



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Momento dipolar magnético del muon en modelos de dos
dobletes de Higgs

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Julio César Flores Urbina

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
Abril de 2021



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Momento dipolar magnético del muon en modelos de dos
dobletes de Higgs

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

LICENCIADO EN FÍSICA

por

Julio César Flores Urbina

Asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
Abril de 2021

Título: Momento dipolar magnético del muon en modelos de dos
dobletes de Higgs

Estudiante: JULIO CÉSAR FLORES URBINA

COMITÉ

Dr. Arturo Fernández Téllez
Presidente

Dr. Mario Maya Mendieta
Secretario

Dr. José Enrique Barradas Guevara
Vocal

Dr. Ricardo Sánchez Vélez
Vocal

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Asesor

Agradecimientos

A mis padres, hermanos, a Sandra y al Dr. Gilberto Tavares Velasco, por su paciencia y valiosas aportaciones.

Índice general

Resumen	XIII
Introducción	XV
1. El modelo estándar	1
1.1. Simetrías de norma	2
1.2. Interacción Electromagnética	3
1.3. Interacción débil	4
1.4. La interacción fuerte	6
1.5. Rompimiento espontáneo de la simetría global	7
1.5.1. Rompimiento de simetría local	7
1.5.2. La fuerza electrodébil	8
1.5.3. Mecanismo de Higgs para la teoría electrodébil	10
2. Momento magnético del muon	13
2.1. Momento magnético anómalo	15
2.2. Contribuciones de QED al momento magnético del muon	15
2.3. Contribución electrodébil al a_μ	16
2.4. Contribución de QCD	17
3. Momento magnético del muon en 2HDM III	19
3.1. Modelo de dos dobletes de Higgs	20
3.1.1. 2HDM tipo III	21
3.2. Parametrización de Feynman	22
3.3. Correcciones radiativas al momento magnético del muon en 2HDM III	24
4. Resultados	29
4.1. Escenario I	29
4.2. Escenario II	29
4.3. Escenario III	30
4.4. Conclusiones	31
Bibliografía	35

Índice de figuras

3.1.	25
4.1. Escenario I: bosones con los mismos valores de masa y acoplamiento en 2HDM. . .	30
4.2. Escenario II: bosón pseudoescalar más masivo y acoplamientos del mismo orden en 2HDM	30
4.3. Escenario III: bosón pseudoescalar más masivo y acoplamientos que difieren en un orden de magnitud en 2HDM	31
4.4. Valores permitidos para las constantes de acoplamiento de acoplamiento para $m_H = 200$ Gev	32
4.5. Valores permitidos para las constantes de acoplamiento para $m_H = 400$ Gev	33
4.6. Valores permitidos para las constantes de acoplamiento para $m_H = 600$ Gev	34

Índice de tablas

1.1. Bosones del ME	2
1.2. Comparativo de las Interacciones	5

Resumen

Hablar de los experimentos de altas energías hoy en día significa referirse a la comprobación de modelos y teorías formuladas para poder describir de manera correcta los procesos que se llevan a cabo en la física de partículas. Con las energías alcanzadas por los aceleradores es posible refinar con mucho mayor precisión la medición de observables físicas. Una de las cantidades que ha llamado la atención, es la medición obtenida para el momento magnético de muon, el cual presenta diferencias significativas con la predicción teórica. Dicha discrepancia no puede ser explicada por el modelo estándar de la física de partículas. Por tal motivo, este trabajo de tesis se centra en una posible contribución de las corrientes neutras con cambio de sabor que están presentes en el modelo de dos dos dobletes de Higgs (2HDM). Se encuentra que la contribución dominante es la de un bosón escalar (tomando a un bosón pseudoescalar pesado) para valores elegidos de las constantes de acoplamiento involucradas en la regla de Feynman correspondiente.

Palabras clave: *Momento magnético del muon, corrientes neutras con cambio de sabor, modelo 2HDM*

Introducción

Hoy en día se cuenta con teorías base que explican un gran número de fenómenos en la naturaleza para ciertos contextos, como lo son la mecánica clásica (régimen Newtoniano), la mecánica cuántica (régimen no relativista), relatividad especial y general, el modelo estándar de las partículas elementales, modelo estándar de la cosmología, etc. Pero a pesar de que cada una de ellas han sido comprobadas por los experimentos en cada área, se ha demostrado que existen intervalos de validez, fuera de los cuales no son capaces de tener una descripción completa de los fenómenos.

Por ejemplo, el modelo estándar de la cosmología ha tenido aciertos en la descripción de muchos procesos como lo es la nucleosíntesis (la predicción de los elementos ligeros en el universo primordial), la cuál ha sido comprobada por las observaciones astronómicas, o bien, se han medido las propiedades de isotropía del universo con la radiación cósmica de fondo.

Sin embargo dicho modelo no explica la aceleración del universo (por medio de la materia observable), por lo que se han recurrido a otra serie de hipótesis referentes a la cantidad y tipo de materia que aparecen en nuestro universo. Esto lleva a plantear escenarios nuevos y nuevas hipótesis dando lugar a la aparición de posible nueva física.

El modelo estándar de las partículas elementales, al que denominaremos ME, puede explicar una vasta cantidad de fenómenos de las interacciones electromagnética, débil y fuerte. Los resultados experimentales han tenido una concordancia casi espectacular y se tiene plena confianza en su estructura como modelo, ya que ha sido probado cualquier cantidad de veces con enorme grado de exactitud.

Pero, al igual que lo antes mencionado en cosmología, a pesar de su exactitud en muchas de sus predicciones, el ME no es capaz de explicar la oscilaciones de neutrinos, ya que el cambio de sabor leptónico está prohibido en su contexto, y esto ocurre a cualquier orden de teoría de perturbaciones. Tampoco predice, por ejemplo, la existencia de la materia oscura o el problema de la jerarquía, es decir el hecho de que cada familia es una repetición de la otra y sólo diferenciadas por su masa.

De esta manera, se puede llegar a pensar de que el ME es sólo una teoría aproximada de alguna otra teoría más profunda y general.

Por lo que se ha recurrido a la formulación de nuevos modelos en torno al ME (extensiones), que tratan de dar respuesta a las interrogantes que prevalecen sin explicación. Existe una gran variedad de extensiones al ME, desde modelos supersimétricos, modelos con un bosón de Higgs ligero, modelos con dos dobletes y hasta modelos con varios multipletes de Higgs.

Hay que recordar que un ingrediente fundamental del ME es el mecanismo de rompimiento espontáneo de la simetría introduciendo un doblete de Higgs y por medio del cual se dota de masa a las partículas (bosones de norma y fermiones).

En los modelos de dos dobletes, dicho ingrediente también existe, sin embargo, se debe introducir un potencial diferente al del ME, con un gran número de parámetros libres. El modelo de dos dobletes de Higgs, fue de los primeros modelos de extensión al ME, lo formuló T. D. Lee en el año

de 1973, y hoy en día podemos encontrar modelos de dos dobletes de Higgs (2HDM) de diferentes características, del tipo I, tipo II y Tipo III. Un caso concreto de las aparentes limitaciones del ME es el referente a la medición y predicción del momento magnético del muón. Existiendo una discrepancia entre teoría y experimento significativa, el ME no puede explicar dichas discrepancias. Se espera que con el gran colisionador (LHC) se puedan recabar datos que puedan determinar la validez de los diferentes modelos más allá del ME.

Por lo que una motivación de este trabajo de tesis es explorar posibles contribuciones al momento magnético del muón a través de las corrientes neutras con cambio de sabor (las cuales están excluidas en el ME) en el sector de Yukawa, esto como una posibilidad para explicar las diferencias experimentales con la teoría.

Se trabajará con el modelo de dos dobletes de Higgs, denominado 2HDM tipo III.

El capítulo uno de este trabajo contiene los aspectos importantes del modelo estándar. El capítulo dos trata al momento magnético del muón en el contexto del ME (antecedentes y resultados experimentales).

En el capítulo tres se encuentra lo referente al modelo de dos dobletes 2HDM tipo III, así como el planteamiento del cálculo al momento magnético de muon. El capítulo cuatro contiene los resultados y conclusiones.

Capítulo 1

El modelo estándar

El ME de la física de partículas es una teoría cuántica de campo que ha demostrado ser exitosa en la descripción de las interacciones entre los constituyentes de la materia existente conocida; cuenta con tres familias de leptones:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

electrón (e), muon (μ), tau (τ) y sus respectivos neutrinos asociados.

Tres familias de quarks

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

up (u), down(d), charm (c), strange (s), top (t) y bottom(b). Los cuales tienen asignado un número cuántico de color que determina tres posibles estados (rojo, verde azul).

Se dice que la materia está formada por bariones y fermiones, los bariones se dividen en mesones y hadrones, y los fermiones son los leptones y quarks.

Los leptones son, por definición, partículas de espín un medio, que no interactúan fuertemente. Los hadrones, por otro lado son partículas que toman parte en la interacción fuerte y existe toda una gama amplia y variada, pero todos son estados ligados de quarks. Los mesones son partículas de espín cero (inestables) y toman parte en la interacción débil, fuerte y electromagnética. Se dice que están compuestas por un par *quark – antiquark*.

El ME es una teoría que unifica a tres de las cuatro interacciones en la naturaleza: Fuerza Electromagnética, Fuerza Nuclear Débil y la Fuerza Nuclear Fuerte, con alto grado de concordancia con los experimentos y está basado en la estructura del grupo $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ (Siendo $SU(3)$ el grupo representativo de la interacción fuerte, $SU(2)$ el correspondiente a la interacción débil y $U(1)$ para la electromagnética) [1].

Se le asignan G_μ^α , W_μ^a y B_μ a los generadores del álgebra de cada grupo de simetría.

$$\underbrace{SU(3)}_{G_\mu^\alpha} \times \underbrace{SU(2)}_{W_\mu^a} \times \underbrace{U(1)}_{B_\mu}$$

$\alpha = 1, \dots, 8$, denota a las ocho partículas de espín uno llamadas *gluones*, $a = 1, 2, 3$ las tres partículas de espín uno asociadas con el grupo $SU(2)$ y B_μ es la partícula de espín uno que se asocia al grupo de simetría $U(1)$.

De esta manera, el ME cuenta con 12 bosones, intermediarios de las interacciones, y el denominado bosón de Higgs (Tabla 1.1), Sobre el cual recae la responsabilidad de dotar de masa a las demás partículas a través del proceso denominado rompimiento espontáneo de la simetría.

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.1. SIMETRÍAS DE NORMA

Bosones		
Spin	Notación	Interacción
1	8 gluones	Fuerte
1	1 Fotón (γ)	electromagnética
1	W^\pm, Z	Débil
0	Higgs	Origen de masas

Tabla 1.1: Bosones del ME

El ME cuenta con 19 parámetros libres:

- (9) Las masas de los quarks y los leptones.
- (2) La masa del Higgs y el valor de expectación del vacío.
- (4) Tres ángulos y una fase de la matriz de Cabibo- Kobayashi-Maskawa, también llamada en la literatura como matriz CKM.
- (1) La fase del vacío para QCD.
- (3) Tres constantes de acoplamiento g_1, g_2 y g_3 correspondientes al grupo de norma $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$.

Otra de las consideraciones importantes del ME es que obedece a un conjunto de simetrías, globales o locales, denominadas simetrías de norma.

Cabe resaltar que el ME no contiene en su descripción a la fuerza gravitacional, aunque se han hecho intentos de formular una teoría cuántica de la gravedad, se ha encontrado que resulta ser una teoría no renormalizable.

1.1. Simetrías de norma

Se sabe de mecánica clásica que se puede describir un sistema físico a partir de su función lagrangiana (denotada por L), que a su vez está relacionada con la acción por medio de $S = \int L dt$, donde $L = L(q(t), \dot{q}(t), t)$ con $q(t)$ las coordenadas generalizadas, y $\dot{q}(t)$, su derivada respecto del tiempo. Lo cual no es de utilidad para una teoría relativista como es el caso de una teoría cuántica de campo, ya que clásicamente la lagrangiana se integra sobre el tiempo solamente, separado del espacio.

Si se considera una acción en términos del lagrangiano por unidad de volumen (densidad Lagrangiana) \mathcal{L} , la lagrangiana se puede expresar como $L = \int \mathcal{L} d^n x$, donde la integral se realiza sobre todo el espacio $n - dimensional$.

Po lo tanto la acción se puede expresar $S = \int L dt = \int \mathcal{L} dt d^n x$.

En el *espacio - tiempo* de Minkowsky, la acción tomará la forma $S = \int \mathcal{L} dt d^3 x$, y entonces \mathcal{L} dependerá de las coordenadas y del tiempo a través de funciones (que serán los campos que actuarán como variables continuas). Es decir habría que realizar los cambios $q(t) \rightarrow \phi(x^\mu)$ y $\dot{q}(t) \rightarrow \partial_\mu \phi(x^\mu)$. De tal manera que

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi, x^\mu) \tag{1.3}$$

y al imponer la condición de extremo en $\delta S = 0$ se obtendrían las ecuaciones de campo por medio de

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial_\mu (\partial \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0 \tag{1.4}$$

Entonces, son de interés aquellas densidades Lagrangianas que sean invariantes ante cierto tipo de transformaciones, ya que esto implica la existencia de alguna simetría. Las simetrías pueden ser discretas o continuas, representadas en el *espacio - tiempo* o en un espacio abstracto (interno), como podemos constatarlo por ejemplo con las transformaciones de Lorentz o bien con la simetría

de espín respectivamente.

Considerando la densidad Lagrangiana para un campo escalar complejo de Klein Gordon

$$\mathcal{L} = -\partial^\mu \phi^\dagger \partial_\mu \phi - m^2 \phi^\dagger \phi, \quad (1.5)$$

al realizar una transformación del tipo $\phi^\dagger \rightarrow e^{-i\alpha} \phi^\dagger$ (donde α es una constante real arbitraria), la densidad Lagrangiana queda inalterada. Este tipo de transformación se le llama transformación $U(1)$, porque $e^{-i\alpha}$ pertenece al grupo unitario.

Dado que dicha transformación dejará las ecuaciones de campo inalteradas y como no depende de las coordenadas, se dice que genera una simetría global (continua). La transformación pertenece al grupo de simetría $U(1)$ que proporcionan un cambio en los campos de manera constante en todos los puntos del espacio.

De esta manera, el ME contempla expresar las diferentes interacciones através de sus respectivas densidades Lagrangianas, y estudiar sus simetrías [2]. Esto implicará la existencia de campos de norma para preservar la invariancia de la teoría ante transformaciones, las teorías derivadas de esto se llaman teorías de norma, como los son las que describen a las interacciones, fuerte, débil y electromagnética.

1.2. Interacción Electromagnética

Si consideramos la densidad Lagrangiana correspondiente al campo de Dirac (fermión libre cargado de masa m)

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi, \quad (1.6)$$

se puede probar que al igual que en el caso de Klein Gordon, esta densidad Lagrangiana es invariante ante la transformación global $U(1)$, $\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi$.

Si ahora el parámetro de la transformación α depende de las coordenadas *espacio – temporales*, $\alpha = \alpha(x)$, se tiene

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \rightarrow \bar{\psi}e^{-i\alpha(x)}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)e^{i\alpha(x)}\psi \quad (1.7)$$

entonces

$$\mathcal{L} \rightarrow \bar{\psi}e^{-i\alpha(x)}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)e^{i\alpha(x)}\psi = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu \psi \partial_\mu(\alpha(x)) \quad (1.8)$$

$$= \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m - \gamma^\mu \partial_\mu(\alpha(x)))\psi. \quad (1.9)$$

Se observa que la densidad Lagrangiana queda alterada con un término extra, por lo que la invariancia no se obtiene. Para librar esta situación, se define algún campo arbitrario A_μ de tal forma que cambie mediante una transformación del tipo $e^{i\alpha(x)}$ de la siguiente manera

$$A_\mu \rightarrow A_\mu - \frac{1}{q}\partial_\mu \alpha(x) \quad (1.10)$$

donde q es una constante.

Al introducir A_μ , la derivada ordinaria ∂_μ cambiará por la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu \quad (1.11)$$

Cuando se dice que una partícula lleva carga, significará que se le agregará el correspondiente término a la derivada ordinaria, o bien puede entenderse que si la partícula no transporta carga la derivada ordinaria y la covariante coinciden (no habría interacción electromagnética).

Por lo tanto la nueva densidad Lagrangiana, tendrá la forma

$$\mathcal{L}' = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad (1.12)$$

$$= \bar{\psi}(i\gamma^\mu [\partial_\mu + iqA_\mu] - m)\psi. \quad (1.13)$$

Si aplicamos ahora la transformación local $\psi \rightarrow e^{i\alpha(x)}\psi$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}' &= \bar{\psi}e^{-i\alpha(x)}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m - q\gamma^\mu[A_\mu - \frac{1}{q}\partial_\mu\alpha(x)])e^{i\alpha(x)}\psi \\
 &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m - q\gamma^\mu A_\mu + \gamma^\mu\partial_\mu\alpha(x) - \gamma^\mu\partial_\mu\alpha(x))\psi \\
 &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m - q\gamma^\mu A_\mu) \\
 &= \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \\
 &= \mathcal{L}
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

Al sumar el término adicional al campo A_μ , se restaura la simetría local. En este caso D_μ se le llamará concretamente la derivada covariante del grupo de norma $U(1)$. Por otro lado, el tensor de campo electromagnético, $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ también es invariante bajo la transformación (1.10) y para completar la parte dinámica se puede construir un término cinético que involucra al tensor de campo electromagnético a la densidad Lagrangiana

$$\mathcal{L}_{cin} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{1.15}$$

de esta forma la densidad Lagrangiana de la electrodinámica cuántica queda como

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{1.16}$$

La derivada covariante contiene el término proporcional al potencial vectorial A_μ , el cual contiene la interacción del fotón-leptón.

$$-q\bar{\psi}A_\mu\psi \tag{1.17}$$

Por lo tanto, imponiendo invarianza local sobre los campos fermiónicos, permite la introducción de campos vectoriales sin masa, que en este caso se trata del campo electromagnético dado a través de A_μ .

La invarianza de norma local tiene detrás un contenido dinámico dado que genera el término correspondiente de interacción. Los nuevos campos que se introducen de esta manera son llamados campos bosónicos de norma y al *cuanto* correspondiente se le llama partícula de norma, de esta manera se asigna al potencial vectorial el papel de mediador (bosón vectorial) de la interacción electromagnética y la constante de acoplamiento q corresponderá a la carga del electrón.

Habrá que recalcar que la electrodinámica cuántica (QED), es la mejor teoría cuántica de campo con la que se cuenta, demostrando ser altamente consistente con los resultados experimentales.

1.3. Interacción débil

A diferencia de las otras interacciones, la fuerza débil no produce estados ligados, como aquellos encontrados en los núcleos, en átomos, moléculas o bien en objetos celestes que se mantienen orbitando debido a la fuerza de gravedad. Su intensidad la mayoría de las veces se ve opacada por las otras interacciones que se hacen más dominantes en los diferentes rangos (Tabla 1.2).

La historia de las interacciones débiles puede remontarse al proceso del decaimiento del neutrón indicaba que debía existir una partícula eléctricamente neutra que aún no se había detectado. La conservación del espín en el decaimiento del neutrón indicaba que debía ser un fermión. En 1930 Pauli postuló la existencia de esta partícula y en 1932 Fermi la llamó *neutrino*, denotado por ν . El proceso del decaimiento del neutrón (decaimiento beta) es entonces

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \tag{1.18}$$

La interacción débil puede verse en decaimientos y colisiones, siendo el decaimiento beta y los neutrinos algunas de sus fuentes de prueba más numerosas. Existen dos principales fuentes de

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.3. INTERACCIÓN DÉBIL

Interacción	Actúa sobre	Intensidad	Rango
Fuerte	Hadrones	1	10^{-15} m
Electromagnética	Cargas Eléctricas	10^{-2}	Infinito
Débil	Leptons y Hadrones	10^{-5}	10^{-18} m
Gravedad	Masa	10^{-39}	Infinito

Tabla 1.2: Comparativo de las Interacciones

neutrinos, los aceleradores de protones (que principalmente producen ν_μ y $\bar{\nu}_\mu$) y los reactores de fisión nuclear que produce en gran número neutrinos electrónicos (ν_e).

Inicialmente Fermi en los años 50 estableció una teoría efectiva de las interacciones débiles, cuya interacción se lleva a cabo en un punto del espacio y a través de corrientes tipo $j = j^{lep} + j^{had}$ (contribución hadrónica y leptónica), cuya densidad Lagrangiana es de la forma:

$$\mathcal{L} = 2G_F(\bar{\psi}_p\gamma^\mu\psi_n)(\bar{\psi}_e\gamma^\mu\psi_\nu) \quad (1.19)$$

donde cada subíndice de cada espinor indica el tipo de partícula, y G_F es la constante de Fermi. La teoría formulada de esta manera, lleva a varias inconsistencias debido a varias razones, como lo son el hecho de que el protón y neutrón están formadas por quarks, también esta teoría no incorpora el hecho de que las interacciones débiles violan paridad, y además no incorporan partículas mediadoras de la interacción. El valor de la constante de Fermi es de

$$G_F = 1,14 \text{ Gev}^{-2} \quad (1.20)$$

Otra de las deficiencias de la teoría es que no es renormalizable. Esta teoría parecía reproducir los datos experimentales, dando un tiempo de vida del neutrón de 1300 s, muy cercano al valor real de 882 s, sin embargo, las inconsistencias se dan a altas energías (cientos de Gev's), dando lugar al denominado el problema de una unitariedad, que implicaba que la teoría presentaba infinitos.

En 1956 Chien-Shiung Wu demostró que las interacciones débiles violan paridad. Se dice entonces que en reacciones de decaimientos débiles, los neutrinos creados de esta manera, son izquierdos (haciendo alusión a su helicidad), mientras que los antineutrinos son derechos. Dado que el neutrino es una partícula difícil de detectar, así lo serían las mediciones de sus propiedades, por lo que sería casi imposible medir directamente su espín; con lo que se recurre a sus compañeros de reacción para poder asignarle mediciones de manera indirecta. Tomando en cuenta la reacción

$$\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \quad (1.21)$$

sabemos que el *pion* es una partícula de espín cero, y el electrón de espín $\frac{1}{2}$, por lo que el espín de las partículas salientes debe anularse, así el espín correspondiente al antineutrino electrónico $\bar{\nu}_e$ debe ser $-\frac{1}{2}$. Si el electrón tiene espín-arriba entonces el antineutrino tiene espín-abajo, pero con momento opuesto. De esta manera se espera ambos serían de mano derecha o ambos de mano izquierda. Se puede usar el operador de quiralidad para especificar estado de mano derecha o izquierda determinado por la matriz de quiralidad γ^5 , dado por

$$\psi_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma^5)\psi \quad (1.22)$$

Entonces si se requiere una interacción de mano izquierda, la corriente toma la forma

$$J_\mu^+ = \frac{1}{2}g\bar{\nu}_e\gamma^\mu(1 - \gamma^5)e \quad (1.23)$$

La simetría de las interacciones débiles no es $SU(2)$, es más bien $SU(2)_L$. Simetría que actúa sobre partículas de mano izquierda solamente.

Los bosones vectoriales mediadores de la interacción débil son tres, W^+ , W^- (antipartícula una de la otra) y Z^0 (que como el fotón, es su propia antipartícula), este último sin carga eléctrica. Las masas de los bosones mediadores se han medido con gran exactitud, siendo estas:

$$M_w = 80,385 \pm 0,015 \text{ GeV}$$

$$M_z = 91,1876 \pm 0,0021 \text{ GeV}$$

Si actúan los W 's, los estados inicial y final difieren en una unidad de carga, se habla entonces de corrientes cargadas en el proceso (CC), si actúa Z^0 , antes y después del proceso, la carga no cambia, y se habla de corrientes neutras (CN).

En la interacción débil se conocen tres tipos de procesos: procesos leptónicos, procesos semileptónicos y procesos no leptónicos.

1.4. La interacción fuerte

Las investigaciones de los procesos de dispersión de leptones a altas energías ha dado información sobre la estructura hadrónica. Dicha dispersión está acompañada por una transferencia de energía y momento q por medio de una partícula virtual: el fotón para el caso de la dispersión de electrones y muones, y bosones vectoriales intermediarios en el caso de neutrinos. El análisis de datos experimentales de la dispersión profundamente no elástica de electrones, muones y neutrinos permite llegar a la conclusión de que los partones cargados (componentes puntuales del hadrón) pueden identificarse con las partículas llamadas quarks.

Existen otro tipo de partones llamados *gluones* (del inglés "glues", que significa pegamento), se supone que son los responsables de la interacción de quarks consigo mismos mateniéndolos pegados a los hadrones.

La interacción fuerte está descrita por la Cromodinámica Cuántica (QCD) y es básicamente la teoría que explica la interacción entre quarks para formar todas las partículas que interaccionan fuertemente (hadrones), ya sean mesones (interacción quark-antiquark) o bariones (interacción entre tres quarks). Es una teoría de norma no abeliana, invariante ante una transformación del grupo $SU(3)$ en el espacio de color (de ahí que en modelo estandar se denote por $SU(3)_C$).

Los gluones, que son las partículas mediadoras de la interacción fuerte, llevan consigo un número cuántico extra llamado número cuántico de color, instaurado para salvaguardar el principio de exclusión de Pauli, (los quarks al tener espín $\frac{1}{2}$ implica que dos quarks no pueden tener los mismos números cuánticos). Por lo tanto cada quark lleva un número cuántico de color y cada color deberá tener tres posibles valores (colores).

La densidad Lagrangiana para QCD es

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu D_\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^j F_j^{\mu\nu} \quad (1.24)$$

donde la derivada covariante está definida:

$$D_\mu = \partial_\mu + \frac{i}{2} g_s \lambda_l A_\mu^l \quad (1.25)$$

λ_l denota a las matrices de Gell-Mann del grupo de simetría $SU(3)$, A_μ^l es la componente del l -ésimo bosón de norma ($l = 1, 2, 3, \dots, 8$), f etiqueta al tipo de sabor y g_s es la constante de acoplamiento. El tensor del campo de gluón está definido por

$$F_{\mu\nu}^j = \partial_\mu A_\nu^j - \partial_\nu A_\mu^j - g_s f_{kl}^j A_\mu^k A_\nu^l \quad (1.26)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.5. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE LA SIMETRÍA GLOBAL

y f_{kl}^j son las constantes de estructura del grupo $SU(3)$. El espinor para cada sabor está compuesto de un triplete de quarks

$$\psi_f = \begin{pmatrix} q_{red} \\ q_{blue} \\ q_{green} \end{pmatrix}_f \equiv \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix}_f \equiv \begin{pmatrix} R \\ B \\ G \end{pmatrix}_f \quad (1.27)$$

1.5. Rompimiento espontáneo de la simetría global

La ruptura espontánea de la simetría ocurre cuando en un sistema físico dado, en su estado simétrico de menor energía, no posee un mínimo absoluto, es decir, dicho estado es inestable. Se dice que la verdadera causa del rompimiento de la simetría resulta ser cualquier perturbación no simétrica.

Consideremos un bosón escalar complejo que satisface la siguiente densidad Lagrangiana:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}\partial^\mu\phi^\dagger\partial_\mu\phi - V(\phi^\dagger, \phi) \quad (1.28)$$

esta densidad Lagrangiana es invariante bajo transformaciones del grupo $U(1)$, donde $V(\phi^\dagger, \phi) = -m^2\phi\phi^\dagger = -\frac{1}{2}m|\phi|^2$, este potencial alcanza su valor mínimo en $|\phi|=0$ y con él, el vacío de la teoría se alcanza en $\phi=0$. Si consideramos que ahora el potencial tiene la forma

$$V(\phi^\dagger, \phi) = \frac{\lambda}{2}m^2(\phi^\dagger\phi - \Phi^2)^2 \quad (1.29)$$

La densidad Lagrangiana con este nuevo potencial, sigue manteniendo la simetría global $U(1)$, pero ahora el mínimo valor de la energía está dado en $|\phi|=\Phi$, esto es, hay un número infinito de vacíos en esta teoría, ya que ϕ es complejo y la degeneración estará dada por los diferentes valores que puede tomar $e^{i\alpha}$ en la circunferencia de radio Φ .

Es decir, en este caso se deberá elegir el vacío a mano, ya que para todo valor de α el vacío es el mismo, por lo tanto podemos tomar aquél valor que cumpla con que $|\phi|=\Phi$ (donde ϕ es real, es decir $\alpha=0$.) Si se realiza una expansión alrededor del vacío de la forma

$$\phi = \Phi + \omega + i\beta \quad (1.30)$$

donde ω y β son dos nuevos campos escalares, y se sustituyen en nuestra densidad Lagrangiana

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{2}\partial^\mu[\omega - i\beta]\partial_\mu[\omega + i\beta] - \frac{1}{2}\lambda m^2[(\Phi + \omega - i\beta)(\Phi + \omega + i\beta) - \Phi^2]^2 \\ &= \left[-\frac{1}{2}\partial^\mu\omega\partial_\mu\omega - \frac{1}{2}4\lambda m^2\Phi^2\omega^2 - \frac{1}{2}\partial^\mu\beta\partial_\mu\beta \right] - \frac{1}{2}\lambda m^2 [4\Phi\omega^3 + 4\Phi\omega\beta^2 + \omega^4 + \omega^2\beta^2 + \beta^4] \end{aligned} \quad (1.31)$$

con esto se convierte en una teoría con un campo escalar masivo ω ($\sqrt{4\lambda m^2\Phi^2}$), un campo real sin masa β y 5 términos de interacción que determinan cinco tipos diferentes de vértices permitidos en los diagramas de Feynman.

Este procedimiento muestra que generando fluctuaciones alrededor del vacío, se rompe la simetría global, y aparecen bosones escalares sin masa como en el caso de β . Estos bosones se llaman bosones de Goldstone.

1.5.1. Rompimiento de simetría local

Siguiendo el mismo procedimiento para una simetría global, comenzamos tomando en cuenta la siguiente densidad Lagrangiana

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}[\partial^\mu - iqA^\mu][\partial_\mu + iqA_\mu] - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - V(\phi^\dagger, \phi) \quad (1.32)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.5. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE LA SIMETRÍA GLOBAL

donde $V(\phi^\dagger, \phi)$ está dada por (1.29), por lo que el vacío tiene la degeneración de acuerdo a la simetría $U(1)$ dada por $|\phi| = \Phi$. Dado que $U(1)$ se considera ahora una simetría local, se puede elegir el parametro de grupo $\alpha(x)$ de tal manera que ϕ sea siempre real. Podemos expandir alrededor del vacío

$$\phi = \Phi + h \quad (1.33)$$

donde h es un campo escalar real. Entonces

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\frac{1}{2}[(\partial^\mu - iqA^\mu)(\Phi + h)][(\partial_\mu + iqA_\mu)(\Phi + h)] - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}m^2\lambda[(\Phi + h)(\Phi + h) - \Phi^2]^2 \\ &= -\frac{1}{2}\partial^\mu h\partial_\mu h - \frac{1}{2}4\lambda m^2\Phi^2 h^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}q^2\Phi^2 A^2 + \mathcal{L}_{interacciones} \end{aligned} \quad (1.34)$$

donde la densidad Lagrangiana de interacción contiene término de interacción entre h y A , y potencias de h (auto-interacción). Por lo tanto, antes del rompimiento se tenía una teoría con un campo escalar complejo y un campo vectorial sin masa A^μ ; después del rompimiento se tiene un campo escalar real h con masa igual a $\sqrt{4\lambda m^2\Phi^2}$ y un campo A^μ con masa $q\Phi$.

El rompimiento de simetría proporciona masa. Esta forma de introducir masa se conoce como mecanismo de Higgs (descubrieron por Peter Higgs) y el campo escalar h es el boson de Higgs. Podemos concluir diciendo que la ruptura de la simetría global genera bosones sin masa (Bosones de Goldstone) y la ruptura de una simetría local implica la aparición de bosones con masa.

1.5.2. La fuerza electrodébil

La llamada fuerza electrodébil conjunta a las interacciones electromagnética y débil en una sola, denominada interacción electrodébil, regida por el rompimiento del grupo de simetría

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM} \quad (1.35)$$

Al grupo de simetría para $U(1)$ a altas energías se le da el nombre de hipercarga, denotado por $U(1)_Y$, mientras que a bajas energías el grupo $U(1)$ se asocia al electromagnetismo y es denotado por $U(1)_{EM}$. Cheng Nin Tang y Robert Mills (Teoría de Yang-Mills) propusieron que el grupo de norma $U(1)$ de las interacciones electromagnéticas se puede generalizar a una teoría de norma no abeliana.

El grupo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ tendrá cuatro campos vectoriales de norma, tres de los cuales son asociados al grupo $SU(2)$, denotados por W_μ^a , donde a toma los valores 1, 2 o 3 y B_μ se asocia al grupo $U(1)$. Este grupo de simetría satisface también invariancia local mediante las transformación

$$\psi \rightarrow e^{ig'S\alpha(x)} e^{igT_i\omega(x)}\psi \quad (1.36)$$

donde T_i denota a los generadores de grupo ($T_i = \frac{\sigma_i}{2}$, σ_i son las matrices de pauli), ω_i el parámetro asignado a cada generador, g y g' las constantes de acoplamiento en cada caso y S es el generador del grupo $U(1)_Y$.

Al exigir la invariancia, la estructura de teoría de norma queda determinada a través de su derivada covariante.

$$D^\mu = \partial^\mu + igT_a W_a^\mu + ig'SB^\mu. \quad (1.37)$$

La constante de acoplamiento g del grupo $SU(2)$ es la misma para todos los generadores (si todas las T^i s están normalizadas de la misma manera $\kappa Tr(T_a T_b) = \delta_{ab}$). Dado que las simetrías implican cantidades conservadas, la simetría de norma local del grupo $SU(2)$ implica la conservación de isoespin débil \mathbf{T} , y la cantidad conservada asociada a $U(1)$ es la hipercarga \mathbf{Y} , que está relacionada con la carga eléctrica y la componente de isoespin \mathbf{T}_3 por medio de la ecuación

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.38)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.5. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE LA SIMETRÍA GLOBAL

Q estará en unidades de la carga del electrón y por convención se define la hipercarga débil del doblete leptónico izquierdo como $Y_L = -1$, también sabemos que la componente de isospín débil $T_3 = \frac{1}{2}$ para componentes *arriba* (up) y $T_3 = -\frac{1}{2}$ para componentes *abajo* (down). Lo cuál da como resultado $Q = -1$ para el electrón.

El lagrangiano electrodébil tendrá una forma

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_{Boson} + \mathcal{L}_{Fermion} \quad (1.39)$$

Donde

$$\mathcal{L}_{boson} = W_{\mu\nu}W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} \quad (1.40)$$

$$\mathcal{L}_{Fermion} = \bar{\psi}_L\gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g'\frac{Y}{2}B_\mu - g\frac{1}{2}\vec{\tau} \cdot \vec{W}_\mu \right) \psi_L + \bar{\psi}_R\gamma^\mu \left(i\partial_\mu - g'\frac{Y}{2}B_\mu \right) \psi_R. \quad (1.41)$$

Siendo ψ_L y ψ_R campos fermiónicos de helicidad izquierda y derecha respectivamente, además

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu - g[W_\mu, W_\nu] \quad (1.42)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (1.43)$$

y

$$W_\mu = \frac{-i}{2}\vec{W} \cdot \vec{\tau} \quad (1.44)$$

$$B_\mu = \frac{-i}{2}B_\mu\tau^3. \quad (1.45)$$

No aparecen términos de masa en la densidad Lagrangiana para leptones ni para bosones de norma porque se estropearía la invariancia de norma, todas las masas deben venir del mecanismo de Higgs. Este modelo es una teoría no abeliana en donde se va a requerir que el electrón y los bosones vectoriales de norma adquieran masa generada espontáneamente.

Por lo tanto harán falta más campos de Higgs que en el ejemplo abeliano mostrado anteriormente. La elección mínima que es consistente con la fenomenología, es introducir un doblete complejo de $SU(2)$ con dos campos escalares de Lorentz

$$\phi \equiv \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{pmatrix}. \quad (1.46)$$

La densidad Lagrangiana tendrá la forma

$$\mathcal{L} = (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi^\dagger, \phi), \quad (1.47)$$

donde la derivada covariante es

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig'}{2}a_\mu y + \frac{ig}{2}\mathbf{b}_\mu \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (1.48)$$

y el potencial por el cual se rompe la simetría

$$V(\phi^\dagger, \phi) = \mu^2\phi^\dagger\phi + \lambda(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (1.49)$$

con $\lambda > 0$.

1.5.3. Mecanismo de Higgs para la teoría electrodébil

La existencia de la teoría electrodébil se afianzó a partir de dos hechos experimentales: en 1973 con el descubrimiento de las corrientes neutras y en 1983 con el descubrimiento de los bosones vectoriales W^\pm y Z .

En 1970 Glashow, Salam y Weinberg fueron galardonados con el premio Nobel de física por su aportación a la unificación de las interacciones electromagnética y débil y en 1999, 'tHooft y Veltman recibieron el premio Nobel por demostrar que la teoría electrodébil es renormalizable.

El marco de la teoría electrodébil requiere la existencia de un campo que no es generado por ninguna simetría u otro mecanismo conocido, se trata del campo escalar representado por el bosón de Higgs, sobre el cual se especulaba si era o no un artificio matemático para generar las masas de las demás partículas, hasta que en 2013, en el Large Hadron Collider (LHC), fue detectado (otorgando el premio Nobel a Englert, Brout y Higgs por predecir su existencia) con medición de una masa igual a 125 GeV.

A la teoría electrodébil se le llama también la teoría Glashow-Salam-Weinberg (GSW) y da como punto de partida el campo de Higgs de la forma

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix}, \quad (1.50)$$

donde ϕ_1 y ϕ_2 son campos escalares complejos.

Como en los casos anteriores, se rompe espontáneamente la simetría local eligiendo $\mu^2 < 0$ de (1.49), y seleccionando el valor de expectación del vacío del campo escalar

$$\langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.51)$$

con $v = \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}}$. Los generadores para el grupo de simetría $SU(2)$ son $T_i = \frac{\sigma_i}{2}$ (las matrices de Pauli)

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (1.52)$$

mientras que sólo hay un generador para la carga

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.53)$$

Para cada generador que no aniquile el vacío, se espera un bosón de Goldston normado por la teoría, dotándolo de masa. Entonces

$$\sigma_1 \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} v/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1.54)$$

$$\sigma_2 \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} -iv/\sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1.55)$$

Es conveniente definir $K = \frac{\sigma_3 - Y}{2}$ y $Q = \frac{\sigma_3 + Y}{2}$, de tal forma que

$$K \langle \Phi \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.56)$$

$$Q \langle \Phi \rangle_0 = 0. \quad (1.57)$$

Como tres de los cuatro generadores dan un resultado diferente de cero al mutiplicarse al vacío, tres bosones de norma adquirirán masa espontáneamente.

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.5. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE LA SIMETRÍA GLOBAL

Por otro lado, Q hace cero al estado del vacío, lo cual quiere decir que el vacío es invariante ante la simetría local de $U(1)$, es decir la simetría es espontáneamente rota de $SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{QED}$ y la carga eléctrica se conserva. Si procedemos de forma análoga con los casos anteriores, fijámonos en las fluctuaciones alrededor del vacío y parametrizando nuestro campo escalar como

$$\Phi = exp\left(i\frac{\xi \cdot \tau}{2v}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} = U^{-1}(\xi) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+\eta(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.58)$$

Por lo tanto la transformación del campo escalar

$$\Phi' \rightarrow U(\xi)\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + \eta(x) \end{pmatrix} \quad (1.59)$$

$$R \rightarrow R \quad L' \rightarrow U(\xi)L \quad (1.60)$$

donde

$$R = e_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)e \quad L = \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix}_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \begin{pmatrix} \nu \\ e \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

R denota al electrón derecho (singlete) y L al doblete leptónico izquierdo, propios de las posibles helicidades.

Por otro lado, la densidad Lagrangiana de la interacción fermión-escalar sería mediante el acoplamiento de Yukawua [3]

$$\mathcal{L}_{f-s} = -G_e[\bar{R}(\phi^\dagger L) + (\bar{L}\phi)R] \quad (1.62)$$

siendo G_e una constante independiente de los acoplamientos de norma. Sustituyendo las transformaciones dadas por (1.51) y (1.52)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{f-s} &= -\frac{G_f}{\sqrt{2}}(v + \eta)[\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R] \\ &= -\frac{G_f}{\sqrt{2}}(v + \eta)[\bar{e}e] \\ &= -\frac{G_f}{\sqrt{2}}v\bar{e}e - \frac{G_f}{\sqrt{2}}\eta\bar{e}e \end{aligned} \quad (1.63)$$

El primer término nos dice que el electrón tiene ahora masa, $m_e = \frac{G_f}{\sqrt{2}}v$ y el segundo término nos da la interacción entre el campo escalar η y el electrón.

Si nuevamente se sustituyen las transformaciones (1.51) y (1.52) en la expresión (1.40), se obtiene

$$\mathcal{L}_s = \frac{1}{2}(\partial^\mu \eta)(\partial_\mu \eta) - \frac{1}{2}m_\eta^2 \eta^2 + \frac{1}{2}m_W^2(|W_\mu^+|^2 + |W_\mu^-|^2) + \frac{1}{2}m_Z^2|Z_\mu^0|^2 + \text{interacciones} \quad (1.64)$$

donde se han definido los bosones cargados como

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^1 - ib_\mu^2) \quad W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(b_\mu^1 + ib_\mu^2) \quad (1.65)$$

mientras que los bosones neutros

$$Z_\mu^0 = \frac{(-g'a_\mu + gb_\mu^3)}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad A_\mu = \frac{(ga_\mu + g'b_\mu^3)}{\sqrt{g'^2 + g^2}} \quad (1.66)$$

y donde las masas están dadas por las definiciones

$$m_\eta = \sqrt{-2\mu^2} \quad m_W = \frac{gv}{2} \quad m_Z = m_W \sqrt{1 + \frac{g'^2}{g^2}} \quad (1.67)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.5. ROMPIMIENTO ESPONTÁNEO DE LA SIMETRÍA GLOBAL

El campo escalar η correspondería al boson de Higgs masivo, los bosones vectoriales W^\pm y Z^0 , corresponden a los bosones vectoriales intermediarios masivos, el fotón permanece sin masa, ya que dicho término no aparecería en la densidad Lagrangiana después de la ruptura de la simetría.

Es costumbre introducir el ángulo de mezcla o ángulo de Weinberg:

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g} \tag{1.68}$$

por lo que

$$\sqrt{g'^2 + g^2} = \frac{g}{\cos \theta_W} = \frac{g'}{\sin \theta_W} \tag{1.69}$$

Y con ellos las definiciones de los campos de norma neutros cambian

$$Z_\mu^0 = -a_\mu \sin \theta_W + b_\mu^3 \cos \theta_W \tag{1.70}$$

$$A_\mu = a_\mu \cos \theta_W + b_\mu^3 \sin \theta_W \tag{1.71}$$

Capítulo 2

Momento magnético del muon

Todo leptón tiene asignado una propiedad tan importante como la carga, el espín, la masa y el tiempo de vida. Ésta es el momento magnético, el cual es típico de leptones. Desde el punto de vista clásico, una partícula orbitando, con carga eléctrica e y masa m experimenta un momento dipolar magnético dado por

$$\mu_{\mathbf{L}} = \frac{e}{2m} \vec{L}, \quad (2.1)$$

donde \vec{L} es el momento angular orbital.

De la ecuación Dirac (con acoplamiento mínimo)

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - e\gamma^\mu A_\mu - m)\psi = 0, \quad (2.2)$$

la cual se sabe que es invariante ante las transformaciones

$$\begin{aligned} \psi(x) &\rightarrow e^{ie\alpha(x)}\psi(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow A_\mu(x) - \partial_\mu\alpha(x), \end{aligned} \quad (2.3)$$

qué desarrollada en forma más explícita, la ecuación (2.2), se expresa

$$i\frac{\partial\psi}{\partial t} = (\alpha \cdot \mathbf{p} + \beta m)\psi - (\alpha \cdot \mathbf{A} + eA^0)\psi \quad (2.4)$$

donde

$$\psi = \begin{pmatrix} \xi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & -\mathbf{I} \end{pmatrix}, \quad \alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

lo cual conduce a dos ecuaciones diferenciales acopladas

$$i\frac{\partial\xi}{\partial t} = (\sigma \cdot \pi)\chi + eA^0\xi + m\xi \quad (2.6)$$

$$i\frac{\partial\chi}{\partial t} = (\sigma \cdot \pi)\xi + eA^0\chi - m\chi \quad (2.7)$$

donde $\pi = \mathbf{p} - e\mathbf{A}$, e introduciendo los cambios de variable:

$$\xi = e^{-imt}\Phi \quad (2.8)$$

$$\chi = e^{-imt}X \quad (2.9)$$

y sustituyendo en (2.6) y (2.7), se obtiene

$$i\frac{\partial\Phi}{\partial t} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\pi})X + eA^0\Phi \quad (2.10)$$

$$i\frac{\partial X}{\partial t} = (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\pi})\Phi + eA^0X - 2mX \quad (2.11)$$

Si se asume que $eA^0 \ll 2m$, la ecuación (2.11) se reduce y se puede resolver, obteniendo

$$X \simeq \frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\pi})\Phi}{2m} \ll \Phi, \quad (2.12)$$

donde se ha tomado una aproximación no relativista y (2.10) se convierte en

$$i\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \left[\frac{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\pi})^2}{2m} + eA^0 \right] \Phi \quad (2.13)$$

que no es otra cosa que la ecuación de Pauli. Usando las propiedades de las matrices de Pauli y la definición de $\boldsymbol{\pi}$

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\pi})^2 = \sigma_i \sigma_j \pi^i \pi^j = \pi^2 + \frac{1}{4} [\sigma_i \sigma_j] [\pi^i \pi^j] = \pi^2 - e\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} \quad (2.14)$$

se obtiene

$$i\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \left[\frac{(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2}{2m} - \frac{e}{2m} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} + eA^0 \right] \Phi \quad (2.15)$$

la única dependencia con el espín es en el término $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}$, entoces se define

$$\mathcal{H}_{mag} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} \quad (2.16)$$

que es la parte del Hamiltoniano asignado a la interacción magnética. Y con la definición

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{e}{m} \frac{\boldsymbol{\sigma}}{2} = 2 \left(\frac{e}{2m} \right) \mathbf{S}, \quad (2.17)$$

siendo $\boldsymbol{\mu}$ el momento magnético para una partícula con espín, el momento magnético que corresponde a esta contribución es intrínseco y basicamente se obtiene una expresión para él remplazandolo por el operador de momento angular orbital \vec{L} de la forma

$$\vec{S} = \frac{\vec{\sigma}}{2}. \quad (2.18)$$

La ecuación de Pauli se puede reescribir usando el hecho de que $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ con la elección de $\mathbf{A} = \frac{1}{2}\mathbf{B} \times \mathbf{r}$ y usando la aproximación de campo débil (despreciando términos cuadráticos en \mathbf{A}) [4], se obtiene

$$i\frac{\partial\Phi}{\partial t} = \left[\frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \frac{e}{2m} (\mathbf{L} + 2\mathbf{S}) \cdot \mathbf{B} \right] \Phi \quad (2.19)$$

la cantidad $\mathbf{L} + 2\mathbf{S}$ al acoplarse al campo magnético \mathbf{B} , establece una diferencia de cada acoplamiento dada por el factor de Landé $g = 2$, que representa la razón giromagnética entre la precesión y la rotación de una partícula fermiónica (en este caso un electrón) es de 2 (si no se toman las correcciones radiativas).

Por lo tanto, la expresión (2.17) se puede generalizar de la siguiente manera

$$\vec{\mu}_m = gQ\mu_B\vec{S} \quad (2.20)$$

donde Q es la carga eléctrica en unidades de la carga del electrón, $Q = 1$ para leptones (e, μ, τ) y $Q = -1$ para antileptones. La masa m , es la correspondiente al electrón, a g se le da el nombre de la razón giromagnética (razón entre la precesión del espín y la rotación de la partícula) que en la teoría de Dirac se predice que $g = 2$.

2.1. Momento magnético anómalo

Existe evidencia experimental que hay desviaciones al valor de Landé, es decir, $\frac{g_l}{2} = 1$ (l denota a cualquiera de los leptones), por lo tanto las desviaciones a la razón giromagnética están dadas por

$$a_l = \frac{g_l - 2}{2} \quad (2.21)$$

cantidad conocida como momento magnético anómalo. Si se quieren expresar las correcciones al momento magnético del muon, se puede recurrir a la identidad de Gordon [5] [6]

$$\bar{U}(p')\gamma^\mu U(p) = \bar{U}(p') \left[\frac{(p^\mu + p'^\mu)}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} \right] U(p) \quad (2.22)$$

donde se sabe que la dependencia del momento magnético leptónico es proporcional a $\sigma^{\mu\nu}$. Por lo que al tomar las posibles correcciones al momento magnético, se podrán expresar en la forma

$$\bar{U}(p')[F_1(q^2)\gamma^\mu + F_2(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_\nu]U(p). \quad (2.23)$$

La predicción teórica del momento magnético anómalo del muon en el ME, tiene en principio tres contribuciones

$$a_\mu^{SM} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{HAD}. \quad (2.24)$$

Experimentalmente el valor reportado por [7]

$$\begin{aligned} a_{\mu^+}^{exp} &= 11659204(6)(5) \times 10^{-10} \\ a_{\mu^-}^{exp} &= 11659215(8)(3) \times 10^{-10}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

donde los primeros errores son estadísticos y los segundos son sistemáticos. Asumiendo la invariancia CPT y las correlaciones entre incertidumbres sistemáticas, se encuentra que su promedio es

$$a_\mu^{exp} = 11659209,1(5,4)(3,3) \times 10^{-10}. \quad (2.26)$$

El valor teórico dado por el ME es

$$a_\mu^{ME} = 116591830(1)(40)(26) \times 10^{-10}, \quad (2.27)$$

donde los errores son debidos a las contribuciones electrodébiles, hadrónicas de bajo orden y hadrónicas de orden más alto respectivamente.

De esta manera se puede dar una diferencia entre teoría y experimento

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{exp} - a_\mu^{ME} = 261(63)(48) \times 10^{-11}, \quad (2.28)$$

donde ahora los errores son debidos a la teoría y el experimento (con los errores combinados en cuadratura) respectivamente. Se aprecia una diferencia sustancial entre ambas cantidades con un valor de 3.3 veces el error combinado σ [8] [9].

2.2. Contribuciones de QED al momento magnético del muon

Por lo general, el momento magnético del leptón (e , μ , τ), puede agruparse en dos partes, independientes de las masas y dependientes de ellas. La dependencia con las masas puede a su vez expresarse en dos partes, una que involucra a dos leptones, y otra que involucra a los tres leptones. La contribución de QED a a_μ , puede expresarse evaluando la expansión perturbativa en $\frac{\alpha}{\pi}$ [10]

$$a_\mu = \sum_1^\infty \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^n A^{(2n)}, \quad (2.29)$$

CAPÍTULO 2. MOMENTO MAGNÉTICO DEL MUON
2.3. CONTRIBUCIÓN ELECTRODÉBIL AL A_μ

donde

$$A^{(2n)} = A_1^{(2n)} + A_2^{(2n)} \left(\frac{m_\mu}{m_e} \right) + A_2^{(2n)} \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right) + A_3^{(2n)} \left(\frac{m_\mu}{m_e}, \frac{m_\mu}{m_\tau} \right) \quad (2.30)$$

y m_e , m_μ y m_τ , son las masas del electrón, muon y del tau respectivamente, A_1 es un valor independiente del cociente de las masas leptónicas, y de hecho es una constante universal para todos los tipos de leptones.

La contribución de QED incluye todos los loops leptónicos y fotónicos, la cual se ha calculado hasta al nivel de cinco loops (que junto con las formas explícitas de A_2 y A_3 están reportados en [11]).

$$a_\mu^{QED} = \frac{\alpha}{2\pi} + 0,765857425(17) \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^2 + 24,05050996(32) \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^3 + 130,8796(63) \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^4 + 752,2(1,0) \left(\frac{\alpha}{2\pi} \right)^5 \quad (2.31)$$

empleando los valores de α (constante de estructura fina) cuyo valor ha sido medidado con gran precisión ($\alpha^{-1} = 137,035999046(27)$) [12], se obtiene

$$a_\mu^{QED} = 116584718,92(0,03) \times 10^{-10} \quad (2.32)$$

donde el error es básicamente debido a la incertidumbre de α .

Debido a la mejora en la precisión experimental en QED, se vuelve un desafío para los teóricos llevar a cabo el cálculo de las correcciones a orden más alto, ya que conforme se incrementa el orden en teoría de perturbaciones, el grado de complejidad del cálculo aumenta considerablemente.

2.3. Contribución electrodébil al a_μ

La contribución electrodébil al momento magnético del muon ha sido de interés a partir de haberse demostrado que la teoría electrodébil es renormalizable, por lo que fue posible hacer predicciones convincentes mas allá de aquellas en QED.

El sector electrodébil proporciona la más pequeña contribución al momento magnético del muon y al igual que para la contribución de QED, es perturbativamente calculable, con las incertidumbres provenientes del bosón de Higgs. Además las correcciones radiativas involucran a los bosones de norma W^\pm y Z^0 , siendo etiquetadas como a_μ^{EW} .

El modelo estándar electrodébil da contribuciones que pueden expresarse en contribuciones de 1 loop, 2 loops y ordenes más altos de la forma

$$a_\mu^{EW} = a_\mu^{EW} [1loop] + a_\mu^{EW} [2loop] + a_\mu^{EW} [\geq 3], \quad (2.33)$$

cuyos valores pueden encontrarse en [13] [14]. El valor teórico a un loop es

$$a_\mu^{EW} [1loop] = \frac{G_F m_\mu^2}{82\pi^2} \left[\frac{5}{3} + \frac{1}{4} (1 - \sin^2 \theta_W^2)^2 + \mathcal{O} \left(\frac{m_\mu^2}{m_W^2} \right) + \mathcal{O} \left(\frac{m_\mu^2}{m_H^2} \right) \right], \quad (2.34)$$

siendo $\sin^2 \theta_W^2 = 1 - \frac{m_W^2}{m_Z^2} \simeq 0,223$ y G_F la constante de acoplamiento de Fermi, m_W y m_Z las masas de los bosones W^\pm y Z respectivamente.

De (2.34) los dos últimos términos están bastante suprimidos por los valores de las masas del bosón W y el bosón de Higgs en relación de la masa del muon, obteniéndose

$$a_\mu^{EW} [1loop] = (194,8 \pm 0,01) \times 10^{-11}. \quad (2.35)$$

Para una masa del boson de Higgs de 125 Gev la corrección a dos loops

$$a_\mu^{EW} [2lopps] = -41,2(1,0) \times 10^{-11}, \quad (2.36)$$

mientras que la contribución a tres loops puede ser despreciada ($\mathcal{O}10^{-12}$). Una reciente evaluación numérica a dos loops, reproduce la contribución total $1 + 2loops$ [16]

$$a_{\mu}^{EW} = 153,6(1,0) \times 10^{-11}. \quad (2.37)$$

Al igual que la contribución de QED, el error de la contribución electrodébil se ha reducido considerablemente debido a que se ha depurado el error del bosón de Higgs, por lo que las contribuciones electrodébil y QED pueden considerarse lo suficientemente precisas para los experimentos actuales y de próxima generación.

2.4. Contribución de QCD

De las tres contribuciones, es la contribución hadrónica la que presenta la mayor cantidad de incertidumbre teórica. Hoy en día sus efectos no son precisamente calculables de primeros principios. Sin embargo se pueden obtener algunas aproximaciones por medio de "Lattice-QCD".

Las contribuciones hadrónicas usualmente se dividen en tres partes, la primera en el denominado leading-order(LO) de la polarización del vacío (VP), ordenes más altos en la polarización del vacío, y la llamada contribución light by light, expresadas en la forma:

$$a_{\mu}^{had} = a_{\mu}^{had}[LO] + a_{\mu}^{had}[HOVP] + a_{\mu}^{had}[LL] \quad (2.38)$$

Con la ayuda de una aproximación de la relación de dispersión para evaluar a orden más bajo $\mathcal{O}(\alpha^2)$ de la contribución de la polarización del vacío hadrónico de las mediciones de las secciones eficaces

$$\mu_{\mu}^{Had}[LO] = \frac{1}{3} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \int_{m_{\pi^2}}^{\infty} \frac{K(s)}{s} R^{(0)}(s) ds \quad (2.39)$$

donde $K(s)$ es una función kernel de QED (ya que la sección eficaz experimental hadrónica es primero corregida por efectos de QED, los cuales incluyen bremsstrahlung y correcciones de polarización del vacío [17]), $R^{(0)}(s)$ denota el radio de la sección eficaz de la aniquilación $e^+e^- \rightarrow$ hadrones. El valor representativo reportado [18]

$$\mu_{\mu}^{Had}[LO] = 6939(39)(7) \times 10^{-11} \quad (2.40)$$

donde el primer error es experimental, dominado por las incertidumbres sistemáticas en los datos de la sección eficaz de $e^+e^- \rightarrow$ hadrones, y el segundo debido a QCD perturbativa.

La contribución hadrónica a ordenes más altos se puede expresar a su vez como

$$a_{\mu}^{had}[HOVP] = a_{\mu}^{had}[NLO] + a_{\mu}^{had}[NNLO], \quad (2.41)$$

donde $[NLO]$ denota el segundo término dominante de la contribución (Next leading order) y $[NNLO]$ el subsiguiente. De acuerdo a [7] [19]

$$a_{\mu}^{had}[NLO] = (-98,7 \pm 0,9) \times 10^{-11} \quad (2.42)$$

y lo reportado en [20]

$$a_{\mu}^{had}[NNLO] = (12,4 \pm 0,1) \times 10^{11}, \quad (2.43)$$

mientras que la contribución restante debida a la dispersión fotón-fotón inducida por hadrones (L-by-L) [21]

$$a_{\mu}^{had}[LL] = (10,5 \pm 2,6) \times 10^{10}. \quad (2.44)$$

Por lo tanto el total de la contribución hadrónica al momento magnético del muon será

$$a_{\mu}^{had} = 19(26) \times 10^{-11}, \quad (2.45)$$

donde el error es dominado por la contribución (L-by-L). Si se compara con las contribuciones de QED y electrodébil se puede apreciar que el mayor error es de la contribución hadrónica.

Capítulo 3

Momento magnético del muon en 2HMD III

Dado que existen señales experimentales de nueva física más allá del modelo estándar en lo que se refiere a las mediciones existentes del momento magnético del muon, es necesario tratar con modelos alternativos o de extensión al modelo implementado por Weimberg y Salam.

Como se trató anteriormente, el ME se ha elegido como el modelo más económico (mínimo) que describe la naturaleza de las interacciones de los constituyentes fundamentales de la materia, pero resulta que existen otros modelos que pueden considerarse extensiones del ME, modelos con más parámetros sujetos a las restricciones experimentales existentes, y a su vez puedan cumplir con el rompimiento espontaneo de la simetría .

El ME sólo exige tratar con un doblete de Higgs que contiene dos campos escalares complejos, por lo que los modelos de extensión pueden contener múltiples dobletes y aun así ser consistentes y lograr el proceso de rompimiento espontáneo de la simetría. Para lo cuál deberán apegarse a dos restricciones importantes.

Primero, es un hecho experimental que $\rho = m_W^2 / (m_Z \cos \theta)^2 \sim 1$.

Se sabe que en el modelo con un doblete de Higgs, $\rho = 1$ a nivel árbol, sin llevar a cabo ningún tipo de ajuste de ningún parámetro. Cualquier versión del ME con cualquier cantidad de dobletes puede llegar a satisfacer la misma restricción (dado que el número de parámetros se incrementa, no habrá nada que prohibiera que se ajustaran de tal forma de conseguir un valor de ρ cercano a la unidad.

La segunda restricción importante sobre el sector de Higgs, se da a partir de los límites impuestos sobre la existencia de las corrientes neutras con cambio de sabor (CNCCS). En el ME estas corrientes están ausentes debido a que las mismas operaciones que diagonalizan la matriz de masa, diagonalizan los acoplamientos *Higgs – Fermion*.

Por lo que en los modelos de extensión se pueden tener dos opciones [22] [23], ya sea arreglar los parámetros del modelo de tal forma que la masa del Higgs sea grande (del orden de 1 Tev), así a nivel árbol las CNCCS mediadas por el intercambio del Higgs pueden ser suprimidas lo suficiente para no entrar en conflicto con lo límites experimentales conocidos.

O bien, recurrir al teorema de Glashow y Weinberg, el cual establece que a nivel árbol, las CNCCS mediadas por bosones de Higgs, estarán ausentes si todos los fermiones de una carga eléctrica dada, se acoplan a no más que un doblete de Higgs. Si este teorema se satisface, los acoplamientos de bosón de Higgs a fermiones están restringidos, pero no son únicos. El modelo de extensión supersimétrico mínimo del ME y el modelo de dos dobletes de Higgs (2HDM) satisfacen dicho teorema. Existen en la literatura los modelos 2HDM tipo I, tipo II y tipo III, en este trabajo de tesis se trabajará con el modelo 2HDM tipo III.

3.1. Modelo de dos dobletes de Higgs

Existen diversas motivaciones para el uso de las teorías 2HDM [24], una de ellas es la teoría supersimétrica, en la cual escalares pertenecientes al multiplete quirales y sus complejos conjugados pertenecientes a multipletes de quiralidad opuesta no pueden acoplarse juntos en su correspondiente densidad Lagrangiana, de esta forma un solo doblete de Higgs no es capaz de dar masa a quarks de carga $2/3$ y $-1/3$ simultáneamente. Además la cancelación de anomalías no sería posible sin el segundo doblete en cuestión.

Otra motivación son los modelos de *axion*, en donde se notó que un término de posible violación de CP en el sector de QCD, puede rotarse si la densidad Lagrangiana contiene una simetría global $U(1)$, pero esto sólo es posible si existen dos dobletes de *Higgs* en la teoría.

Otra motivación al uso de estas extensiones es el hecho de que el ME no es capaz de proporcionar la asimetría bariónica en el universo de suficiente tamaño. Sin embargo un segundo doblete puede hacerlo debido a la flexibilidad de su espectro de masa escalar y la existencia adicional de fuentes de violación de CP.

Dado el registro de datos experimentales del Large Hadron Collider (LHC), es necesario inspeccionar este tipo de modelos en la búsqueda de una explicación a diferentes desviaciones de los datos experimentales con las predicciones del ME. Dado que la implicación inmediata del modelo de dos dobletes es el incremento de parámetros, la expresión general del potencial en el sector del bosón de Higgs tendrá una forma más complicada que la adoptada en el ME [25], para tener una idea de esto vemos que dicho potencial tendría en principio la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
 V(\phi_1, \phi_2) &= \underbrace{m_{11}^2 \phi_1^\dagger \phi_1 + m_{22}^2 \phi_2^\dagger \phi_2}_{\text{}} - (m_{12}^2 \phi_1^\dagger \phi_2 + h.c.) \\
 &+ \underbrace{\frac{1}{2} \lambda_1 (\phi_1^\dagger \phi_1)^2 + \frac{1}{2} \lambda_2 (\phi_2^\dagger \phi_2)^2}_{\text{}} + \lambda_3 (\phi_1^\dagger \phi_1) (\phi_2^\dagger \phi_2) + \lambda_4 (\phi_1^\dagger \phi_2) (\phi_2^\dagger \phi_1) \\
 &+ \left[\frac{1}{2} \lambda_5 (\phi_1^\dagger \phi_2)^2 + \lambda_6 (\phi_1^\dagger \phi_1) (\phi_1^\dagger \phi_2) + \lambda_7 (\phi_2^\dagger \phi_2) (\phi_1^\dagger \phi_2) + h.c. \right] \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

donde $h.c$ denota al conjugado hermitiano. Los parámetros m_{11} , m_{22} , λ_{1234} son reales, y en general los parámetros m_{12} y λ_{567} son complejos.

Los términos señalados en (3.1) corresponden a lo que sería el potencial de Higgs en el ME, por lo que todos los términos restantes serían, en principio, los que aportarían nueva física.

Este potencial sin ninguna simetría impuesta cuenta en principio con catorce parámetros, sin embargo, se puede elegir una base adecuada para rotar los dobletes, de tal manera que reduce el número de parámetros a once.

En el modelo de dos dobletes de Higgs, ϕ_1 y ϕ_2 , ambos con $I = \frac{1}{2}$, $Y = \frac{1}{2}$, tendrán el Lagrangiano de la forma

$$\mathcal{L} = |D_\mu \phi_1|^2 + |D_\mu \phi_2|^2 - V(\phi_1, \phi_2). \quad (3.2)$$

Los dos dobles contendrán en total ocho campos escalares

$$\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1^+ \\ \phi_1^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3^0 + i\phi_4^0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_2^+ \\ \phi_2^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_5 + i\phi_6 \\ \phi_7^0 + i\phi_8^0 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Si los coeficientes λ_i son no negativos, H2DM admite como mínimo valor del potencial, el valor de expectación del vacío dado por

$$\langle \Phi_1 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \langle \Phi_2 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v_2}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

el cual rompe la simetría $SU(2) \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{EM}$.

Además deben satisfacerse las relaciones $v_1^2 + v_2^2 = v^2 = (246 \text{ GeV})^2$ para reproducir los valores

CAPÍTULO 3. MOMENTO MAGNÉTICO DEL MUON EN 2HDM III
3.1. MODELO DE DOS DOBLETES DE HIGGS

correctos de las masas de los bosones W y Z , la razón de los dos valores de expectación del vacío es convencionalmente parametrizado por $\tan \beta = \frac{v_2}{v_1}$.

Si se realizan perturbaciones en torno al mínimo de la forma $h_1^0 + i\eta_1^0$ y $h_2^0 + i\eta_2^0$ respectivamente para cada doblete (donde h_1^0 , η_1^0 , h_2^0 y η_2^0 son campos escalares) y al romperse la simetría, se generarán tres bosones de Goldstone y se absorberán en la definición de los bosones intermediarios W^\pm y el Z_0 , de los restantes aparecerán cinco campos masivos identificados como el bosón de Higgs neutro h^0 (el cual correspondería al del modelo estándar), otro bosón escalar neutro (más pesado que el anterior mencionado) denotado por H^0 , dos bosones escalares cargados H^\pm y un bosón pseudoescalar denotado por A^0 . Los cuales están representados por

$$\begin{pmatrix} G_W^\pm \\ H^\pm \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta, \sin \beta \\ -\sin \beta, \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^\pm \\ \phi_2^\pm \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} G_Z^0 \\ A^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta, \sin \beta \\ -\sin \beta, \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta_1^0 \\ \eta_2^0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{pmatrix} H^0 \\ h^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \beta, \sin \beta \\ -\sin \beta, \cos \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1^0 \\ h_2^0 \end{pmatrix}. \quad (3.6)$$

Por otro lado los modelos 2HDM tipo I y tipo II establecen que el potencial debe mantener simetrías ($\phi_2 \rightarrow -\phi_2$) para evitar las CNCCS y además reducir el número de parámetros.

3.1.1. 2HDM tipo III

Este modelo no contempla alguna simetría en el potencial que obedece el campo del Higgs, por lo que las CNCS están presentes a nivel árbol. Sin embargo es importante mantenerlas, ya que al tomarlas en cuenta se tendrán posibles contribuciones al momento magnético del muon en sus respectivas correcciones radiativas.

Dado que existen un gran número de parámetros en estas condiciones, es práctico enfocarse en sectores y casos muy particulares en la correspondiente densidad Lagrangiana de la teoría, siendo la única parte de interés para nuestro caso, la del sector de Yukawa, concretamente la parte del acoplamiento del bosón de Higgs con los leptones. En su forma general los acoplamientos de Yukawa pueden expresarse

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Yukawa} &= \eta_{ij}^U \bar{Q}_{iL} \tilde{H}_1 U_{jR} + \eta_{ij}^D \bar{Q}_{iL} H_1 D_{jR} + \eta_{ij}^L \bar{L}_{iL} H_1 E_{jR} + \xi_{ij}^U \bar{Q}_{iL} \tilde{H}_2 U_{iR} + \xi_{ij}^D \bar{Q}_{iL} H_2 D_{jR} \\ &+ \hat{\xi}_{ij}^L \bar{L}_{iL} H_2 E_{jR} + h.c. \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde las matrices η^U , η^D y η^E son matrices que se pueden expresar en términos de las matrices de masa $\sqrt{2}M^U/v$, $\sqrt{2}M^D V^\dagger/v$ (V es la matriz de Kobayashi-Maskawa) y $\sqrt{2}M^E/v$ respectivamente. Mientras que \bar{Q}_{iL} denota al doblete de quarks izquierdo, H_1 y H_2 a los dos dobletes de Higgs, \bar{L}_{iL} a los dobletes fermiónicos izquierdos, y los términos que tienen el subíndice R son singletes derechos de quarks y leptones respectivamente.

El primer, el segundo, el cuarto y quinto término de (3.7) corresponden al acoplamiento de los dobletes de Higgs a los quarks. Los acoplamientos $\xi_{ij}^{U,D,L}$ corresponden a matrices 3×3 ξ^U , ξ^D y ξ^E de la forma

$$\xi^U = \begin{pmatrix} \xi_{uu} & \xi_{uc} & \xi_{ut} \\ \xi_{cu} & \xi_{cc} & \xi_{ct} \\ \xi_{tu} & \xi_{tc} & \xi_{tt} \end{pmatrix}, \quad \xi^D = \begin{pmatrix} \xi_{dd} & \xi_{ds} & \xi_{db} \\ \xi_{sd} & \xi_{ss} & \xi_{sb} \\ \xi_{bd} & \xi_{bs} & \xi_{bb} \end{pmatrix}, \quad \xi^E = \begin{pmatrix} \xi_{ee} & \xi_{e\mu} & \xi_e \\ \xi_{\mu e} & \xi_{\mu\mu} & \xi_{\mu\tau} \\ \xi_{\tau e} & \xi_{\tau\mu} & \xi_{\tau\tau} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

El tercer y sexto término de (3.7) corresponden al acoplamiento de los dobletes de Higgs con los leptones y dado que aparecen ahí los acoplamientos correspondientes a los elementos de matriz de ξ^E , se infiere que producen cambio de sabor leptónico

En el ME, no existen las CNCCS debido a que la matriz que diagonalizando la matriz de masa automáticamente diagonaliza las interacciones de Yukawa, mientras que en 2HDM al haber dos

dobletes, las matrices ξ no necesariamente se diagonalizan a la vez. En este caso estaremos interesados en la parte leptónica.

En la base en la que los dobletes se han rotado se tiene los valores de expectación del vacío para cada uno :

$$\langle H_1 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad \langle H_2 \rangle_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

donde v es real. El término $\eta_{ij}^L L_{iL}^- H_1 E_{jR}$ es el que al romperse la simetría le dará masa a los fermiones y generará el acoplamiento del bosón de Higgs con los leptones [26]

$$C_{hff} = -\frac{g}{2} \frac{m_f}{m_W} \sin \alpha + \frac{Re\xi_{ff} + i\gamma_5 Im\xi_{ff}}{2} \cos \alpha \quad (3.10)$$

donde α es un parámetro generado por el portencial de Higgs. Para $\alpha = 0$

$$C_{hff} = \frac{Re\xi_{ff} + i\gamma_5 Im\xi_{ff}}{2} = i(C_s + \gamma_5 C_p) \quad (3.11)$$

con lo cual se obtiene el termino de interacción

$$\mathcal{L}_{int} = \mu(C_s + \gamma_5 C_p)hF \quad (3.12)$$

con μ denotando al muon, h al bosón de Higgs y F cualquiera de los leptón e, μ, τ , las constantes C_s y C_p son dependientes del modelo y corresponden a términos de interacción que no se han encontrado hoy en día, por lo que pueden depender de parámetros libres.

3.2. Parametrización de Feynman

Para resolver integrales que contienen loops para los respectivos ordenes en teoría de perturbaciones, se recurre a la parametrización de Feynman. Si se tienen integrales del tipo

$$I = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(p-k)^2 - m^2} \quad (3.13)$$

o bien, desarrollando el denominador

$$I = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^2 - 2p \cdot k + k^2 - m^2}. \quad (3.14)$$

Si se realiza un cambio de variable $l = k - p$ en (3.13), la integral se convierte en

$$I = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{l^2 - m^2}, \quad (3.15)$$

con lo cual se evita tratar con un ángulo implícito en el producto punto de k y p como se muestra en (3.14). Si tomamos el caso de

$$J = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{((p-k)^2)} \frac{1}{(k^2 - m^2)}. \quad (3.16)$$

El cambio de variable usado en el I no serviría de mucho, ya que después de hacer un cambio de variable similar, se obtendría

$$J = \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{1}{l^2 - m^2} \frac{1}{(p+l)^2 - m^2} \quad (3.17)$$

CAPÍTULO 3. MOMENTO MAGNÉTICO DEL MUON EN 2HMD III
3.2. PARAMETRIZACIÓN DE FEYNMAN

lo que a su vez dejaría otra dependencia con el ángulo generado del producto de p y l . Para tratar de quitar esas dependencias con los ángulos y hallar soluciones explícitas de esas integrales se recurre a los parámetros de Feynman dados por

$$\frac{1}{AB} = \int_0^1 dx \frac{1}{[xA + (1-x)B]^2} = \int_0^1 dx dy \delta(x+y-1) \frac{1}{[xA + yB]^2} \quad (3.18)$$

donde el denominador del lado derecho es lineal en A y B . Entonces la integral

$$\begin{aligned} J &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{((p-k)^2)} \frac{1}{(k^2 - m^2)} \\ &= \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{[x(k-p)^2 + (1-x)(k^2 - m^2)]^2} \\ &= \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{[D(x)]^2} \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde

$$D(x) = k^2 + xp^2 - (1-x)m^2 - 2xk \cdot p \quad (3.20)$$

Si se completa el trinomio cuadrado perfecto $(k - xp)^2$ y se hace el cambio de variable $k = xp + l$

$$\begin{aligned} D(x) &= l^2 + p^2 x(1-x) - (1-x)m^2 \\ &= l^2(1-x)(xp^2 - m^2) \\ &= l^2 - M^2 \end{aligned} \quad (3.21)$$

donde se define $M^2 = -(1-x)(xp^2 - m^2)$, y la integral de J queda de la forma

$$J = \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{[l^2 - M^2]^2}. \quad (3.22)$$

En donde la dependencia con algún ángulo desaparece y el precio que hay que pagar es una integración extra. En general, para un producto de n propagadores, se tiene la fórmula

$$\frac{1}{(A_1 A_2 \cdots A_n)} = \int_0^1 dx_1 \cdots dx_n \delta\left(\sum x_i - 1\right) \frac{(n-1)!}{[x_1 A_1 + x_2 A_2 + \cdots + x_n A_n]^n} \quad (3.23)$$

Por lo tanto, en el caso de tener tres propagadores, las integrales a considerar serán de la forma

$$(J_3, J_3^\mu, J_3^{\mu\nu}) = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{(1, k^\mu, k^\mu k^\nu)}{(k^2 - M^2)^3} \quad (3.24)$$

La integral se lleva a cabo en un espacio de D dimensiones (para el manejo de posibles divergencias que puedan aparecer en el caso de cuatro dimensiones), la integral correspondiente a J_3^μ es cero, ya que no se puede construir un cuadrivector por covariancia de Lorentz (las potencias impares en la variable integración tendrán este efecto).

La integral tensorial deberá ser proporcional al tensor métrico

$$J_3^{\mu\nu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^\mu k^\nu}{(k^2 - M^2)^3} = C g^{\mu\nu}, \quad C = cte \quad (3.25)$$

multiplicando a ambos lados por $g_{\mu\nu}$ y del hecho de que la contracción del tensor métrico $g_{\mu\nu} g^{\mu\nu} = D$, se obtiene

$$J_3^{\mu\nu} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^\mu k^\nu}{(k^2 - M^2)^3} = \frac{g^{\mu\nu}}{D} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2}{(k^2 - M^2)^3}. \quad (3.26)$$

Dado que las integrales mencionadas no dependen de los ángulos, las integraciones se pueden llevar a cabo mediante coordenadas esféricas en D dimensiones, y en el límite cuando $D \rightarrow 4$ la integral dada por J_3

$$\int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^3} \rightarrow -\frac{1}{2M^2} \quad (3.27)$$

3.3. Correcciones radiativas al momento magnético del muon en 2HDM III

Una vez establecido el acoplamiento del Higgs con los fermiones dado por (3.12), se observa que los diagramas de Feynman asociados a las correcciones radiativas electrodébiles de tal interacción tendrán estructura dada por

$$\bar{u}(p')\Gamma^\mu(p', p)u(p) \quad (3.28)$$

Denotando $\Gamma^\mu(p', p)$ la suma todas las posibles contribuciones de los diferentes ordenes de magnitud de correcciones radiativas a la amplitud de probabilidad del proceso en cuestión. A orden más bajo en teoría de perturbaciones debe ocurrir que

$$\Gamma^\mu(p', p) \rightarrow \gamma^\mu \quad (3.29)$$

En su expresión general Γ^μ podría depender de las demás cantidades que se comportan como vectores como lo son p' , p y la masa fermiónica involucrada. Por lo tanto, apelando a la invarianza de Lorentz, dado que Γ^μ se transforma como vector (al igual que γ^μ), deberá ser una combinación lineal de p' , p y γ^μ

$$\Gamma^\mu(p, p') = \gamma^\mu A + (p'^\mu + p^\mu)B + (p'^\mu - p^\mu)C, \quad (3.30)$$

donde los coeficientes A , B y C se expresan de esta manera tratando a las matrices de Dirac como vectores (\not{p} y \not{p}'). Pero dado que se cumple la ecuación de Dirac $\not{p}u(p) = mu(p)$ y $\bar{u}(p')\not{p}' = \bar{u}(p')m$, podemos escribir los coeficientes en términos de números ordinarios.

Aplicando la identidad de Ward, debe cumplirse

$$q_\mu \Gamma^\mu = 0 \quad (3.31)$$

$$q_\mu \Gamma^\mu = q_\mu \gamma^\mu A + q_\mu (p'^\mu + p^\mu)B + q_\mu (p'^\mu - p^\mu)C \quad (3.32)$$

Por otro lado, al usar la ecuación de Dirac en la forma

$$\bar{u}(p')\not{q}U(p) = \bar{u}(p')(\not{p}' - \not{p})U(p) = 0 \quad (3.33)$$

desarrollando el segundo término de (3.32)

$$q_\mu (p'^\mu + p^\mu)B = (p'_\mu - p_\mu)(p'^\mu + p^\mu)B = (m_\mu^2 - m_\mu^2)B = 0. \quad (3.34)$$

Sin embargo el tercer término no se anula en general, por lo que debe cumplirse que $C = 0$. Obteniéndose

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu A + (p'^\mu + p^\mu)B \quad (3.35)$$

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu A + (p'^\mu + p^\mu)B = \gamma^\mu A + \frac{(p'^\mu + p^\mu)}{2m} 2mB = \gamma^\mu A + \left(\gamma^\mu - \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} \right) 2mB \quad (3.36)$$

donde se ha usado la identidad de Gordon. Por lo que

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu (A + 2m) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} (-2mB) \quad (3.37)$$

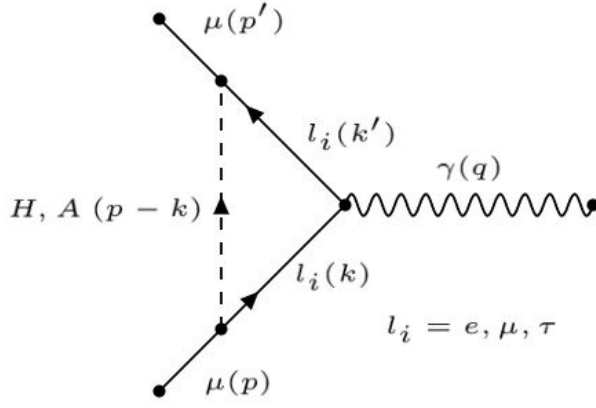
haciendo la identificación

$$F_1(q^2) = A + 2m, \quad F_2(q^2) = -2mB \quad (3.38)$$

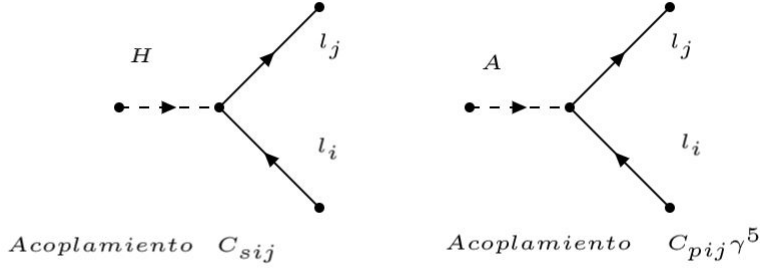
$$\Gamma^\mu(p', p) = \gamma^\mu F_1(q^2) + i \frac{\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} F_2(q^2) \quad (3.39)$$

a $F_1(q^2)$ y $F_2(q^2)$ se les conoce como los factores de forma y contienen las correcciones a todos los órdenes en teoría de perturbaciones, con la restricción $F_1(0) = 1$ y $F_2(0) = 0$ a nivel árbol. La corrección radiativa a primer orden al vértice de la se puede representar en la forma

$$\Gamma^\mu(p', p) = \gamma^\mu + \delta\Gamma^\mu(p', p) \quad (3.40)$$



(a) Diagramas de corrección al vértice en 2HDM



(b) Regla de Feynman: acoplamiento escalar y pseudoescalar

Figura 3.1

De acuerdo a la figura (3.1), la regla de Feynman correspondiente al acoplamiento escalar y pseudoescalar, estará dada por $i(C_s + C_p \gamma^5)$, donde C_s y C_p , son constantes que dependen del modelo, donde $l_{i,j} = e, \mu, \tau$. La amplitud para la correspondiente corrección, (tomando en cuenta que el cuadrimomento del muon entrante es p , el del bosón escalar o pseudoescalar es $p - k$, el del leptón interno saliente es k' y el del leptón interno entrante es k) está dada por $\bar{u}(p') \delta \Gamma^\mu(p', p) u(p)$, y es igual a

$$\mathcal{M}^\mu = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}(p') [-i(C_s + C_p \gamma^5)(i k' + m_F) \gamma^\mu (\not{k} + m_F) (-i(C_s - C_p \gamma^5))] u(p)}{((p-k)^2 - m_h^2 + i\epsilon)(k'^2 - m_F^2 + i\epsilon)(k^2 - m_F^2 + i\epsilon)} \quad (3.41)$$

La integración se plantea en un espacio de D dimensiones (para usar el método de regularización dimensional). Al desarrollar el numerador de la integral, tomando en cuenta que $k' = k + q$ y usando la ecuación de Dirac, los términos entre los espinores que terminarán contribuyendo al momento magnético del muon serán aquellos proporcionales a p^μ (los términos proporcionales a γ^μ no son de interés en este contexto), con lo que la amplitud se expresa $\mathcal{M}^\mu = \mathcal{M}_\gamma^\mu + \mathcal{M}_p^\mu$, con

$$\mathcal{M}_p^\mu = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{u(p)(C_s^2 + C_p^2)(\not{k} \gamma^\mu \not{k} + \not{q} \gamma^\mu \not{k}) + (C_s^2 - C_p^2)(m_F \not{k} \gamma^\mu + m_F \not{q} \gamma^\mu + m_F \gamma^\mu \not{k}) \bar{U}(p')}{((p-k)^2 - m_h^2 + i\epsilon)(k'^2 - m_F^2 + i\epsilon)(k^2 - m_F^2 + i\epsilon)}, \quad (3.42)$$

donde \mathcal{M}_p denota a los términos de la amplitud proporcionales p . Para disminuir notación se define $\mathcal{A}^\mu = (C_s^2 + C_p^2)(\not{k} \gamma^\mu \not{k} + \not{q} \gamma^\mu \not{k})$ y $\mathcal{B}^\mu = (C_s^2 - C_p^2)(m_F \not{k} \gamma^\mu + m_F \not{q} \gamma^\mu + m_F \gamma^\mu \not{k})$. Por otro lado, los

CAPÍTULO 3. MOMENTO MAGNÉTICO DEL MUON EN 2HMD III

3.3. CORRECCIONES RADIATIVAS AL MOMENTO MAGNÉTICO DEL MUON EN 2HDM III

tres propagadores, usando la parametrización de Feynman, se pueden escribir como

$$\frac{1}{D_1 D_2 D_3} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{2dy}{(xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3)^3} \quad (3.43)$$

donde

$$\begin{aligned} D_1 &= (p-k)^2 - m_h^2 = p^2 - 2p \cdot k + k^2 - m_h^2 \\ D_2 &= k'^2 - m_F^2 = (k+q)^2 - m_f^2 = k^2 + 2k \cdot q - m_F^2 \\ D_3 &= k^2 - m_F^2. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Además considerando que $p^2 = m_\mu^2$ y desarrollando la expresión que aparece en el denominador de (3.43)

$$\begin{aligned} xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3 &= x(m_\mu^2 - 2p \cdot k + k^2 - m_h^2) + y(k^2 + 2k \cdot q - m_F^2) \\ &\quad + (1-x-y)(k^2 - m_F^2) \\ &= k^2 - 2k \cdot (-yq + xp) + x(m_\mu^2 - m_h^2 + m_F^2) - m_F^2 \end{aligned}$$

completando el trinomio cuadrado perfecto

$$xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3 = (k-l)^2 + x(1-x)m_\mu^2 - xm_h^2 + xm_F^2 - m_F^2. \quad (3.45)$$

Definiendo $M^2 = -x(1-x)m_\mu^2 + xm_h^2 - xm_F^2 + m_F^2$:

$$xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3 = (k-l)^2 - M^2. \quad (3.46)$$

Por lo tanto \mathcal{M}_p se expresa de la forma

$$\mathcal{M}_p^\mu = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}(p')(\mathcal{A}^\mu + \mathcal{B}^\mu)(p)}{((k-l)^2 - M^2)^3}, \quad (3.47)$$

donde se ha usado la identidad de las matrices $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2\eta^{\mu\nu}$. Si se hace el cambio $k \rightarrow k+l$, \mathcal{M}_p queda como

$$\mathcal{M}_p^\mu = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}(p')[C_{sp}^2(\mathcal{A}^\mu + \mathcal{C}^\mu) + (C_{ps}^2(\mathcal{B}^\mu + \mathcal{E}^\mu)]u(p)}{(k^2 - M^2)^3} \quad (3.48)$$

definiendo $C_{sp}^2 = C_s^2 + C_p^2$ y $C_{ps}^2 = C_s^2 - C_p^2$, además $\mathcal{C}^\mu = \not{k}\gamma^\mu \not{l} + \not{l}\gamma^\mu \not{k} + \not{l}^\mu \not{l} + \not{q}\gamma^\mu \not{l}$ y $\mathcal{E}^\mu = m_F \not{l}\gamma^\mu + m_F \gamma^\mu \not{l}$. Tomando ahora los términos proporcionales a p^μ , usando la ecuación de Dirac y la identidad $\not{l}\gamma^\mu \not{l} = 2l^\mu \not{l} - l^2 \gamma^\mu$, se obtiene

$$\mathcal{M}_p^{\mu'} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}(p')[C_{sp}^2(2x^2 m_\mu p^\mu + 2xm_\mu p^\mu) + C_{ps}^2(2xm_F p^\mu - 2m_F p^\mu)]u(p)}{(k^2 - M^2)^3}, \quad (3.49)$$

o bien ($\mathcal{M}_p^{\mu'}$ difiere de \mathcal{M}_p^μ por los términos proporcionales a γ^μ que no contribuyen al momento magnético del muon):

$$\mathcal{M}_p^{\mu'} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}(p')p^\mu [C_{sp}^2(2x^2 m_\mu + 2xm_\mu) + C_{ps}^2(2xm_F - 2m_F)]u(p)}{(k^2 - M^2)^3} \quad (3.50)$$

La integración sobre k en el límite cuando $D \rightarrow 4$ se puede llevar a cabo directamente dado que los términos considerados en el numerador no dependen de la variable de integración. Obteniéndose el integrando de la forma

$$\mathcal{M}_p^{\mu'} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \frac{\bar{u}(p')2p^\mu [C_{sp}^2(x^2 m_\mu - xm_\mu) + C_{ps}^2(xm_F - m_F)]u(p)}{-2M^2} \quad (3.51)$$

o bien de esta forma

$$\mathcal{M}_p^{\mu'} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \frac{\bar{u}(p') p^\mu (x-1) m_\mu [C_s^2(x + \frac{m_F}{m_\mu}) + C_p^2(x - \frac{m_F}{m_\mu})] u(p)}{-M^2}. \quad (3.52)$$

Sustituyendo ahora M^2

$$\mathcal{M}_p^{\mu'} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \frac{\bar{u}(p') p^\mu (x-1) m_\mu [C_s^2(x + \frac{m_F}{m_\mu}) + C_p^2(x - \frac{m_F}{m_\mu})] u(p)}{x(1-x)m_\mu^2 - xm_h^2 + xm_F^2 - m_F^2}, \quad (3.53)$$

de la identidad de Gordon podemos hacer el cambio $\frac{p'^\mu + p^\mu}{2m_\mu} \rightarrow \gamma^\mu - \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_\mu}$, y tomando la parte que contribuye al momento magnético

$$\mathcal{M}_p^{\mu'} = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} 2dy \frac{\bar{u}(p') \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_\mu} (x-1) m_\mu^2 [C_s^2(x + \frac{m_F}{m_\mu}) + C_p^2(x - \frac{m_F}{m_\mu})] u(p)}{x(1-x)m_\mu^2 - xm_h^2 + xm_F^2 - m_F^2}. \quad (3.54)$$

Por lo que esa parte de la identidad de Gordon puede escribirse de la forma

$$\mathcal{M}_p^{\mu'} = \bar{u}(p') \frac{i\sigma^{\mu\nu} q_\nu}{2m_\mu} (\Delta a_\mu) u(p) \quad (3.55)$$

los términos proporcionales a γ^μ corresponde a las correcciones radiativas a la carga, las cuales no son de interés en el contexto de esta tesis, y Δa_μ son las correcciones al momento magnético del muon dadas de forma explícita por

$$\Delta a_\mu = \frac{1}{8\pi^4} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(x-1)m_\mu^2 [C_s^2(x + \frac{m_F}{m_\mu}) + C_p^2(x - \frac{m_F}{m_\mu})]}{x(1-x)m_\mu^2 - xm_h^2 + xm_F^2 - m_F^2} \quad (3.56)$$

integrando sobre y

$$\Delta a_\mu = -\frac{1}{8\pi^4} \int_0^1 dx \frac{(1-x)^2 m_\mu^2 [C_s^2(x + \frac{m_F}{m_\mu}) + C_p^2(x - \frac{m_F}{m_\mu})]}{x(1-x)m_\mu^2 - xm_h^2 + xm_F^2 - m_F^2} \quad (3.57)$$

haciendo el cambio de variable $x \rightarrow 1-x$, la expresión se transforma en

$$\Delta a_\mu = \frac{1}{8\pi^4} \int_0^1 x^2 dx \frac{m_\mu^2 [C_s^2(1-x + \frac{m_F}{m_\mu}) + C_p^2(1-x - \frac{m_F}{m_\mu})]}{x^2 m_\mu^2 + x(m_\mu^2 - m_F^2) + m_h^2(1-x)} \quad (3.58)$$

Si se compara la expresión (3.39) con (3.55), se observa que $F_2(q^2) = \Delta a_\mu$. A nivel árbol, las (CNCCS) pueden ser suprimidas si se propone bosones escalares neutros extremadamente pesados, pero si esas masas alcanzan el orden de Tevs, parecería poco natural. Por lo contrario, el modelo de dos dobletes permite la existencia de las corrientes neutras con cambio de sabor (si no se impone ninguna simetría en el potencial (3.1)), dando lugar al término de interacción [22]

$$\mathcal{L}_{interac} = i\bar{\mu}(C_{sij} + \gamma^5 C_{pij})F. \quad (3.59)$$

Deben existir las contribuciones de bosones neutros, uno escalar (H) y otro pseudoescalar (A) (denotados así por sus propiedades de transformación ante la simetría CP), una distinción entre ambos es su masa y sus respectivos acoplamientos con las partículas del ME . Además existe la contribución de un escalar con carga eléctrica denotado por ($H\pm$), que de acuerdo a (3.59), le corresponde el caso cuando $C_{sij} = C_{pij} = C_{H\nu_i l_j}$, en cuyo caso la regla de Feynman será de la forma $C_{H\nu_i l_j}(1 - \gamma^5)$.

Dado el cambio de sabor, la contribución del electrón al momento magnético anómalo está muy bien medida y muy restringida en comparación con los del *muon* y *tau*, por lo que no se tomará

CAPÍTULO 3. MOMENTO MAGNÉTICO DEL MUON EN 2HMD III

3.3. CORRECCIONES RADIATIVAS AL MOMENTO MAGNÉTICO DEL MUON EN 2HDM III

en cuenta en el presente análisis. Los diagramas a tratar para las contribuciones mencionadas se aprecian en la figura 3,1. Los acoplamientos correspondientes pueden parametrizarse, en principio, en la forma [27]

$$C_{sij} = \chi_{sij} \frac{\sqrt{m_i m_j}}{v} \quad C_{pij} = \chi_{pij} \frac{\sqrt{m_i m_j}}{v} \quad (3.60)$$

donde i, j denotan las posibles combinaciones de fermiones e, μ, τ y además si $i = j$, $\chi_{ii} = \chi_{jj} = 1$, v es el valor de expectación del vacío, el cual tienen un valor de 246 Gev. Las constantes de acoplamiento χ_{pij} y χ_{sij} para $i \neq j$, son constantes desconocidas cuyo valores se acotarán con los resultados experimentales. Por lo tanto podemos decir que las correcciones al momento magnético del muon podrán expresarse como

$$a_\mu = a_\mu^{ME} + a_\mu^{NF} \quad (3.61)$$

donde el primer término denota a las correcciones al momento magnético del muon en el marco del ME, mientras que el segundo se refiere a las correcciones debidas a modelos mas allá del modelo estandar, es decir, Nueva Física.

Donde a su vez

$$a_\mu^{NF} = a_\mu^H + a_\mu^A + a_\mu^{H^\pm} \quad (3.62)$$

denota cada una de las contribuciones correspondientes al bosón escalar, el pseudoescalar y el cargado respectivamente. Por simplicidad no se considerará el cambio de sabor leptónico del bosón cargado.

Las correcciones al momento magnético de muón, ya han sido calculadas en el contexto del ME, sin embargo, al existir diferencia con los valores experimentales reportados, se plantea si el modelo de dos dobletes puede explicar dichas diferencias, para lo cual, las correcciones deberán estar en un intervalo (en unidades de 10^{-11}),

$$181,8 \leq a_\mu^{NF} \leq 340,2 \quad (3.63)$$

el cual proviene del análisis de la diferencia del valor experimental y el teórico dado por (2.28), en donde se considera los errores por cuadraturas, es decir, $(261 - \sqrt{62^2 + 48^2}, 261 + \sqrt{62^2 + 48^2})$ con lo que se obtiene el intervalo dado en (3.63).

Capítulo 4

Resultados

Al seguir las expresiones para el cálculo de Δa_μ e involucrando al modelo de dos dobletes, se encuentra que considerando las cotas de las masas de los bosones escalar y pseudoescalar, las cuales están en un rango de 100-500 GeV con algunos valores específicos de los acoplamientos (los cuales se eligen para que haya una coincidencia entre teoría y experimento), y tomando como referencia el intervalo de la diferencia experimental y teórica en relación al momento magnético del muon [7], se pueden tener tres escenarios importantes.

4.1. Escenario I

En este caso si a las constantes de acoplamiento C_{sij} y C_{pij} se le asignan valores similares del orden de magnitud 0.1 y las masas del escalar H y pseudoescalar A , también se consideran de un orden similar $m_H \approx m_A$.

Al graficar la corrección (en unidades de 10^{-11}) en función de la masa del bosón escalar, se obtiene la gráfica de la Fig. 4.1.

En la que se puede apreciar que la contribución del bosón escalar es la dominante, siendo su principal contribución cuando el fermión interno es el tau, denotado por (H, τ) . La franja azul denota el intervalo permitido por las mediciones experimentales del momento magnético anómalo del muon, por lo que solamente la contribución (H, τ) cae en esa región, indicando que la masa del bosón escalar H estaría contemplada entre los 250 GeV y 350 GeV.

Mientras que la contribución (H, μ) es positiva pero pequeña y las contribuciones del pseudoescalar son negativas, lo que las aleja por completo de la predicción teórica.

4.2. Escenario II

En este escenario, se plantea que el bosón pseudoescalar es más pesado que el bosón H (alrededor de 300 GeV más más masivo) y los acoplamientos son de orden similar (de 0,1).

De su gráfica se muestra que nuevamente la contribución (H, τ) entra dentro de la región permitida, pero ahora la contribución total de $(H, \mu) + (H, \tau)$ y la total $(H) + (A)$ también.

Si se considera el total de la contribución (línea verde punteada), se puede observar una masa del bosón escalar en el intervalo de 225 GeV y 300 GeV.

Si se considera únicamente la contribución de bosón escalar H , el intervalo de su masa va de 250 GeV a 350 GeV. Las demás contribuciones individuales del bosón pseudoescalar A , serían descartadas por estar muy lejos de la región de interés y dado que es muy pesado en comparación con el bosón escalar, su contribución es pequeña en este contexto.

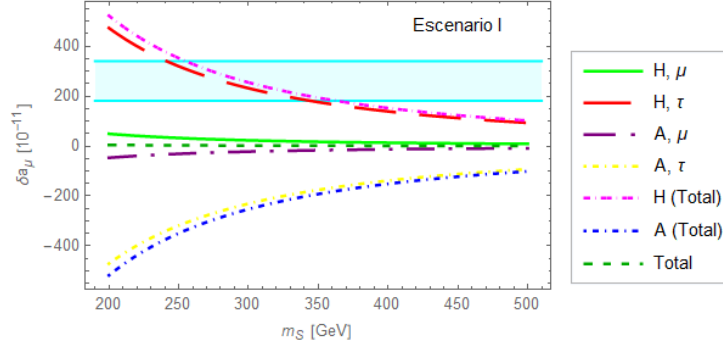


Figura 4.1: Escenario I: bosones con los mismos valores de masa y acoplamiento en 2HDM.

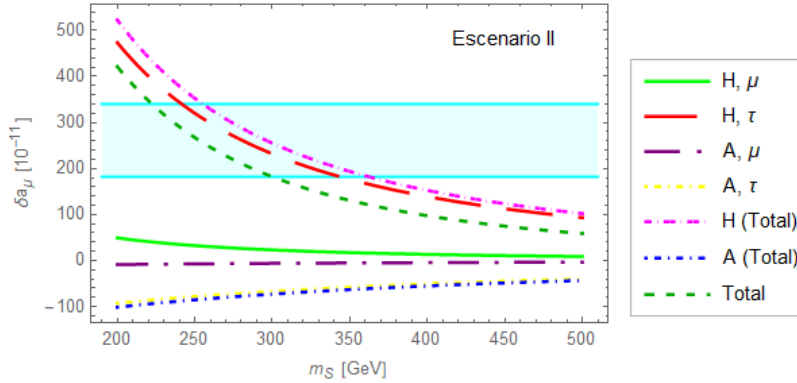


Figura 4.2: Escenario II: bosón pseudoescalar más masivo y acoplamientos del mismo orden en 2HDM

4.3. Escenario III

En este escenario, ambas contribuciones (H, μ) y (H, τ), así como su suma, entran en la región permitida derivada de los resultados experimentales de momento magnético anómalo del muón. En este escenario, nuevamente el bosón pseudoescalar se plantea 300 GeV's más masivo que el bosón escalar, pero ahora sus acoplamientos difieren en un orden de magnitud.

En los escenarios I y II, los acoplamientos eran de orden similar igual a 0,1, en este caso se escogen $C_{Sij} = 0,5$ y $C_{Aij} = 0,01$ (se toman esos valores por conveniencia, para esos valores, la curva teórica alcanza a entrar en región dada por la diferencia teórica y experimental).

De acuerdo a la Fig.4.3, se observa que ambas contribuciones (H, μ) y (H, τ), además de la suma total, caen en el intervalo deseado.

Se puede apreciar que la contribución total (línea verde segmentada) cae en la región de interés y con ello se infiere una masa del bosón escalar que va de los 340 GeV a los 400 GeV (en ese intervalo de valores que puede tener la masa del bosón pseudoescalar la línea del modelo se intersecta con la región en azul).

Si sólo se considera la contribución de H (total), la intersección de su curva con la región en azul) implica que el intervalo del valor de su masa sería de 400 GeV a 500 GeV. Se requieren valores de masa más grandes para ajustar con los resultados experimentales. Nuevamente, esto plantea el hecho de que el bosón pseudoescalar permanecería indetectable dada la pequeñas contribuciones individuales y subtotales al momento magnético anómalo. En las gráficas (4.4), (4.5) y (4.6) se toman sólo las contribuciones del bosón escalar (considerando al bosón pseudo escalar muy pesado), para

valores fijos de su masa. La gráfica muestra la región de valores permitidos para las constantes de acoplamiento C_{Sij} y C_{Aij} .

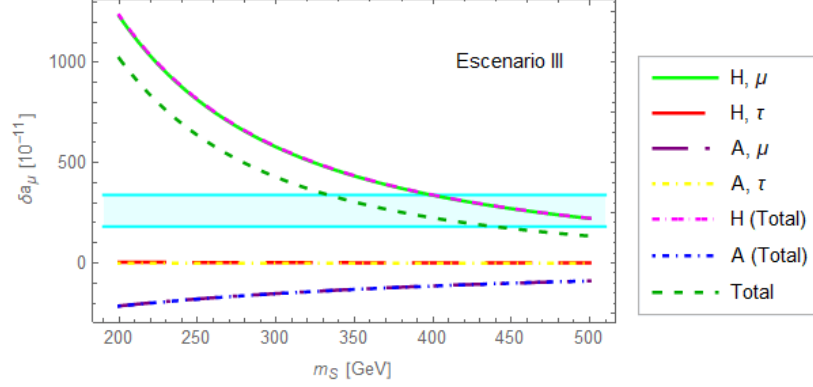


Figura 4.3: Escenario III: bosón pseudoescalar más masivo y acoplamientos que difieren en un orden de magnitud en 2HDM

El gráfico que se muestra en la Fig.(4.2) se puede mostrar el conjunto de valores permitidos (respetando la restricción dada por el valor teórico-experimental) de las constantes de acoplamiento, tomando una masa fija del bosón escalar igual a 200 GeV. Se puede apreciar, en el área que el valor de las constantes de acoplamiento es sensible al incremento de la masa del bosón escalar m_H .

4.4. Conclusiones

Se puede concluir, que el modelo de dobletes, $H2DM$ tipo III, planteado bajo las consideraciones de este trabajo de tesis, admite una contribución al momento magnético del muon del bosón escalar neutro considerando al bosón pseudo-escalar muy pesado, de tal forma que toda la contribución es debida al bosón H .

Los resultados del modelo no son concluyentes totalmente, pero dejan abierta la posibilidad que bajo este esquema, 2HDM tipo III, podría tener efectos detectables, sin embargo el modelo se ve poco favorecido por el hecho de que el pseudoescalar sea demasiado masivo.

Existe una gran variedad de parametrizaciones de las constantes de acoplamiento, en particular la parametrización de *Cheng – Ser* dada por la expresiones (3,55), en donde se establece que las constantes de acoplamiento para el caso de que el fermión interno es el muón (el cambio de sabor contempla al muón mismo) son del orden $\mathcal{O}(10^{-3})$, lo que en comparación con las constantes $C_{Sij} = 0,5$, este valor está demasiado alejado.

Por lo tanto, el modelo $H2MD$ tipo III, podría verse poco adecuado al tratar de explicar las diferencias del valor teórico con el experimental.

En conclusión general, el bosón pseudoescalar nunca podría explicar por sí sólo la discrepancia (de hecho la empeora) dado que en los casos mostrados su contribución es siempre negativa, por lo que el modelo establecería que toda la contribución se debe al bosón escalar. Con valores de $C^{Sij}=0,5$ y $C^{Pij}=0,01$ se garantiza que el modelo tenga una región de concordancia con el experimento, pero el costo es que dichas constantes son de un orden o dos, de magnitud mayor que las dadas por la parametrización de *Cheng – Ser* y no es claro si algún modelo viable lo permita. Por lo tanto el modelo 2HDM difícilmente podría explicar las mediciones existentes.

Una perspectiva a futuro que pudiera corregir el escenario poco favorable al modelo de dos dobletes, podría ser el recurrir a modelos con una diferente parametrización de las constantes de acoplamiento que puedan generar los valores contemplados en este trabajo de tesis en una forma más natural. No puede descartarse totalmente que algún modelo de dos dobletes pueda tener la predicción en

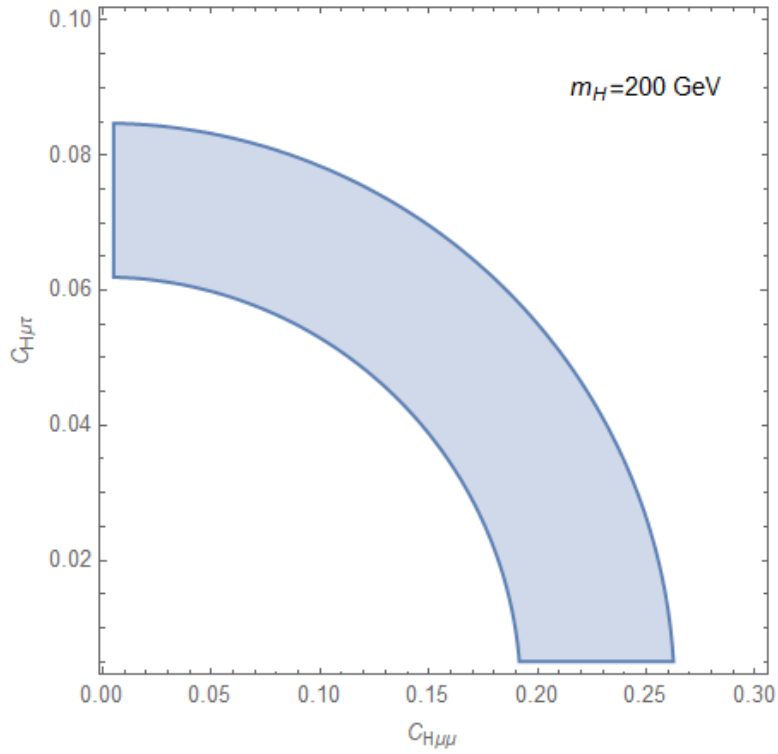


Figura 4.4: Valores permitidos para las constantes de acoplamiento de acoplamiento para $m_H = 200$ Gev

acuerdo con el experimento, ya sea incrementando el número de parámetros o reparametrizando las constantes de acoplamiento dado la riqueza fenomenológica que implica el tener catorce parámetros libres en el potencial en el sector de Higgs.

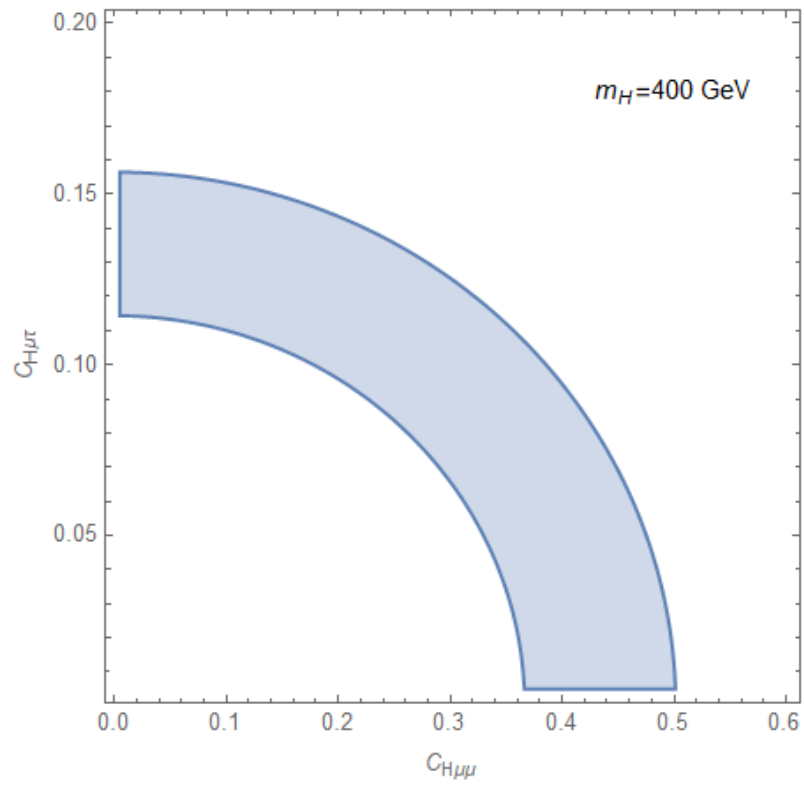


Figura 4.5: Valores permitidos para las constantes de acoplamiento para $m_H = 400 \text{ GeV}$

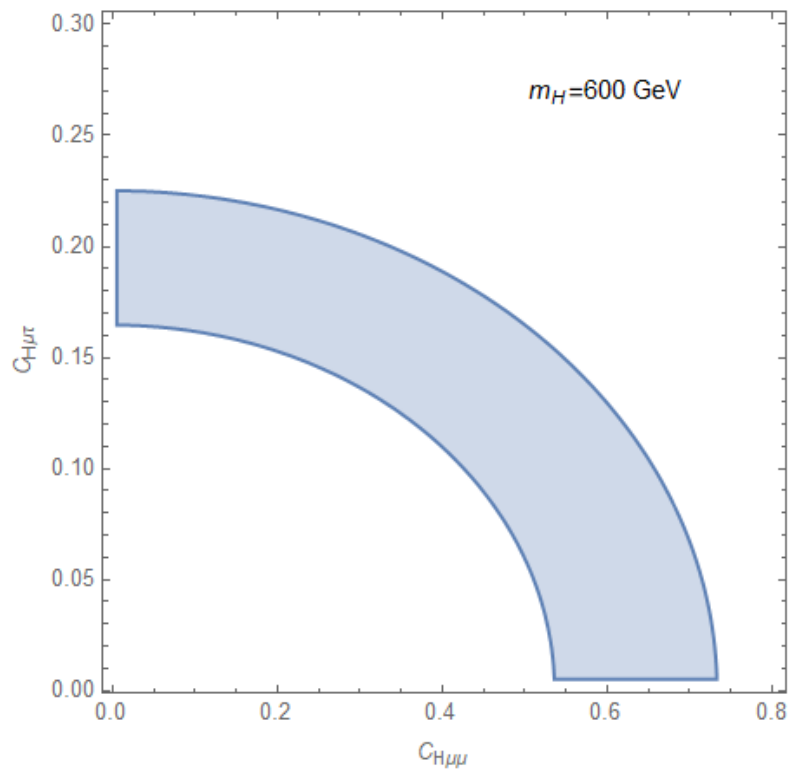


Figura 4.6: Valores permitidos para las constantes de acoplamiento para $m_H = 600 \text{ GeV}$

Bibliografía

- [1] MATTHEW B. ROBINSON, KAREN R. BLAND, GERALD B. CLEAVER, and G. R. DITTMANN *A Simple Introduction to Particle Physics*, arXiv:0810.3328v1[hep-th] 18. Oct. 2008
- [2] MIKE GUIDRY *Electroweak Interactions. An Introduction to the Physics Of Quarks Leptons.*, Jhon Wiley Sons, INC.1991.
- [3] PETER RENTON *Electroweak Interactions. An Introduction to the Physics Of Quarks and Leptons.*, Cambridge University Press.1999.
- [4] C. ITZYKSON, J.-B. ZUBER *Quantum Field Theory*, Mc Graw Hill, New York, 1980.
- [5] MICHAEL E. PESKIN *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison Wesley Publishing Company. 1995.
- [6] MICHIO KAKU *Quantum Field Theory a Modern Introduction*, Oxford University Press.1991
- [7] P.A. ZYLA,¹R.M. BARNETT,J. BERINGER,¹ O. DAHL,ET AL *Particle Data Group*.2020
- [8] FRED JEGERLEHNER The muon $g-2$ in progress. arXiv: 1804.07409v2[hep-ph] 28 Apr. 2018.
- [9] JAMES P. MILLER, EDUARDO DE RAFAEL and B. LEE ROBERTS. Muon ($g-2$): experiment and theory. Rep. Prog. Phys. 70 (2007) 795–881.
- [10] T. AYOYAMA, ET AL Complete Tenth-Order QED Contribution to the Muon $g-2$. Phys. Rev. Lett.109, 111808 (2012).
- [11] F. Jegerlehner, A. NYFFELER, Phys. Rept. 477 (2009) 1.
- [12] R.H. PARKER, ET AL., Science Vol. 360, Issue 6385, 191 (2018).
- [13] M. DAVIER, W.J. MARCIANO. The theoretical prediction for the muon anomalous magnetic moment. Annual review of nuclear science, Annual Reviews, 2004, 54, pp.115-140. [ff10.1146/annurev.nucl.54.070103.181204ff](https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.54.070103.181204ff). [ffin2p3-00023719ff](https://doi.org/10.1146/annurev.nucl.54.070103.181204ff).
- [14] C. GNENDIGER, D. STOCKINGER, H. STOCKINGER-KIM, The electroweak contributions to ($g-2$) after the Higgs boson mass measurement, arXiv:1306.5546v2 [hep-ph]3 Sep 2013.
- [15] T. AYOYAMAN. AMUSSEN,M. BENAYOUN,J. BIJNEN set al, The anomalous magnetic moment of the muon in the standar model. airXiv: 2006.04822v1 [hep-ph] 8 june 2020.
- [16] T. ISHIKAWA,N. NAKAZAWA, Y. YASUI, Phys. Rev. D99, 073004 (2019).
- [17] S. EIDELMAN,F. JEGERLEHNER, Z. Phys. C, 67 (1995), p. 585.
- [18] M. DAVIER ET AL., arXiv:1908.00921 (2019).

- [19] KAORU HAGIWARA, RUOFAN LIAO, vAlan D. Martin, ET AL, arXiv:1105.3149v2.[hep-ph], 2011.
- [20] A. KURZ,AL, Phys. Lett. B734, 144 (2014).
- [21] JOAQUIM PRADES,EDUARDO DE RAFAEL,VAINSHTEINC, arXiv:0901.036v1 [hep-ph], 2009.
- [22] JHON F. GUNION, HOWARD E. HABER, GORDON KANE, y SALLY DAWSON *The Higgs Hunter's Guide*, Frontiers in Physiscs 1990.
- [23] YORIKIYO NAGASHIMA *Beyond the Standar Model of elementary Particle Physics*, WILEY-VCH.2012.
- [24] G.C.BRANCO, P. M. FERREIRA, L. LAVOURA, M. N. REBELO .MARC SHER, and JOAO P. SILVA . Physics Reports 516 (2012)1-102.
- [25] D. A. LÓPEZ FALCÓN, Espectro de Higgs en modelos extendidos. Revista Mexicana de Física. 45(4) 423-432
- [26] DAVID ATWOOD, LAURA REINA, AMARJIT SONI. Phenomenology of two Higgs doublet models with flavor-changing neutral currents. Physial Review D Volume 55, Number 5,1 March 1997.
- [27] P. CHENG, M. SHER, Phys. Rev. D 35 (1987) 3484.