalizando la parte cuadrática de este lagrangiano. Para esto se definen los campos de masa mediante las siguientes transformaciones

$$U_{L,R} = V_{L,R}^u U'_{L,R}, \quad D_{L,R} = V_{L,R}^d D'_{L,R}, \quad (2.42)$$

las matrices  $V_{L,R}^{u,d}$  deben ser unitarias con el fin de preservar la estructura canónica de los términos cinéticos que aparecen en el sector de corrientes, que a su vez garantiza la existencia de propagadores en su forma canónica. Existe un teorema del álgebra lineal que nos garantiza que para cualquier matriz  $M$ , es posible encontrar dos matrices unitarias  $A$  y  $B$ , tales que  $AMB$  sea real y diagonal. La demostración de este teorema se sigue directamente de la descomposición polar de la matriz  $M$ , dada por

$$M = HU, \quad (2.43)$$

donde la matriz  $H$  es hermítica y  $U$  es unitaria. Dado que toda matriz hermítica puede ser diagonalizada por una matriz unitaria, es decir,  $S^\dagger HS$  es diagonal con  $S^\dagger = S^{-1}$ , es claro que tomando  $A = S^\dagger$  y  $B = U^\dagger S$ , obtenemos que

$$AMB = S^\dagger M U^\dagger S = S^\dagger (HU) U^\dagger S = S^\dagger HS, \quad (2.44)$$

el cual es diagonal y real, ya que los eigenvalores de  $H^\dagger = H$  son reales.

Dado que las matrices  $V_{L,R}^{u,d}$  son unitarias, este teorema nos garantiza que las matrices  $V_L^{u,d} M^{u,d} V_R^{u,d\dagger}$  sean reales y diagonales, como debe ser ya que los elementos de la diagonal representan a las masas de los quarks.

En términos de los campos de masa ( $U$  y  $D$ ), el lagrangiano del sector de Yukawa para los quarks se escribe como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y &= - \left( 1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U} \bar{M}^u U + \bar{D} \bar{M}^d D) \\ &\quad + \frac{i\gamma^5}{v} G_Z (\bar{U} \bar{M}^u U - \bar{D} \bar{M}^d D) \\ &\quad - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^- \bar{D} (K^\dagger \bar{M}^u P_R - \bar{M}^d K^\dagger P_L) U \\ &\quad + \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{U} (K \bar{M}^d P_R - \bar{M}^u K P_L) D, \end{aligned} \quad (2.45)$$

donde

$$K = V_L^u V_L^{d\dagger}, \quad (2.46)$$

es la matriz de CKM. Y  $\bar{M}^{u,d}$  son matrices de masa dadas por

$$\bar{M}^u = V_L^u M^u V_R^{u\dagger} = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \quad \bar{M}^d = V_L^d M^d V_R^{d\dagger} = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \quad (2.47)$$

De esta manera, en términos de los campos de masa, el sector de Yukawa de quarks conserva el sabor, es decir, el bosón de Higgs sólo se acopla a pares del mismo tipo de quarks.

### Sector de Yukawa para leptones

Para el caso de los leptones, tomando en cuenta que no existen los estados de helicidad derecha para los neutrinos, podemos escribir el lagrangiano para este sector de la siguiente forma

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}'_{iL} \Phi l'_{jR} + h.c. \quad (2.48)$$

donde  $Y_{ij}^l$  son las componentes de la matriz de Yukawa.

En términos de los campos en el espacio de sabor

$$E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}, \quad \nu' = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

y de la matriz de masa

$$M_{ij}^l = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^l, \quad (2.50)$$

podemos escribir al lagrangiano del sector de Yukawa para los leptones como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^Y &= - \left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E}'_L M^l E'_R \\ &\quad - \frac{i}{v} G_Z \bar{E}'_L M^l E'_R - \frac{\sqrt{2}}{v} G_W^+ \bar{\nu}' M^l E'_R + h.c. \end{aligned} \quad (2.51)$$

Como en el caso de los quarks, las masas de los leptones se definen diagonalizando la parte cuadrática del lagrangiano. Como antes, se definen los campos de masa mediante las siguientes transformaciones

$$E_{L,R} = V_{L,R}^l E'_{L,R}, \quad \nu_L = V_L^l \nu'_L, \quad (2.52)$$

donde  $V_{L,R}^l$  son matrices de rotación unitarias. Así, en términos de los campos de masa, el lagrangiano de Yukawa para los leptones se escribe como

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_l^Y &= - \left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E} \bar{M}^l E \\ &\quad - \frac{i\gamma^5}{v} G_Z \bar{E} \bar{M}^l E - \frac{\sqrt{2}}{v} (G_W^+ \bar{\nu} \bar{M}^l P_R E + G_W^- \bar{E} \bar{M}^l P_L \nu). \end{aligned} \quad (2.53)$$

Puesto que siempre es posible encontrar las matrices unitarias  $V_{L,R}^l$  tales que  $\bar{M}^l = V_L^l M^l V_R^{l\dagger}$  se real y diagonal, como se requiere para definir los términos de masa. La matriz  $\bar{M}^l$  está dada por

$$\bar{M}^l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}, \quad (2.54)$$

donde los elementos de la diagonal son las masa de los respectivos leptones cargados.

Como ocurre en el sector de quarks, en términos de los campos de masa, el sector de Yukawa para los leptones conserva el sabor, es decir, el bosón de Higgs sólo se acopla al mismo tipo de leptón cargado.



### 2.2.5. Sector de corrientes

Este sector se genera al sustituir la derivada ordinaria por la derivada covariante asociada al grupo electrodébil en el sector cinético de quarks y leptones, lo cual da lugar a la presencia de acoplamientos de los fermiones con los campos de norma que poseen estructuras de Lorentz caracterizadas por las matrices de Dirac  $\gamma_\mu$  y  $\gamma^5\gamma_\mu$ . Todos los términos contienen un par de fermiones de la misma helicidad, lo que resulta de la necesidad de conservar la invarianza de norma. A los acoplamientos de pares de fermiones con el bosón  $W^\pm$  se les conoce como corrientes cargadas, mientras que a los acoplamientos con los bosones  $Z$  y  $A$  reciben el nombre de corrientes neutras. El lagrangiano invariante de norma se descompone en dos partes

$$\mathcal{L}^C = \mathcal{L}_q^C + \mathcal{L}_l^C, \quad (2.55)$$

donde  $\mathcal{L}_q^C$  y  $\mathcal{L}_l^C$  representan los sectores de corrientes de quarks y de leptones, respectivamente

#### Sector de corrientes para quarks

En términos de los campos de norma, el lagrangiano del sector de corrientes para los quarks conserva el sabor y está dado por

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{Q}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu Q'_{iL} + i\bar{u}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu u'_{iR} + i\bar{d}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu d'_{iR}, \quad (2.56)$$

el cual, una vez expresado en términos de los campos de masa, toma la siguiente forma

$$\mathcal{L}_q^C = i\bar{U}\gamma^\mu\partial_\mu U + i\bar{D}\gamma^\mu\partial_\mu D + \frac{g_2}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g_2}{2c_W}Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (2.57)$$

en donde se han definido las corrientes cargadas  $J^{-\mu}$  y neutras  $J_Z^\mu$  y  $J_A^\mu$  de la siguiente forma

$$J^{-\mu} = \bar{U}_L\gamma^\mu K D_L, \quad (2.58)$$

$$J_Z^\mu = \bar{U}\gamma^\mu(g_V^u + g_A^u\gamma^5)U + \bar{D}\gamma^\mu(g_V^d + g_A^d\gamma^5)D, \quad (2.59)$$

$$J_A^\mu = \bar{U}\gamma^\mu U + \bar{D}\gamma^\mu D. \quad (2.60)$$

En estas expresiones  $K$  es la matriz de CKM dada en la ecuación (??), mientras que  $g_V^{u_i}$  y  $g_A^{u_i}$  ( $u_i = u, d$ ) son constantes de acoplamiento que dependen esencialmente de la carga del quark  $u_i$ . Se puede observar que, como consecuencia de la unitariedad de las matrices de rotación  $V_{L,R}^{u,d}$ , las corrientes neutras conservan el sabor, sin embargo en las corrientes cargadas se dan transiciones entre diferentes familias a través de la matriz de CKM. La presencia de corrientes cargadas con cambio de sabor a nivel de árbol da lugar a que se generen corrientes neutras con cambio de sabor a nivel de un lazo.

#### Sector de corrientes para leptones

Debido a la ausencia de neutrinos derechos, el lagrangiano de corrientes correspondiente a los leptones es más sencillo y está dado por

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{L}'_{iL}\gamma^\mu D_\mu L'_{iL} + i\bar{l}'_{iR}\gamma^\mu D_\mu l'_{iR}, \quad (2.61)$$

el cual, como en el caso de los quarks, conserva el sabor.

En términos de los campos de masa, el lagrangiano de corrientes para los leptones toma la forma

$$\mathcal{L}_l^C = i\bar{E}_i\gamma^\mu\partial_\mu E_i + i\bar{\nu}_L\gamma^\mu\partial_\mu\nu_L + \frac{g_2}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ J^{-\mu} + J_\mu^+ W^{-\mu}) + \frac{g_2}{2c_W}Z_\mu J_Z^\mu + eA_\mu J_A^\mu, \quad (2.62)$$

donde, como en el caso de los quarks, se han definido las corrientes cargadas  $J^{-\mu}$  y neutras  $J_Z^\mu$  y  $J_A^\mu$  de la siguiente manera

$$J^{-\mu} = \bar{\nu}_L \gamma^\mu E_L, \quad (2.63)$$

$$J_Z^\mu = \bar{\nu} \gamma^\mu (g_V^\nu + g_A^\nu \gamma^5) \nu + \bar{E} \gamma^\mu (g_V^E + g_A^E \gamma^5) E, \quad (2.64)$$

$$J_A^\mu = \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{E} \gamma^\mu E, \quad (2.65)$$

donde  $g_V^{l_i}$ ,  $g_A^{l_i}$  ( $l_i = \nu, E$ ) son constantes de acoplamiento que dependen de los números cuánticos con que se acomodan los leptones en el grupo electrodébil. En este caso, debido a la ausencia de neutrinos derechos, las corrientes cargadas y neutras conservan el sabor a todo orden en la serie perturbativa. Es importante señalar que la ausencia de interacciones entre leptones de diferentes familias mediadas por el bosón débil cargado, en contraste con lo que ocurre con los quarks, no sólo se debe a la inexistencia de neutrinos derechos, sino también a que el sector de corrientes es originalmente invariante de sabor.

### 2.3. El lagrangiano de QCD

La interacción fuerte es descrita por una teoría de Yang-Mills (basado en el grupo  $SU_C(3)$ ). Esto, junto con el requerimiento de que la teoría sea renormalizable, fija completamente la forma del lagrangiano. La teoría es llamada Cromodinámica Cuántica (QCD por sus siglas en ingles) y el lagrangiano usualmente se escribe como

$$\mathcal{L}^{QCD} = -\frac{1}{2} Tr[G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}] + \bar{q}_i (i\gamma^\mu D_\mu - m_i) q_i, \quad (2.66)$$

en esta expresión existe una suma sobre el índice de sabor  $i$  ( $q_i = u, d, s, c, b, t$ ), la derivada covariante está dada por

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s G_\mu, \quad (2.67)$$

además

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu G_\nu - \partial_\nu G_\mu - ig_s [G_\mu, G_\nu], \quad (2.68)$$

y el campo de norma es  $G_\mu = G_\mu^a \lambda^a / 2$ , donde las  $\lambda^a$ s son las matrices de Gell-Mann, (los generadores del grupo  $SU_C(3)$ ), las cuales satisfacen la siguiente relación de conmutación

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc} \lambda^c, \quad (2.69)$$

y la condición de normalización es

$$Tr[\lambda^a \lambda^b] = 2\delta^{ab}. \quad (2.70)$$

Los campos de norma de la interacción fuerte  $G_\mu$ , son llamados “gluones”, y en acuerdo con la simetría de norma  $SU_C(3)$  están presentes 8 gluones. Incluso, como se trata de una teoría no abeliana, como en el caso de la interacción débil, los gluones interactúan entre sí, por lo tanto, surgen vértices trilineales y cuárticos. Además, en analogía con la parte electrodébil de la teoría, del lagrangiano de interacción entre fermiones y bosones de norma, aparecen los acoplamientos entre quarks y gluones.

## Capítulo 3

# Lagrangiano efectivo para el sector de Yukawa

Es bien sabido que el sector de Yukawa del ME conserva CP y el sabor. Los efectos de CNCS pueden presentarse a nivel de árbol en cualquier sector renormalizable de Yukawa si se incorporan más campos escalares, como en el modelo de dos dobletes de Higgs (THDM por sus siglas en inglés) [?]. Sin embargo, no es necesario introducir nuevos grados de libertad para generar simultáneamente los efectos de CNCS y de violación de CP aún cuando el criterio de renormalizabilidad (según el conteo de potencias o criterio de Dyson) no se considere como principio fundamental al construir el lagrangiano, pues en cambio, se pueden incorporar en la acción clásica efectos virtuales de los grados pesados de libertad mediante la introducción de operadores  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  invariantes de dimensión superior a cuatro [?, ?]. Este criterio se puede establecer como sigue: en unidades naturales donde  $\hbar = c = 1$ , las unidades de energía coinciden con las de masa y son recíprocas a las unidades de longitud. En estas unidades, la acción del sistema es adimensional y el lagrangiano tiene unidades de masa a la cuarta potencia. Según el criterio de Dyson, una teoría es renormalizable si el lagrangiano contiene todos los invariantes de norma y de Lorentz hasta dimensión cuatro. De hecho, es solamente necesario extender el sector de Yukawa con los operadores de dimensión seis para inducir los acoplamientos más generales del bosón de Higgs con quarks y leptones. Un sector de Yukawa con estas características tiene la siguiente estructura [?, ?]

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{eff}^Y &= -Y_{ij}^l (\bar{L}_{iL} \Phi l_{jR}) - \frac{\alpha_{ij}^l}{\Lambda^2} (\Phi^\dagger \Phi) (\bar{L}_{iL} \Phi l_{jR}) + H.c. \\ &\quad - Y_{ij}^d (\bar{Q}_{iL} \Phi d_{jR}) - \frac{\alpha_{ij}^d}{\Lambda^2} (\Phi^\dagger \Phi) (\bar{Q}_{iL} \Phi d_{jR}) + H.c. \\ &\quad - Y_{ij}^u (\bar{Q}_{iL} \tilde{\Phi} u_{jR}) - \frac{\alpha_{ij}^u}{\Lambda^2} (\Phi^\dagger \Phi) (\bar{Q}_{iL} \tilde{\Phi} u_{jR}) + H.c.,\end{aligned}\tag{3.1}$$

donde  $Y_{ij}$ ,  $L_{iL}$ ,  $Q_{iL}$ ,  $\Phi$ ,  $l_{iR}$ ,  $d_{iR}$  y  $u_{iR}$  son las componentes de la matriz de Yukawa, el doblete izquierdo de los leptones, el doblete izquierdo del quark, el doblete de Higgs, el singulete derecho de los leptones cargados y los singuletes derechos del quark de tipo down y up, respectivamente. Las constantes  $\alpha_{ij}$ , son componentes de una matriz de  $3 \times 3$  completamente general, la cual parametriza los detalles de la física subyacente, y podrían ser determinada una vez que se conozca la teoría fundamental. Además,  $\Lambda$  es una cantidad con dimensiones de masa, mediante la cual se denota a la escala de energía a la que son relevantes los efectos de la nueva física, así que el lagrangiano efectivo tiene aplicación para energías menores que  $\Lambda$ . Analizaremos sólo el sector de quarks, ya que el sector leptónico se puede obtener a partir del sector de quarks de tipo down.

En términos de campos en el espacio de sabor el lagrangiano puede ser escrito en la norma

unitaria como sigue

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff}^Y &= - \left(1 + \frac{H}{v}\right) (\bar{U}'_L M^u U'_R + \bar{D}'_L M^d D'_R) \\ &\quad - H \left[1 + \frac{H}{2v} \left(3 + \frac{H}{v}\right)\right] \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{v}{\Lambda}\right)^2\right] [\bar{U}'_L \alpha^u U'_R + \bar{D}'_L \alpha^d D'_R] + h.c., \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde  $U'^T = (u, c, t)$  y  $D'^T = (d, s, b)$  son vectores en el espacio de sabor y las matrices de masa  $M^{u,d}$  se definen de la siguiente manera

$$M^{u,d} = \frac{v}{\sqrt{2}} Y^{u,d} + \frac{v^3}{2\sqrt{2}\Lambda^2} \alpha^{u,d}, \quad (3.3)$$

las cuales, una vez diagonalizadas, definen las masas de los quarks. Como antes, los campos de masa se definen mediante las transformaciones unitarias

$$U_{L,R} = V_{L,R}^u U'_{L,R}, \quad D_{L,R} = V_{L,R}^d D'_{L,R}, \quad (3.4)$$

donde se asume que las matrices  $V_{L,R}^u$  y  $V_{L,R}^d$  diagonalizan solamente la suma de las matrices  $Y^{u,d}$  y  $\alpha^{u,d}$ , pero no necesariamente a cada una de ellas por separado. Definiendo las matrices

$$\Omega^{u,d} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{v}{\Lambda}\right)^2 V_{L,R}^{u,d} \alpha^{u,d} V_{L,R}^{u,d\dagger} \quad (3.5)$$

y tomando en cuenta que  $v = \frac{2m_W}{g}$ , se obtiene finalmente el lagrangiano efectivo para el sector de Yukawa de quarks

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{eff}^Y &= - \left(1 + \frac{gH}{2m_W}\right) (\bar{U} \bar{M}^u U + \bar{D} \bar{M}^d D) \\ &\quad - H \left[1 + \frac{gH}{4m_W} \left(3 + \frac{gH}{2m_W}\right)\right] [\bar{U} (\Omega^u P_R + \Omega^{u\dagger} P_L) U + \bar{D} (\Omega^d P_R + \Omega^{d\dagger} P_L) D], \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde las matrices de masa  $\bar{M}^{u,d}$  son diagonales. Observe que en el límite cuando  $\Lambda \rightarrow \infty$  se recupera el resultado del ME. Las matrices  $\Omega^{u,d}$  representan los efectos de la nueva física.

El hecho de suponer que las matrices  $V_{L,R}^u$  y  $V_{L,R}^d$  no diagonalizan por separado a las matrices  $Y^{u,d}$  y  $\alpha^{u,d}$ , sino sólo a la suma, es suficiente para generar acoplamientos con cambio de sabor mediados por el bosón de Higgs. Si además ocurre que  $\Omega^{u,d} \neq \Omega^{u,d\dagger}$ , el lagrangiano (??) induce acoplamientos de los bosones de Higgs con los fermiones que contienen simultáneamente componentes CP-par y CP-impar.

Como se comentó antes, los resultados anteriores se pueden extender fácilmente para que incluyan a los leptones cargados. Entonces, el acoplamiento del bosón de Higgs con un fermión  $f$ , el cual puede ser un quark  $q$  o un leptón cargado  $l$ , está dado por el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}_{H\bar{f}f} = -H \bar{f}_i \left( \omega_R^{ij} P_R + \omega_L^{ij} P_L \right) f_j, \quad (3.7)$$

donde

$$\omega_R^{ij} = \frac{gm_i}{2m_W} \delta_{ij} + \Omega_{ij}, \quad (3.8)$$

$$\omega_L^{ij} = \frac{gm_i}{2m_W} \delta_{ij} + \Omega_{ij}^*. \quad (3.9)$$

Para cerrar esta sección, vamos a hacer hincapié en que el anterior lagrangiano efectivo describe el acoplamiento más general de tipo renormalizable de un campo escalar con un par de fermiones,

que reproduce las principales características de la mayoría de los sectores de Yukawa extendidos, como la versión más general del modelo de dos dobletes de Higgs (THDM-III) [?] y modelos multi-Higgs que comprenden los modelos de multipletes adicionales de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  o representaciones escalares de grupos de norma más grandes. Nuestro enfoque también cubre las formulaciones más exóticas de violación de sabor, como los llamados modelos de familones [?] o teorías que involucran una simetría abeliana de sabor [?]. De esta manera, nuestros resultados son aplicables a una amplia variedad de modelos que predicen violación de sabor mediados por un bosón escalar neutro.



# Capítulo 4

## Cálculo de los acoplamientos $tcgg$ y $tcg^*$

En esta sección presentaremos las amplitudes a nivel de un lazo correspondientes a los acoplamientos  $tcgg$  y  $tcg^*$ , con las cuales podremos obtener como casos particulares los decaimientos  $f_i \rightarrow f_j \gamma \gamma$  y  $f_i \rightarrow f_j \gamma$  inducidos a nivel de un lazo por el vértice efectivo  $H f_i f_j$ . La diferencia esencial entre los acoplamientos  $ggf_i f_j$  y  $gf_i f_j$  comparados con  $\gamma \gamma f_i f_j$  y  $\gamma f_i f_j$  reside en la característica no abeliana para los primeros dos y la propiedad abeliana para los últimos dos. En la referencia [?], se estudia el vértice general  $\gamma \gamma f_i f_j$  y posteriormente, se analizan los procesos de dispersión y decaimiento asociados.

Conviene analizar primero el acoplamiento  $tcg^*$  y posteriormente el vértice  $tcgg$ , ya que, como veremos más adelante, un conjunto de diagramas correspondiente al vértice  $tcgg$  incluye al acoplamiento  $tcg^*$ .

### 4.1. Cálculo de las amplitudes a un lazo para el acoplamiento $tcg^*$

La contribución del vértice  $H f_i f_j$  al acoplamiento  $tcg^*$ , con el gluon fuera de capa de masa, está representada por los diagramas de Feynman mostrados en la figura ??.

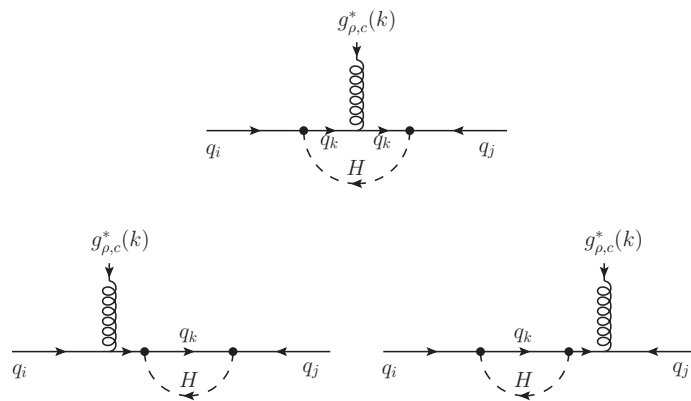


Figura 4.1: Diagramas de Feynman que contribuyen al vértice  $tcg^*$ .

La cinemática del acoplamiento  $tcg^*$  está dada por

$$k + p_i + p_j = 0. \quad (4.1)$$

donde  $k$  y  $p_{i,j}$  denotan a los cuadrimentos del gluon virtual y de los quarks, respectivamente. Además, dado que sólo los quarks están en capa de masa tenemos que  $p_j^2 = m_j^2$  y  $p_i^2 = m_i^2$ . Por lo tanto, la amplitud correspondiente a los diagramas de la figura ?? la podemos escribir como

$$\mathcal{M}^{\rho c} = -\frac{g_s}{2} \lambda^c \bar{v}(p_j) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[ \frac{\mathcal{T}_{T_{gv}}^\rho}{\Delta_{t_{gv}}} + \sum_{n=1}^2 \frac{\mathcal{T}_{B_{gv}^n}^\rho}{\Delta_{B_{gv}^n}} \right] u(p_i), \quad (4.2)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{T_{gv}}^\rho &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) \gamma^\rho (\not{k} + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \\ \mathcal{T}_{B_{gv}^1}^\rho &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L) (-\not{p}_j + m_i) \gamma^\rho, \\ \mathcal{T}_{B_{gv}^2}^\rho &= \gamma^\rho (-\not{p}_i + m_j) (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \end{aligned} \quad (4.3)$$

y

$$\begin{aligned} \Delta_{T_{gv}} &= [(k - p_j)^2 - m_k^2][(k + p_i)^2 - m_k^2][k^2 - m_H^2], \\ \Delta_{B_{gv}^1} &= [(k - p_j)^2 - m_k^2][-p_j^2 - m_i^2][k^2 - m_H^2], \\ \Delta_{B_{gv}^2} &= [(k - p_i)^2 - m_k^2][-p_i^2 - m_j^2][k^2 - m_H^2]. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Debido al hecho de que el acoplamiento  $Hf_i f_j$  es renormalizable, la amplitud del vértice  $tcg^*$  debe estar libre de divergencias ultravioletas. Y así sucede, pues al resolver las integrales utilizando el esquema de reducción de Passarino-Veltman [?] implementado en el programa FeynCalc [?], obtuvimos una amplitud a nivel de un lazo en términos de estructuras de Dirac cuyos coeficientes están dados en términos de las funciones escalares de Passarino-Veltman  $C_0$  y  $B_0$ . Las divergencias ultravioletas que surgen debido a la presencia de las funciones  $B_0$  en dicha amplitud se cancelan algebraicamente al utilizar la identidad de Gordon.

La invarianza de norma se logra al aplicar la identidad de Gordon junto con la ecuación de Dirac. De esta manera, se obtienen los términos de anapolo ( $k^2 \gamma_\mu - \not{k} k_\mu$ ), dipolo magnético ( $\sigma^{\mu\nu} k_\nu$ ) y dipolo eléctrico ( $\gamma_5 \sigma^{\mu\nu} k_\nu$ ), en este caso no se tiene término de monopolo ( $\gamma_\mu$ ) ya que hay transición de sabor. Es así que la amplitud para el vértice  $tcg^*$  la podemos escribir en forma manifiestamente invariante de norma de la siguiente manera

$$\begin{aligned} V^\rho &= (k^2 \gamma^\rho - k^\rho \not{k}) (\mathcal{F}_1^L P_L + \mathcal{F}_1^R P_R) \\ &\quad + i \sigma^{\rho\lambda} k_\lambda (\mathcal{F}_2^L m_j P_L + \mathcal{F}_2^R m_i P_R) \end{aligned}$$

donde  $P_L$  y  $P_R$  son los proyectores de helicidad. Este vértice satisface la identidad de Ward  $V^\rho k_\rho = 0$  y sus factores de forma asociados  $\mathcal{F}_i^{L,R}$  se encuentran libres de divergencias ultravioletas.

## 4.2. Cálculo de las amplitudes a un lazo para el acoplamiento $tcgg$

La contribución del vértice  $Hf_i f_j$  al acoplamiento  $tcgg$  está dada por diagramas de caja, diagramas reducibles y por el diagrama del bosón de Higgs en resonancia, como se muestra en las figuras ??, 4.3 y 4.4, respectivamente.

Cabe señalarse que la contribución del vértice  $Hf_i f_j$  ocurre a nivel de un lazo en los diagramas de las figuras ?? y 4.3, y a nivel de árbol en los diagramas de la Fig. 4.4. Esta última contribución



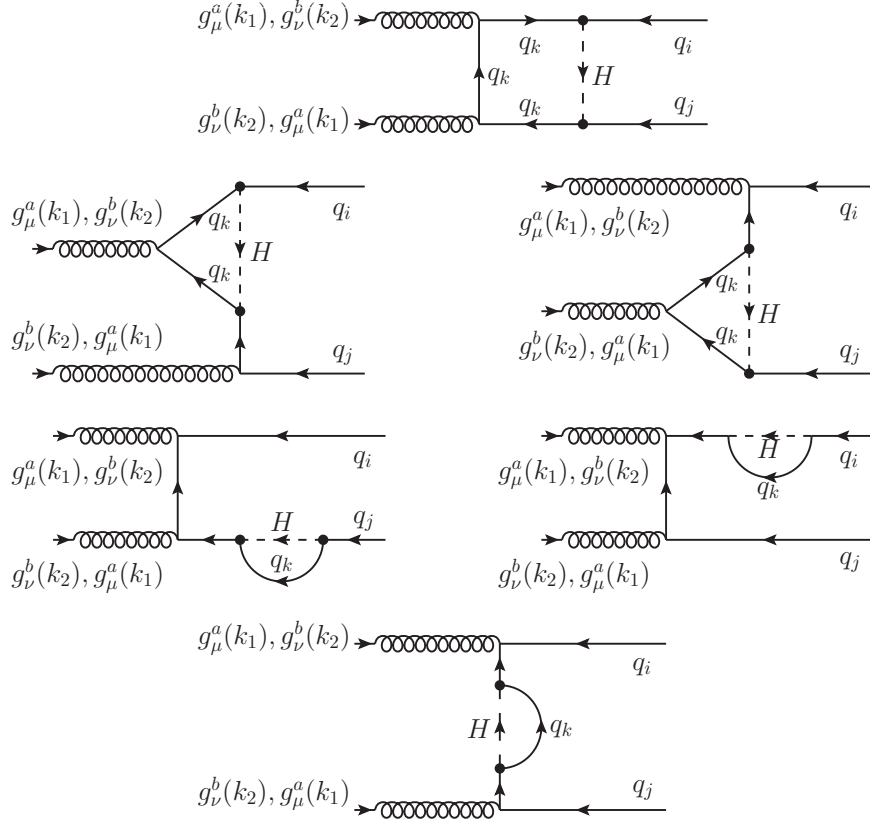


Figura 4.2: Diagramas de caja y reducibles que contribuyen al vértice  $tcgg$ , sin la contribución de la autointeracción del gluon.

puede eventualmente tener un papel determinante debido al efecto de resonancia del bosón de Higgs. Adoptaremos la siguiente convención para la cinemática  $k_1 + k_2 + p_i + p_j = 0$ , donde  $k_{1,2}$  y  $p_{i,j}$  son los cuadrimomentos de los fotones y quarks, respectivamente. Puesto que todas las partículas están en su capa de masa tenemos que  $k_1^2 = k_2^2 = 0$ ,  $p_j^2 = m_j^2$  y  $p_i^2 = m_i^2$ . El resto de la notación se indica en las figuras ??, 4.3 y 4.4. En particular, para nuestro caso  $p_{i,j} = p_{t,c}$ .

Conviene analizar por separado cada conjunto de diagramas. En principio, para los diagramas de la figura ?? podemos escribir la siguiente amplitud

$$\mathcal{M}_{CTB}^{\mu\nu ab} = \mathcal{M}_{CTB_1}^{\nu\mu ba} + \mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab} \quad (4.5)$$

donde  $\mathcal{M}_{CTB_1}^{\nu\mu ba}$  es proporcional a  $\lambda^b \lambda^a$  y  $\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab}$  es proporcional a  $\lambda^a \lambda^b$ . Debido al álgebra que satisfacen las matrices de Gell-Mann (la regla de conmutación dada en la ecuación (??)), la amplitud  $\mathcal{M}_{CTB}^{\mu\nu ab}$  se puede reescribir de tal manera que tenemos un termino que es proporcional a la constante de estructura  $f^{abc}$  (del grupo  $SU(3)$ ) y otro en el cual tenemos el producto  $\lambda^b \lambda^a$ .

Así que, podemos escribir la amplitud correspondiente a los diagramas de las figuras ?? y 4.3, de una manera conveniente, como sigue

$$\mathcal{M}^{\mu\nu ab} = \mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab} + \mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab} + \mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}, \quad (4.6)$$

donde

$$\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab} = \frac{g_s^2}{4} \lambda^b \lambda^a \bar{v}(p_j) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[ \sum_{n=1}^2 \frac{\mathcal{T}_{C_n}^{\mu\nu}}{\Delta_{C_n}} + \sum_{n=1}^4 \frac{\mathcal{T}_{T_n}^{\mu\nu}}{\Delta_{T_n}} + \sum_{n=1}^6 \frac{\mathcal{T}_{B_n}^{\mu\nu}}{\Delta_{B_n}} \right] u(p_i), \quad (4.7)$$

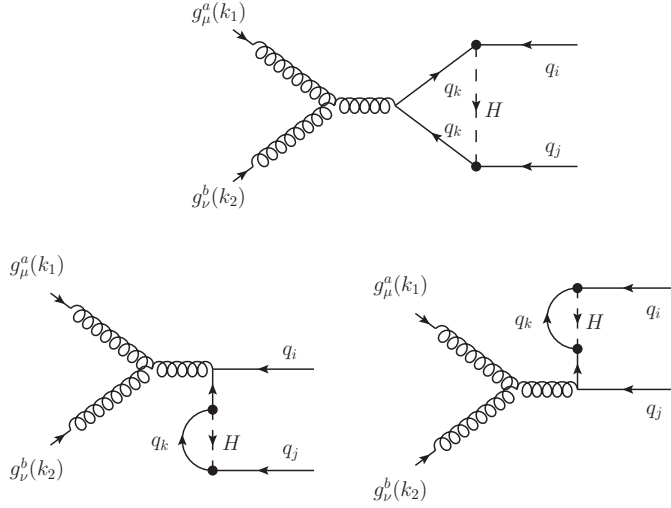


Figura 4.3: Diagramas reducibles que contribuyen al vértice  $tcgg$ , donde interviene la autointeracción del gluon.

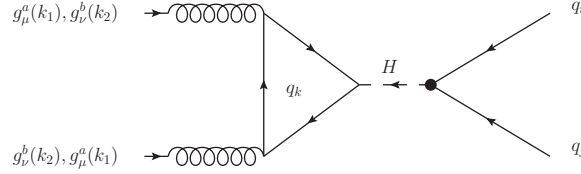


Figura 4.4: Contribución del vértice inducido a un loop del modelo estándar  $Hgg$  al acoplamiento  $tcgg$ .

$$\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab} = \frac{ig_s^2}{2} f^{abc} \lambda^c \bar{v}(p_j) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[ \frac{\mathcal{T}_{C_1}^{\mu\nu}}{\Delta_{C_1}} + \sum_{n=1}^2 \frac{\mathcal{T}_{T_{2n-1}}^{\mu\nu}}{\Delta_{T_{2n-1}}} + \sum_{n=1}^3 \frac{\mathcal{T}_{B_{2n-1}}^{\mu\nu}}{\Delta_{B_{2n-1}}} \right] u(p_i) \quad (4.8)$$

y

$$\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab} = \frac{ig_s^2}{4} f^{abc} \lambda^c \bar{v}(p_j) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[ \frac{\mathcal{T}_{VT}^{\mu\nu}}{\Delta_{VT}} + \sum_{n=1}^2 \frac{\mathcal{T}_{B_{VT}^n}^{\mu\nu}}{\Delta_{B_{VT}^n}} \right] u(p_i). \quad (4.9)$$

En estas expresiones los índices  $\mu, \nu, a$  y  $b$  denotan los índices de Lorentz (letras griegas) y de color, que intervienen en la amplitud, pero necesariamente, no indican, el orden en que aparecen en la forma explícita de dichas amplitudes. Esta convención la tomaremos para el resto de las estructuras que aparecen en dichas amplitudes.

Las diversas estructuras de Dirac que aparecen en las amplitudes  $\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}$  y  $\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab}$  están dadas por

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_{C_1}^{\mu\nu} &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) \gamma^\nu (\not{k} + \not{k}_1 + \not{p}_i + m_k) \gamma^\mu (\not{k} + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \\ \mathcal{T}_{C_2}^{\mu\nu} &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) \gamma^\mu (\not{k} + \not{k}_2 + \not{p}_i + m_k) \gamma^\nu (\not{k} + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \\ \mathcal{T}_{T_1}^{\mu\nu} &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) \gamma^\nu (\not{k} + \not{k}_1 + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L) (\not{k}_1 + \not{p}_i + m_i) \gamma^\mu, \\ \mathcal{T}_{T_2}^{\mu\nu} &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) \gamma^\mu (\not{k} + \not{k}_2 + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L) (\not{k}_2 + \not{p}_i + m_i) \gamma^\nu, \\ \mathcal{T}_{T_3}^{\mu\nu} &= \gamma^\nu (\not{k}_1 + \not{p}_i + m_j) (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} + \not{k}_1 + \not{p}_i + m_k) \gamma^\mu (\not{k} + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \\ \mathcal{T}_{T_4}^{\mu\nu} &= \gamma^\mu (\not{k}_2 + \not{p}_i + m_j) (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} + \not{k}_2 + \not{p}_i + m_k) \gamma^\nu (\not{k} + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_{B_1}^{\mu\nu} &= \gamma^\mu (-\not{p}_j - \not{k}_1 + m_j) \gamma^\nu (\not{p}_i + m_i) (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \\
\mathcal{T}_{B_2}^{\mu\nu} &= \gamma^\nu (-\not{p}_j - \not{k}_2 + m_j) \gamma^\mu (\not{p}_i + m_i) (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} + \not{p}_i + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L), \\
\mathcal{T}_{B_3}^{\mu\nu} &= \gamma^\mu (-\not{p}_j - \not{k}_1 + m_j) (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{k}_1 - \not{p}_j + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L) \\
&\quad \times (-\not{k}_1 - \not{p}_j + m_i) \gamma^\nu, \\
\mathcal{T}_{B_4}^{\mu\nu} &= \gamma^\nu (-\not{p}_j - \not{k}_2 + m_j) (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{k}_2 - \not{p}_j + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L) \\
&\quad \times (-\not{k}_2 - \not{p}_j + m_i) \gamma^\mu, \\
\mathcal{T}_{B_5}^{\mu\nu} &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L) (-\not{p}_j + m_i) \gamma^\nu (\not{k}_1 + \not{p}_i + m_i) \gamma^\mu, \\
\mathcal{T}_{B_6}^{\mu\nu} &= (\omega_{kj} P_R + \omega_{kj}^* P_L) (\not{k} - \not{p}_j + m_k) (\omega_{ik} P_R + \omega_{ik}^* P_L) (-\not{p}_j + m_i) \gamma^\mu (\not{k}_2 + \not{p}_i + m_i) \gamma^\nu,
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
\Delta_{C_n} &= [(k - p_j)^2 - m_k^2][(k + k_n + p_i)^2 - m_k^2][(k + p_i)^2 - m_k^2][k^2 - m_H^2], \\
\Delta_{T_n} &= \begin{cases} [(k - p_j)^2 - m_k^2][(k + k_n + p_i)^2 - m_k^2][(k_n + p_i)^2 - m_i^2][k^2 - m_H^2], & n = 1, 2 \\ [(k_{n-2} + p_i)^2 - m_i^2][(k + k_{n-2} + p_i)^2 - m_k^2][(k + p_i)^2 - m_k^2][k^2 - m_H^2], & n = 3, 4 \end{cases}, \\
\Delta_{B_n} &= \begin{cases} [(p_j + k_n)^2 - m_j^2][p_i^2 - m_i^2][(k + p_i)^2 - m_k^2][k^2 - m_H^2], & n = 1, 2 \\ [(p_j + k_{n-2})^2 - m_j^2][(k - p_j - k_{n-2})^2 - m_k^2][(p_j + k_{n-2})^2 - m_i^2][k^2 - m_H^2], & n = 3, 4 \\ [(k - p_j)^2 - m_k^2][p_j^2 - m_j^2][(k_{n-4} + p_i)^2 - m_i^2][k^2 - m_H^2], & n = 5, 6 \end{cases}.
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Las estructuras de Dirac que aparecen en la amplitud  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  las podemos escribir como

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_{VT}^{\mu\nu} &= \mathcal{T}_{g\nu}^\rho \Gamma_\rho^{\mu\nu}(k_1 k_2), \\
\mathcal{T}_{B_{VT}^1}^{\mu\nu} &= \mathcal{T}_{B_{g\nu}^1}^\rho \Gamma_\rho^{\mu\nu}(k_1 k_2), \\
\mathcal{T}_{B_{VT}^2}^{\mu\nu} &= \mathcal{T}_{B_{g\nu}^2}^\rho \Gamma_\rho^{\mu\nu}(k_1 k_2),
\end{aligned} \tag{4.11}$$

con  $\mathcal{T}_{g\nu}^\rho$ ,  $\mathcal{T}_{B_{g\nu}^1}^\rho$  y  $\mathcal{T}_{B_{g\nu}^2}^\rho$  dados en la ecuación (??), y

$$\Gamma_\rho^{\mu\nu}(k_1 k_2) = \frac{1}{2k_1 \cdot k_2} (g^{\mu\nu} (k_1 - k_2)_\rho - 2(g_\rho^\mu k_1^\nu - g_\rho^\nu k_2^\mu) + (g_\rho^\nu k_1^\mu - g_\rho^\mu k_2^\nu)). \tag{4.12}$$

Además tenemos las siguientes igualdades:  $\Delta_{T_{VT}} = \Delta_{T_{g\nu}}$  y  $\Delta_{B_{VT}} = \Delta_{B_{g\nu}}$ , con  $\Delta_{T_{g\nu}}$  y  $\Delta_{B_{g\nu}}$  dados en la ecuación (??).

Para resolver las integrales, utilizamos el esquema de descomposición tensorial de Passarino-Veltman [?] implementado en el programa FeynCalc [?]. Por lo que la amplitud a nivel de un lazo correspondiente a los diagramas de la figura ?? se puede escribir en términos de los factores de forma que definen esta descomposición. Hemos verificado que dicha amplitud está libre de divergencias ultravioletas al realizar la reducción escalar de dichos factores de forma en términos de funciones escalares  $B_0$ ,  $C_0$  y  $D_0$ . Aunque los diagramas de caja dependen de las funciones  $B_0$ , las cuales poseen los términos divergentes, las divergencias ultravioletas se cancelan entre sí dando como resultado una contribución finita. En contraste, los conjuntos de diagramas de triángulo y burbuja, que generan por sí mismos términos divergentes, cancelan dichas divergencias únicamente si se suman las amplitudes de ambos conjuntos. Esta cancelación de divergencias está muy intrincada debido a que la forma en que dependen las amplitudes de las funciones  $B_0$  es muy complicada. Un problema similar ocurre para el decaimiento  $t \rightarrow cgg$  en el contexto del ME. El problema asociado a esta amplitud es provocado por la contribución del seudobosón de Goldstone asociado con el bosón de norma  $W$  [?]. Los autores de esta referencia verifican numéricamente que sus resultados están libres de divergencias ultravioletas. En nuestro caso, hemos verificado la cancelación de divergencias ultravioletas de manera analítica. Para realizar este análisis, reemplazamos cada una

de las funciones  $B_0$  por su parte divergente, ya que sin importar los argumentos de las funciones  $B_0$ , su parte divergente es la misma, a saber, efectuamos el reemplazamiento  $B_0 \rightarrow \Delta = -1/(D-4)$  en nuestra amplitud con el fin de expresar la parte divergente como un producto de la forma  $FR^{\mu\nu}\Delta$ , con  $F$  una función escalar que depende en forma complicada de las variables cinemáticas y  $R^{\mu\nu}$  un tensor de Lorentz con estructura no trivial. Después de algunas manipulaciones algebraicas no triviales, obtenemos que  $F = 0$ , lo cual muestra que la amplitud está libre de divergencias ultravioletas.

El análisis de la invarianza de norma del vértice  $tcgg$  necesita tratar por separado a las tres amplitudes de la ecuación (??). Primero, se puede demostrar que la amplitud  $\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}$  es invariante de norma, más aun, ésta se puede escribir de forma explícitamente invariante de norma, pero este resultado lo presentaremos en el siguiente capítulo, ya que ahí analizaremos un caso particular de este cálculo. Debido a que la amplitud  $\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}$  es invariante de norma, implica que satisface las identidades de Ward:

$$k_{1\mu}\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}(k_1, k_2) = 0 \quad (4.13)$$

$$k_{2\nu}\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}(k_1, k_2) = 0, \quad (4.14)$$

y también es invariante bajo los intercambios  $k_1 \leftrightarrow k_2$  y  $\mu \leftrightarrow \nu$

$$\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}(k_1, k_2) = \mathcal{M}_{CTB_1}^{\nu\mu ab}(k_2, k_1). \quad (4.15)$$

La amplitud para los diagramas de la figura ?? está dada por la suma  $\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}(k_1, k_2) + \mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab}(k_1, k_2)$  y satisface la simetría de Bose. Para los gluones la simetría de Bose exige que la amplitud debe permanecer invariante bajo los intercambios  $k_1 \leftrightarrow k_2$ ,  $\mu \leftrightarrow \nu$  y  $a \leftrightarrow b$ .

En cuanto a la amplitud  $\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab}$ , partimos con el análisis de finitud. Por lo tanto, aplicamos el mismo procedimiento usado para la amplitud  $\mathcal{M}_{CTB_1}^{\mu\nu ab}$ . De esta forma obtenemos que la amplitud  $\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab}$  también es finita. La contribución del diagrama de caja es finita por sí misma, y al igual que el caso anterior, se deben sumar las contribuciones de los diagramas de triángulo y burbuja para poder cancelar las divergencias ultravioletas, y así obtener una amplitud finita. Del análisis de invarianza de norma para  $\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab}$ , concluimos que ésta no satisface las identidades de Ward por sí misma, así que no es invariante de norma. Esto implica que la suma  $\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab} + \mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  debería ser invariante de norma.

Para la amplitud  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  es sencillo verificar su finitud, esto se debe a que las integrales que aparecen son exactamente las mismas que surgen en la amplitud del vértice  $tcg^*$  (como se vio anteriormente, la amplitud de este vértice es finita), así que la amplitud  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  está libre de divergencias ultravioletas, además satisface simetría de Bose. El análisis de invarianza de norma para la amplitud  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  nos dice que tampoco satisface las identidades de Ward por sí misma, lo cual sostiene la hipótesis del párrafo anterior.

En cuanto a la contribución de los diagramas de la figura 4.4 se sabe que su amplitud, denotada por  $\mathcal{M}_{redH}^{\mu\nu ab}$ , está libre de divergencias ultravioletas y además es invariante de norma, ya que la estructura de Lorentz se genera fundamentalmente por el acoplamiento a un lazo  $Hgg$  del ME, el cual es bien conocido [?]. Consecuentemente, la amplitud total para el acoplamiento  $tcgg$  está libre de divergencias ultravioletas, la cual esta dada por

$$\mathcal{M}_{Tot}^{\mu\nu ab} = \mathcal{M}^{\mu\nu ab} + \mathcal{M}_{redH}^{\mu\nu ab}. \quad (4.16)$$

Retomando el análisis de invarianza de norma para el vértice  $tcgg$ , el único camino que queda por explorar para demostrar que la amplitud  $\mathcal{M}_{Tot}^{\mu\nu ab}$  satisface las identidades de Ward, consiste en verificar que la suma

$$\mathcal{M}_{NGI}^{\mu\nu ab} = \mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab} + \mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}, \quad (4.17)$$

satisface las identidades de Ward. Debido a que estamos analizando el cálculo a nivel de un lazo, en el cual existe una línea fermiónica abierta que atraviesa el lazo, aparecen diversas estructuras de

Dirac y su estudio se torna muy complejo, y a la fecha, aún no se ha podido demostrar invarianza de norma para  $\mathcal{M}_{NGI}^{\mu\nu ab}$ . En dicho análisis se computan  $k_{1\mu}\mathcal{M}_{NGI}^{\mu\nu ab}$  y  $k_{2\nu}\mathcal{M}_{NGI}^{\mu\nu ab}$ , y resulta que se logra cancelar a la mayoría de las estructuras de Dirac que permanecen después de aplicar las contracciones, ya sea porque algunas son invariantes de norma explícitamente y en otras la cancelación se da entre sus coeficientes debido a que se pueden factorizar distintas contribuciones para una misma estructura. Este comportamiento no sucedía si se analizaban las amplitudes  $\mathcal{M}_{CTB_2}^{\mu\nu ab}$  y  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  por separado. Aún falta demostrar que los coeficientes de las estructuras de Dirac que permanecen después de realizar las contracciones sean cero, lo cual no es trivial ya que los coeficientes dependen en forma complicada de las funciones escalares de Passarino-Veltman  $B_0$ ,  $C_0$  y  $D_0$ . Sin embargo, estos coeficientes corresponden a estructuras de Dirac que se pueden relacionar por medio de una identidad de Gordon, así que cabe la posibilidad de que por medio de esta identidad en conjunto con la ecuación de Dirac y las condiciones cinemáticas se logre obtener la invarianza de norma después de algunas manipulaciones algebraicas.

En lo que concierne a la amplitud  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  se tiene otro problema, debido a que en cualquier proceso con dos o más gluones externos la suma sobre polarizaciones  $\sum_{\lambda} \epsilon_{\mu}^*(k, \lambda)\epsilon_{\nu}(k, \lambda) = -g_{\mu\nu}$  debe ser modificada, debido a que se inducen componentes longitudinales [?]. El problema se puede resolver de dos maneras, una forma de hacerlo es al escoger una suma sobre polarizaciones con estados de polarización transversos, la otra es considerar los diagramas de Feynman con los acoplamientos  $g^*u_g u_g$  [?, ?], donde  $u_g$  es el campo fantasma asociado al gluon. Tomando en cuenta que estamos presentando solo el análisis de amplitudes, analizaremos el segundo caso.

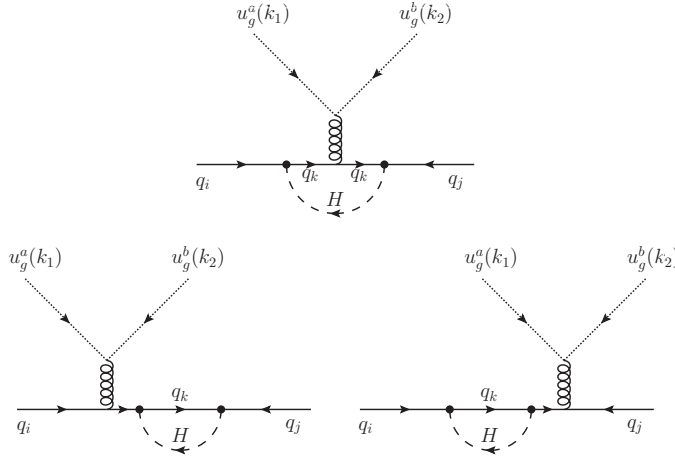


Figura 4.5: Diagramas de Feynman para el acoplamiento  $tcu_g u_g$ .

Para realizar este análisis es conveniente escribir a la amplitud  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  de la siguiente forma

$$\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab} = \mathcal{M}_{VT_1}^{\mu\nu ab} + \mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab}, \quad (4.18)$$

donde  $\mathcal{M}_{VT_1}^{\mu\nu ab}$  se obtiene al considerar solo la contribución de los primeros dos sumandos de  $\Gamma^{\rho\mu\nu}(k_1 k_2)$  (ecuación (??)) y el tercer sumando denota a  $\mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab}$ . Si bien las condiciones de transversalidad  $k_i \cdot \epsilon(k_i, \sigma) = 0$ , con  $i = 1, 2$  nos permiten eliminar el termino  $\mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab}$  en el cálculo de  $\mathcal{M}_{Tot}^{\mu\nu ab}$ , será necesario mantenerlo para el desarrollo este análisis. Al contraer la amplitud  $\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab}$  con los cuadrimentos de los gluones se obtiene

$$\begin{aligned} k_{1\mu}\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab} &= g_s f^{abc} \mathcal{M}^{\rho c} \left( g^{\nu\rho} - \frac{k_2^\nu k_1^\rho}{2k_1 \cdot k_2} \right), \\ k_{2\nu}\mathcal{M}_{VT}^{\mu\nu ab} &= g_s f^{abc} \mathcal{M}^{\rho c} \left( -g^{\mu\rho} + \frac{k_1^\mu k_2^\rho}{2k_1 \cdot k_2} \right), \end{aligned} \quad (4.19)$$

**CAPÍTULO 4. CÁLCULO DE LOS ACOPLAMIENTOS  $TCGG$  Y  $TCG^*$**   
**4.2. CÁLCULO DE LAS AMPLITUDES A UN LAZO PARA EL ACOPLAMIENTO  $TCGG$**

---

donde  $\mathcal{M}^{\rho c}$  es la amplitud del acoplamiento  $tcg^*$  dado en la ecuación (??). Los términos proporcionales a  $k_2^\nu$  y  $k_1^\mu$  presentes en el conjunto de ecuaciones (??), resultan de contraer  $k_1^\mu \mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab}$  y  $k_2^\nu \mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab}$ , respectivamente. El término  $\mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab}$  es precisamente el que nos permite obtener las siguientes identidades de Ward

$$\begin{aligned} k_{1\mu} \mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab} &= -ik_2^\nu \mathcal{S}^{ab}, \\ k_{2\nu} \mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab} &= -ik_2^\mu \mathcal{S}^{ab}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

donde  $\mathcal{S}^{ab}$  es la amplitud asociada a los diagramas de la figura 4.5, el cálculo de esta amplitud se debe hacer en la norma de Feynman-'t Hooft. La amplitud  $\mathcal{S}^{ab}$  se puede escribir de la siguiente forma

$$\mathcal{S}^{ab} = -ig_s f^{abc} \mathcal{M}^{\rho c} \frac{k_1^\rho}{2k_1 \cdot k_2} = ig_s f^{abc} \mathcal{M}^{\rho c} \frac{k_2^\rho}{2k_1 \cdot k_2}. \quad (4.21)$$

De las ecuaciones (??) se obtiene que  $k_{2\nu} k_{1\mu} \mathcal{M}_{VT_2}^{\mu\nu ab} = 0$ , que de acuerdo a la literatura (ver por ejemplo capítulo 9.3 de [?]) es una propiedad exclusiva de teorías no abelianas. Cabe señalar que la contribución de los diagramas de la figura 4.5 no soluciona el problema de invarianza de norma, pues únicamente nos garantiza un comportamiento físico de los observables, a saber, sección eficaz o anchura de decaimiento según sea el caso [?, ?].

## Capítulo 5

# Cálculo de los decaimientos

## $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ y $\mu \rightarrow e\gamma$

Como se puntualizó al inicio del capítulo anterior, a partir de las amplitudes de los acoplamientos  $tcgg$  y  $tcg^*$  se pueden obtener las amplitudes para los decaimientos  $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$  y  $\mu \rightarrow e\gamma$ , ya que los diagramas de Feynman que contribuyen al proceso  $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$  son de la misma naturaleza que los que aparecen en las figuras ?? y 4.4, mientras que los diagramas de Feynman que inducen el decaimiento  $\mu \rightarrow e\gamma$  son esencialmente los mismos que se exhiben en la figura ?. La diferencia con respecto al análisis del capítulo anterior reside en que ahora consideramos fotones en lugar de gluones y el gluon virtual del vértice  $tcg^*$  pasa a ser un fotón real. Por lo tanto, la única regla de Feynman que cambia es la del acoplamiento de los fermiones con el bosón de norma. Analicemos entonces el decaimiento  $\mu \rightarrow e\gamma\gamma$ .

### 5.1. Cálculo de las amplitudes a un lazo para el decaimiento

#### $f_i \rightarrow f_j\gamma\gamma$

Una vez realizados los cambios necesarios en la cinemática del proceso así como en las constantes de acoplamiento, la amplitud total para el decaimiento  $f_i \rightarrow f_j\gamma\gamma$  la podemos escribir como

$$\mathcal{M}^{\mu\nu} = \frac{\alpha}{4\pi} \bar{v}_j(p_j) \left[ \frac{1}{m_W} \Gamma_{CTB}^{\mu\nu} + \frac{g}{2m_W} \Gamma_{ji} \Gamma_{\text{red(H)}}^{\mu\nu} \right] u_i(p_i), \quad (5.1)$$

donde  $\Gamma_{CTB}^{\mu\nu}$  y  $\Gamma_{\text{red(H)}}^{\mu\nu}$  representan la contribución de los diagramas de Feynman dados en las figuras 5.1 y 5.2, respectivamente. Hemos normalizado a la amplitud con la masa del bosón de norma  $W$  ( $m_W$ ). El tensor  $\Gamma_{CTB}^{\mu\nu}$  se puede escribir en términos de once estructuras de norma

$$\Gamma_{CTB}^{\mu\nu} = \sum_{i=1}^{11} (T_{iR}^{\mu\nu} P_R + T_{iL}^{\mu\nu} P_L), \quad (5.2)$$

donde las estructuras de norma satisfacen las condiciones de transversalidad

$$k_{1\mu} T_{iR,L}^{\mu\nu} = 0, \quad (5.3)$$

$$k_{2\nu} T_{iR,L}^{\mu\nu} = 0. \quad (5.4)$$

Los resultados analíticos están organizados de tal manera que la invarianza de norma y la simetría de Bose son explícitas. Las estructuras tensoriales  $T_{iR,L}^{\mu\nu}$  están dadas explícitamente como sigue

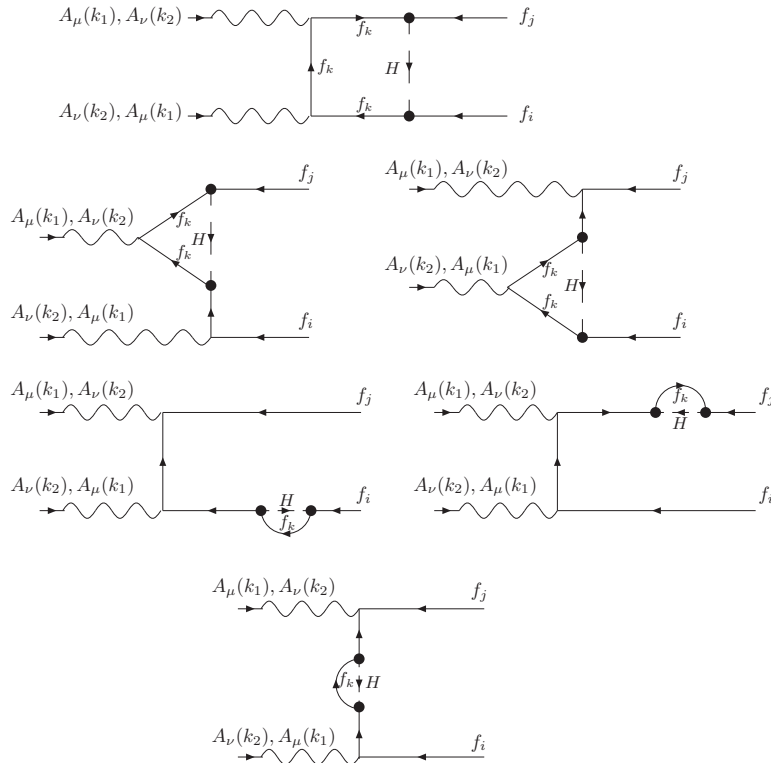


Figura 5.1: Diagramas de caja y reducibles que contribuyen al acoplamiento  $\gamma\gamma f_i f_j$ .

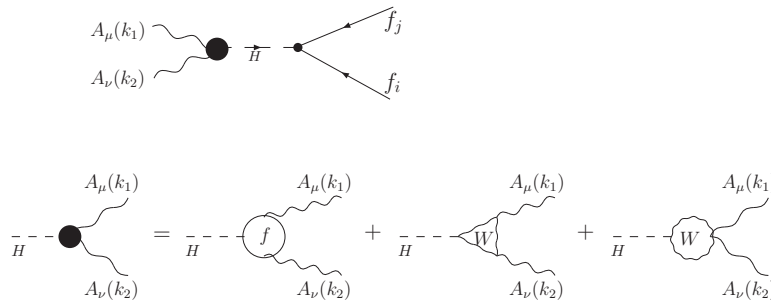


Figura 5.2: Contribución de los vértices  $H\gamma\gamma$  y  $Hf_i f_j$  al acoplamiento  $\gamma\gamma f_i f_j$ .





















(j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_{00}(1)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{00}(2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{00}(3)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{00}(4)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{11}(1)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{11}(2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{11}(3)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{11}(4)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{12}(1)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{12}(2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{12}(3)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{12}(4)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{22}(1)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{22}(2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{22}(3)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$C_{22}(4)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_H^2$	$m_k^2$	$m_k^2$				
$D_{00}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{00}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{12}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{12}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{22}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{22}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{23}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{23}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$

Tabla A.3: Argumentos de las funciones tensoriales de Passarino–Veltman con dos índices.

(j)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$D_{001}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{001}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{002}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{002}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{003}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{003}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{122}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{122}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{222}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{222}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{223}(1)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_1 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$
$D_{223}(2)$	$2k_1 \cdot k_2$	$m_j^2 + h(k_1, k_2)$	$m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j$	0	$m_j^2$	0	$m_k^2$	$m_k^2$	$m_H^2$	$m_k^2$

Tabla A.4: Argumentos de las funciones tensoriales de Passarino–Veltman con tres índices.

$$\begin{aligned}
 F_{5R} = & m_W^2 \left\{ 2\omega_{k_j}^* \omega_{ik} (C_0(3) + 2C_1(5) + C_{11}(3) + 2C_{12}(3) + 2C_2(5) + C_{22}(3) + 2(D_{002}(1) + \right. \\
 & D_{002}(2)) - 2D_{12}(1) k_1 \cdot k_2) + \frac{\omega_{k_j}^* \omega_{ik}}{k_1 \cdot p_j} \left[ 2C_{00}(3) + m_H^2 (C_0(3) + C_1(5) + C_2(5)) - m_k^2 (C_0(3) \right. \\
 & + C_1(5) + C_2(5)) + m_j^2 (C_0(3) + 3C_1(5) + 2C_{11}(3) + 4C_{12}(3) + 3C_2(5) + 2C_{22}(3)) + \\
 & \left. \left. 2(C_{12}(3) + C_2(5) + C_{22}(3)) (k_1 \cdot k_2 + k_2 \cdot p_j) \right] + \frac{1}{m_j (m_j^2 - m_i^2) (m_j^2 - m_i^2 + 2k_2 \cdot p_j)} \right. \\
 & \times \left[ (m_H^2 - m_k^2) (m_j \omega_{k_j}^* \omega_{ik} - m_i \omega_{ik}^* \omega_{k_j}) B_0(i_1) - (m_j \omega_{k_j}^* (2m_i m_k \omega_{ik}^* + (m_j^2 + m_k^2 - \right. \\
 & m_H^2) \omega_{ik}) + (m_i (m_j^2 + m_k^2) \omega_{ik}^* - m_H^2 m_i \omega_{ik}^* + 2m_j^2 m_k \omega_{ik}) \omega_{k_j}) B_0(i_3) + 2m_j (m_j^2 - m_i^2) \\
 & \times (\omega_{ik} (m_H^2 \omega_{k_j}^* (C_0(2) + C_1(4) + C_2(4)) - m_k^2 \omega_{k_j}^* (C_0(2) + C_1(4) + C_2(4)) - m_j m_k \omega_{k_j} \\
 & \times (C_0(2) + C_1(4) + C_2(4)) + m_j^2 \omega_{k_j}^* (C_1(2) + C_{11}(2) + 2C_{12}(2) + C_2(2) + C_{22}(2))) - \\
 & m_i \omega_{ik}^* (m_k \omega_{k_j}^* (C_0(2) + C_1(4) + C_2(4)) + m_j \omega_{k_j} (C_0(2) + C_1(2) + C_1(4) + C_{11}(2) + \\
 & \left. \left. 2C_{12}(2) + C_2(2) + C_2(4) + C_{22}(2))) \right] + \frac{1}{2k_2 \cdot p_j (m_j^2 + 2k_2 \cdot p_j) (m_j^2 - m_i^2 + 2k_2 \cdot p_j)} \right. \\
 & \times \left[ m_j (m_j \omega_{k_j}^* ((m_H^2 - m_j^2 - m_k^2) \omega_{ik} - 2m_i m_k \omega_{ik}^*) + (m_H^2 m_i \omega_{ik}^* - m_i (m_j^2 + m_k^2) \omega_{ik}^* - \right. \\
 & \left. 2m_j^2 m_k \omega_{ik}) \omega_{k_j}) B_0(2) + m_j (m_H^2 - m_k^2) (m_j \omega_{k_j}^* \omega_{ik} - m_i \omega_{ik}^* \omega_{k_j}) B_0(i_1) - 2 (\omega_{k_j}^* \omega_{ik} \right. \\
 & \times (m_j^2 + 2m_k^2 - 2m_H^2) + 2m_i m_k \omega_{ik}^* \omega_{k_j}^* + m_j (m_i \omega_{ik}^* + 2m_k \omega_{ik}) \omega_{k_j}) k_2 \cdot p_j B_0(2) \left. \right] - \\
 & \frac{k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j}{2g(k_1, k_2)} \left[ \omega_{k_j}^* \omega_{ik} (k_1 + k_2) \cdot p_j \left( (m_H^2 - m_k^2) B_0(i_1) + B_0(i_4) (m_j^2 + m_k^2 - m_H^2 + \right. \right. \\
 & \left. \left. 2(k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j)) \right) \right] - \frac{\omega_{k_j}^* \omega_{ik} (m_H^2 B_0(i_0) - (m_H^2 - m_k^2) (B_0(i_1) - 1) - m_k^2 B_0(i_2))}{2k_1 \cdot p_j (k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j)} \\
 & \left. + \frac{\omega_{k_j}^* \omega_{ik} (B_0(i_4) - 2C_{00}(4))}{k_2 \cdot p_j} - \frac{\omega_{k_j}^* \omega_{ik} (m_H^2 - m_k^2 + m_H^2 B_0(i_0) - m_k^2 B_0(i_2))}{(m_j^2 - m_i^2) k_2 \cdot p_j} \right\}, \\
 F_{7R} = & - \frac{2\omega_{k_j}^* \omega_{ik} m_W^4}{k_2 \cdot p_j} \left\{ C_{12}(4) + C_2(6) + C_{22}(4) + 2(D_{122}(1) + D_{122}(2) + D_{223}(1)) k_2 \cdot p_j \right\}, \\
 F_{9R} = & \frac{\omega_{ik} m_W^3}{4} \left\{ 8(m_k \omega_{k_j} (D_2(1) + D_2(2)) - m_j \omega_{k_j}^* (D_{22}(1) + D_{22}(2))) - \frac{1}{g(k_1, k_2)} \left[ (m_H^2 - m_k^2) \right. \right. \\
 & \times m_j \omega_{k_j}^* (k_1 + k_2) \cdot p_j B_0(i_1) + 4(k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j) (m_j^2 + 2(k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j)) \\
 & \times \left( (m_k \omega_{k_j} C_0(4) + m_j \omega_{k_j}^* (C_0(4) + C_1(6) + C_2(6))) k_1 \cdot p_j + (m_k \omega_{k_j} (C_0(3) + C_1(5) + \right. \\
 & C_2(5)) + m_j \omega_{k_j}^* (C_0(3) + 2C_1(5) + C_{11}(3) + 2(C_{12}(3) + C_2(5)) + C_{22}(3))) k_2 \cdot p_j \left. \right) + \\
 & B_0(i_4) (k_1 + k_2) \cdot p_j \left( m_j ((m_j^2 + m_k^2 - m_H^2) \omega_{k_j}^* + 2m_j m_k \omega_{k_j}) + 2(m_j \omega_{k_j}^* + 2m_k \omega_{k_j}) \right. \\
 & \left. \left. \times (k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j) \right) \right] \left. \right\},
 \end{aligned}$$


---

$$\begin{aligned}
 F_{11R} &= \frac{\omega_{kj}^* \omega_{ik} m_W^2}{4 k_1 \cdot p_j} \left\{ 2 (B_0(i_4) - B_0(i_2) - m_H^2 C_0(3) + m_k^2 C_0(3) - m_j^2 (C_0(3) + 2 (C_1(5) + C_2(5))) \right. \\
 &\quad \left. - 2 C_2(5) k_1 \cdot k_2) - 4 (C_0(3) + C_1(5) + C_1(i_0) + C_2(5) - 2 D_{00}(1) + 2 D_1(1) k_1 \cdot k_2) k_1 \cdot p_j - \right. \\
 &\quad \left. 4 C_2(5) k_2 \cdot p_j + \frac{1}{k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j} \left[ m_H^2 B_0(i_0) - (m_H^2 - m_k^2) (B_0(i_1) - 1) - m_k^2 B_0(i_2) \right] \right\}, \\
 F_{13R} &= \frac{m_W^2}{4} \left\{ \frac{\omega_{kj}^* \omega_{ik} B_0(i_4)}{k_1 \cdot p_j} \left[ \frac{m_k^2 - m_H^2}{m_j^2 + 2 (k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j)} - 1 \right] + 4 \omega_{kj}^* \omega_{ik} (C_1(i_0) - 2 D_{00}(1) - \right. \\
 &\quad C_2(1)) + \frac{1}{k_1 \cdot p_j} \left[ \frac{(m_H^2 - m_k^2) \omega_{kj}^* \omega_{jk} B_0(i_1)}{m_j^2 + 2 (k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j)} + \frac{1}{m_j} \left[ m_j \omega_{kj}^* \omega_{ik} \left( B_0(1) + \frac{2 (m_H^2 - m_k^2)}{m_j^2 - m_i^2} \right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{2 m_H^2 m_j \omega_{kj}^* \omega_{ik} B_0(i_0)}{m_j^2 - m_i^2} + \frac{1}{m_j^2 - m_i^2} \left( (m_k^2 - m_H^2) (m_j \omega_{kj}^* \omega_{ik} - m_i \omega_{ik}^* \omega_{kj}) B_0(i_1) - 2 m_j \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times (m_j^2 - m_i^2 + m_k^2) \omega_{kj}^* \omega_{ik} B_0(i_2) + (m_j \omega_{kj}^* (2 m_i m_k \omega_{ik}^* + (m_j^2 + m_k^2 - m_H^2) \omega_{ik})) + (m_i \omega_{ik}^* \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \times (m_j^2 + m_k^2) - m_H^2 m_i \omega_{ik}^* + 2 m_j^2 m_k \omega_{ik}) \omega_{kj} \right) B_0(i_3) \right] + \frac{1}{m_i (m_i^2 - m_j^2 - 2 k_1 \cdot p_j)} \left( m_j (m_i \right. \\
 &\quad \left. \times \omega_{kj}^* ((m_H^2 - m_i^2 - m_k^2) \omega_{ik} - 2 m_i m_k \omega_{ik}^*) - m_j ((m_i^2 + m_k^2) \omega_{ik}^* - m_H^2 \omega_{ik}^* + 2 m_i m_k \omega_{ik}) \right. \\
 &\quad \left. \times \omega_{kj} \right) B_0(1) - (m_j^2 - m_i^2) (m_H^2 - m_k^2) \omega_{ik}^* \omega_{kj} B_0(i_1) + m_i (2 m_j (m_i^2 - m_j^2) \omega_{kj}^* \omega_{ik} B_0(i_2) + \\
 &\quad (m_j \omega_{kj}^* (2 m_i m_k \omega_{ik}^* + (m_j^2 + m_k^2 - m_H^2) \omega_{ik})) + (2 m_j^2 m_k \omega_{ik} - m_H^2 m_i \omega_{ik}^* + m_i (m_j^2 + m_k^2) \\
 &\quad \times \omega_{ik}^*) \omega_{kj} \right) B_0(i_3) - 2 m_j (m_j^2 - m_i^2) (\omega_{ik} (m_H^2 \omega_{kj}^* C_0(1) - m_k^2 \omega_{kj}^* C_0(1) - 2 \omega_{kj}^* C_{00}(1) - \\
 &\quad m_j m_k \omega_{kj} C_0(1) + m_j^2 \omega_k^* C_1(1)) + m_i^2 \omega_{kj}^* \omega_{ik} C_2(1) - m_i \omega_{jk}^* (m_k \omega_{kj}^* C_0(1) + m_j \omega_{kj} (C_0(1) + \\
 &\quad C_1(1) + C_2(1))) \left. \right) \left. \right) + \frac{m_j^2 (m_H^2 - m_k^2) \omega_{jk}^* \omega_{kj} (B_0(1) - B_0(i_1))}{m_i (m_j^2 + 2 k_1 \cdot p_j)} + 2 (m_i \omega_{ik}^* (m_k \omega_{kj}^* + m_j \omega_{kj}) \\
 &\quad + \omega_{ik} (m_k (m_k \omega_{kj}^* + m_j \omega_{kj}) - m_H^2 \omega_{kj}^*)) m_j C_0(1) + 4 m_j \omega_{kj}^* \omega_{ik} C_{00}(1) + 4 m_j \omega_{kj}^* \omega_{ik} C_{00}(3) \\
 &\quad \left. \left. - 2 m_j^2 (m_j \omega_{kj}^* \omega_{ik} - m_i \omega_{ik}^* \omega_{kj}) C_1(1) + 2 m_j m_i (m_j \omega_{ik}^* \omega_{kj} - (m_i \omega_{kj}^* \omega_{ik})) C_2(1) \right] \right\}, \\
 F_{15R} &= -2 \omega_{kj}^* \omega_{jk} m_W^4 (D_{12}(1) + D_{23}(1)), \\
 F_{17R} &= -\frac{\omega_{kj}^* \omega_{jk} m_W^4 (C_{12}(3) + C_2(5) + C_{22}(3) - 2 D_{12}(1) k_1 \cdot p_j)}{k_1 \cdot p_j}, \\
 F_{19R} &= \frac{\omega_{jk} m_W^3}{8 k_1 \cdot p_j} \left\{ 4 (m_k \omega_{kj} C_0(3) + m_j \omega_{kj}^* (C_0(3) + C_1(5) + C_2(5))) + 8 (m_k \omega_{kj} D_0(1) - m_j \omega_{kj}^* \right. \\
 &\quad \left. \times D_2(1)) k_1 \cdot p_j + \frac{k_1 \cdot p_j k_2 \cdot p_j}{g(k_1, k_2)} \left[ m_j (m_H^2 - m_k^2) \omega_{kj}^* B_0(i_1) + B_0(i_4) (m_j ((m_j^2 + m_k^2 - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. m_H^2) \omega_{kj}^* + 2 m_j m_k \omega_{kj}) + 2 (m_j \omega_{kj}^* + 2 m_k \omega_{kj}) (k_1 \cdot k_2 + (k_1 + k_2) \cdot p_j) \right] \right\}, \\
 F_{21} &= \frac{8 m_W^2}{2 k_1 \cdot k_2} \left( 3 + \frac{2 k_1 \cdot k_2}{2 m_W^2} + 6 m_W^2 \left( 1 - \frac{2 k_1 \cdot k_2}{2 m_W^2} \right) C_0(i) \right) - \\
 &\quad Q_t^2 N_{ct} \frac{8 m_t^2}{2 k_1 \cdot k_2} (2 + (4 m_t^2 - 2 k_1 \cdot k_2) C_0(II)). \tag{A.1}
 \end{aligned}$$



# Bibliografía

- [1] Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Gauge theory of elementary particle physics, Oxford University Press, Walton Street, Oxford, (1991).
- [2] M. E. Peskin and D. V. Schroeder, An introduction to quantum field theory, Addison-Wesley P. C. (1996).
- [3] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963); M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. **49**, 652 (1973).
- [4] Elizabeth Jenkins, Phys. Rev. **D56**, 458 (1997).
- [5] R Decker, M. Nowakowski and A. Pilaftsis, Z. Phys. **C 57**, 339 (1993); G. Mahlon and S. J. Parke, Phys. Lett. **B 334**, 394 (1995).
- [6] G. Eilam, M. Frank and I. Turan, Phys. Rev. **D73**, 053011 (2006); G. Eilam, M. Frank and I. Turan, Phys. Rev. **D74**, 035012 (2006).
- [7] J. L. Díaz-Cruz, R. Martínez, M. A. Pérez and A. Rosado, Phys. Rev. **D41**, 891 (1999).
- [8] B. Mele and S. Petrarca, Phys. Lett. **B435**, 401 (1999).
- [9] M. E. Loke and M. J. Savage, Phys. Lett. **B307**, 387 (1993); D. Atwood, L. Reina and A. Soni, Phys. Rev. **D53**, 1199 (1996); Phys. Rev. Lett. **75**, 3800 (1995); E. O. Iltan, Phys. Rev. **D67**, 015004 (2003); W. S. Hou, Phys. Lett. **296**, 179 (1992); J. L. Díaz-Cruz, M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, Phys. Rev. **D60**, 115014 (1999); D. Atwood, L. Reina and A. Soni, Phys. Rev. **D55**, 3156 (1997).
- [10] G. M. de Divitiis, R. Petronzio, L. Silvestrini, Nucl. Phys. Rev. **B504**, 45 (1997); J. L. Lopez, D. V. Nanopoulus, R. Rangrajan, Phys. Rev. **D56**, 3100 (1997); C. S. Li, R. J. Oakes, J. M. Yang, Phys. Rev. **D49**, 293 (1994); J. Yang, C. S. Li, Phys. Rev. **D49**, 3412 (1994); G. Couture, C. Hamzaoui, H. Konig, Phys. Rev. **D52**, 1713 (1995); G. Couture, M. Frank, H. Konig, Phys. Rev. **D56**, 4213 (1997); Jun-jie Cao, Zhao-hua Xiong, Jin Min Yang, Nucl. Phys. **B651**, 87 (2003); Jin Jun Liu, Chong Sheng Li, Li Lin Yang, Li Gang Jin, Phys. Lett. **B 599**, 92 (2004).
- [11] J. M. Yang, C. S. Li, Phys. Rev. **D49**, 3412 (1994); J. M. Yang, B. -L. Young, X. Zhang, Phys. Rev. **D58**, 055001 (1998); G. Eilam, A. Gemintern, T. Han, J. M. Yang, X. Zhang, Phys. Lett. **B510**, 227 (2001).
- [12] Chong-xing Yue, Gong-ru Lu, Qing-jun Xu, Guo-li Liu, Guang-ping Gao, Phys. Lett. **B508**, 290 (2001); J. A. Aguilar-Saavedra, B. M. Nobre, Phys. Lett. **B553**, 251 (2003); Gong-ru Lu, Fu-rong Yim, Xue-lei Wang, Ling-de Wan, Phys. Rev. **D68**, 015002 (2003); R. Gaitan, O. G. Miranda and L. G. Cabral-Rosetti, Phys. Rev. **D72**, 034018 (2005).

- [13] R. Becker-Szendy *et al.*, Phys. Rev. D **46**, 3720 (1992); Y. Fukuda *et al.*, Phys. Lett. B **335**, 237 (1994); Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998); H. Sobel, Nucl. Phys. B, Proc. Suppl. **91**, 127 (2001); M. Ambrossio *et al.*, Phys. Lett. B **566**, 35 (2003); Y. Ashie *et al.*, Phys. Rev. D **71**, 112005 (2005); W. W. M. Allison *et al.*, Phys. Rev. D **72**, 052005 (2005); P. Adamson *et al.*, Phys. Rev. D **73**, 072002 (2006).
- [14] T-P. Cheng and L-F. Li, Phys. Rev. D **16**, 1425 (1977); B. W. Lee and R. E. Shrock, Phys. Rev. D **16**, 1444 (1977).
- [15] E. Arganda and M. J. Herrero, Phys. Rev. D **73**, 055003 (2006).
- [16] J. I. Aranda, F. Ramírez-Zavaleta, J. J. Toscano and E. S. Tututi, Phys. Rev. D **78**, 017302 (2008).
- [17] T. P. Cheng and M. Sher, Phys. Rev. D **35**, 3484 (1987).
- [18] M. Sher and Y. Yuan, Phys. Rev. D **44**, 1461 (1991).
- [19] J. L. Díaz-Cruz and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **62**, 116005 (2000).
- [20] A. Cordero-Cid, G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **72**, 117701 (2005).
- [21] A. Mondragón, M. Mondragón and E. Peinado, Phys. Rev. D **76**, 076003 (2007).
- [22] J. L. Díaz-Cruz, R. Noriega-Papaqui and A. Rosado, Phys. Rev. D **69**, 095002 (2004); Phys. Rev. D **71**, 015014 (2005).
- [23] Adriana Cordero-Cid, M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **70**, 074003 (2004); F. J. Tlachino, Efectos de violación CP sobre el vértice HWW via fluctuaciones cuánticas de sectores de Yukawa extendidos, tesis de licenciatura, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, diciembre de 2007; J. I. Aranda, F. Ramírez-Zavaleta, J. J. Toscano and E. S. Tututi, Phys. Rev. D **78**, 017302 (2008); C. Pagliarone, A. Fernandez and J. J. Toscano, arXiv:0802.1949 [hep-ph].
- [24] W. Buchmuller and D. Wyler, Nucl. Phys. **B268**, 621 (1986); J. Wudka, Int. J. Mod. Phys. **A9**, 2301 (1994);
- [25] Adriana Cordero-Cid, J. M. Hernández, G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, Phys. Rev. D **73**, 094005 (2006).
- [26] J. I. Aranda, A. Flores-Tlalpa, F. Ramírez-Zavaleta, F. J. Tlachino, J. J. Toscano and E. S. Tututi, Phys. Rev. D **79**, 093009 (2009).
- [27] J. I. Aranda, F. Ramírez-Zavaleta, F. J. Tlachino, J. J. Toscano and E. S. Tututi, en proceso.
- [28] Ver por ejemplo, S. Dawson *et al.*, *The Higgs Hunter Guide* (Addison-Wesley, New York, 1990).
- [29] Ver por ejemplo, J. Hernández-Sánchez, C. G. Honorato, F. Procopio, G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, Phys. Rev. **75**, 073017 (2007) y referencias dada allí.
- [30] Para una amplia discusión de las propiedades electromagnéticas de un bosón vectorial con un contenido de carga eléctrica arbitrario, ver G. Tavares-Velasco and J. J. Toscano, J. Phys. **G30**, 1299 (2004).
- [31] J. L. Díaz-Cruz, R. Noriega-Papaqui and A. Rosado, Phys. Rev. D **69**, 095002 (2004); Phys. Rev. D **71**, 015014 (2005).
- [32] J. L. Feng, T. Moroi, H. Murayam and E. Schnapka, Phys. Rev. D **57**, 5875 (1998).

- [33] I. Dorsner and S. M. Barr, Phys. Rev. **D65**, 095004 (2002).
- [34] G. Passarino and M. J. G. Veltman, Nucl. Phys. **B160**, 151 (1979).
- [35] R. Mertig, M. Bohm and A. Denner, Comput. Phys. Commun. **64**, 345 (1991).
- [36] Ver por ejemplo, J. F. Gunion, H. E. Haber, G. Kane, and S. Dawson, *The Higgs Hunter's Guide*, 2nd ed., Frontiers in Physics Vol. 80 (Addison-Wesley, Reading MA, 1990).
- [37] R. Cutler and D. Sivers, Phys. Rev. D **17**, 196 (1978); R.D. Field, "Applications of Perturbative QCD", Perseus Books, Chapter 7 (1989).
- [38] C. Pagliarone, A. Fernandez and J. J. Toscano, arXiv:0802.1949 [hep-ph]; A. Fernández, C. Pagliarone, F. Ramírez-Zavaleta and J. J. Toscano, submitted to Phys. Rev. D.
- [39] C. Amsler *et al.* (Particle Data Group), Phys. Lett. B 667, 1 (2008).
- [40] A. Heister *et al.* (ALEPH Collaboration), Phys. Lett. B 526, 191 (2002); J. Abdallah *et al.* (DELPHI Collaboration), Eur. Phys. J. C 32, 145 (2004); P. Achard *et al.* (L3 Collaboration), Phys. Lett. B 517, 319 (2001); G. Abbiendi *et al.* (OPAL Collaboration), Eur. Phys. J. C 26, 479 (2003); R. Barate *et al.* (ALEPH Collaboration, DELPHI Collaboration, L3 Collaboration, OPAL Collaboration and LEP Working Group for Higgs Boson Search), Phys. Lett. B 565, 61 (2003).