



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

---

Acoplamiento a un lazo de bosones de norma neutros en la  
Extensión del Modelo Estándar

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**Maestra en Ciencias Física Aplicada**

por

Judith Castro Medina

asesorada por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.  
Febrero de 2015





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

---

Acoplamiento a un lazo de bosones de norma neutros en la  
Extensión del Modelo Estándar

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**Maestra en Ciencias Física Aplicada**

por

Judith Castro Medina

asesorada por

Dr. J. Jesús Toscano Chávez

Puebla Pue.  
Febrero de 2015



**Título:** Acoplamiento a un lazo de bosones de norma neutros en la Extensión del Modelo Estándar

**Estudiante:** JUDITH CASTRO MEDINA

COMITÉ

---

Dr. Gerardo F. Torres del Castillo  
Presidente

---

Dr. Gilberto Tavares Velasco  
Secretario

---

Dr. Alberto Escalante Hernández  
Vocal

---

Dr. Roberto Cartas Fuentes  
Suplente

---

Dr. J. Jesús Toscano Chávez  
Asesor



# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>v</b>
<b>Introducción</b>	<b>vii</b>
<b>1. El Modelo Estándar</b>	<b>1</b>
1.1. La Teoría Electrodébil . . . . .	5
1.1.1. El rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil . . . . .	5
1.1.2. Sector de Higgs . . . . .	8
1.1.3. Sector de Yang-Mills . . . . .	9
1.1.4. Sector de Yukawa . . . . .	10
1.1.5. Sector de Corrientes . . . . .	13
<b>2. Los decaimientos <math>Z \rightarrow \gamma\gamma</math> y <math>Z \rightarrow gg</math> en la Extensión del Modelo Estándar</b>	<b>19</b>
2.1. El decaimiento $Z \rightarrow \gamma\gamma$ . . . . .	21
2.2. El decaimiento $Z \rightarrow gg$ . . . . .	32
2.3. Discusión de resultados . . . . .	33
<b>3. Conclusiones</b>	<b>37</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>39</b>





# Agradecimientos

A mi hija Violeta, tremendo regalo de la vida, eres mi principal motor, gracias a ti he buscado superarme.

A mis padres, me gustaría algún día poder retribuir todo lo que han hecho por mí, gracias a ustedes estoy aquí, han sido excelentes padres, gracias.

A mis hermanos, ¡caray!, a todos gracias por su comprensión, apoyo y cariño.

A Ricardo, gracias por estar conmigo y apoyarme tanto, de verdad, no habría llegado hasta aquí sin tu ayuda.

A mi asesor, Dr. Jesús Toscano, le agradezco la paciencia que me ha tenido, su dedicación y su gran apoyo.

Al Dr. Gregorio Hernández Cocoletzi, gracias por creer en mí y alentarme, por ser una persona muy consciente de la vida del estudiante y apoyarnos siempre que está en sus manos.

Por último agradezco a la VIEP, por el apoyo económico brindado en los meses de noviembre y diciembre del 2014, para finalizar mi tesis de maestría.



# Resumen

Se estudian los decaimientos del bosón de norma débil neutro,  $Z$ , a dos fotones ( $Z \rightarrow \gamma\gamma$ ) y a dos gluones ( $Z \rightarrow gg$ ) en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar, la cual es una teoría renormalizable que incorpora efectos de violación de CP, CPT y violación espontánea de la simetría de Lorentz. Dichos decaimientos están estrictamente prohibidos en el contexto del Modelo Estándar por invariancia de Lorentz y simetría de Bose. Se muestra que estos decaimientos ocurren a orden de un lazo en el contexto de la Extensión del Modelo Estándar debido a la presencia de un 4-vector constante  $b_\mu$ , el cual es el responsable de la violación de CPT. Se demuestra que las amplitudes asociadas con los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  son libres de divergencias ultravioletas e invariantes bajo los grupos electromagnético,  $U_e(1)$ , y de color,  $SU_C(3)$ , respectivamente. Se encuentra que ambos decaimientos dependen sólo de la parte espacial del 4-vector  $b_\alpha$ .



# Introducción

El SME (Standard Model Extension), introducido por V. A. Kostelecky y colaboradores alrededor de 15 años atrás [1], es una extensión renormalizable del SM (Standard Model), la cual parametriza, en forma independiente de modelo, posibles efectos de un rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz, cuya fuente tendría su origen a muy altas energías, posiblemente del orden de la escala de Planck o en alguna región intermedia entre ésta y la escala de Fermi. Esta extensión del SM consiste en la introducción de nuevas interacciones, renormalizables en el sentido de Dyson, que están hechas de la contracción de dos tipos de objetos. Una clase de estos objetos consiste de  $N$ -tensores  $\mathcal{O}_{\mu_1, \mu_2 \dots \mu_N}$  del grupo de Lorentz  $SO(1, 3)$  construidos con los campos del SM, los cuales son invariantes bajo el grupo de norma del modelo  $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$ . El otro tipo de objetos consiste de  $N$ -tensores constantes de Lorentz,  $k_{\mu_1, \mu_2 \dots \mu_N}$ , los cuales representan direcciones especiales en el espacio-tiempo, que pueden haberse originado de rompimientos espontáneos del grupo  $SO(1, 3)$ , esto es, son pedazos o valores esperados en el vacío de campos del mismo rango. Dado que estos campos primarios, incluidos los bosones de Goldstone que resultan de los generadores del grupo que son rotos, no son incorporados en la teoría de bajas energías, el SME es una teoría efectiva. Dado que no se toman en cuenta todos los ingredientes de la teoría más fundamental, el SME podría igual ser vista como una teoría que incorpora efectos de violación explícita de la simetría de Lorentz. En esta tesis, se supondrá que la nueva física surge debido a un rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz, así que los objetos constantes  $k_{\mu_1, \mu_2 \dots \mu_N}$  se transforman tensorialmente bajo  $SO(1, 3)$ . Entonces, la lagrangiana del SME puede ser escrita simbólicamente como

$$\mathcal{L}_{SME} = \mathcal{L}_{SM} + \sum_{i=1}^M \mathcal{O}_i^{CPT-even} + \sum_{i=1}^N \mathcal{O}_i^{CPT-odd}, \quad (1)$$

donde  $\mathcal{L}_{SM}$  es la lagrangiana del SM, en tanto que los invariantes  $\mathcal{O}$  que respetan,  $\mathcal{O}_i^{CPT-even}$ , o violan,  $\mathcal{O}_i^{CPT-odd}$ , la simetría discreta  $CPT$  están dados por

$$\mathcal{O}_i = (k_i)^{\mu_1, \mu_2 \dots \mu_N} \mathcal{O}_{\mu_1, \mu_2 \dots \mu_N}. \quad (2)$$

Uno de los aspectos importantes de esta formulación es que introduce efectos de violación de  $CPT$ , el cual es un ingrediente esencial en la construcción de la teoría cuántica de campos, cuya violación está estrechamente vinculada a la violación de la simetría de Lorentz [2]. Otra característica importante de este modelo es que no sólo modifica y da origen a nuevos vértices, sino que además cambia la estructura de las ecuaciones de movimiento y propagadores de los campos vectoriales y espinoriales conocidos, lo cual se convierte en un problema técnico interesante en el ámbito de las correcciones radiativas.

El objetivo de esta tesis de maestría consiste en estudiar, en el contexto del SME, algunos acoplamientos entre bosones neutros del SM, a saber, gluones  $g$ , el bosón débil  $Z$  y el fotón, los cuales están prohibidos o son poco probables dentro del SM. Específicamente, nos enfocaremos en los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$ . Estos decaimientos están prohibidos en el SM por el teorema de Landau-Yang [3], el cual establece que un bosón vectorial con masa en reposo no puede decaer en un par de bosones vectoriales de masa cero. Este teorema tiene su fundamento en el grupo de

las rotaciones. Es importante notar que un bosón vectorial (espín 1) con masa tiene tres estados de polarización, a saber, dos transversales y uno longitudinal; mientras que una partícula del mismo espín pero sin masa en reposo presenta sólo las dos polarizaciones transversales. En relación con esto, cabe mencionar que el decaimiento de una partícula de este tipo en un bosón vectorial con masa y otro de masa nula o en dos bosones vectoriales con masa, no está prohibido por este teorema. Así, por ejemplo, en teorías más allá del SM que predicen la existencia de nuevos bosones de tipo  $Z$ , comunmente llamados  $Z'$ , los decaimientos  $Z' \rightarrow Z\gamma$  y  $Z' \rightarrow ZZ$  están permitidos [4].

Aunque prohibidos en el SM a todo orden de la serie perturbativa, estos decaimientos podrían ocurrir en el contexto del SME como consecuencia de la presencia de tensores de Lorentz constantes, que eventualmente podría inducir a orden de un lazo acoplamientos del bosón  $Z$  con dos fotones o con dos gluones. Estos acoplamientos no pueden generarse a nivel de acción clásica (nivel de árbol) en la versión renormalizable del SME, ya que los acoplamientos en consideración son, por la invariancia de norma electromagnética en un caso y por la invariancia del grupo de color en el otro, no renormalizables. En efecto, debido a estas simetrías, la dimensión mínima posible de estos acoplamientos es 5 en unidades de masa, lo cual está fuera del criterio de Dyson. En consecuencia, dichos decaimientos, si ocurren, deben generarse como una fluctuación cuántica de un lazo o más altos órdenes. Dado que el SME es renormalizable, las amplitudes asociadas con dichos decaimientos deben ser libres de divergencias ultravioletas al primer orden que se generen.

La parte de la lagrangiana del SME que será considerada para investigar estos decaimientos está dada por

$$\mathcal{L}_{SME}^{(1)} = \mathcal{L}_{SM} + \mathcal{L}_{SM}^{Mod}, \quad (3)$$

donde  $\mathcal{L}_{SM}^{Mod}$  es una parte de la lagrangiana completa del SME [1] dada por

$$\mathcal{L}_{SM}^{Mod} = \bar{\psi} (\gamma^\mu b_\mu \gamma_5) \psi, \quad (4)$$

con  $\psi$  un espinor que representa un leptón cargado o quark, en tanto que  $b$  es un 4-vector constante. Este término bilineal en los campos espinoriales será tratado como una perturbación, la cual será insertada en propagadores de leptones o quarks. De darse, estos decaimientos deben ser inducidos por triángulos en los que circulan leptones cargados o quarks. Efectos de orden de un lazo inducidos por este término que viola  $CPT$  han sido estudiados recientemente en la referencia [5].

La tesis ha sido organizada de la siguiente manera. En el capítulo 1 se presenta una breve descripción del sector electrodébil del SM. En el capítulo 2 se presenta la contribución de esta tesis. Se presenta con detalle la forma en que fueron evaluadas las amplitudes de los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$ , incluyendo las reglas de Feynman necesarias para la realización de los cálculos, así como una interpretación de lo que se entiende por invariancia de norma bajo los grupos involucrados. En este mismo capítulo, se presentan resultados numéricos para las razones de las fracciones de decaimiento como funciones de la magnitud del 4- vector constante  $b$ . Finalmente, en el capítulo 3 se presentan las conclusiones del trabajo.

# Capítulo 1

## El Modelo Estándar

En este capítulo se presenta una breve descripción del Modelo Estándar, centrándonos en el Modelo Electro débil, cuyo desarrollo hace intuitiva la necesidad de introducir el rompimiento espontáneo de la simetría de norma [6] y a partir de éste se estudian por separado los sectores de la teoría [7].

### Descripción del Modelo Estándar

El Modelo Estándar es la teoría cuántico-relativista de las interacciones fuerte y electro débil entre las partículas elementales. La teoría está basada en un principio de norma, en el cual todas las fuerzas de la naturaleza son mediadas por un intercambio de campos de norma del correspondiente grupo de simetría local. El grupo de simetría del ME es la simetría local

$$SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1).$$

En la teoría cuántica de norma descrita por el grupo  $SU(N)$ , hay  $N^2 - 1$  bosones de norma. El grupo  $SU(3)$  es el grupo de norma de la teoría de las interacciones fuertes conocida como Cromodinámica Cuántica. El campo de norma sin masa de esta teoría es conocido como gluón. El grupo  $SU(3)$  tiene ocho generadores y esto significa que hay ocho tipos gluones predichos por la teoría.

La parte de  $SU(2) \times U(1)$  es un poco más complicada. Se podría esperar que  $U(1)$  se refiriera al electromagnetismo, con su único bosón de norma sin masa, el fotón. Y entonces  $SU(2)$  se debería referir a la interacción débil. El grupo  $SU(2)$  tiene tres generadores de simetría de norma, y eso daría tres bosones de norma sin masa para mediar la fuerza nuclear débil. Pero esto no es así.

La fuerza nuclear débil es una fuerza de corto alcance, comportándose como si los bosones de norma fueran muy pesados. Con el fin de hacer que una teoría invariante de norma funcione para la fuerza nuclear débil, se tuvo que idear una manera de hacer bosones de norma pesados en una forma que no se destruyera la consistencia de la teoría cuántica. El método es llamado rompimiento espontáneo de la simetría, donde bosones de norma sin masa adquieren masa por el hecho de interactuar con un campo escalar llamado el campo de Higgs. La teoría resultante tiene bosones de norma masivos, pero todavía conserva las propiedades agradables de una teoría completamente invariante de norma donde los bosones de norma normalmente serían sin masa.

Finalmente, la teoría exitosa es llamada teoría electro débil, ya que las fuerzas electromagnética y nuclear débil se mezclan en una simetría de norma general  $SU(2) \times U(1)$ . Las interacciones del campo escalar mezclan los cuatro bosones de norma sin masa, y afuera de la mezcla, terminan siendo tres bosones de norma masivos, ahora llamados el  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$ , y un bosón de norma sin masa, el fotón, el portador de la fuerza electromagnética. La única simetría de norma restante explícita es la  $U(1)$  del electromagnetismo.

Esta descripción se resume diciendo que la simetría  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$  es espontáneamente rota a  $SU(3) \times U(1)$  a la escala electrodébil de alrededor de 100 GeV.

### Contenido de partículas

De acuerdo con el Modelo Estándar, partículas elementales son aquellas que no poseen estructura interna, pueden ser fermiones o bosones de norma. Existen dos tipos de fermiones fundamentales (de espín  $S = \frac{1}{2}\hbar = \frac{1}{2}$ ), los quarks y los leptones, los cuales se consideran los constituyentes básicos de la materia, que interactúan entre ellos vía bosones de norma. Los leptones participan solamente en las interacciones electrodébiles, mientras que los quarks participan en las interacciones fuertes y electrodébiles.

Por otro lado, desde 1957 se confirmó experimentalmente que las interacciones débiles violan paridad, es decir, la reflexión especular de un proceso de interacción débil no es en general un proceso de interacción débil permitido, de modo que las interacciones débiles muestran quiralidad<sup>1</sup>.

Las interacciones no invariantes bajo paridad para fermiones se pueden construir dando diferentes interacciones a las componentes levógiras y dextrógiras de los fermiones; estas componentes son las partes proyectadas por  $P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)$  y por  $P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$  del fermión, respectivamente<sup>2</sup>. Un campo de Dirac,  $\psi$ , representando un fermión, puede ser expresado como la suma de su parte levógira,  $\psi_L = P_L\psi$ , y su parte dextrógira,  $\psi_R = P_R\psi$ . Entonces el agrupamiento de los fermiones en familias aparece como consecuencia de que la interacción débil distingue entre estados de helicidad de los mismos.

Los fermiones fundamentales levógiros o izquierdos son agrupados en dobletes de  $SU_L(2)$  (sin tomar en cuenta el índice de color):

$$L_i = \begin{pmatrix} \nu_i \\ l_i \end{pmatrix}_L, \quad Q_i = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L; \quad (1.1)$$

y los fermiones dextrógiros en singletes:

$$l_{Ri}, \quad u_{Ri}, \quad d_{Ri}, \quad (1.2)$$

donde  $i$  ( $= 1, 2, 3$ ) es el índice de familia o generación,  $l_i = e, \mu, \tau$ ;  $\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ;  $u_i = u, c, t$ ;  $d_i = d, s, b$ . Entonces, por ejemplo, la primera familia de fermiones  $\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$ ,  $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L$ , se separan en sus partes izquierdas y derechas:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad e_R, \quad \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad u_R, \quad d_R.$$

Cabe notar que no existen los neutrinos dextrógiros en el ME.

Así pues, las componentes izquierdas se transforman como dobletes bajo el grupo  $SU_L(2)$  y las componentes derechas como singletes:

$$L'_i = \exp \left[ -i\alpha^i(x) \frac{\sigma^i}{2} + i\beta(x) \frac{Y}{2} \right] L_i, \quad (1.3)$$

$$l'_{Ri} = \exp \left[ i\beta(x) \frac{Y}{2} \right] l_{Ri}, \quad (1.4)$$

Ya mencionadas las tres familias de fermiones fundamentales, cabe decir que los quarks no pueden ser observados de manera aislada, son componentes de partículas compuestas llamadas

---

<sup>1</sup>Un fenómeno quiral es aquel que no es idéntico a su imagen especular o más precisamente si éste no puede ser mapeado a su imagen especular por rotaciones y traslaciones solamente. La quiralidad es una propiedad que es invariante frente a transformaciones de Lorentz.

<sup>2</sup> $\gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ , y  $\gamma_\mu$  ( $\mu = 0, 1, 2, 3$ ) son las matrices de Dirac.



hadrones, son las más masivas entre las partículas básicas de la naturaleza. La familia de los hadrones incluye a los fermiones conocidos como “bariones” y también a los bosones conocidos como “mesones”. Los bariones son los “nucleones” (neutrones o protones) ordinarios y los llamados “hyperones” (descubiertos en chaparrones de rayos cósmicos y en aceleradores de partículas). Los mesones son los piones (encontrados en trazas de rayos cósmicos) y muchos otros primos mesónicos del pión. Desde finales de la década de 1940 se han descubierto muchos hadrones, tales como:  $\Lambda^0$ ,  $\Sigma^\pm$ ,  $\Sigma^0$ ,  $\Xi^-$ ,  $\Xi^0$ ,  $\Delta^{++}$ ,  $\Delta^\pm$ ,  $\Delta^0$ ,  $\Omega^-$ ,  $\rho^0$ ,  $\rho^\pm$ ,  $\omega^0$ ,  $\eta^0$ ,  $K^\pm$ ,  $K^0$ , y numerosas versiones más pesadas. Esto hubiera sido desconcertante si no fuera por el hecho de que se observó que se agrupaban en ciertas familias, llamadas multipletes. Se obtuvo una buena comprensión de la naturaleza de estos multipletes sobre la base de que tales multipletes proporcionan representaciones del grupo  $SU(3)$ .

### Interacciones y cargas

Las interacciones son debido a propiedades fundamentales de la materia: masa (interacción gravitacional), carga eléctrica (interacción electromagnética), color (interacción fuerte) y carga débil (interacción débil). A cada una de esas propiedades se les llama carga (representaciones del grupo que define la fuerza).

En el caso de la interacción débil existen dos tipos de cargas que intervienen, llamadas carga isotópica débil o isospín débil,  $T^3$  ( $T^3 = \frac{\sigma^3}{2}$  es el generador de  $SU_L(2)$  en la representación fundamental), e hipercarga débil,  $Y$ .

Ahora, en el caso de los quarks se tiene una característica misteriosa y es que tienen que poseer carga eléctrica fraccionaria (en unidades de la carga del protón), teniendo los quarks tipo up (u,c,t) carga igual a  $2/3$  y los tipo down (d,s,b)  $-1/3$ .

Debido a estos valores de las cargas eléctricas de los quarks y el hecho de que nunca se observan quarks aislados, no se consideraban como partículas reales, sino que simplemente proporcionaban una manera de contabilizar convenientemente las diferentes representaciones de  $SU(3)$ . No obstante, la contabilidad sólo funcionaba si los quarks se trataban como entidades que satisfacían la “estadística equivocada”, es decir, había que fingir que los quarks son “bosones” para que los multipletes salieran bien y no fermiones que parecía exigir el teorema espín-estadística. Por ejemplo, uud no se distingue de udu; más aún, estados con dos quarks del mismo tipo, tales como uuu y uud, no desaparecen idénticamente, que es lo que harían en el caso de un estado antisimétrico para el que fuera válido el principio de Pauli. Además, el hecho de que el espín sea  $3/2$  significa que los espines de los tres quarks (cada uno de valor  $1/2$ ) están alineados, de modo que hay simetría completa por lo que se refiere al aspecto de espín del estado. Si los quarks se comportaran como fermiones, entonces tendríamos antisimetría, y no simetría, bajo el intercambio de los quarks, lo que es incompatible con esta imagen.

La forma de tratar este problema en el ME consiste en exigir que cada sabor de quark se dé también en tres (denominados) “colores”, y que cualquier partícula real, compuesta de quarks, debe ser completamente antisimétrica en el grado de libertad de color. Esta antisimetría pasa por alto los propios estados de quarks, de modo que la antisimetría entre quarks (fermiónicos) individuales se convierte efectivamente en simetría en una partícula de tres quarks. Los colores no se manifiestan nunca en partículas libres, de modo que el color es esencialmente “inobservable”. Cualquier partícula libre debe tener un “color neutro”. Por ejemplo, no se tienen tres versiones diferentes de la partícula  $\Delta^+$ , dependiendo de que color sea el quark d en “uud”. La antisimetría en el grado de libertad de color, para partículas libres reales, lo garantiza.

Ahora bien, las interacciones fundamentales tienen lugar gracias a que las partículas que interactúan intercambian otras partículas entre sí. Esas partículas mediadoras son los fotones en la interacción electromagnética, los gluones en la interacción fuerte, las partículas  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$  en la interacción débil. Es decir, partículas eléctricamente cargadas interactúan intercambiando fotones, partículas con carga de color interactúan intercambiando gluones, partículas con carga

débil intercambian partículas  $W^+$ ,  $W^-$  y  $Z$ . A estas partículas mediadoras se les llama bosones de norma (tienen espín 1) y son la cuantización de los campos de norma asociados a los tres grupos de norma involucrados<sup>3</sup>. A las interacciones entre bosones de norma electrodébiles y fermiones se les conoce como: corrientes cargadas, en el caso de los acoplamientos de los  $W^\pm$ , y corrientes neutras en el caso de los acoplamientos del  $Z$  y del  $\gamma$ .

Anteriormente se comentó que existen dos tipos de carga para la interacción débil ( $T^3$  y  $Y$ ), y por lo tanto dos tipos de interacción débil.  $T^3$  ( $T^3 = \frac{\sigma^3}{2}$ , con  $\sigma^3$  la matriz de Pauli) está asociada a la interacción débil cargada, mediada por los bosones  $W^\pm$ , mientras que  $Y$  lo está a una interacción débil neutra. Lo que ocurre es que estos dos operadores de carga y el operador de carga eléctrica ( $Q$ ) no son independientes sino que están ligados por la relación

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.5)$$

Esta relación es crucial en la descripción unificada de las interacciones electromagnética y débil (el isospín débil es un complemento de la hipercarga débil, lo cual unifica interacciones débiles con electromagnéticas).

En una interacción débil cargada, mediada por los bosones  $W^\pm$ , un leptón de un determinado sabor (electrón, muón o tau) se transforma en el neutrino correspondiente emitiendo un  $W^-$  (o viceversa, emitiendo un  $W^+$ ). Lo mismo sucede para las antipartículas correspondientes (cambiando el signo de la carga de  $W$  en cada caso) y para la carga de isospín débil. Cada par  $(e, \nu_e)$ ,  $(\mu, \nu_\mu)$ ,  $(\tau, \nu_\tau)$ , forma lo que se denomina un doblete de isospín débil, siendo el valor de isospín débil  $-1/2$  para los leptones cargados negativamente y  $1/2$  para los neutrinos. Para el caso de los quarks, el valor del isospín débil es de  $1/2$  para los tipo “u” y  $-1/2$  para los tipo “d”<sup>4</sup>.

### Hipercargas de leptones y quarks

A continuación se calcula el valor de la hipercarga débil a partir de la carga eléctrica  $Q$  y el isospín débil  $T^3$ , para leptones y quarks izquierdos ( $L_i$  y  $Q_i$ ):

$$\left. \begin{array}{l} Q_{\nu_i} = 0 = \frac{1}{2} + \frac{Y}{2} \\ Q_{l_i} = -1 \equiv -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow Y_{L_i} = -1,$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_u = +\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{Y}{2} \\ Q_d = -\frac{1}{3} \equiv -\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \end{array} \right\} \Rightarrow Y_{Q_i} = \frac{1}{3};$$

ahora para leptones y quarks derechos ( $l_{R_i}$ ,  $u_{R_i}$ ,  $d_{R_i}$ ):

$$Q_{l_{R_i}} = -1 = 0 + \frac{Y_R^i}{2} \Rightarrow Y_R^i = -2, \quad (1.6)$$

$$Q_{u_{R_i}} = \frac{2}{3} = \frac{Y_R^u}{2} \Rightarrow Y_R^u = \frac{4}{3}, \quad (1.7)$$

$$Q_{d_{R_i}} = -\frac{1}{3} = \frac{Y_R^d}{2} \Rightarrow Y_R^d = -\frac{2}{3}. \quad (1.8)$$

$$(1.9)$$

---

<sup>3</sup>Además de los bosones de norma existe otro bosón el cual tiene espín cero, no posee carga eléctrica ni carga de color. Surge en el modelo como un remanente del mecanismo de Higgs y se acopla con todos los fermiones en forma proporcional a sus masas, y puesto que este tipo de interacciones no cambia la carga de los fermiones, se dice que son corrientes neutras

<sup>4</sup>Note que al separar a los fermiones en partes izquierda y derecha, sólo las partes izquierdas siguen siendo dobletes de  $SU(2)$ , entonces los singletes tienen isospín débil cero

## 1.1. La Teoría Electrodébil

El modelo electrodébil es una teoría de norma de las interacciones electrodébiles cuyos grados de libertad fermiónicos de entrada son partículas quirales sin masa de espín un medio. Esto tiene la estructura de grupo  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ , donde  $SU_L(2)$ ,  $U_Y(1)$  representan el isospín débil y la hipercarga débil, respectivamente. El subíndice ‘L’ en  $SU_L(2)$  indica que entre fermiones, solamente los estados izquierdo se transforman de manera no trivial bajo isospín débil.

El sector electrodébil se divide en dos partes, una que contiene únicamente campos bosónicos ( $W^\pm$ ,  $Z$ ,  $\gamma$ ,  $H$ ) y otra que contiene mezclas de bosones con fermiones. La parte bosónica se divide a su vez en los sectores de Higgs y de Yang-Mills. La parte bosónica-fermiónica se divide también en dos sectores, de Yukawa y de corrientes,

$$\mathcal{L}_{TED} = \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_{YM} + \mathcal{L}_Y + \mathcal{L}_C. \quad (1.10)$$

A continuación se presentará una breve descripción de la construcción de una teoría de norma de las interacciones electrodébiles, el modelo Weinberg-Salam-Glashow. Se empezará observando la necesidad de un sector de Higgs y del rompimiento espontáneo de la simetría  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

### 1.1.1. El rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil

El sector de Yang-Mills caracteriza la estructura no Abeliana del grupo electrodébil. Los campos bosónicos de norma que se acoplan al isospín débil y a la hipercarga débil son  $\vec{W}_\mu = (W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3)$  y  $B_\mu$  respectivamente, con los cuales se construyen el tensor de campo de  $SU_2$  y de  $U(1)$ ,

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + i g [W_\mu, W_\nu], \quad (1.11)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.12)$$

donde  $W_{\mu\nu} = T^a W_\mu^a$ . Eliminando los generadores de la primera ecuación, se obtiene el tensor de campo de Yang-Mills en su forma más conocida,

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g \varepsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c; \quad (1.13)$$

el cual, junto con el tensor de campo de  $U(1)$  se transforman en forma covariante bajo el grupo electrodébil,

$$\begin{aligned} W'_{\mu\nu} &= U W_{\mu\nu} U^\dagger, & \text{donde } U &\in SU_L(2), \\ B'_{\mu\nu} &= B_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Estos objetos covariantes contribuyen a la parte puramente de norma del lagrangiano,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{YM} &= -\frac{1}{2} \text{Tr}[W_{\mu\nu} W^{\mu\nu}] - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \\ &= -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_a^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (1.15)$$

donde se han normalizado los generadores,  $\text{Tr}[T^a T^b] = \delta^{ab}/2$ .

Por otro lado las interacciones de los fermiones con los bosones de norma dan lugar a lo que se conoce como corrientes cargadas y neutras. El sector de corrientes se descompone en dos partes, una que tiene que ver con los quarks solamente, y la otra con los leptones.

El lagrangiano invariante de norma se puede escribir como

$$\mathcal{L}^c = \mathcal{L}_l^c + \mathcal{L}_q^c, \quad (1.16)$$

donde  $\mathcal{L}_l^c$  y  $\mathcal{L}_q^c$  están dados por

$$\mathcal{L}_q^c = i \bar{Q}'_i \gamma^\mu D_\mu Q'_i + i \bar{u}'_{Ri} \gamma^\mu D_\mu u'_{Ri} + i \bar{d}'_{Ri} \gamma^\mu D_\mu d'_{Ri}, \quad (1.17)$$

$$\mathcal{L}_l^c = i \bar{L}'_i \gamma^\mu D_\mu L'_i + i \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu D_\mu l'_{Ri}, \quad (1.18)$$

los cuales conservan el sabor en términos de los eigenestados de norma, que son los campos primarios. En estas dos partes que componen el sector de corrientes existe una suma sobre el índice de sabor  $i$ , es decir, hay suma sobre isodobletes débiles izquierdos e isosingletes débiles derechos.

Debido a que los fermiones quirales derechos no se acoplan al isospin débil, su derivada covariante tiene la forma simple

$$D_\mu = \partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.19)$$

esta expresión sirve para definir la constante de acoplamiento  $g'$  asociada a  $U_Y(1)$ . Su normalización es dictada por nuestra convención para la hipercarga débil  $Y$ .  $\frac{Y}{2} B_\mu$  es el generador (campo de norma) asociado al grupo  $U_Y(1)$ . La correspondiente derivada covariante en la representación fundamental para los dobletes de  $SU_L(2)$  es

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu. \quad (1.20)$$

donde  $a = 1, 2, 3$ , y  $g$  es la constante de acoplamiento del grupo de norma  $SU(2)$ . En esta expresión  $\frac{\sigma^a}{2}$  es el generador asociado al grupo  $SU_L(2)$ .

Las ecuaciones anteriores definen una teoría de norma de isospín débil e hipercarga débil consistente matemáticamente. Sin embargo, no es una teoría electrodébil de la naturaleza físicamente aceptable debido a que los fermiones y bosones de norma permanecen sin masa y la simetría electrodébil no permite la introducción explícita de términos de masa para ningún tipo de partícula. Por lo que un sector de Higgs debe ser agregado a los lagrangianos anteriores para llegar al modelo electrodébil de Weinberg-Salam. Entonces introducimos en la teoría un doblete complejo

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

de campos de Higgs de espín cero, con las asignaciones de carga indicadas. Los cuantos de estos campos llevan entonces una unidad de hipercarga débil cada uno. En las interacciones con el Higgs hay dos clases de términos,  $\mathcal{L}_{HN}$  y  $\mathcal{L}_{HF}$ , los cuales contienen los acoplamientos de Higgs-campos de norma y Higgs-fermión, respectivamente. El primero es escrito como

$$\mathcal{L}_{HN} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger, \Phi), \quad (1.22)$$

donde

$$D_\mu \Phi = (\partial_\mu - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu) \Phi, \quad (1.23)$$

y  $V$  es la autointeracción del campo de Higgs

$$V = \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (1.24)$$

$\mu$  es un parámetro en unidades de masa y  $\lambda > 0$  es un número real y adimensional, por lo demás son parámetros arbitrarios.

Por otro lado tenemos la interacción Higgs-fermión o sector de Yukawa, corresponde a invariantes electrodébiles de dimensión cuatro que se pueden construir con los dobletes izquierdos de los fermiones, los singletes derechos y el doblete de Higgs. Para el caso de los leptones, considerando que no existen los neutrinos derechos,  $\nu_{Ri}$ , podemos escribir el siguiente invariante de Lorentz y electrodébil:

$$-Y_{ij}^l \bar{L}_i \Phi l_{Rj} + h.c., \quad (1.25)$$

Considerando que en el caso de los quarks, existen estados derechos para los dos miembros del doblete izquierdo, es necesario considerar otro objeto que se transforme covariantemente bajo  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ ,

$$\tilde{\Phi} = i\sigma^2 \Phi^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^- \\ \phi^{0*} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi^{0*} \\ -\phi^- \end{pmatrix}. \quad (1.26)$$

El lagrangiano renormalizable más general para la interacción Higgs-fermión es

$$\mathcal{L}_{HF} = -Y_{ij}^u \bar{Q}'_i \tilde{\Phi} u'_{Rj} - Y_{ij}^d \bar{Q}'_i \Phi d'_{Rj} - Y_{ij}^l \bar{L}'_i \Phi l'_{Rj} + h.c., \quad (1.27)$$

en el que existe suma sobre los índices de sabor  $i, j$ . Las constantes de acoplamiento  $Y_{ij}^l$ , son componentes de matrices  $3 \times 3$  completamente arbitrarias, se les conoce con el nombre de constantes de Yukawa, las cuales son adimensionales. La no conservación del sabor de este lagrangiano viene del hecho que las matrices  $Y_u$  y  $Y_d$  no están sujetas a ningún tipo de restricción y en particular no son diagonales.

En cierto sentido, el potencial de Higgs ( $V$ ) y el acoplamiento Higgs-fermión ( $\mathcal{L}_{HF}$ ) se encuentran fuera de nuestro principio rector de invariancia de norma porque ninguno contiene un campo de norma. Sin embargo, no hay ningún principio que prohíba este tipo de contribuciones, y su presencia es fenomenológicamente requerida. Además, hay que tener en cuenta que cada uno está escrito en forma invariante de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

Entonces, la generación de masa para fermiones y bosones de norma procede del rompimiento espontáneo de la simetría  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ . Para empezar, obtenemos la configuración de mínima energía para el doblete de Higgs minimizando el potencial  $V$ ,

$$\frac{\partial V}{\partial \Phi^\dagger} = 0 \Rightarrow [\mu^2 + 2\lambda(\Phi^\dagger \Phi)] \Phi = 0. \quad (1.28)$$

Interpretamos este estado base en términos del valor esperado en el vacío, denotado por un subíndice cero. La Ec. (1.28) tiene dos soluciones, la trivial, con un estado de vacío único  $\langle \Phi \rangle_0 = 0$  que se da cuando  $\mu^2 > 0$ , y la no trivial, que se da cuando  $\mu^2 < 0$ , el mínimo ya no está en el origen, se tiene el caso de un vacío degenerado ya que no es único, caracterizado por los puntos de la superficie

$$\Phi_0^\dagger \Phi_0 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} \equiv \frac{v^2}{2}. \quad (1.29)$$

Consideremos la última alternativa. El rompimiento espontáneo ocurre cuando se elige un  $\Phi_0$  particular, el cual rompe espontáneamente la simetría electrodébil al grupo electromagnético. Entonces una configuración no trivial de vacío para el doblete de Higgs que obedece la constricción Ec. (1.29), debe respetar la conservación de la carga eléctrica, el vacío  $\Phi_0$  debe ser invariante bajo el grupo  $U_e(1)$ , es decir, si  $U$  pertenece a  $U_e(1)$ , entonces  $U\Phi_0 = \Phi_0$ , lo que implica que el generador de este grupo dado por Ec.(1.5) lo aniquila:  $Q\Phi_0 = 0$ ,

$$\left( T^3 + \frac{Y}{2} \right) \Phi_0 = 0,$$

y dado que  $Y\Phi(x) = +1\Phi(x)$ , se tiene

$$Q = \frac{1}{2} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

la única forma posible para  $\Phi_0$  es

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.31)$$

Ahora la teoría tiene un mínimo dado por  $\Phi_0$ . La escala de energía,  $v$ , del efecto no es predicha por el modelo y debe ser inferida del experimento.

Según el teorema de Goldstone, por cada generador roto hay un escalar de masa cero, llamado bosón de Goldstone. En nuestro caso,

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi_0 + \Phi(x) = \begin{pmatrix} G_W^+ \\ \frac{v+H+iG_Z}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

Note que es necesario expandir el campo alrededor del mínimo para determinar las excitaciones, y como es una traslación no rompe con la invariancia de  $\mathcal{L}$ .

Los campos  $G_W^\pm$  y  $G_Z$  son bosones de Goldstone (asociados a  $W^\pm$  y  $Z$ ) si la simetría es global, en cuyo caso tenemos  $\partial_\mu$  en lugar  $D_\mu$ , y pseudobosones de Goldstone si la simetría es de norma (mecanismo de Higgs).

Los pseudobosones de Goldstone pueden ser removidos de la teoría mediante una transformación de norma particular en la cual podemos obtener

$$G_W'^{\pm} = 0, \quad G_Z' = 0. \quad (1.33)$$

En este caso se ha fijado la norma con respecto a los generadores rotos de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ , pero no respecto al generador no roto. Esta es la norma unitaria.

En esta norma,

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}. \quad (1.34)$$

Continuando con la descripción del modelo de Weinberg-Salam-Glashow, se presentarán los sectores de la Ec. (1.10) después del rompimiento espontáneo de la simetría  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

### 1.1.2. Sector de Higgs

Este sector,  $\mathcal{L}_{HN}$  ó de ahora en adelante  $\mathcal{L}_H$ , permite dotar de masa a los bosones débiles y al bosón de Higgs. Genera la dinámica entre estas partículas.

Del término cinético,  $(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi)$ , surgen las masas de los bosones de norma, así como sus interacciones con el bosón de Higgs.

Por otra parte  $V(\Phi^\dagger, \Phi)$ , el potencial de Higgs, genera la masa del bosón de Higgs y sus autointeracciones.

Entonces, después de sustituir la relación Ec. (1.34) en la parte cinética de  $\mathcal{L}_H$  y definiendo los campos cargados

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad (1.35)$$

se obtiene el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L}_{HK} = \frac{1}{2}(\partial_\mu H)(\partial^\mu H) + \frac{g^2}{4}(v+H)^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{8}(v+H)^2 (W_\mu^3, B_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix}, \quad (1.36)$$

del que se puede leer directamente la masa de los bosones cargados  $W$ ,

$$M_W = \frac{gv}{2}. \quad (1.37)$$

Pero el rompimiento de la simetría induce bosones de norma neutros mezclados. Su matriz de masa no es diagonal en la base de los estados  $W^3$  y  $B$ . La diagonalización ocurre en la base

$$\begin{aligned} Z_\mu &= \cos\theta_W W_\mu^3 - \sin\theta_W B_\mu, \\ A_\mu &= \sin\theta_W W_\mu^3 + \cos\theta_W B_\mu, \end{aligned} \quad (1.38)$$

de aquí que los campos eigenestados de norma  $W_\mu^a$  y  $B_\mu$ , en términos de los eigenestados de masa,  $W_\mu^\pm$ ,  $Z_\mu$  y  $A_\mu$ , son

$$W_\mu^3 = c_W Z_\mu + s_W A_\mu, \quad (1.39)$$

$$B_\mu = -s_W Z_\mu + c_W A_\mu, \quad (1.40)$$

en estas expresiones  $s_W = \sin\theta_W$ ,  $c_W = \cos\theta_W$  y  $\theta_W$  es el ángulo de mezcla débil (ó ángulo de Weinberg) definido por

$$\tan\theta_W = \frac{g'}{g}. \quad (1.41)$$

Las masas de los bosones de norma neutros se encuentra que son

$$M_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}, \quad (1.42)$$

$$M_A = 0, \quad (1.43)$$

y los campos  $A_\mu$  y  $Z_\mu$  corresponden al fotón sin masa y al bosón masivo  $Z^0$  respectivamente. Observe que la razón de masas

$$\frac{M_W}{M_Z} = \cos\theta_W \quad (1.44)$$

es fija.

Por otro lado, al sustituir las Ecs. (1.34) y (1.29) en el potencial de Higgs, se tiene

$$V = \frac{1}{4}\lambda H^4 + \lambda v H^3 + \lambda v^2 H^2 - \frac{1}{4}\lambda v^4, \quad (1.45)$$

de donde se lee la masa del campo  $H$  en términos de  $\lambda$  y del valor de la escala de ruptura de la simetría,  $v$ , como

$$m_H^2 = 2\lambda v^2 \quad (1.46)$$

### 1.1.3. Sector de Yang-Mills

En términos de los campos eigenestados de masa definidos anteriormente, el lagrangiano de Yang-Mills toma la forma final:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{YM} &= -\frac{1}{2}\hat{W}_{\mu\nu}^+ \hat{W}^{-\mu\nu} - \frac{1}{4}Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + F_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} + \\ &\quad i g c_w Z_{\mu\nu} W^{-\mu} W^{+\nu} - 2g^2 W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu\nu} (W^{-\mu} W^{+\nu} - W^{+\mu} W^{-\nu}), \end{aligned} \quad (1.47)$$

donde

$$\hat{W}_{\mu\nu}^+ = \hat{D}_\mu W_\nu^+ - \hat{D}_\nu W_\mu^+, \quad Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu, \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu F_\nu - \partial_\nu F_\mu, \quad (1.48)$$

con  $\hat{D}_\mu = \partial_\mu - i g W_\mu^3$ .

### 1.1.4. Sector de Yukawa

El estudio de fermiones dentro del ME se hace en dos sectores, el de Yukawa y el de Corrientes, los cuales tienen estructura de Lorentz totalmente diferente. En el primero, esta estructura es de tipo escalar y pseudo escalar. Como la simetría electrodébil no permite la introducción explícita de términos de masa para ningún tipo de partícula, el sector de Yukawa cumple con el objetivo de generar masas para los fermiones quirales vía mecanismo de Higgs.

El lagrangiano renormalizable más general se puede descomponer en dos partes independientes,

$$\mathcal{L}^Y = \mathcal{L}_q^Y + \mathcal{L}_l^Y, \quad (1.49)$$

donde  $\mathcal{L}_q^Y$  y  $\mathcal{L}_l^Y$  son los lagrangianos de los sectores de quarks y leptones, respectivamente.

#### El Sector de Yukawa de quarks

El lagrangiano del sector de Yukawa de quarks está dado por

$$\mathcal{L}_q^Y = -Y_{ij}^u \bar{Q}'_i \tilde{\Phi} u'_{Rj} - Y_{ij}^d \bar{Q}'_i \Phi d'_{Rj} + h.c., \quad (1.50)$$

<sup>5</sup>donde existe suma sobre los índices de sabor  $i, j$ .

Ahora bien, conviene definir los siguientes vectores en el espacio de sabor

$$U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}, \quad \nu' = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}. \quad (1.51)$$

En la norma unitaria (donde los bosones de Goldstone son cero), en la que el doblete de Higgs toma la forma

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix}, \quad (1.52)$$

y en términos de los vectores  $U'$  y  $D'$ , el lagrangiano de Yukawa para quarks se puede escribir como

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left[ 1 + \frac{H}{v} \right] [\bar{U}'_L M^u U'_R + \bar{D}'_L M^d D'_R] + h.c., \quad (1.53)$$

donde  $M_u$  y  $M_d$  son matrices  $3 \times 3$ , no diagonales, cuyos elementos son de la forma

$$M_{ij}^u = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^u, \quad M_{ij}^d = \frac{v}{\sqrt{2}} Y_{ij}^d. \quad (1.54)$$

Las masas de los quarks se definen diagonalizando la parte cuadrática del lagrangiano. Para ello es necesario realizar las siguientes transformaciones unitarias:

$$\begin{aligned} U_L &= V_L^u U'_L, & D_L &= V_L^d D'_L \\ U_R &= V_R^u U'_R, & D_R &= V_R^d D'_R \end{aligned}, \quad (1.55)$$

las matrices  $V_{L,R}^{u,d}$  deben ser unitarias si es que se desea preservar la estructura canónica de los términos cinéticos que aparecen en el sector de corrientes, como por ejemplo

$$\begin{aligned} i \bar{U}'_L \gamma^\mu \partial_\mu U'_L &= i \bar{U}_L V_L^u V_L^{u\dagger} \gamma^\mu \partial_\mu U_L \\ &= i \bar{U}_L \gamma^\mu \partial_\mu U_L. \end{aligned} \quad (1.56)$$

Por lo tanto, la unitariedad de estas matrices de rotación garantiza la existencia de propagadores en su forma canónica.

---

<sup>5</sup>La prima se usa para denotar campos eigenestados de norma.



En términos de los nuevos campos, el lagrangiano toma la forma

$$\mathcal{L}_q^Y = - \left[ 1 + \frac{H}{v} \right] \left[ \bar{U}_L V_L^u M^u V_R^{u\dagger} U_R + \bar{D}_L V_L^d M^d V_R^{d\dagger} D_R \right] + h.c. \quad (1.57)$$

**Teorema** Para cualquier matriz  $M$  siempre es posible encontrar dos matrices unitarias  $A$  y  $B$ , tal que  $AMB$  es diagonal y real.

La demostración de este teorema sigue de la descomposición polar de la matriz  $M$  dada por

$$M = HU, \quad (1.58)$$

donde la matriz  $H$  es hermítica y  $U$  es unitaria. Pero toda matriz hermítica puede ser diagonalizada por una matriz unitaria, esto es,  $S^\dagger H S$  es diagonal con  $S^\dagger = S^{-1}$ .

Tomando  $A = S^\dagger$ ,  $B = U^\dagger S$ , tenemos

$$AMB = S^\dagger M U^\dagger S = S^\dagger [HU] U^\dagger S = S^\dagger H S, \quad \text{es real y diagonal} \quad (1.59)$$

ya que los eigenvalores de una matriz hermítica son reales.

Dado que las matrices  $V_{L,R}^{u,d}$  son unitarias, este teorema garantiza que las matrices  $V_L M V_R^\dagger$  son reales y diagonales, como lo requiere la definición de un término de masa. Entonces las matrices  $V_{L,R}$  diagonalizan el sector de Yukawa de quarks, de tal manera que

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q^Y &= - \left[ 1 + \frac{H}{v} \right] \left[ \bar{U}_L \bar{M}^u U_R + \bar{D}_L \bar{M}^d D_R \right] + h.c., \\ &= - \left( 1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U} \bar{M}^u U + \bar{D} \bar{M}^d D), \end{aligned} \quad (1.60)$$

donde las matrices  $\bar{M}^u$  y  $\bar{M}^d$  están dadas por

$$\bar{M}^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix}, \quad \bar{M}^d = \begin{pmatrix} m_d & 0 & 0 \\ 0 & m_s & 0 \\ 0 & 0 & m_b \end{pmatrix}. \quad (1.61)$$

Se observa que en términos de los eigenestados de masa, el sector de Yukawa de quarks conserva el sabor, ya que el bosón de Higgs se acopla a pares del mismo tipo de quarks. En la última igualdad de la Ec.(1.60), los términos que multiplican a la identidad nos dan las masas de los quarks, y los términos restantes, las interacciones de los quarks con el bosón de Higgs.

### El Sector de Yukawa leptónico

Este lagrangiano está dado por

$$\mathcal{L}_l^Y = -Y_{ij}^l \bar{L}'_i \Phi l'_{Rj} + h.c., \quad (1.62)$$

que en la norma unitaria se tiene

$$\mathcal{L}_Y^l = -Y_{ij}^l (\bar{\nu}'_{Li}, \bar{l}'_{Li}) \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} l'_{Rj} + h.c. \quad (1.63)$$

$$= -\frac{v+H}{\sqrt{2}} Y_{ij}^l \bar{l}'_{Li} l'_{Rj} + h.c. \quad (1.64)$$

$$= -\frac{v+H}{\sqrt{2}} \bar{E}'_L Y^l E'_{Rj} + h.c., \quad (1.65)$$

donde

$$E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}$$

es un vector en el espacio de sabor, entonces

$$\mathcal{L}_Y^l = -\bar{E}'_L \frac{Y^l v}{\sqrt{2}} E'_R - \frac{H}{\sqrt{2}} \bar{E}'_L Y^l E'_R + h.c., \quad (1.66)$$

definiendo a la matriz  $M^l$  como

$$M^l_{ij} \equiv \frac{v}{\sqrt{2}} Y^l_{ij}, \quad (1.67)$$

se tiene

$$\mathcal{L}_Y^l = -\left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E}'_L M^l E'_R + h.c. \quad (1.68)$$

donde  $M^l$  es la matriz de masa, la cual es necesario diagonalizar para determinar las masas físicas de los leptones.

Por otro lado, el neutrino derecho no aparece en el sector leptónico de Yukawa, entonces estamos en la libertad de elegir una transformación para el vector  $\nu' \equiv (\nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau)$  de la manera que más convenga. Sea la siguiente transformación unitaria:

$$E_L = V_L^l E'_L, \quad E_R = V_R^l E'_R, \quad (1.69)$$

donde  $V_{L,R}^l$  tienen que ser matrices unitarias para preservar la estructura canónica de los términos cinéticos que aparecen en el sector de corrientes. El lagrangiano en términos de los campos rotados se puede escribir como:

$$\mathcal{L}_Y^l = -\left[1 + \frac{H}{v}\right] \bar{E}_L V_L^l M^l V_R^{l\dagger} E_R + h.c. \quad (1.70)$$

Las matrices  $V_L^l M^l V_R^{l\dagger}$  son reales y diagonales ya que las matrices  $V_{L,R}^l$  son unitarias, entonces éstas últimas diagonalizan el sector de Yukawa leptónico, obteniéndose

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y^l &= -\left[1 + \frac{H}{v}\right] \bar{E}_L \bar{M}^l E_R + h.c., \\ &= -\left(1 + \frac{H}{v}\right) (\bar{E}_L \bar{M}^l E_R + \bar{E}_R \bar{M}^l E_L), \\ &= -\left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E} \bar{M}^l (P_R + P_L) E, \\ &= -\left(1 + \frac{H}{v}\right) \bar{E} \bar{M}^l E, \end{aligned} \quad (1.71)$$

donde  $P_R$  y  $P_L$  son los proyectores derecho e izquierdo respectivamente ( $P_R + P_L = 1$ ), y la matriz  $\bar{M}^l$  está dada por

$$\bar{M}^l = \begin{pmatrix} m_e & 0 & 0 \\ 0 & m_\mu & 0 \\ 0 & 0 & m_\tau \end{pmatrix}. \quad (1.72)$$

Se observa que en términos de los eigenestados de masa, el sector de Yukawa para leptones conserva el sabor. En la última igualdad de Ec.(1.71), el primer término nos da las masas de los

leptones<sup>6</sup> y el segundo las interacciones de los leptones con el bosón de Higgs.

Vemos que, en general,  $H$  se acopla a los fermiones proporcionalmente a su masa

$$-\frac{gm_f}{2m_W} H \bar{f} f \quad f = q, l. \quad (1.73)$$

Por otro lado, experimentalmente se tiene que

$$m_W \sim 80 \text{ GeV}, \quad (1.74)$$

$$m_e \sim 5 \times 10^{-4} \text{ GeV}, \quad (1.75)$$

$$m_\mu \sim 10^{-1} \text{ GeV}, \quad (1.76)$$

$$m_\tau \sim 1 \text{ GeV}, \quad (1.77)$$

$$g \sim 0.6, \quad (1.78)$$

de aquí que la importancia relativa de los acoplamientos de  $H$  con leptones cargados es

$$\frac{gm_e}{2m_W} \sim 2 \times 10^{-6}, \quad (1.79)$$

$$\frac{gm_\mu}{2m_W} \sim 2 \times 10^{-4}, \quad (1.80)$$

$$\frac{gm_\tau}{2m_W} \sim 2 \times 10^{-3}. \quad (1.81)$$

### 1.1.5. Sector de Corrientes

El sector de corrientes determina los términos cinéticos de leptones y quarks, así como sus interacciones con los bosones de norma. Este sector conserva el sabor de familias, en términos de los campos eigenestados de norma (campos primados). Este requerimiento viene de la necesidad de definir correctamente a los términos cinéticos, los cuales no pueden involucrar al producto de dos términos diferentes, es decir, los términos de la forma  $i \bar{f}_{Li} \not{\partial}_\mu f_{Lj}$  con  $i$  distinto de  $j$ , no tiene una interpretación directa en el contexto de campo libre.

La lagrangiana renormalizable de este sector dada ya en las Ecs. (1.16), (1.17), (1.18), es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^c &= \mathcal{L}_l^c + \mathcal{L}_q^c, \\ &= i \bar{L}'_i \gamma^\mu D_\mu L'_i + i \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu D_\mu l'_{Ri} + i \bar{Q}'_i \gamma^\mu D_\mu Q'_i + i \bar{u}'_{Ri} \gamma^\mu D_\mu u'_{Ri} + i \bar{d}'_{Ri} \gamma^\mu D_\mu d'_{Ri} \end{aligned} \quad (1.82)$$

y sus respectivas derivadas covariantes, las cuales se presentaron en las Ecs. (1.19), (1.20), son

$$D_\mu = \partial_\mu - ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.83)$$

y

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma^a}{2} W_\mu^a - ig' \frac{Y}{2} B_\mu, \quad (1.84)$$

las cuales actúan sobre isosingletes débiles derechos e isodoubletes débiles izquierdos respectivamente.

Estas últimas se reescribirán utilizando el hecho que de acuerdo con el rompimiento espontáneo  $SU_L(2) \times U_Y(1) \rightarrow U_e(1)$ , el generador del grupo electromagnético es  $Q = T^3 + Y/2$ .

---

<sup>6</sup>Aunque la teoría puede acomodar fermiones de cualquier masa, no predice los valores de masa. En vez de ello, las masas de los fermiones son medidas y se utilizan para fijar los acoplamientos arbitrarios Higgs-fermiones.

### Sector de Corrientes Leptónico

Este sector está caracterizado por la lagrangiana

$$\mathcal{L}_l^c = i \bar{L}'_i \gamma^\mu D_\mu L'_i + i \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu D_\mu l'_{Ri}. \quad (1.85)$$

Entonces procediendo a reescribir las derivadas covariantes, se observa lo siguiente: como se hacen primero las asignaciones de isospín débil para los fermiones, teniendo el valor de cero para las componentes derechas y distinto de cero para las izquierdas; dado un leptón cargado (tiene igual carga eléctrica la componente izquierda y la derecha), la hipercarga débil es distinta en cada una,

$$Q_l = \frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y_L}{2}, \quad y \quad Q_l = \frac{Y_R}{2}. \quad (1.86)$$

Luego, en el caso del doblete, la derivada covariante en términos de los campos eigenestados de masa del sector de Higgs se puede escribir como

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) - ig \frac{\sigma^3}{2} (c_W Z_\mu + s_W A_\mu) - ig' \left( Q_l - \frac{\sigma^3}{2} \right) (c_W A_\mu - s_W Z_\mu), \quad (1.87)$$

y usando la Ec. (1.41) y que  $e \equiv g s_W$ , se tiene la derivada covariante para el doblete en la representación fundamental de  $SU_L(2)$

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) - \frac{ig}{2c_W} Z_\mu (\sigma^3 - 2s_W^2 Q_l) - ie Q_l A_\mu. \quad (1.88)$$

Para el singlete se tiene

$$D_\mu = \partial_\mu - ie Q_l A_\mu + ig Q_l \frac{s_W^2}{c_W} Z_\mu. \quad (1.89)$$

Sustituyendo la Ec. (1.88) en  $\not{D} L'_i$  del lagrangiano (Ec. (1.82)), se tiene

$$\begin{aligned} \not{D} L'_i &= \begin{pmatrix} \not{\partial} \nu_{Li} \\ \not{\partial} l_{Li} \end{pmatrix} - \frac{ig}{\sqrt{2}} W^+ \begin{pmatrix} l_{Li} \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{ig}{\sqrt{2}} W^- \begin{pmatrix} 0 \\ \nu_{Li} \end{pmatrix} - \frac{ig}{2c_W} \not{Z} \begin{pmatrix} \nu_{Li} \\ -(1 + 2s_W^2 Q_l) l_{Li} \end{pmatrix} \\ &\quad - ie Q_l \not{A} \begin{pmatrix} 0 \\ l_{Li} \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.90)$$

de aquí que

$$\begin{aligned} i \bar{L}'_i \not{D} L'_i &= i \bar{\nu}'_{Li} \not{\partial} \nu'_{Li} + i \bar{l}'_{Li} \not{\partial} l'_{Li} + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li} + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu \nu'_{Li} + \\ &\quad e Q_l A_\mu \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li} + \frac{g}{2c_W} Z_\mu [\bar{\nu}'_{Li} \gamma^\mu \nu'_{Li} - (1 + 2s_W^2 Q_l) \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li}], \end{aligned} \quad (1.91)$$

además usando la Ec. (1.89) se obtiene,

$$i \bar{l}'_{Ri} \not{D} l'_{Ri} = i \bar{l}'_{Ri} \not{\partial} l'_{Ri} + e Q_l A_\mu \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu l'_{Ri} - \frac{s_W^2}{c_W} g Q_l Z_\mu \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu l'_{Ri}, \quad (1.92)$$

por lo que la lagrangiana del sector de corrientes leptónico es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^l &= i \bar{\nu}'_{Li} \not{\partial} \nu'_{Li} + i \bar{l}'_{Li} \not{\partial} l'_{Li} + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li} + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu \nu'_{Li} + \\ &\quad e Q_l A_\mu \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li} + \frac{g}{2c_W} Z_\mu [\bar{\nu}'_{Li} \gamma^\mu \nu'_{Li} - (1 + 2s_W^2 Q_l) \bar{l}'_{Li} \gamma^\mu l'_{Li}] + \\ &\quad i \bar{l}'_{Ri} \not{\partial} l'_{Ri} + e Q_l A_\mu \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu l'_{Ri} - \frac{s_W^2}{c_W} g Q_l Z_\mu \bar{l}'_{Ri} \gamma^\mu l'_{Ri}. \end{aligned} \quad (1.93)$$

Ahora se procederá como en el caso del sector de Yukawa, se escribirá la lagrangiana en términos de los vectores en el espacio de sabor, en este caso  $\nu'$  y  $E'$ , donde

$$\nu' = \begin{pmatrix} \nu'_e \\ \nu'_\mu \\ \nu'_\tau \end{pmatrix}, \quad y \quad E' = \begin{pmatrix} e' \\ \mu' \\ \tau' \end{pmatrix}, \quad (1.94)$$

entonces la lagrangiana toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^l = & i \bar{\nu}'_L \not{\partial} \nu'_L + i \bar{E}'_L \not{\partial} E'_L + i \bar{E}'_R \not{\partial} E'_R + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{\nu}'_L \gamma^\mu E'_L + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{E}'_L \gamma^\mu \nu'_L + \\ & e Q_l A_\mu (\bar{E}'_L \gamma^\mu E'_L + \bar{E}'_R \gamma^\mu E'_R) + \frac{g}{2 c_W} Z_\mu [\bar{\nu}'_L \gamma^\mu \nu'_L - (1 + 2 s_W^2 Q_l) \bar{E}'_L \gamma^\mu E'_L - \\ & \frac{s_W^2}{c_W} Q_l \bar{E}'_R \gamma^\mu E'_R]. \end{aligned} \quad (1.95)$$

Pasando a eigenestados de masa, se tienen las matrices de rotación que se introdujeron en el sector de Yukawa:

$$E'_L = V_L^l E_L, \quad E'_R = V_R^l E_R, \quad (1.96)$$

y como para  $\nu'_L$  no se tiene ninguna restricción ya que desaparece totalmente del sector leptónico de Yukawa, se puede elegir la transformación que más convenga. Entonces, tomemos

$$\nu'_L = V_L^l \nu_L, \quad (1.97)$$

es decir, se transforma de la misma forma que  $E'_L$ , para que no se produzcan efectos de violación de sabor en las corrientes cargadas y neutras. En efecto,

$$\begin{aligned} \bar{\nu}'_L \gamma^\mu E'_L &= \bar{\nu}_L V_L^{l\dagger} \gamma^\mu V_L^l E_L, \\ &= \bar{\nu}_L \gamma^\mu V_L^{l\dagger} V_L^l E_L, \\ &= \bar{\nu}_L \gamma^\mu E_L, \end{aligned} \quad (1.98)$$

y  $\bar{\nu}'_L \gamma^\mu \nu'_L = \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L$ . Así que no hay cambio de sabor en el sector leptónico.

En lo que respecta a los términos cinéticos, se tiene

$$\begin{aligned} \bar{E}'_L \not{\partial} E'_L + \bar{E}'_R \not{\partial} E'_R &= \bar{E}_L \not{\partial} E_L + \bar{E}_R \not{\partial} E_R, \\ &= \bar{E} P_R \not{\partial} P_L E + \bar{E} P_L \not{\partial} P_R E, \\ &= \bar{E} \not{\partial} P_L E + \bar{E} \not{\partial} P_R E, \\ &= \bar{E} \not{\partial} (P_R + P_L) E, \\ &= \bar{E} \not{\partial} E. \end{aligned} \quad (1.99)$$

Es importante señalar que en la lagrangiana de corrientes leptónicas (Ec. (1.95)) no hay interacciones, mediadas por los bosones  $W^\pm$ , entre leptones de diferentes familias. Esto no sólo se debe a la inexistencia de neutrinos derechos, sino también a que el sector de corrientes es originalmente invariante de sabor.

Finalmente,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^l = & i \bar{\nu}_L \not{\partial} \nu_L + i \bar{E} \not{\partial} E + \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \bar{\nu} \gamma^\mu P_L E + W_\mu^- \bar{E} \gamma^\mu P_L \nu) + \\ & e Q_l A_\mu (\bar{E} \gamma^\mu E) + \frac{g}{2 c_W} Z_\mu [\bar{\nu} \gamma^\mu P_L \nu + \bar{E} \gamma^\mu (g_v^l - g_A^l \gamma_5) E]. \end{aligned} \quad (1.100)$$

### Sector de Corrientes de Quarks

El sector de corrientes de quarks está caracterizado por la siguiente lagrangiana

$$\mathcal{L}_c^q = i \bar{Q}'_i \not{D} Q'_i + i \bar{u}'_{Ri} \not{D} u'_{Ri} + i \bar{d}'_{Ri} \not{D} d'_{Ri}, \quad (1.101)$$

Utilizando las respectivas derivadas covariantes y los eigenestados de masa del sector de Higgs, se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^q = & i \bar{u}'_{Li} \not{\partial} u'_{Li} + i \bar{d}'_{Li} \not{\partial} d'_{Li} + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{u}'_{Li} \gamma^\mu d'_{Li} + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{d}'_{Li} \gamma^\mu u'_{Li} + \\ & e Q_l A_\mu \bar{d}'_{Li} \gamma^\mu d'_{Li} + \frac{g}{2c_W} Z_\mu [\bar{u}'_{Li} \gamma^\mu u'_{Li} - (1 + 2s_W^2 Q_l) \bar{d}'_{Li} \gamma^\mu d'_{Li}] + \\ & i \bar{u}'_{Ri} \not{\partial} u'_{Ri} + e Q_l A_\mu \bar{u}'_{Ri} \gamma^\mu u'_{Ri} - \frac{s_W^2}{c_W} g Q_l Z_\mu \bar{u}'_{Ri} \gamma^\mu u'_{Ri} + \\ & i \bar{d}'_{Ri} \not{\partial} d'_{Ri} + e Q_l A_\mu \bar{d}'_{Ri} \gamma^\mu d'_{Ri} - \frac{s_W^2}{c_W} g Q_l Z_\mu \bar{d}'_{Ri} \gamma^\mu d'_{Ri}. \end{aligned} \quad (1.102)$$

Se procede a escribir la lagrangiana en términos de los vectores en el espacio de sabor,

$$U' = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}, \quad (1.103)$$

la lagrangiana toma la forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_c^q = & i \bar{U}'_L \not{\partial} U'_L + i \bar{D}'_L \not{\partial} D'_L + i \bar{U}'_R \not{\partial} U'_R + i \bar{D}'_R \not{\partial} D'_R + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \bar{U}'_L \gamma^\mu D'_L + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \bar{D}'_L \gamma^\mu U'_L + \\ & e A_\mu (Q_l \bar{D}'_L \gamma^\mu D'_L + Q_l \bar{U}'_R \gamma^\mu U'_R + Q_l \bar{D}'_R \gamma^\mu D'_R) + \\ & \frac{g}{2c_W} Z_\mu (\bar{U}'_L \gamma^\mu U'_L - (1 + 2s_W^2 Q_l) \bar{D}'_L \gamma^\mu D'_L) - \\ & \frac{s_W^2}{c_W} g Q_l Z_\mu \bar{U}'_R \gamma^\mu U'_R - \frac{s_W^2}{c_W} g Q_l Z_\mu \bar{D}'_R \gamma^\mu D'_R. \end{aligned} \quad (1.104)$$

Pasando a eigenestados de masa mediante las transformaciones unitarias usadas en el sector de Yukawa,

$$\begin{aligned} U'_L &= V_L^u U_L, \\ U'_R &= V_R^u U_R, \\ D'_L &= V_L^d D_L, \\ D'_R &= V_R^d D_L. \end{aligned} \quad (1.105)$$

Obsérvese que como consecuencia de la unitariedad de la transformación, las corrientes neutras conservan el sabor,

$$\begin{aligned} \bar{U}'_R \gamma^\mu U'_R &= \bar{U}'_R V_R^{u\dagger} V_R^u \gamma^\mu U'_R, \\ &= \bar{U}_R \gamma^\mu U_R, \end{aligned} \quad (1.106)$$

pero las corrientes cargadas cambian el sabor de los quarks,

$$\begin{aligned} \bar{U}'_L \gamma^\mu D'_L &= \bar{U}_L V_L^{u\dagger} \gamma^\mu V_L^d D_L, \\ &= \bar{U}_L V_L^{u\dagger} V_L^d \gamma^\mu D_L, \end{aligned}$$

definiéndose  $K = V_L^{u\dagger} V_L^d$ , llamada matriz de Kobayashi-Maskawa. Entonces,

$$\bar{U}'_L \gamma^\mu D'_L = \bar{U}_L K \gamma^\mu D_L. \quad (1.107)$$

Existe en general un efecto observable de violación del sabor de quarks, que viene desde el sector de Yukawa y está relacionado con la definición de las masas de los fermiones quirales, que aunque la teoría puede acomodar fermiones de cualquier masa, no predice los valores de masa, en cambio, las masas de los fermiones medidos se utilizan para fijar los acoplamientos arbitrarios Higgs-fermiones, lo cual se traduce en un efecto de violación de sabor a nivel de acción clásica<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup>Este efecto a su vez es el motivo de que a orden de un lazo aparezca el fenómeno de cambio de sabor mediado por los bosones neutros  $Z$ ,  $A$  y  $H$ .

---





## Capítulo 2

# Los decaimientos $Z \rightarrow \gamma\gamma$ y $Z \rightarrow gg$ en la Extensión del Modelo Estándar

Como se mencionó en la introducción, los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  están prohibidos en el SM por el teorema de Landau-Yang. En este capítulo se demuestra que dichos decaimientos son generados a orden de un lazo por el SME. En este contexto, los decaimientos ocurren vía diagramas de triángulo involucrando leptones cargados y quarks en el caso del proceso  $Z \rightarrow \gamma\gamma$ , y a través de quarks en el caso de la transición  $Z \rightarrow gg$ . Los procesos son gobernados por las corrientes neutras del SM (mediadas por el fotón, el bosón débil  $Z$  y gluones  $g_a$ ) y un efecto de nueva física asociada con la presencia de un 4-vector constante  $b$ . La lagrangiana correspondiente está dada por

$$\mathcal{L} = \bar{f} (i\mathcal{D} + \not{b}\gamma_5 - m_f) f, \quad (2.1)$$

donde  $f$  representa el espinor asociado a un leptón cargado ó a un quark. En esta expresión  $\mathcal{D} = \gamma^\mu D_\mu$ , donde

$$D_\mu = \partial_\mu - ieQ_f A_\mu - \frac{ig}{2c_W} Z_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) - ig_s \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a, \quad (2.2)$$

con  $A_\mu$ ,  $Z_\mu$  y  $G_\mu^a$  los campos de norma asociados al fotón, al bosón débil  $Z$  y gluones. Además,  $Q_f$  es la carga del fermión en unidades de  $e$ , en tanto que  $g_V^f$  y  $g_A^f$  son constantes dadas por

$$g_V^f = T_3^f - 2Q_f s_W^2, \quad (2.3)$$

$$g_A^f = T_3^f, \quad (2.4)$$

donde  $T_3^f = -\frac{1}{2}$  para los 3 leptones cargados y los quarks  $d$ ,  $s$  y  $b$ ; mientras que  $T_3^f = \frac{1}{2}$  para los quarks  $u$ ,  $c$  y  $t$ . En estas expresiones,  $s_W$  y  $c_W$  es una notación breve para  $\sin\theta_W$  y  $\cos\theta_W$ , con  $\theta_W$  el ángulo débil. Además,  $g = \frac{e}{s_W}$  y  $g_s$  es la constante de acoplamiento fuerte.  $\frac{\lambda^a}{2}$  son los generadores del grupo  $SU_C(3)$  en la representación fundamental ( $\lambda^a$  son las matrices de Gell-Mann). En el caso de quarks,  $f$  deberá ser considerado como un triplete de color.

El efecto de nueva física es dado por el término  $\bar{f}(\not{b}\gamma_5)f$ , el cual modifica el propagador del fermión  $f$ . En este trabajo, en lugar de considerar el propagador del campo de Dirac que resulta de incluir este término, se considerará una forma equivalente de tomar en cuenta este efecto mediante inserciones en los propagadores usuales. En el lenguaje de teoría de perturbaciones, en lugar de incorporar este efecto en el propagador, se considerará como un vértice más de la teoría. En consecuencia, las reglas de Feynman necesarias para el cálculo son las siguientes:

- Propagador fermiónico:

$$\begin{array}{c} p \\ \longrightarrow \end{array} = \frac{i(\not{p} + m_f)}{p^2 - m_f^2}$$

Figura 2.1: Propagador fermiónico.

- Vértices.

Efecto que viola  $CPT$ :

$$\begin{array}{c} \bullet \\ \longrightarrow \end{array} = i\lambda\not{b}\gamma_5$$

Figura 2.2: Vértice asociado al término que viola  $CPT$ .

donde se ha introducido un factor  $\lambda$  real y positivo como parámetro de control que mide el orden del efecto en potencias de  $b$ . Dado que es de esperarse que estos efectos sean muy pequeños, sólo se considerará la contribución a primer orden en  $b$ .

El resto de los vértices que inducen los decaimientos en consideración, surgen del SM. Estos vértices son (Figs. 2.3 y 2.4):

$$\begin{array}{c} \bar{f} \\ \swarrow \\ \searrow \\ f \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ Z^\alpha \end{array} = \frac{ig}{2C_W}\gamma_\alpha(g_v^f - g_A^f\gamma_5), \quad \begin{array}{c} \bar{f} \\ \swarrow \\ \searrow \\ f \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ A^\mu \end{array} = ieQ_f\gamma_\mu$$

Figura 2.3: Vértices estándar del decaimiento  $Z \rightarrow \gamma\gamma$ .

$$\begin{array}{c} \bar{q}_i \\ \swarrow \\ \searrow \\ q_j \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ g_\mu^a \end{array} = ig_s \left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{ij} \gamma_\mu$$

Figura 2.4: Vértice estándar del decaimiento  $Z \rightarrow gg$ .

donde  $i, j = 1, 2, 3$  y  $a = 1, \dots, 8$  son índices de color.

## 2.1. El decaimiento $Z \rightarrow \gamma\gamma$

Este decaimiento ocurre a través de dos diagramas de triángulo, como se muestra en la figura 2.5.

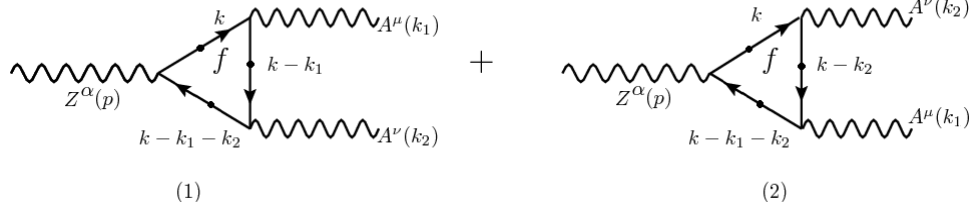


Figura 2.5: Diagramas de Feynman que contribuyen al decaimiento  $Z \rightarrow \gamma\gamma$ . Los puntos en las líneas fermiónicas representan el vértice que viola  $CPT$ .

Como puede apreciarse en esta figura, el término que viola  $CPT$  ha sido incorporado como una inserción en las líneas fermiónicas, las cuales son especificadas por

$$\frac{i\Lambda(q)}{\Delta^2(q)}, \quad (2.5)$$

donde

$$\Lambda(q) = (\not{q} + m_f) (\not{q} - m_f - \lambda \not{b} \gamma_5) (\not{q} + m_f), \quad (2.6)$$

$$\Delta(q) = q^2 - m_f^2, \quad (2.7)$$

donde  $q$  es el momento que circula por la línea fermiónica. Note que para  $\lambda = 0$  se recupera el propagador libre del fermión, como debe ser.

La amplitud invariante está dada por

$$\mathcal{M} = \frac{e^2 g}{2c_W} \sum_{f=q,l} Q_f^2 N_c \Gamma_{\alpha\mu\nu}(k_1, k_2) \epsilon^\alpha(p, \lambda) \epsilon^{*\mu}(k_1, \lambda_1) \epsilon^{*\nu}(k_2, \lambda_2), \quad (2.8)$$

donde  $\epsilon^\alpha(p, \lambda)$ ,  $\epsilon^{*\mu}(k_1, \lambda_1)$  y  $\epsilon^{*\nu}(k_2, \lambda_2)$  son los vectores de polarización del bosón  $Z$  y los pares de fotones del proceso.  $N_c$  es el índice de color, 3 para quarks y 1 para leptones. Además, se introdujo un factor global  $(-1)$  debido a que los lazos son fermiónicos. En esta expresión,  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}(k_1, k_2)$  es la amplitud tensorial del proceso, la cual está dada por

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}(k_1, k_2) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[ \frac{T_{\alpha\mu\nu}^{(1)}(k_1, k_2)}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_{12}^2} + \frac{T_{\alpha\mu\nu}^{(2)}(k_1, k_2)}{\Delta^2 \Delta_2^2 \Delta_{12}^2} \right], \quad (2.9)$$

donde

$$T_{\alpha\mu\nu}^{(1)} = \text{Tr} \left\{ \Lambda \gamma_\alpha \left( g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) \Lambda_{12} \gamma_\nu \Lambda_1 \gamma_\mu \right\}, \quad (2.10)$$

$$T_{\alpha\mu\nu}^{(2)} = \text{Tr} \left\{ \Lambda \gamma_\alpha \left( g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) \Lambda_{12} \gamma_\mu \Lambda_2 \gamma_\nu \right\}, \quad (2.11)$$

donde el superíndice hace referencia al diagrama correspondiente. En estas expresiones,

$$\Lambda = (\not{k} + m_f) (\not{k} - m_f - \lambda \not{b} \gamma_5) (\not{k} + m_f), \quad (2.12)$$

$$\Lambda_1 = (\not{k} - \not{k}_1 + m_f) (\not{k} - \not{k}_1 - m_f - \lambda \not{b} \gamma_5) (\not{k} - \not{k}_1 + m_f), \quad (2.13)$$

$$\Lambda_2 = (\not{k} - \not{k}_2 + m_f) (\not{k} - \not{k}_2 - m_f - \lambda \not{b} \gamma_5) (\not{k} - \not{k}_2 + m_f), \quad (2.14)$$

$$\Lambda_{12} = (\not{k} - \not{k}_1 - \not{k}_2 + m_f) (\not{k} - \not{k}_1 - \not{k}_2 - m_f - \lambda \not{b} \gamma_5) (\not{k} - \not{k}_1 - \not{k}_2 + m_f), \quad (2.15)$$

$$\Delta = k^2 - m_f^2, \quad (2.17)$$

$$\Delta_1 = (k - k_1)^2 - m_f^2, \quad (2.18)$$

$$\Delta_2 = (k - k_2)^2 - m_f^2, \quad (2.19)$$

$$\Delta_{12} = (k - k_1 - k_2)^2 - m_f^2. \quad (2.20)$$

Note que usando la propiedad:

$$(\not{P} + M) (\not{P} - M) = P^2 - M^2, \quad (2.21)$$

podemos reescribir las expresiones para  $\Lambda$  y  $\Lambda_i$ , como sigue:

$$\Lambda = [\Delta - \lambda (\not{k} + m_f) \not{b} \gamma_5] (\not{k} + m_f), \quad (2.22)$$

$$\Lambda_1 = [\Delta_1 - \lambda (\not{k} - \not{k}_1 + m_f) \not{b} \gamma_5] (\not{k} - \not{k}_1 + m_f), \quad (2.23)$$

$$\Lambda_2 = [\Delta_2 - \lambda (\not{k} - \not{k}_2 + m_f) \not{b} \gamma_5] (\not{k} - \not{k}_2 + m_f), \quad (2.24)$$

$$\Lambda_{12} = [\Delta_{12} - \lambda (\not{k} - \not{k}_1 - \not{k}_2 + m_f) \not{b} \gamma_5] (\not{k} - \not{k}_1 - \not{k}_2 + m_f). \quad (2.25)$$

Ahora, haciendo el cambio de variable

$$k \rightarrow -k + k_1 + k_2 \quad (2.26)$$

en el diagrama (2), vemos que

$$\Delta_2 \rightarrow \Delta_1, \quad \Delta_{12} \rightarrow \Delta, \quad \Delta \rightarrow \Delta_{12},$$

de tal suerte que la amplitud tensorial toma la forma

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu} = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{T_{\alpha\mu\nu}^{(1)} + T_{\alpha\mu\nu}^{(2)}(k \rightarrow -k + k_1 + k_2)}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_{12}^2}. \quad (2.27)$$

El numerador de esta integral,

$$N_{\alpha\mu\nu} \equiv T_{\alpha\mu\nu}^1 + T_{\alpha\mu\nu}^2(k \rightarrow -k + k_1 + k_2), \quad (2.28)$$

es manipulado algebraicamente usando el programa FeynCalc. EL tratamiento comprende varios pasos:

- Primero se calculan las trazas  $T_{\alpha\mu\nu}^1$  y  $T_{\alpha\mu\nu}^2$ .
- Se implementa el cambio de variable  $k \rightarrow -k + k_1 + k_2$  en  $T_{\alpha\mu\nu}^2$  mediante las siguientes instrucciones:

$$k \rightarrow -k + k_1 + k_2, \quad \Delta \rightarrow \Delta_{12}, \quad \Delta_2 \rightarrow \Delta_1, \quad \text{y} \quad \Delta_{12} \rightarrow \Delta.$$

Recuérdese que  $T_{\alpha\mu\nu}^2$  depende de  $\Delta$ ,  $\Delta_2$  y  $\Delta_{12}$ .

- Se obtiene el coeficiente de  $\lambda$ , ya que el cálculo será realizado a primer orden en  $b$ . Recuerde que para  $\lambda = 0$ , se obtiene el resultado del Modelo Estándar, el cual debe ser idénticamente cero.
- Al término lineal en  $\lambda$  se le incorporan las condiciones cinemáticas del proceso, las cuales surgen de las condiciones de transversalidad sobre los fotones y el bosón  $Z$ , dadas por

$$p_\alpha = (k_1 + k_2)_\alpha = 0, \quad (2.29)$$

$$k_{1\mu} = 0, \quad (2.30)$$

$$k_{2\nu} = 0, \quad (2.31)$$

y de capa de masa:

$$p^2 = m_z^2 = (k_1 + k_2)^2 \Rightarrow k_1 \cdot k_2 = \frac{m_z^2}{2}, \quad (2.32)$$

$$k_1^2 = 0, \quad k_2^2 = 0. \quad (2.33)$$

- Una vez incorporadas las condiciones cinemáticas en el numerador, la amplitud tensorial a primer orden en  $\lambda$  está dada por

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}^{(1)} = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^{(1)}}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_{12}^2}, \quad (2.34)$$

donde  $N_{\alpha\mu\nu}^{(1)}$  es el término de primer orden en  $\lambda$  de  $N_{\alpha\mu\nu}$  al que se le han impuesto las condiciones cinemáticas. Esto es,

$$N_{\alpha\mu\nu} = N_{\alpha\mu\nu}^{(0)} + \lambda N_{\alpha\mu\nu}^{(1)} + \lambda^2 N_{\alpha\mu\nu}^{(2)} + \lambda^3 N_{\alpha\mu\nu}^{(3)}, \quad (2.35)$$

donde el primer término es la contribución del SM, la cual es idénticamente cero. Sólo se considerará el término proporcional a  $\lambda$  o de primer orden en  $b$ .

- Con el fin de reducir al máximo las potencias en  $k$  del numerador, conviene hacer las siguientes sustituciones

$$k^2 \rightarrow \Delta + m_f^2, \quad k_1 \cdot k \rightarrow \frac{\Delta - \Delta_1}{2}, \quad k_2 \cdot k \rightarrow \frac{\Delta_1 - \Delta_{12} + m_z^2}{2}. \quad (2.36)$$

Resulta que, como consecuencia de estas sustituciones, el numerador se simplifica de manera considerable debido a ciertas cancelaciones que ocurren con el denominador. Dichas cancelaciones conducen a un total de 13 clases de denominadores, los cuales se pueden agrupar convenientemente en los siguientes 4 subconjuntos:

$$\frac{1}{\Delta \Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta^2 \Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_1^2}, \quad (2.37)$$

$$\frac{1}{\Delta \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta^2 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_{12}^2}, \quad (2.38)$$

$$\frac{1}{\Delta_1 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta_1^2 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta_1 \Delta_{12}^2}, \quad (2.39)$$

$$\frac{1}{\Delta \Delta_1 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta^2 \Delta_1 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_1^2 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_1 \Delta_{12}^2}. \quad (2.40)$$

Por otra parte, la amplitud tensorial se puede expresar como la suma de dos partes independientes,

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}^{(1)} = \Gamma_{\alpha\mu\nu}^V + \Gamma_{\alpha\mu\nu}^A, \quad (2.41)$$

donde  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  y  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$  corresponden a los acoplamientos vectorial y vector-axial del bosón  $Z$ , respectivamente. Dichas amplitudes son dadas por

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V = g_V^f \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^V}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_{12}^2}, \quad (2.42)$$

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A = g_A^f \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^A}{\Delta^2 \Delta_1^2 \Delta_{12}^2}. \quad (2.43)$$

La estructura tensorial de estas amplitudes es dictada por invariancia de norma electromagnética. Esto, junto con el hecho de que dichas amplitudes deben estar libres de divergencias, constituyen requerimientos esenciales para asegurarnos que el cálculo es correcto. Las amplitudes tensoriales  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  y  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$  deben corresponder a las transformadas de Fourier de la lagrangiana que caracteriza el acoplamiento  $Z\gamma\gamma$ . Por invariancia bajo el grupo de norma  $U_e(1)$ , el fotón sólo puede aparecer en el acoplamiento  $Z\gamma\gamma$  a través del tensor de campo  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  o su dual,  $\tilde{F}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2}\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} F^{\lambda\rho}$ . Por otra parte, la partícula  $Z$  puede aparecer en esta interacción directamente a través del campo  $Z_\mu$  o de sus derivadas, ya que no se transforma bajo el grupo  $U_e(1)$ .

Notando que, a primer orden en  $b$ ,  $N_{\alpha\mu\nu}^V$  surge de una traza de matrices de Dirac que involucra la matriz  $\gamma_5$ , la cual es proporcional al tensor 4-dimensional de Levi-Civita  $\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$ , podemos ver que, a la dimensión más baja posible, las estructuras tensoriales de norma que determinan a la amplitud  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  deben surgir de los siguientes invariantes bajo  $U_e(1)$ :

$$\tilde{\mathcal{O}}_1 = b_\sigma Z^\sigma \tilde{F}_{\lambda\rho} F^{\lambda\rho}, \quad (2.44)$$

$$\tilde{\mathcal{O}}_2 = b_\sigma Z^\rho \tilde{F}_{\lambda\rho} F^{\lambda\sigma}, \quad (2.45)$$

las cuales tienen dimensión canónica igual a cinco (o seis, ya que  $b$  tiene unidades de masa). Las transformadas de Fourier de estas interacciones conducen a las siguientes estructuras tensoriales de norma:

$$\tilde{P}_{1\alpha\mu\nu} = \frac{1}{m_Z^3} b_\alpha \epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} k_1^\lambda k_2^\rho, \quad (2.46)$$

$$\tilde{P}_{2\alpha\mu\nu} = \frac{1}{m_Z^3} (b_\nu \epsilon_{\alpha\mu\lambda\rho} k_1^\lambda k_2^\rho - b_\mu \epsilon_{\alpha\nu\lambda\rho} k_1^\lambda k_2^\rho + b \cdot k_2 \epsilon_{\alpha\mu\nu\lambda} k_1^\lambda - b \cdot k_1 \epsilon_{\alpha\mu\nu\lambda} k_2^\lambda), \quad (2.47)$$

las cuales han sido normalizadas con la escala del proceso  $m_Z$  para que sean adimensionales. Los tensores  $\tilde{P}_{1\alpha\mu\nu}$  y  $\tilde{P}_{2\alpha\mu\nu}$  son estructuras de norma en el sentido de que satisfacen las siguientes identidades de Ward:

$$\left. \begin{aligned} k_1^\mu \tilde{P}_{i\alpha\mu\nu} &= 0 \\ k_2^\nu \tilde{P}_{i\alpha\mu\nu} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad i = 1, 2. \quad (2.48)$$

Estas identidades surgen como consecuencia del hecho de que el campo electromagnético sólo puede aparecer en la lagrangiana a través del tensor  $F_{\mu\nu}$  o su dual. Para ver como estas identidades están relacionadas con la presencia de  $F_{\mu\nu}$ , considere un fotón acoplado a alguna corriente caracterizada por el tensor  $J_{\lambda\rho}$ , esto es,

$$\mathcal{L} = J_{\lambda\rho} F^{\lambda\rho},$$

donde  $J_{\lambda\rho}$  es alguna función de campos no especificados. Si al campo electromagnético se le asigna un momento  $k$  e índice de Lorentz  $\mu$ , la transformada de Fourier de esta interacción está dada por

$$\Gamma_\mu = \hat{J}_{\lambda\rho} (k^\lambda \delta_\mu^\rho - k^\rho \delta_\mu^\lambda),$$

donde  $\hat{J}_{\lambda\rho}$  es la transformada de Fourier de  $J_{\lambda\rho}$ . De esta expresión se deduce de inmediato la identidad de Ward:

$$k^\mu \Gamma_\mu = 0.$$

En lo que respecta a las contribuciones que recibe  $N_{\alpha\mu\nu}^A$ , éstas surgen de trazas de matrices de Dirac que no involucran  $\gamma_5$ , así que en este caso las estructuras de norma no involucran al tensor de Levi-Civita. Dichas estructuras deben surgir de los siguientes invariantes de norma

$$\mathcal{O}_1 = b_\sigma Z^\sigma F_{\lambda\rho} F^{\lambda\rho}, \quad (2.49)$$

$$\mathcal{O}_2 = b_\sigma Z^\rho F_{\lambda\rho} F^{\lambda\sigma}, \quad (2.50)$$

las cuales generan los siguientes tensores de norma:

$$P_{1\alpha\mu\nu} = \frac{1}{m_Z^3} b_\alpha (k_{2\mu} k_{1\nu} - k_1 \cdot k_2 g_{\mu\nu}), \quad (2.51)$$

$$P_{2\alpha\mu\nu} = \frac{1}{m_Z^3} [b_\mu (k_1 \cdot k_2 g_{\alpha\nu} + k_{1\alpha} k_{1\nu}) + b_\nu (k_1 \cdot k_2 g_{\alpha\mu} + k_{2\alpha} k_{2\mu}) - b \cdot k_1 (k_{2\mu} g_{\alpha\nu} + k_{1\alpha} g_{\mu\nu}) - b \cdot k_2 (k_{1\nu} g_{\alpha\mu} + k_{2\alpha} g_{\mu\nu})]. \quad (2.52)$$

Estas estructuras de norma satisfacen las identidades de Ward:

$$\left. \begin{aligned} k_1^\mu P_{i\alpha\mu\nu} &= 0 \\ k_2^\nu P_{i\alpha\mu\nu} &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad i = 1, 2. \quad (2.53)$$

En conclusión, las amplitudes tensoriales  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  y  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$  deben estar sujetas a satisfacer los siguientes requerimientos:

1. Las amplitudes deben ser libres de divergencias. Esto debido a que el SME es una teoría renormalizable.
2. Deben satisfacer invariancia de norma electromagnética. Esto es, las amplitudes deben satisfacer las siguientes identidades de Ward:

$$\left. \begin{aligned} k_1^\mu \Gamma_{\alpha\mu\nu}^V &= 0 \\ k_2^\nu \Gamma_{\alpha\mu\nu}^V &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} k_1^\mu \Gamma_{\alpha\mu\nu}^A &= 0 \\ k_2^\nu \Gamma_{\alpha\mu\nu}^A &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

3. Las amplitudes deben satisfacer la estadística de Bose. Esto significa que  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  y  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$  deben ser invariantes bajo el intercambio del par de fotones. Matemáticamente, las amplitudes deben ser simétricas bajo los intercambios  $k_1 \leftrightarrow k_2$  y  $\mu \leftrightarrow \nu$ .

Para resolver las integrales en el espacio de momentos, se usará el método de parametrización de Feynman, el que consiste en transformar una integral de la forma

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{T_{\alpha\mu\nu\dots}}{[k^2 - m_1^2][(k+p_2)^2 - m_2^2]\dots[(k+p_n)^2 - m_n^2]}$$

en una integral de la forma

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{T_{\alpha\mu\nu\dots}}{[(k-l)^2 - \mathbb{R}]^n},$$

la cual se puede resolver usando coordenadas hiperesféricas. En nuestro caso, como ya se mencionó, las integrales se pueden agrupar en cuatro conjuntos, de acuerdo con el número de  $\Delta$ 's y características de los denominadores que aparecen en la integral en el espacio de momentos.

Los grupos de integrales a considerar son:

■ Grupo I.

Este grupo está caracterizado por los denominadores

$$\frac{1}{\Delta \Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta^2 \Delta_1}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_1^2}. \quad (2.55)$$

Usando la técnica de parametrización de Feynman, podemos escribir

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1}{\Delta \Delta_1} &= \Gamma(2) \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1}{[x\Delta_1 + (1-x)\Delta]^2}, \\ &= \Gamma(2) \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1}{[(k-l_1)^2 - \mathbb{R}_1]^2}, \end{aligned} \quad (2.56)$$

donde  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1$  es el coeficiente de  $\frac{1}{\Delta \Delta_1}$  en la amplitud  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  o  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$ . Además,  $l_1$  y  $\mathbb{R}_1$  son un 4-vector y escalar de Lorentz, respectivamente, dados por

$$l_1 = (1-x)k_1, \quad (2.57)$$

$$\mathbb{R}_1 = m_f^2. \quad (2.58)$$

Las expresiones correspondientes para los términos con los denominadores  $\frac{1}{\Delta^2 \Delta_1}$  y  $\frac{1}{\Delta \Delta_1^2}$ , se obtienen como derivadas con respecto a  $\Delta$  y a  $\Delta_1$  de la expresión para  $\frac{1}{\Delta \Delta_1}$ . Esto es,

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left( \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^2}{\Delta^2 \Delta_1} + \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^3}{\Delta \Delta_1^2} \right) = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{(1-x)\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^2 + x\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^3}{[(k-l_1)^2 - \mathbb{R}_1]^3}. \quad (2.59)$$

Es fácil ver que este grupo de integrales se puede reunir en una sola integral como sigue:

$$\begin{aligned} I_{\alpha\mu\nu}^I &\equiv \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left( \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1}{\Delta \Delta_1} + \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^2}{\Delta^2 \Delta_1} + \frac{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^3}{\Delta \Delta_1^2} \right) \\ &= \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^I}{[(k-l_1)^2 - \mathbb{R}_1]^3}, \end{aligned} \quad (2.60)$$

donde

$$N_{\alpha\mu\nu}^I \equiv \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(3)} [(k-l_1)^2 - \mathbb{R}_1] \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1 + (1-x)\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^2 + x\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^3. \quad (2.61)$$

Ahora, haciendo la traslación  $k \rightarrow k + l_1$ , se obtiene

$$I_{\alpha\mu\nu}^I = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^I(k \rightarrow k + l_1)}{[k^2 - \mathbb{R}_1]^3}, \quad (2.62)$$

donde se ha extendido la medida de la integral a  $D$  dimensiones, ya que esta integral contiene divergencias. Como veremos más adelante, dichas divergencias se cancelan entre sí cuando se suma la totalidad de integrales.

Dada la estructura del denominador, el cual sólo depende del escalar de Lorentz  $\mathbb{R}_1$ , las integrales tensoriales deben ser proporcionales al tensor métrico o productos de éste. En particular, las integrales de rango impar son idénticamente cero. De esta manera, las integrales de rango 2 y 4 se pueden simplificar usando las identidades

$$k_\mu k_\nu \rightarrow \frac{k^2}{D} g_{\mu\nu}, \quad (2.63)$$

$$k_\mu k_\nu k_\alpha k_\beta \rightarrow \frac{k^4}{D(D+2)} (g_{\mu\nu} g_{\alpha\beta} + g_{\mu\alpha} g_{\beta\nu} + g_{\mu\beta} g_{\nu\alpha}), \quad (2.64)$$

$$k^2 k_\mu k_\nu \rightarrow \frac{k^4}{D} g_{\mu\nu}. \quad (2.65)$$



Se hará uso sistemático de estas relaciones a lo largo del cálculo. Una vez usadas estas relaciones, las integrales a resolver son de la forma

$$(\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - \mathbb{R})^N} = \frac{i(-1)^N}{(4\pi)^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \frac{\Gamma(N - \frac{D}{2})}{\Gamma(N)} \left(\frac{1}{\mathbb{R}}\right)^{N - \frac{D}{2}}, \quad (2.66)$$

$$(\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^2}{(k^2 - \mathbb{R})^N} = \frac{i(-1)^{N-1}}{(4\pi)^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \frac{D}{2} \frac{\Gamma(N - \frac{D}{2} - 1)}{\Gamma(N)} \left(\frac{1}{\mathbb{R}}\right)^{N - \frac{D}{2} - 1}, \quad (2.67)$$

$$(\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{k^4}{(k^2 - \mathbb{R})^N} = \frac{i(-1)^N}{(4\pi)^2} (4\pi\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \frac{D(D+2)}{4} \frac{\Gamma(N - \frac{D}{2} - 2)}{\Gamma(N)} \left(\frac{1}{\mathbb{R}}\right)^{N - \frac{D}{2} - 2} \quad (2.68)$$

donde  $\mu$  es una escala con unidades de masa que sirve para corregir unidades cuando  $D \neq 4$ . Las divergencias se manifiestan en los polos de la función gamma, los cuales ocurren en 0, -1, ... etc. En particular,  $\Gamma(0)$  corresponde a una divergencia de tipo logarítmico. Para un manejo adecuado de estas divergencias, se introduce el parámetro

$$\epsilon \equiv 4 - D, \quad (2.69)$$

así que  $\epsilon \rightarrow 0$  cuando  $D \rightarrow 4$ . Observe que el factor  $\frac{1}{\Gamma(N)}$  siempre se cancela con el factor  $\Gamma(N)$  que aparece de la parametrización de Feynman. Por ejemplo, la primera integral diverge logarítmicamente para  $N = 2$ . En este caso tenemos,

$$(\mu^2)^{\frac{4-D}{2}} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{1}{(k^2 - \mathbb{R})^2} = \frac{i}{(4\pi)^2} \Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{\mathbb{R}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}}, \quad (2.70)$$

donde no se ha considerado el factor  $\frac{1}{\Gamma(2)}$ . Ahora, cuando  $\epsilon \rightarrow 0$ ,

$$\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \mathcal{O}\left(\frac{\epsilon}{2}\right), \quad (2.71)$$

$$\left(\frac{\mathbb{R}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} = 1 - \frac{\epsilon}{2} \log\left(\frac{\mathbb{R}}{4\pi\mu^2}\right) + \dots, \quad (2.72)$$

en la Ec. (2.71),  $\gamma_E$  es la constante de Euler-Mascheroni, que tiene el valor aproximado de 0.5772156. Así que

$$\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{\mathbb{R}}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} = \Delta_\epsilon - \log\left(\frac{\mathbb{R}}{m^2}\right), \quad (2.73)$$

donde

$$\Delta_\epsilon = \frac{2}{\epsilon} - \gamma_E + \log\left(\frac{4\pi\mu^2}{m^2}\right), \quad (2.74)$$

con  $m$  la masa típica de la partícula circulando en el lazo. En el caso que nos ocupa,  $m = m_f$ .

Note que en el caso del primer grupo de integrales,  $\mathbb{R} = \mathbb{R}_1 = m_f^2$ , el logaritmo desaparece, así que la integral se reduce a

$$\Gamma\left(\frac{\epsilon}{2}\right) \left(\frac{m_f^2}{4\pi\mu^2}\right)^{-\frac{\epsilon}{2}} = \Delta_\epsilon. \quad (2.75)$$

Por otra parte, el factor  $\frac{i}{(4\pi)^2}$ , factor de lazo, es común a todas las integrales, así que de ahora en adelante se obviará su presencia y simplemente será incorporado en el resultado final.

■ Grupo II.

Este grupo de integrales está caracterizado por los denominadores

$$\frac{1}{\Delta \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta^2 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_{12}^2}. \quad (2.76)$$

Siguiendo los mismos pasos del grupo I de integrales, podemos escribir

$$I_{\alpha\mu\nu}^{\text{II}} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^{\text{II}}(k \rightarrow k + l_2)}{[k^2 - \mathbb{R}_2]^3}, \quad (2.77)$$

donde

$$N_{\alpha\mu\nu}^{\text{II}} \equiv \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(3)} [(k - l_2)^2 - \mathbb{R}_2] \mathcal{O}_4 + (1 - x) \mathcal{O}_5 + x \mathcal{O}_6, \quad (2.78)$$

con  $\mathcal{O}_4$ ,  $\mathcal{O}_5$  y  $\mathcal{O}_6$  los coeficientes de  $\frac{1}{\Delta \Delta_{12}}$ ,  $\frac{1}{\Delta^2 \Delta_{12}}$  y  $\frac{1}{\Delta \Delta_{12}^2}$ , respectivamente. En este caso, la parametrización agrupada en la forma  $\Delta_{12}x + \Delta(1 - x)$ , conduce a

$$l_2 = (1 - x)(k_1 + k_2), \quad (2.79)$$

$$\mathbb{R}_2 = m_f^2 \left[1 - \frac{4}{\tau_f} x(1 - x)\right], \quad (2.80)$$

donde  $\tau_f \equiv \frac{4m_f^2}{m_Z^2}$ .

■ Grupo III.

Este grupo de integrales tiene los siguientes denominadores

$$\frac{1}{\Delta_1 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta_1^2 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta_1 \Delta_{12}^2}. \quad (2.81)$$

Una vez introducida la parametrización de Feynman, podemos escribir

$$I_{\alpha\mu\nu}^{\text{III}} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^{\text{III}}(k \rightarrow k + l_3)}{[k^2 - \mathbb{R}_3]^3}, \quad (2.82)$$

donde

$$N_{\alpha\mu\nu}^{\text{III}} \equiv [(k - l_3)^2 - \mathbb{R}_3] \mathcal{O}_7 + (1 - x) \mathcal{O}_8 + x \mathcal{O}_9, \quad (2.83)$$

con  $\mathcal{O}_7$ ,  $\mathcal{O}_8$  y  $\mathcal{O}_9$  los coeficientes de  $\frac{1}{\Delta_1 \Delta_{12}}$ ,  $\frac{1}{\Delta_1^2 \Delta_{12}}$  y  $\frac{1}{\Delta_1 \Delta_{12}^2}$ , respectivamente. En este caso,

$$l_3 = k_1 + (1 - x)k_2, \quad (2.84)$$

$$\mathbb{R}_3 = m_f^2. \quad (2.85)$$

■ Grupo IV.

Este grupo de integrales tiene los siguientes denominadores

$$\frac{1}{\Delta \Delta_1 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta^2 \Delta_1 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_1^2 \Delta_{12}}, \quad \frac{1}{\Delta \Delta_1 \Delta_{12}^2}. \quad (2.86)$$

Las integrales pueden ser escritas como sigue:

$$I_{\alpha\mu\nu}^{\text{IV}} = \Gamma(4) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{N_{\alpha\mu\nu}^{\text{IV}}(k \rightarrow k + l)}{[k^2 - \mathbb{R}]^4}, \quad (2.87)$$

donde

$$N_{\alpha\mu\nu}^{\text{IV}} \equiv [(k - l)^2 - \mathbb{R}] \mathcal{O}_{10} + (1 - x - y) \mathcal{O}_{11} + x \mathcal{O}_{12} + y \mathcal{O}_{13}, \quad (2.88)$$

con  $\mathcal{O}_{10}$ ,  $\mathcal{O}_{11}$ ,  $\mathcal{O}_{12}$  y  $\mathcal{O}_{13}$  los coeficientes de  $\frac{1}{\Delta \Delta_1 \Delta_{12}}$ ,  $\frac{1}{\Delta^2 \Delta_1 \Delta_{12}}$ ,  $\frac{1}{\Delta \Delta_1^2 \Delta_{12}}$ , y  $\frac{1}{\Delta \Delta_1 \Delta_{12}^2}$ , respectivamente. Se usa la parametrización

$$\frac{1}{\Delta \Delta_1 \Delta_{12}} = \Gamma(3) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy [x\Delta_1 + y\Delta_{12} + (1-x-y)\Delta]^{-3}, \quad (2.89)$$

de donde resulta

$$l = (x+y)k_1 + yk_2, \quad (2.90)$$

$$\mathbb{R} = m_f^2 \left[1 - \frac{4}{\tau_f} y(1-x-y)\right]. \quad (2.91)$$

Habiendo establecido con cierto grado de detalle la manera en cómo se realiza el cálculo, podemos escribir las amplitudes tensoriales  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$  y  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  en forma parametrizada como sigue:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\mu\nu}^A = g_A^f \left\{ \Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[ \frac{\frac{1}{2}[(k-l_1)^2 - \mathbb{R}_1] \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1 + (1-x)\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^2 + x\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^3}{[(k-l_1)^2 - \mathbb{R}_1]^3} + \right. \right. \\ \left. \frac{\frac{1}{2}[(k-l_2)^2 - \mathbb{R}_2] \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^4 + (1-x)\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^5 + x\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^6}{[(k-l_2)^2 - \mathbb{R}_2]^3} + \right. \\ \left. \frac{\frac{1}{2}[(k-l_3)^2 - \mathbb{R}_3] \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^7 + (1-x)\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^8 + x\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^9}{[(k-l_3)^2 - \mathbb{R}_3]^3} \right] + \\ \Gamma(4) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{1}{[(k-l)^2 - \mathbb{R}]^4} \left[ \frac{1}{3}[(k-l)^2 - \mathbb{R}] \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{10} + (1-x-y)\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{11} + \right. \\ \left. x\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{12} + y\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{13} \right] \}, \end{aligned} \quad (2.92)$$

donde  $\{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^1, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^2, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^3\}$ ,  $\{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^4, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^5, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^6\}$ ,  $\{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^7, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^8, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^9\}$  y  $\{\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{10}, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{11}, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{12}, \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{13}\}$  son los coeficientes de  $\{\frac{1}{\Delta\Delta_1}, \frac{1}{\Delta^2\Delta_1}, \frac{1}{\Delta\Delta_1^2}\}$ ,  $\{\frac{1}{\Delta\Delta_{12}}, \frac{1}{\Delta^2\Delta_{12}}, \frac{1}{\Delta\Delta_{12}^2}\}$ ,  $\{\frac{1}{\Delta_1\Delta_{12}}, \frac{1}{\Delta_1^2\Delta_{12}}, \frac{1}{\Delta_1\Delta_{12}^2}\}$  y  $\{\frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_{12}}, \frac{1}{\Delta^2\Delta_1\Delta_{12}}, \frac{1}{\Delta\Delta_1^2\Delta_{12}}, \frac{1}{\Delta\Delta_1\Delta_{12}^2}\}$ , respectivamente.

La amplitud  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  tiene una estructura idéntica a la de  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$ , pero con tensores  $\tilde{\mathcal{O}}_{\alpha\mu\nu}^i$  en lugar de  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^i$ . Aunque no es evidente,  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V$  es idénticamente cero. Para demostrarlo, es necesario hacer uso reiterado de la identidad de Schouten, la cual establece que

$$g_{\alpha\beta}\epsilon_{\mu\nu\lambda\rho} + g_{\alpha\lambda}\epsilon_{\rho\beta\mu\nu} + g_{\alpha\mu}\epsilon_{\nu\lambda\rho\beta} + g_{\alpha\nu}\epsilon_{\lambda\rho\beta\mu} + g_{\alpha\rho}\epsilon_{\beta\mu\nu\lambda} = 0. \quad (2.93)$$

El hecho de que  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^V = 0$  significa que el acoplamiento vectorial de  $Z$  a fermiones, esto es, el acoplamiento proporcional a  $\gamma_\mu$  no contribuye al decaimiento  $Z \rightarrow \gamma\gamma$ . La contribución surge sólo del acoplamiento de tipo  $\gamma_\mu\gamma_5$ . Dado que el acoplamiento del campo electromagnético a fermiones es proporcional a  $\gamma_\mu$ , este resultado nos dice que el acoplamiento de 3 fotones  $\gamma^*\gamma\gamma$ , con  $\gamma^*$  un fotón virtual, no se genera.

Volviendo a la amplitud  $\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A$ , se encuentra que el grupo I y III de integrales son idénticamente cero, por separado. En lo que respecta al grupo II, éste conduce a un resultado libre de divergencias, pero que no es invariante de norma dado por

$$\Gamma(3) \int_0^1 dx \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\frac{1}{2}[(k-l_2)^2 - \mathbb{R}_2] \mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^4 + (1-x)\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^5 + x\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^6}{[(k-l_2)^2 - \mathbb{R}_2]^3} = -\frac{16\tau_f}{\tau_f - 1} f(\tau_f) b_\alpha g_{\mu\nu} \quad (2.94)$$

donde

$$f(\tau_f) = \begin{cases} \sqrt{\tau_f - 1} \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{\tau_f - 1}}\right), & \tau_f > 1 \\ \frac{1}{2}\sqrt{1 - \tau_f} \left[ \log\left(\frac{1 + \sqrt{1 - \tau_f}}{1 - \sqrt{1 - \tau_f}}\right) - i\pi \right], & \tau_f < 1 \end{cases}. \quad (2.95)$$

Cabe mencionar que la contribución que surge de  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^4$  es divergente, pero esta divergencia es cancelada exactamente por las contribuciones que vienen de  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^5$  y  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^6$ .

En lo que respecta a las contribuciones generadas por el grupo de integrales IV, las divergencias que surgen del término  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{10}$  son canceladas por aquellas que generan los términos  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{11}$ ,  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{12}$  y  $\mathcal{O}_{\alpha\mu\nu}^{13}$ , así que el resultado es finito. Cuando se suman estos resultados, al resultado que surge del grupo II, se obtiene el resultado final

$$\Gamma_{\alpha\mu\nu}^A = -\frac{32 i g_A^f m_Z}{(4\pi)^2} \left( \mathcal{A}_1 P_{1\alpha\mu\nu} + \hat{\mathcal{A}}_2 P_{2\alpha\mu\nu} \right), \quad (2.96)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_1 &= \frac{f(\tau_f)}{\tau_f - 1} \{ \tau [1 - f(\tau_f)] - 1 \}, \\ \hat{\mathcal{A}}_2 &= 1 - f(\tau_f). \end{aligned} \quad (2.97)$$

Note que se ha incorporado el factor de lazo  $\frac{i}{(4\pi)^2}$ . El resultado es invariante de norma, libre de divergencias y simétrico bajo el intercambio  $k_1 \leftrightarrow k_2$  y  $\mu \leftrightarrow \nu$ .

Entonces, la amplitud invariante del proceso  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  puede ser escrita como

$$\mathcal{M} = -\frac{16 i \alpha^{3/2} m_Z}{s_{2W} \sqrt{\pi}} \sum_{f=l,q} g_A^f Q_f^2 N_c \left( \mathcal{A}_1 P_{1\alpha\mu\nu} + \hat{\mathcal{A}}_2 P_{2\alpha\mu\nu} \right) \epsilon^\alpha(p, \lambda) \epsilon^{\mu*}(k_1, \lambda_1) \epsilon^{\nu*}(k_2, \lambda_2), \quad (2.98)$$

donde  $\alpha \equiv e^2/(4\pi)$  es la constante de estructura fina. Además,  $s_{2W} = 2s_W c_W$ . Notando que

$$\sum_{f=l,q} g_A^f Q_f^2 N_c = 0, \quad (2.99)$$

podemos ver que los términos en la amplitud independientes de las masas de los fermiones que circulan en el loop no contribuyen. Es el caso del factor 1 en la función  $\hat{\mathcal{A}}_2$ . Por lo tanto, en lo que sigue removeremos este factor considerando la función

$$\mathcal{A}_2 = -f(\tau_f). \quad (2.100)$$

Elevando al cuadrado la amplitud, promediando sobre los tres estados de espín del bosón  $Z$  y sumando sobre los dos estados de espín de los fotones, se tiene

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left( \frac{1}{3} \sum_{\lambda=1}^3 \right) \left( \sum_{\lambda_1=1}^2 \right) \left( \sum_{\lambda_2=1}^2 \right) \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger. \quad (2.101)$$

Usando las relaciones de completitud

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda=1}^3 \epsilon^\alpha(p, \lambda) \epsilon^{*\beta}(p, \lambda) &= -g^{\alpha\beta} + \frac{p^\alpha p^\beta}{m_Z^2}, \\ \sum_{\lambda_1=1}^2 \epsilon^{*\mu}(k_1, \lambda_1) \epsilon^\lambda(k_1, \lambda_1) &= -g^{\mu\lambda}, \\ \sum_{\lambda_2=1}^2 \epsilon^{*\nu}(k_2, \lambda_2) \epsilon^\rho(k_2, \lambda_2) &= -g^{\nu\rho}, \end{aligned} \quad (2.102)$$

se obtiene

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left(\frac{16}{s_{2W}}\right)^2 \frac{\alpha^3 m_Z^2}{3\pi} \left(-g^{\alpha\beta} + \frac{p^\alpha p^\beta}{m_Z^2}\right) (F_1 P_{1\alpha\mu\nu} + F_2 P_{2\alpha\mu\nu})(F_1^* P_{1\beta}{}^{\mu\nu} + F_2^* P_{2\beta}{}^{\mu\nu}), \quad (2.103)$$

donde se han introducido las siguientes definiciones

$$F_i = \sum_{f=l,q} g_A^f Q_f^2 N_c \mathcal{A}_i, \quad \text{con } i = 1, 2. \quad (2.104)$$

Realizando las contracciones, se obtiene

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left(\frac{16}{s_{2W}}\right)^2 \frac{\alpha^3 m_Z^2}{3\pi} \left\{ \frac{1}{2} |F_1 - F_2|^2 \left[ \left(\frac{b \cdot p}{m_Z^2}\right)^2 - \frac{b^2}{m_Z^2} \right] + |F_2|^2 \left[ \frac{4(b \cdot k_1)(b \cdot k_2)}{m_Z^4} - \frac{b^2}{m_Z^2} \right] \right\} \quad (2.105)$$

Tomando en cuenta que los decaimientos son calculados en el marco de reposo de la partícula que decae,  $p = (m_Z, 0)$ , lo cual implica que  $b \cdot p = b^0 m_Z$ . Usando que  $b^2 = b_0^2 - \vec{b}^2$ , se encuentra

$$\left(\frac{b \cdot p}{m_Z^2}\right)^2 - \frac{b^2}{m_Z^2} = \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2}. \quad (2.106)$$

Por otra parte, en el marco de reposo del bosón  $Z$ , los fotones son emitidos en direcciones opuestas y con energía igual a la mitad de la masa del bosón  $Z$ . Esto es,

$$p = k_1 + k_2, \quad (2.107)$$

implica

$$\begin{aligned} m_Z &= k_1^0 + k_2^0, \\ \vec{k}_1 + \vec{k}_2 &= 0. \end{aligned} \quad (2.108)$$

De estas relaciones, junto con la relación relativista  $k_i^0 = |\vec{k}_i|$ , se concluye que  $k_1^0 = k_2^0 = m_Z/2$ . Entonces, las expresiones

$$\begin{aligned} b \cdot k_1 &= b^0 k_1^0 - \vec{b} \cdot \vec{k}_1, \\ b \cdot k_2 &= b^0 k_2^0 - \vec{b} \cdot \vec{k}_2, \end{aligned} \quad (2.109)$$

se convierten en

$$\begin{aligned} b \cdot k_1 &= \frac{m_Z}{2} (b_0 - |\vec{b}| \cos \theta), \\ b \cdot k_2 &= \frac{m_Z}{2} (b_0 + |\vec{b}| \cos \theta), \end{aligned} \quad (2.110)$$

donde  $\theta$  es el ángulo formado por  $\vec{b}$  y  $\vec{k}_1$ .

Usando los resultados anteriores, se obtiene

$$\frac{4(b \cdot k_1)(b \cdot k_2)}{m_Z^4} - \frac{b^2}{m_Z^2} = \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} (1 - \cos^2 \theta). \quad (2.111)$$

Por lo tanto, el cuadrado de la amplitud toma la forma

$$|\overline{\mathcal{M}}|^2 = \left(\frac{16}{s_{2W}}\right)^2 \frac{\alpha^3 m_Z^2}{6\pi} \left(\frac{\vec{b}^2}{m_Z^2}\right) [ |F_1 - F_2|^2 + 2 |F_2|^2 (1 - \cos^2 \theta) ], \quad (2.112)$$

lo cual no depende de la parte temporal del 4-vector  $b_\alpha$ .

La anchura de decaimiento de una partícula de masa  $m$  en dos partículas de masas  $m_1$  y  $m_2$ , está dada por

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi} \frac{|\vec{p}_1|}{m^2} |\overline{\mathcal{M}}|^2, \quad (2.113)$$

donde

$$|\vec{p}_1| = \frac{1}{2m} \sqrt{[m^2 - (m_1 + m_2)^2][m^2 - (m_1 - m_2)^2]}. \quad (2.114)$$

En el caso que nos ocupa,  $m = m_Z$  y  $m_1 = m_2 = 0$ . Entonces,

$$\Gamma(Z \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{16\pi m_Z} |\overline{\mathcal{M}}|^2, \quad (2.115)$$

esto es,

$$\Gamma(Z \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{1}{2} \frac{16\alpha^3 m_Z}{6\pi^2 s_{2W}^2} \left( \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} \right) [|F_1 - F_2|^2 + 2|F_2|^2(1 - \cos^2 \theta)], \quad (2.116)$$

donde el factor 1/2 es debido a la presencia de dos partículas idénticas en el estado final.

En forma más compacta, el *branching ratio* puede ser escrito como

$$BR(Z \rightarrow \gamma\gamma) = \frac{4\alpha^3}{3\pi^2 s_{2W}^2} \left( \frac{m_Z}{\Gamma_Z} \right) \left( \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} \right) \mathcal{A}_{\gamma\gamma}, \quad (2.117)$$

donde

$$\mathcal{A}_{\gamma\gamma} = \left| \sum_{f=l,q} g_A^f Q_f^2 N_c f(\tau_f) \left[ 2 - \frac{\tau_f}{\tau_f - 1} f(\tau_f) \right] \right|^2 + 2(1 - \cos^2 \theta) \left| \sum_{f=l,q} g_A^f Q_f^2 N_c f(\tau_f) \right|^2 \quad (2.118)$$

y  $\Gamma_Z$  es la anchura total del bosón  $Z$ .

## 2.2. El decaimiento $Z \rightarrow gg$

El decaimiento  $Z \rightarrow gg$ , el cual ocurre a través de los diagramas mostrados en la Fig. 2.6, es completamente similar al decaimiento  $Z \rightarrow \gamma\gamma$ , y la amplitud correspondiente puede ser obtenida de la amplitud asociada a éste con tan sólo ligeros cambios. En este caso, en los lazos sólo circulan quarks.

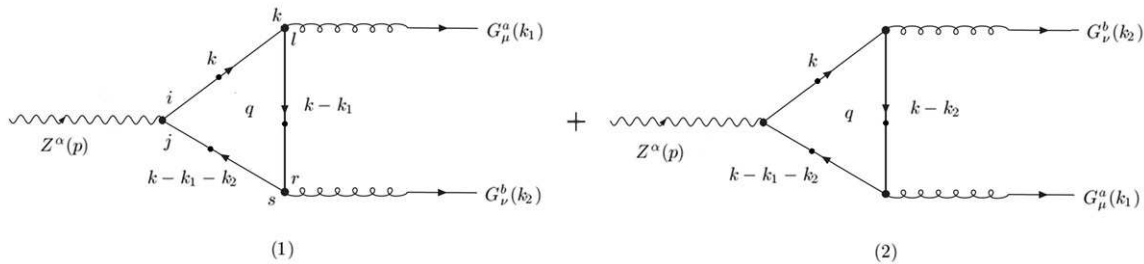


Figura 2.6: Diagramas de Feynman que contribuyen al decaimiento  $Z \rightarrow gg$ . Los puntos en las líneas fermiónicas representan el vértice que viola  $CPT$ .

Para calcular el factor extra, no presente en la amplitud del proceso  $Z \rightarrow \gamma\gamma$ , tómesese como referencia el diagrama (1) en la Figura 2.6. El factor en consideración surge del grupo  $SU_C(3)$  y está dado por

$$\delta_{ij}\delta^{ik}\left(\frac{\lambda^a}{2}\right)_{kl}\delta^{lr}\left(\frac{\lambda^b}{2}\right)_{rs}\delta^{sj} = \text{tr}\left(\frac{\lambda^a}{2}\frac{\lambda^b}{2}\right) = \frac{\delta^{ab}}{2}. \quad (2.119)$$

Otro factor extra surge de la suma sobre las polarizaciones del par de gluones. Por lo tanto, al adecuar la amplitud, el efecto completo es:

$$\frac{\delta^{ab}}{2}\frac{\delta^{cd}}{2}\delta^{ac}\delta^{bd} = \frac{8}{4} = 2. \quad (2.120)$$

Entonces, el resultado para el  $BR(Z \rightarrow gg)$  se obtiene de  $BR(Z \rightarrow \gamma\gamma)$  reemplazando  $\alpha^2 Q_f^4 N_c^2$  por  $2\alpha_s^2$ , donde  $\alpha_s \equiv g_s^2/(4\pi)$ . Entonces, se tiene

$$BR(Z \rightarrow gg) = \frac{8\alpha_s^2}{3\pi^2 s_{2W}^2} \left(\frac{m_Z}{\Gamma_Z}\right) \left(\frac{\vec{b}^2}{m_Z^2}\right) \mathcal{A}_{gg}, \quad (2.121)$$

donde

$$\mathcal{A}_{gg} = \left| \sum_q g_A^q f(\tau_q) \left[ 2 - \frac{\tau_q}{\tau_q - 1} f(\tau_q) \right] \right|^2 + 2(1 - \cos^2 \theta) \left| \sum_q g_A^q f(\tau_q) \right|^2. \quad (2.122)$$

## 2.3. Discusión de resultados

Se ha visto que los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  dependen de la componente espacial del 4-vector  $b_\alpha$ , pero no de la parte temporal. También se encuentra que las amplitudes contienen una parte independiente de la orientación de  $\vec{b}$  y otra parte que depende de ésta, la cual desaparece cuando los fotones son emitidos paralelamente a  $\vec{b}$  y es máxima cuando emergen en forma perpendicular.

Es interesante analizar los resultados desde la perspectiva de un rompimiento espontáneo del grupo de Lorentz  $SO(1, 3)$ . Cuando  $b^\alpha$  es considerado como una dirección especial que es dejada invariante bajo algún subgrupo de  $SO(1, 3)$ . Se pueden presentar dos casos de interés. Uno de estos casos corresponde a una dirección puramente temporal  $b^\alpha = (b^0, 0)$ . En este caso, el subgrupo de  $SO(1, 3)$  que deja invariante esta dirección es precisamente el grupo de rotaciones  $SO(3)$ . En tal caso, el rompimiento espontáneo es de la forma  $SO(1, 3) \rightarrow SO(3)$ . De acuerdo con nuestros resultados, es claro que este tipo de rompimiento espontáneo del grupo de Lorentz no genera los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$ .

Otro caso de interés corresponde a cuando el 4-vector  $b^\alpha$  es puramente espacial  $b^\alpha = (0, \vec{b})$ . En este caso, el subgrupo de  $SO(1, 3)$  que deja invariante esta dirección es  $SO(1, 2)$ , el cual tiene como subgrupo al grupo  $SO(2)$  que actúa en el plano cuya normal es  $\vec{b}$ . En este caso, el grupo de Lorentz es roto de acuerdo a  $SO(1, 3) \rightarrow SO(1, 2)$ . Este es el escenario de rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz que conduce a los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$ .

Debe notarse que ambos escenarios de rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz,  $SO(1, 3) \rightarrow SO(3)$  y  $SO(1, 3) \rightarrow SO(1, 2)$ , involucran el rompimiento de tres de los generadores  $J^{\mu\nu}$  de  $SO(1, 3)$ . En el caso  $SO(1, 3) \rightarrow SO(3)$ , los generadores rotos son  $J^{0i}$ , con  $i = 1, 2, 3$ , mientras que en el escenario  $SO(1, 3) \rightarrow SO(1, 2)$ , se rompen un generador espacio-tiempo y dos generadores espacio-espacio. Por ejemplo, si  $\vec{b}$  está a lo largo del eje  $x_3$ , los generadores rotos son  $J^{03}$ ,  $J^{13}$  y  $J^{23}$ .

Antes de presentar un análisis numérico de los resultados, conviene analizar el comportamiento de las amplitudes de lazo en los casos límites de una masa fermiónica muy pesada y muy ligera.

En el límite de masas muy grandes, se tiene

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) \left[ 2 - \frac{\tau}{\tau-1} f(\tau) \right] = 1, \quad (2.123)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) = 1.$$

Estos límites son interesantes porque nos muestran que no hay desacoplamiento. Esto significa que aún el fermión más pesado que existe, a saber, el quark top, contribuye de manera significativa a los decaimientos en consideración.

Por otra parte, en el límite de masas muy pequeñas, se tiene

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) \left[ 2 - \frac{\tau}{\tau-1} f(\tau) \right] \rightarrow \infty, \quad (2.124)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) \rightarrow \infty.$$

Este resultado nos dice que los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  son más sensibles a los fermiones ligeros, como es el caso del electrón, que a los fermiones pesados.

Se procede ahora a estudiar en forma numérica los resultados. Con la excepción del vector  $\vec{b}$ , todos los parámetros que determinan las fracciones de decaimiento  $BR(Z \rightarrow \gamma\gamma)$  y  $BR(Z \rightarrow gg)$  son conocidos. De acuerdo con el *Particle Data Group* [8], las masas de las partículas, todas dadas en GeVs, son:  $m_e = 5.1 \times 10^{-4}$ ,  $m_\mu = 10^{-1}$ ,  $m_\tau = 1.776$ ,  $m_d = 0.45$ ,  $m_s = 0.9$ ,  $m_b = 4.5$ ,  $m_u = 0.2$ ,  $m_c = 1.27$ ,  $m_t = 173$ ,  $m_Z = 91.19$ . La anchura del bosón  $Z$  es  $\Gamma_Z = 2.4552$  GeV. Además,  $\alpha = 1/137$ ,  $\alpha_s = 0.1185$ ,  $S_W^2 = 0.23$ . Los valores de  $g_A^f$  son de  $-1/2$  para leptones y quarks  $d$ ,  $s$  y  $b$ , mientras que su valor es de  $+1/2$  para los quarks  $u$ ,  $c$  y  $t$ . Finalmente,  $N_c = 3$  para quarks y  $N_c = 1$  para leptones;  $Q_f = -1$  para leptones,  $-1/3$  para los quarks  $d$ ,  $s$  y  $b$ , y  $+2/3$  para los quarks  $u$ ,  $c$  y  $t$ .

Con los datos experimentales para masas y otras constantes a nuestra disposición, se obtiene para la contribución leptónica

$$\sum_{l=e, \mu, \tau} g_A^l Q_l^2 f(\tau_l) \left[ 2 - \frac{\tau_l}{\tau_l-1} f(\tau_l) \right] = -22.7595 + 4.7206 i, \quad (2.125)$$

$$\sum_{l=e, \mu, \tau} g_A^l Q_l^2 f(\tau_l) = -11.3747 + 2.3556 i.$$

La contribución de quarks tipo down es:

$$\sum_{D=d, s, b} g_A^D Q_D^2 f(\tau_D) \left[ 2 - \frac{\tau_D}{\tau_D-1} f(\tau_D) \right] = -4.3190 + 1.5846 i, \quad (2.126)$$

$$\sum_{D=d, s, b} g_A^D Q_D^2 f(\tau_D) = -0.6143 + 0.2606 i.$$

Finalmente, la contribución de quarks tipo up, está dada por

$$\sum_{U=u, c, t} g_A^U Q_U^2 f(\tau_U) \left[ 2 - \frac{\tau_U}{\tau_U-1} f(\tau_U) \right] = 14.4867 - 4.1951 i \quad (2.127)$$

$$\sum_{U=u, c, t} g_A^U Q_U^2 f(\tau_U) = 0.9957 - 0.4013 i.$$



Se puede apreciar de estos resultados que la contribución dominante proviene de los fermiones más livianos. Por ejemplo, la contribución del electrón es de  $-22.8$  para el primer tipo de suma, en tanto que la contribución del quark top para esta misma clase de suma es  $0.62$ .

Una vez consideradas todas las sumas y elevándolas al cuadrado, se obtiene

$$\mathcal{A}_{\gamma\gamma} = 163 + (126)2(1 - \cos^2 \theta). \quad (2.128)$$

Tomando en cuenta que

$$\frac{4\alpha^3}{3\pi^2 s_{2W}^2} \left( \frac{m_Z}{\Gamma_Z} \right) = 2.71 \times 10^{-6}, \quad (2.129)$$

se tiene

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow \gamma\gamma) &= \left( \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} \right) [4.4 \times 10^{-4} + 6.8 \times 10^{-4}(1 - \cos^2 \theta)] \\ &= \left( \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} \right) \begin{cases} 1.1 \times 10^{-3}, & \text{fotones emitidos perpendicularmente a } \vec{b} \\ 4.4 \times 10^{-4}, & \text{fotones emitidos paralelamente a } \vec{b}. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.130)$$

Vale la pena comparar este resultado sobre la cota reportada por el *Particle Data Group* sobre  $BR(Z \rightarrow \gamma\gamma)$  que resulta de su no observación, la cual es

$$BR_{\text{Exp}}(Z \rightarrow \gamma\gamma) < 5.2 \times 10^{-5}. \quad (2.131)$$

Si demandamos que el resultado obtenido sea menor que la cota experimental,

$$BR(Z \rightarrow \gamma\gamma) < BR_{\text{Exp}}(Z \rightarrow \gamma\gamma), \quad (2.132)$$

se obtiene, en el mejor de los casos, la siguiente cota para  $\vec{b}^2/m_Z^2$ :

$$\frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} < 4.64 \times 10^{-2}, \quad (2.133)$$

esto es,

$$|\vec{b}| < 0.215 m_Z, \quad (2.134)$$

la cual, definitivamente, no es una buena cota, ya que se espera que la escala de  $|\vec{b}|$  sea mucho más pequeña.

Finalmente, en el caso del decaimiento  $Z \rightarrow gg$ , se tiene

$$\mathcal{A}_{gg} = 6.96 + 2.42(1 - \cos^2 \theta). \quad (2.135)$$

En este caso ocurre una fuerte cancelación entre quarks de tipo up y down. Ahora, dado que

$$\frac{8\alpha\alpha_s^2}{3\pi^2 s_{2W}^2} \left( \frac{m_Z}{\Gamma_Z} \right) = 1.43 \times 10^{-3}, \quad (2.136)$$

se tiene

$$\begin{aligned} BR(Z \rightarrow gg) &= [10^{-2} + 3.5 \times 10^{-3}(1 - \cos^2 \theta)] \left( \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} \right) \\ &= \left( \frac{\vec{b}^2}{m_Z^2} \right) \begin{cases} 1.35 \times 10^{-2}, & \text{gluones emitidos perpendicularmente a } \vec{b} \\ 10^{-2}, & \text{gluones emitidos paralelamente a } \vec{b}. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.137)$$

Vemos que  $BR(Z \rightarrow gg)$  es un poco más de un orden de magnitud mayor que  $BR(Z \rightarrow \gamma\gamma)$ .



# Capítulo 3

## Conclusiones

Los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  están estrictamente prohibidos en teorías de campo convencionales por el Teorema de Landau-Yang, pero pueden ser generados en teorías en las que la simetría de Lorentz no es exactamente conservada. Una formulación no convencional de este tipo es la conocida con el nombre de Extensión del Modelo Estándar, la cual es una teoría renormalizable que se caracteriza por acoplar invariantes que respetan las simetrías del Modelo Estándar con tensores de Lorentz constantes, que pueden ser interpretados como el remanente de un rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz.

En esta tesis se ha demostrado que una interacción de la forma  $\bar{f}b_\mu\gamma^\mu\gamma_5 f$ , con  $f$  un leptón cargado o quark y  $b^\mu$  un 4-vector, induce los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  a orden de un lazo y a primer orden en este 4-vector. Los resultados más relevantes de este trabajo se pueden dividir en teóricos y fenomenológicos.

### Aspectos Teóricos

En este contexto, se tiene como resultados relevantes los siguientes:

- A primer orden en el 4-vector  $b^\mu$ , sólo contribuye el acoplamiento de tipo vector-axial del bosón  $Z$  con leptones y quarks. El acoplamiento de tipo vectorial es exactamente cero, lo cual excluye el interesante caso de un acoplamiento de 3 fotones  $\gamma^*\gamma\gamma$ , con  $\gamma^*$  un fotón virtual.
- Los resultados son libres de divergencias ultravioletas, lo cual es consistente con el hecho de que la Extensión del Modelo Estándar es renormalizable.
- Las amplitudes son invariantes de norma. El decaimiento  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  está caracterizado por los siguientes invariantes:

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_1^{Z\gamma\gamma} &= b_\alpha Z^\alpha F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \\ \mathcal{O}_2^{Z\gamma\gamma} &= b^\lambda Z_\nu F_{\mu\lambda}F^{\mu\nu}.\end{aligned}$$

Por otra parte, el decaimiento  $Z \rightarrow gg$  está gobernado por los siguientes invariantes del grupo  $SU_C(3)$  :

$$\begin{aligned}\mathcal{O}_1^{Zgg} &= b_\alpha Z^\alpha \text{Tr}[G_{\mu\nu}G^{\mu\nu}], \\ \mathcal{O}_2^{Zgg} &= b^\lambda Z_\nu \text{Tr}[G_{\mu\lambda}G^{\mu\nu}],\end{aligned}$$

donde  $G_{\mu\nu} = T^a G_{\mu\nu}^a$ , con  $T^a$  y  $G_{\mu\nu}^a$  los generadores y curvaturas asociados con el grupo de color  $SU_C(3)$ .

- Ambos decaimientos dependen sólo de la parte espacial de  $b_\mu$ . Se muestra que la dependencia en la parte temporal se cancela exactamente una vez que se ha calculado la amplitud. Esto significa que, en un escenario de nueva física que tenga que ver con el rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz, los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  sólo podrían ocurrir en un rompimiento de la forma  $SO(1, 3) \rightarrow SO(1, 2)$ , lo cual implica un rompimiento espontáneo del grupo de las rotaciones de la forma  $SO(3) \rightarrow SO(2)$ . Esto está en acuerdo con el Teorema de Landau-Yang, el cual deja de ser válido si la simetría de rotación no es exacta.

### Aspectos Fenomenológicos

Un análisis cuidadoso de las amplitudes de lazo asociadas con los decaimientos, muestra los siguientes detalles interesantes:

- No existe desacoplamiento. La amplitud no tiende a cero cuando la masa del fermión que circula en el lazo se hace tender a infinito, sino a un valor finito distinto de cero. Esto muestra que el quark top, el cual es la partícula más pesada que se conoce, tiene una importancia relativa en ambos procesos.
- En el límite de masas muy pequeñas, las amplitudes crecen sin límite. Esto significa que la contribución del electrón, que tiene una masa casi seis órdenes de magnitud menor que la del quark top, es dominante. Sin embargo, cabe destacar que este es un crecimiento suave, en el sentido de que varía de acuerdo con la función logaritmo. Por consiguiente, la diferencia entre las contribuciones de todo el espectro de partículas no es realmente dramático.
- Como era de esperarse, las fracciones de decaimiento de estos procesos son muy pequeñas. En primer lugar porque es un efecto de orden de un lazo y, en segundo, porque se espera que la magnitud del vector  $\vec{b}$  sea muy pequeña.

En conclusión, se ha demostrado que un rompimiento espontáneo de la simetría de Lorentz, que a su vez implique el rompimiento espontáneo del grupo de las rotaciones, es suficiente para generar los decaimientos  $Z \rightarrow \gamma\gamma$  y  $Z \rightarrow gg$  como fluctuaciones cuánticas de un lazo.

# Bibliografía

- [1] D. Colladay and V. A. Kostelecky, *Lorentz-violating extension of the standard model*, Phys. Rev. D **58**, 116002 (1998).
- [2] O. W. Greenberg, *CPT Violation Implies Violation of Lorentz Invariance*, Phys. Rev. Lett. **89**, 231602 (2002).
- [3] C. N. Yang, Phys. Rev. **77**, 242 (1950); L. D. Landau, Dokl. Akad. Nauk SSSR **60**, **207** (1948).
- [4] M. A. Pérez, G. Tavares-Velasco, J. J. Toscano, *Two-body  $Z'$  decays in the minimal  $3-3-1$  model*, Phys. Rev. D **69**, 115004 (2004).
- [5] A. Moyotl, H. Novales-Sánchez, J.J. Toscano, E. S. Tututi, *Gauge invariant electromagnetic properties of fermions induced by CPT-violation in the Standard Model Extension*, Int. J. Mod. Phys. A **29**, 1450039-1 (2014).
- [6] John F. Donoghue, Eugene Golowich, Barry R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press (1992).
- [7] Roberto Noriega Papaqui, *Lagrangianos efectivos y efectos de violación de sabor leptónico en el sector de Yukawa*, tesis de licenciatura en Física, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, (2003).
- [8] K. A. Olive, *et al.* (Particle Data Group), Chin. Phys. **C38**, 090001 (2014).

