



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

VARIACIÓN DE LA PRUEBA DE HARTMANN PARA
EVALUAR SISTEMAS ÓPTICOS

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Dulce Guadalupe Medina Calderón

Asesorada por

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez

Dr. W. Fermín Guerrero Sánchez

Director de Tesis:

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez

Puebla Pue.
Noviembre de 2024



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

VARIACIÓN DE LA PRUEBA DE HARTMANN PARA
EVALUAR SISTEMAS ÓPTICOS

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Dulce Guadalupe Medina Calderón

Asesorada por

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez

Dr. W. Fermín Guerrero Sánchez

Director de Tesis:

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez

Puebla Pue.
Noviembre de 2024

TÍTULO: VARIACIÓN DE LA PRUEBA DE HARTMANN
PARA EVALUAR SISTEMAS ÓPTICOS

ESTUDIANTE:DULCE GUADALUPE MEDINA CALDERÓN

COMITÉ

Dr. Cruz Meneses Fabian
Presidente

Dra. Barbara Emma Sánchez Rinza
Secretario

Dr. José Rubén Conde Sánchez
Vocal

Dra. Marcela Maribel Mendez Otero
Suplente

Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez
Asesor

Dr. W. Fermín Guerrero Sánchez
Co-Asesor

Agradecimientos

Al finalizar esta etapa tan significativa en mi vida, quiero expresar mi más profundo y sincero agradecimiento a todas las personas que, de una u otra manera, han sido parte fundamental de este proceso.

En primer lugar, a mi mamá, María Calderón, por su amor incondicional, su apoyo constante y su confianza en mis capacidades. Gracias por estar siempre a mi lado, incluso en los momentos más difíciles, y por brindarme la fuerza necesaria para seguir adelante. A mis hermanos, Juanita, José Juan, Maribel y Eliseo, por su constante apoyo.

Quiero extender mis agradecimientos a mis asesores, Dr. Carlos Robledo Sánchez y Dr. W. Fermín Guerrero Sánchez. Su orientación experta, paciencia y dedicación han sido fundamentales en el desarrollo de este trabajo. Agradezco profundamente el tiempo que me han brindado y la confianza que depositaron en mí. Sus enseñanzas no solo han sido académicas, sino también lecciones de vida que llevo conmigo.

A mis amigos, quienes han sido una fuente constante de apoyo y alegría. Gracias por estar ahí en los momentos complicados, por compartir risas y por hacer que este camino fuera más llevadero.

También deseo agradecer a todos los profesores y compañeros en la facultad que, a lo largo de estos años, contribuyeron a mi formación académica y personal. Sus consejos, debates y enseñanzas han enriquecido mi experiencia y han dejado una huella imborrable en mí.

Gracias a todos, de corazón.

Índice general

Resumen	IX
Introducción	XI
Planteamiento del problema	XIII
Objetivos	XV
0.1. Objetivo general	XV
0.2. Objetivos específicos	XV
1. Antecedentes	1
1.1. Frente de onda	1
1.2. Aberraciones ópticas	3
1.2.1. Aberraciones Esférica	3
1.2.2. Coma y Astigmatismo	4
1.3. Algoritmo en MATLAB para el análisis de aberraciones	4
2. Metodología	7
2.1. Diseño de la investigación	7
2.1.1. Enfoque teórico y experimental	7
2.1.2. Proceso de integración de la prueba de Hartmann en el análisis de aberraciones ópticas	7
2.2. Análisis de aberraciones ópticas	9
2.2.1. Aberraciones Transversales	9
2.2.2. Polinomios y coeficientes de Seidel	10
2.3. Implementación de la prueba de Hartmann	12
2.3.1. Evaluación a partir de dos hartmanngramas	14
2.3.2. Recuperación de coeficientes de aberración	15
2.4. Diseño computacional para la medición de aberraciones ópticas	18
2.4.1. Simulación de hartmanngrama	18
3. Implementación de herramientas computacionales y experimentales para la evaluación de aberraciones	21
3.1. Evaluación de hartmanngramas simulados	21
3.2. Procedimiento experimental	24
3.3. Equipos y tecnología utilizada	26
4. Recolección y procesamiento de datos	29
4.1. Recolección de datos	29
4.2. Procesamiento y análisis de datos	29

5. Resultados	31
5.1. Prueba con hartmanngramas simulados	31
5.1.1. Simulación de hartmanngrama	31
5.1.2. Calcular coeficientes de aberración	33
5.2. Pruebas con hartmanngramas tomados experimentalmente	35
6. Discusión	41
7. Conclusiones	43
A. Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la variación en la prueba de Hartmann	45
A.1. Simulación de hartmanngramas bajo condiciones específicas	45
A.2. Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración	49
A.3. Lectura de pantalla de hartmanngramas experimentales	57
Bibliografía	61

Resumen

La evaluación de aberraciones ópticas es esencial para mejorar la calidad en sistemas ópticos, lo que destaca la importancia de desarrollar métodos precisos para esta tarea. La prueba de Hartmann, en particular, ofrece gran precisión al evaluar las desviaciones del frente de onda, las cuales reflejan aberraciones que afectan la calidad de las imágenes. Mediante el análisis de los desplazamientos angulares de los rayos que atraviesan las aperturas de la pantalla de Hartmann, es posible identificar las aberraciones presentes en el sistema óptico.

El presente trabajo tiene como objetivo desarrollar una variante de dicha prueba e implementar esta a un algoritmo basado en la prueba de Hartmann a través de MATLAB con la finalidad de analizar los hartmanngramas resultantes en dos posiciones diferentes, denominadas z_{o1} y z_{o2} (antes y después del foco) de un frente de onda que cuenta con aberraciones y realizar una evaluación de estas en el sistema óptico.

Este algoritmo brinda la posibilidad de calcular las aberraciones ópticas utilizando polinomios de Seidel y recuperar la función de aberración de datos simulados así como de datos experimentales.

La reconstrucción de la función de aberración usando la prueba de Hartmann siguió dos caminos: uno de simulación y el otro experimental. en simulación se generó un algoritmo en MATLAB para simular hartmanngramas y recuperar los coeficientes usados en la simulación. En la parte experimental, se armó un arreglo óptico para obtener con una CCD los hartmanngramas de los cuales se obtuvo la función de aberración.

Al realizar las pruebas simuladas y experimentales, se implementa un algoritmo para reconstruir la función de aberración y recuperar los coeficientes de aberración, revelando diferencias entre las coordenadas esperadas y reconstruidas, esto debido al muestreo y al ruido experimental. Aunque los coeficientes recuperados son similares, pequeñas desviaciones en las aberraciones se atribuyen a la interpolación y calibración. El algoritmo de MATLAB para recuperar las aberraciones se realizó mediante el procedimiento de ortogonalización de Gram-Schmidt que sirve para ortogonalizar polinomios no ortogonales.

Los detalles del algoritmo se muestran en el desarrollo de la tesis.

Palabras clave: *Frente de onda, Hartmanngrama, Aberraciones ópticas, Polinomios de Seidel, Función de aberración*

Introducción

La presente tesis se centra en el desarrollo y aplicación de la prueba de Hartmann, mediante una variación realizada en ella para evaluar aberraciones en sistemas ópticos, integrando fundamentos teóricos y herramientas computacionales para el análisis de hartmanngramas.

La prueba de Hartmann es importante para la evaluación de aberraciones en sistemas ópticos porque permite detectar y analizar las deformaciones del frente de onda mediante un análisis preciso de hartmanngramas. A través del algoritmo computacional, este método facilita la reconstrucción de funciones de aberración y el cálculo de coeficientes que describen las desviaciones del frente de onda, incluso en condiciones de ruido. Además, los algoritmos permiten optimizar procesos, aumentando así la precisión y eficiencia en la detección y corrección de desviaciones comunes. Esto es especialmente valioso en aplicaciones donde la calidad óptica es una prioridad, como telescopios, microscopios y sistemas láser.

Los resultados mostraron que la prueba de Hartmann, apoyada en el procesamiento computacional en MATLAB, permite una reconstrucción precisa de la función de aberración y de los coeficientes de aberración, a pesar de algunas pequeñas desviaciones causadas por el muestreo y el ruido experimental. Esto confirma la efectividad del método para identificar aberraciones comunes y optimizar las condiciones experimentales para reducir errores.

Planteamiento del problema

El estudio de la recuperación del frente de onda, así como el análisis de las aberraciones en los sistemas ópticos han sido el principal motivo para la implementación de pruebas como es la de Hartmann, esta prueba ha demostrado ser una valiosa herramienta para el análisis y corrección de las distorsiones en estos sistemas.

La técnica utilizada en la prueba de Hartmann se fundamenta en la obtención de los hartmanngramas, que es una imagen distorsionada de la pantalla por efecto de las aberraciones, lo cual posibilita la identificación del frente de onda y el análisis de sus respectivas desviaciones. No obstante, un problema que presenta la prueba de Hartmann es el de medir las aberraciones transversales en el foco. Cuando las deformaciones son pequeñas es difícil distinguir las aberraciones en el sistema, por ello, en este trabajo el plano de detección se realiza con dos hartmanngramas fuera de foco, uno antes y uno después. A este procedimiento le hemos llamado "Variación de la prueba de Hartmann".

Con el método propuesto vemos que teóricamente el tomar un hartmanngrama antes de foco y uno después de foco hace más sensible a la prueba de Hartmann. Existe otra prueba que mide las aberraciones mediante mediciones de intensidad antes y después de foco y que utiliza la ecuación de transporte de irradiancia. En el futuro estamos interesados en conectar la propuesta nuestra con la ecuación de transporte de irradiancia.

Objetivos

0.1. Objetivo general

Aplicar una variación en la prueba de Hartmann para llevar a cabo la recuperación de información del sistema óptico en relación a las desviaciones del frente de onda a través de algoritmos computacionales.

0.2. Objetivos específicos

- Analizar la base teórica de la prueba de Hartmann estudiando cómo esta técnica detecta y mide aberraciones ópticas al realizar la obtención de las desviaciones de los rayos de luz en el hartmanngrama. Esto permitirá comprender la relación entre las desviaciones de los rayos y las aberraciones en determinado sistema óptico.
- El desarrollo de un método computacional en MATLAB para simular y procesar hartmanngramas generados por el sistema óptico, facilitando el análisis de las desviaciones del haz incidente en la pantalla de Hartmann.
- Métodos numéricos para la recuperación de la función de aberración y de los coeficientes de aberración estableciendo una relación entre las desviaciones en el hartmanngrama y las aberraciones ópticas del sistema, con enfoque en minimizar errores de discretización y cálculo.
- Verificar el procedimiento a través de pruebas simuladas y experimentales: analizando la exactitud del método en la detección de aberraciones ópticas habituales como astigmatismo, coma y aberración esférica.
- Simulaciones de sistemas ópticos con diferentes grados y tipos de aberración, que validen el método empleado en la detección precisa de aberraciones comunes.
- La evaluación del desempeño computacional y la exactitud del algoritmo principal bajo distintas condiciones.

Capítulo 1

Antecedentes

El método de Hartmann, desarrollado originalmente por Johannes Franz Hartmann en 1900, se diseñó para analizar la calidad óptica de los telescopios a través de la medición de la desviación de rayos de luz. Hartmann ideó una máscara con agujeros colocada en frente de una lente o espejo, lo que permitía proyectar puntos de luz en una pantalla detrás del sistema óptico, y analizar las desviaciones de los puntos con respecto a sus posiciones ideales para identificar aberraciones en el sistema (Muños 2011).

Otra prueba relacionada a la medición de desviaciones es la prueba de Ronchi, la cual es una prueba de visualización de deformaciones que permite identificar aberraciones en la superficie de un sistema óptico, tales como astigmatismo, coma o irregularidades en la curvatura. La técnica es útil principalmente para la inspección cualitativa de superficies y la comparación con la forma ideal de la superficie o el frente de onda (Malacara 2007).

Una variante más actual conocida de la prueba de Hartmann es el llamado Hartmann-Shack, esto puesto que Shack propuso en 1970 la colocación de lentes en los orificios, lo que aumentó la precisión de captación de luz de la máscara y, con los puntos enfocados, redujo los efectos perturbadores de difracción de los agujeros. En 1971 se fabricó por primera vez un conjunto de lentes para este fin (Tyson, 2022).

La utilización de métodos numéricos y técnicas computacionales ha aumentado significativamente la habilidad para medir y corregir dichas aberraciones. En este contexto, los progresos en algoritmos computacionales como MATLAB han posibilitado la creación de algoritmos capaces de analizar enormes volúmenes de información, imitando la prueba de Hartmann y ofreciendo respuestas exactas para la detección y arreglo de las aberraciones en sistemas. Estos avances son fundamentales en sistemas contemporáneos en los que la nitidez de la imagen es esencial, como en el campo de la astronomía, la oftalmología y la tecnología biomédica (Malacara 2007).

El examen minucioso de los hartmanngramas a través de algoritmos no solo permite identificar las aberraciones sino también calcular su influencia en la imagen definitiva, sugiriendo correcciones potenciales para aumentar el rendimiento de los sistemas ópticos específicos.

1.1. Frente de onda

El frente de onda representa una superficie que es perpendicular a los rayos de luz que se propagan. Si un sistema óptico es perfecto, el frente de onda debería ser esférico o plano (figura 1.1), dependiendo de si la luz se está enfocando o propagando a través del sistema sin alteraciones.

Cualquier desviación del frente de onda respecto a su forma ideal indica la presencia de aberraciones ópticas (Hecht 1998).

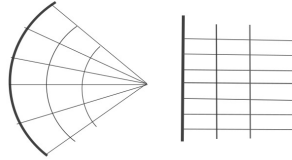


Figura 1.1: Frente de onda esférico y plano respectivamente

El frente de onda se define como una superficie que puede expresarse matemáticamente como una función de tres variables. La forma específica de esta función varía según el sistema de coordenadas utilizado para su representación (Mejía 2011).

Cuando los rayos de luz incidentes atraviesan una superficie compleja, o mejor dicho, que no es homogénea, el frente de onda al pasar por este medio presentará deformaciones, como se muestra en la siguiente figura:

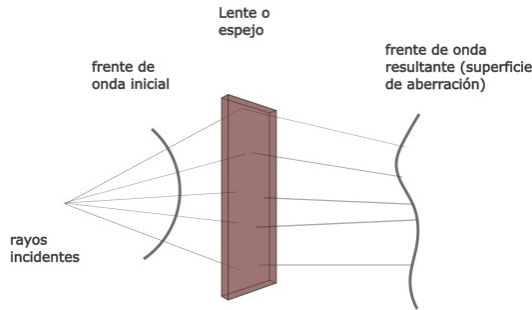


Figura 1.2: Frente de onda en un lente con aberraciones

Para una onda plana, el frente de onda es un plano que se mueve en la dirección de la propagación de la onda. Si una onda plana viaja en la dirección z , la ecuación de onda se puede simplificar en términos de una función dependiente de z , t :

$$\psi(z, t) = A \cos(kz - \omega t + \phi) \quad (1.1)$$

Siendo un plano perpendicular a la dirección de z .

Para una onda esférica, el frente de onda es una serie de esferas concéntricas que se expanden desde el origen de la onda. En este caso, la ecuación de onda tiene una solución que depende de la distancia radial R desde el origen:

$$\psi(r, t) = \frac{A}{r} \cos(kr - \omega t + \phi) \quad (1.2)$$

Cuando hablamos de un frente de onda aberrado lo representamos con " W ", W será la diferencia entre el frente de onda ideal (sin aberraciones) y el frente de onda real (que presenta aberraciones) (Hecht 1998).

1.2. Aberraciones ópticas

Las denominadas imágenes ideales son aquellas que al incidir los rayos de luz procedentes de una fuente puntual P en una lente, estos convergen en un mismo punto denominado P_0 , así mismo los frentes de onda, procedentes de esta fuente puntual, atravesarán el lente y llegarán como frentes de onda esféricos convergiendo en este mismo punto P_0 (Kinglake 2010).

Por consiguiente, las aberraciones ópticas (W) son distorsiones en el frente de onda que ocurren cuando la luz pasa a través de un sistema óptico imperfecto, como una lente o un espejo. Estas aberraciones desvían los rayos de luz, causando que el frente de onda se deforme, de manera que no todos los rayos de la imagen convergerán en P_0 , haciendo que el frente de onda no sea esférico, lo que en consecuencia afecta la calidad de la imagen.

Hay dos tipos de aberraciones: Aberraciones cromáticas y aberraciones monocromáticas, enfocándonos en esta última, tenemos los subtipos como la inclinación, aberración esférica, coma, desenfoque y astigmatismo, las cuales crean una imagen confusa (Hecht 1998).

De manera que las aberraciones ópticas se refieren a las desviaciones que ocurren entre el frente de onda real y el frente de onda ideal.

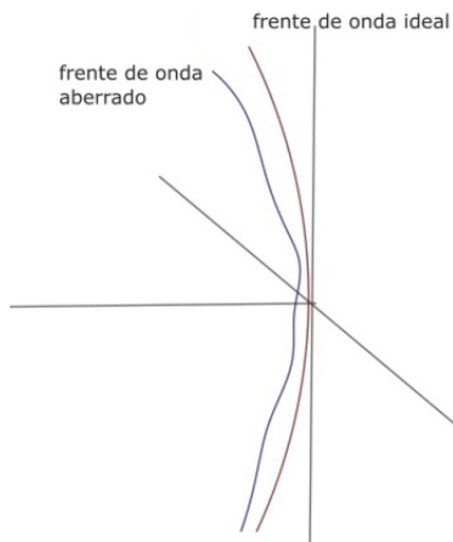


Figura 1.3: Aberración de frente de onda

1.2.1. Aberraciones Esférica

La aberración esférica se produce cuando los rayos de luz que atraviesan las áreas periféricas de una lente esférica o de un espejo no se concentran en el mismo punto focal que los rayos que pasan por el centro.

Específicamente, los rayos periféricos se enfocan en un punto diferente que los rayos cercanos al eje óptico, lo que resulta en una distribución del foco a lo largo del eje en lugar de un único punto nítido. Existen dos tipos de aberración esférica, la longitudinal y la transversal. La variación de aberración esférica dependerá de la distancia del objeto y la forma del lente (Hecht 1998).

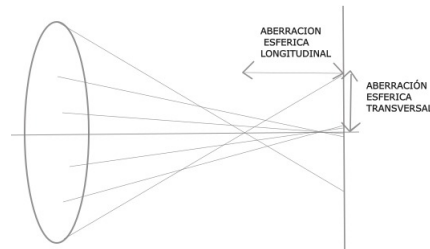


Figura 1.4: aberración esférica

1.2.2. Coma y Astigmatismo

La coma es una aberración que provoca el deterioro de la imagen. Se asocia con un punto objeto fuera del eje, aún si este está a una corta distancia. En lugar de un punto nítido, la imagen puede aparecer como un cometa, de ahí su nombre. La coma será positiva cuando los rayos marginales (los rayos que pasan al borde del lente) se enfoquen en un punto alejado del eje mientras que los rayos centrales se enfocan cerca del eje y será negativa cuando pase de forma viceversa (Hecht 1998).

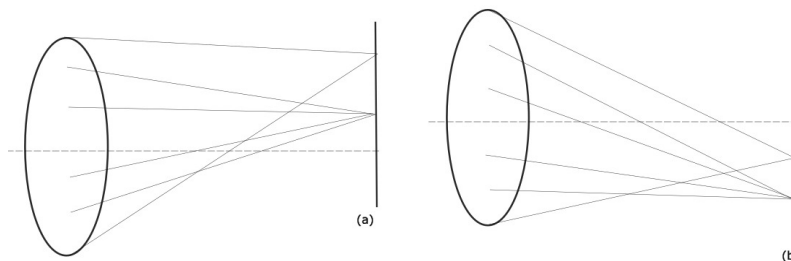


Figura 1.5: Coma positiva (a) coma negativa (b)

El astigmatismo aparece cuando la curvatura de la lente o el espejo no es la misma en todas las direcciones. Esto significa que los rayos de luz provenientes de diferentes planos focales no convergen en el mismo punto, lo que provoca una distorsión en la imagen. Como resultado, los objetos puntuales en la realidad se ven como manchas alargadas en diferentes direcciones, dependiendo de la posición del observador (Hecht 1998).

1.3. Algoritmo en MATLAB para el análisis de aberraciones

La recuperación de aberraciones ópticas en MATLAB mediante la prueba de Hartmann se basa en el análisis de los datos obtenidos en la pantalla de observación. Este patrón consiste en puntos de luz generados al pasar un frente de onda a través de un sistema óptico. Para identificar las aberraciones, se comparan las posiciones de estos puntos con sus posiciones ideales, calculando las desviaciones que reflejan las aberraciones presentes en el sistema.

En MATLAB se pueden ajustar modelos matemáticos a estas desviaciones utilizando sus herramientas, lo que permite optimizar los coeficientes que describen las aberraciones. Una vez realizado el ajuste polinomial, se suman las contribuciones de cada término para reconstruir la función de

aberración del frente de onda, lo que proporciona una representación de cómo afectan las aberraciones la calidad del sistema óptico.

Finalmente, las herramientas gráficas de MATLAB permiten visualizar la superficie de aberración reconstruida y los coeficientes de aberración, facilitando así el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos.

Capítulo 2

Metodología

2.1. Diseño de la investigación

2.1.1. Enfoque teórico y experimental

El enfoque teórico se basará en modelos matemáticos que describen la propagación de la luz, su frente de onda y la caracterización de aberraciones ópticas mediante la prueba de Hartmann. Se realizará un análisis de la propagación del frente de onda, así como de las aberraciones ópticas, incluyendo aberración esférica, coma, astigmatismo, desenfoque e inclinación en x , y .

El objetivo principal será recuperar la información de los hartmanngramas y modelar la función de aberración, utilizando polinomios de Seidel que representen los diferentes tipos de aberración en el sistema óptico.

Por otro lado, en el enfoque experimental el principal objetivo será en el desarrollo y diseño del algoritmo en MATLAB para evaluar sistemas ópticos, analizando las aberraciones en estos y realizando las respectivas simulaciones para generación de los hartmanngramas y la recuperación de información de la función de aberración y sus coeficientes, esto con el fin de realizar una comparativa para comprobar la eficiencia del algoritmo, para después realizar este procedimiento con imágenes reales.

Para validar las bases teóricas, se realizarán pruebas experimentales donde se desconocen los valores de las aberraciones en el sistema óptico, así como los datos de la pantalla de Hartmann. Por medio del ajuste polinomial se determinarán los coeficientes de aberración. Además, se evaluarán las limitaciones del sistema, de medición y del procesamiento de datos, incluyendo un análisis del ruido experimental, errores de medición y su capacidad para la reconstrucción de información.

2.1.2. Proceso de integración de la prueba de Hartmann en el análisis de aberraciones ópticas

1. Generación del Hartmanngrama

- La prueba de Hartmann consiste en una matriz de puntos u hoyos dispuestos de forma regular que se coloca pegada a la superficie de prueba o también llamada pupila de salida del sistema óptico.
- Cuando el frente de onda interactúa con la pantalla de Hartmann se genera un conjunto de haces luminosos que forman cerca del foco una imagen llamada hartmanngrama. De

manera que cada punto detectado corresponde a un rayo del frente de onda que ha pasado específicamente por alguno de los agujeros en la pantalla de Hartmann.

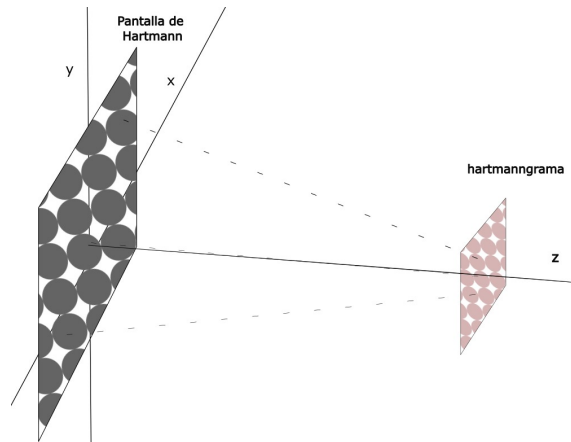


Figura 2.1: Prueba de Hartmann

2. Medición de desviaciones

- Posteriormente se miden las desviaciones resultantes con respecto a una posición de referencia inicial, que idealmente correspondería a un frente de onda sin aberraciones. Las irregularidades que se presentan son debidas a las aberraciones ópticas en el sistema.
- Las desviaciones resultantes en los puntos del hartmanngrama proporcionan información sobre el frente de onda en cada punto de la pantalla.

3. Simulación y validación con MATLAB

- En esta parte se elaborará un código a través de MATLAB para realizar las simulaciones que ayuden a validar el método y herramientas matemáticas utilizadas, así como analizar la precisión del proceso de recuperación de la función de aberración y los coeficientes de aberración.
- El software realizado permitirá generar hartmanngramas simulados y evaluar el desempeño del análisis de aberraciones ópticas.

4. Recuperación de los coeficientes de aberración

- A partir de hartmanngramas experimentales, se realizará un análisis detallado para identificar las características ópticas del sistema.
- Detección de las aberraciones ópticas mediante polinomios de Seidel. Estos polinomios describen las aberraciones comunes, como coma, astigmatismo, esférica, y servirán como base para la caracterización de la recuperación de los coeficientes de aberración.

2.2. Análisis de aberraciones ópticas

2.2.1. Aberraciones Transversales

Las aberraciones transversales, las cuales se representan como T_{Ax} y T_{Ay} con respecto a cada uno de los ejes, representan el desplazamiento que surge en los rayos en el plano de la imagen provocado por las aberraciones, como se muestra en la figura 2.2, donde el círculo representa la posición ideal del rayo y la cruz el rayo con aberración.

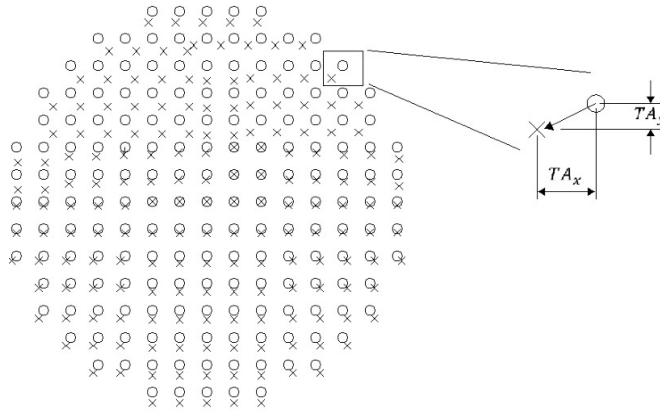


Figura 2.2: Aberraciones Transversales (Gantes, 2015)

Las aberraciones transversales están relacionadas con las derivadas parciales de la aberración en el frente de onda $W(x, y)$, considerando a (Malacara 2007):

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{-T_{Ax}}{R} \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = \frac{-T_{Ay}}{R} \quad (2.2)$$

Donde:

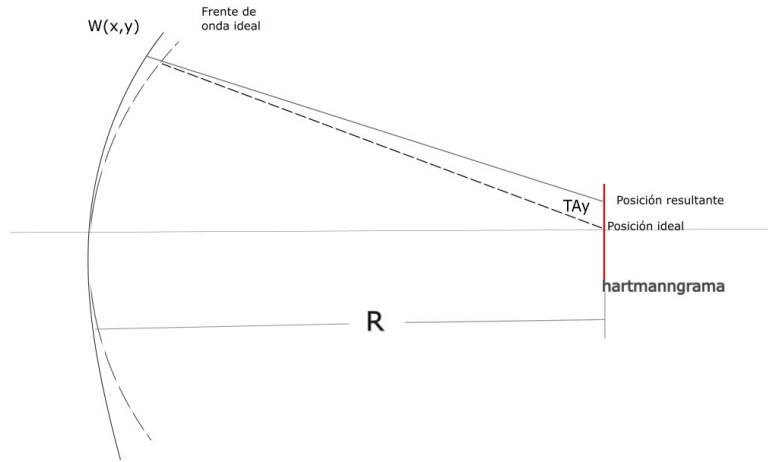


Figura 2.3: Aberración transversal y frente de onda

Si el frente de onda converge en un mismo punto, lo que significaría ausencia de aberración, el hartmanngrama es un punto ubicado en R.

Al contrario si W es diferente de 0, existe aberración y el hartmanngrama tiene una estructura con el cual se puede medir experimentalmente las aberraciones transversales.

Para el proceso de recuperación de W se siguen dos métodos:

- Por integración
- Ajuste polinomial

En esta tesis no usamos el método de integración sino el ajuste polinomial ya que es el método con menos error. (Malacara 2007)

2.2.2. Polinomios y coeficientes de Seidel

Desde una perspectiva matemática, la representación explícita de la aberración del frente de onda se expresa mediante una ecuación que puede incluir múltiples términos (teóricamente, un número infinito de términos). En un sistema de coordenadas cartesianas, esta ecuación adopta una forma general (Mejía 2011):

$$W(x, y) = a_{00} + a_{10}x + a_{01}y + a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 + a_{21}x^2y + a_{12}xy^2 + \dots a_{mn}x^m y^n \quad (2.3)$$

Los coeficientes a_{mn} con $m=1,2,3,\dots$ $n=1,2,3,\dots$ son números reales que a su vez determinan cada uno de los monomios $x^m y^n$, cada uno de estos monomios representa una superficie que a su vez esta determinada por los coeficientes.

Los monomios x y y representan inclinaciones en los ejes respectivamente, el monomio x^2 y y^2 , representan paraboloides cilíndricos, por otra parte el monomio xy reproduce una forma más compleja denominada "silla de montar".

Un polinomio está formado por varios monomios, el orden de estos estará determinado por la suma de $m+n$.

Por tanto, para un monomio de orden uno, dos y tres respectivamente:

$$\begin{aligned}
 W(x, y) &= a_{10}x + a_{01}y \\
 W(x, y) &= a_{11}xy + a_{20}x^2 + a_{02}y^2 \\
 W(x, y) &= a_{21}x^2y + a_{12}xy^2 + a_{30}x^3 + a_{03}y^3
 \end{aligned}$$

Donde el orden uno representa la inclinación en x y y, el orden dos el desenfoque representado $a_{20}x^2 + a_{02}y^2$ y astigmatismo representado por $a_{11}xy$ y el orden tres la coma representada con $a_{21}x^2y + a_{12}xy^2$ y la aberración esférica con $a_{30}x^3 + a_{03}y^3$.

Los polinomios de Seidel sirven para representar las aberraciones ópticas de un sistema en términos de una serie de funciones (x,y), de manera que cada polinomio representa un tipo específico de aberración.

Los polinomios de Seidel los representaremos en base al orden de polinomios mencionados con anterioridad, los denotaremos como como $U_j(x, y)$ tal como en la figura 2.4.

j	U (x, y)	$\partial U/\partial x$	$\partial U/\partial y$
1	x	x	0
2	y	0	y
3	$x^2 + y^2$	2x	2y
4	$x^2 + 3y^2$	2x	6y
5	$y(x^2 + y^2)$	2xy	$x^2 + 3y^2$
6	$(x^2 + y^2)^2$	$4x(x^2 + y^2)$	$4y(x^2 + y^2)$

Figura 2.4: Polinomios de Seidel en coordenadas cartesianas

Donde:

- j(1) y j(2) corresponde inclinación en x, y
- j(3) corresponde a desenfoque
- j(4) corresponde a astigmatismo
- j(5) corresponde a la coma
- j(6) corresponde a aberración esférica

Los coeficientes de Seidel denotados como S son un conjunto de parámetros que describen a estas aberraciones ópticas, tendremos que cada coeficiente corresponde a un tipo de aberración.

Por tanto, a partir de estos polinomios tendremos una función de aberración $W(x, y)$ que en términos de los polinomios de Seidel podemos expresar matemáticamente como:

$$W(x, y) = S_1W_1 + S_2W_2 + S_3W_3 + \dots \tag{2.4}$$

Donde cada S_n representa el coeficiente debido a una aberración específica.

2.3. Implementación de la prueba de Hartmann

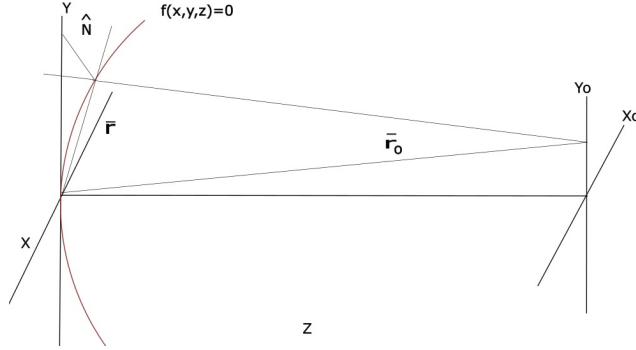


Figura 2.5: Diagrama de la prueba de Hartmann

A partir de la figura 2.5 sea (x, y) el centro de la subpupila de la pantalla de Hartmann, y (x_0, y_0) es el centro de las coordenadas del hartmanngrama. Entonces el hartmanngrama es el conjunto de N puntos (x_{0i}, y_{0i}) obtenidos a partir de la ecuación vectorial $\vec{r}(x, y)$ de la recta que pasa por el punto en la pantalla de Hartmann y el vector $\vec{r}_o(x_0, y_0)$ en el hartmanngrama, con dirección del gradiente $\widehat{N} = \frac{(\frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial f}{\partial z})}{M}$, donde M es el modulo de \widehat{N} .

El frente de onda $f(x,y,z)=0$ estaría definido por una esfera deformada por $W(x, y)$, centrada en $z= R$, de la forma:

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + (z - R)^2 - (R - W)^2$$

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + (z - R)^2 - (R - W)^2 = 0$$

Con la cual tendremos la ecuación vectorial de la recta que pasa por los puntos \vec{r} y \vec{r}_o , donde $\vec{r} - \vec{r}_o = t\widehat{N}$.

Entonces tenemos:

$$x - x_o = tN_x$$

$$y - y_o = tN_y$$

$$z - z_o = tN_z$$

Despejando t :

$$t = \frac{z - z_o}{N_z}$$

Sustituyendo :

$$x - x_o = (z - z_o)\left(\frac{N_x}{N_z}\right) \tag{2.5}$$

$$y - y_o = (z - z_o)\left(\frac{N_y}{N_z}\right) \tag{2.6}$$

Siendo $z_o \gg z$.

Necesitamos determinar los valores de $\left(\frac{N_x}{N_z}\right)$ y $\left(\frac{N_y}{N_z}\right)$.

Tomando la función del frente de onda aberrada, respecto a la derivada en x,y,z, respectivamente y siendo $R \gg z$:

$$\begin{aligned} N_x &= 2x + 2(R - W) \frac{\partial W}{\partial x} \\ N_y &= 2y + 2(R - W) \frac{\partial W}{\partial y} \\ N_z &= 2(z - R) \end{aligned}$$

Siendo $R \gg W$, se obtiene:

$$\begin{aligned} N_x &= 2x + 2R \frac{\partial W}{\partial x} \\ N_y &= 2y + 2R \frac{\partial W}{\partial y} \\ N_z &= -2R \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} \left(\frac{N_x}{N_z}\right) &= -\left(\frac{x}{R} + \frac{\partial W}{\partial x}\right) \\ \left(\frac{N_y}{N_z}\right) &= -\left(\frac{y}{R} + \frac{\partial W}{\partial y}\right) \end{aligned}$$

Sustituyendo en las ecuaciones 2.5 y 2.6, y como $z_o \gg z$:

$$\begin{aligned} x - x_o &= z_o \left(\frac{x}{R} + \frac{\partial W}{\partial x}\right) \\ y - y_o &= z_o \left(\frac{y}{R} + \frac{\partial W}{\partial y}\right) \end{aligned}$$

Finalmente:

$$x_0 = x \left(1 - \frac{z_0}{R}\right) - z_0 \left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) \quad (2.7)$$

$$y_0 = y \left(1 - \frac{z_0}{R}\right) - z_0 \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right) \quad (2.8)$$

Siendo z_0 la posición donde es tomado el hartmanngrama. Si $z_0 = R$ entonces x_0 y y_0 son las aberraciones transversales. De manera que cuando $z_0 = R$, $x_0 = T_{Ax}$ y $y_0 = T_{Ay}$

También tenemos que cuando $z_0 = R$ las ecuaciones 2.7 y 2.8 terminan siendo:

$$x_0 = -R \left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) = T_{Ax} \quad (2.9)$$

$$y_0 = -R \left(\frac{\partial W}{\partial y}\right) = T_{Ay} \quad (2.10)$$

2.3.1. Evaluación a partir de dos hartmanngramas

En las ecuaciones anteriores para (x_o, y_o) el sistema coordenado esta centrado en la pantalla de Hartmann. Si ahora colocamos el sistema coordenado centrado en la cámara CCD, que es el dispositivo que tomará las imágenes, las ecuaciones de x_o y y_o cambian.

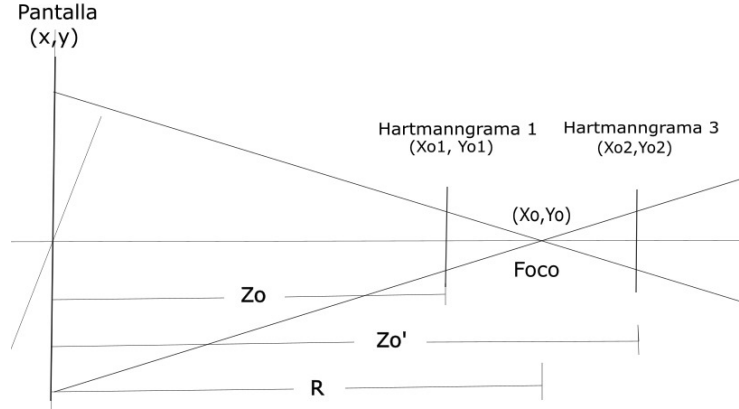


Figura 2.6: Sistema a partir de la evaluación de dos hartmanngramas

Ahora supongase que contamos con un sistema el cual tiene dos hartmanngramas en la posición z_o y z'_o , como señala la Figura 2.6, en este sistema nosotros desconocemos los valores del punto (x_o, y_o) que corresponden al punto focal y los valores de (x, y) que corresponden a la pantalla, por la ecuación 2.7 y 2.8 podemos deducir los siguientes cálculos para el hartmanngrama tomado en z_o y z'_o :

$$z_o = R - \Delta z \quad z'_o = \Delta z + R$$

Por tanto:

$$x(z_o) = x\left(1 - \frac{R - \Delta z}{R}\right) - (R - \Delta z)\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) \quad x(z'_o) = x\left(1 - \frac{\Delta z + R}{R}\right) - (R + \Delta z)\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)$$

Esto es:

$$x(z_o) = -\frac{\Delta z}{R}x - R\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) + \Delta z\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) \quad (2.11)$$

$$x(z'_o) = \frac{\Delta z}{R}x - R\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) - \Delta z\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) \quad (2.12)$$

Con el propósito de conocer los valores (x_o, y_o) en el foco del sistema, sumaremos $x(z_o)$ y $x(z'_o)$, así tenemos que:

$$x(z_o) + x(z'_o) = -2R\frac{\partial W}{\partial x} \quad (2.13)$$

Y de la misma manera para los valores de y:

$$y(z_o) + y(z'_o) = -2R\frac{\partial W}{\partial y} \quad (2.14)$$

Lo que es igual a:

$$x(z_o) + x(z'_o) = 2(T_{Ax}) \quad (2.15)$$

$$y(z_o) + y(z'_o) = 2(T_{Ay}) \quad (2.16)$$

Se puede ver en las ecuaciones 2.11 y 2.12 que la suma nos da el doble de las ecuaciones en 2.7 y 2.8, dándonos el doble de la aberración transversal Tx, Ty.

De esta manera comprobamos que es posible realizar una recuperación de Tx, Ty, las cuales deben medirse en el foco del sistema. Siendo de utilidad medir la información en dos planos simétricos del foco.

Para conocer los valores (x,y) de pantalla se realiza la resta de $x(z'_o)$ y $x(z_o)$:

$$x(z'_o) - x(z_o) = 2\frac{\Delta z}{R}x - 2\Delta z\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right) \quad (2.17)$$

De la suma anterior en la ecuación 2.13 podemos despejar:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \frac{x(z'_o) + x(z_o)}{-2R}$$

Sutituyendo en la ecuación 2.17:

$$\begin{aligned} x(z'_o) - x(z_o) &= 2\frac{\Delta z}{R}x + 2\Delta z\left(\frac{x(z_o) + x(z'_o)}{2R}\right) \\ \frac{1}{2}\left[x(z'_o)\left(\frac{R}{\Delta z} - \frac{\Delta z}{\Delta z}\right) - x(z_o)\left(\frac{\Delta z}{\Delta z} + \frac{R}{\Delta z}\right)\right] &= x \\ \frac{1}{2\Delta z}\left[x(z'_o)(R - \Delta z) - x(z_o)(R + \Delta z)\right] &= x \end{aligned}$$

y como sabemos que:

$$z_o = R - \Delta z \quad z'_o = \Delta z + R$$

Por tanto:

$$x = \frac{x(z'_o)z_o - x(z_o)z'_o}{2\Delta z} \quad (2.18)$$

Y de la misma manera tenemos y:

$$y = \frac{y(z'_o)z_o - y(z_o)z'_o}{2\Delta z} \quad (2.19)$$

De esta manera es que podemos recuperar las coordenadas (x,y) de la pantalla.

2.3.2. Recuperación de coeficientes de aberración

Debido a estas ecuaciones es posible simular hartmanngramas en el plano z_o . Para esto, aplicando la función $W(x, y)$ en termino de los k polinomios de Seidel $U_j(x, y)$, tendremos:

$$W(x, y) = \sum_{j=1}^k w_j U_j(x, y) \quad (2.20)$$

De manera que:

$$\frac{\partial W}{\partial x} = \sum_{j=1}^k w_j \frac{\partial U_i(x, y)}{\partial x} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} = \sum_{j=1}^k w_j \frac{\partial U_i(x, y)}{\partial y} \quad (2.22)$$

Donde w_j son los coeficientes de aberración en dicha función.

Entonces sustituyendo las ecuaciones 2.7 y 2.8 tendremos que las coordenadas en (x_0, y_0) de un hartmanngrama simulado, son:

$$x_0 = x(1 - \frac{z_0}{R}) - z_0 \sum_{j=1}^k w_j (\frac{\partial U_j}{\partial x}) \quad (2.23)$$

$$y_0 = y(1 - \frac{z_0}{R}) - z_0 \sum_{j=1}^k w_j (\frac{\partial U_j}{\partial y}) \quad (2.24)$$

Lo cual para $R = z_0$, se obtiene que:

$$x_0 = -R \sum_{j=1}^k w_j (\frac{\partial U_j}{\partial x}) = Tx \quad (2.25)$$

$$y_0 = -R \sum_{j=1}^k w_j (\frac{\partial U_j}{\partial y}) = Ty \quad (2.26)$$

De manera independiente sabemos que $Tx = Tx(w_j, Tx)$, es decir, es función de los coeficientes de w_j y de los datos experimentales Tx, de la misma manera para Ty, $Ty = Ty(w_j, Ty)$.

Cada una de las ecuaciones Tx o Ty aparecen independientes, con esto nos referimos a que para un coeficiente w_j de aberración es el mismo tanto para Tx como para Ty, pero si utilizamos solo Tx el ajuste nos arrojará un valor diferente del ajuste que realicemos con Ty. Nosotros sabemos que debemos obtener solo un mismo dato, para lograr esto es necesario construir una función vectorial \mathbf{H} que tenga tanto la información de Tx, como de Ty, de la siguiente forma:

$$\mathbf{H} = H(Tx, Ty)$$

La cual forma la ecuación vectorial H, que representa a un hartmanngrama como un conjunto discreto de datos:

$$H = (\frac{-Tx}{R}, \frac{-Ty}{R}) \quad (2.27)$$

De aquí podemos deducir que

$$\frac{-Tx}{R} = \frac{\partial W}{x} \quad (2.28)$$

$$\frac{-Ty}{R} = \frac{\partial W}{y} \quad (2.29)$$

Siendo:

$$W(x, y) = \sum_{j=1}^k w_j U_j(x, y) \quad (2.30)$$

Para lograr obtener la recuperación de los coeficientes de aberración es necesario llevar a cabo una ortogonalización de las parciales $(\frac{\partial W}{\partial x})$ y $(\frac{\partial W}{\partial y})$, pero no es posible llevar a cabo una ortogonalización por separado debido a que los errores incrementarían, dado que necesitamos obtener un solo dato.

Y a partir de la ecuación 2.21 sabemos que:

$$\left(\frac{-Tx}{R}, \frac{-Ty}{R}\right) = \sum_{j=1}^k w_j \left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}\right) \quad (2.31)$$

Siendo una ecuación vectorial construida con las aberraciones transversales Tx, Ty juntas.

El principal objetivo al realizar la evaluación de los hartmanngramas es poder obtener los coeficientes de aberración y la función de aberración, por ello, para evaluar el hartmanngrama de manera simultanea en (x,y) generamos una función a partir del conjunto de polinomios que denominaremos F_j , tendremos que la ecuación H en términos de la sumatoria de los k filtros F_j , donde F_j corresponde a:

$$F_j = \left(\frac{\partial U}{\partial x}, \frac{\partial U}{\partial y}\right) \quad (2.32)$$

Entonces la función vectorial H queda representada como:

$$H = \sum_{j=1}^k w_j F_j \quad (2.33)$$

Nosotros necesitamos despejar los coeficientes w_j , para ello es necesario realizar la multiplicación por un F_k , obteniendo:

$$\sum_{i=1}^k H_i F_{ki} = \sum_{j=1}^k w_j \sum_{i=1}^k F_{ji} F_{ki} \quad (2.34)$$

Debido a que los polinomios F_j son no ortogonales es necesario llevar a cabo la matriz de covarianza, expresada de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^N F_{ji} \cdot F_{ki} \quad (2.35)$$

La sumatoria se realiza sobre los N puntos de datos que componen al hartmanngrama. Al realizar la ortogonalización de Gram-Schmidt obtendremos la ecuación del hartmanngrama H ortogonalizada:

$$H = \sum_{j=1}^k v_j V_j \quad (2.36)$$

Donde v_j son los coeficientes y V_j los polinomios ortogonalizados.

En consecuencia los coeficientes de aberración ortogonales v_j están determinados por:

$$v_j = \sum_{j=1}^k H \cdot V_j \quad (2.37)$$

Al realizar una evaluación tanto en x como en y nos permite tener un sistema más exacto, donde el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas.

Ahora, al ser ortogonales por la ecuación 2.34, podemos obtener que:

$$w_k = \sum_{j=1}^k H \cdot V_j \quad (2.38)$$

Para entonces reconstruir los coeficientes de aberración.

2.4. Diseño computacional para la medición de aberraciones ópticas

Se utilizan varias implementaciones de código en MATLAB para el diseño computacional enfocado en la evaluación de aberraciones ópticas.

Este código se implementará con hartmanngramas simulados en su totalidad y después por imágenes tomadas experimentalmente, para así poder realizar una comparativa. Esto se hará dos posiciones ubicadas en $R - \Delta z$ y en $R + \Delta z$ respectivamente.

Primeramente se realizará una lectura de coordenadas de los hartmanngramas ubicados antes y después del foco.

Posteriormente, el algoritmo principal realizará una análisis de las aberraciones en el sistema, así como una reconstrucción de información de datos de la pantalla y de T_x , T_y .

Después, se realiza un análisis comparativo de los coeficientes obtenidos para evaluar la exactitud y eficacia del programa.

2.4.1. Simulación de hartmanngrama

Se comienza con un proceso de registro de datos iniciales, los cuales describen las condiciones iniciales del sistema, tales como:

- Valor de lambda del rayo.
- Distancia de la pupila del frente de onda al foco denominada como R .
- Posición respectiva de z_{o1} y z_{o2} conociendo la distancia de Δz .
- Valores de los coeficientes de Seidel que asignan un tipo de aberración específica al sistema, así como el número de polinomios de Seidel que se utilizarán.
- Medidas del espejo tales como su diámetro y radio.

Con esta información procede a realizar la lectura de la pantalla, la cual nosotros otorgamos e inicia con la simulación del hartmanngrama a partir de los polinomios de Seidel y sus derivadas las cuales denotamos como f y g respectivamente en base a la figura 2.4.

A continuación, se ejecutan las operaciones para las derivadas de $W(x,y)$

```

% Calcular W=S, Wx=Derivada en x, Wy= Derivada en y
for k = 1:NUM
    S = S + W(k) * Seidel{k};
    Wx = Wx + W(k) * f{k};
    Wy = Wy + W(k) * g{k};
end

```

Figura 2.7: Determinar W

Después procede a determinar los valores de x_0 y y_0 aberrados, así como las diferencias con los valores ideales de x_0 y y_0 .

```

XoAberr=X1.*(1-Zo/RADIO)-Zo*Wx;
YoAberr=Y1.*(1-Zo/RADIO)-Zo*Wy;

```

Figura 2.8: Valores (x_0, y_0) con aberración

```

Tx=Xo-XoAberr;
Ty=Yo-YoAberr;

```

Figura 2.9: Diferencias entre valores ideales y aberrados

Posteriormente se procede a realizar gráfico de la función $W(x, y)$

```

x = linspace(-0.005, 0.005, 100);
y = linspace(-0.005, 0.005, 100);
[x, y] = meshgrid(x, y);

PSeidel = cell(1, 6); % Crear un vector de celdas para almacenar las funciones
                    % 1 fila con 6 columnas
PSeidel{1} = x;
PSeidel{2} = y;
PSeidel{3} = x.^2 + y.^2;
PSeidel{4} = x.^2 + 3*y.^2;
PSeidel{5} = y.*(x.^2+y.^2);
PSeidel{6} = (x.^2 + y.^2).^2;

%% Define el vector W de coeficientes

% Inicializa la suma
S = zeros(size(PSeidel{1}));

for k=1:NUM
    S= S+W(k)*PSeidel{k};
    ima1=mat2gray(S);
end

```

Figura 2.10: Código para gráfica de la función $W(x,y)$

Finalmente le programa arroja las figuras de los gráficos de $W(x,y)$ de superficie, y diferencias T_x y T_y , así como los archivos que contienen los datos de esta simulación de hartmanngrama, para

z_{o1} y posteriormente se realiza el mismo procedimiento ahora para z_{o2} .

A partir de la información arrojada por el primer código podemos llevar a cabo una recuperación de aberración de este hartmanngrama, la cual se hará con un segundo algoritmo computacional.

Capítulo 3

Implementación de herramientas computacionales y experimentales para la evaluación de aberraciones

3.1. Evaluación de hartmanngramas simulados

Al igual que el primer código, este recaba las condiciones iniciales del sistema, ya descritos con anterioridad y lee los archivos generados por el primer código, donde describe las condiciones tanto de z_{o1} como de z_{o2} , y describe las condiciones de Tx y Ty para ambos hartmanngramas. Con esta información hace una reconstrucción de la pantalla y procede a determinar los polinomios de Seidel y sus derivadas f y g . A continuación, se realiza el proceso de ortogonalización de los polinomios, denominándolos como V_x y V_y asociados a f y g respectivamente, y la recuperación de los coeficientes.

```
% Inicializa la suma
SUMA1 = zeros(size(Vx{1}));
SUMA2 = zeros(size(Vy{1}));

for k = 2:NUM
    for p = 1:k-1
        energia1 = 0.0;
        energia2 = 0.0;

        producto = dot(f{k},Vx{p}) + dot(g{k},Vy{p});
        cuadrado = dot(Vx{p},Vx{p}) + dot(Vy{p},Vy{p});

        costo_D(k, p) = - producto./cuadrado;

    end % Termina p

% Asigna Vx(k, :) y Vy(k, :)
for i = 1:contador
    SUMA1 = zeros(size(Vx{1}));
    SUMA2 = zeros(size(Vy{1}));
    for z = 1:k-1
        SUMA1 = SUMA1+ costo_D(k, z)*Vx{z};
        SUMA2 = SUMA2 + costo_D(k, z)*Vy{z};
    end
    Vx{k} = f{k} + SUMA1;
    Vy{k} = g{k} + SUMA2;
end % Termina otra vez i
end % Termina K
```

Figura 3.1: Ortogonalización de polinomios y calculo de coeficientes ortogonales

Implementación de herramientas computacionales y experimentales para la
evaluación de aberraciones
3.1 Evaluación de hartmanngramas simulados

Posteriormente se realiza las matrices de covarianza primero para los vectores normalizados y se realiza los vectores normalizados V_k

```
% CALCULA MATRIZ DE COVARIANZA DE VECTORES NORMALIZADOS JN

% S = zeros(size(Vx{1}));

for k = 1:NUM
    for j = 1:NUM

        JN(k,j) = dot(Vx{j},Vx{k}) + dot(Vy{j},Vy{k});

    end
end

% NORMALIZACION DE VECTORES V(K)

for k = 1:NUM
    Vx{k}=Vx{k}./sqrt(JN(k,k));
    Vy{k}=Vy{k}./sqrt(JN(k,k));
end
```

Figura 3.2: matriz de covarianza de vectores

Además, se realiza la matriz de covarianza de estos vectores normalizados resultantes así como de Seidel.

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% CALCULA OTRA VEZ MATRIZ DE COVARIANZA DE VECTORES NORMALIZADOS JN2

% S = zeros(size(Vx{1}));

for k = 1:NUM
    for j = 1:NUM

        JN2(k,j) = dot(Vx{j},Vx{k}) + dot(Vy{j},Vy{k});

    end
end

%
% CALCULA MATRIZ DE COVARIANZA DE VECTORES SEIDEL JS, SIN NORMALIZAR

% S = zeros(size(Vx{1}));

for k = 1:NUM
    for j = 1:NUM

        JS(k,j) = dot(f{j},f{k}) + dot(g{j},g{k});

    end
end
```

Figura 3.3: matriz de covarianza de vectores

Se continua con la recuperación de W y los coeficientes v_k

```

% Calcular W=S, Wx=Derivada en x, Wy= Derivada en y
% sum=0.0:

% v = cell(NUM, 1); % Inicializar la matriz V ortogonal

v=[0, 0, 0, 0, 0, 0];

for k = 1:NUM
%   S = + W(k) * Seidel{k};

    v(k) = v(k) + dot(Tx,Vx{k}) + dot(Ty,Vy{k});

%   Wy = Wy + W(k) * g{k};
end
    
```

Figura 3.4: Recuperación de W , W_x , W_y

Por regresar a los coeficientes de Seidel definidos como w_k necesita realizar el siguiente procedimiento, tomando los coeficientes ortogonales definidos como C y D :

```

% Asigna C(kk)=1 y costo_C(2,1)=costo_D(2,1)

    for j=1:NUM      %% pone C(k,k) =1
        costo_C(j,j)=1.0;
    end
%
%
    costo_C(2,1)=costo_D(2,1);

%% Calcula costo:C(j,j) que sirve para regresar a los
%% coeficientes de Seidel w(k)

for j = 2:NUM
% costo_C(j, 1) = costo_D(j, 1);
    for i = 1:j-1
        energia = 0.0;
        for s = 1:j-i
            energia = energia + costo_D(j, j-s) * costo_C(j-s, i);
        end
        costo_C(j, i) = energia;
    end
end

% Calcula ecuación 26 de art. malacara para w[k]
for j = 1:NUM-1
    energia = 0.0;
    for i = j+1:NUM
        energia = energia + costo_C(i, j) * v(i);
    end
    W(j) = v(j) + energia;
end
W(NUM) = v(NUM); % ultimo termino coeficiente se asigna
    
```

Figura 3.5: Recuperación de w_k

A partir del cálculo de estos datos y la información que recaba el código en los hartmanngramas z_{o1} y z_{o2} , es posible realizar una recuperación de la función de aberración y de los coeficientes de dicha aberración.

3.2. Procedimiento experimental

Para realizar la evaluación de hartmanngramas de manera experimental es necesario llevar a cabo el siguiente arreglo:

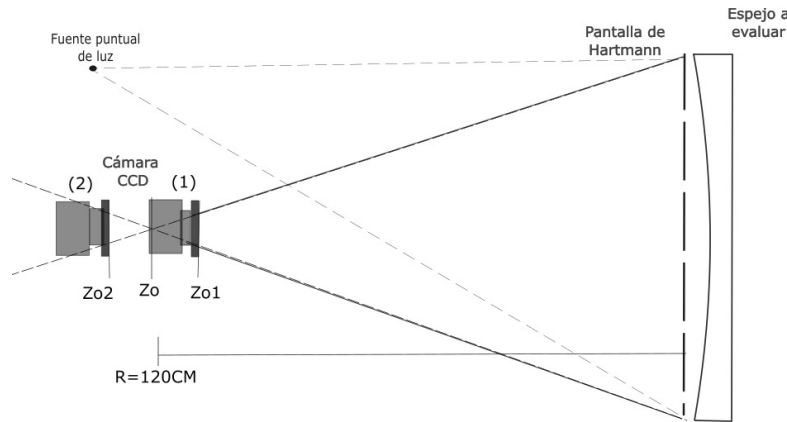


Figura 3.6: Montaje experimental para la captura de hartmanngramas

El montaje incluye los siguientes elementos:

- Una fuente de luz: en este caso un láser helio-neón, se utiliza para generar un frente de onda, que es el origen de los rayos que pasarán a través del sistema óptico que se está evaluando.
- Pantalla de Hartmann: Se trata de una placa perforada con una serie de agujeros dispuestos en una cuadrícula o patrón específico. Esta máscara divide el frente de onda en múltiples haces de luz generando un conjunto de puntos que se proyectarán en la cámara.
- Sistema óptico que se evalúa: Este es el sistema cuya calidad o aberraciones ópticas se van a medir, puede ser una lente, un espejo u otro sistema óptico. A medida que los rayos de luz atraviesan este sistema, experimentan desviaciones que reflejan aberraciones.
- Cámara CCD: captura patrones de puntos (hartmanngramas) producidos por haces de luz que pasan a través de la pantalla de Hartmann y el sistema óptico. Este patrón se analiza para evaluar las desviaciones existentes.

Una vez que se cuentan con estos elementos, se procede al montaje para la captura de hartmanngramas.

- Primero se procede colocando la fuente puntual de tal manera que el frente de onda llegue de manera uniforme hasta la pantalla de Hartmann.
- Colocar la pantalla de Hartmann en el camino de la luz de manera que los rayos de luz lleguen uniformemente y los hoyos de la pantalla permitan que el frente de onda se divida en puntos.
- La cámara CCD es colocada en el plano del sistema óptico, de manera que la cámara y el sensor en esta función como una pantalla de observación en donde serán capturadas las imágenes de los hartmanngramas.
- Se realizará la captura de los hartmanngramas, en las respectivas ubicaciones de z_{o1} y z_{o2} , los cuales se encuentran a la misma distancia de z_o (foco), esta es una distancia de 2.5 cm, primero se realiza la captura de (1) como se muestra en la figura 3.6, después la cámara se recorre en el eje z hasta la posición (2) y se realiza nuevamente la captura de imagen.

Implementación de herramientas computacionales y experimentales para la evaluación de aberraciones

3.2 Procedimiento experimental

A continuación se puede apreciar el montaje experimental llevado a cabo para la presente tesis:

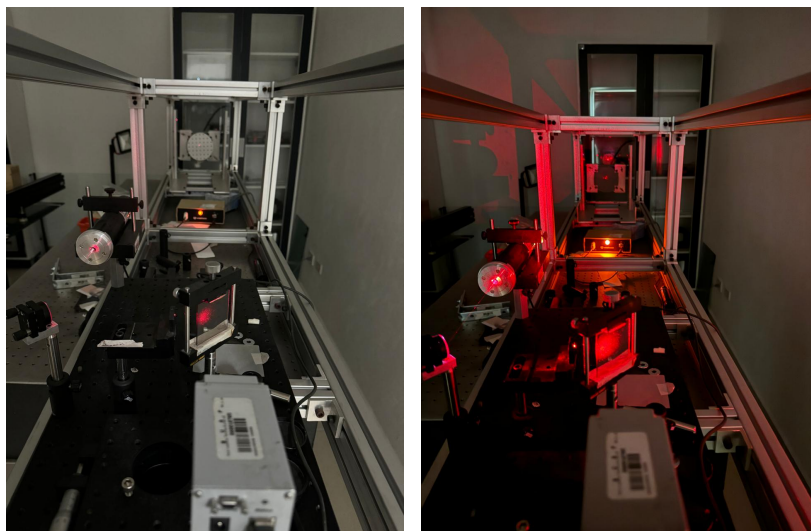


Figura 3.7: Montaje en laboratorio

Una vez capturado ambos hartmanngramas los cuales denominaremos como z_{o1} para el hartmanngrama antes del foco y z_{o2} para el hartmanngrama después del foco, se desarrolla un tercer algoritmo con el propósito de que lea los datos arrojados en la pantalla, convirtiendo los pixeles en lecturas de coordenadas para así realizar un análisis del sistema óptico.

El código computacional realiza un registro inicial de datos, al igual que en los códigos anteriores: Distancia z_o , radio, diámetro de espejo, radio de manchas y termino de los polinomios de Seidel.

Una vez registrados dichos datos se procede con la lectura de los dos hartmanngramas que se tomaron experimentalmente, también se realiza un recorte de dichas imágenes y comienza con un procesamiento de imágenes al realizar la selección de los puntos en la pantalla para que el programa realice la evaluación de sus respectivas coordenadas determinando el centro y radio de la pantalla en cada hartmanngrama respectivamente.

Finalmente procesa las imágenes y sus respectivas coordenadas generando un archivo donde guarda los datos de estas coordenadas de ambos hartmanngramas.

```
% Calcular coordenadas centradas y escaladas para Hart1
cx = a(19);
cy = b(19);
dato1x = (a - cx) ./ (conversion * factor1);
dato1y = (b - cy) ./ (conversion * factor1);

% Guardar las coordenadas en un archivo de texto
datos1 = [dato1x, dato1y];
save('datosHart1.txt', 'datos1', '-ascii');

% Repetir proceso para la imagen B (Hart3)
input('Presiona Enter para leer las coordenadas del hartmanngrama
imshow(B);
[a, b] = ginput;
H = [a, b];
img_HART3 = zeros(size(B));

% Centrar y marcar puntos en Hart3
centroHart3x = a(19);
centroHart3y = b(19);
```

Figura 3.8: Lectura de hartmanngramas experimentales.

Posteriormente, como hemos determinado las coordenadas de estos hartmanngramas podemos utilizar dichas coordenadas para realizar la recuperación de los coeficientes de aberración con el programa de evaluación de aberración por proceso ortogonal, descrito en la sección anterior.

3.3. Equipos y tecnología utilizada

Para llevar acabo el montaje se utilizó el siguiente equipo:

- Cámara CCD.
- Láser helio-neón como fuente puntual de luz.
- Espejo de 14 cm de diámetro.
- Pantalla de Hartmann de 37 puntos.

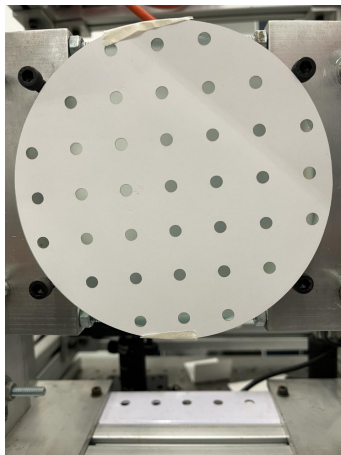


Figura 3.9: Pantalla de Hartmann colocada en el sistema óptico a evaluar

Implementación de herramientas computacionales y experimentales para la evaluación de aberraciones

3.3 Equipos y tecnología utilizada

Para la parte de recuperación de datos se desarrolló un código en MATLAB con la finalidad de procesar los datos experimentales e implementar el algoritmo de recuperación de la función de aberración. Se eligió esta plataforma debido a sus herramientas matemáticas, su capacidad para realizar operaciones matriciales y gráficos, esenciales para el análisis de aberraciones ópticas.

Por otra parte, se utilizó la herramienta de software para gráficos vectoriales "Inkscape" para crear los gráficos y representaciones de la prueba de Hartmann. Inkscape nos ayuda a crear geometrías y diagramas precisos que representan configuraciones experimentales y demás diagramas. Las herramientas de creación de geometría e brindan una visualización clara y profesional de cada componente y los gráficos o muestras de los montajes experimentales esperados.

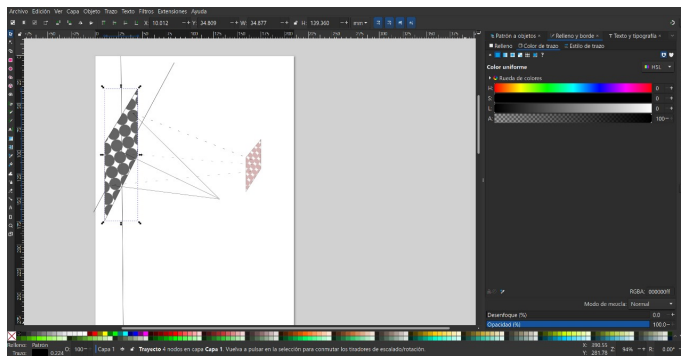


Figura 3.10: Ejemplo de diagrama realizado por Inkscape

Capítulo 4

Recolección y procesamiento de datos

4.1. Recolección de datos

La recolección de datos se llevó a cabo de dos maneras, primero, para el hartmanngrama totalmente simulado se registraron los datos de coordenadas de manera totalmente manual a elección personal en un archivo tipo .txt para su respectiva lectura en el programa de simulación de hartmanngrama.

El segundo método fue de manera experimental, como se ha descrito, se diseñó el arreglo experimental de la sección 3.2., capturando los datos de pantalla a través de una cámara CCD. Asegurándose de configurar el detector con la resolución adecuada para que capte con precisión la posición de cada punto.

Es necesario preparar de manera eficiente el arreglo experimental para obtener un patrón de puntos precisos en el detector de la cámara CCD, de manera que una vez que el haz incide sobre la pantalla de Hartmann forme subhaces a través de los orificios de esta de forma correcta.

Para llevar a cabo el registro de los datos del sistema óptico es necesario verificar que la fuente de luz pase correctamente a través de todo el sistema óptico y la pantalla de Hartmann. En caso de errores es necesario llevar a cabo la alineación del sistema, de la lente y de la pantalla para que no haya desajustes en el sistema óptico y los errores sean los mínimos posibles.

Una vez que se ha capturado el patrón de puntos de manera correcta es necesario guardar esta imagen en el formato adecuado para facilitar la futura evaluación, en este caso se ha guardado en formato .png para conservar los detalles de los puntos y su brillo. Se realiza una inspección general para verificar que el hartmanngrama está completo y capturado de forma clara y precisa. La base del análisis de aberraciones es la imagen del hartmanngrama, ya que los puntos de su patrón reflejan las desviaciones causadas por el sistema óptico. A partir de este punto, es posible comparar las posiciones de los puntos con las posiciones ideales y luego calcular las aberraciones.

4.2. Procesamiento y análisis de datos

Para realizar de manera óptima el análisis de los datos se procesa la imagen capturada y se convierte a una escala de grises para una mejor evaluación. Esta evaluación consistirá en

la identificación y localización del patrón de puntos del hartmanngrama, el cual representa los subhaces generados por la pantalla de Hartmann.

Una vez que se capturan las posiciones reales de los puntos de luz que reflejan las desviaciones debidas a las aberraciones, el propósito será realizar un análisis de las aberraciones que presentan. La diferencia entre cada posición real y la ideal da como resultado un vector de aberración para cada punto, indicando cuánto y en qué dirección ha sido desplazado el haz de luz.

A partir de este análisis se puede calcular la función de aberración, que describe la variación del frente de onda debido a las imperfecciones del sistema óptico.

La función de aberración proporciona un mapa de las aberraciones ópticas, mostrando de qué manera cambia el frente de onda en relación a las posiciones en el plano de detección. Esto posibilita la identificación y medición de aberraciones específicas del sistema.

Capítulo 5

Resultados

Los sistemas a evaluar son formados por dos hartmanngramas z_{o1} y z_{o2} , los cuales se encuentran en las posiciones $R - \text{Deltaz}$ y $R + \text{Deltaz}$ respectivamente, a partir de ellos se realizara una recuperación de aberración de dicho sistema y se compararan los resultados generados por el sistema con los ingresados inicialmente, esto con la finalidad de comprobar la eficacia de los algoritmos y herramientas a utilizar.

Condiciones generales de los sistemas a evaluar:

- Radio: 120 cm
- Lambda: $0,632 * 10^{-4}$ cm
- Diámetro del espejo: 14 cm
- *Deltaz*: 2.5 cm
- Polinomios de Seidel: 6

5.1. Prueba con hartmanngramas simulados

Condiciones del sistema:

- Número de puntos a evaluar: 9
- Coordenadas de la pantalla: $[(-2, 2), (0, 2), (2, 2), (-2, 0), (0, 0), (0, 2), (-2, -2), (0, -2), (2, -2)]$

5.1.1. Simulación de hartmanngrama

Aberración inicial del sistema:

- inclinación x: $0.0 * \text{lambda}$
- inclinación y: $0.0450 * \text{lambda}$
- Desenfoque: $-2.50 * \text{lambda}$
- Astigmatismo: $-4.320 * \text{lambda}$
- Coma: $3.33 * \text{lambda}$
- Aberración esférica: $1.50 * \text{lambda}$

Con esta información el código de simulación de hartmanngrama realiza la siguiente reconstrucción en z_{o1} y z_{o2} .

Esta gráfica surge a partir del análisis comparativo entre las posiciones de los hartmanngramas (z_{o1} y z_{o2}) en un sistema sin aberraciones y otro siendo el hartmanngrama con aberraciones, como se muestra a continuación:

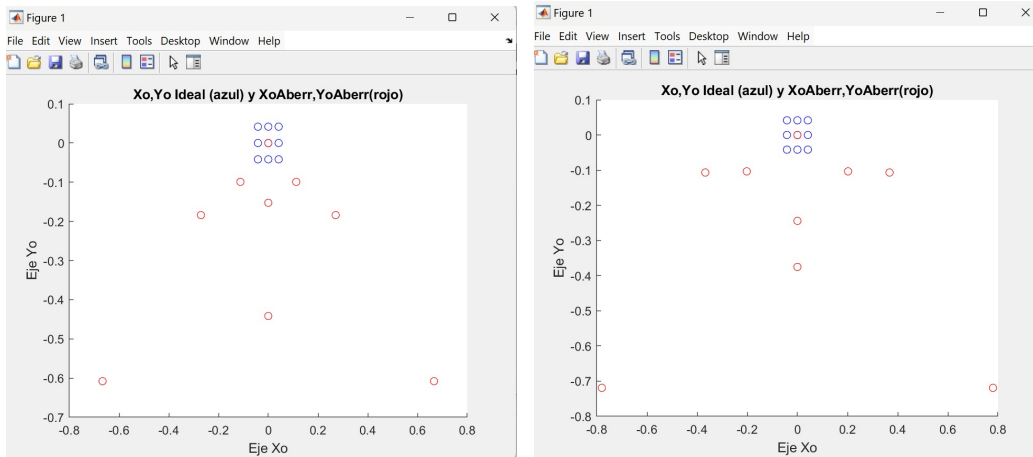


Figura 5.1: Diferencias entre las coordenadas ideales y con aberración de z_{o1} y z_{o2} respectivamente.

A partir de ellas el algoritmo realiza una recuperación del hartmanngrama en $z_o = R$, es decir en el foco:

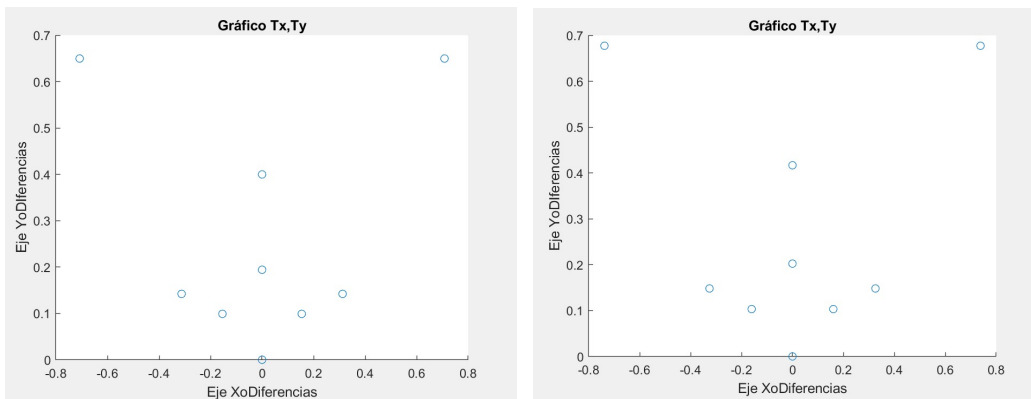


Figura 5.2: Hartmanngrama recuperado en el foco.

A partir de esto se obtiene la superficie $W(x,y)$ del sistema:

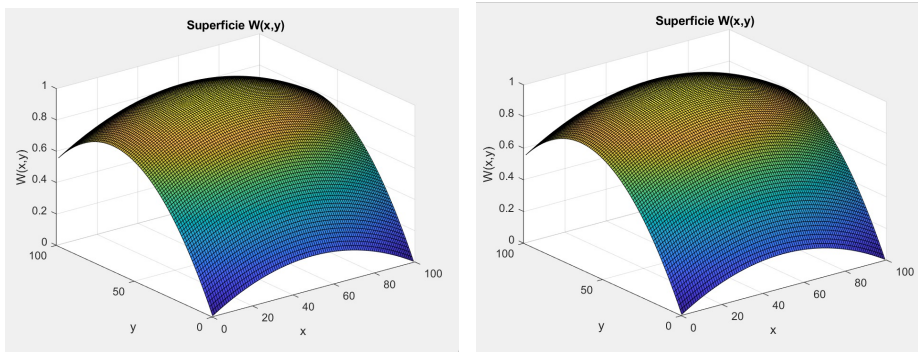


Figura 5.3: Superficie de aberración a partir de cada uno de los hartmanngramas generados.

El algoritmo realiza una recuperación de los valores de W y de los coeficientes de aberración ingresados inicialmente en el sistema, siendo iguales para ambos hartmanngramas:

```

1.0e-03 *
                                ans =
                                0
0.002844000000000000          0.045000000000000000
-0.158000000000000000        -2.500000000000000000
-0.273024000000000000        -4.320000000000000000
0.210456000000000000         3.330000000000000000
0.094800000000000000         1.500000000000000000
    
```

Figura 5.4: Valores de aberración recuperados por el algoritmo

Como podemos observar el algoritmo arroja información acorde a las condiciones iniciales que ingresamos. Finalmente guarda un archivo tanto para z_{o1} y z_{o2} , el cual contiene la información de los hartmanngramas simulados.

5.1.2. Calcular coeficientes de aberración

A continuación, ingresaremos estos archivos en el segundo código que evalúa la aberración de los hartmanngramas con la finalidad de recuperar los datos de pantalla, los cuales desconoce y la información respectiva de la aberración del sistema para comprobar que este algoritmo funciona de manera eficiente para la evaluación de sistemas ópticos conociendo dos de los hartmanngramas en z_{o1} y z_{o2} .

La información de recuperación que arroja el programa es la siguiente:
 Recuperación de los hartmanngramas en la posición z_{o1} y z_{o2} .

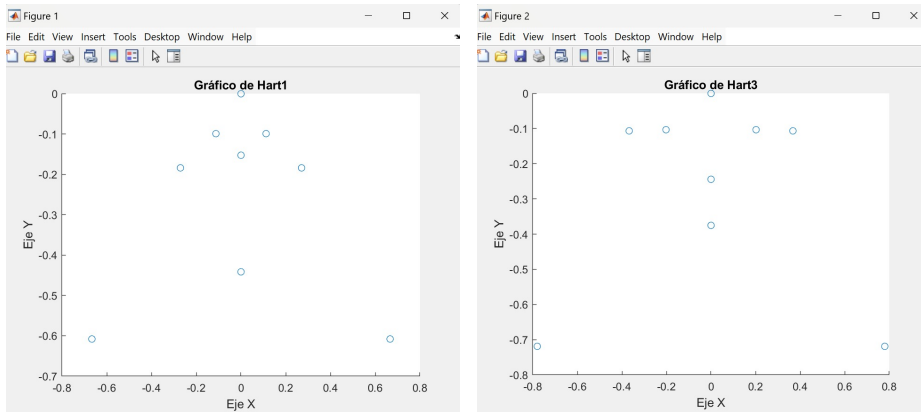


Figura 5.5: Hartmanngramas en z_{o1} y z_{o2}

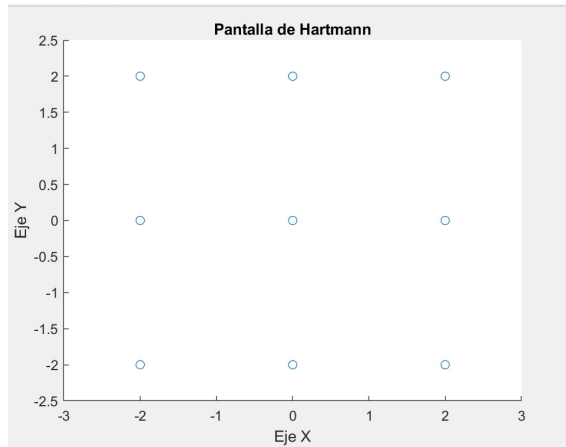


Figura 5.6: Pantalla de Hartmann

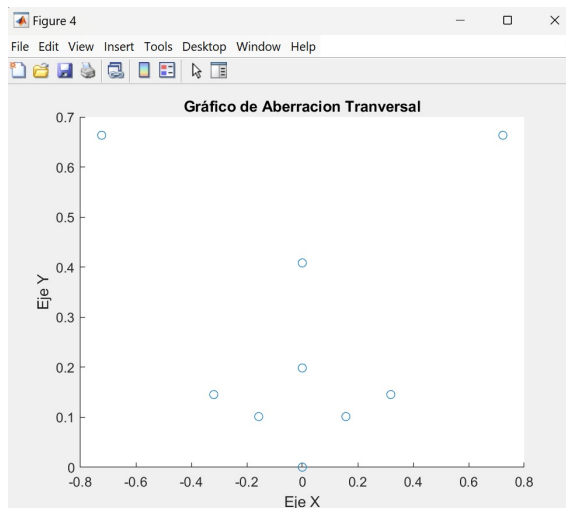


Figura 5.7: Hartmanngrama en el foco

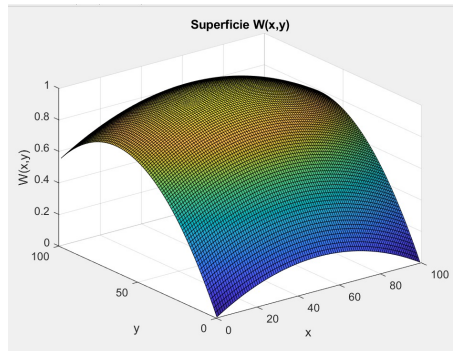


Figura 5.8: Superficie de aberración recuperada.

Ademas tenemos que los datos de W recuperados por el sistema son:

```

1.0e-03 *
      0
0.002843999999841      0
-0.157999987351260    0.044999999997478
-0.273023978158936   -2.499999799861716
0.210455966327019    -4.319999654413539
0.094799977247431    3.329999467199669
                    1.499999639990995

```

Figura 5.9: Valores de aberración recuperados por el algoritmo

El error en entre las coordenadas del hartmanngrama ingresado y el recuperado por este algoritmo:

```

error_coordenadas =
1.109305391099779e-14

```

Figura 5.10: Error

5.2. Pruebas con hartmanngramas tomados experimentalmente

Condiciones iniciales de los sistemas:

- Número de puntos a evaluar: 37
- Coordenadas: Evaluadas por el algoritmo computacional que lee la pantalla.

Imágenes a utilizar para la lectura de pantalla que denominamos Hart 1 y Hart 3:

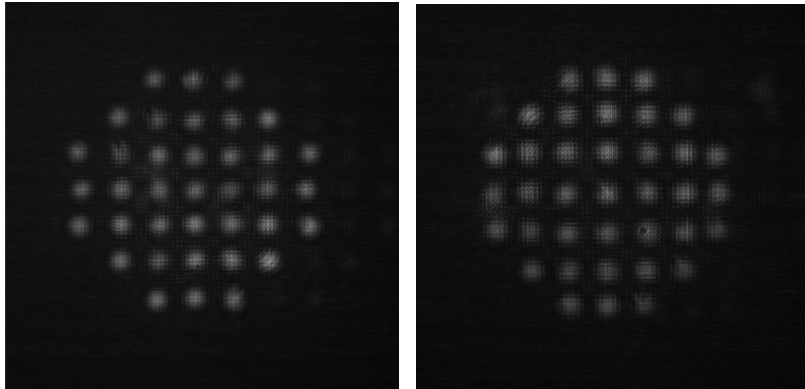


Figura 5.11: Imágenes originales Hart 1 y Hart 3 respectivamente

Las imágenes de Hart 1 y Hart 3 las ubicaremos en las posiciones ya conocidas de z_{o1} y z_{o2} respectivamente.

Una vez realizado el análisis de estas pantallas a través del algoritmo de lectura de hartmanngramas, obtendremos la siguiente localización de puntos:

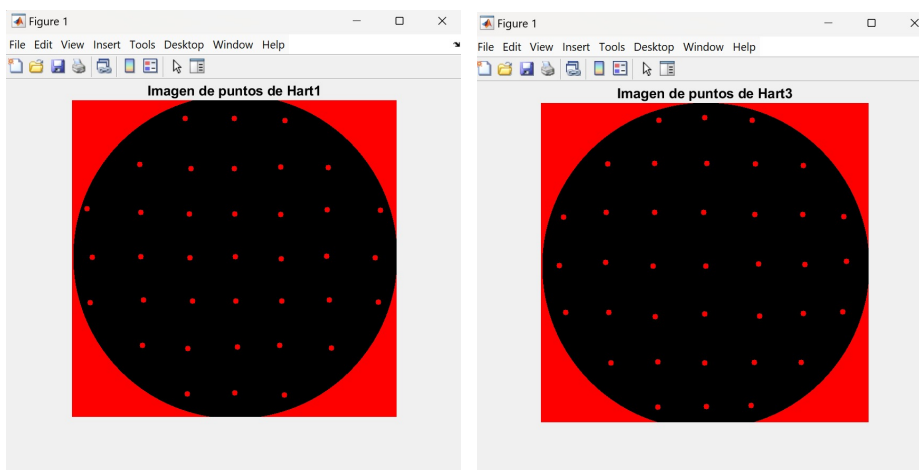


Figura 5.12: Puntos seleccionados de las pantallas de los hartmanngramas

Y es a partir de este análisis que el código en MATLAB realiza un registro de sus coordenadas cartesianas, dando como resultado las siguientes gráficas:

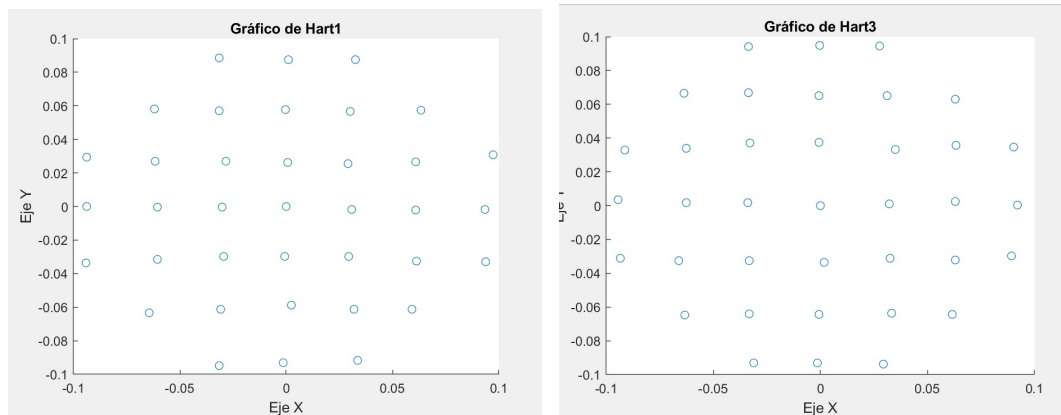


Figura 5.13: Coordenadas de los hartmanngramas

La lectura de coordenadas respectivas de cada hartmanngrama es guardada en un archivo que se leerá posteriormente en la ejecución de recuperación de coeficientes de aberración. Con esta información es posible realizar la evaluación con los algoritmos diseñados en MATLAB ya mostrados antes.

A continuación, ingresaremos estos archivos en el código para la evaluación de la aberración de los hartmanngramas con la finalidad de recuperar los datos de pantalla y la información respectiva de la aberración del sistema.

La información de recuperación que arroja el programa es la siguiente:

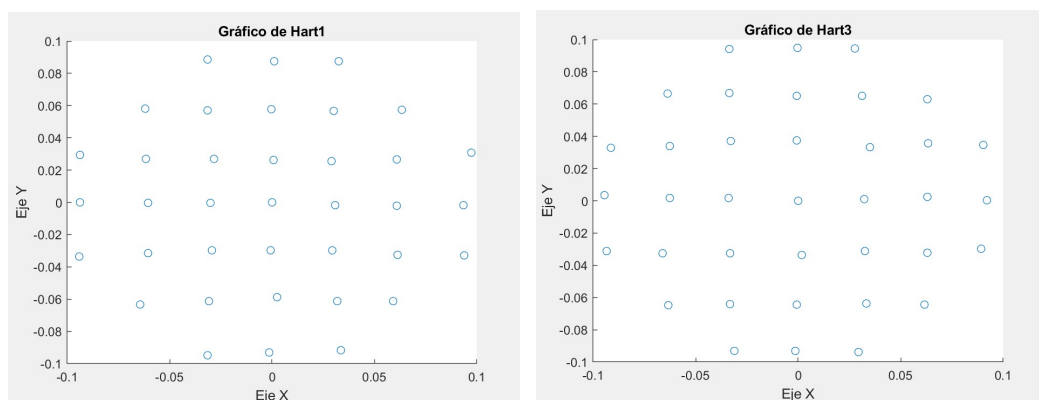


Figura 5.14: Recuperación de los hartmanngramas en z_{o1} y z_{o2}

Y como podemos ver realiza la reconstrucción de la pantalla original la cual nosotros desconocíamos:

5.2 Pruebas con hartmanngramas tomados experimentalmente

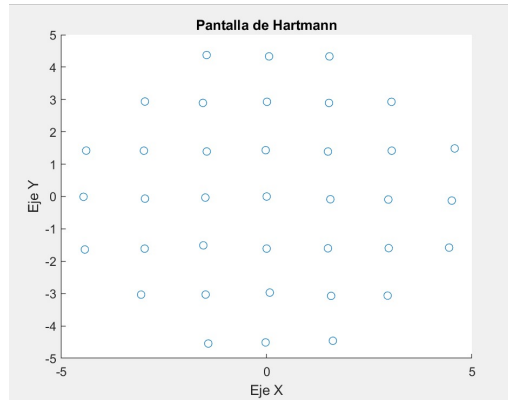


Figura 5.15: Recuperación la pantalla de Hartmann original

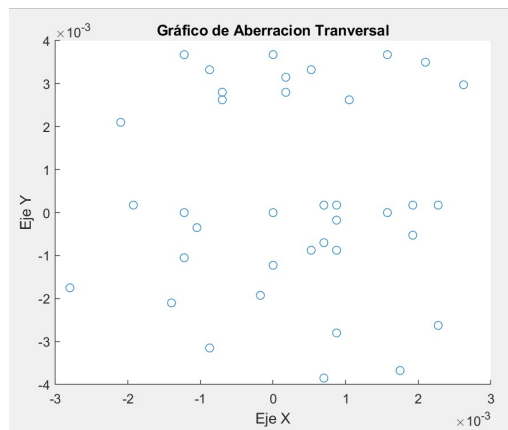


Figura 5.16: Muestra de la aberración transversal, hartmanngrama en el foco

Y la superficie de aberración:

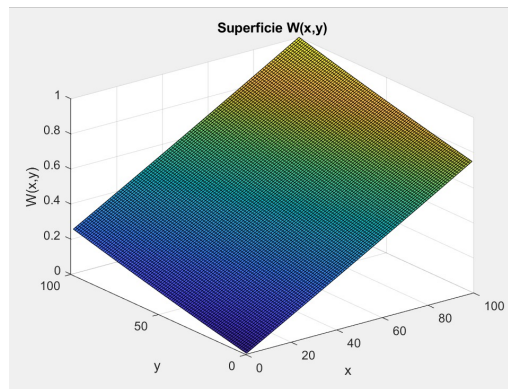


Figura 5.17: Gráfico de superficie de aberración

Además, tenemos que los datos W recuperados por el sistema son:

```
1.0e-05 *  
0.241373910606534    0.038192074463059  
0.082279020137667    0.013018832300264  
0.429017638240020    0.067882537696206  
0.136810683576863    0.021647260059630  
0.008654150330807    0.001369327583989  
-0.015997306811540   -0.002531219432206
```

Figura 5.18: Valores de aberración recuperados por el algoritmo

El error en entre las coordenadas del hartmanngrama ingresado y el recuperado por este algoritmo:

```
error_coordenadas =  
9.076810284461428e-06
```

Figura 5.19: Error

Capítulo 6

Discusión

Los resultados obtenidos a través de las pruebas simuladas y experimentales muestran que el algoritmo es capaz de reproducir con precisión los valores de aberración iniciales que se introdujeron en el sistema, con apenas un 2% de error general. En particular, los coeficientes de aberración calculados como inclinación, desenfoque, astigmatismo, coma y aberración esférica, se ajustaron a los valores originales como muestra la figura 5.4. Este resultado resalta que el método de ajuste polinomial implementado para minimizar los errores de reconstrucción es efectivo y que, en condiciones ideales, las aberraciones se pueden reconstruir de forma eficiente, teniendo apenas un error de $9,01 \times 10^{-6}$.

El gráfico de la diferencia entre las coordenadas ideales y las coordenadas que presentan aberración como muestra la figura 5.1, ilustra cómo los desplazamientos de posición simulados se adaptan a los valores de aberración esperados.

En los hartmanngramas obtenidos experimentalmente, el procesamiento de imágenes captadas por cámaras CCD es satisfactorio en cuanto a la recuperación de coordenadas, como notamos en la figura 5.15, se muestra la pantalla Hartmann reconstruida, que coincide bien con la geometría esperada, lo que indica que los algoritmos de procesamiento de imágenes desarrollados en MATLAB son adecuados para procesar datos experimentales y filtrar posibles ruidos y distorsiones. Sin embargo, las pequeñas desviaciones entre la posición ideal y la posición experimental pueden deberse a factores como errores de calibración de la cámara o la resolución del sensor CCD, que pueden afectar la precisión de los resultados.

Al comparar los resultados de la simulación y los experimentales, se puede ver que el error de recuperación de información es mínimo, teniendo una diferencia de $9,06 \times 10^{-6}$, como se muestra en la figura 5.19.

Estos resultados reflejan que el método empleado es robusto, notando su eficacia en aplicaciones que requieren alta calidad de imagen, ya que el sistema es capaz de identificar y cuantificar las aberraciones ópticas más comunes.

Capítulo 7

Conclusiones

Este trabajo demuestra la efectividad de la variación aplicada a la prueba de Hartmann para evaluar aberraciones en sistemas ópticos, desarrollando algoritmos computacionales en MATLAB. Los objetivos fueron logrados con éxito, ya que el método permite simular y analizar hartmanngramas y recuperar aberraciones ópticas de manera precisa en simulaciones y pruebas experimentales.

La capacidad del algoritmo para reproducir y recuperar información del sistema, confirma su fiabilidad teórica, mientras que los procedimientos de ortogonalización y ajuste polinomial permiten reducir errores.

En condiciones experimentales, el método también tuvo éxito, logrando una reconstrucción de aberraciones que se ajusta bien a los datos ideales. Las pequeñas diferencias observadas pueden deberse a factores experimentales como el ruido de la cámara CCD y las limitaciones de calibración, pero el error se mantuvo en rangos aceptables, confirmando la robustez del modelo en situaciones reales.

Esta implementación ofrece una herramienta valiosa para evaluar aberraciones en los sistemas ópticos, y abre oportunidades para futuras investigaciones, incluyendo adaptaciones del método a técnicas como la ecuación de transferencia de irradiancia y demás métodos para evaluación de fase y frente de onda, ampliando su aplicabilidad en el campo de la óptica.

Apéndice A

Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la variación en la prueba de Hartmann

A.1. Simulación de hartmanngramas bajo condiciones específicas

```
% LEE DATOS DE PANTALLA Y SIMULA HARTMANGRAMMA IDEAL

TAM_PIXELX=3.5;
TAM_PIXELY=TAM_PIXELX;

%%% Zo1 y Zo2 son los dos planos Zo1 y Zo2 despues de foco

lambda=0.632*10^-4;

RADIO=120.0;
curv=1/RADIO;
CONIC=0.0;

DeltaZ=2.7;

Zo1=RADIO-DeltaZ; %Coordenadas en Zo1
Zo2= RADIO+DeltaZ; % Coordenadas en Zo2

Zo=Zo2; % Zo cambia entre Zo1 o Zo2 para cada medida

archivoHartAberr= 'hartDEFZo2.txt '; %Se intercambia en Zo1 o Zo2
nombreDatosIdeal = 'datosHartmangramaIdealZo.txt ';

% Coeficientes de tipo Seidel
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.1 Simulación de hartmanngramas bajo condiciones específicas

```
A=0.0*lambda; % inclinacion
B=0.0*lambda; % inclinacion
C=0.50*lambda; % DESENF
D=1.0*lambda; % ASTIG
E=-1.9*lambda; % coma
F=0.5*lambda; % esferica

W=[A, B, C, D, E, F]; % Construccion vector Coeficientes

% DATOS POLINOMIOS
NSeidel=6;
NUM=NSeidel;
NZernile=22;

% Diametro de espejo en cm
DiametroEspejo=14.0 ;

radioespejo=DiametroEspejo/2.0;

radiomancha = 2; % radio en pixeles de cada mancha
radiohoyospantalla=5; % Radio en pixels de hoyos en la pantalla

% Lee las coordenadas de la pantalla de Hartmann
pantlrt = importdata('datosPant.txt');
a = pantlrt(:, 1);
b = pantlrt(:, 2);

X1=a; % ASIGNA a a x1 Y b como Y1
Y1=b;

%% SIMULA HARTMANNGRAMA IDEAL

M=length(X1);
%Tamano de vector

Xo=X1.*(1-Zo/RADIO);
Yo=Y1.*(1-Zo/RADIO);
% Hartmanngrama simulado en Zo [Xo, Yo]

% Salva datos de hartmanngrama ideal en datosHartmanngramaIdeal.dat
datosIdeal = [Xo', Yo']; % Xo' = transpuesta de Xo, Yo' = transpose de Yo

% Guardar los datos en un archivo llamado "datosHartmanngramaIdeal.txt"
%% Los datos estan centrados
save(nombreDatosIdeal, 'datosIdeal', '-ascii');

% CALCULA POLINOMIOS SEIDEL Y SUS DERIVADAS S Wx y Wy
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.1 Simulación de hartmanngramas bajo condiciones específicas

```

Seidel = cell(1, 6); % Crear un vector de celdas para almacenar las funciones
f=cell(1,6);
g=cell(1,6);

    Seidel{1}=X1;
    Seidel{2}=Y1;
    Seidel{3}=X1.^2+Y1.^2;
    Seidel{4}=X1.^2 +3*Y1.^2;
    Seidel{5}=Y1.*(X1.^2+Y1.^2);
    Seidel{6}=(X1.^2 + Y1.^2).^2;

    f{1}=1.0;
    f{2}=0.0;
    f{3}=2*X1;
    f{4}=2*X1;
    f{5}=2*X1.*Y1;
    f{6}=4*X1.*(X1.^2+Y1.^2);

    g{1}=0.0;
    g{2}=1.0;
    g{3}=2.0*Y1;
    g{4}=6.0*Y1;
    g{5}=X1.^2+3*Y1.^2;
    g{6}=4*Y1.*(X1.^2+Y1.^2);

% Inicializar la suma
S = zeros(size(Seidel{1}));
Wx= zeros(size(f{1}));
Wy= zeros(size(g{1}));

% Calcular W=S, Wx=Derivada en x, Wy= Derivada en y
for k = 1:NUM
    S = S + W(k) * Seidel{k};
    Wx = Wx + W(k) * f{k};
    Wy = Wy + W(k) * g{k};
end

%% SIMULA HARTMANNGRAMA IDEAL

XoAberr=X1.*(1-Zo/RADIO)-Zo*Wx;
YoAberr=Y1.*(1-Zo/RADIO)-Zo*Wy;

% Salva datos de hartmanngrama en datosHartmanngramaAberr.txt

datosAberr = [XoAberr', YoAberr']; % datos traspuestos en filas
datosAberr = [XoAberr, YoAberr]; % datos en columnas

% Guardar los datos en un archivo llamado "datosHartmanngramaAberr.txt"
save(archivoHartAberr, 'datosAberr', '-ascii');

```


**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**
A.1 Simulación de hartmanngramas bajo condiciones específicas

```
%%%%%%%% DIBUJA PANTALLA, HART IDEAL, HART ABERR

figure
% Grafica los puntos Xo e Yo en azul
scatter(Xo, Yo, 'b'); % b es color azul

% Grafica los puntos XoAberr e YoAberr en rojo

scatter(XoAberr, YoAberr, 'r'); % r es rojo

% Agrega etiquetas y titulo

xlabel('Eje Xo');
ylabel('Eje Yo');
title('Xo,Yo Ideal (azul) y XoAberr,YoAberr(rojo)');

% Limpia el estado de "hold"
hold off;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%% CALCULA DIFERENCIAS Xo-XoAberr, Yo-YoAberr

Tx=Xo-XoAberr;
Ty=Yo-YoAberr;

%% Grafica funcion de aberracion W(,y)

x = linspace(-0.005, 0.005, 100);
y = linspace(-0.005, 0.005, 100);
[x, y] = meshgrid(x, y);

PSeidel = cell(1, 6); % Crear un vector de celdas para almacenar las funciones
                    % 1 fila con 6 columnas
PSeidel{1} = x;
PSeidel{2} = y;
PSeidel{3} = x.^2 + y.^2;
PSeidel{4} = x.^2 + 3*y.^2;
PSeidel{5} = y.*(x.^2+y.^2);
PSeidel{6} = (x.^2 + y.^2).^2;

%%% Define el vector W de coeficientes

% Inicializa la suma
S = zeros(size(PSeidel{1}));

for k=1:NUM
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
%S=A*Seidel1+ B*Seidel2+C*Seidel3+D*Seidel4+E*Seidel5+F*Seidel6 ;
S= S+W(k)*PSeidel{k};
ima1=mat2gray(S);
end

% Graficar Superficie
figure;
surf(ima1);
title(' Superficie W(x,y) ');
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('W(x,y) ');

%% Graficar el grafico de intensidad
figure;
imagesc(ima1);
colorbar;
title(' Grafico de Intensidad de W(x,y) ');
xlabel('x');
ylabel('y');

figure
%% Grafica de diferencias
scatter(Tx, Ty);

xlabel('Eje XoDiferencias ');
ylabel('Eje YoDiferencias ');
title(' Grafico de diferencias ');

datosdif = [Tx', Ty']; % [Tx', Ty'] transpose de [Tx, Ty]

% Guardar los datos en un archivo llamado "datosHartmangramaIdeal.txt"
save('datosHartDif.txt', 'datosdif', '-ascii');

%%%%%% TERMINA
```

A.2. Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
% CALCULA ABERRACION CON POLINOMIOS ORTOGONALES CON
% EVALUACION EN COORDENADAS DE LA ABERRACION
% ES DECIR X=Tx, Y=Ty

TAM_PIXELX=3.5;
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
TAM_PIXELY=TAM_PIXELX;

lambda=0.632*10^-4 % lambda en centimetros
%%% Zo1 y Zo2 son los dos planos Zo1 y Zo2 despues de foco
%DeltaZ=Zo2-Zo1;

DeltaZ=2.7;

RADIO=120.0;
curv=1/RADIO;
CONIC=0.0;

Zo1=RADIO-DeltaZ; %Coordenadas en Zo1
Zo2= RADIO+DeltaZ; % Coordenadas en Zo2

% DATOS POLINOMIOS
NSeidel=6;
NZernile=22;
NUM=6;

w=zeros(NUM); % COEFICIENTES SIMULADOS

v=zeros(NUM); % COEFICIENTES ORTOGONALES

W=zeros(NUM); % COEFICIENTES SEIDEL RECUPERADOS

% Diametro de espejo en cm
DiametroEspejo=14.0 ;

radioespejo=DiametroEspejo/2.0;

radiomancha = 2; % radio en pixeles de cada mancha
radiohoyospantalla=5; % Radio en pixels de hoyos en la pantalla

% LEE ARCHIVO DE DATOS datosDiferenciasZo1 y datosDiferenciasZo2

Hart1 = importdata('hartDEFZo1.txt '); % datos simulados
Hart2 = importdata('hartDEFZo2.txt '); % datos simulados

Tx=(Hart1(:,1)+Hart2(:,1))/(2*RADIO);
Ty=(Hart1(:,2)+Hart2(:,2))/(2*RADIO);

TxZo1 = Hart1(:, 1);
TyZo1 = Hart1(:, 2);

TxZo2 = Hart2(:, 1);
TyZo2 = Hart2(:, 2);

%%% CALCULA DIFERENCIAS DE HARTMANNGRAMAS

m=length(Tx);
contador=m;
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**
A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
%%%%% GRAFICA ABERRACION Tx, Ty

figure
scatter(Tx, Ty);

% Agrega etiquetas y titulo
xlabel('Eje X');
ylabel('Eje Y');
title('Aberracion Transversal Tx,Ty');

%%%%% CALCULA COORDENADAS DE PANTALLA X1, Y1
%%%%% CON DATOS DE HARTMANNGRAMAS

X1=(TxZo1*Zo2-TxZo2*Zo1)/(2*DeltaZ);
Y1=(TyZo1*Zo2-TyZo2*Zo1)/(2*DeltaZ);

%%%%% GRAFICA PANTALLA

figure
scatter(X1, Y1);

% Agrega etiquetas y titulo
xlabel('Eje X');
ylabel('Eje Y');
title('Pantalla Hartmann');

%CALCULA POLINOMIOS DE SEIDEL CON S(Tx,Ty)
% LAS COORDENADAS DEL HARTMANNGRAMA Tx y Ty

X1=X1; % Se cambio a coordenadas de Tx,Ty

Y1=Y1;

% CALCULA POLINOMIOS SEIDEL Y SUS DERIVADAS S Wx y Wy

Seidel = cell(1, 6); % Crear un vector de celdas para almacenar las funciones
f=cell(1,6);
g=cell(1,6);

Vx=cell(1,6); % Polinomios ortho
Vy=cell(1,6);

Seidel{1}=X1;
Seidel{2}=Y1;
Seidel{3}=X1.^2+Y1.^2;
Seidel{4}=X1.^2 +3*Y1.^2;
Seidel{5}=Y1.*(X1.^2 + Y1.^2);
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```

Seidel{6}=(X1.^2 + Y1.^2).^2;

uno=ones(1,contador); % para definir la funcion f=1;

f{1}=transpose(unos); % X1./X1; %1.0; %transpose(ones(1,contador));
f{2}=X1.*0.0; %transpose(zeros(1,contador));
f{3}=2*X1;
f{4}=2*X1;
f{5}=2*X1.*Y1;
f{6}=4*X1.*(X1.^2+Y1.^2);

g{1}=Y1.*0.0; %transpose(zeros(1,contador));
g{2}=transpose(unos); %Y1./Y1; %transpose(ones(1,contador));
g{3}=2.0*Y1;
g{4}=6.0*Y1;
g{5}=X1.^2+3*Y1.^2;
g{6}=4*Y1.*(X1.^2+Y1.^2);

%%      EMPIEZA EL PROCESO DE ORTOGONALIZACIONDE POLINOMIOS
%% % OBTENCION DE Vx y Vy Ortho a partir de fu y gu de Seidel
%% % OBTENCION DE Vx y Vy ortonormales
% Asigna fu{1} como Vx{1} y gu{1} como Vy{1}

Vx{1} = f{1};
Vy{1} = g{1};

%% Calcula los coeficientes de ortonormalizacion costo_D(k,p)
%% % SE OBTIENEN POLINOMIOS ORTOGONALES Vx, Vy asociados a fu y gu

% Inicializa la suma
SUMA1 = zeros(size(Vx{1}));
SUMA2 = zeros(size(Vy{1}));

for k = 2:NUM
    for p = 1:k-1
        energia1 = 0.0;
        energia2 = 0.0;

        producto = dot(f{k},Vx{p}) + dot(g{k},Vy{p});
        cuadrado = dot(Vx{p},Vx{p}) + dot(Vy{p}, Vy{p});

        costo_D(k, p) == producto./cuadrado;

    end % Termina p

% Asigna Vx(k, :) y Vy(k, :)
% for i = 1:contador
    SUMA1 = zeros(size(Vx{1}));
    SUMA2 = zeros(size(Vy{1}));
    for z = 1:k-1

```

Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la variación en la prueba de Hartmann

A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
SUMA1 = SUMA1+ costo_D(k, z)*Vx{z};
SUMA2 = SUMA2 + costo_D(k, z)*Vy{z};
end
Vx{k} = f{k} + SUMA1;
Vy{k} = g{k} + SUMA2;

% end % Termina otra vez i
end % Termina K

%%% TERMINA K y se tiene costo_D(k,p) y vectores V(k) ortonormalizados

% CALCULA MATRIZ DE COVARIANZA DE VECTORES NORMALIZADOS JN

for k = 1:NUM
    for j = 1:NUM

        JN(k, j) = dot(Vx{j},Vx{k}) + dot(Vy{j},Vy{k});

    end
end

% NORMALIZACION DE VECTORES V(K)

for k = 1:NUM
    Vx{k}=Vx{k}./sqrt(JN(k,k));
    Vy{k}=Vy{k}./sqrt(JN(k,k));
end

% CALCULA OTRA VEZ MATRIZ DE COVARIANZA DE VECTORES NORMALIZADOS JN

for k = 1:NUM
    for j = 1:NUM

        JN2(k, j) = dot(Vx{j},Vx{k}) + dot(Vy{j},Vy{k});

    end
end

% CALCULA MATRIZ DE COVARIANZA DE VECTORES SEIDEL JS , SIN NORMALIZAR

for k = 1:NUM
    for j = 1:NUM

        JS(k, j) = dot(f{j},f{k}) + dot(g{j},g{k});

    end
end

% Calcular W=S, Wx=Derivada en x, Wy= Derivada en y
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
% sum=0.0:

% v = cell(NUM, 1); % Inicializar la matriz V ortogonal

v=[0, 0, 0, 0, 0, 0];

for k = 1:NUM
%   S = + W(k) * Seidel{k};

    v(k) = v(k) + dot(Tx,Vx{k}) + dot(Ty,Vy{k});

%   Wy = Wy + W(k) * g{k};
end

% %%% TERMINA SOLUCION DEL SISTEMA PARA COEFICIENTES V(K)
% % Para regresar a los coeficientes de Seidel w(k) se procede con
% % los siguientes calculos.

% Asigna C(kk)=1 y costo_C(2,1)=costo_D(2,1)

    for j=1:NUM        %% pone C(k,k) =1
        costo_C(j,j)=1.0;
    end

    costo_C(2,1)=costo_D(2,1);
% %% Calcula costo:C(j,j) que sirve para regresar a los
% %% coeficientes de Seidel w(k)

for j = 2:NUM
% costo_C(j, 1) = costo_D(j, 1);
    for i = 1:j-1
        energia = 0.0;
        for s = 1:j-i
            energia = energia + costo_D(j, j-s) * costo_C(j-s, i);
        end
        costo_C(j, i) = energia;
    end
end
end

% Calcula
for j = 1:NUM-1
    energia = 0.0;
    for i = j+1:NUM
        energia = energia + costo_C(i, j) * v(i);
    end
    W(j) = v(j) + energia;
end
W(NUM) = v(NUM); % ultimo termino coeficiente se asigna

% visualiza coef W
disp('Coeficientes ortho recuperados v(k):');
v/lambda
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
disp(' Coeficientes recuperados W(k): ');
W/lambda

%%%% simula hartmanngram de Seidel

eSeidel=0.0;
fSeidel=0.0;

for k=1:NUM
    eSeidel=eSeidel + W(k)*f{k};
    fSeidel=fSeidel + W(k)*g{k};
end

eSeidel=eSeidel;
fSeidel=fSeidel;

% Simula Hartmanngrama con vectores ortogonales V(k)

e_ortho=0.0;
f_ortho=0.0;

    for k=1:NUM
        e_ortho = e_ortho + v(k)*Vx{k};
        f_ortho = f_ortho + v(k)*Vy{k};
    end

%%% CALCULA ERROR DE COORDENADAS COMO
%%% CRITERIO DE CALIDAD DEL AJUSTE

e=e_ortho;
f=f_ortho;

    energia= 0.0;
    for i=1:contador

        cuadrado=(Tx-e).^2 + (Ty-f).^2;
        energia=energia+cuadrado;
    end
ERROR=sqrt(energia/contador)

%% EL error_coordenadas se visulaiza en pantalla
%% Grafica funcion de aberracion W(,y)

x = linspace(-0.005, 0.005, 100);
y = linspace(-0.005, 0.005, 100);
[x, y] = meshgrid(x, y);

PSeidel = cell(1, 6); % Crear un vector de celdas para almacenar las funciones
```


Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann

A.2 Evaluación de hartmanngramas y recuperación de coeficientes de aberración

```
PSeidel{1}=x;
PSeidel{2}=y;
PSeidel{3}=x.^2 + y.^2;
PSeidel{4}=x.^2 + 3*y.^2;
PSeidel{5}=y.*(x.^2+y.^2);
PSeidel{6}=(x.^2 + y.^2).^2;

% Inicializa la suma
S = zeros(size(PSeidel{1}));

for k=1:NUM

    S= S + W(k)*PSeidel{k};
    ima1=mat2gray(S);
end

% Graficar la superficie
figure;
surf(ima1);
title('Superficie W(x,y)');
xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('W(x,y)');

%% Graficar el grafico de intensidad
figure;
imagesc(ima1);
colorbar;
title('Grafico de Intensidad de W(x,y)');
xlabel('x');
ylabel('y');

%%%%% GRAFICA RESULTADOS

figure
scatter(eSeidel , fSeidel);

% Agrega etiquetas y titulo
xlabel('Eje X');
ylabel('Eje Y');
title('Hartmanngrama recuperado con Polinomio Seidel');

figure
scatter(e_ortho , f_ortho);

% Agrega etiquetas y titulo
xlabel('Eje X');
ylabel('Eje Y');
title('Hartmanngrama recuperado Polinomios ortho');

%%%%% TERMINA
```

A.3. Lectura de pantalla de hartmanngramas experimentales

```
clc;
clear all;

%Parametros generales
TAM_PIXELX = 3.5;
TAM_PIXELY = TAM_PIXELX;
conversion = 10000.0; % Conversion a micras
factor1 = 1 / 3.5; % Periodo de pixel
factor2 = factor1;
Zo = 117.50;
RADIO = 120.0;
curv = 1 / RADIO;
CONIC = -1.0;

% Datos polinomiales
NSeidel = 6;
NZernile = 22;

% Diametro de espejo en cm
DiametroEspejo = 14.0;
radioespejo = DiametroEspejo / 2.0;
radiomancha = 1; % Radio en pixeles de cada mancha
radiohoyospantalla = 5; % Radio en pixels de hoyos en la pantalla

% Cargar y redimensionar las imagenes
A = imread('hart01.jpg'); % Hart antes de foco
B = imread('hart03.jpg'); % Hart despues de foco

% Asegurar que ambas imagenes tengan la misma proporcion
[tamano_y, tamano_x, ~] = size(A);
B = imresize(B, [tamano_y, tamano_x]); % Escala B al tamano de A
% Leer puntos para recorte de la imagen A
input('Presiona Enter para seleccionar cuatro puntos (x1, x2; y1, y2) para recortar ');
imshow(A);
[x, y] = ginput(4);
Esq = [x, y];

% Calcular el centro y radio del circulo en base a los puntos seleccionados
xe1 = x(1);
xe2 = x(2);
ye1 = y(3);
ye2 = y(4);
radioCirculo = (xe2 - xe1) / 2; % Radio de espejo en pixeles
centroespejox = (xe2 + xe1) / 2; % Centro x de espejo en pixeles
centroespejoy = (ye2 + ye1) / 2; % Centro y de espejo en pixeles

% Recortar las imagenes usando los puntos seleccionados
roiA = imcrop(A, [xe1 ye1 (xe2 - xe1) (ye2 - ye1)]);
roiB = imcrop(B, [xe1 ye1 (xe2 - xe1) (ye2 - ye1)]);
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.3 Lectura de pantalla de hartmanngramas experimentales

```
A = roiA;
B = roiB;

% Mostrar imagen recortada
imshow(A);
title('Imagen recortada con el circulo centrado');

% Leer coordenadas para Hart1
input('Presiona Enter para leer las coordenadas del hartmanngrama usando el cursor.\n');
imshow(A);
[a, b] = ginput;
H = [a, b];

% Calcular el centro de los puntos seleccionados
centroHart1x = a(19);
centroHart1y = b(19);

% Crear imagen con los puntos marcados
img_HART1 = zeros(size(A));

for i = 1:size(H, 1)
    x = round(H(i, 1)); % Coordenada x del punto
    y = round(H(i, 2)); % Coordenada y del punto

    % Crear una malla de coordenadas alrededor del punto (x, y)
    [X, Y] = meshgrid(1:size(A, 2), 1:size(A, 1));

    % Calcular distancia de cada punto en la malla al punto (x, y)
    distancias1 = sqrt((X - x).^2 + (Y - y).^2);
    distancias2 = sqrt((X - centroHart1x).^2 + (Y - centroHart1y).^2);

    % Marcar en la imagen las areas dentro del radio de los puntos
    img_HART1(distancias1 <= radiohoyospantalla) = 1;
    img_HART1(distancias2 >= radioCirculo) = 1;
end

% Mostrar la imagen de puntos
imshow(img_HART1);
title('Imagen de puntos de Hart1');

% Calcular coordenadas centradas y escaladas para Hart1
cx = a(19);
cy = b(19);
dato1x = (a - cx) ./ (conversion * factor1);
dato1y = (b - cy) ./ (conversion * factor1);

% Guardar las coordenadas en un archivo de texto
datos1 = [dato1x, dato1y];
save('datosHart1.txt', 'datos1', '-ascii');

% Repetir proceso para la imagen B (Hart3)
input('Presiona Enter para leer las coordenadas del hartmanngrama en Hart3 usando el cursor
```

**Algoritmos computacionales desarrollados para evaluar sistemas ópticos mediante la
variación en la prueba de Hartmann**

A.3 Lectura de pantalla de hartmanngramas experimentales

```
imshow(B);
[a, b] = ginput;
H = [a, b];
img_HART3 = zeros(size(B));

% Centrar y marcar puntos en Hart3
centroHart3x = a(19);
centroHart3y = b(19);

for i = 1:size(H, 1)
    x = round(H(i, 1));
    y = round(H(i, 2));

    % Crear malla y calcular distancias para cada punto
    [X, Y] = meshgrid(1:size(B, 2), 1:size(B, 1));
    distancias1 = sqrt((X - x).^2 + (Y - y).^2);
    distancias2 = sqrt((X - centroHart3x).^2 + (Y - centroHart3y).^2);

    % Marcar puntos en img_HART3
    img_HART3(distancias1 <= radiohoyospantalla) = 1;
    img_HART3(distancias2 >= radioCirculo) = 1;
end

% Mostrar la imagen de puntos en Hart3
imshow(img_HART3);
title('Imagen de puntos de Hart3');

% Calcular coordenadas centradas y escaladas para Hart3
cx = a(19);
cy = b(19);
dato3x = (a - cx) ./ (conversion * factor1);
dato3y = (b - cy) ./ (conversion * factor1);

% Guardar datos de Hart3 en archivo
datos3 = [dato3x, dato3y];
save('datosHart3.txt', 'datos3', '-ascii');

% Graficar las coordenadas
figure;
scatter(dato1x, dato1y);
xlabel('Eje X');
ylabel('Eje Y');
title('Grafico de Hart1');

figure;
scatter(dato3x, dato3y);
xlabel('Eje X');
ylabel('Eje Y');
title('Grafico de Hart3');
```


Bibliografía

- [1] HECHT, E. 1998 , Movimiento Ondulatorio. Óptica, Tercera edición, pp. 11-34. Addison-Wesley.
- [2] HECHT, E. 1998, Más sobre óptica geométrica. Óptica , Tercera edición, pp. 250-279. Addison-Wesley.
- [3] MALACARA, D. 2007 , Optical Shop Testing., tercera edición, Wiley-Interscience.
- [4] BORN, M. & WOLF, E. 1970, Principles of optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light, cuarta edición, Pergamon Press.
- [5] DERENIAK, E. & DERENIAK, T. 2008, GEOMETRICAL AND TRIGONOMETRIC OPTICS, Cambridge University Press.
- [6] MUÑOS A. 2011, Implementación de la prueba de hartmann para el estudio de textura de superficies metálicas, (v.31 n.1). Revista Latinoamericana de Metalurgia y Materiales.
- [7] ROBLEDO, C. S., CAMACHO, G. B., JARAMILLO, A. N. & GALE, D. 1999, Aberration extraction in the Hartmann test by use of spatial filters, Optical Society of America, 38(16), 3483-3489.
- [8] KINGSLAKE, R. 2010, Lens Design Fundamentals, Segunda edición, Spie Press.
- [9] TYSON, R. 2022, Principles of Adaptive Optics, Quinta edición, CRC Press.
- [10] MALACARA, D & MALACARA, D. 2015, What is the Hartmann test?, Optical Society of America, 54(9), 2296-2301.
- [11] MEJÍA, B. 2011, El frente de onda y su representación con polinomios de Zernike, Cien. Tecnol. Salud. Vis. Ocul., 9(2), 146-166., Ph.D. Ciencias-Óptica. Físico. Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.
- [12] SALAS, D. 2006, Estudios y Aplicaciones sobre la Prueba de Hartmann , (Tesis doctoral), Centro de Investigaciones en Óptica, León, Gto.
- [13] GANTES, F. J. 2015 , Análisis y Reducción de Datos en Pruebas de Hartmann y Shack Hartmann , (Tesis de maestría), Centro de Investigaciones en Óptica, León, Gto.
- [14] PLATT, B. C., SHACK, R. 2001, History and Principles of Shack-Hartmann Wavefront Sensing., Journal of Refractive Surgery, Vol. 17, 573-577